

**DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TORSEN DİFERANSİYELİNİN  
TAŞIT SEYİR DİNAMİĞİNE ETKİSİNİN  
BİR MATEMATİKSEL TAŞIT MODELİ  
YARDIMIYLA SAYISAL İNCELEMESİ**

**Mehmet Murat TOPAÇ**

**Ekim 2010**

**İZMİR**

**TORSEN DİFERANSİYELİNİN  
TAŞIT SEYİR DİNAMİĞİNE ETKİSİNİN  
BİR MATEMATİKSEL TAŞIT MODELİ  
YARDIMIYLA SAYISAL İNCELEMESİ**

**Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**

**Doktora Tezi**

**Makine Mühendisliği Bölümü, Konstrüksiyon-İmalat Anabilim Dalı**

**Mehmet Murat TOPAÇ**

**Ekim 2010**

**İZMİR**

## DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

**MEHMET MURAT TOPAÇ**, tarafından **PROF. DR. NUSRET SEFA KURALAY** yönetiminde hazırlanan “**TORSEN DİFERANSİYELİNİN TAŞIT SEYİR DİNAMİĞİNE ETKİSİNİN BİR MATEMATİKSEL TAŞIT MODELİ YARDIMIYLA SAYISAL İNCELEMESİ**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

.....  
Prof. Dr. Nusret Sefa KURALAY  
.....

Danışman

.....  
Prof. Dr. Kemal KOCABAŞ  
.....

Tez İzleme Komitesi Üyesi

.....  
Prof. Dr. Aydoğan ÖZDAMAR  
.....

Tez İzleme Komitesi Üyesi

.....  
.....  
.....  
Jüri Üyesi

.....  
.....  
.....  
Jüri Üyesi

.....  
Prof. Dr. Mustafa SABUNCU

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

## TEŞEKKÜR

Taşıt tekniği disiplinine girmemi ve bu alanda yetişmemi sağlayan, çalışmalarıyla bana ışık tutan, cesaret veren ve mesleğe adım attığım andan itibaren her konuda büyük desteğini gördüğüm hocam, değerli büyüğüm Sn. Prof. Dr. Nusret Sefa KURALAY'a şükranlarımı sunarım.

Çalışmalarım boyunca, büyük bir sabır ve özveriyle en yakın çalışma arkadaşım olmuş, Mak. Müh. Soner ÖZDEL'e ve diferansiyel denklem sistemlerinin sanal ortamda sayısal olarak özömlenmesi konusunda yol gösteren Sn. Doç. Dr. Zeki KIRAL'a değerli katkılarından dolayı gönölden teşekkür ederim.

Adını taşımaktan her zaman gurur duyduğüm dedem Dr. Mehmet TOPAÇ'ı da bu vesileyle saygı, özlem ve şükranla anıyorum.

Yoğun çalışmalarım nedeniyle gösterdiği inanılmaz sabır ve anlayışından dolayı en başta sevgili eşim Özlem olmak üzere aileme ve bu süre zarfında babasından, hakettiği ilginin çok azını görebilen güzeller güzeli kızım Elif'e teşekkür ederim.

Mehmet Murat TOPAÇ

# TORSEN DİFERANSİYELİNİN TAŞIT SEYİR DİNAMİĞİNE ETKİSİNİN BİR MATEMATİKSEL TAŞIT MODELİ YARDIMIYLA SAYISAL İNCELEMESİ

## ÖZ

Bu çalışmada, Torsen diferansiyelinin taşıt seyir dinamiği karakteristiğine etkileri incelenmiştir. Bunun için, taşıt gövdesi ile tekerleklerin uzaydaki hareketlerinin ikinci derece diferansiyel denklem ifadelerini temel alan beş kütleli ve onbeş genel koordinatla kinematik ve kinetik olarak ifade edilebilen bir matematiksel model yardımıyla, MATLAB® tabanlı bir simülasyon programı oluşturulmuştur. Bağımsız askı sistemi, taşıt gövdesi, güç iletim sistemi ve lastik tekerlek gibi alt bölümlerden oluşan bu programdan yararlanılarak, taşıt tekerleklerinin tutunma katsayısındaki değişimin, tahrik konfigürasyonu, diferansiyel moment dağıtım oranı gibi parametrelere bağlı olarak, taşıtın doğrusal hareket ve özgül yönlenme karakteristiklerine etkileri araştırılmıştır.

**Anahtar sözcükler:** Taşıt dinamiği, Torsen diferansiyeli, Matematiksel model, Sayısal yöntemler, Sanal mühendislik

**NUMERICAL ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF TORSEN  
DIFFERENTIAL ON VEHICLE HANDLING DYNAMICS BY USING  
A MATHEMATICAL VEHICLE MODEL**

**ABSTRACT**

In this study, the effects of Torsen differential on vehicle handling dynamics were investigated. In order to do this, a MATLAB<sup>®</sup>-based simulation program was developed by using a five mass, fifteen degrees of freedom mathematical model that is based on the second order differential equations which are generated from generalised co-ordinates of the wheels and the vehicle body. By using this program which consists of independent suspension module, powertrain module, tyre module etc., effects of the changes of tyre-road coefficient on the translational and turning characteristics of the road vehicle were studied, in case of the variation of the parameters such as drive configuration and torque bias ratio.

**Keywords:** Vehicle dynamics, Torsen differential, Mathematical model, Numerical methods, Virtual engineering

# İÇİNDEKİLER

## Sayfa

DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU .....	ii
TEŞEKKÜR .....	iii
ÖZ .....	iv
ABSTRACT .....	v

## **BÖLÜM BİR – GİRİŞ .....** 1

1.1 Giriş .....	1
1.2 Problem tanımı ve hedefler .....	2
1.3 Seçilmiş Mevcut çalışmalar .....	3
1.4 Yöntem .....	5

## **BÖLÜM İKİ – TAŞIT MODELİNİN YAPISI .....** 8

2.1 Giriş .....	8
2.2 Eksen takımları .....	9
2.2.1 Referans ve kılavuz eksen takımları .....	9
2.2.2 Taşıt gövdesine sabit eksen takımı .....	9
2.2.3 Tekerlek eksen takımları .....	11
2.2.4 Askı sistemi eksen takımları .....	12
2.3 Genel koordinatlar .....	13
2.4 Vektör transformasyonu ve transformasyon matrisi .....	15
2.5 Simülasyon programı .....	17

## **BÖLÜM ÜÇ – TORSEN DİFERANSİYELİ .....** 22

3.1 Giriş .....	22
3.2 Moment dağıtım oranı .....	24

3.3 Torsen diferansiyeli .....	26
3.4 Torsen difreansiyelinde kilitleme etkisi .....	29
3.5 Açısal ivmelenme durumunda tekerlek hareket denklemleri .....	36
<b>BÖLÜM DÖRT – BAĞIMSIZ ASKI SİSTEMİ .....</b>	<b>45</b>
4.1 Giriş .....	45
4.2 Alt yön verici mafsalının hareketi .....	48
4.3 Üst yön verici mafsalının hareketi .....	51
4.4 Yönlendirme sisteminin etkisi .....	53
4.5 Modelin doğrulanması .....	58
<b>BÖLÜM BEŞ – TAŞIT GÖVDESİNİN HAREKET DENKLEMLERİ .....</b>	<b>65</b>
5.1 Giriş .....	65
5.2 Taşıtlar gövdesinin uzayda dinamik davranışı .....	66
5.3 Tekerlek kuvvetlerinin taşıtlar gövdesine iletimi .....	69
5.4 $O_A$ Noktası konumunun belirlenmesi .....	74
5.5 Tekerleğe etkiyen kuvvet ve momentler .....	80
5.5 Yaylanma ve sönümlenme kuvvetleri .....	88
5.5.1 Yay ve stabilizatör kuvvetleri .....	88
5.5.2 Amortisör kuvveti .....	93
5.7 Tekerleklerin düşey hareket denklemleri .....	94
5.8 Taşıtlar gövdesinin hareket denklemleri .....	94
<b>BÖLÜM ALTI – LASTİK TEKERLEK MODELİ .....</b>	<b>98</b>
6.1 Giriş .....	98
6.2 Lastik tekerlek modelinin yapısı .....	100
6.3 Model hassasiyetinin değerlendirilmesi .....	111
<b>BÖLÜM YEDİ – SEYİR SİMÜLASYONLARI .....</b>	<b>118</b>



7.1 Giriş .....	118
7.2 Karşılaştırma modeli .....	118
7.3 Modelin doğrulanması .....	119
7.4 Sistemin uyarılması .....	124
7.5 Sürüş simülasyonları .....	125
7.5.1 Doğrusal hareket .....	125
7.5.1.1 Ön akstan tahrik .....	127
7.5.1.2 Arka akstan tahrik .....	133
7.5.1.3 Her iki akstan tahrik .....	139
7.5.2 Viraj hareketi .....	144
<b>BÖLÜM SEKİZ – SONUÇ .....</b>	<b>156</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>159</b>
<b>EKLER .....</b>	<b>173</b>
Ek 1 Bağımsız askı sistemi kinematik koordinatları .....	173
Ek 2 Taşıt teknik değerleri .....	175
Ek 3 Semboller .....	176

# BÖLÜM BİR

## GİRİŞ

### 1.1 Giriş

Sanal mühendislik uygulamaları, günümüz mühendislik anlayışı içerisindeki ağırlığını gün geçtikçe artırmaktadır. Bunun en büyük nedeni, bilgisayar destekli mühendislik faaliyetlerinin araştırma – geliştirme maliyetlerini önemli ölçüde azaltması olarak gösterilebilir. Zira yakın geçmişte, prototip oluşturma ve deney aşamalarına ulaşıncaya kadar, oluşturulan bir tasarımın, içinde çalışacağı ortamlarla olan etkileşimi hakkında tahminlerden daha fazla bir bilgiye sahip olmak çok mümkün olmazken, sanal mühendisliğin endüstriye girmesiyle birlikte, tasarım sürecinin oldukça erken sayılabilecek aşamalarında, bu etkileşimin niteliğinin düşük sayılabilecek hata paylarıyla öngörülebilmesi söz konusu olmuştur. Bu şekilde, tasarım açısından doğru parametrelerin seçimi ve optimum sonucu verecek parametrik değerlerin uygun bir şekilde belirlenmesi, sonuç olarak da prototip ve deney sayısının en aza indirilmesi gündeme gelmiştir. Bu da, endüstriyel açıdan son derece değerli olan iş gücü zaman ve malzemenin tasarrufu anlamına gelmektedir.

Taşıt dinamiği disiplini, günümüzün sanal mühendislik anlayışının temelini oluşturan matematiksel modelleme, taşıt stabilitesi ve kontrolü konularındaki ilk çalışmalar, ABD’de 1950’li yılların ortalarında Segel, (1956 a) (1956 b), Milliken (1956) ve Whitcomb (1956) tarafından verilmiştir (Lowndes, 1998). Belirli sayıda serbestlik derecesine sahip matematiksel taşıt modellerinin bir uyarıcı girdi karşısındaki kinematik ve kinetik tepkilerinin, özelleştirilmiş bilgisayar programı kodları aracılığıyla incelenmesi şeklinde başlayan taşıt simülasyonu uygulamalarını, takip eden kırk yıl içerisinde, programlama tekniklerinin ve yüksek işlem gücüne sahip bilgisayarların geliştirilmesiyle gündeme gelen kullanıcı dostu paket program kavramı izlemiştir. Günümüzde gelişmiş ülkeler, otomotiv sektörü başta olmak üzere, tasarım, araştırma - geliştirme ve üretime yönelik birçok sektörel faaliyetini, yine bu ülkelerde üretilmiş oldukça ileri düzeydeki paket programlar yardımıyla gerçekleştirmektedir.

## 1.2 Problem Tanımı ve Hedefler

Bu çalışma ile yol taşıtlarının düzlemsel yol yüzeyindeki dinamik davranışlarının parametrik incelemesini mümkün kılan bir simülasyon programının oluşturulması hedeflenmiştir. İncelemenin merkezinde ise, yol taşıtlarında giderek artan bir oranda kullanılmaya başlayan ve Torsen diferansiyeli olarak bilinen özel yapıdaki moment dağıtım sisteminin bulunması öngörülmüştür.

Torsen diferansiyeli, alternatiflerine kıyasla daha küçük bir yapısal hacim içerisinde, yüksek moment dağıtım oranlarına (MDO) olanak sağlayan bir güç iletim elemanıdır. Bu sistem, tahrik aksına bağlı tekerleklerden birinde kuvvet bağıntı katsayısının azalması ve güç iletim sisteminden bu tekerleğe gönderilen tahrik momentinin, *tutunma potansiyelini aşması durumunda* devreye girmekte, tam kilitlemeli diferansiyelde olduğu gibi, momenti kapasite ölçüsünde tekerleklere aktarmaktadır. Bununla birlikte tam kilitlemeli diferansiyelden farklı olarak, kilitlemeyi anlık olarak gerçekleştirmekte ve tekerlek yeniden yeterli tutunma özelliğine sahip yüzeye çıktığında, yapısı gereği otomatik olarak çözülmektedir. Bunu yaparken, mekanik, elektronik v.b. herhangi bir kontrol mekanizmasına ihtiyaç duymamaktadır. Ayrıca klasik sınırlı kaymalı diferansiyellerden farklı olarak, kilitlemenin gerçekleştirilebilmesi için belirli ölçüde bir tekerlek kaymasına da ( $s_A$ ) gerek duymamaktadır. Ancak, bu sistemin mümkün kıldığı yüksek moment dağıtım oranı, tekerleklerdeki tahrik kuvveti – yan kuvvet dengesini önemli ölçüde değiştirmektedir. Bunun da, diğer kilitlemeli diferansiyelerde olduğu gibi, taşıtın düşey eksen çevresinde bir savrulma momenti oluşturması ve taşıtın sürüş özelliğini tasarlanandan daha farklı bir hale getirmesi beklenir.

Bu çalışmada, temeli vektör cebirine dayanan bir matematiksel taşıt modeli kullanılarak, tahrik sistemi Torsen diferansiyeli ile donatılmış bir taşıtın;

- Mükemmel düzgünlüğe sahip yol yüzeyindeki doğrusal hareketi sırasında, tahrik tekerleklerinde tutunma potansiyelinin değişmesinin, hareket dinamiği özelliğini nasıl etkileyebileceği,

- Viraj hareketi sırasında, tahrik tekerleklerinde tutunma potansiyelinin değişmesinin, özgül yönlenme karakteristiğini nasıl etkileyebileceği,

teorik olarak araştırılmıştır. Akademik literatürde, Torsen diferansiyelinin yapısının ve moment dağıtım mekanizmasının incelendiği bazı çalışmalar bulunmaktadır. Ancak açık literatürde, özellikle bu sistemin taşıt hareket dinamiğine etkisi ile ilgili olarak gerçekleştirilmiş oldukça sınırlı sayıda çalışmaya ulaşılabilmektedir. Bunlar da, mühendislik prensiplerinin uygulanış biçimini aktarmaktan ziyade, özel uygulamalardan elde edilmiş sonuçları bildiren, otomotiv firmaları bünyesinde gerçekleştirilmiş kapalı çalışmalardır. Bu çalışmayla, bu konu ile ilgili olarak açık akademik literatürde bulunabilen sınırlı malzemeye bir ölçüde katkıda bulunulması da hedeflenmiştir.

### 1.3 Seçilmiş Mevcut Çalışmalar

Akademik literatürde, taşıtın dinamik açıdan matematiksel denklemler bütünü olarak ele alındığı sayısız çalışma bulunmaktadır. Bu bölümde, bu çalışmalar arasında öne çıkan seçilmiş bazı örneklerle değinilmiştir.

Gnadler (1971), doktora tezinde gövde ve dört tekerlekten oluşan beş kütleli bir matematiksel taşıt modeli önermiştir. Bu modelde, gövde için altı, tekerleklerin düşey hareketleri için dört olmak üzere toplam on genel koordinat tanımlanmıştır. Bu modelde bağımsız askı sistemi, kinematik olarak bu sisteme eşdeğer bir *diyagonal yön vericili askı sistemi* ile temsil edilmiştir. Sorgatz (1973) çalışmasında, Gnadler'in modelinde kullandıklarına ek olarak, iki ön tekerleğin yönlendirme eksenini çevresindeki dönme hareketi için fazladan bir genel koordinat tarif etmiştir. Schiehlen (1984), NEWEUL programını kullanarak gövde, ön aks, dört tekerlek ve kütsüz şasi – arka aks bütününden oluşan yedi kütleli, onbir genel koordinatla tarif edilen basitleştirilmiş bir model önermiştir. Bu modelde ön tekerlekler birbirlerine göre yalnızca kendi eksenleri etrafında dönme serbestliğine sahip olup, virajda eşit yönlendirme açısı almaktadır. Kuralay (1985) bir yıl sonra yayınladığı çalışmasında, biri gövde, dördü tekerlek olmak üzere toplam beş rijit kütle üzerinde tanımlanan

ondokuz genel koordinatı içeren, askı ve yönlendirme sistemlerinin uzaysal mekanizmalar olarak ele alındığı kapsamlı bir taşıt modeli yardımıyla, lastik tekerlek parametrelerinin ve askı sistemi ile direksiyon mekanizmasında kullanılan elastik elemanların taşıt seyir dinamiğine etkisini incelemiştir. Day ve arkadaşları, taşıt sürüş ve çarpışma simülasyonlarına olanak sağlayan, taşıt gövdesinde altı, sabit aksta yalpa ve yönlenme olmak üzere iki, bağımsız askı sisteminde yönlenme ve bağımsız düşey hareketi içeren iki serbestlik derecesinin tanımlandığı SIMON (SIMulation MOdel Non-linear) adlı ticari programlarını 2001 yılında tanıtmışlardır (Day ve diğer., 2001). Literatürde, daha yüksek sayıda serbestlik derecesi kullanılarak oluşturulan modellere de rastlamak mümkündür. Hirschberg ve arkadaşlarının (1984), bir ağır taşıtın sabit açısız hız altında gerçekleştirdiği viraj hareketini incelemek için oluşturdukları kırküç serbestlik dereceli matematiksel model, bu çalışmalara bir örnektir.

Klasik literatürde, bağımsız askı sistemlerinin taşıttan ayrı olarak incelendiği çalışmalar da bulunmaktadır. Bunların bazılarında sistem, iki boyutlu bir mekanizma olarak ele alınmaktadır (Reimpell, 1973) (Ellis, 1994). Bununla beraber, vektör cebri ya da yer değiştirme matrisleri kullanılarak, sistemin üç boyutlu mekanizma şeklinde incelendiği pek çok çalışmaya da rastlamak mümkündür. Prigge (1971), Matschinsky (1971), Apateur (1975), Kuralay (1987), Suh (1991), Suh ve Smith (1996), Simionescu ve Beale (2002), Mántaras ve diğer. (2004) ve Matschinsky (2007) tarafından yayınlanmış çalışmalar, bunlardan bazılarıdır.

Çalışmanın odak noktası olarak belirlenen Torsen diferansiyeli ile ilgili olarak açık literatürde ulaşılabilen nitelikli akademik ve teknik çalışma sayısı ise sınırlıdır. Sonsuz vida geometrisine sahip diferansiyelle ilgili, yazarın bilgisi dahilindeki en eski çalışmalar Brown ait 1910 ve Alcorn'a ait 1917 tarihli patentlerdir (Brown, 1918), (Alcorn, 1920). Gleasman konuyu, yaklaşık kırk yıl sonra yeniden ele almış ve çalışmasında, klasik sonsuz vida mekanizmalarından farklı olarak, sistemdeki vidanın çarktan daha büyük çapa sahip olacak şekilde ve aks tahrik dişlisi olarak tasarlanması gerektiğini ifade ederek, günümüzde Torsen diferansiyeli (Ticari olarak; Torsen T-1, Tip 1 ya da Tip A) olarak bilinen mekanizmayı ortaya koymuştur

(Gleasant, 1958). Bensinger ve Heiβing, Audi 80 Quattro<sup>®</sup>'da kullanılan Torsen diferansiyelinin güç iletim performansına etkisini, bilinen basit ve tam kilitli diferansiyellerle karşılaştırmışlardır (Bensinger ve Heiβing, 1987). Chocholek, Torsen diferansiyelinin yapısını açıkladığı, bu sistem içerisindeki güç iletimi ve kilitleme mekanizmasını basit bir matematik model şeklinde verdiği çalışmasını 1988 yılında yayınlamıştır (Chocholek, 1988). Aynı yıl, Heiβing ve arkadaşları, Tahrik aksları arasında transfer kutusu olarak kullanılan Torsen diferansiyelinin dört tekerlekten çekişli taşıtların seyir dinamiğine olan etkilerini ADAMS<sup>®</sup> paket programı ve deneysel teknikler kullanarak incelemişlerdir. (Heiβing ve diğer., 1988). Rubin ve Moskwa, yüksek hareket yeteneğine sahip çok tekerlekli bir taşıtın (HMMWV), Torsen diferansiyeli ve Hydra-matic 4L80-E otomatik vites kutusu ile donatılmış güç iletim sistemini Simulink<sup>®</sup> grafik programlama aracı yardımıyla modellemişlerdir (Rubin ve Moskwa, 1999). Shih ve Bowerman yayınladıkları çalışmada, Torsen diferansiyelini oluşturan yapı elemanlarına ait denge denklemlerini vermişler, sistemin moment dağıtım oranının ve veriminin deneysel olarak tespit edilmesini sağlayan bir yöntem önermişlerdir (Shih ve Bowerman, 2002). Kilitlemeli diferansiyellerle ilgili olarak yapılan son çalışmalardan biri olan doktora tezinde Greco, klasik kilitlemeli diferansiyel ile donatılmış arka akstan tahrikli bir taşıtın doğrusal seyir dinamiği davranışını ve elektronik kumandalı sınırlı kaymalı diferansiyel yardımıyla taşıt seyir dinamiğinin kontrol edilmesi problemini incelemiştir (Greco, 2007).

#### **1.4 Yöntem**

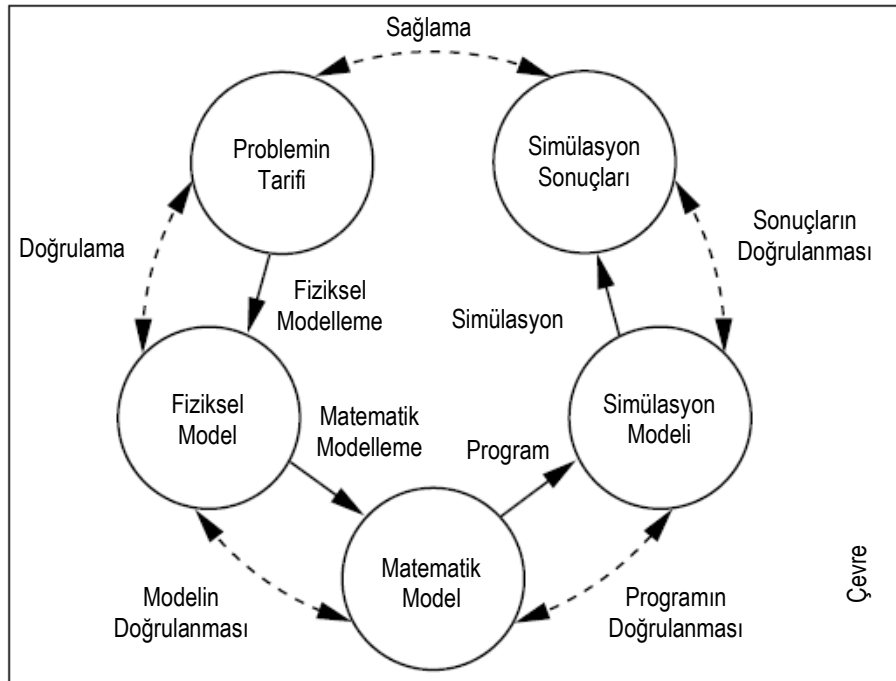
Fiziksel bir sistemin matematiksel olarak modellenmesi temeline dayanan bu çalışmada, Lugner ve Plöchl (2004) tarafından önerilen ve

- Problemin tarifi
- Fiziksel modelin oluşturulması
- Matematik modelin oluşturulması
- Simülasyon modelinin kurulması
- Simülasyon sonuçlarının değerlendirilmesi

aşamalarından oluşan bir işlem sırası uygulanmıştır. Bu yönetime ait akış şeması Şekil 1,1’de verilmektedir. Buna göre, dört tekerlekli bir yol taşıtı önce,

- Askı sistemi,
- Yönlendirme sistemi,
- Taşıt gövdesi,
- Lastik tekerlek,
- Güç iletim sistemi,

olmak üzere beş temel alt bölüme ayrılmıştır. Daha sonra, her alt bölüm için gerçek sistemin basitleştirilmiş kinematik ve/veya kinetik eşdeğeri fiziksel modeller oluşturulmuştur. Bir sonraki aşamada, alt bölümü oluşturan elemanın / elemanların uzaydaki mümkün serbestlikleri, uygun genel koordinatlar yardımıyla tanımlanmıştır.



Şekil 1.1 Bilgisayar destekli simülasyonun aşamaları (Lugner, Plöchl, 2004)

Matematiksel modelleme aşamasında ise seçilen bu genel koordinatlar üzerinden, alt sistemin diferansiyel formdaki ikinci merteye hareket denklemleri türetilmiş, böylelikle taşıtı kinetik bir model olarak ifade eden bir diferansiyel denklem sistemi elde edilmiştir. Bu sistem, zamana bağlı olarak ifade edilen tahrik momenti, direksiyon açısı gibi uyarı fonksiyonları ve seçilen genel koordinatların başlangıç değerleri kullanılarak, belirli bir zaman aralığı için, bir sayısal yöntem yardımıyla çözdürülmüştür. Böylece anılan zaman dilimi sonunda, söz konusu genel koordinatların ve bunların birinci türevlerinin değerleri belirlenmiştir. Elde edilen bu değerler üzerinden, seçilen belirli parametrelerin taşıtın özgül yönlenme karakteristiğine etkisi değerlendirilmiştir.

Simülasyon programı oluşturulurken, Kuralay, Sorgatz, Gnadler, Day ve diğer., Greco gibi araştırmacıların eserlerinden ve fikirlerinden yararlanılmıştır. Çalışmanın ilgili kısımlarında yeri geldikçe atfedilen bu çalışmalara ait ayrıntılı bibliyografik künyeler, *Kaynaklar* bölümünde verilmektedir.



## BÖLÜM İKİ

### TAŞIT MODELİNİN YAPISI

#### 2.1 Giriş

Çalışma kapsamında, Torsen diferansiyelinin taşıt seyir dinamiğine etkisi konu başlığı altında yapılan incelemeler, vektör cebri esaslı bir taşıt modeli yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Modelde yol taşıtı, biri gövde ve dördü tekerlek olmak üzere, toplam beş kütlede meydana gelmiş bir sistem olarak ele alınmıştır. Bu model yardımıyla, seçilen bir zaman aralığı boyunca, taşıt tekerleklerinde Torsen diferansiyelinin kilitleme etkisi sonucunda oluşacak tahrik kuvveti ve yan kuvvet farklılaşmalarının hareket dinamiğine etkisi araştırılmıştır.

Bu amaçla önce, gövde kütle merkezi  $SP_A$  ve tekerlek kütle merkezleri  $SP_{Ri}$  gibi taşıtın temel kinematik yapısını oluşturan noktalar, modelin serbestlik derecelerini tanımlayan genel koordinatlar dikkate alınarak, seçilen bir O referans noktasına göre, konum vektörlerinden oluşan bir vektör sistemi yardımıyla, ifade edilmiştir. Bu işlem sırasında, taşıtın ön ve arka aksında bağımsız askı sistemlerine sahip olduğu düşünülmüş ve tekerleklerin taşıt gövdesine ve birbirlerine göre yapmaları muhtemel uzaysal hareketler için gerekli sayıda serbestlik derecesi tanımlanmıştır. Modelde kullanılan eksen takımları arasındaki açısal konum farklılıkları, transformasyon matrisleri aracılığıyla tarif edilmiştir.

İkinci aşamada, modeli oluşturan kütlelere ait genel koordinatlar üzerinden türetilen ve çizgisel ya da açısal ivme ifadelerini veren ikinci derece diferansiyel denklemlerden oluşan denklem sistemi, belirli bir uyarı fonksiyonu ve zaman aralığı için, Runge-Kutta Yöntemi kullanılarak çözülmüş, böylece modeli oluşturan elemanların anılan zaman dilimi sonundaki konumları ve hız değerleri belirlenmiştir.

Son aşamada, gövde kütle merkezinin, döngü başlangıcındaki ve seçilen zaman aralığı sonundaki konumları ile yol düzlemindeki açısal ve çizgisel hızları

karşılaştırılarak, taşıt yörüngesinin ve özgül yönlenme davranışının elde edilmesi hedeflenmiştir.

## 2.2 Eksen Takımları

Taşıt gövdesinin, askı sistemlerinin ve tekerleklerin uzaydaki hareketleri beş temel eksen takımı yardımıyla tanımlanmaktadır.

### 2.2.1 Referans ve Kılavuz Eksen Takımları

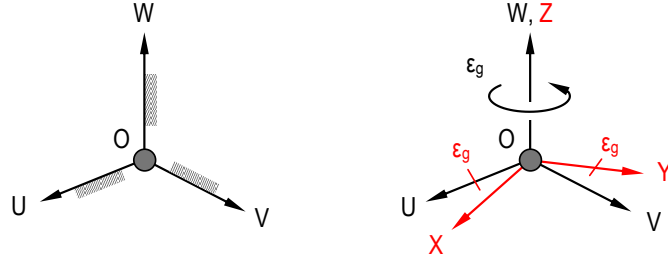
Referans eksen takımı, taşıtın yol yüzeyindeki hareketlerinin tarifinde referans alınan O noktasına sabit sistemdir. Eksenleri U, V, ve W şeklinde adlandırılan bu sistem taşıtın tüm hareketleri boyunca doğrusal ve açısal konumunu korumaktadır (SAE, 1976) (Prem ve diğer., 2001) (Rill, 2005). Burada, U-V düzlemi yol yüzeyini tarif etmektedir. Bu sistem, herhangi bir sürüş manevrasının söz konusu olmadığı başlangıç durumunda, taşıtın *savrulma*<sup>1</sup> ( $\varepsilon_g$ ) hareketinin üzerinde tanımlandığı bir kılavuz eksen takımıyla çakışmaktadır (Kuralay, 1987). Eksenleri X, Y ve Z şeklinde adlandırılan bu ikinci eksen takımında Z eksenini referans takıma göre konum değiştirmemekte, X ve Y ise U ve V'ye göre, taşıt gövdesinin savrulma miktarı ölçüsünde  $\varepsilon_g$  açısı kadar dönme hareketi yapmaktadır (Şekil 2.1).

### 2.2.2 Taşıt Gövdesine Sabit Eksen Takımı

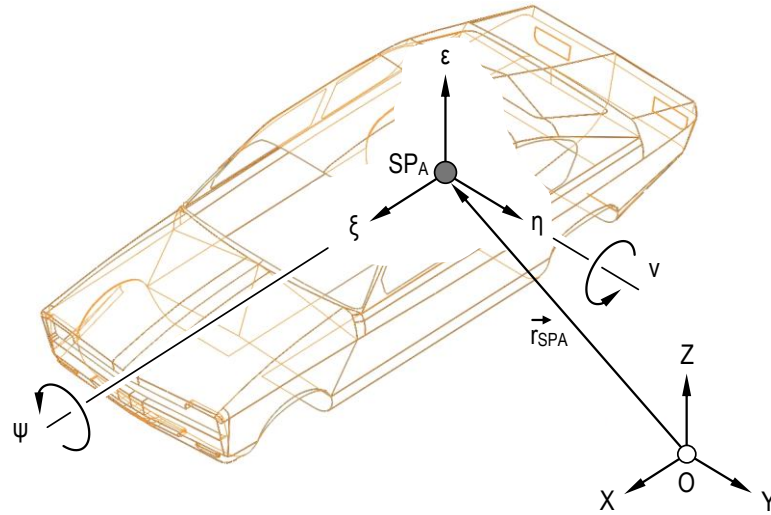
Taşıtın tüm manevraları sırasında gövde kütle merkezi  $SP_A$  ile beraber hareket eden ve buna göre doğrusal ve/veya dairesel herhangi bir serbestliği bulunmayan eksen takımınıdır. Bu takımın eksenleri sırasıyla  $\xi$ ,  $\eta$  ve  $\varepsilon$  olarak adlandırılmaktadır. Taşıtın öngörülen bir sürüş manevrası sırasında, gövde üzerinde ortaya çıkacak yalpa  $\psi$  ve baş sallama  $\nu$  açıları, bu sistemin, sırasıyla  $\xi$  ve  $\eta$  eksenleri çevresinde, Şekil 2,2'de görüldüğü gibi tanımlanmaktadır (Weber, 1990), (Kuralay, 2008a). Anılan iki

<sup>1</sup> Taşıt gövdesinin düşey eksen çevresindeki dönme hareketi, İngilizce birçok kaynakta *yaw*, Almanca kaynaklarda ise *gieren* fiilleriyle tarif edilmektedir. Dilimize tam olarak, *rotadan çıkmak* şeklinde çevrilebilen bu iki ifadenin karşılığı olarak bu çalışmada *savrulma* sözcüğü tercih edilmiştir.

açının 0 değerini aldığı başlangıç durumunda  $\xi$ ,  $\eta$  ve  $\varepsilon$ , sırasıyla, X, Y ve Z eksenlerine paraleldir. Gövdenin herhangi bir t anında O referans noktasına göre konumu ise  $\vec{r}_{SPA}$  vektörüyle tarif edilmektedir (Schmidt, 1984), (Lowndes, 1998). Tekerlek ve askı sistemi elemanlarına ait kinematik noktalar da bu eksen takımına göre ifade edilmektedir.

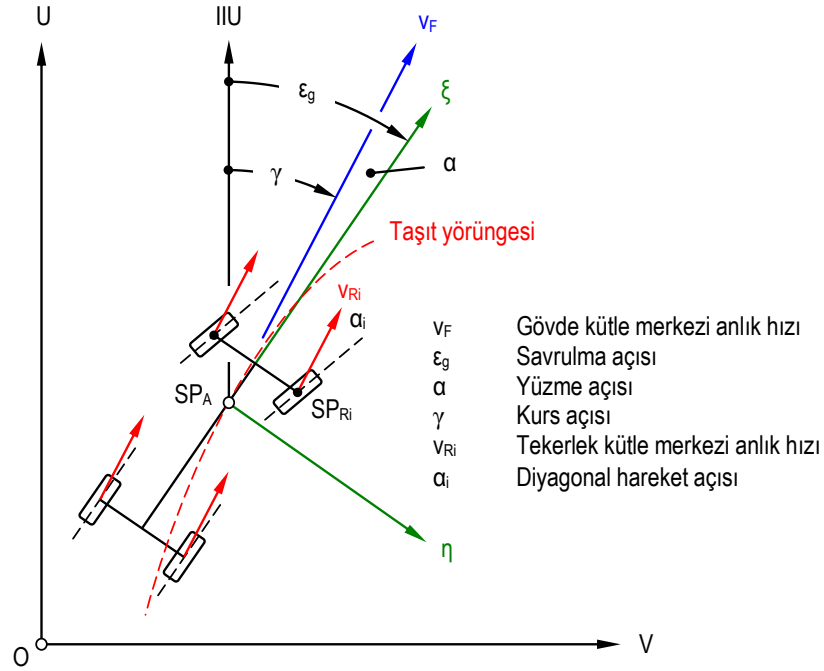


Şekil 2.1 Referans ve kılavuz eksen takımları



Şekil 2.2 Taşıt gövdesine sabit eksen takımı

Viraj hareketinde taşıt kütle merkezinin referans eksen takımına göre konumu, Şekil 2,3'te verilmektedir. Belirli bir t zamanı için taşıt gövdesinin konumunun ve hareket doğrultusunun tarifinde kullanılan bu gösterimde  $\alpha_i$ , taşıt tekerleğinin yuvarlanma doğrultusu ve hız vektörü  $v_{Ri}$  arasındaki diyagonal hareket açısını,  $\gamma$  taşıt gövdesi hız vektörü  $v_F$  ile referans eksen takımının U bileşeni arasındaki kurs açısını ve  $\varepsilon_g$ , taşıt boyuna eksenini  $\xi$  ile U arasındaki savrulma açısını ifade etmektedir (Breuer, 1985), (Gillespie, 1992).



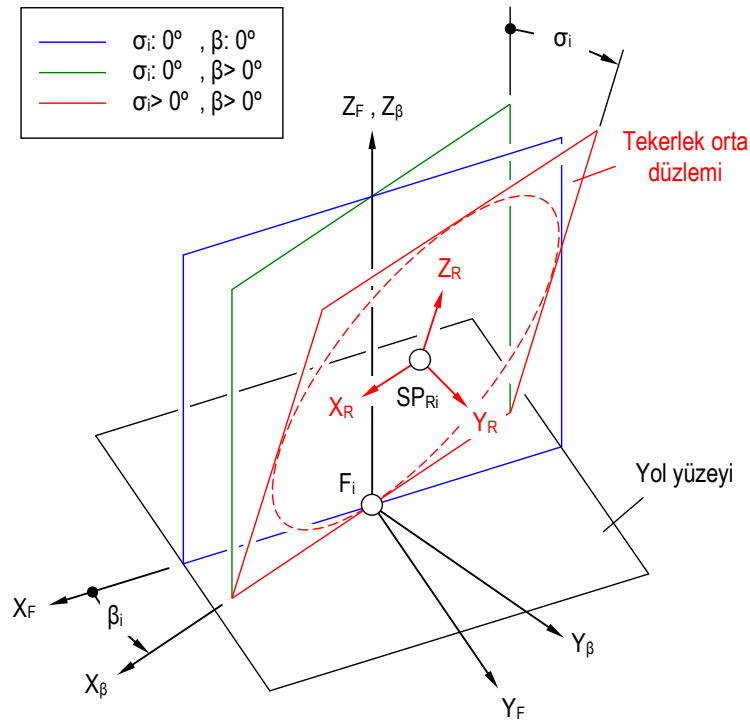
Şekil 2.3 Viraj hareketinde taşıt kütle merkezinin referans eksen takımına göre konumu (Gillespie (1992)'ye göre)

### 2.2.3 Tekerlek Eksen Takımları

Tekerleğin, yaylanma ve/veya yönlendirme sırasında taşıt gövdesine göre dinamik davranışının birden fazla eksen takımı ve düzlemle tarif edilmesi gerekmektedir (Sayers ve Han, 1995), (Pacejka, 2002). Bu eksen takımları ve düzlemler Şekil 2,4'te görülmektedir. Buna göre, en genel durumda, yönlendirilebilir bir taşıt tekerleği için üç farklı eksen takımı tanımlanabilmektedir.

Bunlardan ilki, tekerleğin yola temas ettiği F noktası üzerinde bulunan  $X_F$ - $Y_F$ - $Z_F$  takımınıdır. Taşıtın hareketsiz konumunda  $X_F$  ve  $Y_F$ ,  $\xi$  ve  $\eta$  eksenlerine göre tekerlek ön ya da arka iz açısı ölçüsünde sapmıştır. Anılan iki eksen aynı zamanda yol yüzeyini tarif etmektedir. Dolayısıyla  $Z_F$  bu yüzeye dik olarak konumlanmıştır. Taşıt tekerleğinin yönlendirilmesi, yönlendirme açısının  $\beta_i = 0$  olduğu başlangıç durumunda  $X_F$ - $Y_F$ - $Z_F$  çakışmış durumda olan ikinci bir  $X_\beta$ - $Y_\beta$ - $Z_\beta$  eksen takımı yardımıyla ifade edilmektedir. Burada i sırasıyla, 1 ve 2 olmak üzere taşıtın ön tekerleklerini simgelemektedir. Yönlendirme sırasında  $Z_\beta$  ve  $Z_F$  yine çakışık kalmak

üzere,  $X_\beta$  ve  $Y_\beta$  sırasıyla  $X_F$  ve  $Y_F$  eksenlerine göre yönlendirme açısı  $\beta_i$  ölçüsünde sapmaktadır. Kamber açısı  $\sigma$ 'nın varlığı nedeniyle,  $SP_R$ 'nin  $F$  noktasına göre konumunun tam olarak tarif edilebilmesi için tekerlek kütle merkezine sabit üçüncü bir eksen takımı olan  $X_R$ - $Y_R$ - $Z_R$ 'nin tanımlanması gerekir. Burada,  $X_R$ ,  $X_\beta$  eksenine paraleldir.  $Y_R$  ise tekerlek orta eksenini üzerinde olup,  $\sigma$  ölçüsünde açısal konum değiştirmektedir.  $Z_R$ 'de benzer şekilde düşeydeki  $Z_F$  ekseninden  $\sigma$  kadar saptır.

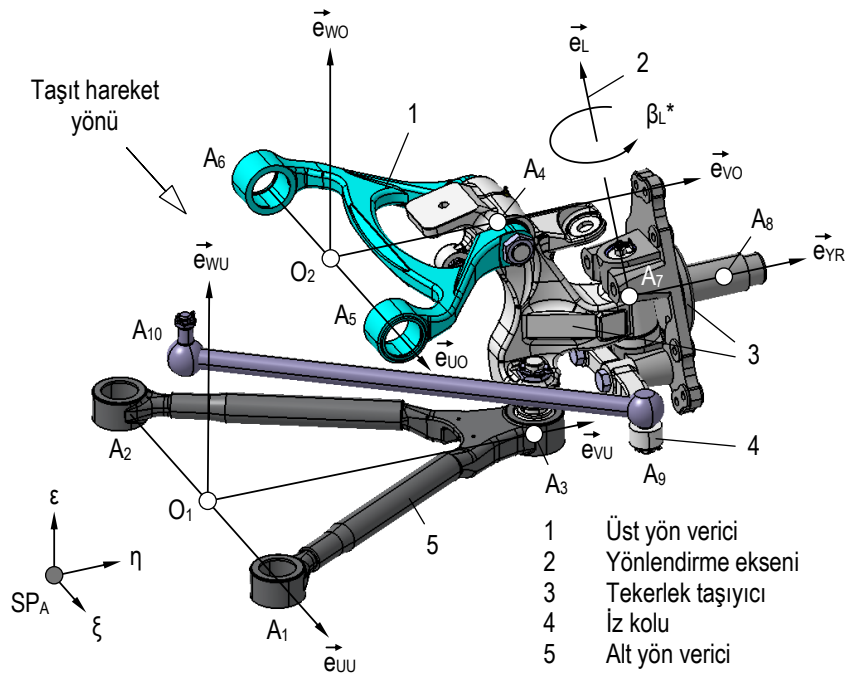


Şekil 2.4 Tekerlek düzlemleri

### 2.2.4 Askı Sistemi Eksen Takımları

Askı sistemi elemanlarına ait kinematik noktaların taşıt gövdesi kütle merkezine göre konumu, sistemi oluşturan yön vericiler üzerinde, Şekil 2,5'te görülen biçimde yerleştirilen eksen takımları yardımıyla tanımlanmaktadır. Askı sistemi eksen takımının elemanları,  $u_i$ - $v_i$ - $w_i$  ve bunlara ait birim vektör sistemi sırasıyla,  $e_{ui}$ - $e_{vi}$ - $e_{wi}$  şeklinde adlandırılmaktadır. Çalışma kapsamında yapılan incelemelere temel teşkil eden ve taşıt bağımsız askı sistemlerinin en genel durumu olarak kabul edilen çift enine yön vericili askı sisteminin temel elemanları ve konum analizinde kullanılan

eksen takımlarından bazıları Şekil 2,5'te görülmektedir. Temelde alt ve üst yön vericiler, tekerlek taşıyıcı, iz kolu ve yönlendirme çubuğundan oluşan bu sistem kinematik olarak, on adet nokta ( $A_1... A_{10}$ ) ve bunların uzaydaki yerleşiminden türetilen iki adet yardımcı nokta ( $O_1$  ve  $O_2$ ) ile tanımlanabilmektedir. Burada  $A_8$ , tekerlek kütle merkezidir.  $O_1$  noktası alt yön verici roteli  $A_3$ 'ün,  $O_2$  ise üst yön vericinin bağlantı mafsalı  $A_4$ 'ün, sırasıyla  $A_1A_2$  ve  $A_5A_6$  doğrultuları üzerindeki dik izdüşümüdür. Her iki noktada da üçer birim vektörle tanımlanan birer eksen takımı bulunmaktadır (Bukovics ve Lugner, 1980). Birim vektörlerden  $e_{UU}$  ve  $e_{UO}$ , taşıt gövdesine sabit bağlantı yataklarının ( $A_1-A_2$  ve  $A_5-A_6$ ) merkezlerini birleştiren doğrular üzerinde,  $e_{VU}$  ve  $e_{VO}$  ise sırasıyla  $O_1-A_3$  ve  $O_2-A_4$  doğruları üzerinde bulunmaktadır. Üçüncü boyuttaki  $e_{WU}$  ve  $e_{WO}$  birim vektörlerinin doğrultusu ise bağlı buldukları eksen takımındaki diğer iki elemanın vektörel çarpımından elde edilmektedir.



Şekil 2.5 Çift enine yön vericili bağımsız ön askı sisteminde birim vektör sistemi

### 2.3 Genel Koordinatlar

Bir mekanizma ya da mekanik sistemin konumunu belirlemek için değer verilmesi gereken minimum değişken sayısına o sistemin serbestlik derecesi, bu değişkenlere

de, sistemin genel koordinatları adı verilir (Dokumacı, 1991). Bu bakışla, bu çalışmada kullanılan matematiksel taşıt modeli, gövde ve lastik tekerleklerden oluşan beş adet kütle üzerinde belirlenen toplam onbeş genel koordinatla tanımlanmaktadır. Modelin dinamik tarifinde kullanılan genel koordinatlar, *taşıt gövdesinin* ve *tekerleklerin sahip oldukları* şeklinde iki ana başlık altında toplanmıştır.

Bunlar toplu olarak Tablo 2,1’de görülmektedir.

Tablo 2.1 Taşıt modelinde kullanılan genel koordinatlar

Taşıt gövdesi		
No	Genel koordinat	Kısaltma
1	Boyuna ekseninde doğrusal hareket	$X_{SPA}$
2	Enine ekseninde doğrusal hareket	$Y_{SPA}$
3	Düşey ekseninde doğrusal hareket	$Z_{SPA}$
4	Boyuna eksen çevresinde yalpa	$\psi$
5	Enine eksen çevresinde baş sallama	$\nu$
6	Düşey eksen çevresinde savrulma	$\epsilon_g$
Lastik tekerlek		
No	Genel koordinat	Kısaltma
7	Ön tekerleklerin yönlendirilmesi	$\beta_0$
8-11	Düşey ekseninde doğrusal hareket	$\epsilon_{Ri}$
12-15	Tekerlek ekseninde dönme hareketi	$\phi_i$

Burada  $X_{SPA}$ ,  $Y_{SPA}$  ve  $Z_{SPA}$ , taşıt gövdesi kütle merkezinin kılavuz eksen takımına göre, belirli bir t anı için tarif edilmiş koordinatlarıdır. *i* alt indisi, tekerlek numarası olup 1 ile 4 arasında değişmektedir. Tekerlek kamber açısı  $\sigma_i$ , yalpa ve baş sallama açılarının doğrudan ve savrulma açısının dolaylı fonksiyonu olduğundan, burada ayrı bir serbestlik olarak dikkate alınmamaktadır.

Taşıtın yol yüzeyinde gerçekleştirmesi öngörülen, viraj dönüşü ya da iz değiştirme gibi herhangi bir hareket manevrası, bu koordinatlar üzerinden türetilen ikinci mertebe diferansiyel denklemler yardımıyla matematiksel olarak tanımlanabilmektedir. Söz konusu denklemlerin, seçilen başlangıç ve sınır koşulları üzerinden zamana bağlı sayısal çözümünden elde edilen sonuçlar kullanılarak,

seçilen manevra tipi için taşıta uygulanan belirli girdi fonksiyonları sonucunda taşıtın dinamik cevabı, parametrik olarak incelenebilmektedir.

Modelde, diferansiyel mekanizmasının kilitleme özelliğinin hareket dinamiği üzerindeki etkisinin açıkça değerlendirilebilmesi için;

- Gövde ve askı sistemi elemanlarının rijit olduğu,
- Askı sistemi elemanlarının gövdeye bağlantılarının rijit yataklar vasıtasıyla gerçekleştirildiği

kabul edilmiştir. Böylelikle askı sistemine ait elastik bağlantı elemanlarının taşıtın özgül yönlenme karakteristiği üzerindeki etkileri dikkate alınmamıştır.

## 2.4 Vektör Transformasyonu ve Transformasyon Matrisi

Taşıt modelinde kullanılan eksen takımları, tanımlanan genel koordinatların izin verdiği serbestlikler nedeniyle, belirli bir hareket manevrası boyunca uzayda birbirine göre değişik açısız konumlar alabilir. Benzer şekilde, bir askı sistemi uzaysal bir mekanizma olarak ele alındığında, sistemi oluşturan uzuvlar arasındaki hareketin ifade edilebilmesi için sabit ve hareketli birer referans eksen takımına ihtiyaç duyulur (Haug ve Sohoni, 1984), (Schmidt, 1984), (Suh, 1989). Bu nedenle, anılan eksen takımlarından birine göre tanımlanmış bir vektörün, bir başka eksen takımında ifade edilmesi için bu iki takım arasında transformasyon matrisi olarak da adlandırılan dönme tansörlerinin tanımlanması gerekir (Suh ve Radcliffe, 1978) (Schiehlen, 1984) (Nikraves, 1984) (Shabana, 2001) (Shabana, 2005). Bir  $A_0$  vektörünün, doğrusal ve açısız konumları bilinen iki referans eksen takımı arasındaki vektör transformasyonu

$$A_1 = T^{-1} \cdot A_0 \quad (2.3)$$

şeklinde ifade edilir (Rill, 1997), (Blundell ve Harty, 2006). İfadedeki  $T^{-1}$ , eksen takımları arasında tarif edilen ters transformasyon matrisidir. İki koordinat sistemi



arasında başka eksen takımları bulunuyorsa, bu iki sistem arasındaki transformasyon, arada kalan n adet ters transformasyon matrisinin çarpımı olarak,

$$T^{-1} = T_1^{-1} \cdot T_2^{-1} \dots T_n^{-1} \quad (2.4)$$

şeklinde yazılabilir (Meriam, 1966), (Schmidt, 1984), (Kuralay, 1985), (Riedel, 1985), (Klein 2005).

Bölüm 2,2'de açıklanan eksen takımları arasında, matematiksel modeli oluşturan elemanlarının serbestlikleri dikkate alınarak dört temel transformasyon matrisi oluşturulabilir. Taşıt gövdesine bağlı  $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$  ve yol yüzeyine sabit X-Y-Z eksen takımları arasındaki transformasyon, yalpa ( $\psi$ ) ve baş sallama ( $\nu$ ) açılarına bağlı olarak,

$$T_{AF} = \begin{bmatrix} \cos \nu & \sin \nu \cdot \sin \psi & \sin \nu \cdot \cos \psi \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ -\sin \nu & \cos \nu \cdot \sin \psi & \cos \nu \cdot \cos \psi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

şeklinde yazılabilir. Tekerlek temas ( $F_i$ ) noktasından yola temas eden tekerlek orta düzlemi ile yol yüzeyine sabit X-Y-Z eksen takımı arasındaki transformasyon, tekerlek yönlendirme açısı  $\beta_i$  ve kamber açısı  $\sigma_i$  dikkate alınarak, yukarıdakine benzer şekilde,

$$T_{RF} = \begin{bmatrix} \cos \beta_i & \sin \beta_i & 0 \\ -\sin \beta_i \cdot \cos \sigma_i & \cos \beta_i \cdot \cos \sigma_i & \sin \sigma_i \\ \sin \beta_i \cdot \sin \sigma_i & -\cos \beta_i \cdot \sin \sigma_i & \cos \sigma_i \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

matrisi yardımıyla ifade edilebilir. Yönlenme durumunda tekerlek orta düzlemi ile kılavuz eksen takımı arasındaki transformasyon ise,

$$T_{\beta F} = \begin{bmatrix} \cos \beta_i & \sin \beta_i & 0 \\ -\sin \beta_i & \cos \beta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

şeklindedir. Referans ve kılavuz eksen takımları arasında, yukarıda belirtilen genel koordinatlardan yalnızca savrulma ( $\varepsilon_g$ ) tanımlandığından, anılan iki takım arasındaki vektör transformasyonu,

$$T_{FO} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_g & \sin \varepsilon_g & 0 \\ -\sin \varepsilon_g & \cos \varepsilon_g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

matrisiyle ifade edilebilir (Kuralay, 1985).

## 2.5 Simülasyon Programı

Oluşturulan simülasyon programı temel olarak, birbiriyle ilişkili halde çalışan;

- Askı sistemi kinematik büyüklüklerinin ve yönlendirme açılarının,
- Lastik tekerleğe ait kinematik büyüklüklerin,
- Lastik tekerleğe ait kuvvet ve momentlerin

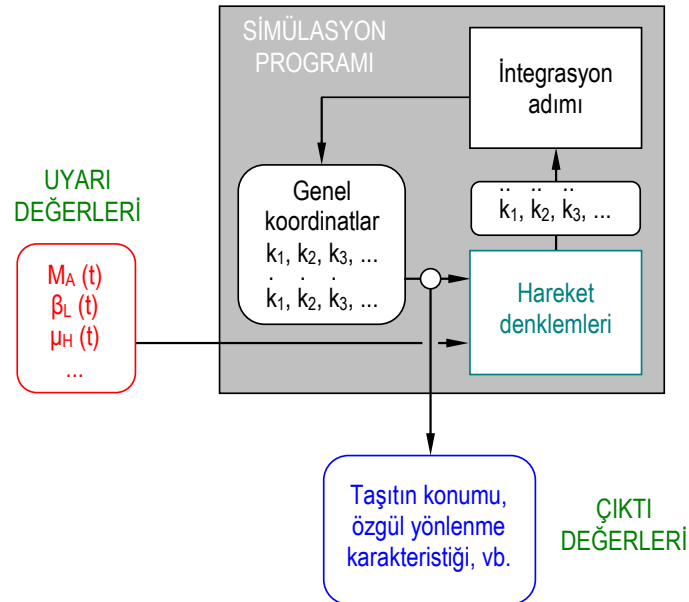
hesaplandığı ve

- Tekerleklere ait hareket denklemlerinin,
- Taşıt gövdesinin hareket denklemlerinin

çözdürüldüğü başlıca beş alt program, yardımcı program parçaları ve bunlardan gelen sonuçları değerlendiren bir ana programdan oluşmaktadır. Her alt program parçasının dayandığı teori ve hesaplama prensipleri, ilgili bölümde açıklanmıştır.

Simülasyon programına ait basit ve kapsamlı akış şemaları sırasıyla, Şekil 2,6 ve Şekil 2,7’de verilmektedir. Bir hesaplama adımında program içerisindeki işlem sırası aşağıda özetlenmektedir.

- Seçilen manevra tipine göre tahrik momenti  $M_A$ , direksiyon açısı  $\beta_L$ , tekerlek tutunma katsayısı  $\mu_H$  gibi giriş değerleri, zamanın fonksiyonu olarak programa tanıtılır.
- $X_{SPA}$ ,  $Y_{SPA}$ ,  $Z_{SPA}$ ,  $\psi$ ,  $v$ ,  $\varepsilon_g$ ,  $\beta_L$ ,  $\varepsilon_{Ri}$  ve  $\varphi_{Ri}$  genel koordinatlarına ve bunların birinci türevleri olan hız ifadelerine ait başlangıç değerleri programa girilir.



Şekil 2.6 Simülasyon programının basit akış şeması

- Uygulanan tahrik momentine karşılık, güç ileten tekerleklerin yeterli  $P_i$  düzey yüküne ve  $\mu_{Hi}$  tutunma katsayısına, diğer bir deyişle kuvvet bağıntı potansiyeline sahip olması, ya da daha açık olarak;

$$M_{Ai} \leq \mu_{Hi} \cdot P_i \cdot R_{Di} \quad (2.9)$$

koşulunun sağlanması durumunda, tekerleklere eşit olarak dağıtılır. Burada,  $R_{Di}$ ,  $i$  numaralı tekerleğin dinamik yarıçapıdır.

- Tekerleklerin dönme dinamiğinden türetilen ikinci mertebe diferansiyel denklemler, tekerleklere iletilen momentler kullanılarak çözülür.
- Tekerlek temas noktalarında oluşacak kuvvet ve momentlerin (tahrik kuvveti  $A_i$ , yan kuvvet  $S_i$ , ve geri getirme momenti  $M_{Ri}$ ) hesaplanabilmesi için gerekli diyagonal hareket açısı  $\alpha_i$  ( $^\circ$ ) ve kayma  $s_{Ai}$  (%) değerleri, tekerlek kinematığı alt programından, taşıtın söz konusu zaman aralığında boyuna ekseninde sahip olduğu  $\dot{X}_{SPA}$  hızı yardımıyla sağlanır.
- Elde edilen açısal hızlar,  $A_i$ ,  $S_i$ , ve  $M_{Ri}$  değerlerinin hesaplandığı alt programda giriş değeri olarak kabul edilir.
- Askı sistemi alt programı yardımıyla, direksiyon açısı  $\beta_L$  üzerinden, tekerleklerin yönlendirme açısı  $\beta_i$  bulunur.
- Askı sistemi alt programı yardımıyla, tekerlek kütle merkezi  $SP_R$ 'nin ( $A_8$ ), taşıt gövdesi kütle merkezi  $SP_A$ 'ya göre  $\psi$  ve  $\nu$  açılarına bağlı olarak hesaplanan düşey yer değiştirmesi  $\varepsilon_{A8}$  üzerinden askı sisteminin,  $\sigma_i$ ,  $\delta_i$ ,  $\varepsilon_R$  gibi temel kinematik büyüklükleri ve tekerlek kuvvetlerinin taşıt gövdesine iletiği kinematik  $OA_i$  noktalarının anlık konumu hesaplanır.
- Tekerlek temas noktasında tanımlı  $A_i$ ,  $S_i$ , ve  $M_{Ri}$ , yönlendirme açısı  $\beta_i$ , kamber açısı  $\sigma_i$  ve transformasyon matrisleri yardımıyla, tekerlek kütle merkezine sabitlenmiş  $X_R$ - $Y_R$ - $Z_R$  takımında üç kuvvet ve üç moment bileşeni olarak ifade edilir.
- $OA_i$  ve  $SP_{Ri}$  noktaları ve askı sisteminin taşıt enine ve boyuna eksenlerindeki ani dönme merkezlerini ( $MQ_i$ ,  $ML_i$ ) birleştiren  $\vec{e}_{UL}$  birim vektörü kullanılarak, tek sanal yön vericiden oluşan basitleştirilmiş askı sistemi geometrisi belirlenir.
- Taşıt gövdesinin yalpa ve baş sallama hareketleri de dikkate alınarak hesaplanan  $\varepsilon_{A8}$  ve  $\dot{\varepsilon}_{A8}$  değerleri kullanılarak, yay, amortisör ve stabilizatör kuvvetleri,  $F_F$ ,  $F_D$  ve  $F_S$  hesaplanır. Söz konusu yaylandırma ve sönümleme elemanlarının katsayıları tekerlek temas noktasına indirgenmiş değerler olup, oluşturdukları kuvvetler  $SP_{Ri}$  noktalarına etkimektedir.

- Sanal yön verici üzerinde, belirli bir integrasyon aralığı için kurulan kuvvet dengesi yardımıyla,  $OA_i$  noktasına etkiyen kuvvet ve moment bileşenleri hesaplanır.
- Tüm tekerlekler için hesaplanan bu bileşenler,  $OA_i$  noktasının, taşıt gövdesi kütle merkezine göre konum vektörü  $r_{OA_i}$  ve ilgili transformasyon matrisi de kullanılarak,  $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$  eksen takımında, üç kuvvet ve üç moment bileşenine indirgenir.
- Bu bileşenler ve ilgili vektör transformasyonları kullanılarak,  $X_{SPA}$ ,  $Y_{SPA}$ ,  $Z_{SPA}$ ,  $\psi$ ,  $\nu$ ,  $\varepsilon_g$  genel koordinatları için türetilen diferansiyel denklemler yardımıyla taşıt gövdesinin, söz konusu hesap aralığı için konum ve hız bileşenleri hesaplanır.
- Hesaplanan değerler, referans eksen takımında, U ve V koordinatı olarak ifade edilir.

Yukarıda verilen işlem sırası sonunda, genel koordinatlar için elde edilen yeni değerler, bir sonraki hesaplama adımında giriş değeri olarak kullanılır. Bu şekilde, belirlenen bir simülasyon süresi sonunda, taşıtın seçilen parametrik değerler için özgül yönlenme karakteristiği belirlenir.

İşlem sırasının üçüncü basamağında, diferansiyel tarafından tekerleğe iletilen tahrik momentinin, bu tekerleğin o andaki tutunma potansiyelini aşması halinde, diferansiyelin kilitleme etkisi devreye girer ve moment tekerleklerle, öngörülen moment dağıtım oranı ölçüsünde paylaşılır.

Program, çalışmanın temelde matris cebirine dayanması nedeniyle, uygunluk açısından MATLAB<sup>®</sup> programı kullanılarak yazılmıştır. Yukarıda adı geçen genel koordinatlardan türetilen ikinci mertebe diferansiyel denklemlerin zamana göre çözümlerinde, bir sayısal yöntem olan Runge-Kutta yaklaşımı kullanılmıştır. Yöntem, ilgili literatürde ayrıntılı olarak açıklanmaktadır (Zurmühl, 1965) (Aydın ve diğer., 1995) (Chapra ve Canale, 2003).

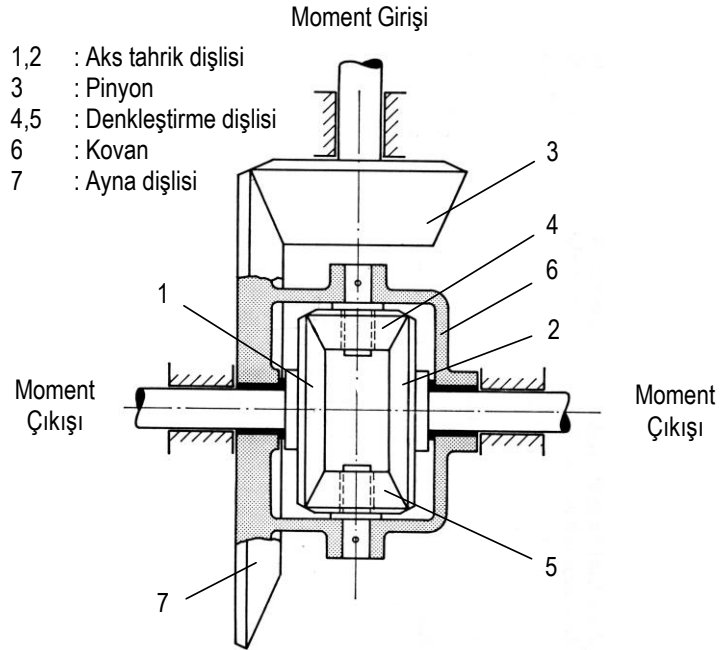


## BÖLÜM ÜÇ

### TORSEN DİFERANSİYELİ

#### 3.1 Giriş

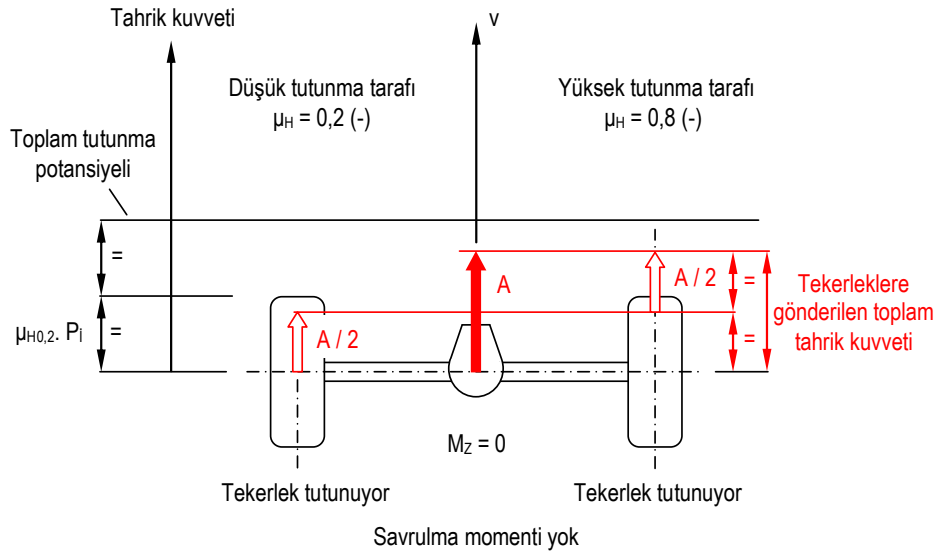
Taşıt tekniğinde, aynı moment kaynağına bağlı birden fazla tahrik tekerleğinin yola farklı devir sayısı talebi altında güç aktarabilmesi, *devir sayısı dengeleyici* veya *diferansiyel* olarak bilinen sistemler yardımıyla sağlanmaktadır. Taşıt tahrik sistemlerinde, momentin tekerleklere dağıtımı ve devir sayısı dengelemesi, genellikle düz ya da konik planet dişli mekanizmaları tarafından gerçekleştirilmektedir. Şekil 3.1’de, aynı aksa bağlı tahrik tekerlekleri arasında simetrik moment paylaşımına olanak sağlayan klasik bir konik planet diferansiyel görülmektedir (Hischhorn, 1991). Bu mekanizmada, planet dişliler (4,5) *denkleştirme dişlisi*, dişli sistemini içinde muhafaza eden 6 numaralı eleman ise *kovan* olarak adlandırılır.



Şekil 3.1 Basit konik planet diferansiyel (Hischhorn, 1967)

Vites kutusundan gelen döndürme momenti bir *pinyon* (3) vasıtasıyla, kovan üzerine monte edilen ve *ayna dişlisi* adı verilen bir dişli üzerinden (7) sisteme alınarak denkleştirme dişlileri vasıtasıyla, tekerlek tahrik millerinin ucuna bağlı konik *aks*

*tahrik dişlilerine* (1,2) eşit olarak dağıtılır. Taşıtın doğrusal hareketi sırasında denkleştirme dişlileri yalnızca tahrik aksı ekseninde çevresinde dönerken, viraj hareketi söz konusu olduğunda buna ilaveten kendi eksenleri etrafında da dönerler. Bu sayede, moment dağıtımının yanı sıra, tekerleklerin diferansiyel hareket yapabilmesi, yani ihtiyaçları ölçüsünde farklı devir sayılarıyla dönebilmesi de mümkün olur (Jante, 1965) (Kinzer, 1977). Ancak tahrik momentinin dağıtıldığı elemanlar arasında kurulan bu tip bir kinematik ilişki, planet dişli mekanizmasının yapısından kaynaklanan önemli bir olumsuzluğu da beraberinde getirir: Tekerleklerin farklı tutunma özelliğine sahip yüzeyler üzerinde bulunmaları halinde taşıtın güç aktarabilme potansiyeli, Şekil 3,2’de görüldüğü gibi, düşük tutunma katsayısına sahip yüzey tarafından sınırlandırılır (Lorenz ve diğer. 1986a) (Zomotor, 1987) (Kuralay, 2008a).



Şekil 3.2 Tekerlekleri farklı tutunma katsayısına sahip yüzey üzerinde bulunan tahrik aksı

Bu sınırın üzerindeki bir moment yüklemesinde ise zayıf zemin üzerindeki tekerlek, yola tutunabilme özelliğini kaybeder. Bunun sonucunda tekerleğin devir sayısı kontrolsüz olarak artar; Bir başka deyişle, tekerleğin yol yüzeyi üzerinde kayma miktarı, olması gerekenin üzerinde değerlere ulaşırken yol-tekerlek arası kuvvet bağıntı katsayısı giderek azalır. Tekerlek patinaj yapmaya başlar. Mekanizmanın bu olumsuz özelliğinden dolayı, basit planet diferansiyelle bağlanmış iki tekerleğin,



patinaj yapmaksızın yüklenebileceği en yüksek moment, ancak kaygan zemine oturan tekerleğin yola aktarabileceğinin iki katı kadar olabilmekte ve sağlam zeminde bulunan tekerleğin yüksek güç iletebilme potansiyelinden yeterli ölçüde yararlanılamamaktadır (Erzi, 1975) (Lorenz ve diğer., 1986). Ön ve arka tekerlekler arasındaki moment dağıtımı benzer şekilde yapılan birden fazla akstan tahrikli taşıtların tahrik aksları arasında da aynı durum söz konusudur. Bu nedenle günümüz taşıtları için öngörülen diferansiyeller, hemen her zaman, tahrik tekerleklerinin kontrolsüz dönüşünü sınırlandıran yani bunları birbirine kısmen veya tamamen kilitleyen mekanik, hidrolik ya da elektronik bir yardımcı sistemle birlikte kullanılmaktadır.

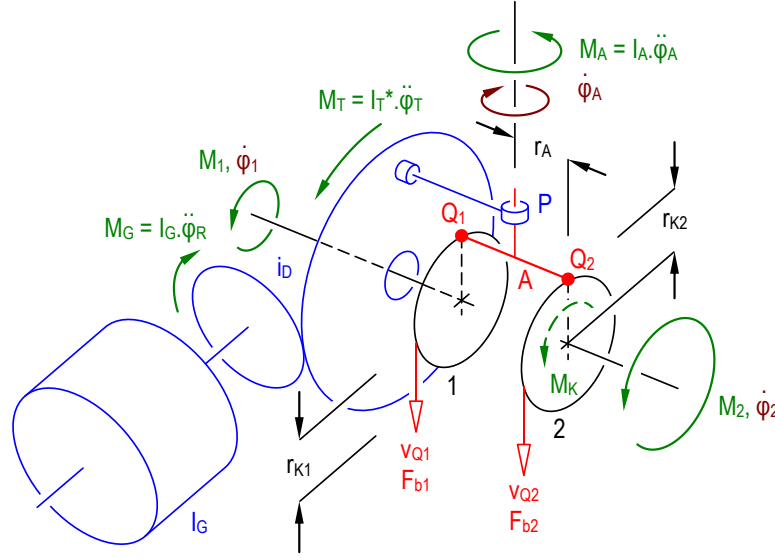
### 3.2 Moment Dağıtım Oranı (MDO)

Genel yapı tarzındaki kilitlenebilir diferansiyele ait fiziksel model Şekil 3,3'te görülmektedir. Burada G sisteme moment girişini sağlayan pinyon milini, T kovana bağlı ayna dişlisini, A elemanı denkleştirme dişlisini (şematik), 1 ve 2 numaralı elemanlar ise momenti bölünmüş olarak sistem dışına alan aks dişlilerini simgelemektedir.  $R_A$  Denkleştirme dişlisi bölüm dairesi yarıçapı,  $Q_1$  ve  $Q_2$ , denkleştirme dişlisinin diş temas noktaları,  $v_{Q1}$  ve  $v_{Q2}$  ise bu noktaların çizgisel hızıdır. Aks dişlilerinin bölüm dairesi çapları  $r_{K1}$  ve  $r_{K2}$ 'nin birbirinden farklı olması durumunda sistemde, konstrüktif açıdan öngörülmüş bir oran dahilinde ve dolayısıyla simetrik olmayan bir moment paylaşımı söz konusudur.

Kısmen ya da tamamen kilitlenebilme özelliğine sahip bir diferansiyelin, tahrik tekerlekleri / aksları arasında moment aktarabilme yeteneği, *kilitleme değeri* olarak adlandırılan kavram yardımıyla kantitatif biçimde ifade edilir. Tanım olarak kilitleme değeri S, tahrik tekerleklerinin taşıdığı momentlerin farkının, yola aktarılan toplam momente oranı olarak;

$$S = \frac{M_2 - M_1}{M_1 + M_2} \cdot 100 \quad (\%) \quad (3.1)$$

şeklinde verilir (Zomotor, 1987), (Lechner ve Naunhaimer, 1999) (Kuralay, 2008.a). Burada  $M_1$  ve  $M_2$ , sırasıyla, düşük ve yüksek tutunma özelliğine sahip yüzeylerde bulunan tekerleklere dağıtılan momentleri göstermektedir.



Şekil 3.3 Kilitlenebilir diferansiyelin genel fiziksel modeli

Kural olarak, simetrik moment dağıtımına olanak sağlayan bir diferansiyelin bünyesinde herhangi bir kilitleme etkisi bulunmaması durumunda, tahrik edilen tekerleklere dağıtılan momentler eşittir ( $M_1 = M_2$ ). Kilitlenebilir özellikteki bir diferansiyelde ise tekerlekler arasındaki izafi hareketin sınırlanmasından ötürü bu denge bozulacağından ( $M_1 \neq M_2$ ), sistemde oluşturulacak kilitleme momenti  $M_K$ , bu momentlerin farkına eşit olup (3.1) denkleminde;

$$M_1 + M_2 = M_G \cdot i_D \cdot \eta_D \quad (3.2)$$

olmak üzere,

$$M_K = M_2 - M_1 \quad (3.3.a)$$

ya da,

$$M_K = \frac{S}{100} \cdot M_G \cdot i_D \cdot \eta_D \quad (3.3.b)$$

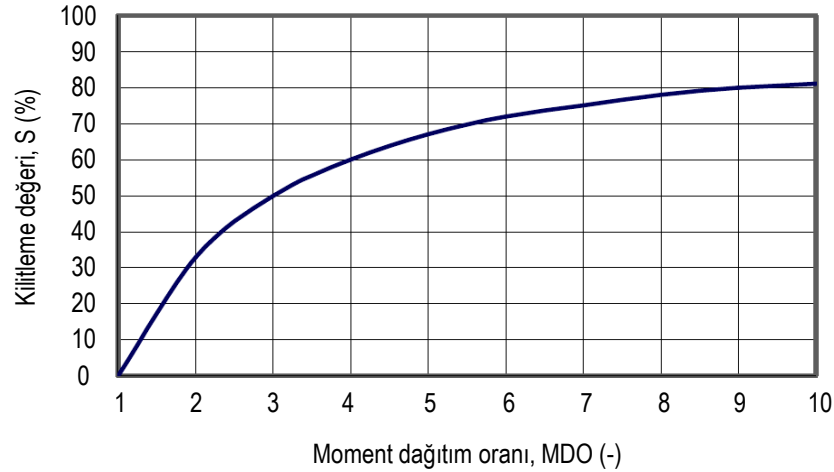
şeklinde türetilir. Burada,  $i_D$  diferansiyel çevrim oranını,  $M_G$  tahrik sisteminden diferansiyel pinyonuna iletilen toplam giriş momentini,  $\eta_D$  diferansiyel mekanizması verimini sembolize etmektedir. (3.3.b) Denkleminde  $S$ , % olarak dikkate alınmaktadır. Toplam çıkış momentinin tahrik millerine dağılımı ise kilitleme değeri esas alınarak hesaplanır. Yüksek tutunma katsayısına sahip yüzeyde bulunan tekerleğe aktarılan moment yüzdesel olarak;

$$\varphi_H = \frac{S}{2} + 50 \quad (\%) \quad (3.4)$$

denklemini yardımıyla bulunur. Buna göre, bir diferansiyelin %50'lik kilitleme değerine sahip olması, tahrik momentinin  $\varphi_H = \%75$ 'ini yüksek yol tutuşuna sahip tekerleğe aktarabilme yeteneğini ifade eder. Kilitleme değerinin, yukarıda açıklananlardan biraz daha farklı şekildeki bir diğer ifadesi de, moment dağıtım oranı (MDO) olarak bilinmektedir. Moment dağıtım oranı, tahrik tekerlekleri farklı zeminlerde bulunan bir aksa ait diferansiyelin tutunmanın daha yüksek olduğu taraftaki tekerleğe, gevşek zeminde bulunanın maksimum kaç katı moment aktarabileceğinin ölçüsüdür. Örneğin, %50'lik kilitleme değerine sahip bir diferansiyel için bu oran 3,0:1 şeklindedir. Kilitleme değeri ve moment dağıtım oranı arasındaki ilişki, Şekil 3.4'te görüldüğü gibidir.

### 3.3 Torsen Diferansiyeli

Kilitlenebilme özelliğine sahip devir sayısı dengeleyici mekanizmaların ilgi çekici tiplerinden bir tanesi, özellikle yüksek kapasiteli modern taşıtların bazılarında uygulanan ve *Torsen diferansiyeli* olarak bilinen sistemdir. *Torsen* sözcüğü, İngilizce'de *döndürme momentini hisseden* anlamına gelen *torque sensing* sözcüklerinin kısaltılarak birleştirilmesinden oluşmaktadır (Bargo, 1984).



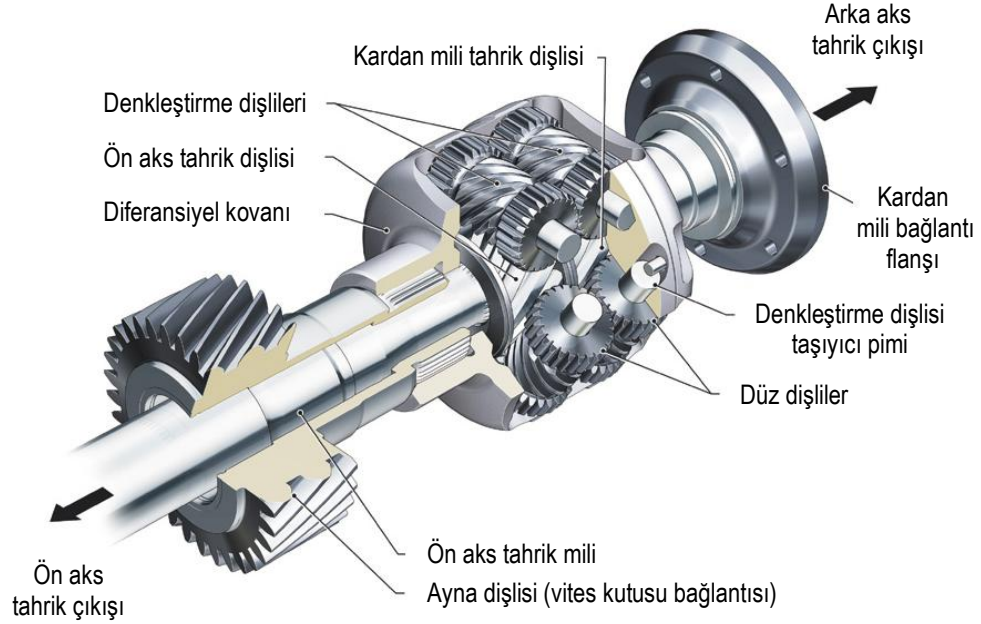
Şekil 3.4 Diferansiyel kilitleme değerinin, moment dağıtım oranına bağlı değişimi (Chocholek, 1988).

Bu sistem, tekerleklerin patinaj yapmadan yola aktarabileceği moment miktarını *sezerek*, motor momentini bu ihtiyaç doğrultusunda dağıtabilme yeteneği sayesinde, tahrik tekerleklerinin farklı tutunma özelliğine sahip yüzeyler üzerinde bulunmasından doğabilecek çekiş problemlerini önemli ölçüde ortadan kaldırmakta ve taşıtın güç iletim potansiyelini klasik diferansiyellere göre oldukça üst sınırlara çekmektedir.

Şekil 3.5'te genel yapısı, Şekil 3.6'da ise kesiti görülen bu sistem esas olarak, üç çift denkleştirme dişlisi, üzerinde bu dişlileri taşıyan üç çift pim, denkleştirme dişlileriyle temas halindeki iki adet aks tahrik dişlisi, kilitleme tesirini kuvvetlendiren üç adet sürtünme bileziği paketi ve tüm bu yapı elemanlarından oluşan bütünü, içinde muhafaza eden bir kovandan ibarettir. Aks tahrik dişlilerinin helis yönleri aynıdır. Ayrıca denkleştirme dişlileri doğrudan birbirleriyle temasta olmayıp, her iki yanlarına açılmış düz dişliler aracılığı ile bağlanmıştır. Bu yapım tarzı, *Invex® dişli sistemi* olarak adlandırılmaktadır.

Özel bir helisel dişli kombinasyonuna sahip olan Torsen diferansiyelinin yapı elemanları esas itibarıyla, sonsuz vida mekanizmasına benzer bir geometriye göre tasarlanmıştır. Bilindiği gibi, temel olarak çapları farklı ve birbiriyle eş çalışan iki helisel dişliden oluşan sonsuz vida mekanizmaları, yük altında tek yönden tahrik

edilebilir sistemlerdir (Akkurt, 1990). Daha açık bir ifade ile, dişli sisteminde pinyon görevi gören sonsuz vida dişlisi, bundan daha büyük bir çapa sahip olan çarkı tahrik edebilir.



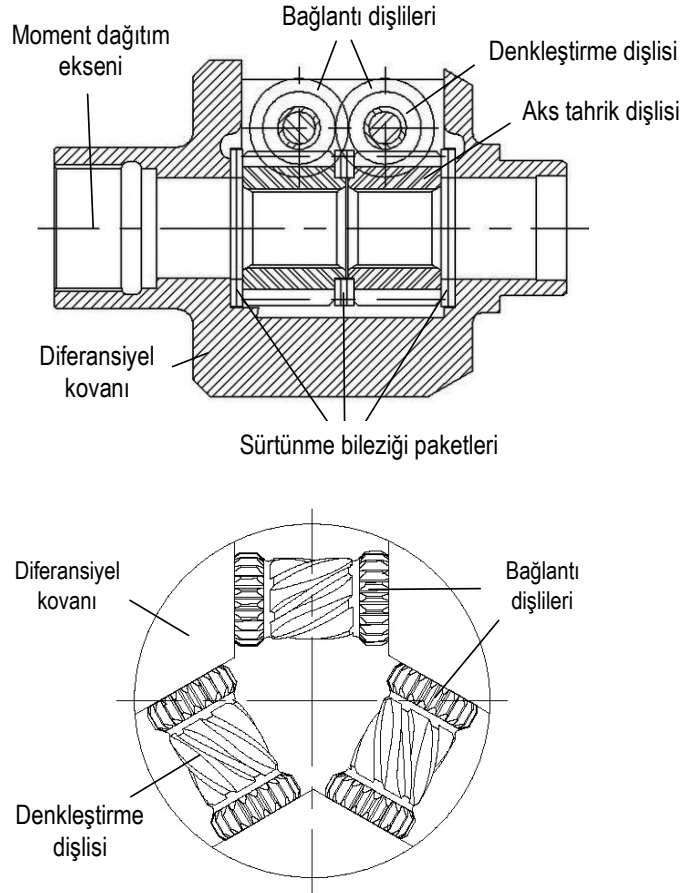
Şekil 3.5 Audi A4 Quattro®'da momenti ön ve arka aksa dağıtan Torsen merkez diferansiyelinin yapım şekli ve elemanları

Ancak bunun tersi olarak, çarka döndürme momenti uygulanırsa, temas eden dişler arasındaki sürtünme katsayısı ve dişli kavrama açısı  $\alpha$  arasında,

$$\frac{\mu}{\operatorname{tg}\alpha} \geq \operatorname{tg}\lambda \quad (3.5)$$

bağıntısının sağlanması durumunda sistemde otoblokaj oluşur ve vida üzerinden hareket alınamaz. Burada,  $\lambda$  diş eğim açısı (lead angle) olup helis açısı  $\beta$ 'nin tümler açısıdır ( $\lambda = 90^\circ - \beta$ ). Torsen diferansiyelinde bu prensip eğer doğrudan uygulanacak olursa, aks dişlilerinin diferansiyel harekette bulunmaları mümkün olmaz. Bu nedenle böyle bir ilişki Torsen diferansiyelinde kullanılmamaktadır (Rubin ve Moskwa, 1999). Burada kullanılan dişli sistemini normal bir sonsuz vida mekanizmasından ayıran en önemli özellik, konstrüksiyonu oluşturan dişlilerin çaplarıdır; Denkleştirme dişlileri, çark geometrisine, bölüm dairesi çapı bunlara

oranla daha büyük olan aks tahrik dişlileri ise vida formuna sahiptir. Ayrıca diş eğim açısı, kendini kilitleyebilen normal sonsuz vida mekanizmalarına kıyasla daha büyüktür. (Gleasman, 1958).



Şekil 3.6 Torsen “University special” diferansiyelinin kesit ayrıntısı (Kaynak: [www.torsen.com](http://www.torsen.com))

### 3.4 Torsen Diferansiyelinde Kilitleme Etkisi

Torsen diferansiyelinin kilitleme değeri, aks tahrik dişlilerinin helis (ya da diş eğim) açısına ve sistem içerisinde sürtünme etkisi oluşturan elemanların yüzey özelliklerine bağlıdır. Taşıtın tahrik edilen aksına bağlı tekerleklerden birinde, yol-tekerlek arası kuvvet bağıntı katsayısının azalması durumunda, yoldan tekerleğe gelen reaksiyon kuvveti ile bu tekerlekle irtibatlı aks tahrik dişlisinden denkleştirme dişlisine iletilen kuvvet azalır. Dolayısıyla, kovanla beraber dönen denkleştirme dişlilerine, her iki taraftan temasta buldukları aks tahrik dişlilerinden etkilenen

kuvvetlerin dengesi bozulmuş olur. Konik planet diferansiyelde olduğu gibi, kovan zayıf yüzey tarafındaki tekerleği boşa dönmeye zorlar ve bu tekerleğe bağlı aks tahrik dişlisi (vida), kendisiyle temas halinde bulunan denkleştirme dişlisini (çark) harekete geçirmeye çalışır. Dişliler arasında oluşan temas kuvveti, denkleştirme dişlilerinin uçlarında bulunan düz bağlantı dişlileri üzerinden, sağlam zemine temas eden tekerleğin aks tahrik dişlisine iletilir. Ancak bu durumda, kayma tehlikesi olmayan taraftaki denkleştirme dişlisi, aks tahrik dişlisini döndürmeye çalışır. Diş temas kuvvetleri aynı zamanda, sistemi oluşturan dişlileri eksenleri boyunca kaydırmaya da çalışır. Bunun sonucunda,

- Diş kuvvetleri nedeniyle moment dağıtım eksenini çevresinde ( $M_{R1}, M_{R2}$ )
- Aks tahrik dişlileri ve sürtünme bileziklerinin temas yüzeylerinde ( $M_{R3}, M_{R4}$ )
- Bağlantı dişlilerinin alın yüzeyi ile kovan iç yüzeyi arasında ( $M_{R5}, M_{R6}$ )

harekete karşı sürtünme momentleri ortaya çıkar. Bu momentler şematik olarak Şekil 3.7’de verilmektedir.

Döndürme momenti  $M_E$ , konvansiyonel diferansiyelde olduğu gibi kovan üzerinden sisteme alınmakta ve denkleştirme dişlileri vasıtasıyla aks dişlilerine ve dolayısıyla aks millerine  $M_1$  ve  $M_2$  olarak dağıtılmaktadır. Kovan üzerinden denkleştirme dişlileri aracılığıyla aks tahrik dişlisi üzerine etkiyen kuvvet, parçanın bir tür helisel dişli olması nedeniyle Kartezyen koordinat sisteminde üç elemandan oluşan uzaysal bir kuvvet vektörü olarak ifade edilebilir (Şekil 3.8). Sürtünme momentleri ve bunları oluşturan kuvvetler aşağıdaki gibidir;

Aks ve denkleştirme dişlilerinin diş temas yüzeyinde sürtünme kuvvetleri  $F_c$  ve  $F_d$  nedeniyle oluşan sürtünme momentleri, diş yan yüzeyine etkiyen normal kuvvetler  $F_1$  ve  $F_2$  yardımıyla,

$$F_c = F_1 \cdot \mu_1 \quad (3.6)$$

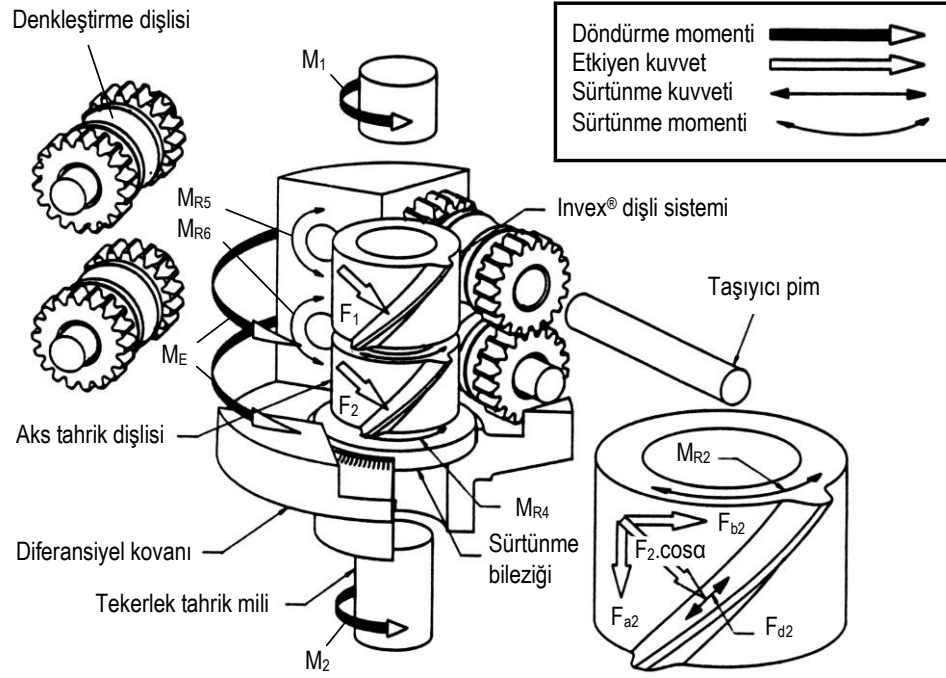
$$F_d = F_2 \cdot \mu_2 \quad (3.7)$$

üzerinden,

$$M_{R1} = F_c \cdot r_{K1} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \quad (3.8)$$

$$M_{R2} = F_d \cdot r_{K2} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \quad (3.9)$$

olarak yazılabilir. Burada  $\mu_1$  ve  $\mu_2$  aks tahrik dişlisi ve denkleştirme dişlisinin helisel diş temas yüzeyine ait sürtünme katsayısıdır.



Şekil 3.7 Torsen diferansiyeli içerisinde sürtünme momenti ilişkisi (Chocholek, 1988)

Aks dişlilerine etkiyen diş kuvvetinin moment dağıtım eksenini doğrultusundaki aksinel bileşenleri ve bunların oluşturduğu ilave sürtünme momentleri,  $\mu_3$ , aks tahrik dişlileri alın temas yüzeylerinin sürtünme katsayısı,  $\mu_4$ , bu dişlilerin kovana temas ettiği yüzeyler arasındaki sürtünme katsayısı,  $R_3$  ve  $R_4$  aks dişlileri ve kovan arasındaki efektif sürtünme yarıçapı olmak üzere;

$$F_{a1} = F_1 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad (3.10)$$

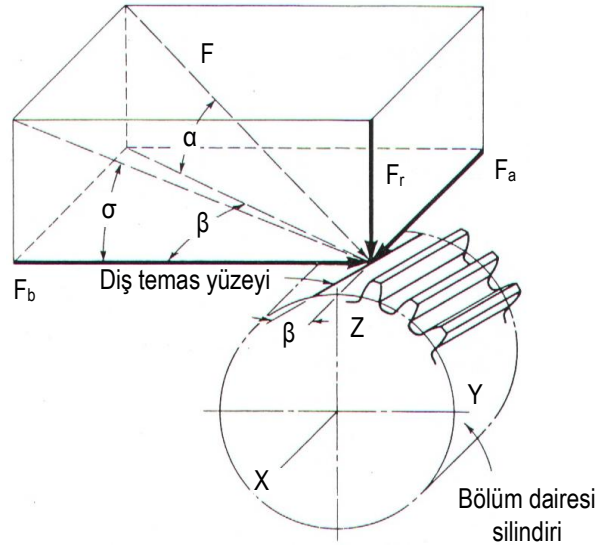
$$F_{a2} = F_2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad (3.11)$$

$$M_{R3} = F_1 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot R_3 \cdot \mu_3 \quad (3.12)$$

$$M_{R4} = F_2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot R_4 \cdot \mu_4 \quad (3.13)$$



şeklindedir.



Şekil 3.8 Silindirik helisel dişli çarkta diş kuvvetleri (Shigley, 1977)

Diş kuvvetinin denkleştirme dişlileri ekseni doğrultusundaki bileşenleri ve bunların kovan iç duvarına temas ettiği noktalarda oluşturduğu ilave sürtünme momentleri,  $\mu_5$  ve  $\mu_6$  bağlantı dişlilerinin alın yüzeyi ve kovan iç duvarı arası sürtünme katsayıları,  $R_5$  ve  $R_6$ , bağlantı dişlileri alın yüzeyi ve kovan arasındaki efektif sürtünme yarıçapı olmak üzere;

$$F_{b1} = F_1 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \quad (3.14)$$

$$F_{b2} = F_2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \quad (3.15)$$

$$M_{R5} = F_1 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot R_5 \cdot \mu_5 \quad (3.16)$$

$$M_{R6} = F_2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot R_6 \cdot \mu_6 \quad (3.17)$$

şeklindedir. Türetilen son iki ifadede  $M_{R5}$  ve  $M_{R6}$ , moment dağıtım ekseni doğrultusunda etkimemektedir. Bu iki sürtünme momenti bileşeninin tahrik aksı eksenine,  $r_{K1} = r_{K2} = r_K$  ve  $r_{A1} = r_{A2} = r_A$  ve;

$$i_R = \frac{r_K}{r_A} \quad (3.18)$$

olmak üzere;

$$M_{R5}' = M_{R5} \cdot i_R = M_{R5} \cdot \frac{r_K}{r_A} \quad (3.19)$$

$$M_{R6}' = M_{R6} \cdot i_R = M_{R6} \cdot \frac{r_K}{r_A} \quad (3.20)$$

şeklinde indirgenir. Böylece, kilitleme momenti  $M_K$ , sistem içerisinde meydana gelen tüm sürtünme momentlerinin toplamı olarak;

$$M_K = M_{R1} + M_{R2} + M_{R3} + M_{R4} + (M_{R5} + M_{R6}) \cdot \frac{r_K}{r_A} \quad (3.21)$$

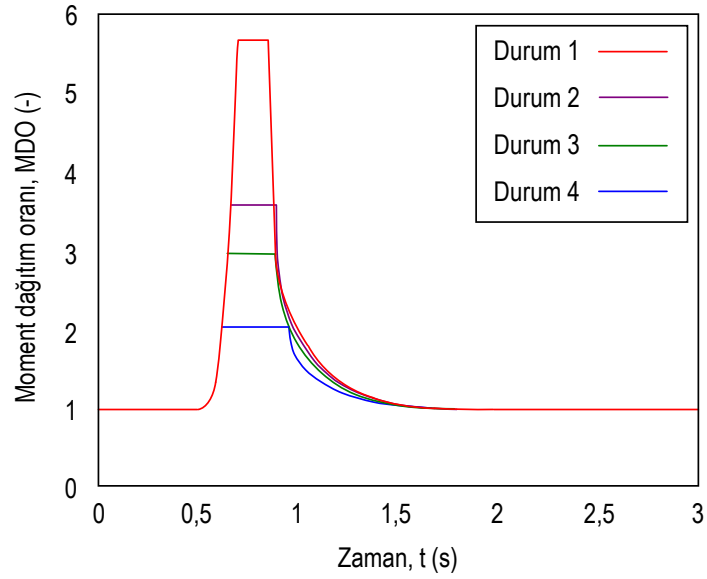
şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda Torsen diferansiyelinin kilitleme yüzdesi, (3.3.b) denklemine göre;

$$S = \frac{M_K}{M_E} \cdot 100 (\%) \quad (3.22)$$

şeklini alır (Chocholek, 1988). MDO, bu değer yardımıyla Şekil 3.4 üzerinden belirlenebilir. Tekerleklerinden biri 0,4 saniyelik bir zaman dilimi boyunca kaygan zemin üzerinden geçen, Torsen diferansiyeli ile donatılmış bir tahrik aksında MDO'nun, dış eğim açısı, kavrama açısı ve dış sürtünme katsayısının ( $\mu_{maks}$ ) muhtelif değerlerine göre değişimi Tablo 3.1 ve Şekil 3.9'da görülmektedir (Rubin ve Moskwa, 1999).

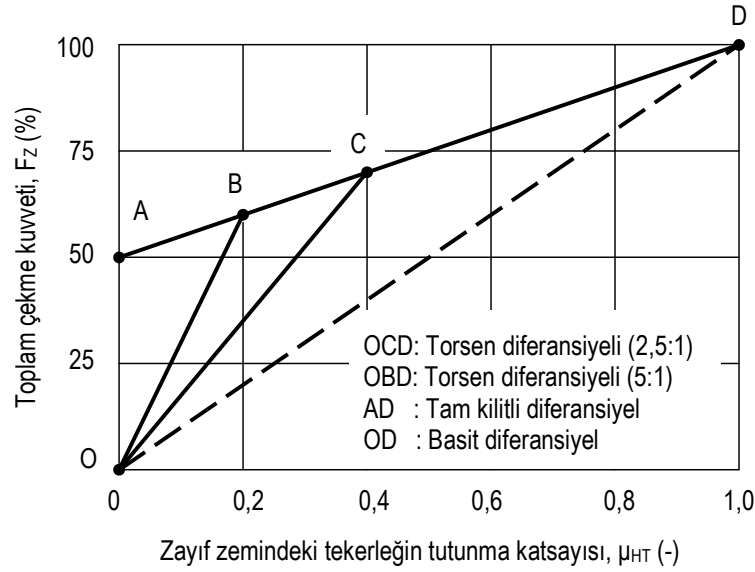
Tablo 3.1 Torsen diferansiyelinde MDO'nun yapısal parametrelere bağlı değişimi

Durum	Diş eğim açısı, $\lambda$ (°)	Kavrama açısı, $\alpha$ (°)	$\mu_{maks}$	Maksimum moment dağıtım oranı (MDO)
1	30	30	0,35	5,67
2	30	40	0,25	3,60
3	30	30	0,25	3,00
4	40	30	0,25	2,05



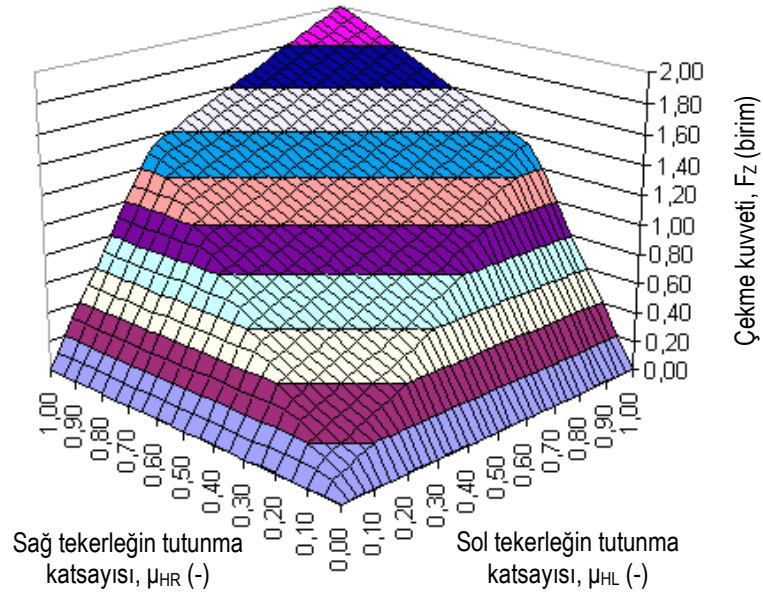
Şekil 3.9 Rubin ve Moskwa'ya (1999) göre Torsen diferansiyelinde MDO'nun yapısal parametrelere bağlı değişimi

Yol tutuşunun yetersiz olduğu durumda, Torsen diferansiyelinin kilitleme değerinin, tahrik aksında oluşturulabilecek çekme kuvveti potansiyeline etkisi Şekil 3.10'da görülmektedir (Chocholek ve Ferbitz, 1972), (Chocholek, 1988), (Shih, 2002), (Bensinger, Heißing, 1987). Bu gösterimde, her tekerleğin, toplam aks yükünün yarısını taşıdığı, tahrik tekerlekleri arasında düşey yük transferine neden olacak herhangi bir dinamik etkinin bulunmadığı ve bir tekerleğin, tutunma katsayısı ( $\mu_{HT}$ ) 0 ile 1 arasında değişebilen teorik bir yüzey üzerinde olduğu varsayılmaktadır. Sağlam zemindeki tekerleğin tutunma katsayısı, tüm durumlarda sabit olup,  $\mu_{HH}=1,0$  (-)'dir. Burada dikkat çeken nokta, zayıf zemindeki tutunmanın belirli bir değerin üzerinde olması halinde Torsen diferansiyelinin AD hattı (Şekil 3.10) üzerinde çalışması, bir başka deyişle bir tam kilitli diferansiyel gibi davranmasıdır. Bunun anlamı, tahrik momentinin tekerleklere, tutunma potansiyeli ölçüsünde dağıtılması ve zayıf zemindeki tekerleğin kayma değerinin ( $s_A$ ), yüksek tutunma tarafındaki ile aynı olmasıdır. Ayrıca, klasik lamelli ve viskoz kavramalı sınırlı kaymalı diferansiyellerden farklı olarak, tekerlekte henüz patinaj meydana gelmeden bu kilitleme işlemi gerçekleştirilebilmektedir.



Şekil 3.10 Farklı kilitleme oranları için diferansiyelin çekme kuvveti karakteristiği (Chocholek 1988) (Shih, 2002)

Bu örnekte, 2,5 MDO değerine sahip Torsen diferansiyeli, C noktasından itibaren ( $\mu_{HH} = 0,4$  (-) ve üzeri değerlerde) tamamen kilitlenmektedir. Kırık çizginin O ve C noktaları arasında kalan kısmının eğimi, kilitleme değeri ile orantılıdır. Sistemin iç sürtünme etkisinin artırılmasıyla bu noktayı, AD doğrusu üzerinde sola kaydırmak mümkündür (Örneğin, MDO= 5 için B noktası). Bu da, tekerlekler arasında tam kilitlemenin sağlanması için ihtiyaç duyulan kuvvet bağıntı katsayısı değerinin aşağıya çekilmesi ve zayıf zemindeki tekerlek için tutunmanın çok düşük olduğu durumlarda daha yüksek çekme kuvveti değerlerine ulaşılabilmesi anlamına gelir. Şekil 3.10'da işaret edilmesi gereken bir diğer nokta,  $\mu_{HT} = 0$  durumunda, tahrik aksından yola kuvvet aktarılamaması, yani bu durumda Torsen diferansiyelinin tıpkı basit bir diferansiyel gibi davranması ve devreye girebilmek için çok az da olsa zayıf zemin tarafından gelecek bir reaksiyon kuvvetine ihtiyaç duymasıdır. Bu da, bu sistemin güç iletimi açısından en olumsuz yönünü oluşturmaktadır. Her iki tekerlekte de tutunma katsayısının 0 ile 1 arasında değişmesi durumunda oluşan çekme kuvveti tanım yüzeyi Şekil 3.11'de görülmektedir.



Şekil 3.11 MDO: 3 olan Torsen diferansiyeli için çekme kuvveti tanım yüzeyi (Mensa, 2005)

Torsen diferansiyelinin yapısı, 6,0:1 ve daha üzeri moment dağıtım oranlarına ulaşılmasını mümkün kılmaktadır. Bu da, sisteme alınan toplam döndürme momentinin %85'ten fazlasının, yüksek tutunma özelliğine sahip tekerleğe yönlendirilebilmesi anlamına gelir.

### 3.5 Açısal İvmelenme Durumunda Tekerlek Hareket Denklemleri

Belirli bir dönme eksenini çevresinde  $\ddot{\phi}$  açısal ivmesi altında dönen  $I_0$  kütle atalet momentine sahip dairesel bir katı cismin temel hareket denklemi,

$$I_0 \cdot \ddot{\phi} = \Sigma M \quad (3.23)$$

şeklinde verilir (Şuhubi, 1980). Değeri zamanın fonksiyonu olarak değişebilen  $M_A(t)$  tahrik momentine ve  $P_i$  düşey yüküne maruz bir taşıt tekerleğinin, düzlemsel yol yüzeyindeki genel hareket durumu için serbest cisim diyagramı Şekil 3.12'de görülmektedir. Diferansiyelden tekerleğe dağıtılan tahrik momenti  $M_{Ai}(t)$ , aks tahrik dişlisinin  $Q_2$  dişine etkiyen boyuna yöndeki  $F_{b2}$  kuvvetinden oluşmaktadır. Tekerlek,

bu dişliye  $G^*$  mafsalı yardımıyla bağlı olup, dişli eksenini ve tekerlek eksenini  $Y_R$  arasında kamber açısı  $\sigma$  kadar açısal bir fark bulunmaktadır. Bu fark ihmal edilebilir düzeydedir. Burada  $M_{Bi}(t)$ , hareket sırasında tekerleğin frenlenmesi halinde etkiyebilecek fren momentini,  $F_R$  ise,

$$F_{Ri} = f_{Ri} \cdot P_i \cdot \cos \alpha_s \quad (3.24)$$

olmak üzere,  $i$  numaralı tekerleğe etkiyen yuvarlanma direncini simgelemektedir.  $\alpha_s$  Taşıtın yokuş tırmanması durumundaki yokuş eğimi,  $f_{Ri}$  yuvarlanma direnç katsayısıdır (Lechner, Naunhaimer, 1999), (Kuralay, 2008a). Tekerleğin moment etkisiyle,  $\dot{\varphi}_i$  açısal hızı ve  $\ddot{\varphi}_i$  açısal ivmesi altında dönmesi durumunda denklem (3.23), Şekil 3.12’de verilen genel durum için, tekerlek temas yüzeyine etki eden geri getirme momenti  $M_{Ri}$  ve  $\sigma_i$ ’de dikkate alınarak,

$$I_{Y_{Ri}} \cdot \ddot{\varphi}_i = M_{Ai}(t) - M_{Bi}(t) - (A_i + F_{Ri}) \cdot R_{Di} - M_{Ri} \cdot \sin \sigma_i \quad (3.25)$$

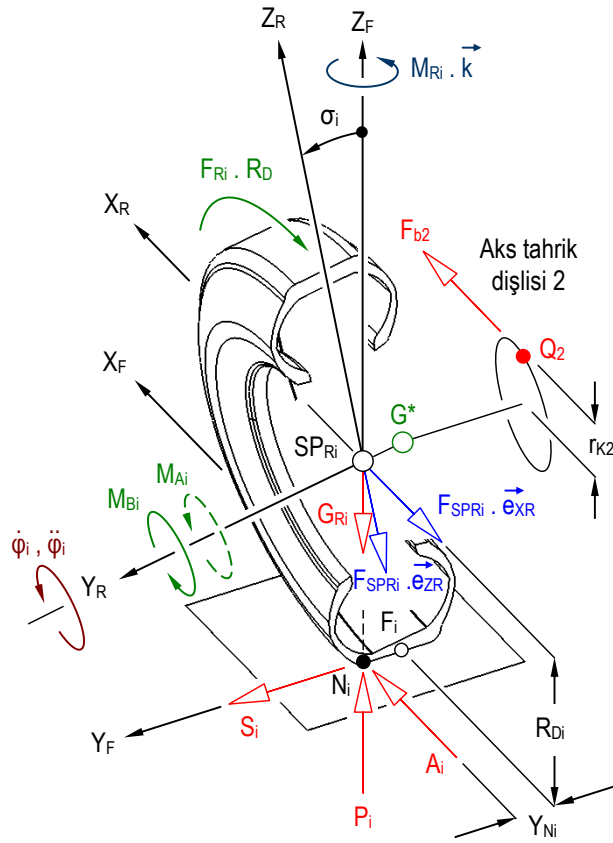
şeklinde yazılır (Mitschke, 1972), (Greco, 2007) (Lugner, 1982) (Kuti, 2001) (Schiehlen ve Popp, 2010). Burada  $I_{Y_{Ri}}$ , tekerleğin  $SP_{Ri}$  kütle merkezine sabit  $Y_R$  eksenine göre kütle atalet momentidir. Yalnızca fren momenti etkisi altındaki tahriksiz tekerlek için aynı diferansiyel denklem, daha basit olarak,

$$I_{Y_{Ri}} \cdot \ddot{\varphi}_i = -M_{Bi}(t) + (B_i - F_{Ri}) \cdot R_{Di} - M_{Ri} \cdot \sin \sigma_i \quad (3.26)$$

ya da tekerlek açısal ivmesi yalnız bırakılarak,

$$\ddot{\varphi}_i = \frac{1}{I_{Y_{Ri}}} (-M_{Bi}(t) + (B_i - F_{Ri}) \cdot R_{Di} - M_{Ri} \cdot \sin \sigma_i) \quad (3.27)$$

haline getirilebilir.



Şekil 3.12 Tahrik edilen tekerlekte kuvvet ve moment dengesi

Sisteme yalnızca tahrik momenti etkimesi durumunda, kuvvet ve momentler denkleme,

$$M_{Ai} = -M_{Bi} \quad (3.28)$$

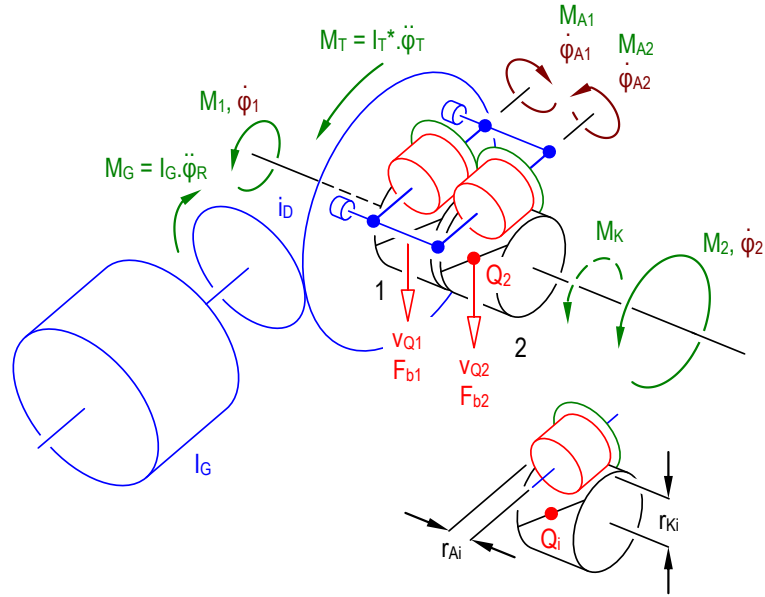
$$A_i = -B_i \quad (3.29)$$

şeklinde dahil edilebilir. Hareket denklemi, düzenlendiğinde,

$$I_{YR1} \cdot \ddot{\phi}_1 = -M_{B1}(t) + (B_1 - F_{R1}) \cdot R_{D1} - M_{R1} \cdot \sin \sigma_1 + F_{b1} \cdot r_K \quad (3.30)$$

şekline gelir. Burada  $M_{B1}$  ve  $M_{B2}$  diferansiyel çıkışında dağıtılan momentler olup, sistemin moment dağıtım oranına göre farklılık gösterir.

Torsen diferansiyelinin fiziksel modeli Şekil 3.13'te görülmektedir.



Şekil 3.13 Torsen diferansiyelinin genel fiziksel modeli

Kilitlemenin olmadığı durumda, ayna dişlisine etki eden,

$$M_T = I_T^* \cdot \ddot{\phi}_T \quad (3.31)$$

momenti, tekerlekte tahrik momentini ortaya çıkaran  $F_b$  çevresel kuvvetlerini oluşturur. Burada,  $I_T^*$ , ayna dişlisi ile motor ve diğer aktarma organlarının, ayna dişlisi eksenine indirgenmiş eşdeğer kütle atalet momenti olup, Chen'e (1982) göre,

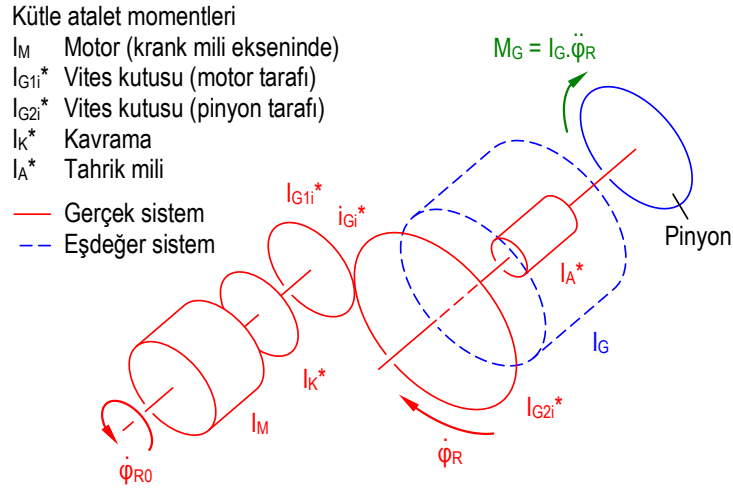
$$I_T^* = I_T + i_D^2 \cdot I_G \quad (3.32)$$

ve bu denklemdeki  $I_G$ ,

$$I_G = (I_A^* + I_{G2i}^*) + (I_M + I_K + I_{Gi}^*) i_{Gi}^2 \quad (3.33)$$



şeklinde ifade edilir. (3.33) Denklemine,  $I_M$  motorun (krank mili eksenine indirgenmiş),  $I_K^*$  kavramanın,  $I_A$  tahrik milinin  $I_{G1i}^*$  ve  $I_{G2i}^*$  ise vites kutusunun  $i$ . Basamağı için, sırasıyla motor ve pinyon tarafındaki dişlilerin kütle atalet momentleridir (Şekil 3.14).  $i_{Gi}$ , söz konusu vites basamağının çevrim oranıdır.  $I_G$  ve dolayısıyla  $I_T^*$ , sürüş manevrasının gerçekleştirildiği vites basamağına ait dişli çiftinin kütle atalet momentlerine göre farklı değerler alır.

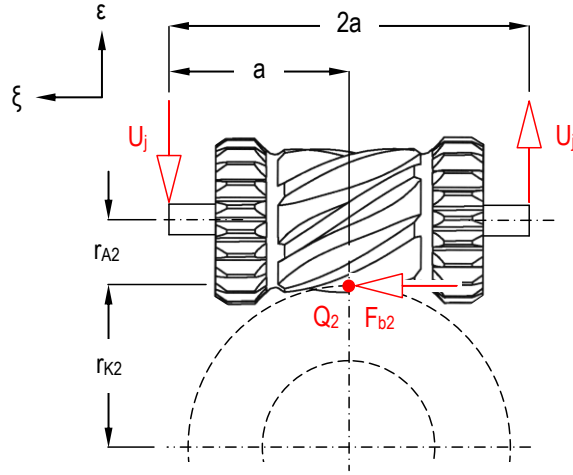


Şekil 3.14 Güç iletim elemanlarının kütle atalet momentlerinin pinyon mili eksenine indirgenmesi

Tekerleklere moment iletimi sırasında, tek denkleştirme dişlisinin  $\xi$ - $\varepsilon$  düzlemindeki kuvvet dengesi, serbest cisim diyagramı üzerinde Şekil 3.15'te görülmektedir. Burada  $F_b$  kuvvetleri, denkleştirme dişlilerinin eksenine paralel doğrultuda ancak anılan eksenden, bölüm dairesi yarıçapı  $r_A$  kadar uzakta etmektedir. Bu kuvvetlerin  $\xi$ - $\varepsilon$  düzleminde oluşturduğu moment, taşıyıcı pim üzerinde  $U_j$  tepki kuvvetleriyle karşılanır.  $U_j$  kuvvetlerinin her taşıyıcı pime yaklaşık aynı  $a$  uzaklığından etki ettiği düşünülerek,

$$\sum_{j=1}^2 U_j \cdot 2.a = \sum_{j=1}^2 F_{bj} \cdot r_A \quad (3.34)$$

moment dengesi yazılabilir.



Şekl 3.15 Denkleştirme dişlisi için  $\xi$ - $\varepsilon$  düzleminde kuvvet dengesi

Sistemde tek dişli çifti kullanılması durumunda  $j=2$ , standart üç dişli çifti için  $j=6$ 'dır. Burada diferansiyelin taşıt gövdesi kütle merkezine göre sabit konumu koruduğu ve gövdeye rijit yataklandığı varsayılmaktadır. Ayna dişlisinin diferansiyel denklemi, sistemde tek dişli çifti bulunması özel durumu için Şekil 3.16 üzerinden,

$$I_T^* \cdot \ddot{\phi}_T = \sum_{j=1}^2 F_{bj} \cdot r_A \quad (3.35)$$

olarak türetilir. Böylece, ayna dişlisinde,

$$(I_T + i_D^2 \cdot I_G) \ddot{\phi}_T = - \sum_{j=1}^2 F_{bj} \cdot r_A \quad (3.36)$$

ve  $F_b$  için,

$$F_b = - \frac{I_T + i_D^2 \cdot I_G}{2 \cdot r_A} \cdot \ddot{\phi}_T \quad (3.37)$$

eşitlikleri geçerlidir.



$$\dot{\phi}_T = \frac{(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2)}{2} \quad (3.40)$$

şeklinde ifade edilebilir (Akkurt, 1990). Böylece (3.37) denklemi, denkleştirme ve aks tahrik dişlileri arasındaki çap farklılığı da dikkate alınarak, (3.18) denklemi üzerinden;

$$F_b = -\frac{I_T + i_D^2 \cdot I_G}{2 \cdot \frac{r_K}{i_R}} \cdot \left( \frac{(\ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_2)}{2} \right) \quad (3.41)$$

halini alır. Bu ifade, denklem (3.30)'da ifade edildiğinde, diferansiyel denklem ifadesi,

$$\left( I_{YRi} + \frac{i_R \cdot (I_T + i_D^2 \cdot I_G)}{4} \right) \cdot \ddot{\phi}_i + \left( \frac{i_R \cdot (I_T + i_D^2 \cdot I_G)}{4} \right) \cdot \dot{\phi}_i = \sum M_i \quad (3.42)$$

yazılabilir. Burada,

$$\sum M_i = -M_{Bi}(t) + (B_i - F_{Ri}) \cdot R_{Di} - M_{Ri} \cdot \sin \sigma_i \quad (3.43)$$

eşitlikleri geçerlidir. Açısal ivme ifadesi yalnız bırakıldığında,

$$\ddot{\phi}_i = \frac{\left( -M_{Bi}(t) + (B_i - F_{Ri}) \cdot R_{Di} - M_{Ri} \cdot \sin \sigma_i + \tau \cdot \left( \frac{i_R \cdot (I_T + i_D^2 \cdot I_G)}{4 \cdot I_{YRi}} \right) \right)}{I_{YRi} \cdot \left( 1 + \frac{i_R \cdot (I_T + i_D^2 \cdot I_G)}{2 \cdot I_{YRi}} \right)} \quad (3.44)$$

diferansiyel denklemi elde edilir. Bu denklemde  $\tau$ , örneğin birinci ve ikinci tekerleğin bulunduğu ön aks için,

$$\tau = -(M_{B1}(t) - M_{B2}(t)) + (B_1 - F_{R1}) \cdot R_{D1} - (B_2 - F_{R2}) \cdot R_{D2} - M_{R1} \cdot \sin \sigma_1 + M_{R2} \cdot \sin \sigma_2 \quad (3.45)$$

şeklindedir. Diferansiyelin tam olarak kilitlenmesi durumunda, tekerleklerin birbirine göre bağıl hareket yapmaları mümkün olmaz. Bu nedenle, diferansiyele bağlı tekerleklerin açısal hızları ve açısal ivmeleri için,

$$\dot{\phi}_i = \dot{\phi}_{i+1} ; \Delta\dot{\phi} = 0 \quad (3.46.a)$$

$$\ddot{\phi}_i = \ddot{\phi}_{i+1} ; \Delta\ddot{\phi} = 0 \quad (3.46.b)$$

koşulları geçerlidir.

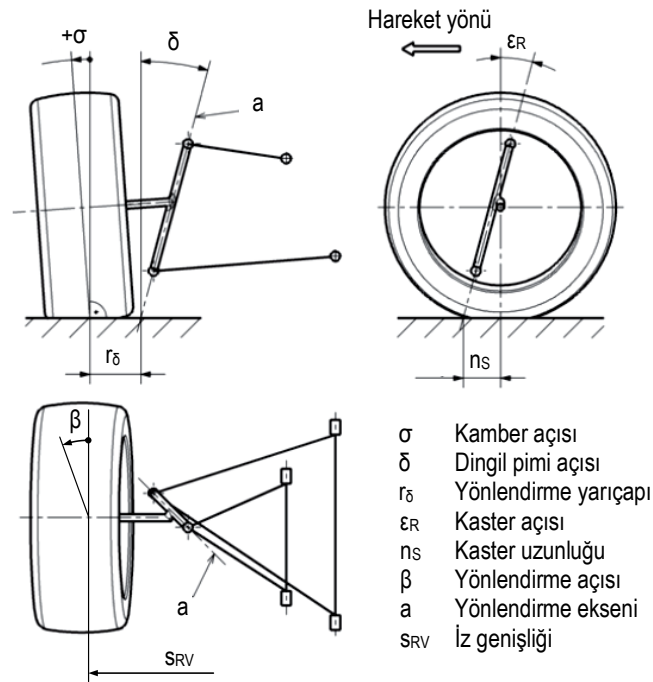
## **BÖLÜM DÖRT**

### **BAĞIMSIZ ASKI SİSTEMİ**

#### **4.1 Giriş**

Taşıt süspansiyon sistemlerinin tasarımındaki temel beklentilerden biri, yaylandırılmamış kütlelerin mümkün olduğunca düşük tutulmasıdır. Bu nedenle, günümüz binek taşıtlarının ön ve arka aksında taşıyıcı olarak bağımsız askı sistemleri tercih edilmektedir. Böyle bir uygulama ise yaylandırma tekniği açısından uygun olmakla birlikte, askı sisteminin henüz tasarım aşamasında üç boyutlu uzaysal bir mekanizma olarak yeterince incelenmesi zorunluluğunu da gündeme getirmektedir. Zira sabit akslardan farklı olarak, bağımsız askı sistemlerinde, taşıt gövdesinin yaylandırılması ve/veya tekerleğin yönlendirilmesi durumlarında, Şekil 4.1’de (Trzesniowski, 2008) görülen kamber açısı, dingil pimi, yönlendirme yarıçapı ve iz genişliği gibi kinematik parametrelerde, kimi zaman önemli sayılabilecek değişimler ortaya çıkmakta (Şekil 4.2), bu da taşıtın yol yüzeyindeki dinamik özelliklerine etki etmektedir. Bu nedenle, yol taşıtının dinamik davranışı ve özgül yönlenme karakteristiğini belirleyen unsurlardan bir tanesi, kullanılan askı sisteminin kinematik ve dolayısıyla konstrüktif yapısıdır. Taşıt tekerleğine viraj hareketi sırasında etkileyen yan kuvvetin diyagonal hareket açısına bağlı değişimi, kamber açısının değişik değerleri için Şekil 4.3’te örnek olarak verilmektedir. Buna göre, kamber açısının taşıt gövdesi yalpasına bağlı değişimi, tekerleğin virajda yan kuvvet alabilme yeteneğini değiştirmektedir (Zomotor, 1987). Tasarım aşamasında askı sistemi yapı elemanlarının uygun şekilde boyutlandırılmasıyla bu değişim, öngörülen sınırlar dahilinde tutulabilir. Bu ise sistemin kinematik açıdan tam olarak değerlendirilebilmesiyle mümkündür. Askı sisteminin kinematik özelliklerinin tasarım öncesinde belirlenmesi, anılan karakteristiklere, taşıt henüz üretilmeden önce müdahale etme olanağı sağlar.

Çalışmanın bu bölümünde, simülasyon programında kullanılan bağımsız askı sistemi modeli tanıtılmıştır. Bu modelden yararlanılarak programın başlıca beş alt bölümünden biri olan askı sistemi alt programı oluşturulmuştur.

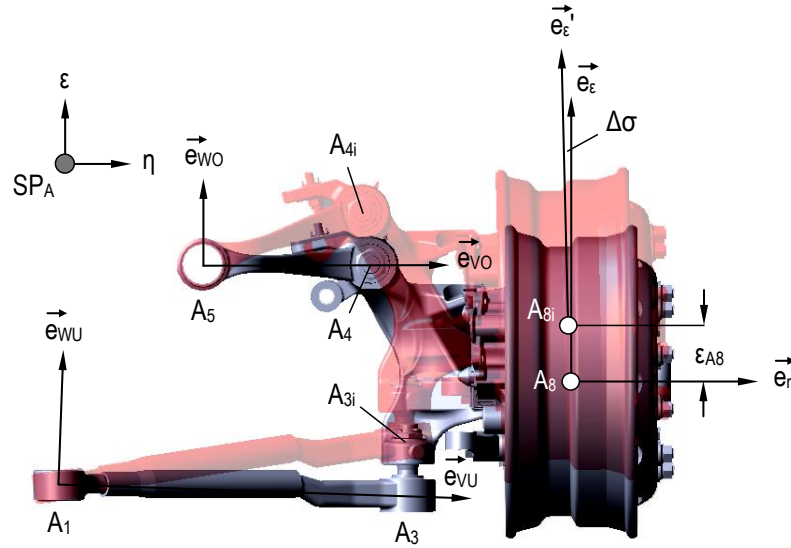


Şekil 4.1 Çift enine yön vericili bağımsız askı sisteminin geometrisi (Trzesniowski, 2008)

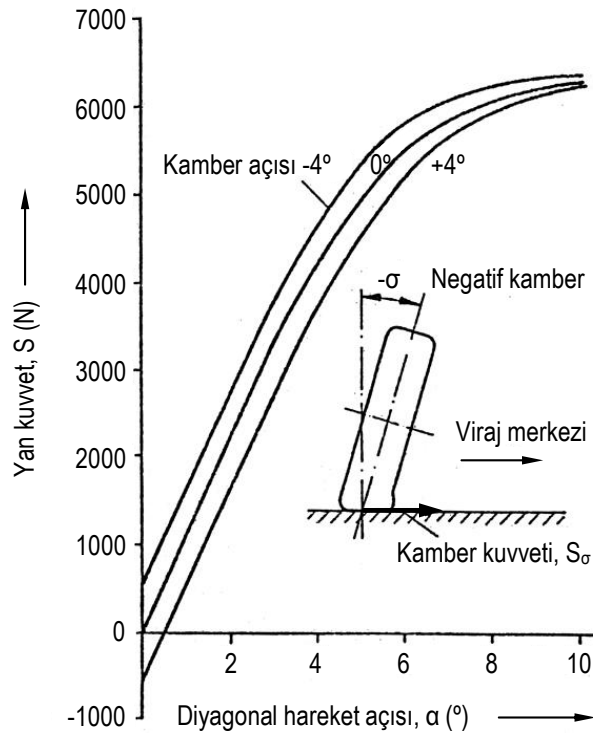
Bunun için önce, askı sisteminin kinematikliğini oluşturan noktaların koordinatları ve sistemin gerekli yardımcı kinematik noktalarının yerleşimi, konum vektörleri yardımıyla, tekerleğin düşey hareketine bağlı olarak tarif edilmiştir. Daha sonra transformasyon matrisleri kullanılarak sistemin kinematik tanımı yapılmıştır. Bu notasyon temel alınarak geliştirilen MATLAB® uygulaması yardımıyla sistemin dinamik özelliklerini tanımlayan kinematik büyüklüklerin, tekerleğin düşey yöndeki hareketine ve yönlendirme açısına ( $\beta$ ) bağlı değişimleri, bağımsız askı sistemlerinin en bilinen ve genel örneklerinden biri olan çift enine yön vericili askı sistemi için elde edilmiştir. Son olarak, ticari bir paket program kullanılarak askı sisteminin konum analizi gerçekleştirilmiş, geliştirilen uygulamadan elde edilen sonuçların uyumluluğu ve hassasiyeti değerlendirilmiştir.

Geliştirilen alt program yardımıyla,  $\sigma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon_R$  açıları ile tekerlek temas  $F_1$ 'nin üç bileşeni, tekerleğin taşıt gövdesi kütle merkezine göre düşey konumuna bağlı olarak belirlenebilmektedir. Böylelikle, kamber açısının yan kuvvet alma kapasitesine etkisi, gövdenin herhangi bir sürüş manevrası sırasında alacağı açısız konuma bağlı

olarak, oluşturulan taşıt modelinde ifade edilebilmektedir. Ayrıca yine tekerleğin düşey konumuna göre iz genişliği  $s_V$  ve aks açıklığı  $L_F$ 'nin değişim miktarı belirlenmesi mümkündür.



Şekil 4.2 Tekerleğin taşıt gövdesine göre düşey hareketi sırasında yapı elemanlarının konum değişimi



Şekil 4.3 Kamber açısının yan kuvvete etkisi (Zomotor, 1987)



## 4.2 Alt Yön Verici Mafsalının Hareketi

Alt yön verici mafsalının ( $A_3$ ), taşıt gövdesi kütle merkezi  $SP_A$ 'ya sabitlenmiş  $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$  referans eksen takımına göre vektörel yerleşimi Şekil 4.4'de görülmektedir.  $A_3$  konumunun vektörel hesabında önce  $A_1$  ile  $O_1$  arasındaki  $\overline{A_1O_1}$  uzunluğu,

$$\overline{A_1O_1} = \frac{(\vec{r}_{A_3} - \vec{r}_{A_1})(\vec{r}_{A_2} - \vec{r}_{A_1})}{|\vec{r}_{A_2} - \vec{r}_{A_1}|} \quad (4.1)$$

olarak belirlenmiş ve

$$\overrightarrow{A_1O_1} = \overline{A_1O_1} \frac{(\vec{r}_{A_2} - \vec{r}_{A_1})}{|\vec{r}_{A_2} - \vec{r}_{A_1}|} \quad (4.2)$$

vektörüne dönüştürülmüştür. Bu vektörün  $A_1$  noktasının konum vektörü  $\vec{r}_{A_1}$  ile,

$$\vec{r}_{O_1} = \vec{r}_{A_1} + \overrightarrow{A_1O_1} \quad (4.3)$$

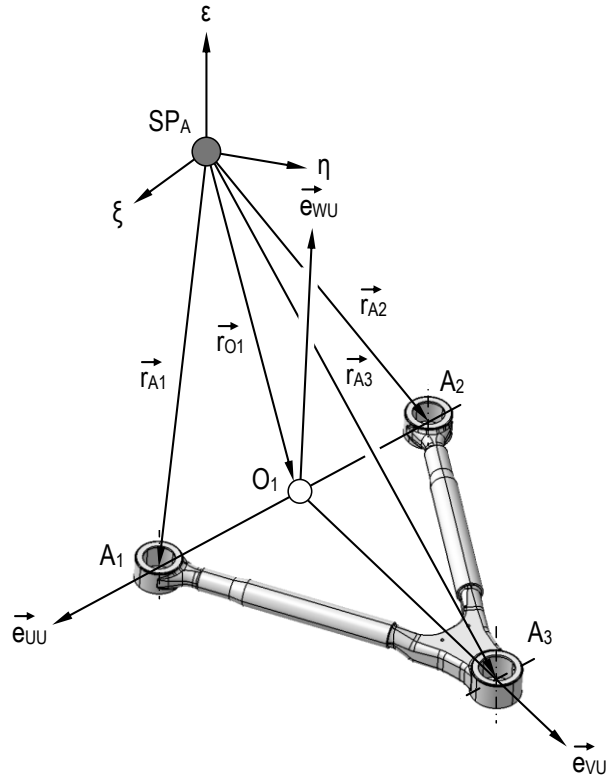
şeklinde toplanması sonucunda ise  $O_1$ 'in kütle merkezine göre konum vektörü olan  $\vec{r}_{O_1}$  bulunmuştur.  $O_1$  noktasına yerleştirilmiş  $\vec{e}_{UU}$ - $\vec{e}_{VU}$ - $\vec{e}_{WU}$  birim vektör takımı ise,

$$\vec{e}_{UU} = \frac{(\vec{r}_{A_1} - \vec{r}_{A_2})}{|\vec{r}_{A_1} - \vec{r}_{A_2}|} = A_{UU} \cdot \vec{e}_\xi + B_{UU} \cdot \vec{e}_\eta + C_{UU} \cdot \vec{e}_\varepsilon \quad (4.4.a)$$

$$\vec{e}_{VU} = \frac{(\vec{r}_{A_3} - \vec{r}_{O_1})}{|\vec{r}_{A_3} - \vec{r}_{O_1}|} = A_{VU} \cdot \vec{e}_\xi + B_{VU} \cdot \vec{e}_\eta + C_{VU} \cdot \vec{e}_\varepsilon \quad (4.4.b)$$

$$\vec{e}_{WU} = (\vec{e}_{UU} \times \vec{e}_{VU}) = A_{WU} \cdot \vec{e}_\xi + B_{WU} \cdot \vec{e}_\eta + C_{WU} \cdot \vec{e}_\varepsilon \quad (4.4.c)$$

denklemleriyle hesaplanmıştır. Burada A, B ve C ile ifade edilen değerler vektör transformasyonu ile bulunan katsayılardır.



Şekil 4.4 Alt yön vericide  $A_3$  noktasının vektörel tarifı

Böylece,  $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$  ve  $\bar{e}_{UU}$ - $\bar{e}_{VU}$ - $\bar{e}_{WU}$  eksen takımları arasında ters transformasyon matrisi  $T_1^{-1}$ ,

$$T_1^{-1} = \begin{bmatrix} A_{UU} & A_{VU} & A_{WU} \\ B_{UU} & B_{VU} & B_{WU} \\ C_{UU} & C_{VU} & C_{WU} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

şeklinde yazılmıştır. En genel durumda, askı sisteminin alt salıncağının, taşıt gövdesine sabit  $A_1$  ve  $A_2$  mesnet noktalarından geçen bir doğru etrafında,  $O_1$  izdüşüm noktasını merkez kabul eden  $\overline{O_1A_3}$  yarıçaplı sanal bir küre üzerinde bulunan bir çember yayı boyunca hareket ettiği düşünülebilir (Şekil 4.5; 2 eğrisi) (Kuralay, 1987). Burada özel olarak  $\overline{A_1A_2}$  doğrusunun kütle merkezine sabit  $\xi$  eksenine paralel olması halinde anılan hareket,  $\eta$ - $\varepsilon$  düzlemine paralel bir çember üzerinde gerçekleşmektedir (Şekil 4.5; 1 eğrisi). Yaylanma sonrasında  $A_{3i}$

koordinatının belirlenebilmesi için  $O_1$  noktasında bulunan  $\vec{e}_{UU} - \vec{e}_{VU} - \vec{e}_{WU}$  koordinat sisteminde  $A_3$  konum vektörü  $\vec{r}_{A_3}^*$  Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'e göre;

$$\vec{r}_{A_3}^* = \overline{O_1A_3} \cdot \vec{e}_{VU} \quad (4.6)$$

olarak yazılır. Burada  $\overline{O_1A_3}$  uzunluğu,

$$\overline{O_1A_3} = \left| (\vec{r}_{A_3} - \vec{r}_{A_1}) \times \vec{e}_{UU} \right| \quad (4.7)$$

denklemlerle ifade edilebilir.  $A_3$  noktasının  $\overline{A_1A_2}$  hattı çevresinde;

$$\mu_1 \approx \sin^{-1} \left( \frac{\Delta \epsilon_K}{\overline{O_1A_3} \cdot \vec{e}_{WU}} \right) \quad (4.8)$$

kadar açısal yer değiştirmesi durumunda,  $A_3$  noktasının yeni konumu  $\vec{e}_{UU} - \vec{e}_{VU} - \vec{e}_{WU}$  koordinat sistemine göre;

$$\vec{r}_{A_{3i}}^* = \overline{O_1A_3} \cdot (\cos \mu_1 \cdot \vec{e}_{VU} + \sin \mu_1 \cdot \vec{e}_{WU}) \quad (4.9)$$

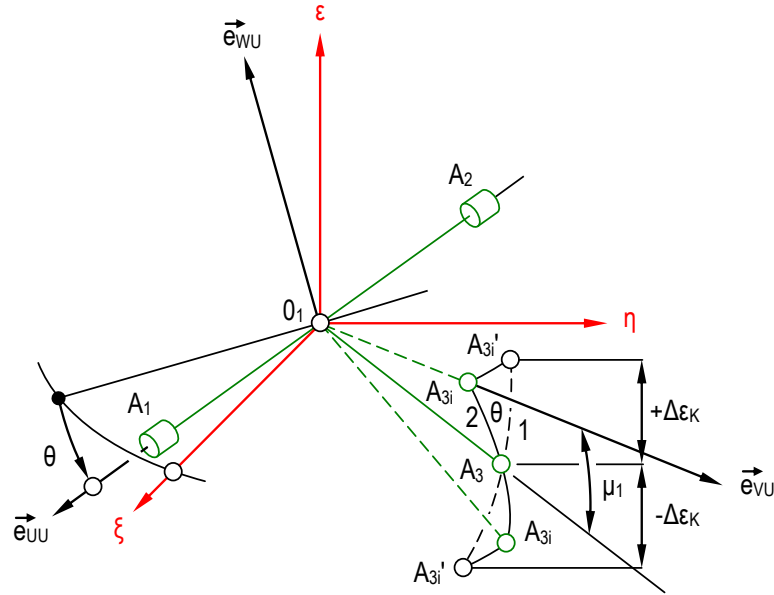
olarak ifade edilebilir. Aynı noktanın  $\xi$ - $\eta$ - $\epsilon$  referans eksen takımına göre yeni konum vektörü ise,  $T_1^{-1}$  yardımıyla

$$\vec{r}_{A_{3i}} = \vec{r}_{O_1} + T_1^{-1} \cdot \vec{r}_{A_{3i}}^* = \begin{bmatrix} \xi_{A_{3i}} \\ \eta_{A_{3i}} \\ \epsilon_{A_{3i}} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

şeklinde belirlenmiştir.

### 4.3 Üst Yön Verici Mafsalının Hareketi

Üst yön verici mafsalı  $A_4$ 'ün hareketi,  $A_3$  noktasının konumuna bağlı olarak tanımlanmıştır.  $A_4$  Noktası,  $O_2$  merkezi çevresinde  $\mu_2$  kadar açısal yer değiştirdiğinde  $\overline{O_2A_4}$  yarıçaplı bir çemberin çevresinde hareket eder.  $\overline{A_5A_6}$  doğrusunun kütle merkezine sabit  $\xi$  eksenine paralel olmaması halinde  $A_4$  küresel bir hareket yapar. Mekanizmanın hareketi sırasında  $A_4$ 'ün bulunması mümkün konumlar, en genel durumda,  $A_3$  merkezli  $\overline{A_3A_4}$  yarıçaplı Küre 1 ve  $O_2$  merkezli  $\overline{O_2A_4}$  yarıçaplı Küre 2'nin, kesişim yüzeyi üzerindedir (Şekil 4.6), (Zomotor, 1970), (Kuralay, 1987).



Şekil 4.5 Alt yön verici rotininin ( $A_3$ ) küresel hareketi

$A_4$  aynı zamanda, Küre 2'nin  $A_5$  ve  $A_6$ 'yı barındıran kesiti (Düzlem 1) üzerinde bulunmaktadır. Küre 1 ve Küre 2 denklemleri;

$$(\vec{r} - \vec{r}_{A_{3i}})^2 = \overline{A_3A_4}^2 \quad (4.11.a)$$

$$(\vec{r} - \vec{r}_{O_2})^2 = \overline{O_2A_4}^2 \quad (4.12.a)$$



$$(\vec{r} - \vec{r}_{A_4}) \cdot \vec{e}_{VO} = 0 \quad (4.15)$$

denklemiyle ortak çözümünden,  $A_{4i}$  noktasının yeni koordinatları hesaplanmıştır. İncelenen özel uygulamada, doğrultusu yönlendirme eksenini birim vektörü  $\vec{e}_L$  ile tarif edilen dingil pimi,  $A_3$  ve  $A_4$  noktalarını birleştiren doğruya  $\xi$ - $\varepsilon$  ve  $\eta$ - $\varepsilon$  düzlemlerinde paraleldir. Bundan dolayı,  $A_{3i}$  ve  $A_{4i}$  noktalarının tanımlanmasıyla, dingil pimi açısı  $\delta$ ,

$$\delta = \text{tg}^{-1} \left( \frac{\eta_{A_{3i}} - \eta_{A_{4i}}}{\varepsilon_{A_{4i}} - \varepsilon_{A_{3i}}} \right) \quad (4.16)$$

ve kaster açısı  $\varepsilon_R$ ;

$$\varepsilon_R = \text{tg}^{-1} \left( \frac{\xi_{A_{3i}} - \xi_{A_{4i}}}{\varepsilon_{A_{4i}} - \varepsilon_{A_{3i}}} \right) \quad (4.17)$$

şeklinde hesaplanmıştır.

#### 4.4 Yönlendirme Sisteminin Etkisi

Şekil 4.7 ve Şekil 4.8'de, yönlendirme ekseninin,  $\overline{A_3A_4}$  doğrusu üzerinde bulunduğu temel durum görülmektedir. Tekerleğin düşey yöndeki hareketi sırasında direksiyonun sabit tutulması durumunda, yönlendirme sisteminin kinematiği tekerlek kamberi ve yönlendirme yarıçapını belirli ölçüde etkilemektedir.  $A_9$  ve  $A_{10}$  elemanlarının uzaysal hareketleri yardımıyla, yönlendirme sisteminin kinematik davranışını belirlemek mümkündür. İlk aşamada sabit direksiyon açısı altında tekerleğin düşey yer değişiminin, askı sistemi kinematik büyüklüklerine olan etkisi incelenmiştir. Bu durumda,  $A_{10}$  noktasının konumu sabit kalmaktadır. Bu nedenle,  $A_3$  noktasının düşey hareketi sırasında, iz kolu bağlantı noktası  $A_9$ 'un, merkezi  $A_{10}$  olan  $\overline{A_9A_{10}}$  yarıçaplı sanal bir küre üzerinde hareket ettiği düşünülebilir. Bu nokta aynı zamanda,  $O_3$  merkezli  $\overline{O_3A_9}$  yarıçaplı bir çember üzerinde hareket etmektedir.  $O_3, A_9$ 'un  $\overline{A_3A_4}$  doğrusu üzerindeki dik izdüşümüdür.  $A_{9i}$  noktası basit olarak,  $A_{4i}$  noktasının belirlenmesine benzer şekilde;







Bu açı yardımıyla  $\overline{MA_8}$  ve  $\overline{O_3A_9}$  doğruları arasındaki kinematik ilişki tanımlanmıştır.  $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$  ve  $u_\varphi$ - $v_\varphi$ - $w_\varphi$  eksen takımları arasındaki vektör transformasyonunu veren  $T_2^{-1}$  matrisi yardımıyla  $A_{8i}$ 'nin  $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$  takımına göre konum vektörü;

$$\vec{r}_M = \vec{r}_{A_{3i}} + \overline{MA_7} \cdot \vec{e}_{w\varphi} \quad (4.25)$$

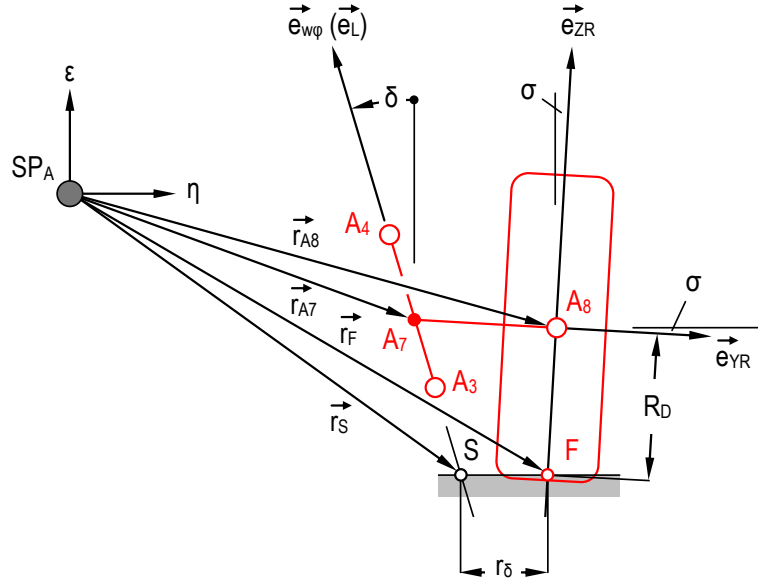
olmak üzere,

$$\vec{r}_{A_{8i}} = \vec{r}_M + T_2^{-1} \cdot \vec{r}_{A_8} \quad (4.26)$$

şeklinde yazılmıştır.  $A_7$ ,  $A_8$  noktasının, tekerlek göbeğine sabit  $\vec{e}_{YR}$  birim vektörü doğrultusunda  $\overline{A_3A_4}$  ile kesişim noktası olmak üzere;

$$\vec{r}_{A_{7i}} = \vec{r}_{A_{3i}} + \overline{A_3A_7} \cdot \vec{e}_{w\varphi} \quad (4.27)$$

olarak hesaplanmıştır. Kamber açısı,  $A_7$  ve  $A_8$  noktalarının yaylanma sonrası koordinatları yardımıyla, Şekil 4.9'a göre;



Şekil 4.9 Kamber açısının, taşıt gövdesi kütle merkezine ( $SP_A$ ) göre vektörel tanımı

$$\sigma = \sin^{-1} \left( \frac{\varepsilon_{A7i} - \varepsilon_{A8i}}{A_7 A_8} \right) \quad (4.28)$$

ve yönlendirme yarıçapı

$$r_\delta = |\eta_{Fi} - \eta_{Si}| \quad (4.29)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Tekerlek temas noktası  $F_i$ 'ye ait konum vektörü  $\vec{r}_{Fi}$ , tekerlek orta noktası  $A_{8i}$ 'den bu noktaya yönelmiş  $\vec{e}_{ZR}$  birim vektörü ve dinamik tekerlek yarıçapı  $R_D$  olmak üzere, taşıt kütle merkezine sabitlenmiş  $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$  eksen takımına göre;

$$\vec{r}_{Fi} = \vec{r}_{A8i} - R_D \cdot \vec{e}_{ZR} \quad (4.30)$$

denklemini üzerinden hesaplanmıştır. Taşıt hızı ve yükleme durumu gibi faktörler  $R_D$ 'yi ve dolayısıyla  $\vec{r}_{Fi}$  uzaklığını değiştirmektedir. Yönlendirme ekseninin yol yüzeyini kestiği  $S_i$  noktası ise,

$$\vec{r}_{Si} = \left( (\vec{r}_{A3i} - \vec{r}_{Fi}) \times \vec{e}_L \right) + \vec{r}_{A3i} = \begin{bmatrix} \xi_{Si} \\ \eta_{Si} \\ \varepsilon_{Si} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

şeklinde bulunmuştur. Yol yüzeyinin düzlemsel olduğu kabulüyle,  $\varepsilon_{Si} \approx \varepsilon_{Fi}$  olarak dikkate alınmıştır. Yönlendirme sırasında tekerlek, genellikle yola dik olmayan dingil pimi çevresinde döndüğünden tekerleğin taşıt gövdesine göre düşey ve açılmal konumu direksiyon açısı değişiminden belirli ölçüde etkilenmektedir. İncelenen askı sistemi uygulamasında kumanda sistemi olarak kremayer tahrikli dişli mekanizması öngörüldüğünden, bu etkiyi modelde hesaba katabilmek için  $A_{10}$  noktasının  $\xi$  ve  $\varepsilon$  eksenlerinde konum değiştirmedeği, yalnızca  $\eta$  eksenine paralel olarak hareket ettiği düşünülmüştür. Böylelikle  $A_{10}$  noktasının yeni koordinatları;

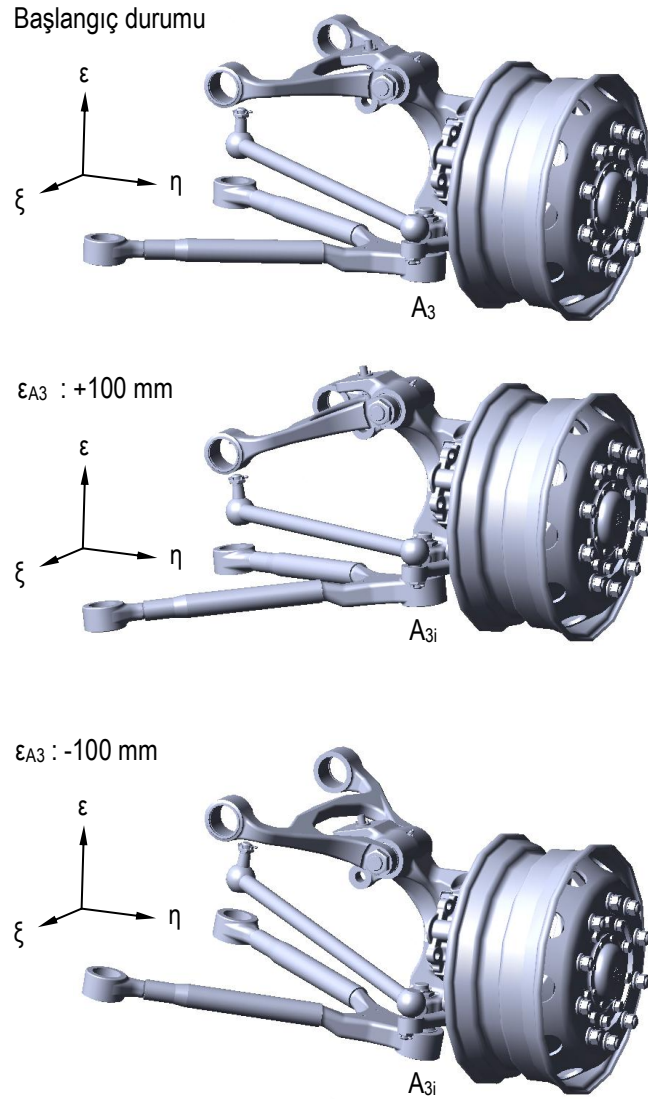
$$\vec{r}_{A10i} = \begin{bmatrix} \xi_{A10} \\ \eta_{A10} \pm \Delta\eta_{A10} \\ \varepsilon_{A10} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

olarak hesaplanmıştır. Bu şekilde  $A_7$ ,  $A_8$  ve  $A_9$  noktalarının, tekerlekte yaylanma ve yönlenmenin birlikte ortaya çıktığı durumdaki konumları, (2.32) ifadesi, yukarıda verilen notasyonda uygulanarak hesaplanabilmektedir.

#### 4.5 Modelin Doğrulanması

Yukarıda özetlenen hesaplama yöntemi kullanılarak bir MATLAB<sup>®</sup> uygulaması geliştirilmiştir. Kullanılan kinematik modelin hassasiyet derecesini ölçebilmek amacıyla RecurDyn<sup>TM</sup>V7R1 ticari programı yardımıyla, askı sisteminin bir karşılaştırma modeli hazırlanmıştır. Bunun için CATIA<sup>®</sup> V5R15 ticari paket programında hazırlanmış askı sistemi katı modeli, Parasolid<sup>®</sup> dosya formatı kullanılarak, çoklu cisim sistem dinamiği yaklaşımını esas alan (FunctionBay, 2005) RecurDyn<sup>TM</sup>V7R1 ticari programına aktarılmıştır. Bu aşamada, sistemi oluşturan temel yapı elemanlarının mafsal noktalarında, uygun sınır koşulları (döner ya da küresel mafsal) tanımlanarak Şekil 4.10'da görülen simülasyon gerçekleştirilmiştir. Modelde ilk olarak, taşıt gövdesi kütle merkezinin geometrik konumuna bir referans eksen takımı sabitlenmiştir. Hareket karakteristiği belirlenecek parça üzerinde, seçilen noktaların referans takıma göre yaptığı açısal değişimlerin izlenmesi amacıyla, parçaya göre açısal ya da çizgisel konumu değişmeyen ikinci bir eksen takımı (marker) tanımlanmıştır. Daha sonra, tekerleğin yönlendirme açısı sabit tutularak, alt yön verici rotulinin ( $A_3$ ), taşıt kütle merkezine sabit  $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$  eksen takımına göre düşey doğrultuda,  $\Delta\varepsilon_{A_3} = 20$  mm aralıkla toplam  $\varepsilon_{A_3} = \pm 100$  mm yer değiştirmesi sağlanmıştır. Elde edilen onbir konum için dingil pimi, kaster ve kamber açıları ile iz genişliği ve aks aralığı gibi parametrelerde ortaya çıkan değişimler ölçülmüştür. Geliştirilen MATLAB<sup>®</sup> tabanlı uygulamadan ve RecurDyn<sup>TM</sup> paketi ile hazırlanan katı modelden elde edilen değerler karşılaştırmalı olarak aşağıda verilmektedir. Şekil 4.11, Şekil 4.12, Şekil 4.13 ve Şekil 4.14, tekerleğin herhangi bir yönlendirme açısı söz konusu değilken, yalnızca düşey ekseninde yaptığı hareket sırasında kinematik büyüklüklerin değişimini göstermektedir. İkinci aşamada, askı sistemi başlangıç durumundayken ( $\varepsilon_{A_3} = 0$  mm) tekerlek taşıyıcı, yönlendirme eksenini çevresinde  $\beta = \pm 40^\circ$  aralığında  $\Delta\beta = 5^\circ$  aralıkla döndürülmüştür (Şekil 4.15). Bu durumda, kamber açısı değişirken, dingil pimi ve kaster açıları sabit kalmaktadır. Elde edilen 17 durum için kamber açısının değişimi ve tekerlek kütle merkezinin

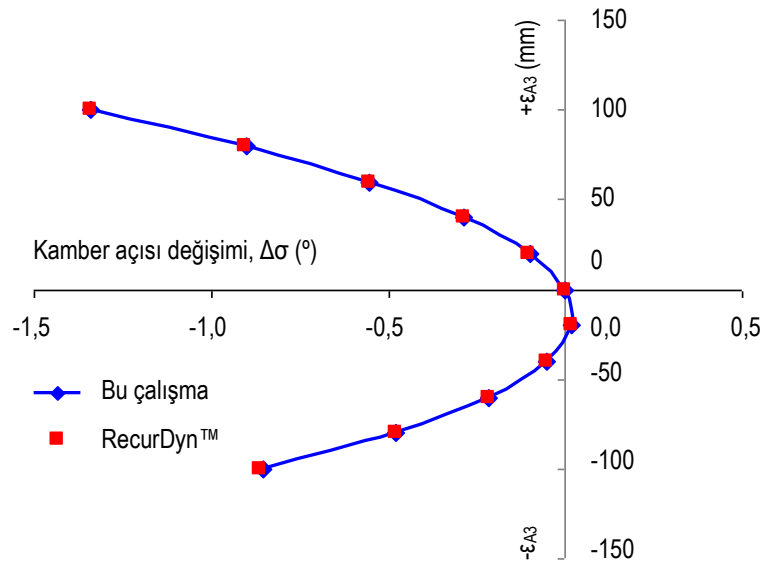
düsey doğrultuda yukarı ve aşağı yönde yaptığı hareketin miktarı ( $\Delta\epsilon_{A3}$ ) belirlenmiştir. Şekil 4.16, Şekil 4.17 ve Şekil 4.18, bu durumda kamber açısını, tekerlek göbeğinin düsey eksendeki yükselme/alçalma miktarını ve yönlendirme yarıçapındaki değişim miktarını karşılaştırmalı olarak göstermektedir. Diyagramlarda  $\sigma$ ,  $\delta$ , ve  $\epsilon_R$ , askı sisteminin belirli bir hareketi sırasında ölçülen değer (yeni) ile başlangıç değeri (ilk) arasındaki fark (örneğin,  $\Delta\sigma = \sigma_{\text{yeni}} - \sigma_{\text{ilk}}$ ) şeklinde verilmiştir. Değişimleri incelenen sistem parametrelerinin başlangıç durumundaki değerleri Tablo 4.1’de verilmektedir. Hesaplamalarda, tekerlek yarıçapı  $R_D = 521$  mm olarak dikkate alınmıştır.



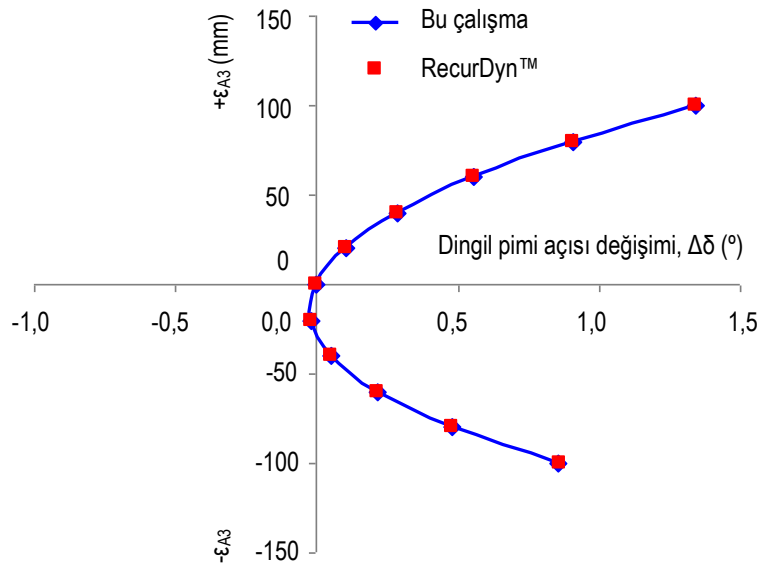
Şekil 4.10 Askı sisteminin RecurDyn™ V7R1 ticari programı ile oluşturulmuş düsey yer değışimi simülasyonu

Tablo 4.1 Askı sistemi parametrelerinin başlangıç değerleri

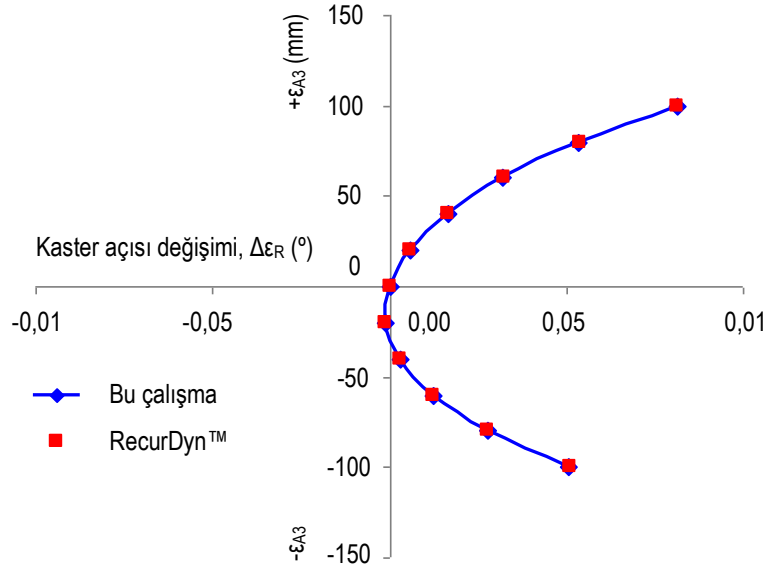
Büyüklik	Kısaltma	Değer	Birim
Kamber açısı	$\sigma$	0	°
Dingil pimi açısı	$\delta$	9,27	°
Kaster açısı	$\epsilon_R$	1,97	°
Yönlendirme yarıçapı	$r_\delta$	41,54	mm
İz genişliği	$s_{RV}$	2081,7	mm



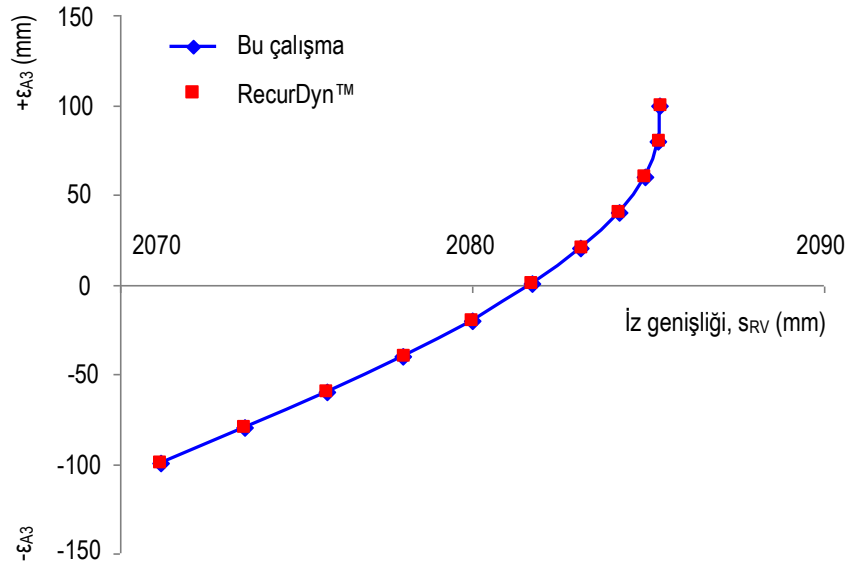
Şekil 4.11 Kamber açısının tekerlek düşey hareketine bağlı değişimi



Şekil 4.12 Dingil pimi açısının tekerlek düşey hareketine bağlı değişimi



Şekil 4.13 Kaster açısının tekerlek düşey hareketine bağlı değişimi

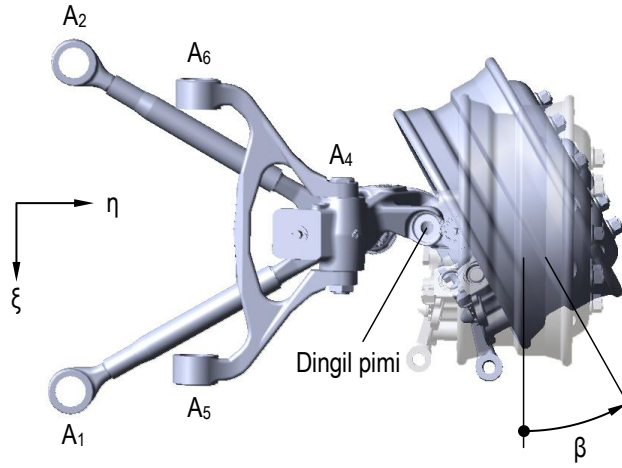


Şekil 4.14 İz genişliğinin tekerlek düşey hareketine bağlı değişimi

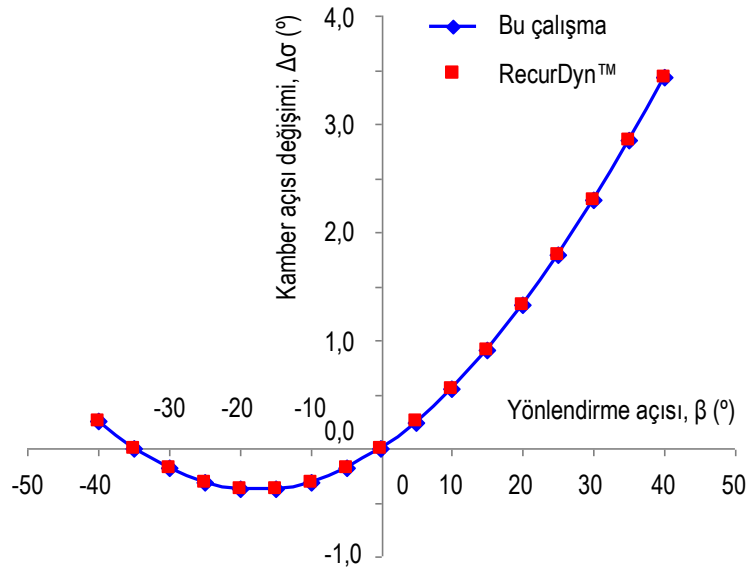
Her iki programın oldukça yakın sonuçlar verdiği ve elde edilen değerler arasındaki farkın,  $\sigma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon_R$  açıları için  $0,01^\circ$ 'nin,  $s_{RV}$ ,  $r_\delta$  ve  $\epsilon_{A8}$  için ise  $0,29$  mm'nin altında kaldığı belirlenmiştir.

Uygulanan bu yöntemle, örneğin viraj hareketi sırasında gövdeye etkiyen  $F_{USPA}$  santrifüj kuvvetinin oluşturacağı yalpa açısı ( $\psi$ ) nedeniyle,  $A_8$  ve  $SP_A$  arasındaki

uzaklığın değişim miktarının ( $\Delta \varepsilon_{A8}$ ) hesaplanması halinde, kamber açısının ( $\sigma$ ) başlangıç durumuna göre değişimi, tekerleğe verilen yönlendirme açısının kinematik etkisi de dikkate alınarak belirlenebilir.



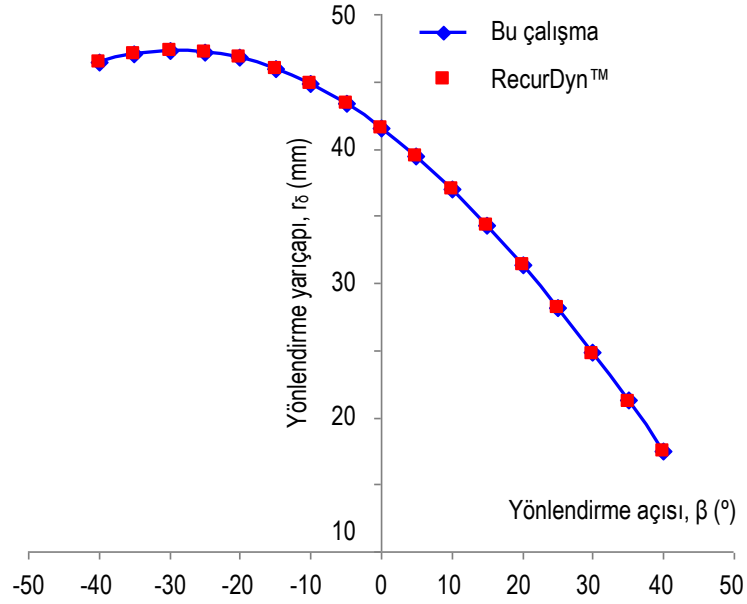
Şekil 4.15 Askı sisteminin yönlendirme simülasyonu



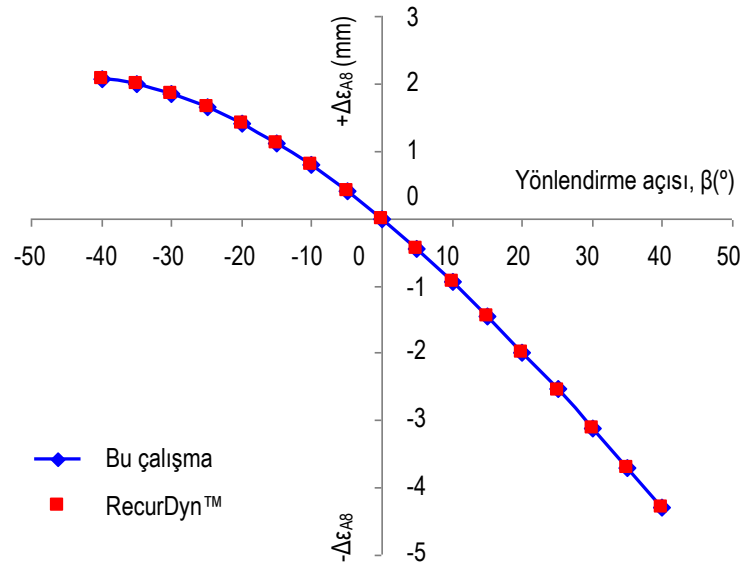
Şekil 4.16 Kamber açısının yönlendirme açısına bağlı değişimi

Böylece taşıt tekerleğine ait ve Şekil 3'te örneği verilen bir karakteristik diyagram yardımıyla, öngörülen bir sürüş senaryosu için tekerleklerin yan kuvvet ( $S$ ) ve *Kamm çemberi* mantığından hareketle, tahrik ya da fren kuvveti alabilme kapasitesi tayin edilebilir. Bu şekilde, askı sistemi karakteristiklerinin taşıt özgül yönlenme

davranışına etkisinin değerlendirilmesi de mümkündür. Ayrıca, tasarıma yönelik olarak, askı sisteminin kinematik özelliklerinden birinin belirli bir hedefe uygun olarak değiştirilmesinin, diğer özellikleri nasıl etkilediği hakkında bilgi edinilebilir.



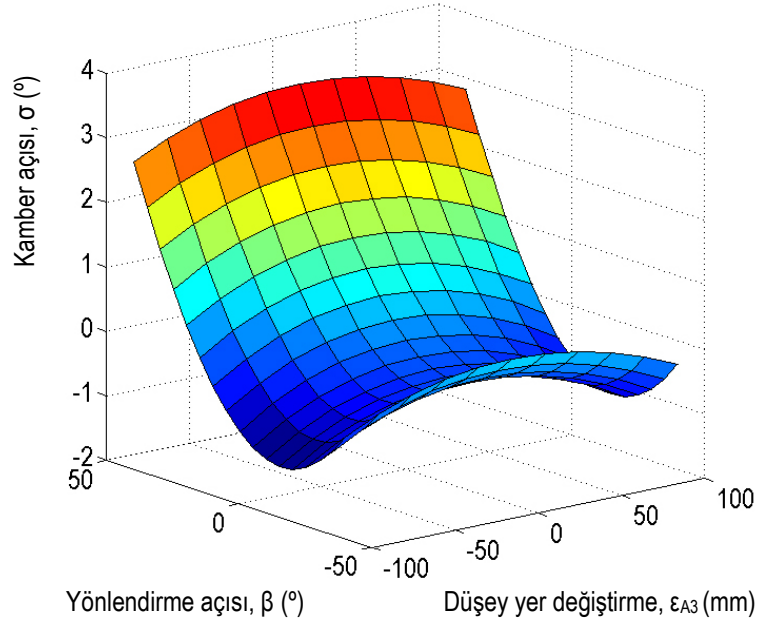
Şekil 4.17 Yönlendirme yarıçapının yönlendirme açısına bağlı değişimi



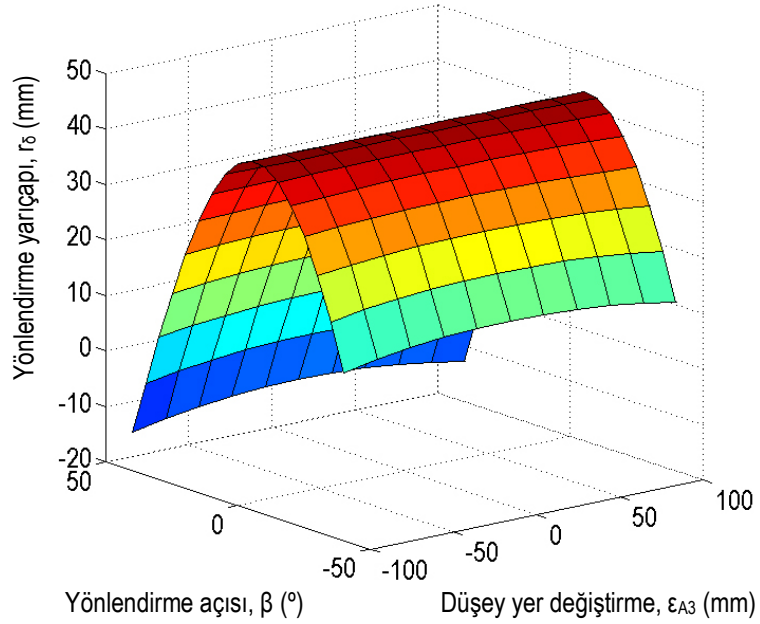
Şekil 4.18  $A_8$  Noktasının taşıt kütle merkezine göre düşey konumunun yönlendirme açısına bağlı değişimi



Geliştirilen MATLAB<sup>®</sup> tabanlı uygulamadan, kamber açısı ve yönlendirme yarıçapı için elde edilen,  $\sigma = f(\varepsilon, \beta)$ ,  $r_\delta = f(\varepsilon, \beta)$  tanım yüzeyleri Şekil 4.19 ve Şekil 4.20'de görülmektedir.



Şekil 4.19 Kamber açısı tanım yüzeyi



Şekil 4.20 Yönlendirme yarıçapı tanım yüzeyi

## BÖLÜM BEŞ

### TAŞIT GÖVDESİNİN HAREKET DENKLEMLERİ

#### 5.1 Giriş

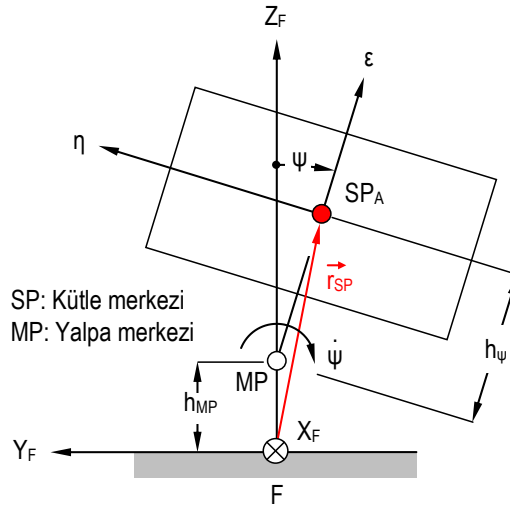
Bir taşıt gövdesinin, sabit bir eksen takımının göre uzaydaki konumu, altı genel koordinatla tarif edilir. Bunlardan üçü öteleme, diğerleri ise dönme hareketlerini ifade eder. SAE tarafından verilen tanımlamaya göre, gövdenin, kütle merkezine sabit  $\xi$ ,  $\eta$  ve  $\varepsilon$  eksenleri çevresinde, Şekil 2.2 ve Şekil 2.3'te görülen sonlu dönme hareketleri sırasıyla, yalpa ( $\psi$ ), baş sallama ( $v$ ) ve savrulma ( $\varepsilon_g$ ) olarak adlandırılır (Schiehlen, 1982), (Gillespie, 1992). Belirli bir hareket manevrası sırasında taşıt tekerleğinin yola moment iletebilme kapasitesi, yol yüzeyinin tutunma katsayısı  $\mu_H$ 'nin yanı sıra, bu hareketlerin meydana getirdiği düşey yük değişimi miktarına da bağlıdır. Tahrik sisteminde, yol ve tekerlek arası tutunma potansiyeline duyarlı Torsen diferansiyeli gibi bir moment dağıtıcının kullanılması durumunda ise bu değişimlerin, taşıtın yol yüzeyindeki dinamik davranışına, diğer bir deyişle savrulma miktarı  $\varepsilon_g$ 'ye etki etmesi beklenir (Sawase ve Sano, 1999).

Gövde kütle merkezi çevresinde ortaya çıkacak yalpa ve baş sallama hareketlerinin mertebesi ise her tekerlekten taşıt gövdesine iletilen kuvvetlerin,  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\varepsilon$  eksenleri çevresinde oluşturduğu ve bileşkesi, askı sistemi yaylanma elemanları tarafından karşılanan momentlerle orantılıdır. Bu nedenle, taşıtın öngörülen bir sürüş manevrası sırasında oluşacak yalpa ve baş sallama açılarının belirlenebilmesi için bu manevra sırasında ortaya çıkacak dinamik tekerlek kuvvetlerinin gövdeye etkidiği varsayılan ve askı sistemi kinematiğinden türetilen noktaların konumlarının belirlenmesi gerekir. Tahrik, frenleme ve viraj dönüşü farklı hareket manevraları sırasında, askı sistemlerinin dinamik davranışının etkisiyle, anılan noktalar belirli ölçüde yer değiştirdiğinden, her tekerlekten  $SP_A$  noktasına iletilen momentin değeri de değişmektedir. Bu nedenle, yalpa ve baş sallama momentlerinin hesaplanabilmesi için bu noktaların anlık konumlarının, tekerleğin gövde kütle merkezine göre  $\varepsilon$  doğrultusunda yaptığı yer değişimine bağlı olarak ifade edilmesi gerekir.

Çalışmanın bu bölümünde önce, askı sisteminin oluşturduğu iki ani dönme merkezinden türetilen ve kütle kuvvetlerinin taşıt gövdesine iletiildiği varsayılan  $OA_i$  noktaların anlık konumun belirlenmesini sağlayan bir yöntem açıklanmıştır. Daha sonra taşıtın genel düzlemsel hareket durumu için, bu noktalar üzerinden  $SP_A$ 'ya indirgenen kütle kuvveti kaynaklı momentler kullanılarak, taşıt gövdesinin uzaydaki serbestliklerinden türetilen ikinci mertbe hareket denklemlerine yer verilmiştir.

## 5.2 Taşıt Gövdesinin Uzayda Dinamik Davranışı

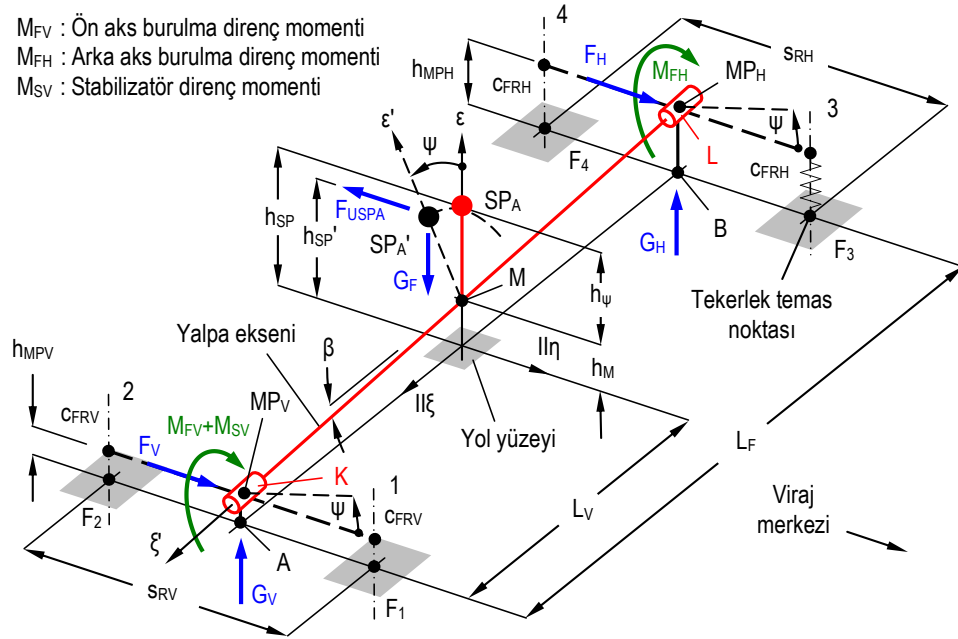
Belirli bir  $a_q$  merkezci ivmesiyle gerçekleştirilen viraj hareketi sırasında taşıt gövdesinin,  $F_{USPA}$  santrifüj kuvveti nedeniyle düşey eksenden  $\psi$  yalpa açısı kadar sarak viraj dışına doğru yatması *yalpa hareketi* olarak adlandırılır. Bu sırada gövdeye etkiyen devirme kuvveti, aks ya da askı sistemi ile gövde arasına monte edilmiş yay elemanlarının oluşturduğu toplam direnç momenti tarafından karşılanır. Taşıt gövdesinin yalpa hareketi şematik olarak Şekil 5.1'de görülmektedir.



Şekil 5.1 Taşıt gövdesinin yalpa hareketi

Taşıtın yalpa hareketi en basit şekilde matematiksel olarak modellenirken kullanılan yaklaşımlardan bir tanesi, gövdenin *yalpa eksenini* olarak adlandırılan bir eksen etrafında döndüğü varsayımdır (Apateur, 1972), (Zeranski, 1973), (Kuralay, 1988a), (Weber, 1990), (Blundell ve Harty, 2006). Yalpa eksenini, ön ve arka aks

yalpa merkezlerini ( $MP_V$  ve  $MP_H$ ) birleştirdiği düşünülen teorik bir doğrudur. Bu düşünceden yola çıkılarak oluşturulmuş bir matematik yalpa modeli Şekil 5.2’de görülmektedir (Topaç ve Kuralay, 2009). Eşdeğer burulma yaylı yalpa modeli olarak da bilinen bu sistemde yalpa ekseninin, yalpa merkezlerinde bulunan, katsayıları  $c_{DV}$  ve  $c_{DH}$  olan K ve L burulma yaylarına,  $\xi'$  eksenini etrafında dönebilecek şekilde yatakladığı varsayılmaktadır. K ve L, tekerlek temas noktası için katsayıları hesaplanmış teorik yaylar yerine yalpa merkezlerine yerleştirildiği düşünülen ve bunlara eşdeğer burulma katılığı oluşturabilen model yaylardır. Yanal kuvvet nedeniyle oluşacak devirici momentin belirlenmesinde kullanılan moment kolu, kütle merkezi  $SP_A$  ile bunun bulunduğu  $\eta$  e düzleminin yalpa eksenine kesişim noktası M arasında kalan  $h_\psi$  uzaklığıdır. Bu değer, yalpa ekseninin uzaydaki yerleşimine, dolayısıyla yalpa merkezlerinin konumuna bağlıdır.



Şekil 5.2 Eşdeğer burulma yaylı yalpa modeli (Topaç ve Kuralay, 2009)

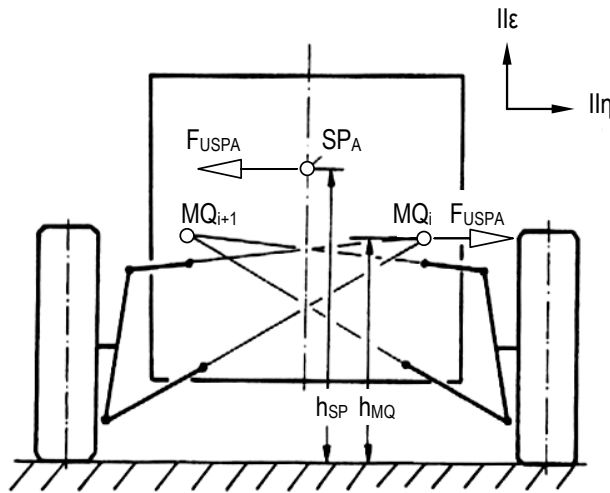
Sabit akslarda, artan  $\psi$  açısı değeri için yalpa merkezi  $MP$ 'nin statik durumdaki konumunu yaklaşık olarak koruduğu kabul edilebilir (Matschinsky, 1968), (Blundell ve Harty, 2006). Tüm bunlara ek olarak, gerek viraj hareketi sırasında ortaya çıkan yanal gerekse taşıt gövdesi ağırlığından kaynaklanan düşey kuvvetin, aksların yalpa merkezlerinin bulunduğu noktadan alındığı düşünülür (Bastow, 1990) (Reimpell,



bağımsız olarak ele alınması durumunda, belirli bir sürüş manevrasının, virajın içindeki ve dışındaki askı sistemlerinin meydana getirdiği birbirinden farklı kinematik etkinin dikkate alınması mümkün olur.

### 5.3 Tekerlek Kuvvetlerinin Taşıt Gövdesine İletimi

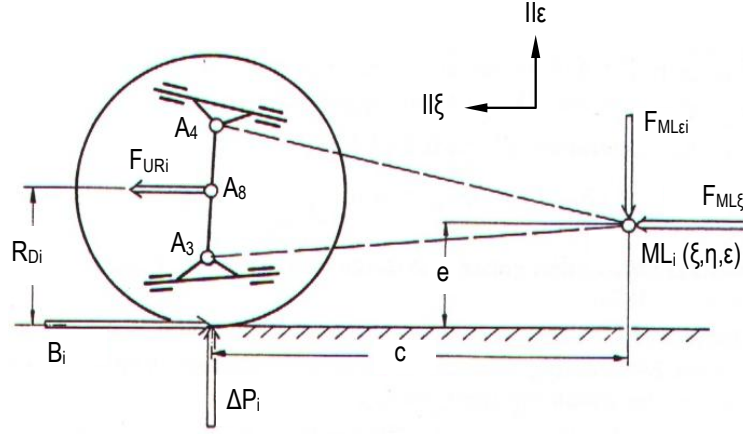
En genel durumda bir bağımsız askı sistemi, Şekil 5.4 ve Şekil 5.5'te görüldüğü gibi, taşıt enine düzlemine ( $\eta$ - $\varepsilon$ ) paralel ve tekerlek temas noktası  $F_i$ 'den geçen bir düzlem üzerinde bir adet ( $MQ_i$ ), taşıt boyuna düzlemine ( $\xi$ - $\varepsilon$ ) paralel ve yine tekerlek temas noktasından geçen, ilkinde dik yönde ikinci bir düzlem üzerinde bir adet ( $ML_i$ ) olmak üzere toplam iki adet ani dönme merkezi oluşturur. Bunlardan ilki olan  $MQ_i$ , gövdenin yalpa dinamiğinin, diğeri olan  $ML_i$  ise baş sallama davranışının tarifinde kullanılabilir (Reimpell, 1976) (Reimpell, 1988.a).



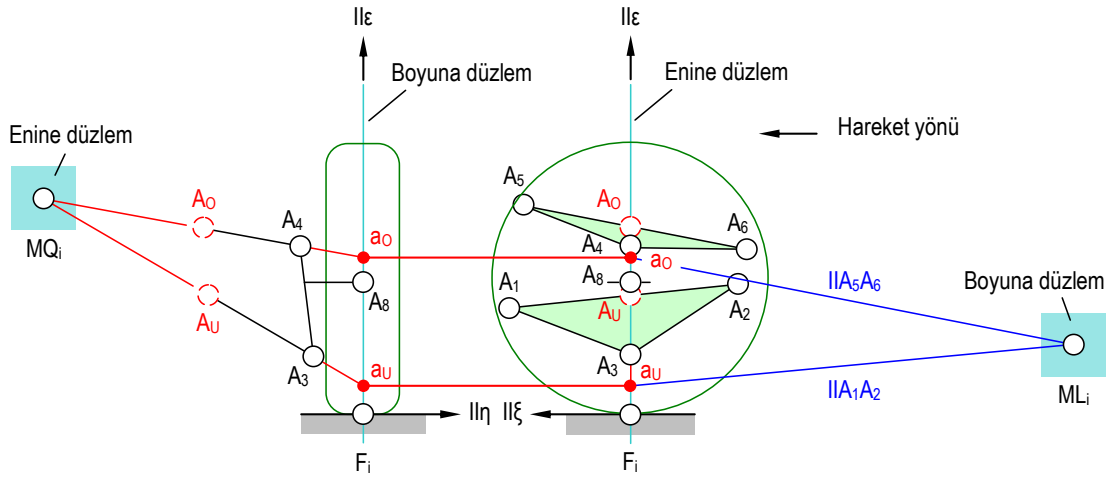
Şekil 5.4 Taşıt gövdesine etkiyen yanal atalet kuvvetinin MQ noktasında karşılanması (Reimpell, 1976)

Kural olarak fren, tahrik ya da viraj manevraları sırasında ortaya çıkan yatay ve düşey ilave yüklerin, eşdeğer burulma yayı teorisine benzer bir yaklaşımla, askı sistemi tarafından, taşıtın enine ve boyuna düzlemleri üzerinde oluşturulan ani dönme merkezlerinden ( $MQ_i$  ve  $ML_i$ ) alındığı düşünülebilir.  $MQ_i$  ve  $ML_i$  noktalarının birbirine göre konumu Şekil 5.6'da görülmektedir. Her iki noktanın

yerinin belirlenmesinde de, enine düzlemin,  $A_1-A_2$  ve  $A_5-A_6$  hatlarını kestiği  $A_U$  ve  $A_O$  noktalarından yararlanılmaktadır. Burada ihmal edilebilir bir hata payıyla,  $A_{3i}$  ve  $A_{4i}$  noktalarının yaklaşık olarak tekerlek orta düzleminde olduğu kabul edilmektedir.



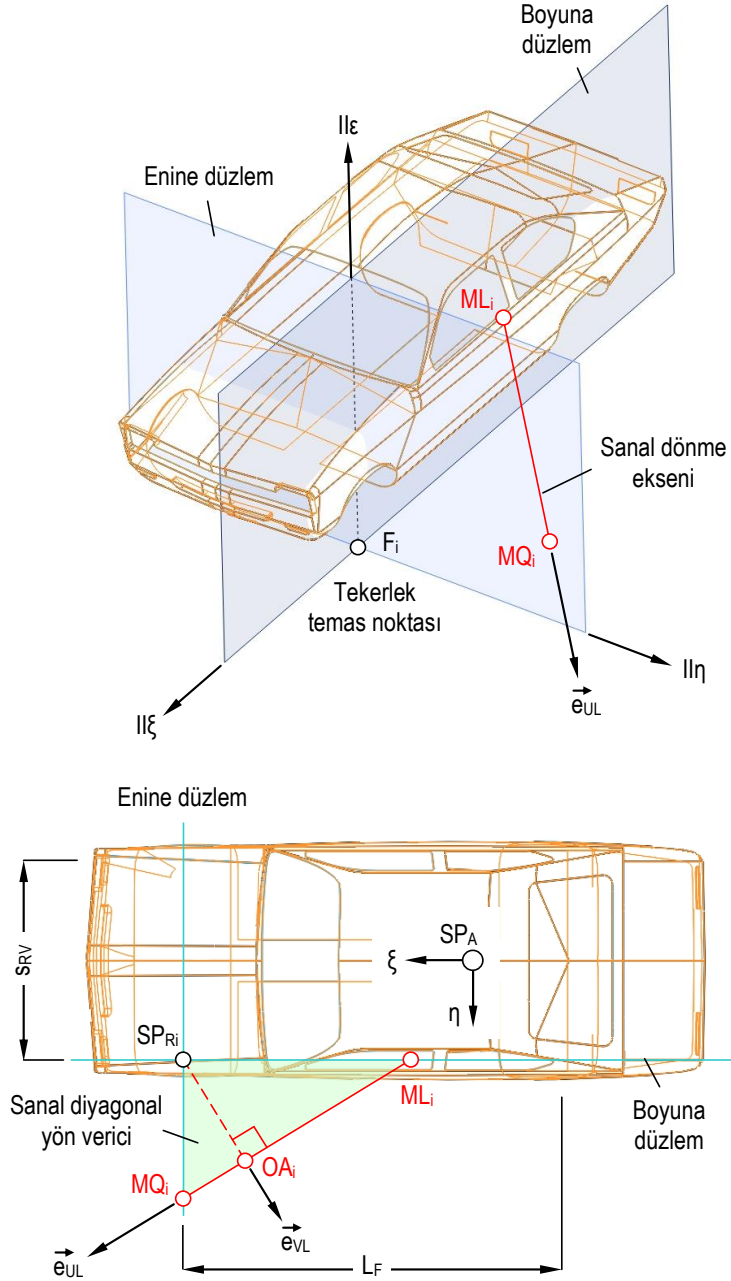
Şekil 5.5 Tekerleğe etkiyen frenleme kuvvetinin, ön aks baş sallama merkezinden gövdeye iletimi (Reimpell, 1976)



Şekil 5.6 MQ ve ML noktalarının yerleşimi

Diğer bir deyişle, MQ noktasının bulunmasında askı sistemi, enine düzleme indirgenmiş iki boyutlu bir dört kol mekanizması gibi değerlendirilmektedir (Blundell ve Harty, 2006). ML'nin belirlenmesinde kullanılan  $A_1-A_2$  ve  $A_5-A_6$  doğrularına paralel  $IIA_{1-A_2}$  ve  $IIA_{5-A_6}$  hatları ise,  $A_U-A_3$  ve  $A_O-A_4$  doğrultularının boyuna düzlemlerle kesişim noktaları olan  $a_U$  ve  $a_O$  ile çakışacak şekilde bu düzleme

indirgenmektedir. Beraber değerlendirildiğinde,  $MQ_i$  ve  $ML_i$  noktaları askı sisteminin taşıt gövdesine göre izafi hareket yaptığı bir eksenı tarif etmektedir. Buna göre tekerleğin *taşıt gövdesine göre*, düşey yönde bağıl yer değişimi sırasında, Şekil 5.7’de görülen bu eksen etrafında döndüğü düşünülebilir (Milliken, 1995).



Şekil 5.7 Sanal dönme ekseninin tekerlek temas noktasına göre yerleşimi



Bir başka deyişle, tekerlek, taşıt gövdesine  $MQ_i$  ve  $ML_i$  noktalarından yataklanmış ve köşeleri,  $A_{8i}$ ,  $MQ_i$  ve  $ML_i$  noktaları olan sanal bir yön vericiye bağlı gibi kabul edilebilir.  $OA_i$ , tekerlek kütle merkezi  $A_{8i}$ 'nin  $MQ_i$ - $ML_i$  doğrusu üzerindeki dik izdüşümüdür. Tekerlek bu noktayı merkez kabul eden ve eksenini  $e_{UL}$  birim vektörü olan bir çember çevresinde dönmektedir (Şekil 5.7). Kinetik olarak değerlendirildiğinde ise, bir sürüş manevrası sırasında, tekerlek düşey kuvvetlerinde oluşan değişiklikler taşıt gövdesine  $OA_i$  noktalardan iletilmektedir.  $MQ_i$ - $ML_i$  hattı, gerçek askı sisteminin kinematik ve konstrüktif yapısına bağlı olarak genellikle taşıt enine ekseninden belirli ölçüde sapmaktadır. Böylelikle, bir bağımsız askı sistemi, taşıt modeli içerisinde, kinematik olarak eşdeğer, fakat çok daha basit olan, *diyagonal yön vericili askı sistemiyle* temsil edilebilmektedir (Gnadler, 1971), (Sorgatz, 1973), (Kuralay, 1985). Burada  $MQ_i$  ve  $ML_i$ , bu sanal diyagonal yön vericinin yataklama noktalarına tekabül etmektedir. Bu yaklaşımın, diğer bağımsız askı sistemlerine uygulanması mümkündür. Örneğin, binek taşıtlarının arka akslarında kullanılan, diyagonal yön vericili bağımsız askı sistemi, üst yön vericisi bulunmayan bir çift enine yön vericili askı sistemi gibi değerlendirilebilir. Bu sistemde sanal dönme eksenini, yön vericiyi taşıt gövdesine bağlayan döner mafsalları birleştiren gerçek dönme eksenine karşılık gelmektedir.  $MQ_i$  ve  $ML_i$  noktaları ise, gerçek yataklama noktalarından farklı olarak, bu eksenin tekerlek temas noktasına denk düşen boyuna ve enine eksenlerle kesişim noktalarıdır (Reimpell, 1976). Tekerleğin, taşıt gövdesine göre  $\varepsilon$  eksenini doğrultusundaki izafi hareketi ( $\varepsilon_{A3} \approx \varepsilon_{A8}$ ) sırasında askı sistemi yapı elemanlarının konum değişimi nedeniyle,  $MQ_i$  ve  $ML_i$  noktalarına ait koordinat bileşenlerinin, başlangıçta seçilecek bir referans noktasının koordinatlarına göre belirli ölçüde değişmesi beklenir. Bu nedenle,  $MQ_i$ ,  $ML_i$  ve dolayısıyla  $OA_i$ , gövde hareketine bağlı olarak,  $SP_A$  noktasına göre konum değiştiren dinamik noktalar. Enine düzlemde  $MQ_i$  noktasının belirlenmesi Şekil 5.8'de görülmektedir. Düzlem, tekerlek temas noktası  $F_i$  ile kesiştiğinden,

$$\xi_{MQ_i} = \xi_{F_i} \quad (5.1)$$

olarak kabul edilebilir.  $\eta_{MQ_i}$  ve  $\varepsilon_{MQ_i}$  bileşenleri ise  $A_{U_i}$ - $A_{3i}$  ve  $A_{O_i}$ - $A_{4i}$  doğrultularının kesişim denkleminde,

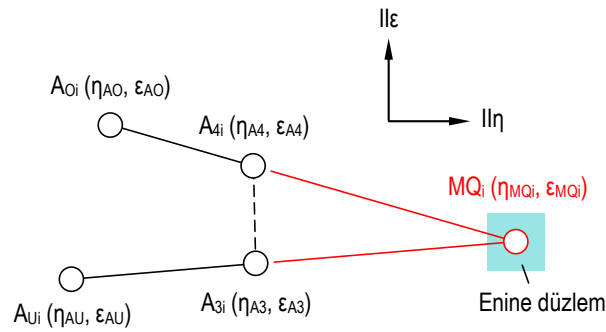
$$\eta_{MQ_i} = \frac{(\eta_{AO} \cdot \varepsilon_{A4} - \varepsilon_{AO} \eta_{A4})(\eta_{AU} - \eta_{A3}) - (\eta_{AO} - \eta_{A4})(\eta_{AU} \cdot \varepsilon_{A3} - \varepsilon_{AU} \cdot \eta_{A3})}{(\eta_{AO} - \eta_{A4})(\varepsilon_{AU} - \varepsilon_{A3}) - (\varepsilon_{AO} - \varepsilon_{A4})(\eta_{AU} - \eta_{A3})} \quad (5.2)$$

$$\varepsilon_{MQ_i} = \frac{(\eta_{AO} \cdot \varepsilon_{A4} - \varepsilon_{AO} \eta_{A4})(\varepsilon_{AU} - \varepsilon_{A3}) - (\varepsilon_{AO} - \varepsilon_{A4})(\eta_{AU} \cdot \varepsilon_{A3} - \varepsilon_{AU} \cdot \eta_{A3})}{(\eta_{AO} - \eta_{A4})(\varepsilon_{AU} - \varepsilon_{A3}) - (\varepsilon_{AO} - \varepsilon_{A4})(\eta_{AU} - \eta_{A3})} \quad (5.3)$$

şeklinde türetilir. Benzer denklemler,  $ML_i$  noktası için de yazılabilir. Bu noktanın bulunduğu boyuna eksen tekerlek temas ile kesiştiğinden,

$$\eta_{ML_i} = \eta_{Fi} \quad (5.4)$$

özel durumu geçerlidir.



Şekil 5.8 Enine düzlemde  $MQ_i$  noktasının belirlenmesi

İzdüşüm noktası  $OA_i$ ,  $MQ_i - ML_i$  hattı üzerinde olduğundan, bu noktanın konumu için  $\vec{e}_{UL}$ ,  $\vec{e}_{VL}$  ve  $\vec{e}_{WL}$  şeklinde üç birim vektör tanımlanabilir. Burada  $MQ - ML$  hattı  $\vec{e}_{UL}$ ,  $SP_R - OA$  doğrultusu ise  $\vec{e}_{VL}$  birim vektörleriyle tarif edilmektedir. Sonuncu birim vektör  $\vec{e}_{WL}$  ise diğer iki birim vektörün çarpımından türetilmektedir. Matematiksel olarak, bu noktanın birim vektörleri,

$$\vec{e}_{UL_i} = \frac{\vec{r}_{MQ} - \vec{r}_{ML}}{|\vec{r}_{MQ} - \vec{r}_{ML}|} = A_{UL} \cdot \vec{e}_\xi + B_{UL} \cdot \vec{e}_\eta + C_{UL} \cdot \vec{e}_\varepsilon \quad (5.5.a)$$

$$\vec{e}_{VL_i} = \frac{\vec{r}_{A8} - \vec{r}_{OA}}{|\vec{r}_{A8} - \vec{r}_{OA}|} = A_{VL} \cdot \vec{e}_\xi + B_{VL} \cdot \vec{e}_\eta + C_{VL} \cdot \vec{e}_\varepsilon \quad (5.5.b)$$

$$\vec{e}_{wLi} = \vec{e}_{vLi} \times \vec{e}_{uLi} = A_{wL} \cdot \vec{e}_{\xi} + B_{wL} \cdot \vec{e}_{\eta} + C_{wL} \cdot \vec{e}_{\varepsilon} \quad (5.5.c)$$

şeklinde. Böylece  $u_i-v_i-w_i$  ve  $\xi-\eta-\varepsilon$  eksen takımları arasında vektör transformasyonu  $T_{LA}^{-1}$ ,

$$T_{LA}^{-1} = \begin{bmatrix} A_{UL} & A_{VL} & A_{WL} \\ B_{UL} & B_{VL} & B_{WL} \\ C_{UL} & C_{VL} & C_{WL} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

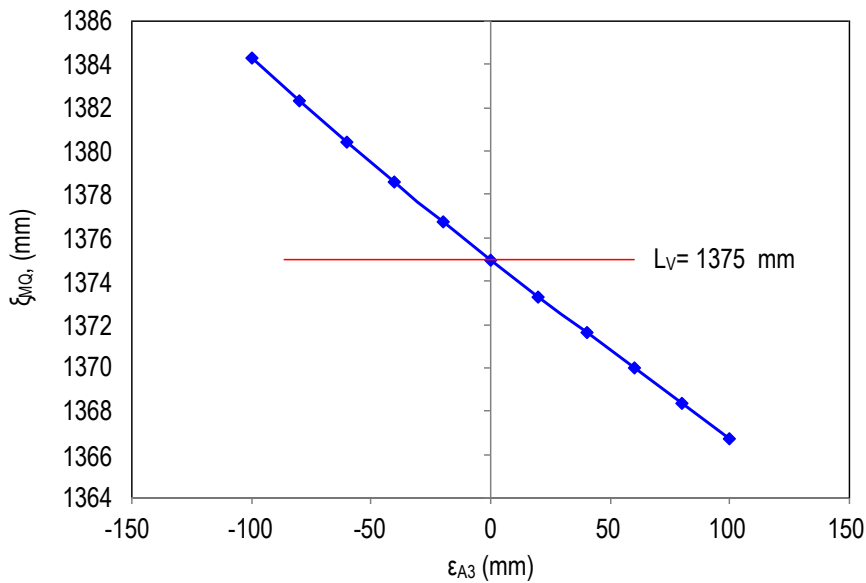
olarak ifade edilir.

#### 5.4 $O_A$ Noktası Konumunun Belirlenmesi

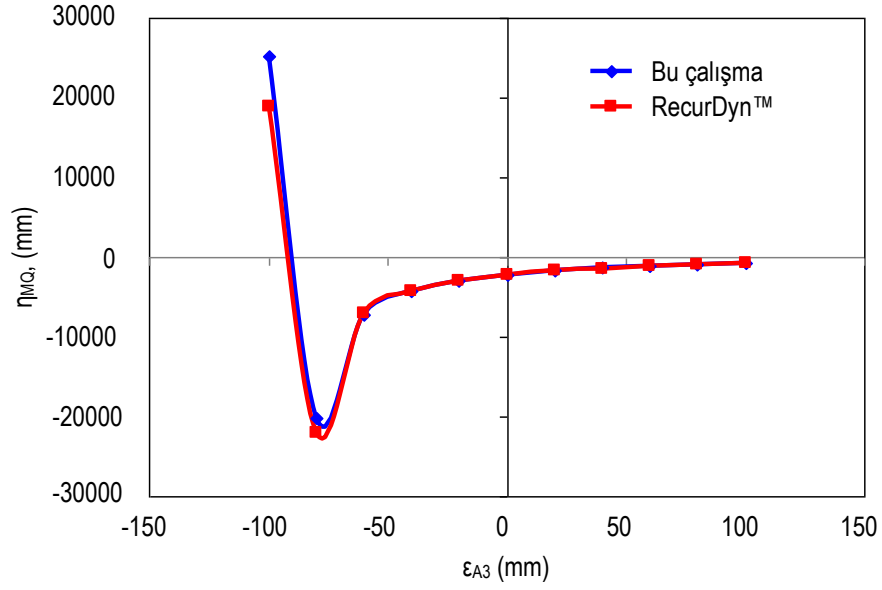
Askı sistemi ani dönme merkezleri  $ML_i$ ,  $MQ_i$  ve izdüşüm noktası  $OA_i$  konumları bir binek taşıtında kullanılan çift enine yön vericili askı sisteminin geometrisi kullanılarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamayı gerçekleştiren alt programın hazırlanmasında, Bölüm 4.2’de verilen, alt salıncağın  $A_1$  ve  $A_2$  yatakları arasında  $A_3$  rotilinden çekilen dikmenin kesim noktasını veren  $O_1$  noktasının yer vektörüne ait hesaplama usulü  $OA_i$  noktası için tekrarlanmıştır. Oluşturulan alt programın uzaysal özellikteki bir askı sistemi üzerinde denenebilmesi için, nokta koordinatları Tablo E.2’de verilen çift enine yön vericili ön askı sistemi örnek olarak seçilmiştir. Bu sistemde  $A_1A_2$  ve  $A_5A_6$  doğrultuları taşıt boyuna ekseninden sapmıştır. Yön vericilerin enine eksen ( $\eta$ ) doğrultusunda herhangi bir paralelliği söz konusu değildir. Bu durumuyla, incelenen askı sisteminin statik durumda birer  $MQ_i$  ve  $ML_i$  kesişim noktası vereceği açıkça görülmektedir.

İlk olarak, askı sistemini oluşturan sekiz adet kinematik noktaya ( $A_1... A_8$ ) ait koordinat bileşenleri, oluşturulan alt programda tanımlanmıştır. Alt yön verici rotelinin  $\varepsilon_{A3} = \pm 100$  mm aralığında düşey olarak yer değiştirdiği düşünülmüştür. Bu sırada askı sistemi yapı elemanlarının konum değişimi nedeniyle  $MQ$  ve  $ML$  noktalarının konumlarında meydana gelen değişiklikler elde edilmiştir. Hazırlanan programdan elde edilen sonuçlar, RecurDyn™ programı yardımıyla doğrulanmıştır.

Ani dönme merkezlerindeki değişimlerin fiziksel model yardımıyla bulunması sırasında, askı sistemi, Şekil 5.6'ya uygun biçimde,  $A_3$  ve sanal  $A_U$  noktalarından geçen çapı ihmal edilebilir bir çubuk eleman alt salıncağa sabitlenmiştir. Benzer işlem, üst salıncakta  $A_4$  ve  $A_O$  noktaları için tekrarlanmıştır. Bu şekilde oluşturulan fiziksel modelde, çubuk elemanların enine düzlemdeki kesişim noktasının (MQ)  $\varepsilon_{A3}$ 'e bağlı değişimi izlenmiştir. Burada kaster açısının, tekerlek düşey yer değişimine bağlı kinematik etkisi dikkate alınmadığından, tekerlek düşey yer değişimi sırasında MQ noktasının, aks mesafesi  $L_F$  (ya da kütle merkezinin ön aksa yatay uzaklığı,  $L_V$ ) değişimi nedeniyle  $\xi$  ekseninde yapması öngörülen oldukça sınırlı hareket kısıtlanmıştır. Şekil 5.9'daki karşılaştırmadan da görüldüğü gibi, bu kabul ile yapılan hata % 0,73 mertebesindedir. Hazırlanan alt programdan ve RecurDyn™ uygulamasından, MQ noktasının  $\eta$  ve  $\varepsilon$  bileşenleri için tekerlek düşey yer değişimine bağlı olarak elde edilen konum değişimi değerleri Şekil 5.10 ve Şekil 5.11'te karşılaştırılmaktadır. Şekil 5.10 ve Şekil 5.11 incelendiğinde,  $\eta_{MQi}$  ve  $\varepsilon_{MQi}$  bileşenlerinin yaklaşık  $\varepsilon_{A3} = -90$  mm düşey tekerlek deplasmanından sonra işaret değiştirdiği görülmektedir. Bunun fiziksel anlamı, örneğin  $\eta_{MQi}$  bileşeninin, anılan deplasman değerine kadar, tekerlekten taşıt gövdesine doğru bir noktada konum değiştirmesi, bu değerden sonra, örneğin  $\varepsilon_{A3} = -100$  mm için tekerleğin taşıtın dış kısmında konumlanması şeklinde değerlendirilebilir.

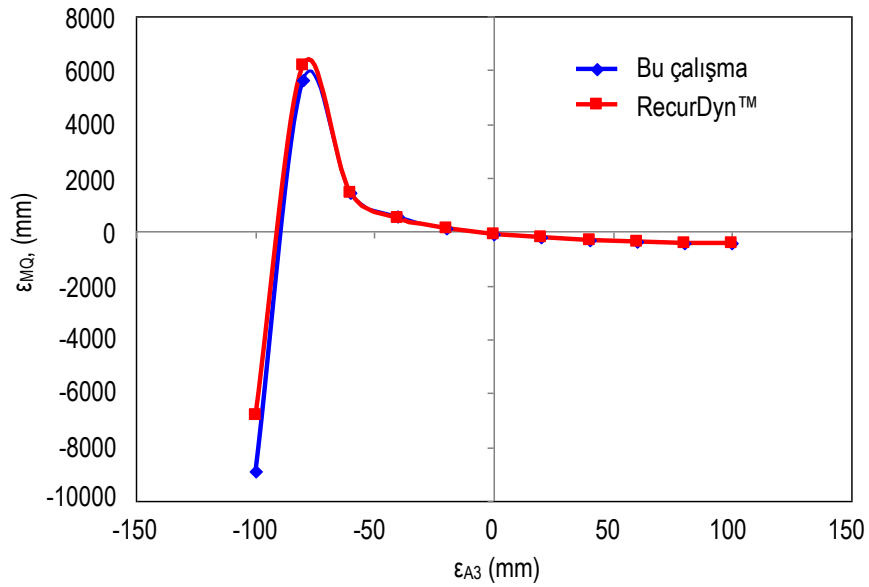


Şekil 5.9  $\xi_{MQ}$  bileşeni konumunun tekerlek düşey yer değişimine bağlı değişimi



Şekil 5.10  $\eta_{MQ}$  bileşeni konumunun tekerlek düşey yer değişimine bağlı değişimi

Çift enine yön vericili askı sisteminde görülebilen klasik bir karakteristik olan bu durumun bir örneği Şekil 5.12'de bir yolcu otobüsünün bağımsız ön askı sistemi için verilmektedir.



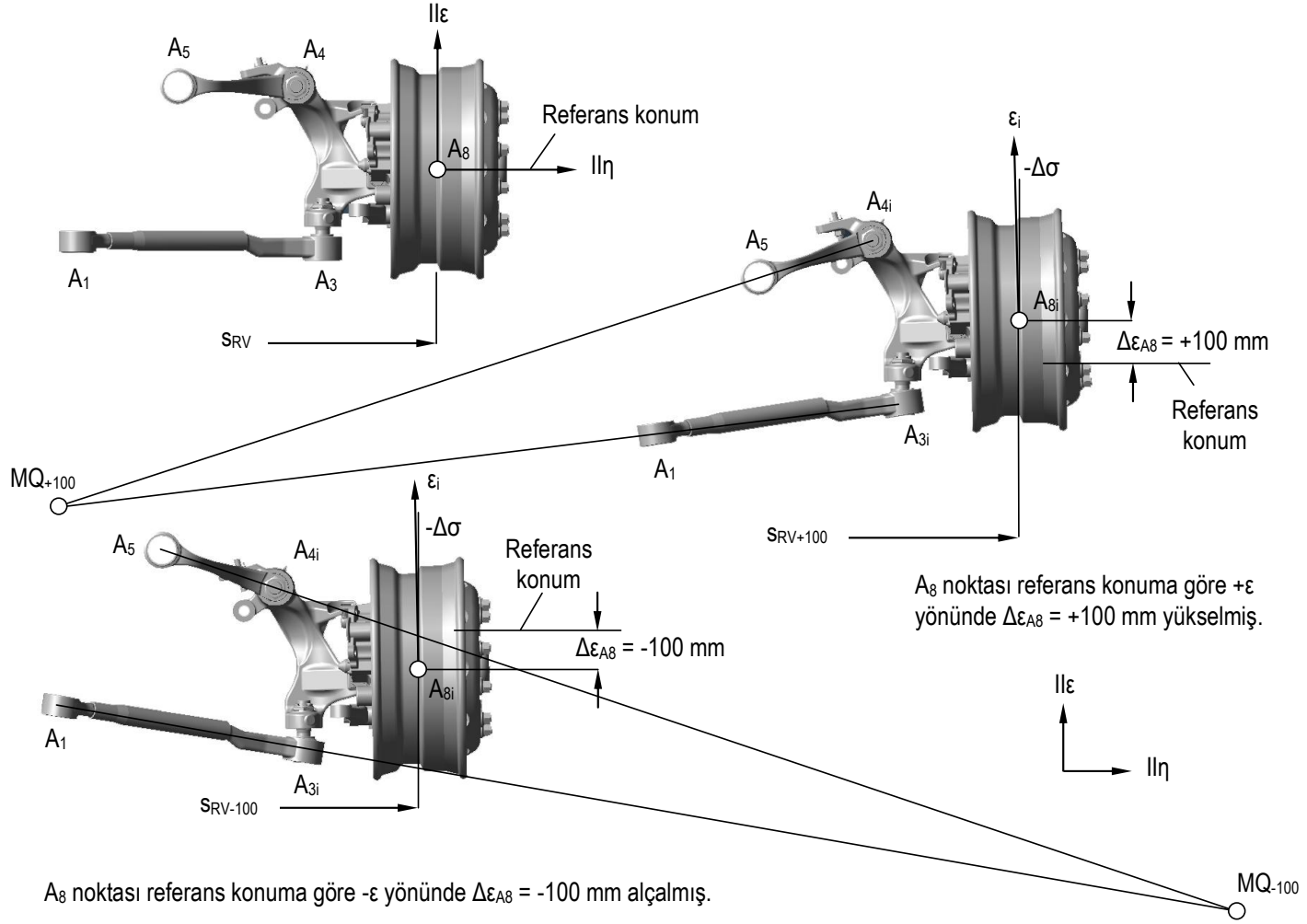
Şekil 5.11  $\epsilon_{MQ}$  bileşeni konumunun tekerlek düşey yer değişimine bağlı değişimi

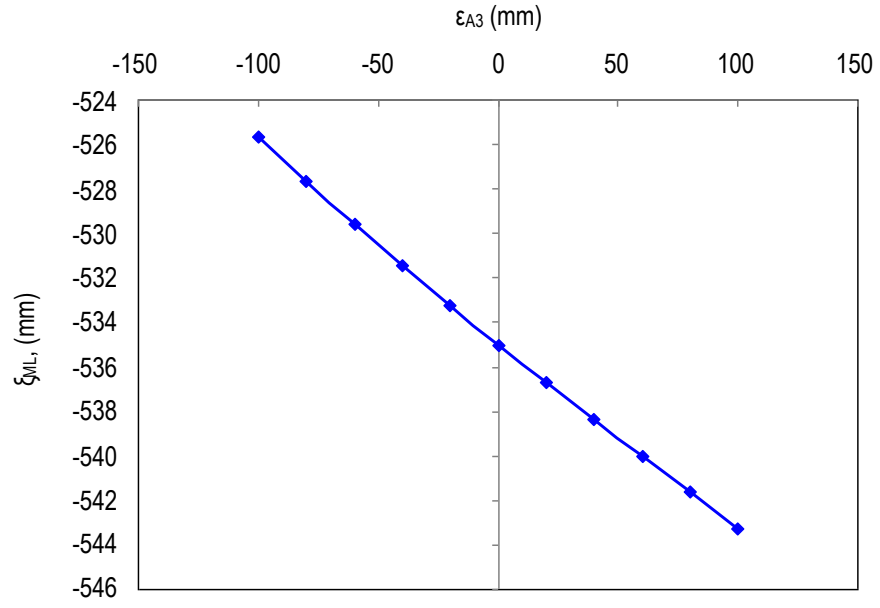
Katı model ile yapılan karşılaştırmada,  $\epsilon_{A3} = -90$  mm düşey deplasmana kadar programın hatasız çalıştığı görülmüştür. Oldukça ekstrem bir durumu tarif eden ve taşıt gövdesinin çok yüksek yalpa açısı alması durumunda oluşması beklenen  $\epsilon_{A3} = 100$  mm düşey yer değişimi durumunda da ortaya çıkan hatanın kabul edilebilir düzeyde olduğu değerlendirilebilir.

Bu sonuçlar ışığında, geliştirilen alt programın, çeşitli sürüş manevralarının simülasyonunda, anılan iki koordinatın ( $\eta_{MQi}$  ve  $\eta_{MLi}$ ) dinamik konumlarını, tekerlek düşey yer değişimine bağlı olarak yeterli hassasiyetle elde edebildiği söylenebilir.

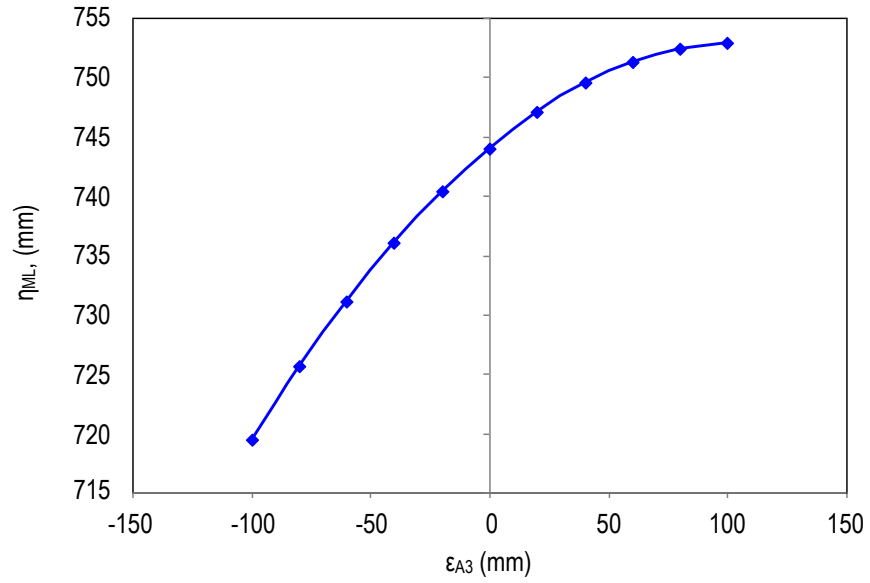
Yukarıda açıklanan yöntemle, taşıt boyuna düzlemine paralel ve tekerlek temas noktası  $F_i$  ve  $A_8$ 'i içine alan bir düzlem üzerinde oluşması beklenen  $ML_i$  noktasının,  $\epsilon_{A3}$ 'e bağlı konum değişimleri de incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar Şekil 5.13, Şekil 5.14 ve Şekil 5.16'da özetlenmektedir. Burada dikkat çeken nokta  $ML_i$  noktasının  $\eta$  eksenindeki hareketidir. Bu durum, tekerleğin taşıt gövdesine göre düşey yer değişimi sırasında, ön aksın iz genişliği  $s_{RV}$ 'de meydana gelen değişimden kaynaklanmaktadır.

Şekil 5.12 Tekerleğin düşey hareketine ( $\epsilon_{A8}$ ) bağlı olarak MQ'nun  $\eta$ - $\epsilon$  düzleminde hareketi





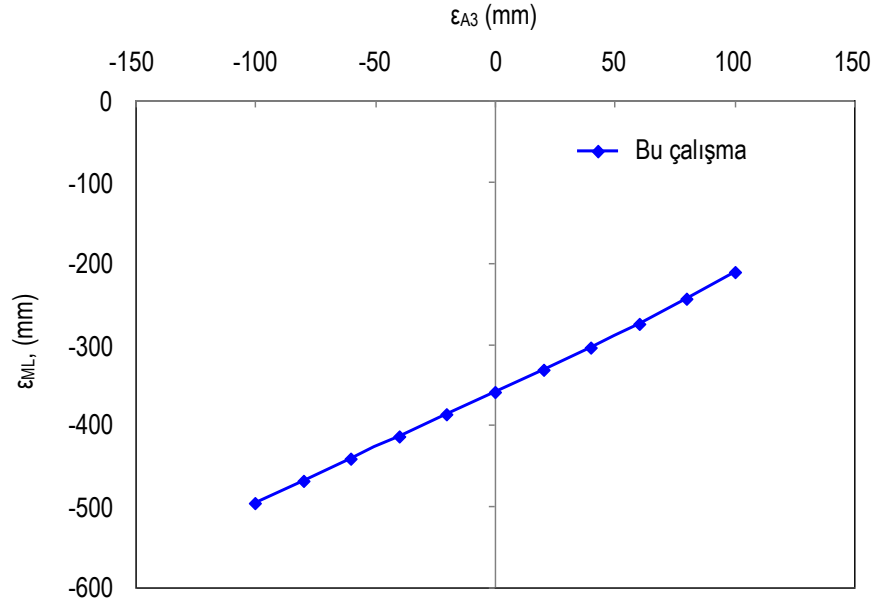
Şekil 5.13  $\xi_{ML}$  bileşeni konumunun tekerlek düşey yer değişimine bağlı değişimi



Şekil 5.14  $\eta_{ML}$  bileşeni konumunun tekerlek düşey yer değişimine bağlı değişimi

$ML_i$  kural olarak, yönlendirme açısının  $\beta_i = 0$  olması durumunda yaklaşık olarak, tekerlek ortasından taşıt boyuna eksenini boyunca geçen boyuna düzlem üzerinde bulunduğundan, tekerleğin yere temas ettiği  $F_i$  ve akson üzerindeki  $A_8$  noktalarının  $\eta$  eksenindeki hareketi, anılan düzlemin de belirli ölçüde sürüklenmesi sonucunu doğurur.





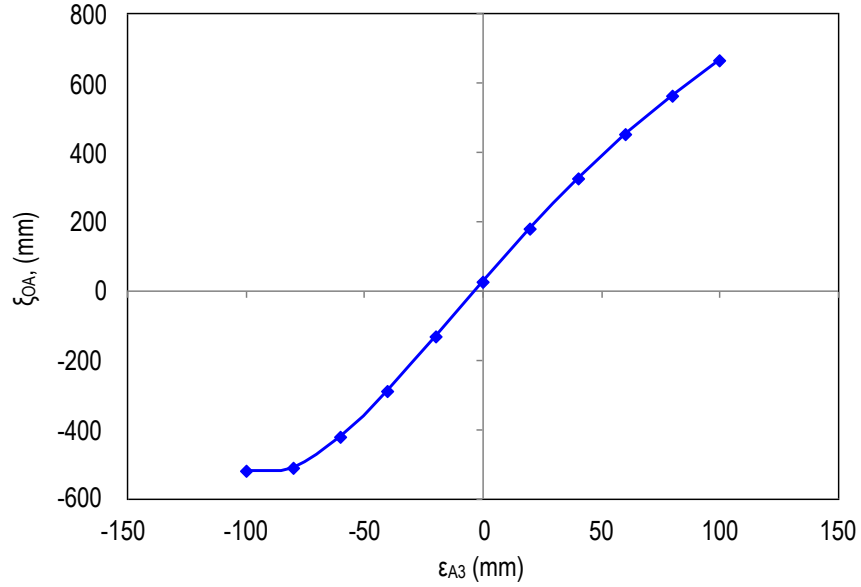
Şekil 5.15  $\epsilon_{ML}$  bileşeni konumunun tekerlek düşey yer değişimine bağlı değişimi

Buna ek olarak, tekerleğin düşey hareketi sırasında  $A_3A_4$  hattı da uzayda konum değiştirdiğinden,  $\xi_{ML}$  bileşeni  $\xi$  ekseninde kısıtlı ölçüde (% 1,7 mertebesinde) hareket etmektedir. Oluşturulan bilgisayar uygulaması, bu değişikliğin miktarını ölçebilmektedir. Elde edilen bu sonuçlar yardımıyla,  $OA_i$  noktasının, tekerlek düşey hareketine bağlı konum değiştirme karakteristiği de belirlenebilmektedir. Oluşturulan alt programdan alınan,  $OA_i$  noktasının üç bileşeninin tekerlek düşey yer değişimine bağlı karakteristiği Şekil 5.16, Şekil 5.17 ve Şekil 5.18'de sırasıyla  $\xi$ ,  $\eta$  ve  $\epsilon$  eksenleri için verilmiştir. İzlenen bu yöntemle, tekerleğin taşıt gövdesine dönme hareketi yaptığı  $OA_i$  merkezinin koordinatlarının, tekerlek düşey hareketine bağlı olarak belirlenmesi mümkündür.

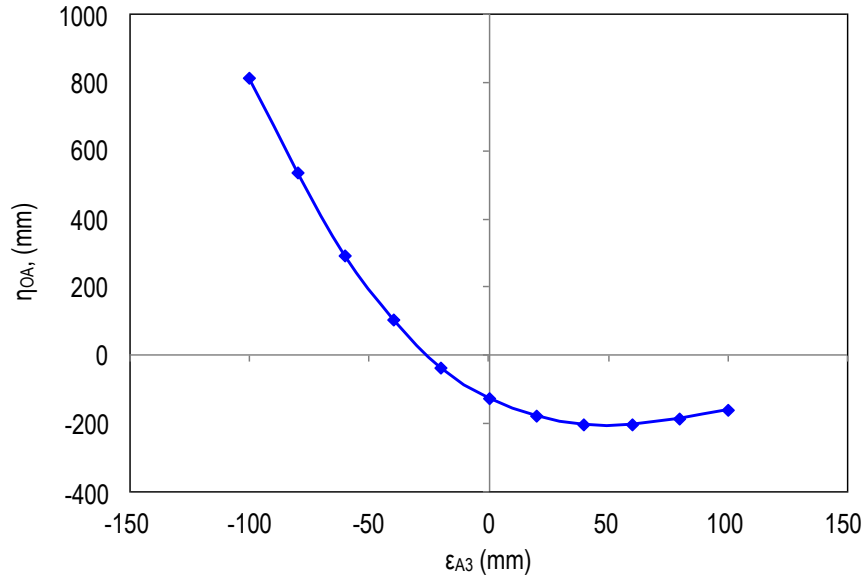
### 5.5 Tekerleğe Etkiyen Kuvvet ve Momentler

Taşıt gövdesinin hareket denklemlerinin oluşturulabilmesi için, tekerleklere etkiyen kuvvetlerin, gövde kütle merkezi  $SP_A$ 'ya bağlı  $\xi$ ,  $\eta$  ve  $\epsilon$  eksenleri çevresinde üç moment bileşenine indirgenmesi gerekir (Day ve diğer., 2001). Tekerlek kuvvetlerinin taşıt gövdesine göre ifade edilebilmesi için başlangıçta tekerlek temas noktası ve tekerlek göbeği üzerinde, kamber ( $\sigma$ ) ve yönlendirme ( $\beta$ ) açılarının

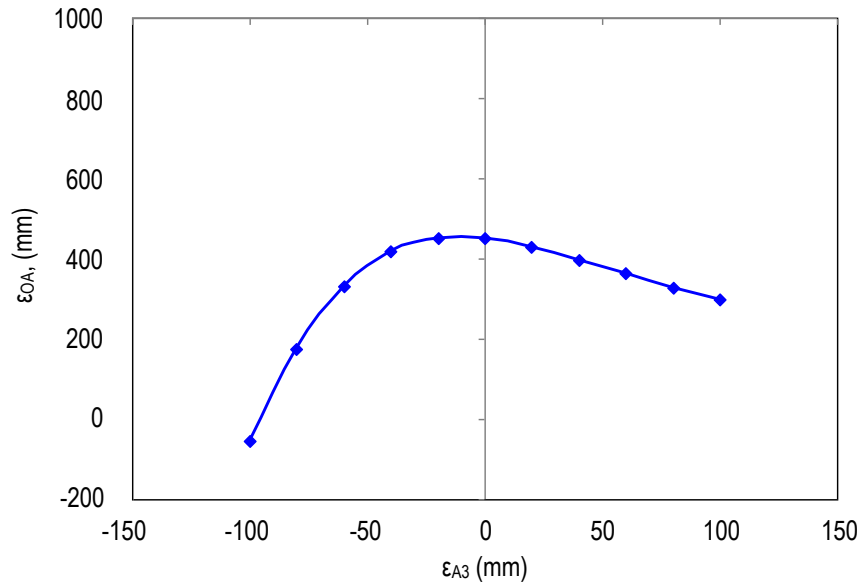
varlığından dolayı, Şekil 2.4'te görülen iki farklı eksen takımının tarifine ihtiyaç duyulur. Elastik yapısı nedeniyle, tekerleğe yol yüzeyinden etki eden yatay (B ve S) ve düşey (P) kuvvetler, temas alanının tam ortasında bulunan F noktasından belirli ölçüde saparak, yeni bir N noktasından etkir.



Şekil 5.16  $\xi_{OA}$  bileşeni konumunun tekerlek düşey yer değişimine bağlı değişimi



Şekil 5.17  $\eta_{OA}$  bileşeni konumunun tekerlek düşey yer değişimine bağlı değişimi



Şekil 5.18  $\epsilon_{OA_1}$  bileşeni konumunun tekerlek düşey yer değişimine bağlı değişimi

Tekerlek temas noktasına etkiyen kuvvetlerin, tekerlek atalet kuvvetleri ve bunların oluşturduğu momentlerde dengede olduğu düşünülebilir. Bu nedenle, tekerlek kütle merkezi  $SP_R$  üzerinde  $\vec{e}_{XR}$ ,  $\vec{e}_{YR}$  ve  $\vec{e}_{ZR}$  birim vektörleri doğrultusunda, Şekil 5.19'da görülen üç adet kuvvet bileşeni ve bunların etkidiği eksenler çevresinde üç adet moment meydana gelir (Mitschke, 1972) (Meier-Dörnberg ve Strackerjan, 1977) (Jazar, 2008). Bu kuvvet ve momentlerin anlık dengesi,

$$\sum_{i=1}^4 \vec{F}_{SPRi} = 0 \quad (5.7)$$

$$\sum_{i=1}^4 \vec{M}_{SPRi} = 0 \quad (5.8)$$

denklemleriyle ifade edilebilir. Tekerlek kütle merkezine sabit  $X_R$ - $Y_R$ - $Z_R$  eksen takımına göre kuvvet dengesi,

$$F_{XRi} = -B_i + F_{UXRi} \quad (5.9.a)$$

$$F_{YRi} = -S_i \cdot \cos \sigma_i + (P_i - G_{Ri}) \cdot \sin \sigma_i + F_{UYRi} \quad (5.9.b)$$

$$F_{ZRi} = S_i \cdot \sin \sigma_i + (P_i - G_{Ri}) \cdot \cos \sigma_i + F_{UZRi} \quad (5.9.c)$$



$$M_{UXRi} = I_R \cdot k \cdot \sigma_i - I_R \cdot \dot{\phi}_i \cdot (\dot{\epsilon}_g + \dot{\beta}_i) \quad (5.11.a)$$

$$M_{UYRi} = I_R \cdot k \cdot \ddot{\phi}_i \quad (5.11.b)$$

$$M_{UZRi} = I_R \cdot k \cdot (\ddot{\epsilon}_g + \ddot{\beta}_i) + I_R \cdot \dot{\sigma}_i \cdot \dot{\beta}_i \quad (5.11.c)$$

şeklindedir.  $SP_{Ri}$  noktasındaki kuvvet ve moment dengesi kılavuz eksen takımına göre (X-Y-Z) yazılırsa,

$$F_{XF_i} = -B_i \cdot \cos \beta_i - S_i \cdot \sin \beta_i + F_{UXF_i} \quad (5.12.a)$$

$$F_{YF_i} = -B_i \cdot \sin \beta_i + S_i \cdot \cos \beta_i + F_{UYF_i} \quad (5.12.b)$$

$$F_{ZF_i} = P_i - G_{R_i} \quad (5.12.c)$$

$$M_{XF_i} = M_{XR_i} \cdot \cos \beta_i - M_{YR_i} \cdot \sin \beta_i \quad (5.13.a)$$

$$M_{YF_i} = M_{XR_i} \cdot \sin \beta_i + M_{YR_i} \cdot \cos \beta_i \quad (5.13.b)$$

$$M_{ZF_i} = M_{ZR_i} \quad (5.13.c)$$

denklemleri elde edilir. (5.12.a-c) ve (5.13.a-c) denklem takımları, taşıt gövdesi kütle merkezine sabit  $\xi$ - $\eta$ - $\epsilon$  eksen takımına göre ise,

$$\begin{bmatrix} F_{\xi SPR} \\ F_{\eta SPR} \\ F_{\epsilon SPR} \end{bmatrix} = T_{AF} \cdot \begin{bmatrix} F_{XF} \\ F_{YF} \\ F_{ZF} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\begin{bmatrix} M_{\xi SPR} \\ M_{\eta SPR} \\ M_{\epsilon SPR} \end{bmatrix} = T_{AF} \cdot \begin{bmatrix} M_{XF} \\ M_{YF} \\ M_{ZF} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

şeklinde ifade edilebilir. Elde edilen bu kuvvet bileşenleri, denklem (5.6)'da verilen  $T_{LA}$  transformasyon matrisi yardımıyla,

$$\vec{F}_{SPR,Li} = T_{LA} \cdot \vec{F}_{SPR,Ai} = T_{LA} \cdot \begin{bmatrix} F_{\xi SPRi} \\ F_{\eta SPRi} \\ F_{\varepsilon SPRi} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\vec{M}_{SPR,Li} = T_{LA} \cdot \vec{M}_{SPR,Ai} = T_{LA} \cdot \begin{bmatrix} M_{\xi SPRi} \\ M_{\eta SPRi} \\ M_{\varepsilon SPRi} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

olarak, sanal diyagonal yön vericinin gövdeye kuvvet ilettiği düşünülen  $OA_i$  noktasında bulunan  $\vec{e}_{UL} - \vec{e}_{VL} - \vec{e}_{WL}$  eksen takımına indirgenir.

Sanal diyagonal yön verici üzerindeki kuvvet dengesi, tek tekerlek için Şekil 5.20'de verilmektedir. Burada, tekerlek kütle merkezine etkiyen ve  $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$  eksen takımına indirgenmiş  $\vec{F}_{SPRi}$  ( $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$ ) kuvvetlerine karşı, yaylanma ve sönümleme elemanları olan yay, stabilizatör ve amortisör tarafından sırasıyla  $\vec{F}_{Fi}$ ,  $\vec{F}_{Si}$  ve  $\vec{F}_{Di}$  tepki kuvvetleri oluşturulur.  $SP_A$  çevresinde bir yalpa ivmesi  $\ddot{\psi}$  ya da baş sallama ivmesi  $\ddot{v}$  söz konusu ise bu iki kuvvet birbirini dengelememekte olduğundan,  $OA_i$  noktasında ortaya çıkacak kuvvet ve moment bileşenleri  $\vec{F}_{OALi}$  ve  $\vec{M}_{OALi}$  de dikkate alınarak, statığın bilinen prensipleri yardımıyla,

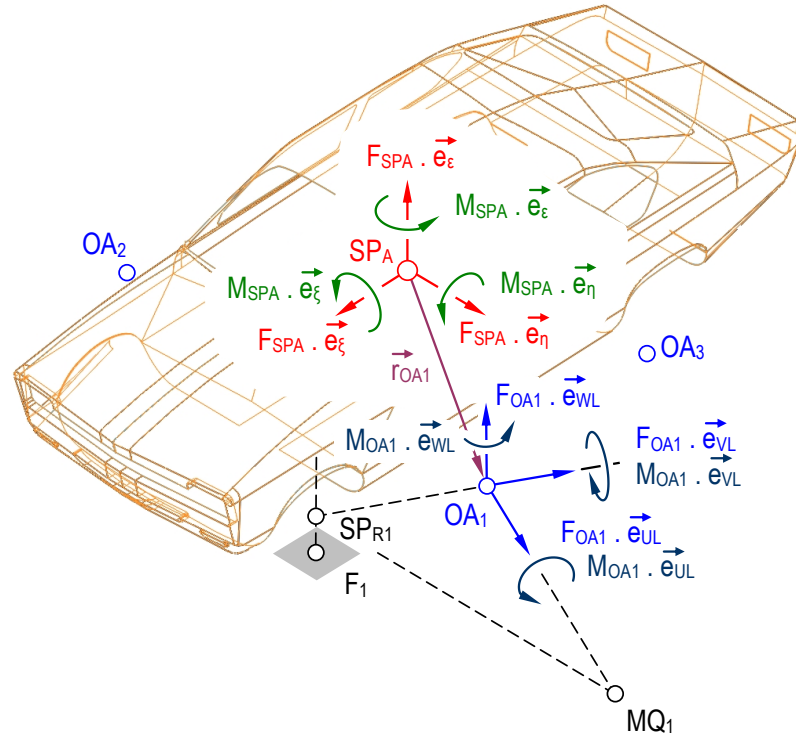
$$\vec{F}_{OALi} + \vec{F}_{SPR,Li} + T_{LA} \cdot (\vec{F}_{Fi} + \vec{F}_{Di} + \vec{F}_{Si}) = 0 \quad (5.18)$$

$$\vec{M}_{OALi} + \vec{M}_{SPR,Li} + T_{LA} \cdot [(\vec{r}_{OA} - \vec{r}_{SPRi}) \times \vec{F}_{OAI} + (\vec{r}_{Fi} - \vec{r}_{SPR}) \times (\vec{F}_{Fi} + \vec{F}_{Di} + \vec{F}_{Si})] = 0 \quad (5.19)$$

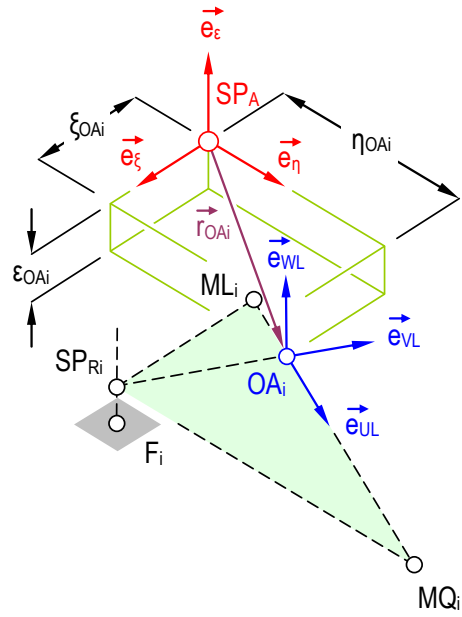
denge denklemleri yazılabilir (Kuralay, 1985). Denklem (5.18) ve (5.19)'den hesaplanan  $\vec{F}_{OALi}$  ve  $\vec{M}_{OALi}$  bileşenleri  $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$  eksen takımına göre yeniden yazılarak,  $SP_A$  ile  $OA$  noktalarını birleştiren  $r_{Oai}$  vektörlerinin aynı eksen takımındaki koordinat bileşenleri yardımıyla, Şekil 5.21.a ve b'ye göre,

$$M_{\xi SPA} = \sum_{i=1}^4 M_{\xi OAi} + (F_{\xi OAi} \cdot \eta_{Oai} - F_{\eta OAi} \cdot \varepsilon_{Oai}) + [(F_{Fi} + F_{Di} + F_{Si}) \cdot \eta_{Fi}] \quad (5.20.a)$$





a.



b.

Şekil 5.21 a. Tekerlek kuvvet ve momentlerinin taşıt kütle merkezine aktarılması, b. OA Noktasının gövde kütle merkezine göre konum bileşenleri



## 5.6 Yaylanma ve Sönümlenme Kuvvetleri

Şekil 5.20’de görülen  $F_{Fi}$ ,  $F_{Si}$  ve  $F_{Di}$  kuvvetleri, askı sisteminde yaylandırma ve sönümlenme elemanı olarak kullanılan yay, stabilizatör ve amortisörün tekerlek temas noktasına indirgenmiş kuvvet eşdeğerleridir (Sayers ve Han, 1995). Bu kuvvetler, tekerlek kütle merkezi  $SP_{Ri}$  ( $A_{8i}$ )’ye  $\varepsilon$  eksenine doğrultusunda etkimekte olup, söz konusu elemanların yine aynı noktaya indirgenmiş eşdeğer yay ve amortisör katsayıları,  $c_{FRi}$ ,  $c_{SRi}$  ve  $c_{DRi}$  üzerinden hesaplanır.

### 5.6.1 Yay ve Stabilizatör Kuvvetleri

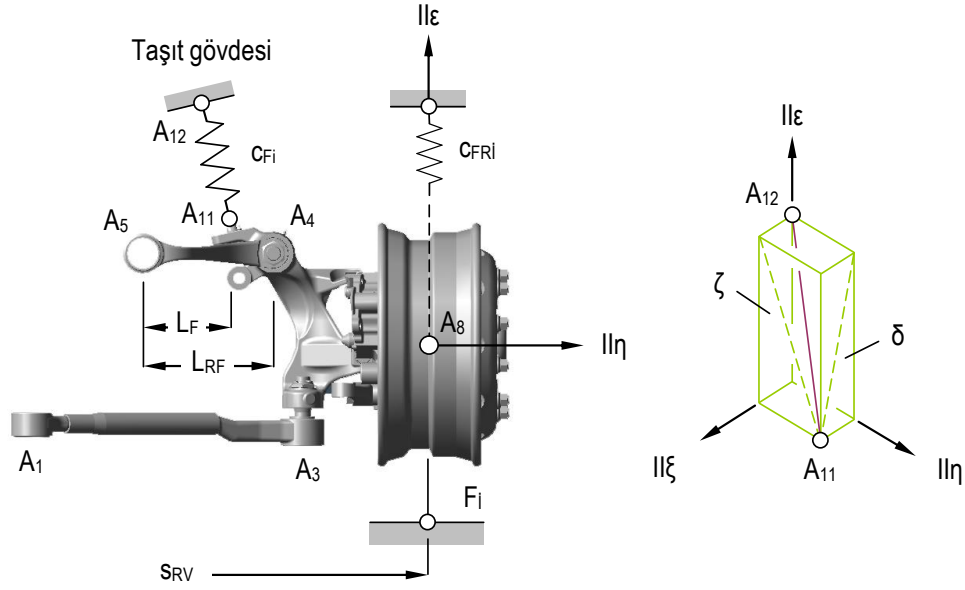
$A_{11}$  noktasından yön vericiye,  $A_{12}$  noktasından taşıt gövdesine bağlanmış gerçek helisel yay ve bunun tekerlek temas noktasına indirgenmiş eşdeğerinin şematik gösterimi Şekil 5.22’de görülmektedir. Modelde, yay ve stabilizatör kuvvetini oluşturan düşey yer değişimi ile bu elemanların gerçekte monte edildiği noktalarda ortaya çıkan düşey yer değişimleri birbirinden farklıdır. Bu nedenle konstrüksiyonda kullanılan yayın katsayısı  $c_{Fi}$ , tekerlek temas noktası ile yayın gerçek montaj noktası arasında yalpalama durumu için tanımlanan yay kuvveti çevrim oranı  $i_F$  yardımıyla, matematiksel modelde ifade edilmektedir. Bu oran askı sistemi geometrisine ve yay ekseninin uzaydaki açılma konumuna bağlı olup, Şekil 5.22’ye göre,

$$i_{Fi} = \frac{L_{RFi}}{L_{Ri}} \cdot \lambda_i \quad (5.21.a)$$

denklemlerle tarif edilebilir. Burada,

$$\lambda_i = f(\zeta_i, \gamma_i) \quad (5.21.b)$$

şeklinde olup. Çeşitli sabit aks tipleri ve bağımsız askı sistemleri için  $i_F$  çevrim oranının ayrıntılı hesabı literatürde bulunmaktadır (v. Estorff, 1969) (Kuralay, 2008.a).



Şekil 5.22 Tekerlek temas noktasına indirgenmiş eşdeğer yay katsayısı

Bu şekilde, kuvvet-şekil değişimi karakteristiği bilinen bir yaylanma elemanının tekerlek temas noktasına indirgenmiş eşdeğer yay katsayısı taşıt modelinde,

$$c_{FRi} = \frac{c_{Fi}}{i_{Fi}^2} \quad (5.22)$$

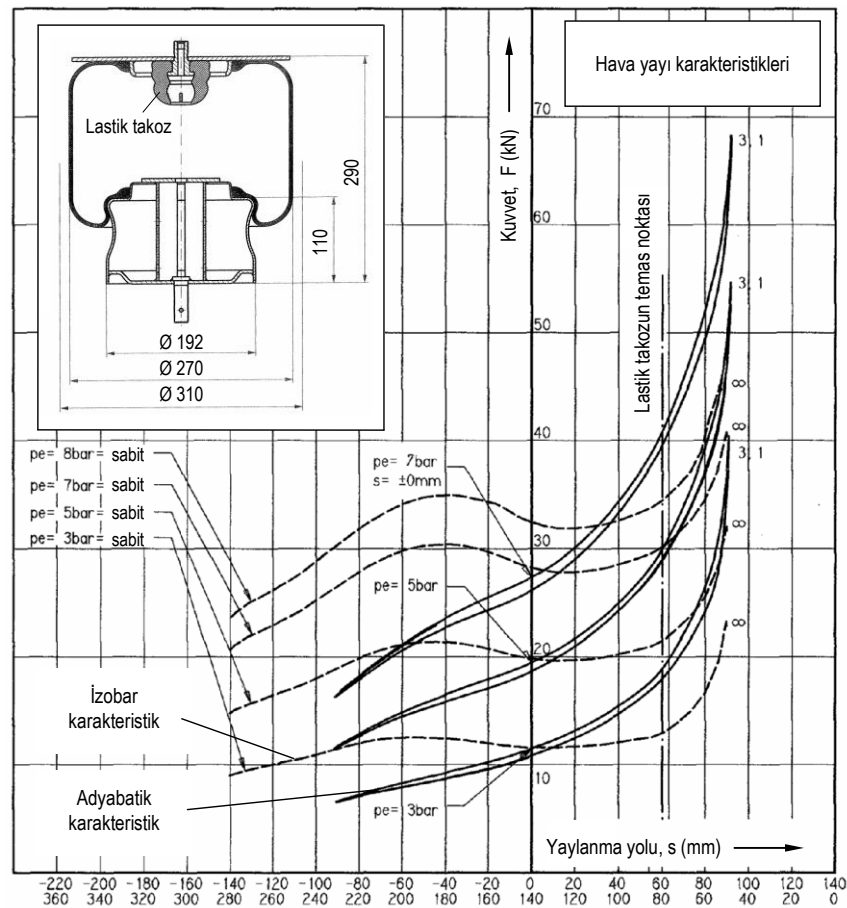
şeklinde tarif edilmektedir. Böylece yay kuvveti,  $\epsilon_{Ki} \approx \epsilon_{A8i} = \epsilon_{SPRi}$  olarak kabul edilerek,

$$F_{Fi} = c_{FRi} \cdot \epsilon_{Ki} \quad (5.23)$$

olarak hesaplanabilir. Yalpa ve/veya baş sallama nedeniyle  $F_i$  noktasına göre ortaya çıkacak yay sıkışması ise yaklaşık olarak,

$$\epsilon_{Ki} \approx -\frac{\epsilon_{SPA}}{\cos v \cdot \cos \psi} + \frac{\xi_{Fi} \cdot \text{tg} v}{\cos \psi} - \eta_{Fi} \cdot \text{tg} \psi - \epsilon_{Ri} \quad (5.24)$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada  $\epsilon_{Ri}$ , tekerleğin  $P_i$  kuvveti altındaki düşey elastik şekil değişimidir. Yay katsayısı  $c_{Fi}$ , Şekil 5.23'te örneği görülen kuvvet-şekil değişimi karakteristiği yardımıyla belirlenir. Bu karakteristik basit helisel yay örneğinde olduğu şekilde doğrusal ya da Şekil 5.23'teki gibi progresif olabilir. Bu durumda yay karakteristiği, bilinen yöntemlerle doğrusal hale getirilebileceği gibi (Engels, 1965), (Continental, 1977), (Pahl, bt), (Kuralay, 2008.a) (Topaç ve Kuralay, 2009), bu karakteristiğin denklemi, belirli yaylanma yolu aralıkları için parçalı olarak ifade edilebilir. Bu şekilde, söz konusu progresif karakteristiğin, yüksek mertebeden bir polinom denklemi şeklinde modelde tarif edilmesi mümkündür.



Şekil 5.23 Hava yayının karakteristikleri (Topaç, Kuralay, 2009)

Viraj hareketi sırasında ortaya çıkacak yalpayı sınırlandırmak amacıyla, yaylara ilaveten gövdenin, stabilizatör olarak adlandırılan dengeleme çubukları yardımıyla da desteklenmesi gerekir. Stabilizatör, yapısı ve monte ediliş biçimi gereği burulmaya



ve

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\varepsilon_F'}{a} = \frac{s_{SV}}{2a} \operatorname{tg}\varphi \quad (5.28)$$

şeklindedir. Küçük  $\theta$  değerleri için  $\varepsilon_F'/\theta$  oranı yaklaşık sabit kabul edilmektedir. Stabilizatör yalnızca yalpa hareketi sırasında devreye girdiğinden, stabilizatör kuvveti,  $\psi$  açısına bağlı olarak, aynı aksa bağlı tekerleklerin birbirine göre  $\varepsilon$  eksenindeki izafi hareketi ya da gövde kütle merkezine göre izafi *yükseklik farkı* ile tanımlanmaktadır (Riedel, 1985), (Rill, 2009). Ancak her iki tekerlek için de hareket boyunca  $\varepsilon_{Fi} = 0$ 'dır. Yani tekerlek temas noktaları yol yüzeyi üzerindedir. Stabilizatör kuvveti matematiksel olarak,

$$F_{Si} = c_{SR} \cdot (\varepsilon_{Ki} - \varepsilon_{Ki+1}) \quad (5.29)$$

$$F_{Si+1} = -F_{Si} \quad (5.30)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir.



Şekil 5.25 Stabilizatör modeli

### 5.6.2 Amortisör Kuvveti

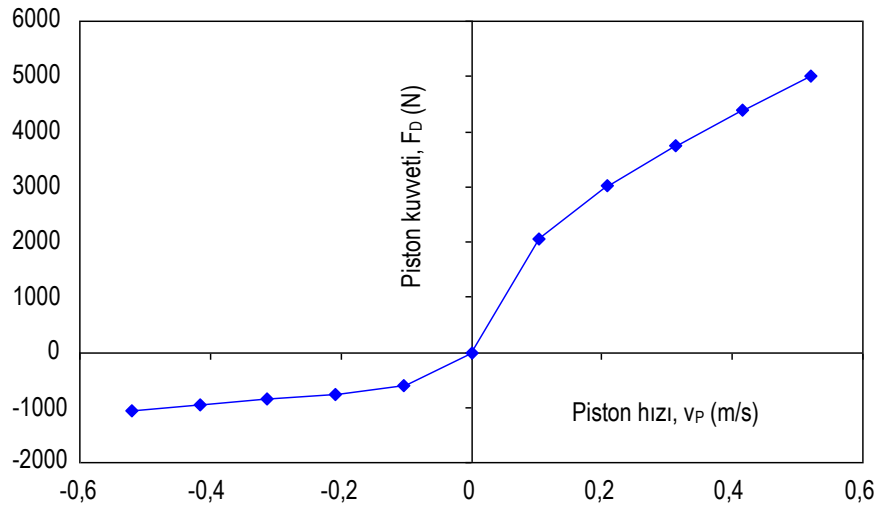
Sönümlenme elemanı olarak kullanılan amortisöre ait doğrusal olmayan kuvvet-hız karakteristiği Şekil 5.26'da görülmektedir. Amortisör sönüm faktörü  $k_{Di}$ , bu örnekteki benzer bir karakteristik yardımıyla belirlenir. Bölüm 5.6.1'de yay karakteristiğinin, bilgisayar programında tanımlanması ile ilgili açıklamalar, amortisör için de geçerlidir. Tekerlek temas noktasına indirgenmiş amortisör piston kuvveti  $F_{Di}$ ,

$$F_{Di} = k_{DRi} \cdot \dot{\epsilon}_{Ki} \quad (5.31)$$

olarak yazılır. Burada  $\dot{\epsilon}_{Ki}$  amortisör piston hızı olup,  $A_3$  noktasının, gövde kütle merkezine göre  $\epsilon$  yönündeki konum değişiminin zamana göre türevi olarak, denklem 5.24 üzerinden,

$$\dot{\epsilon}_{Ki} \approx \frac{\delta \epsilon_{Ki}}{\delta t} \quad (5.32)$$

şeklinde hesaplanır.



Şekil 5.26 Doğrusal olmayan amortisör karakteristiği

### 5.7 Tekerleklerin Düşey Hareket Denklemleri

Matematiksel taşıt modelinde tanımlanan dört genel koordinat, tekerleklerin ya da daha genel anlamda, yaylandırılmamış kütle  $m_U$ 'nun ivmeli düşey hareketi ile ilgilidir.  $\ddot{\varepsilon}_{A8}$ , tekerlek kütle merkezinin,  $SP_A$  noktasına sabit  $\xi$ - $\eta$ - $\varepsilon$  eksen takımındaki düşey ivmesi olmak üzere, hareket denklemi,

$$m_U \cdot \ddot{\varepsilon}_{A8} = F_{\varepsilon SPRi} - F_{\varepsilon OAi} - (F_{Fi} + F_{Si} + F_{Di}) \quad (5.33)$$

şeklindedir.

### 5.8 Taşıt Gövdesinin Hareket Denklemleri

Rijit bir cisim olarak ele alınan taşıt gövdesi için uzayda tanımlanan üçü öteleme, üçü dönme hareketi şeklinde ortaya çıkan toplam altı genel koordinat, oluşturulan simülasyon programında altı adet hareket denklemiyle ifade edilmiştir. Taşıt gövdesinin tüm kütesinin kütle merkezi  $SP_A$ 'da toplandığı düşünülerek, Newton'ın ikinci yasası,

$$\vec{F}_{SPA} = -m_A \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\vec{r}_{SPA}) \quad (5.34)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\vec{F}_{SPA}$ , taşıt gövdesinin kütle ataleti için kuvvet vektörü,  $\ddot{\vec{r}}_{SPA}$  ise U-V-W referans eksen takımına göre ifade edilmiş ivme vektörüdür.  $\vec{r}_{SPA}$  vektörünün zamana göre ikinci türevi olup,

$$\frac{d^2}{dt^2} (\vec{r}_{SPA}) = \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta}{\delta t} \vec{r}_{SPA} + \dot{\vec{\omega}}_F \times \vec{r}_{SPA} \right) \quad (5.35)$$

ya da,

$$\frac{d^2}{dt^2}(\vec{r}_{SPA}) = \frac{\delta^2}{\delta t^2} \vec{r}_{SPA} + 2\dot{\vec{\omega}}_F \times \frac{\delta}{\delta t} \vec{r}_{SPA} + \ddot{\vec{\omega}}_F \times \vec{r}_{SPA} + \dot{\vec{\omega}}_F \times (\vec{\omega}_F \times \vec{r}_{SPA}) \quad (5.36)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $d/dt$ ,  $\vec{r}_{SPA}$  vektörünün sabit U-V-W takımına göre *mutlak*,  $\delta/\delta t$  ise buna göre  $\varepsilon_g$  serbestliği bulunan hareketli X-Y-Z eksen takımına göre *bağlı türevini* simgelemektedir (Şuhubi, 1981), (Kuralay, 1985). Taşıt gövdesinin X-Y-Z koordinat sistemindeki açısal hız vektörü  $\dot{\vec{\omega}}_F$ ,

$$\dot{\vec{\omega}}_F = 0\vec{i} + 0\vec{j} + \dot{\varepsilon}_g \vec{k} \quad (5.37)$$

olarak yazılır. Böylece denklem (5.36), U-V-W takımına göre,

$$\frac{d^2}{dt^2}(\vec{r}_{SPA}) = \begin{bmatrix} \ddot{X}_{SPA} - 2\dot{Y}_{SPA} \cdot \dot{\varepsilon}_g - Y_{SPA} \cdot \ddot{\varepsilon}_g - X_{SPA} \cdot \dot{\varepsilon}_g^2 \\ \ddot{Y}_{SPA} + 2\dot{X}_{SPA} \cdot \dot{\varepsilon}_g + X_{SPA} \cdot \ddot{\varepsilon}_g - Y_{SPA} \cdot \dot{\varepsilon}_g^2 \\ \ddot{Z}_{SPA} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

matrisiyle ifade edilebilir. Bu ifade, denklem (3.34) ile birlikte değerlendirildiğinde,

$$\vec{F}_{SPA} = -m_A \cdot \begin{bmatrix} \ddot{X}_{SPA} - 2\dot{Y}_{SPA} \cdot \dot{\varepsilon}_g - Y_{SPA} \cdot \ddot{\varepsilon}_g - X_{SPA} \cdot \dot{\varepsilon}_g^2 \\ \ddot{Y}_{SPA} + 2\dot{X}_{SPA} \cdot \dot{\varepsilon}_g + X_{SPA} \cdot \ddot{\varepsilon}_g - Y_{SPA} \cdot \dot{\varepsilon}_g^2 \\ \ddot{Z}_{SPA} \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

ikinci derece diferansiyel denklem takımı elde edilir. (5.39) Denklem takımının satırları sırasıyla, taşıt gövdesinin kılavuz eksen takımına göre tarif edilmiş,  $\ddot{X}_{SPA}$ ,  $\ddot{Y}_{SPA}$  ve  $\ddot{Z}_{SPA}$  doğrusal ivmelerini vermektedir.

Benzer şekilde, kütle merkezine sabit  $\xi$ ,  $\eta$  ve  $\varepsilon$  eksenleri çevresinde moment eşitliği,

$$\vec{M}_{SPA} = \frac{d}{dt}(\vec{h}_{SPA}) \quad (5.40)$$



şeklinde ifade edilebilir (Blundell ve Harty, 2006). Burada açısal momentum  $\vec{h}_{SPA}$ ,  $I_\xi$ ,  $I_\eta$  ve  $I_\varepsilon$  anılan eksenlere göre kütle atalet momentleri ve  $I_{\xi\varepsilon}$  çarpım atalet momenti olmak üzere,

$$\vec{h}_{SPA} = \begin{bmatrix} I_\xi & 0 & -I_{\xi\varepsilon} \\ 0 & I_\eta & 0 \\ -I_{\xi\varepsilon} & 0 & I_\varepsilon \end{bmatrix} \cdot \dot{\vec{\omega}}_A \quad (5.41)$$

olarak yazılır. Açısal hız vektörü  $\dot{\vec{\omega}}_A$  ise, kütle merkezine sabit eksenler çevresindeki yalpa ve baş sallama hızları üzerinden,

$$\dot{\vec{\omega}}_A = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_\xi \\ \dot{\omega}_\eta \\ \dot{\omega}_\varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\nu} \\ 0 \end{bmatrix} + T_{AF} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varepsilon}_g \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

olarak ifade edilir. Açısal momentumun zamana göre değişimi,

$$\frac{d}{dt}(\vec{h}_{SPA}) = \frac{\delta}{\delta t}(\vec{h}_{SPA}) + \dot{\vec{\omega}}_A \times \vec{h}_{SPA} \quad (5.43)$$

ya da,

$$\frac{d}{dt}(\vec{h}_{SPA}) = \begin{bmatrix} I_\xi \ddot{\omega}_\xi + \dot{\omega}_\eta \dot{\omega}_\varepsilon (I_\varepsilon - I_\eta) \\ I_\eta \ddot{\omega}_\eta + \dot{\omega}_\xi \dot{\omega}_\varepsilon (I_\xi - I_\varepsilon) \\ I_\varepsilon \ddot{\omega}_\varepsilon + \dot{\omega}_\xi \dot{\omega}_\eta (I_\eta - I_\xi) \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

şeklindedir. Denklem (5.42) ve denklem (5.44) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\frac{d}{dt}(\vec{h}_{SPA}) = M_{SPA} = \begin{bmatrix} I_\xi (\ddot{\psi} + \dot{\varepsilon}_g \cdot \sin \nu \cdot \cos \psi) + H_\xi \\ I_\xi (\ddot{\nu} - \dot{\varepsilon}_g \cdot \sin \psi) + H_\xi \\ I_\xi (\dot{\varepsilon}_g \cdot \cos \nu \cdot \cos \psi) + H_\xi \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

ikinci derece diferansiyel denklem takımı elde edilir. (5.45) Denklem takımının satırları sırasıyla, kütle merkezi çevresindeki  $\ddot{\psi}$ ,  $\ddot{v}$  ve  $\ddot{\epsilon}_g$  açısal ivmelerini vermektedir. Burada,  $H_\xi$ ,  $H_\eta$  ve  $H_\epsilon$  kısaltmaları, her üç eksendeki kütle atalet momentleri  $I_\xi$ ,  $I_\eta$ ,  $I_\epsilon$  ile yalpa ve baş sallama açılarına bağlı olarak,

$$H_\xi = (I_\xi + I_\eta + I_\epsilon)\dot{v}\dot{\epsilon}_g \cos v \cos \psi - I_\xi \dot{\epsilon}_g \dot{\psi} \sin v \sin \psi - (I_\epsilon - I_\eta)\dot{\epsilon}_g^2 \sin \psi \cos v \cos \psi \quad (5.46.a)$$

$$H_\eta = (I_\xi - I_\epsilon)(\dot{\psi} + \dot{\epsilon}_g \sin v \cos \psi)\dot{\epsilon}_g \cos v \cos \psi - I_\eta \dot{\epsilon}_g \dot{\psi} \cos \psi \quad (5.46.b)$$

$$H_\epsilon = (I_\eta - I_\xi - I_\epsilon)\dot{\epsilon}_g \dot{v} \sin v \cos \psi - [(I_\eta - I_\epsilon) \sin \psi + I_\epsilon \sin \psi \cos v]\dot{\epsilon}_g \dot{\psi} + (I_\eta - I_\epsilon)(\dot{\epsilon}_g \dot{v} - \dot{\epsilon}_g^2 \sin v \cos \psi \sin \psi) \quad (5.46.c)$$

şeklindedir.

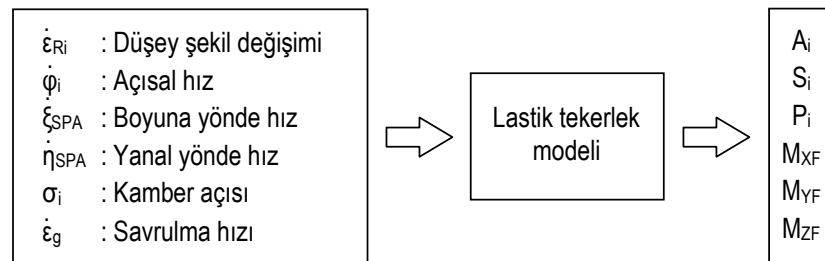
## BÖLÜM ALTI

### LASTİK TEKERLEK MODELİ

#### 6.1 Giriş

Bir taşıt dinamiği simülasyonunda lastik tekerlek modelinin kullanımıyla hedeflenen, tekerleğin tahrik (A) ya da fren (B) kuvveti ile yan kuvvet (S) taşıma kapasitesi ve geri getirme momenti ( $M_R$ ) oluşturma yeteneğinin; kısacası yola tutunabilme özelliğinin tüm taşıt modeli içinde ifade edilebilmesidir. Taşıtın doğrusal ya da viraj hareketi sırasındaki stabilitesi, Şekil 3.12 ve Şekil 5.19'da görülen bu fiziksel büyüklüklere bağlıdır. Bu nedenle, taşıtın dinamik davranışlarının incelenmesi amacıyla oluşturulan simülasyon modellerinde, yol ve tekerlek arasındaki kuvvet ve moment ilişkisinin uygun şekilde tarif edilmesi önem taşımaktadır. Bu ilişki ne kadar hassas tanımlanırsa, taşıtın belirli tahrik ya da fren kuvveti altındaki özgül yönlenme davranışını aynı oranda doğrulukla kestirmek mümkün olmaktadır.

Lastik tekerleğin matematiksel modeli için basit akış şeması, giriş ve çıkış büyüklükleri ile birlikte, Şekil 6.1'de görülmektedir. Bu büyüklükler modelin kullanım amacına göre çeşitlilik göstermekle birlikte, uygulamada genellikle en çok kullanılanlar, elastik şekil değişimi ve hız değerleridir (Higuchi, 1997) (Maurice, 2000). Söz konusu değerler lastik tekerlek modelinde değerlendirilerek, tekerlek temas noktasına etkiyen kuvvetler ve momentler elde edilmektedir.



Şekil 6.1 Lastik tekerlek modelinde giriş ve çıkış büyüklükleri (Higuchi, 1997).

Taşıtın dinamik davranışlarına en fazla etkiyen üç bileşen olan  $A_i$  ( $B_i$ ),  $S_i$  ve  $M_{Ri}$ , tekerlek kayması  $s_{Ai}$  ( $s_{Bi}$ ), diyagonal hareket açısı  $\alpha_i$ , kamber açısı  $\sigma_i$  ve tekerlek düşey yükü  $P_i$ 'nin fonksiyonudur. Bir sürüş manevrası sırasında gövdede ortaya çıkan yalpa ve baş sallama hareketleri, düşey yükü ve dolayısıyla temas yüzeyine etki eden kuvvet ve moment bileşenlerinin sınır değerlerini anlık olarak değiştirir. Matematiksel olarak,

$$A_i = A(s_{Ai}, \alpha_i, \sigma_i, P_i) \quad (6.1.a)$$

$$S_i = S(s_{Ai}, \alpha_i, \sigma_i, P_i) \quad (6.1.b)$$

$$M_{Ri} = M_R(s_{Ai}, \alpha_i, \sigma_i, S_i, P_i) \quad (6.1.c)$$

şeklinde ifade edilebilir (Lugner, 1972), (Lugner ve Plöchl, 2004).

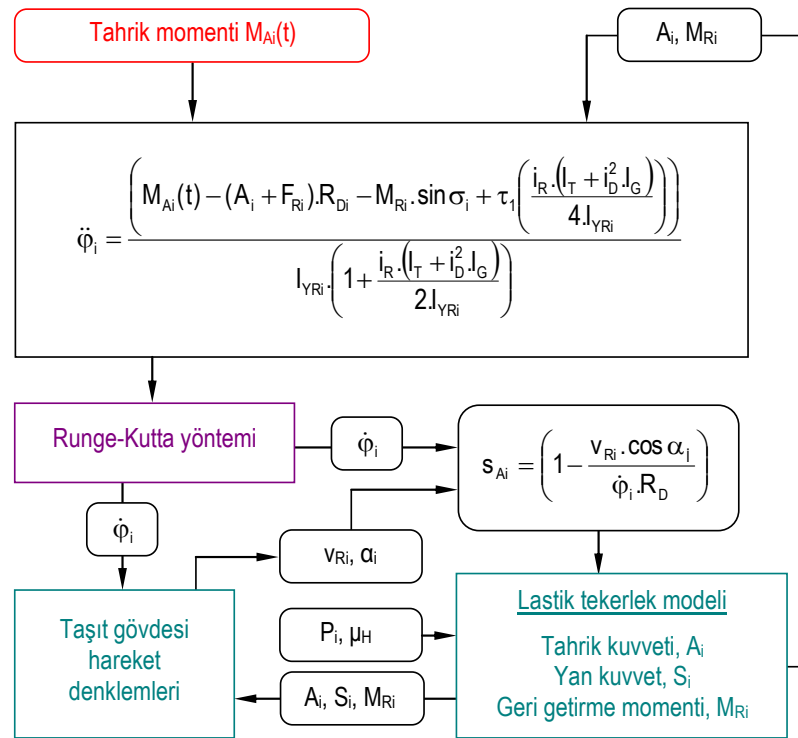
Bir lastik tekerleğin kinetik karakteristiklerinin modellenmesi için çok çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Yuvarlanma yüzeyinin tekerlek göbeğine radyal yay-amortisör elemanlarıyla bağlanmış rijit ya da elastik bir halka olarak tarif edildiği lastik tekerlek modelleri güncel uygulamalardan bazılarıdır (Schmeitz, 2004). Tekerek temas noktası, birbirine yay ve amortisör elemanlarıyla bağlı parçacıklardan oluşan bir çoklu cisimler sistemi olarak ele alınabilir (Roth, 1993). Bunların yanında, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak lastik tekerleklerin dinamik davranışlarının modellenmesi (Tönük, 1998) ve yan kuvvet karakteristiklerinin belirlenmesi de mümkündür (Tönük ve Ünlüsoy, 2001.a), (Tönük ve Ünlüsoy, 2001.b). Ayrıca bu yöntem yardımıyla, taşıtların yol yüzeyindeki dinamik davranışlarının değerlendirilebilmesi de söz konusudur (Kuti, 2001), (Fukushima ve diğer, 2004). Tüm bunlara ek olarak, lastik tekerleğin boyuna ve yan kuvvet karakteristikleri ile geri getirme momentinin matematiksel ifadeler yardımıyla simülasyon programına tanıtıldığı matematiksel taşıt modelleri, yukarıda sayılan yöntemlerin bir alternatifidir.

Bu bölümde, geliştirilen simülasyon programında uygulanan, anılan model tiplerinin sonuncusuna örnek olan ve temeli Fiala Modeli'ne (Fiala, 1954) dayanan lastik modelinin matematiksel esasları sunulmuştur. Bu modelden elde edilen hesaplama sonuçları, üretilmiş çeşitli lastik tekerlekler için test standlarından elde

edilen değerlerle karşılaştırılmış ve söz konusu modelin hassasiyeti değerlendirilmiştir.

## 6.2 Lastik tekerlek modelinin yapısı

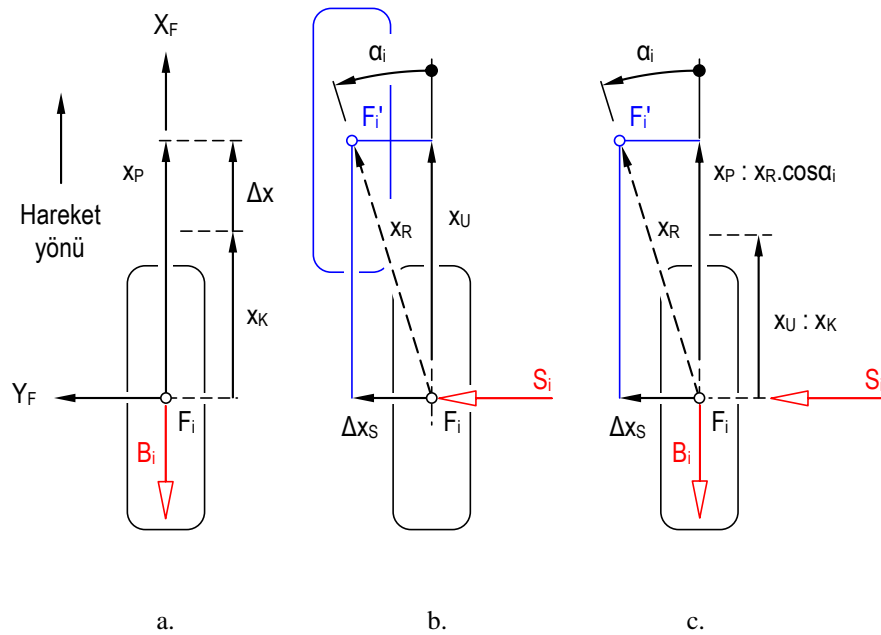
Matematiksel lastik tekerlek modelinin, simülasyon programı içerisindeki yeri Şekil 6.2’de görülmektedir. Burada, tahrik momenti zamanın fonksiyonu olarak programa tanıtılmaktadır. Belirli bir integrasyon adımındaki moment değeri yardımıyla, tekerleğin açısal ivmesini ( $\ddot{\phi}_i$ ) veren denklem (3.44) sayısal olarak çözdürülmekte ve buradan  $\dot{\phi}_i$  açısal hızı hesaplanmaktadır.  $\dot{\phi}_i$  değerine denk düşen tekerlek kütle merkezi hızı  $v_{Ri}$ , taşıtın hesaplama aralığındaki çizgisel hızıyla karşılaştırılmakta ve tekerlek kayması  $s_A$  (%) hesaplanmaktadır. Daha sonra, elde edilen bu değer ve tekerleğin düşey yükü  $P_i$  kullanılarak,  $A_i$ ,  $S_i$  ve  $M_{Ri}$  belirlenmektedir.



Şekil 6.2 Lastik tekerlek modelinin tekerlek hareket denklemleriyle ilişkisi

Son aşamada  $A_i$ , bir sonraki integrasyon adımı için giriş değeri olarak tekrar döngüye alınmaktadır. Tekerlek temas yüzeyinde oluşacak kuvvet momentlerin matematiksel olarak modellenmesi için, öncelikli olarak tekerleğin yola temas ettiği yüzeyin ve yapı elemanlarının deformasyonu ile yol üzerindeki kayma davranışının programda matematiksel olarak tarif edilmesi gerekmektedir.

Hareket sırasında tekerleğe tahrik ya da fren kuvveti uygulanırken, bir yan kuvvet ortaya çıkıyorsa, tekerleğin yola tutunması çevresel ve yanal kaymanın bir fonksiyonudur. Tahrik ya da fren kuvvetiyle yüklenmiş bir lastik tekerlekte çevresel hız  $\dot{\phi} \cdot R_D$  ile tekerlek göbeğinin çizgisel hızı arasında bir fark bulunur. Örneğin frenleme durumunda,  $\dot{\phi}$  açısal hızına denk düşen çevresel hız, çizgisel hızdan daha düşük değerdedir. Bu nedenle tekerleğin yuvarlanırken kat ettiği yol  $x_K$  kadar iken, taşıt  $x_P$  kadar yol alır (Şekil 6.3).



Şekil 6.3 Zeranski'ye (1972) göre tekerlek kaymasının tanımı; a. Doğrusal harekette frenlenen, b. diyagonal hareket eden, c. Frenlenen ve diyagonal hareket eden lastik tekerlek

Bu durum yol ve tekerlek arasındaki kayma ve lastik temas yüzeyindeki şekil değişiminin sonucudur. İki mesafe arasındaki fark;

$$\Delta x = x_p - x_k \quad (6.2)$$

şeklinde olup, frenleme kayması;

$$s_B = \frac{\Delta x}{x_p} = \frac{x_p - x_k}{x_p} = 1 - \frac{x_k}{x_p} \quad (6.3)$$

denklemiyle ifade edilir (Zeranski, 1972). Yan kuvvet nedeniyle bir lastik tekerleğin yuvarlanma doğrultusu ve tekerlek göbeğinin hız vektörü arasında belirli bir  $\alpha$  açısı bulunuyorsa, tekerleğin diyagonal hareketinden söz edilir.

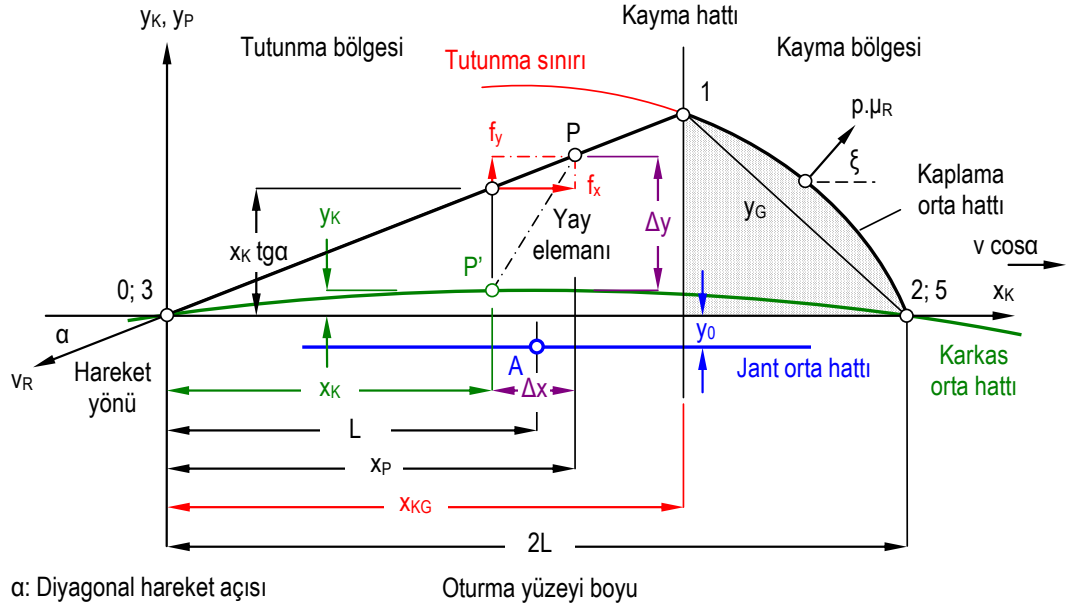
Şekil 6.4 ve 6.5'te 0-1-2 noktalarından oluşan eğri, tekerlek –yol temas yüzeyinin, 3-5 eğrisi ise karkasın orta hattını simgelemektedir. Lastik tekerlek modelinde, tekerlek temas yüzeyinin yanında, karkas tabakasının elastikliği de dikkate alınmaktadır. Yan kuvvet altında 3-5 hattı, karkasın elastiklik derecesine bağlı olarak eğrisel bir şekil almaktadır.  $(x_p, y_p)$  Eksen takımı kaplama elemanlarının, karkasa  $(x_k, y_k)$  göre şekil değişimini tarif eder. Karkas ve kaplamanın orta hattı, düzlemde  $x_p$  ve  $y_p$  yönlerinde kuvvet alabilen F yay elemanlarıyla birbirine bağlanmıştır. Yan kuvvet bulunmaması halinde 0-1-2 ve 3-5 hatları paraleldir. Bunlara ilave olarak karkas, elastik bir altlık üzerine oturan, iki ucundan mesnetli ve tekil yüke maruz bir kiriş gibi kabul edilmektedir (Fiala, 1954), (Kuralay, 1990), (Wong, 1993), (Pacejka, 2002).

Yan kuvvete maruz ve yuvarlanan bir lastik tekerleğin oturma yüzeyi, bir kayma hattı ile birbirinden ayrılır (Lacombe, 2000) (Rajamani, 2006) (Jazar, 2008). Bu hattın önünde kalan lastik elemanları yola kaymadan tutunur. Bir anlamda lastik parçacığının yola tutunabilme sınırını tarif eden bu hattın arkasındaki parçacıklar yol üzerinde belirli ölçüde bir kayma hareketi yaparak lastik orta eksenine *geri çağrılırlar*. Bu durumda, lastik tekerleğin oturma yüzeyi, tutunma bölgesi ve kayma bölgesi olarak iki kısımda incelenebilir. Dolayısıyla tekerleğin yola oturduğu yüzeyde oluşacak kuvvet ve momentlerin, bu iki bölgede oluşan kuvvet ve moment bileşenlerinin toplamı olduğu söylenebilir.





kadar olacaktır.



Şekil 6.5 Kuralay'a (1990) göre, tekerlek oturma yüzeyi geometrisi

Bununla birlikte P noktasının  $\dot{\phi}$  açısal hızı altında aynı sürede alması gereken yol,

$$x_K = \dot{\phi} \cdot R_D \cdot \Delta t \quad (6.5)$$

kadar olmalıdır. Bu durumda uzunluk farkı (1) denkleminin açılmış hali olarak,

$$\Delta x = x_P - x_K = (v_R \cdot \cos \alpha - \dot{\phi} \cdot R_D) \Delta t \quad (6.6.a)$$

$$\Delta x = \left( 1 - \frac{\dot{\phi} \cdot R_D}{v_R \cdot \cos \alpha} \right) \cdot v_R \cdot \cos \alpha \cdot \Delta t = s_B \cdot x_P \quad (6.6.b)$$

Burada tekerlek kayması  $s$ , frenleme ve tahrik durumları için sırasıyla,

$$s_B = \left( 1 - \frac{\dot{\phi} \cdot R_D}{v_R \cdot \cos \alpha} \right) \quad (6.7.a)$$

$$s_A = \left( 1 - \frac{v_R \cdot \cos \alpha}{\dot{\phi} \cdot R_D} \right) \quad (6.7.b)$$

şeklindedir (Sponagel ve Reimpell, 1988). P noktasındaki lastik elemanın yol düzleminde  $y_P$  ve  $x_P$  yönündeki deformasyonları,

$$\Delta y = x_K \operatorname{tg} \alpha - y_K + \frac{s_B}{1-s_B} \cdot x_K \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (6.8)$$

ve (6.2) denklemine göre,

$$\Delta x = x_P - x_K = s_B x_P \quad (6.9)$$

olduğundan,

$$x_P - s_B \cdot x_P = (1 - s_B) x_P = x_K \quad (6.10)$$

ya da

$$x_K = \frac{1}{1-s_B} \cdot x_P \quad (6.11)$$

olacağından,

$$\Delta x = s_B x_P = \frac{s_B}{1-s_B} \cdot x_K \quad (6.12)$$

şeklinde yazılır.  $k_x$  ve  $k_y$  lastik tekerleğin yere oturma düzleminde yerel yay katsayıları olmak üzere  $x_P$  ve  $y_P$  eksenlerinde bu uzamalar nedeniyle oluşacak kuvvetler,

$$f_y = k_y \cdot (x_K \cdot \operatorname{tg} \alpha - y_K) + k_x \cdot \frac{s_B}{1-s_B} \cdot x_K \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (6.13)$$

$$f_x = k_x \cdot \frac{s_B}{1-s_B} \cdot x_K \quad (6.14)$$

olarak frenleme durumu için yazılabilir. Tahrik durumunda ise bu denklemler,

$$f_y = k_y \cdot (x_K \cdot \text{tg}\alpha - y_K) - k_x \cdot s_A \cdot x_K \cdot \text{tg}\alpha \quad (6.15)$$

$$f_x = -k_x \cdot s_A \cdot x_K \quad (6.16)$$

şeklini alır. Yol yüzeyinde oluşturulabilecek maksimum kuvvet bağıntısı,  $\mu_H$  yol-tekerlek arasındaki kuvvet bağıntı katsayısı olmak üzere,

$$(\mu_H \cdot p)^2 = f_x^2 + f_y^2 \quad (6.17)$$

şeklinindedir. Lastik temas yüzeyine etkiyen düşey yükün oluşturduğu gerçek basınç dağılımı üç boyutlu olarak Şekil 6.6'da görülmektedir (Mitschke, 1972), (Genta, 1997). Bu dağılım üzerinde bazı basitleştirmeler yapılarak, yüzey basıncının enine yönde (b boyunca) yaklaşık sabit kaldığı, lastik temas uzunluğu (2.L) boyunca parabolik bir dağılım göstererek,

$$p = 4 \cdot p_m \cdot \frac{x_K}{2L} \cdot \left(1 - \frac{x_K}{2L}\right) \quad (6.18)$$

denkleminde uyduğu düşünülebilir (Fiala, 1954). Bu denklem aynı zamanda, tekerleğin yanal yönde taşıyabileceği kuvvetin sınırını da göstermektedir. Böylece toplam düşey tekerlek yükü temas yüzeyi boyunca integre edilerek,

$$P = b \cdot \int_0^{2L} p(x) \cdot dx_K \quad (6.19)$$

$$P = b \cdot \int_0^{2L} 4p_m \cdot \frac{x_K}{2L} \cdot \left(1 - \frac{x_K}{2L}\right) \cdot dx_K = \frac{2}{3} p_m \cdot b \cdot 2L \quad (6.20)$$

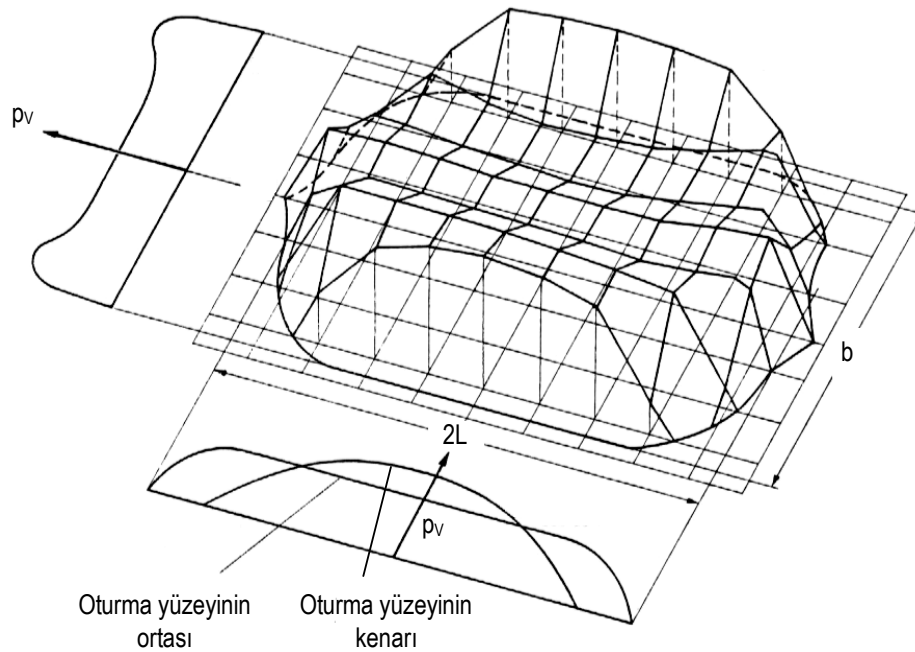
ifadesi elde edilir. Tekerlek temas bölgesindeki toplam fren kuvveti, yan kuvvet ve geri getirme momenti ifadeleri, tutunma ve kayma bölgelerinde oluşan kuvvet ve momentlerin toplamı olarak,

$$B = B_H + B_G \quad (6.21.a)$$

$$S = S_H + S_G \quad (6.21.b)$$

$$M_R = M_H + M_G \quad (6.21.c)$$

şeklindedir (Bergman, 1962), (Mitschke, 1972) (Kuralay, 1990).



Şekil 6.6 Tekerlek oturma yüzeyinde basınç dağılımı (Mitschke, 1972)

Burada H ve G alt indisleri sırasıyla, tutunma ve kayma bölgelerini göstermektedir. Tutunma bölgesi için fren kuvveti ve yan kuvvet, 0 noktasından yol yüzeyine tutunan lastik elemanının kaymaya başladığı sınır olarak verilen  $x_{KG}$  noktasına kadar sırasıyla

$$B_H = b \cdot \int_0^{x_{KG}} k_X \cdot \Delta x \cdot dx_K = b \cdot \int_0^{x_{KG}} k_X \cdot \frac{S_B}{1-S_B} \cdot x_K \cdot dx_K \quad (6.22.a)$$

$$S_H = b \int_0^{x_{KG}} \left[ k_Y (x_K \operatorname{tg} \alpha - y_K) + k_X \frac{S_B}{1 - S_B} x_K \operatorname{tg} \alpha \right] dx_K \quad (6.22.b)$$

şeklindedir. Tutunma bölgesi için geri getirme momenti, lokal kuvvet bağıntı değerlerinin A merkez noktasına göre oluşturdukları momentlerin integrasyonu yardımıyla,

$$M_H = b \int_0^{x_{KG}} \left[ k_Y (x_K \operatorname{tg} \alpha - y_K)(x_K - L) - k_X \frac{S_B}{1 - S_B} (y_0 + L \operatorname{tg} \alpha) x_K \right] dx_K \quad (6.22.c)$$

olarak hesaplanır. Bu denklemden  $y_0$ , jant orta eksenine göre enine yönde elastik şekil değişimi olup, yan kuvvet ve karkasın yanal katılığı  $C_0$ 'a bağlı olarak,

$$y_0 = \frac{S}{C_0} \quad (6.23)$$

şeklinde yazılır.  $B_H$ ,  $S_H$  ve  $M_H$  denklemlerinde integrasyon sınırı olarak görülen kayma hattının 0 noktasına boyuna yöndeki uzaklığı  $x_{KG}$ , denklem (6.15), (6.16) ve (6.17)'nin ortak çözümünden,

$$x_{KG} = 2L \left( 1 - \frac{2L \left[ k_Y + k_X \left( \frac{S_B}{1 - S_B} \right) \right] \bar{\alpha} S - \sqrt{\bar{C}}}{(\bar{\alpha} S)^2 + (4p_m \mu_H)^2} \right) \quad (6.24)$$

olarak verilir (Kuralay, 1990). Burada,

$$\bar{C} = (4p_m \mu_H)^2 \left( k_X \frac{S_B}{1 - S_B} + k_Y \right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - \left( k_X \frac{S_B}{1 - S_B} \right)^2 \left[ (\bar{\alpha} S)^2 - (4p_m \mu_H)^2 \right] \quad (6.25)$$

şeklinde olup,  $\bar{\alpha} \approx 0$  kabul edilebilen bir katsayıdır.  $x_{KG}$  daha kısa şekilde,

$$x_{KG} = 2L(1 - G_a) \quad (6.26)$$

olarak ifade edilebilir. Burada,

$$G_a = \frac{\sqrt{\left[ C_\alpha + C_{SB} \left( \frac{s_B}{1-s_B} \right) \right]^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + \left( C_{SB} \frac{s_B}{1-s_B} \right)^2}}{3\mu_H P} \quad (6.27)$$

şeklindedir.  $C_\alpha$  ve  $C_{SB}$  sırasıyla lastik tekerleğin yanal ve boyuna yönde katılığı olup,

$$C_\alpha = \frac{\partial S}{\partial \alpha} \Big|_{\substack{\alpha=0 \\ s_B=0}} = \frac{2.b.L^2 \left( k_Y + k_X \cdot \frac{s_B}{1-s_B} \right) (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \Big|_{\substack{\alpha=0 \\ s_B=0}}}{1 + \bar{\alpha}.b.\frac{L}{3}} = \frac{2.b.L^2.k_Y}{1 + \bar{\alpha}.b.\frac{L}{3}} \quad (6.28)$$

$$C_{SB} = \frac{\partial B}{\partial s_B} \Big|_{\substack{s_B=0 \\ \alpha=0}} = \frac{2.b.L^2.k_X}{(1-s_B)^2} \Big|_{s_B=0} = 2.b.L^2.k_X \quad (6.29)$$

olarak ifade edilir (Jazar, 2008). Diğer bir deyişle lastik tekerleğe ait fren kuvveti-frenleme kayması ( $B-s_B$ ) diyagramının orijin noktasındaki teğetin eğimi  $C_{SB}$  değerini vermektedir.  $C_\alpha$  ise yan kuvvet-diyagonal hareket açısı ( $S-\alpha$ ) diyagramının orijininin çizilen teğetin eğimidir. Her iki değer de deneysel olarak elde edilebilir.  $G_a$ , değeri 0 ile 1 arasında değişen bir faktör gibi düşünülebilir.  $G_a=1$ , lastik tekerleğin yola tam olarak tutunması demek olup,  $0 \leq G_a \leq 1$  durumu, kayma ve tutunmanın lastik tekerlek oturma yüzeyinde beraber görülmesi anlamını taşır. Yukarıda, fren kuvveti, yan kuvvet ve geri getirme momenti için tutunma durumunda türetilen denklemler, temas bölgesinin ikinci kısmını oluşturan kayma bölgesi için yeniden yazılacak olursa, bu kez integrasyon aralığı ( $x_{KG}$ ;  $2L$ ) şeklinde seçilerek,

$$B_G = b \int_{x_{KG}}^{2L} \mu_x \cdot \cos \xi \cdot p \cdot dx_K \quad (6.30.a)$$

$$S_G = b \int_{x_{KG}}^{2L} \mu_y \cdot \sin \xi \cdot p \cdot dx_K \quad (6.30.b)$$

$$M_G = b \int_{x_{KG}}^{2L} [\mu_Y \cdot \sin \xi \cdot p(x_K - L) - \mu_X \cdot \cos \xi \cdot p(y_G + y_0)] dx_K \quad (6.30.c)$$

ifadeleri elde edilir.  $Y_G$ , kaymaya başlayan lastik parçacıklarının izlediği yolu göstermektedir. Bu yolun yaklaşık doğrusal olduğu basitleştirmesiyle  $y_G$  için,

$$y_G = \frac{x_{KG} \cdot \text{tg} \alpha}{x_{KG} - 2L} (x_{KG} - 2L) \quad (6.31)$$

yazılabilir.  $\xi$  frenleme durumunda boyuna ve enine yöndeki kuvvet bağıntı katsayıları  $\mu_X$  ve  $\mu_Y$  arasındaki ilişkiyi tanımlamaktadır.  $M_R$  kayma durumunda yol yüzeyinde oluşan bileşke kuvvet olmak üzere,

$$\mu_X = \mu_R \cdot \cos \xi \quad (6.32.a)$$

$$\mu_Y = \mu_R \cdot \sin \xi \quad (6.32.b)$$

ve

$$\text{tg} \xi = \frac{\mu_Y}{\mu_X} = \frac{v_R \cdot \sin \alpha}{v_R \cdot \cos \alpha - \dot{\phi} \cdot R_D} = \frac{1}{s_B} \cdot \text{tg} \alpha \quad (6.32.c)$$

yazılır. Sonuç olarak toplam fren kuvveti, yan kuvvet ve geri getirme momenti, tutunma ve kayma bölgelerinde hesaplanan bileşenlerin toplamı şeklinde sırasıyla,

$$B = C_{SB} \frac{s_B}{1-s_B} (1-G_a)^2 + \mu_X P \frac{s_B}{\sqrt{s_B^2 + \text{tg}^2 \alpha}} G_a^2 (3-2G_a) \quad (6.33.a)$$

$$S = \left( C_{SB} \frac{s_B}{1-s_B} + C_\alpha \right) (1-G_a)^2 \text{tg} \alpha + \mu_Y P \frac{1}{\sqrt{s_B^2 + \text{tg}^2 \alpha}} \text{tg} \alpha \cdot G_a^2 (3-2G_a) \quad (6.33.b)$$

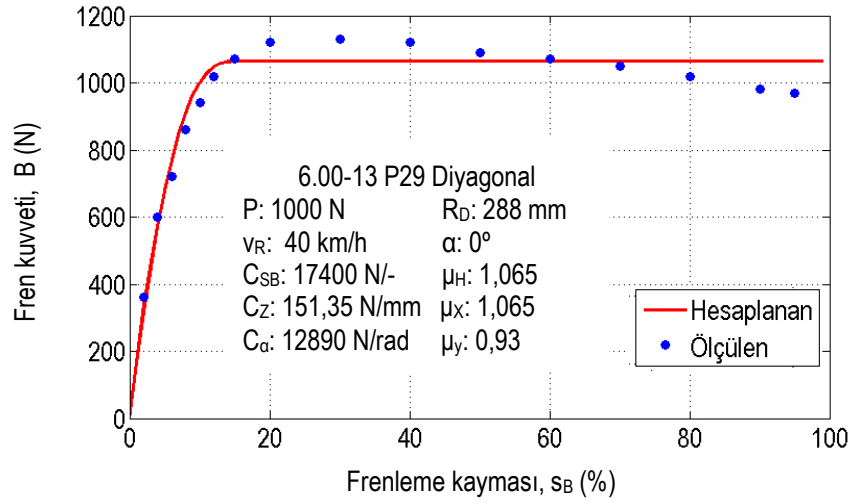
$$M_R = (1 - G_a) \frac{L}{3} \operatorname{tg} \alpha \left[ C_\alpha (1 - G_a) (1 - 4G_a) - 3.C_{SB} \frac{s_B}{1 - s_B} (1 - G_a) + \right. \\ \left. 3P \frac{1}{\sqrt{s_B^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} G_a^2 [3.\mu_Y (1 - G_a) - \mu_X .s_B (4 - 3.G_a)] - B.y_0 \right] \quad (6.33.c)$$

olarak yazılır.

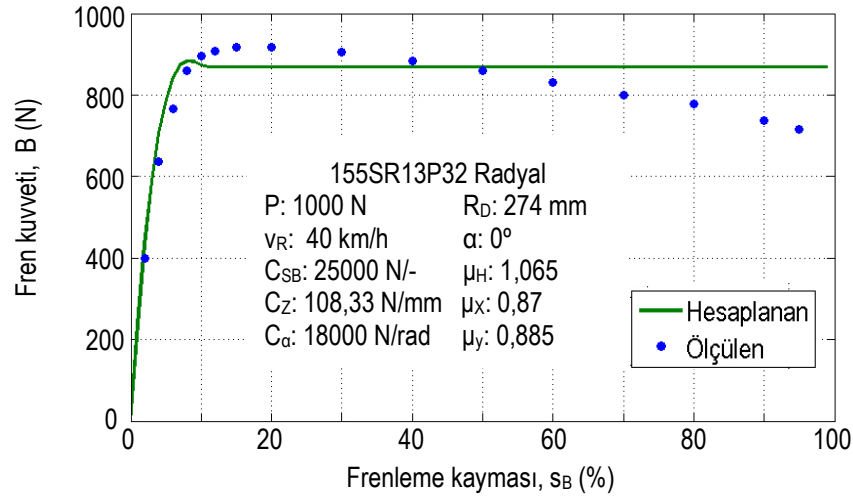
### 6.3 Model Hassasiyetinin Değerlendirilmesi

Matematiksel lastik tekerlek modelinin, hassasiyetini belirlemek amacıyla, üretilmiş bazı lastiklere ait bilinen  $C_{SB}$ ,  $C_\alpha$  gibi bazı karakteristik büyüklükler, bir önceki bölümde verilen temel prensip ve denklemler ışığında oluşturulan MATLAB<sup>®</sup> tabanlı lastik alt programında değerlendirilmiştir. Modelden elde edilen karakteristikler, uluslararası bir lastik üreticisinden sağlanan ve bu lastikler kullanılarak, test standında gerçekleştirilmiş testlerden, tekerlek kayması  $s_B$ 'ye (%) bağlı olarak elde edilen fren kuvveti değerleriyle Şekil 6.7.a, b ve c'de karşılaştırılmıştır. Çalışmada kullanılan diyagonal ve radyal lastiklere ait deneysel ölçüm değerleri,  $P = 1000$  N düşey tekerlek yükü altında,  $v_R = 40$  km/h'lik taşıt hızına denk düşen devir sayısında ve  $\alpha = 0^\circ$  diyagonal hareket açısında elde edilmiştir.

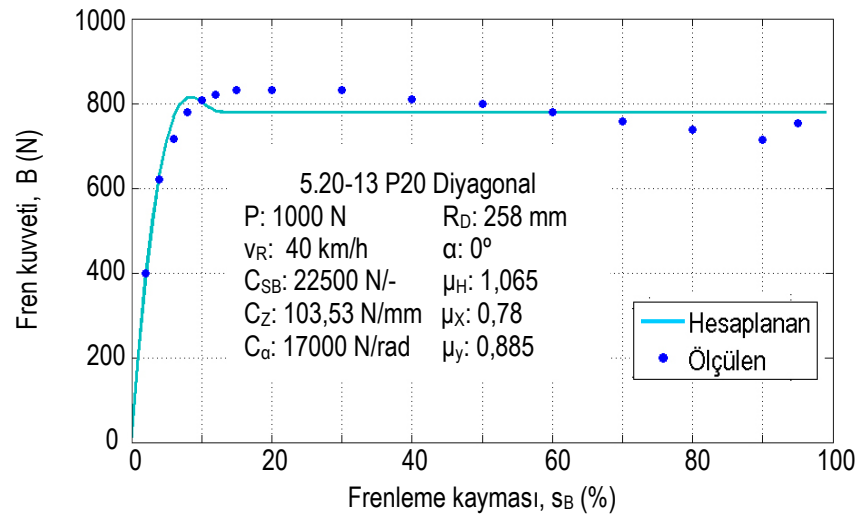




a.



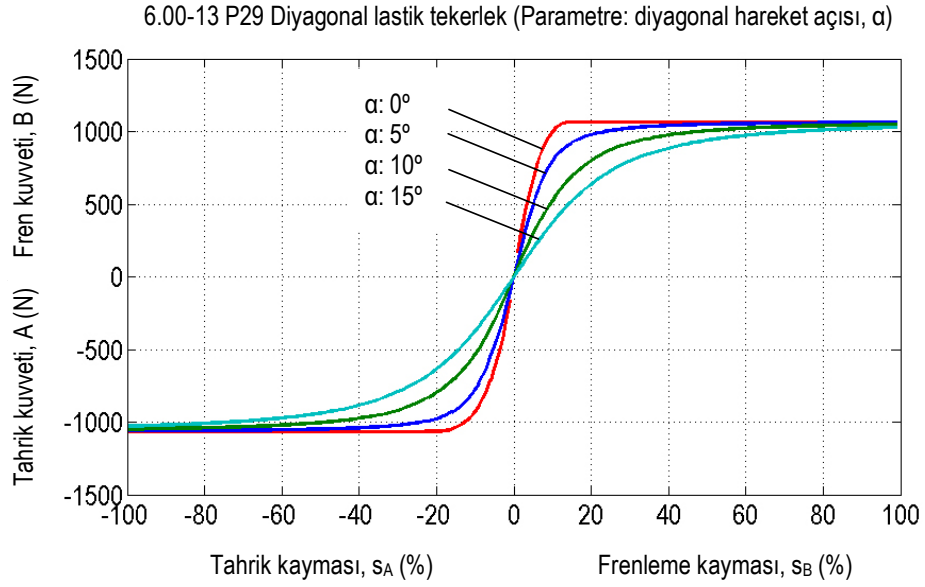
b.



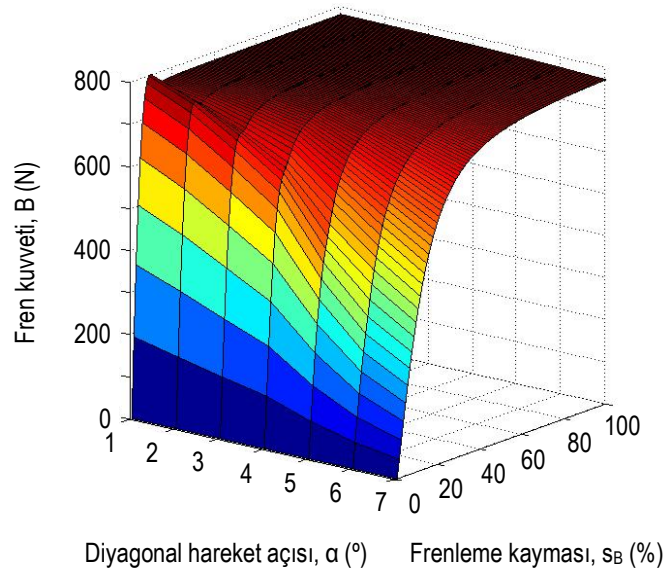
c.

Şekil 6.7 Program ve ölçüm sonuçlarının karşılaştırılması

Oluşturulan program üzerinden, tekerleğe ait farklı parametreler kullanılarak yapılan hesaplamaların sonuçları çeşitli örnek lastik tekerlekler için aşağıda toplu olarak verilmektedir. Şekil 6.8'de 6.00-13 P29 diyagonal lastik tekerleğinde belirli test koşullarında oluşturulabilecek frenleme ve tahrik kuvvetleri diyagonal hareket açısının fonksiyonu olarak verilmektedir.

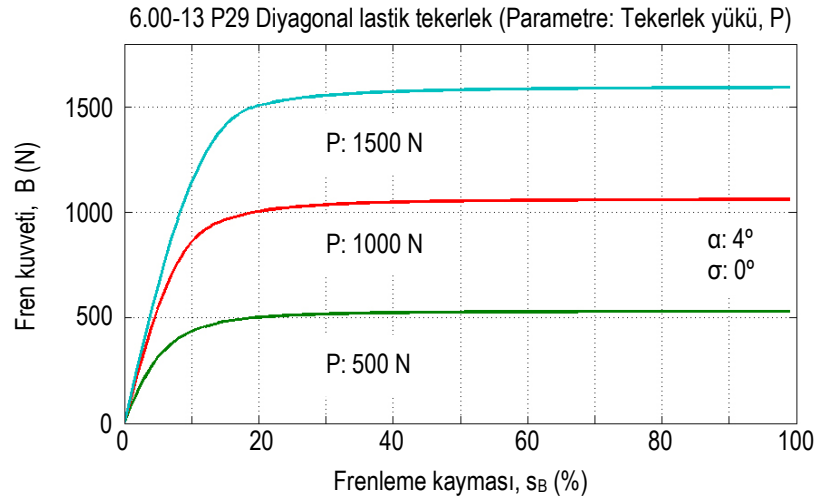


Şekil 6.8 Diyagonal lastik tekerlekte tahrik/fren kuvveti- tekerlek kayması ilişkisi



Şekil 6.9 Fren kuvveti tanım yüzeyi (Parametre,  $\alpha$ )

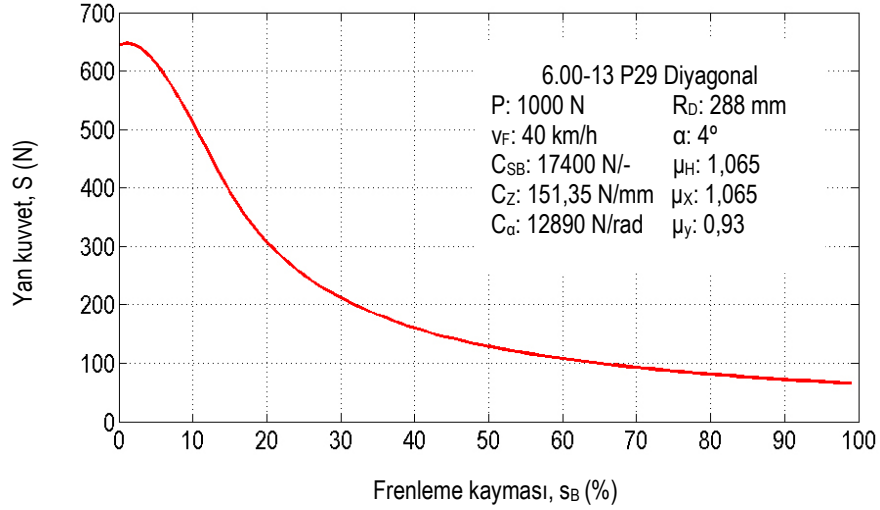
Bu diyagramdan görüldüğü gibi diyagonal hareket açısındaki artış, tekerleğin tahrik ve frenleme durumu için boyuna yönde kuvvet taşıyabilme özelliğini beklendiği gibi azaltmaktadır. Sonuç literatür ile uyumludur (Kiencke, Daiß, 1997). Aynı diyagramın üç ekseninde gösterimi yalnızca frenleme durumu için Şekil 6.9'da görülmektedir. Özellikle taşıtın viraj dönüşleri, yol manevraları, frenleme ve tahrik gibi instasyonel hareketleri sırasında tekerleğin düşey yükünde değişiklikler meydana gelmektedir. Anılan değişimler tekerleğin yanal ve boyuna yönde (tahrik/fren) kuvveti taşıma kapasitesinde farklılaşmalar oluşturmaktadır. Oluşturulan simülasyon modülü bu durumu incelemeyi mümkün kılmaktadır. Şekil 6.10'da fren kuvvetinin tekerlek düşey yüküne bağlı değişimi verilmiştir.



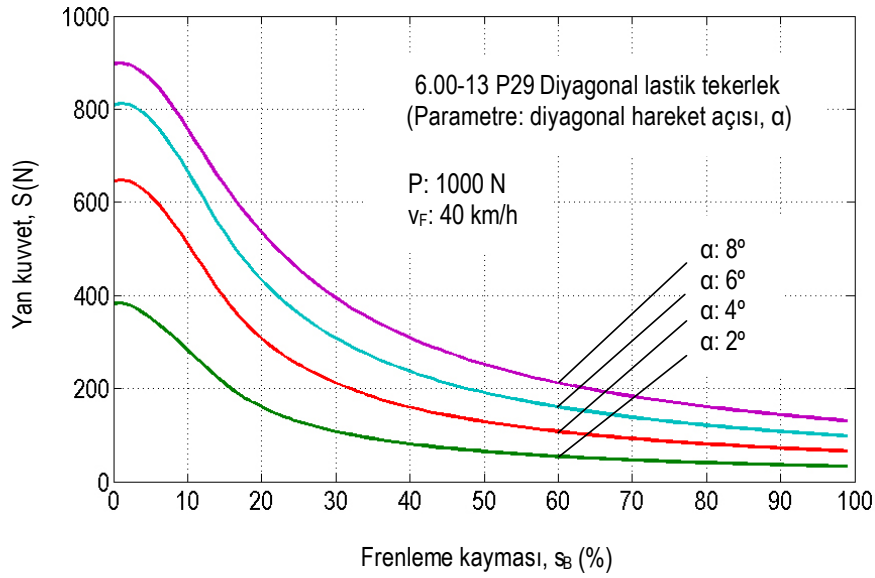
Şekil 6.10 Fren kuvvetinin kaymaya bağlı değişimi (Parametre, P)

Üç farklı düşey yükleme durumu için sabit diyagonal hareket açısı ve tekerleğin yere göre dik pozisyonu ( $\sigma: 0^\circ$ ) dikkate alınarak çizdirilen diyagram takımından, düşey yükteki artışın, tekerleğin frenlenebilirliğini ya da fren kuvveti taşıyabilme potansiyelini arttırdığı sonucuna ulaşılmaktadır.

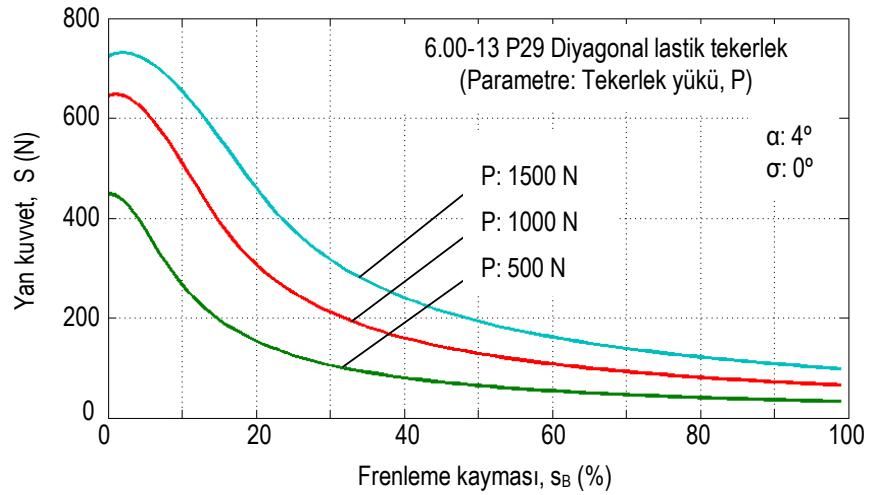
Yine aynı alt programdan elde edilen, yan kuvvetin frenleme kaymasına bağlı değişimleri Şekil 6.11.a'da sabit diyagonal hareket açısı için, b'de bu açının muhtelif değerleri için c'de ise dinamik tekerlek yükü durumları için verilmektedir. Buna göre  $\alpha$  değerindeki artış, tekerleğin yan kuvvet alabilme kapasitesini arttırmaktadır.



a.



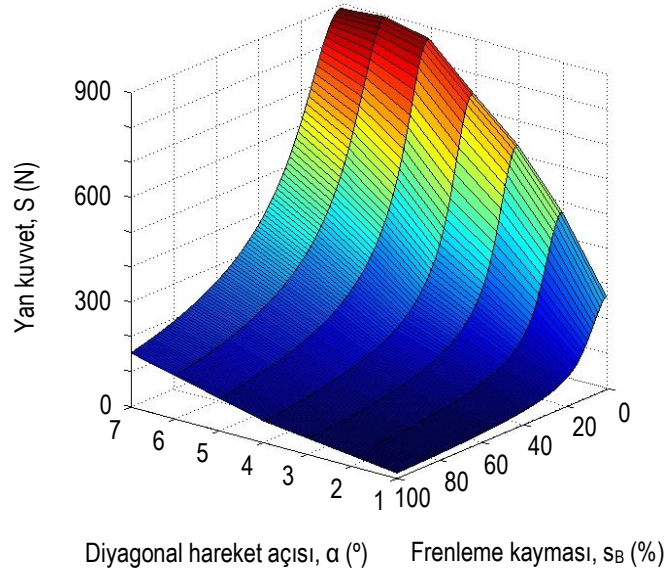
b.



c.

Şekil 6.11 Yan kuvvetin tekerlek kaymasına bağlı değişimi

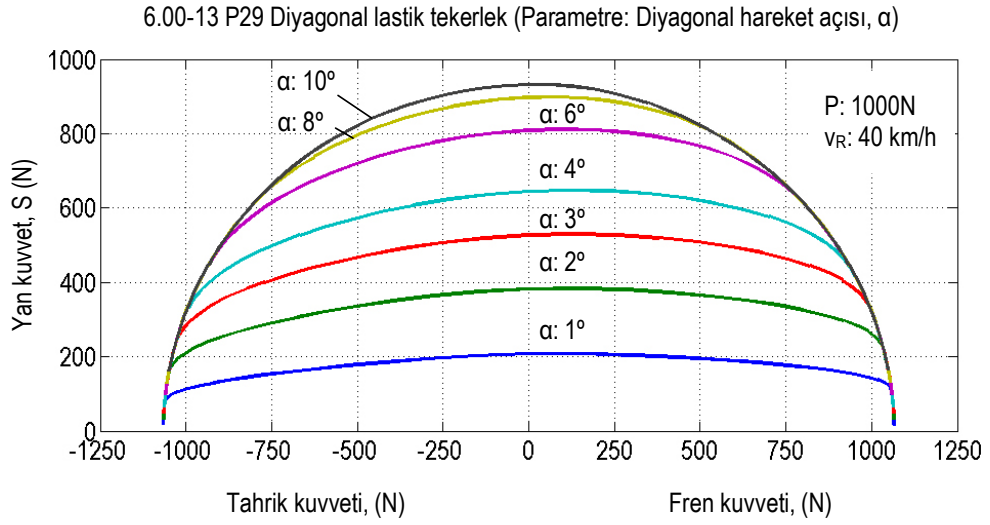
Benzer bir durum, sabit diyagonal hareket açısında tekerlek düşey yükündeki artışlar için de söz konusu olmaktadır. Elde edilen bu sonuçlar *Kamm Çemberi* mantığıyla örtüşmektedir.



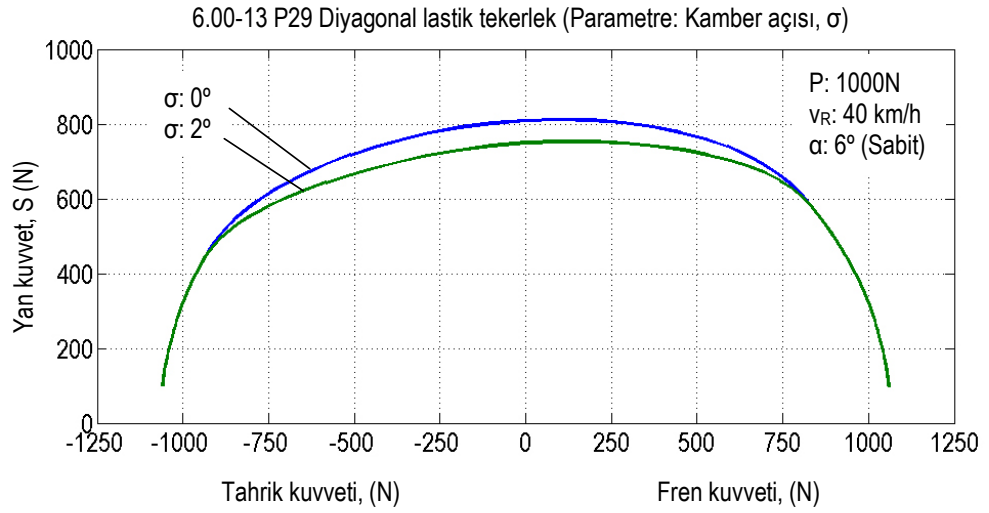
Şekil 6.12 Yan kuvvet tanım yüzeyi (Parametre,  $\alpha$ )

Şekil 6.13'te tekerleğe etkileyen yan kuvvetin, boyuna kuvvete göre değişimi, diyagonal hareket açısının fonksiyonu olarak, tahrik ve frenleme durumları için görülmektedir. Şekil 6.14'te aynı diyagram  $\alpha=6^\circ$  lik diyagonal hareket açısı için kamber açısının fonksiyonu olarak çizdirilmiştir.

Şekil 6.14'te, bağımsız askı sistemi kinematiğine bağlı olarak kamber açısında meydana gelecek artışın –ya da kamber açısının pozitif olmasının-, tekerleğin yan kuvvet taşıma kapasitesini, beklendiği şekilde azalttığı görülmektedir. Bir başka deyişle, hazırlanan bu modül yardımıyla viraj dönüşü ya da çeşitli sürüş manevraları sırasında askı sistemi elemanlarının hareketlerine bağlı olarak tekerleğin yol düzleminde boyuna ve enine yönde kuvvet taşıyabilme özelliği tespit edilebilmektedir. Dolayısıyla taşıt modelinin yol yüzeyi ile irtibatı sağlanmış olmaktadır.



Şekil 6.13 Diyagonal lastik tekerlekte tahrik/fren kuvveti- yan kuvvet ilişkisi (Parametre: diyagonal hareket açısı,  $\alpha$ )



Şekil 6.14 Diyagonal lastik tekerlekte boyuna kuvvet-kamber açısı ilişkisi

## BÖLÜM YEDİ

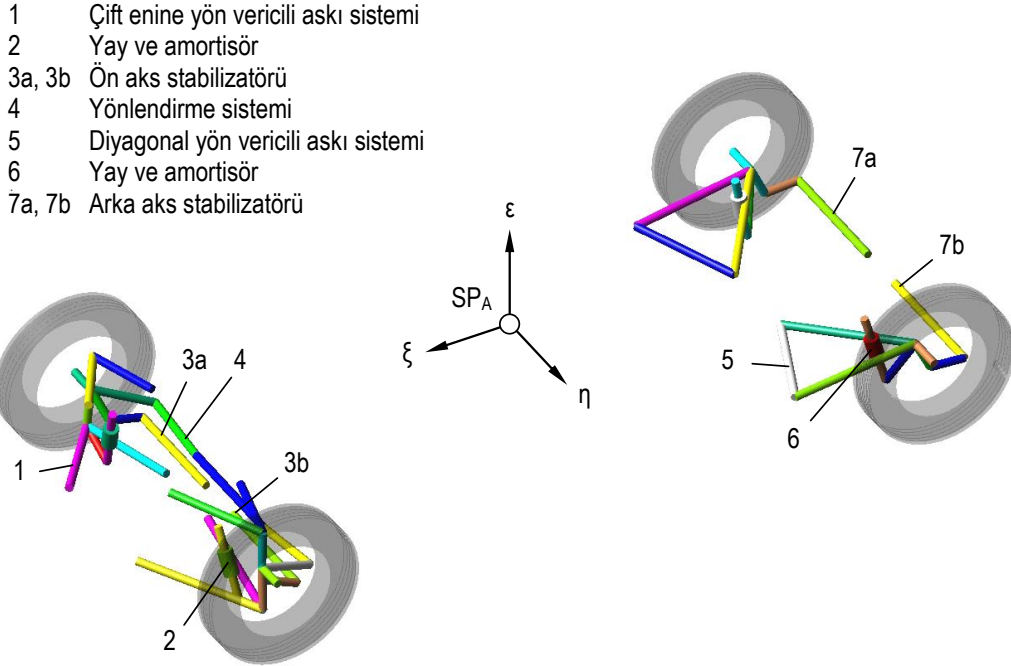
### SEYİR SİMÜLASYONLARI

#### 7.1 Giriş

Önceki bölümlerde sunulan modelleme prensiplerinden yararlanılarak, Şekil 2.7’de çalışma şekli şematik olarak verilen simülasyon programı oluşturulmuştur. Bu program kullanılarak, Torsen diferansiyeli ile donatılmış taşıtın düzlemsel yol yüzeyindeki doğrusal ve dairesel hareket karakteristikleri, seçilen parametrelere bağlı olarak incelenmiştir.

#### 7.2 Karşılaştırma Modeli

Hazırlanan simülasyon programından elde edilen sonuçların uygunluğunu değerlendirmek amacıyla, RecurDyn™V7R1 ticari programı yardımıyla, Şekil 7.1’de görülen karşılaştırma modeli oluşturulmuştur. Modelde, üretilmiş, arka akstan tahrikli orta sınıf bir taşıtın Tablo E.4’te verilen teknik değerleri kullanılmıştır.



Şekil 7.1 Binek taşıtın karşılaştırma modeli

Taşıtın ön aksında, taşıyıcı olarak çift enine yön vericili askı sistemi, arka aksında ise diyagonal yön vericili askı sistemi bulunmaktadır. Her iki sistemin kinematik noktalarının koordinat bileşenleri Tablo E.2 ve Tablo E.3'te verilmektedir.

Simülasyon modelinde stabilizatörün rijit 2a-2b ve 7a-7b eleman çiftlerinden oluştuğu düşünülmüş, burulma yay katsayısı  $c_s$ , bu iki parça arasında Şekil 5.24'e uygun olarak tanımlanmıştır (Topaç ve Kuralay, 2009). Askı sistemi elemanları ile taşıt gövdesi arasındaki bağlantı, sürtünmesiz küresel mafsallar yardımıyla sağlanmıştır. Bağlantı noktalarında herhangi bir elastik etki öngörülmemiş, modeli oluşturan yapı elemanlarının mükemmel katı cisim gibi davrandığı varsayılmıştır.

Karşılaştırmanın sağlıklı yapılabilmesi açısından, bu modelde de Fiala lastik tekerlek modeli kullanılmıştır.

### 7.3 Modelin Doğrulanması

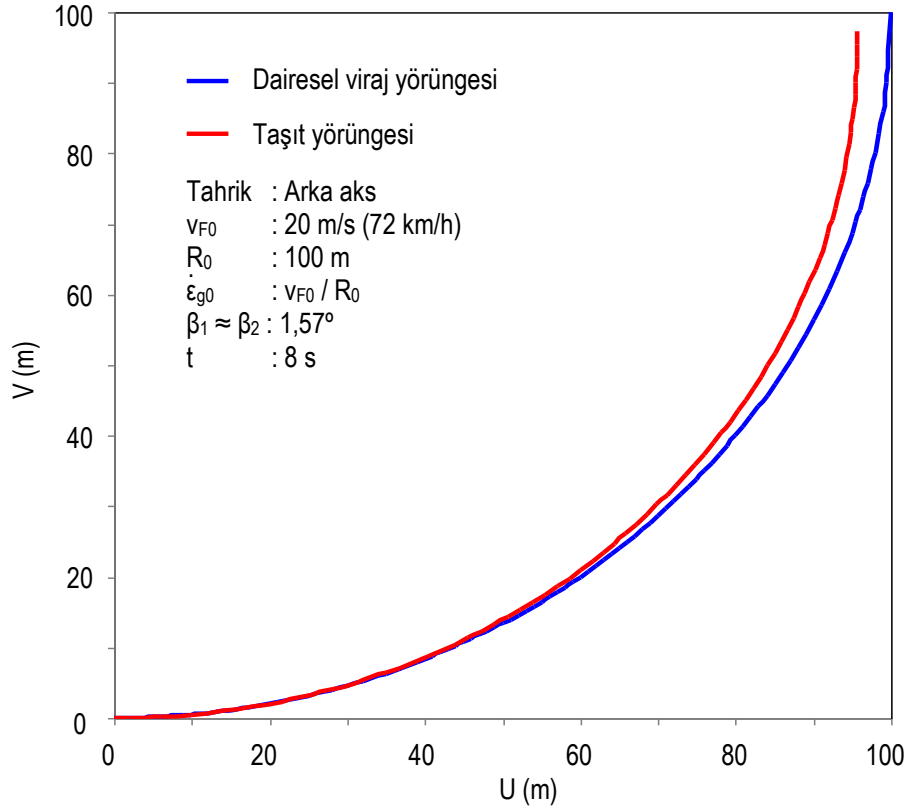
Çalışma kapsamında oluşturulan simülasyon programının doğrulanması, taşıtın  $R_0 = 100$  m yarıçaplı bir virajı dönme hareketinin her iki modele uygulanması yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Taşıtın bu viraja  $v_{F0} = 20$  m/s'lik ( $\approx 72$  km/h) sabit hızla girdiği ve hareket boyunca, yuvarlanma direnci dışında herhangi bir tahrik ya da fren kuvveti etkisinde kalmadığı varsayılmıştır. Bu durumda taşıt gövdesi viraja giriş anında,  $a_q \approx 4$  m/s<sup>2</sup>'lik sabit merkezci ivmeye maruzdur. Taşıtın, viraj manevrası başlangıcında Ackermann prensibi olarak da bilinen,

$$\cot \beta_1 - \cot \beta_2 = \frac{s_{RV}}{L_F} \quad (7.1)$$

bağıntısına uygun şekilde hareket ettiği düşünülmüş, ön tekerleklerin buna göre yönlendirilmesi sağlanmıştır (Reimpell, 1974), (Breuer, 1985), (Genta, 1997), (Kuralay, 2008.b). Burada  $\beta_1$  ve  $\beta_2$ , ön tekerleklerin taşıt gövdesine göre aldıkları yönlendirme açılarıdır. Açı değerleri,  $R_0 = 100$  m için, her iki tekerlekte de oldukça yakın değerler aldığından yaklaşık eşit kabul edilmiştir. Şekil 7.2'de, taşıtın

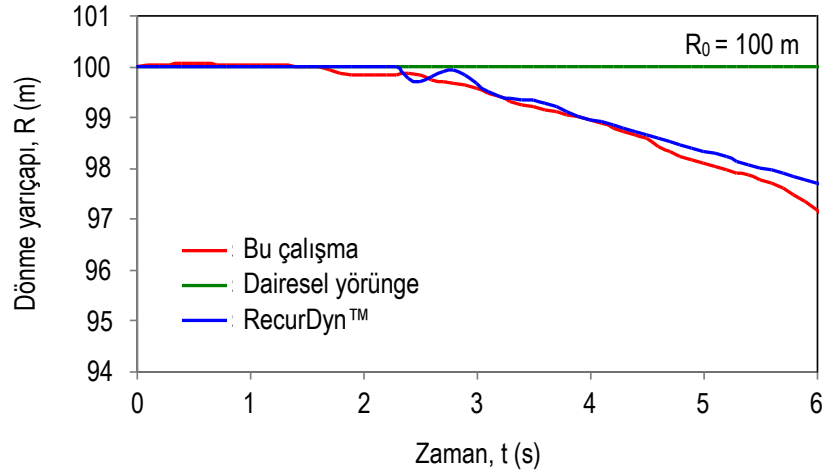


simülasyon sırasında izlediği yörünge, nötr karakteristikli bir taşıtın  $R_0 = 100$  m yarıçaplı bir dairesel yörüngede izlemesi gereken ideal yörünge ile karşılaştırılmıştır. Manevra boyunca taşıt, dönme yarıçapı  $R$ 'yi azaltacak şekilde hareket etmekte, bir başka deyişle viraj merkezine doğru yönelmektedir.



Şekil 7.2 Sabit hızla viraja giren model taşıtın yörüngesi

Taşıt,  $t = 8$  s'lik simülasyon süresinde yaklaşık olarak  $90^\circ$ 'lik bir daire yayı kadar yol almaktadır. Anılan sürenin sonunda, taşıtın son konumunun U-V-W referans eksen takımına göre koordinatları, oluşturulan simülasyon programı üzerinden,  $U = 95$  m ve  $V = 100$  m olarak hesaplanmıştır. Karşılaştırma modelinden elde edilen sonuç ise  $U = 96,4$  m ve  $V = 100$  m şeklindedir. Programlardan elde edilen sonuçlar oldukça uyumlu olup, taşıtın aşırı döner karakteristiği her iki model üzerinden de, açıkça gözlenebilmektedir. Taşıtın dönme yarıçapının zamana göre değişimi Şekil 7.3'te görülmektedir.



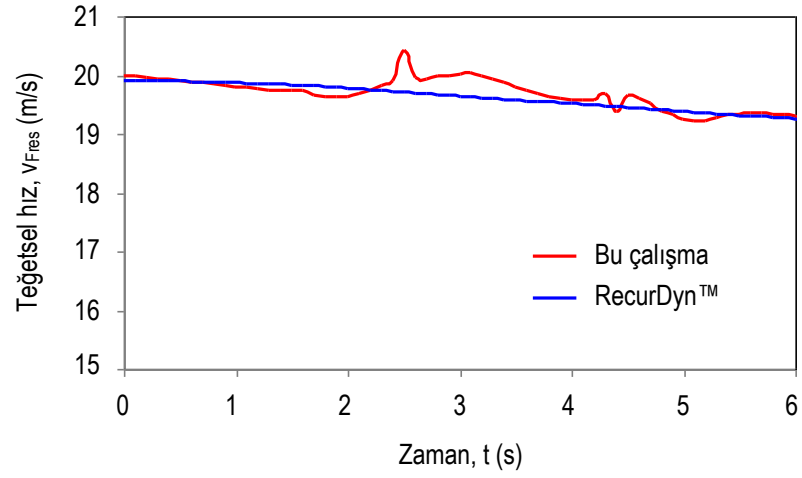
Şekil 7.3 Sabit çıkış ivmesiyle gerçekleştirilen viraj hareketi sırasında taşıt gövdesi dönme yarıçapının zamana göre değişimi

Hareket sırasında taşıt gövdesi kütle merkezi üzerinden okunan teğetsel hız,  $v_{Fres}$  ve merkezci ivme  $a_q$  Şekil 7.4 ve Şekil 7.5'te görülmektedir.  $v_{Fres}$ , gövdenin U ve V koordinatlarında ölçülen anlık hızlarının bileşkesi olarak,

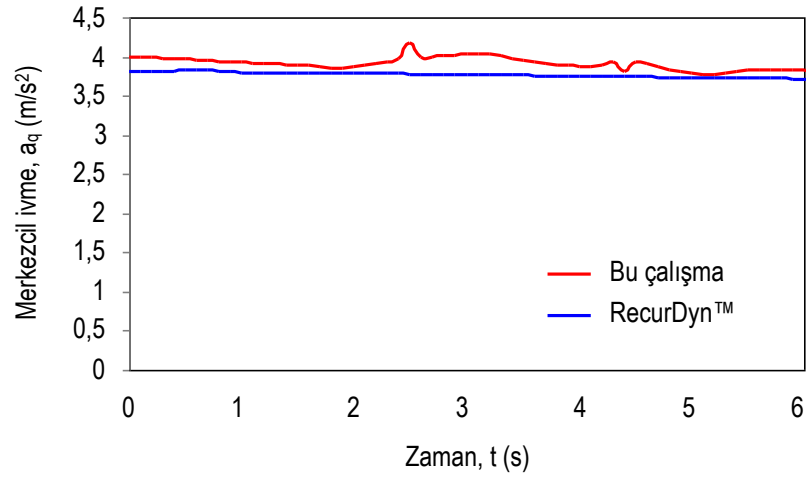
$$v_{Fres} = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (7.2)$$

şeklinde hesaplanmıştır. Oluşturulan simülasyon programı yardımıyla, her iki büyüklük için hesaplanan değerler, RecurDyn™V7R1 ticari programından sağlanan değerlerle karşılaştırılmıştır. Elde edilen teğetsel hız ve merkezci ivme karakteristiklerinin uyumlu olduğu görülmektedir.

Taşıtın viraj davranışını karakterize eden temel büyüklük olan savrulma açısı  $\varepsilon_g$ , Şekil 2.3'e göre, gövde kütle merkezine sabit eksen takımının  $\xi$  bileşeni ile U ekseni arasındaki açısal farktır. Aşırı döner karakteristiğe sahip bir taşıtın viraj hareketi sırasında hesaplanan  $\varepsilon_g$  değerinin, dairesel yörünge üzerinden hesaplanan referans savrulma açısından ( $\varepsilon_{gref}$ ) daha büyük olması beklenir.



Şekil 7.4 Sabit çıkış hızıyla gerçekleştirilen viraj hareketi sırasında taşıt gövdesi teğetsel hızının zamana göre değişimi

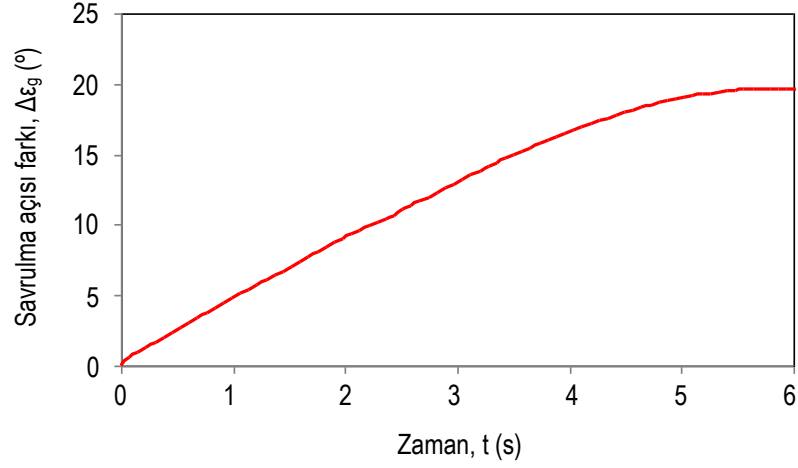


Şekil 7.5 Sabit çıkış ivmesiyle gerçekleştirilen viraj hareketi sırasında taşıt gövdesi merkezci ivmesinin zamana göre değişimi

$\epsilon_g$ 'nin, daire yayı üzerinde hareket eden nötr karakteristiğe sahip referans taşıtın savrulma açısı  $\epsilon_{gref}$ 'e göre,

$$\Delta\epsilon_g \approx \epsilon_g - \epsilon_{gref} \text{ (}^\circ\text{/s)} \quad (7.3)$$

şeklinde hesaplanan savrulma açısı farkı, zamana bağlı olarak Şekil 7.6.b'de görülmektedir.

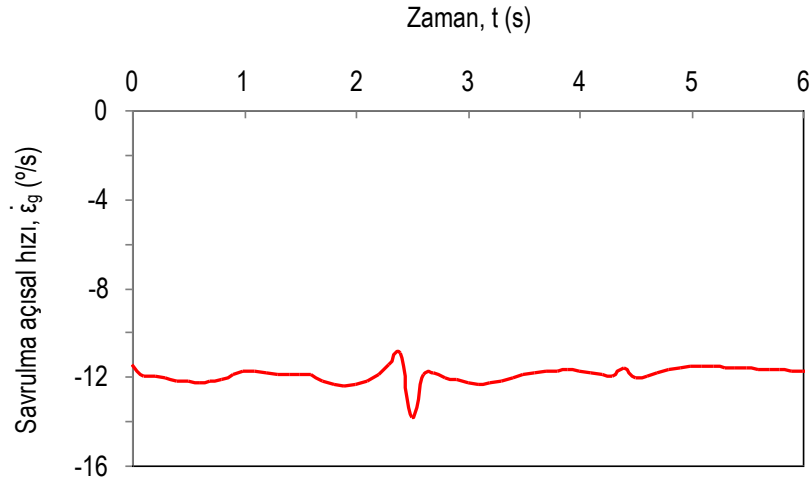


Şekil 7.6 Sabit çıkış ivmesiyle gerçekleştirilen viraj hareketi sırasında taşıt gövdesi savrulma açısı farkının zamana göre değişimi

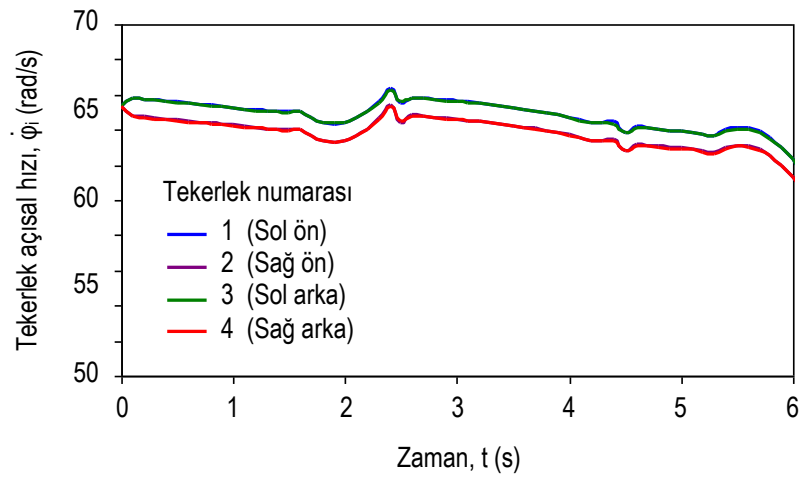
Manevra boyunca taşıt gövdesi için, kütle merkezine sabit  $\varepsilon$  ekseninde hesaplanan savrulma açısal hızının ( $\dot{\varepsilon}_g$ ) zamana göre değişimi ise Şekil 7.7'de görüldüğü gibidir. Savrulma açısal hızı  $\dot{\varepsilon}_g$ 'nin başlangıç değeri  $\dot{\varepsilon}_{g0}$ , taşıtın giriş çizgisel hızı  $v_{F0}$ 'in başlangıç viraj yarıçapı  $R_0$ 'a oranı şeklinde,

$$\dot{\varepsilon}_{g0} = \frac{v_{F0}}{R_0} \quad (7.4)$$

bağıntısından hesaplanmaktadır. Manevra sırasında, tekerlek açısal hızlarının zamana göre değişimi Şekil 7.8'de görülmektedir.



Şekil 7.7 Sabit çıkış ivmesiyle gerçekleştirilen viraj hareketi sırasında taşıt gövdesi savrulma açılma hızının zamana göre değişimi



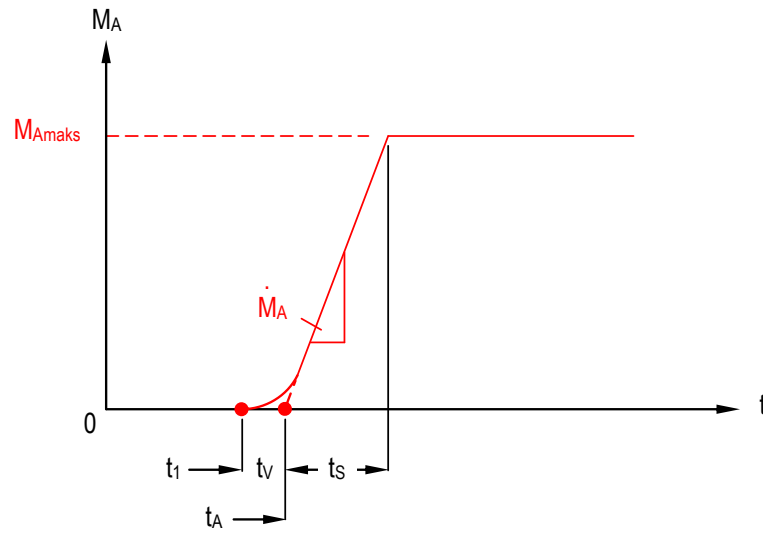
Şekil 7.8 Sabit çıkış ivmesiyle gerçekleştirilen viraj hareketi sırasında tekerlek açılma hızlarının zamana göre değişimi

#### 7.4 Sistemin Uyarılması

Oluşturulan bilgisayar programı yardımıyla gerçekleştirilen seyir simülasyonlarında, sistemin uyarılması amacıyla tahrik tekerleklerine, zamana bağlı değişen karakteristikte tahrik momenti uygulanmıştır. Momentin değişim karakteristiği, Şekil 7.9'da verilmektedir. Buna göre moment tekerleklere,  $t_A$  başlangıç anından itibaren,

$$M_A = \dot{M}_A \cdot \left[ (t - t_1) - t_v \left( 1 - e^{-\frac{t-t_1}{t_v}} \right) \right] \quad (7.5)$$

Bağıntısına uygun olarak, sabit artımla uygulanmakta ve  $t_s$  eşik süresi sonunda maksimum değerine ulaşmaktadır. Burada  $\dot{M}_A$  (N.m/s), tahrik momentinin birim zamandaki ( $\Delta t = 1$  s) artım miktarıdır.



Şekil 7.9 Tahrik tekerleklerine etkiyen momentin zamana göre değişimi

## 7.5. Sürüş Simülasyonları

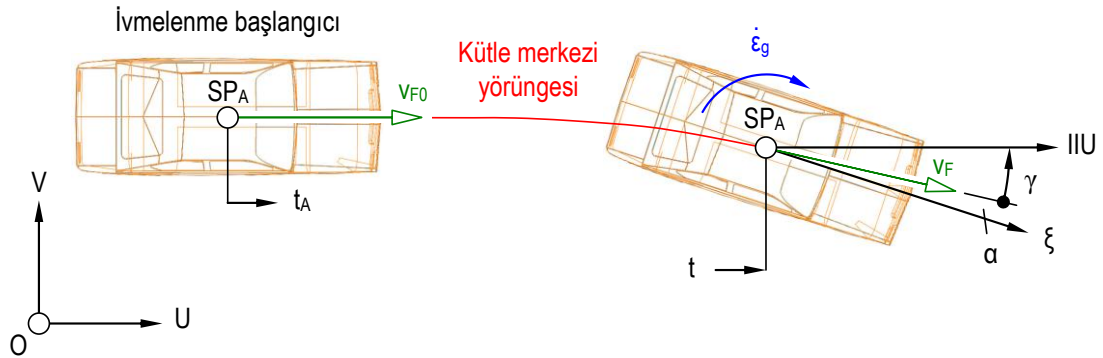
### 7.5.1 Doğrusal Hareket

Doğrusal hareket sırasında, tahrik tekerleklerinin farklı tutunma katsayısına sahip yüzeyler üzerinde bulunması, taşıtın doğrultu takip davranışını, tahrik sisteminde uygulanan moment dağıtıcının konstrüksiyonuna da bağlı olarak Şekil 7.10'da görüldüğü gibi değiştirir. Tahrik aksında moment dağıtıcı olarak basit diferansiyel kullanılması durumunda, zayıf zemin üzerinde bulunan tekerlek, yüksek tutunma özelliğine sahip tekerleğin güç iletebilme yeteneğini sınırlayacağından, taşıta enine

doğrultuda, rüzgar direnci v.b uyarıcı kuvvetin etkimemesi durumunda, Şekil 2.3 ve Şekil 7.10'a göre, kurs açısı  $\gamma$  ve yüzme açısı  $\alpha$ 'nın toplamı olarak,

$$\varepsilon_g = \gamma + \alpha \quad (7.6)$$

şeklinde ifade edilen savrulma açısı  $\varepsilon_g$ 'nin yüksek değerler alması beklenmez. Ancak moment dağıtımını, tekerleklerin moment iletim kapasitesine göre ve dolayısıyla simetrik olmayan bir şekilde gerçekleştirebilen Torsen diferansiyeli gibi bir sistemin kullanılması durumunda, tekerlekler arasındaki tahrik kuvveti eşitsizliğinin oluşturduğu savrulma momenti,  $\varepsilon_g$  ve  $\dot{\varepsilon}_g$  değerlerinin 0'dan farklı olmasına neden olmaktadır (Lorenz ve diğer. 1986b), (Kuralay, 1988b), (Kuralay, 1989). Taşıtın anılan durumda doğrultudan sapma miktarı, diferansiyelin kilitleme değeri ile doğru orantılıdır.



Şekil 7.10 Düz yolda ivmelenme sırasında savrulma

Gerçekleştirilen doğrusal hareket simülasyonlarında, toplam simülasyon süresi  $t = 8$  s olarak seçilmiştir. Hareket başlangıcında taşıt, dördüncü vites basamağında ( $i_G = 1,0$ )  $v_{F0} = 20$  m/s ( $\approx 72$  km/h)'lik çıkış hızına sahiptir. Taşıta başlangıç durumunda tahrik momenti etki etmemekte, ancak taşıt tekerlekleri  $f_R = 0,015$  değerinde sabit yuvarlanma direnç katsayısının oluşturduğu yuvarlanma direnç kuvvetine maruz kalmaktadır. Şekil 7.9'da karakteristiği verilen motor momenti,  $t_A = 6,5$  s'den itibaren etki etmeye başlamakta ve  $t_S = 0,3$  s olarak seçilen eşik süresinin sonunda, en yüksek değerine ulaşmaktadır.  $T = 6,8$  s'den sonra, tahrik

tekerleklerine sabit tahrik momenti etkimektedir. Doğrusal hareket sırasında tahrik manevrası, taşıtın ön, arka ve her iki akstan tahrikli olduğu üç farklı tahrik konfigürasyonu için ayrı ayrı denenmiştir. Her konfigürasyonda, söz konusu manevra, aşağıda kısaca özetlenen dört farklı durum için tekrarlanmıştır. Bu durumlarda sırasıyla,

1. Taşıtın tahrik aksında basit diferansiyel kullanılmaktadır. Tüm tekerlekler,  $\mu_H = 1,0$  (-) değerinde tutunma katsayısına sahip yol yüzeyi üzerinde hareket etmektedir.
2. Tahrik aksında basit diferansiyel kullanılmaktadır. Tahrik tekerleklerinden bir tanesi  $\mu_H = 1,0$  (-) değerine sahip yol yüzeyi üzerindedir. Diğer tekerlekte tutunma katsayısı  $\mu_H = 0,4$  (-) değerine düşmektedir.
3. Tahrik aksında MDO= 2,5 olan Torsen diferansiyeli kullanılmaktadır. Tahrik tekerleklerinden bir tanesi  $\mu_H = 1,0$ (-) değerine sahip yol yüzeyi üzerindedir. Diğer tekerlekte tutunma katsayısı,  $t_A = 6,5$  s'de ani olarak  $\mu_H = 0,4$  (-) değerine düşmekte ve sürücü tam bu anda gaza basmaktadır.
4. Tahrik aksında MDO= 3,3 olan Torsen diferansiyeli kullanılmaktadır. Tahrik tekerleklerinden bir tanesi  $\mu_H = 1,0$  (-) değerine sahip yol yüzeyi üzerindedir. Diğer tekerlekte tutunma katsayısı,  $t_A = 6,5$  s'de ani olarak  $\mu_H = 0,3$  (-) değerine düşmekte ve sürücü tam bu anda gaz pedalına basmaktadır.

Model taşıtta, doğrultu kontrolü sağlayan herhangi bir elektronik v.b. sistem öngörülmemektedir.

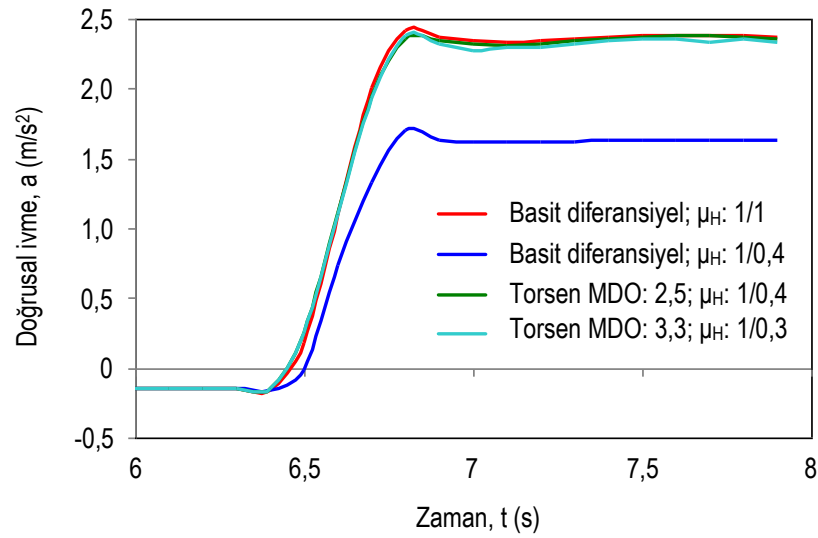
#### 7.5.1.1 Ön Akstan Tahrik

Taşıtın  $M_M = 300$  N.m değerinde döndürme momenti üretebilen bir motorla donatıldığı varsayılmıştır. Tahrik edilen ön aksa toplam  $M_E \approx 1200$  N.m'lik tahrik momenti iletilmektedir.

Ön akstan tahrikli taşıtın, doğrusal hareket sırasında tahrik momentine maruz kalması halinde, ivmenin zaman bağlı değişimi, farklı diferansiyel tipleri ve tutunma



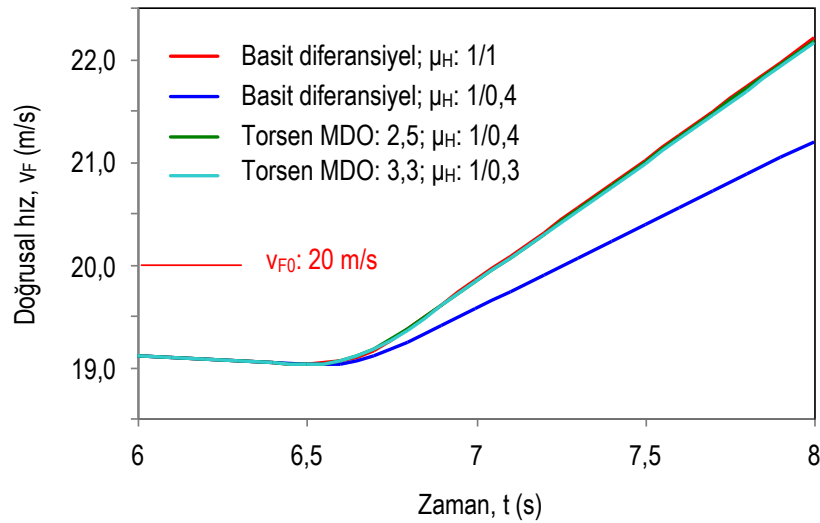
katsayısı kombinasyonları için Şekil 7.11’de verilmektedir. İncelenen 1, 2, 3 ve 4 durumlarında, tahrik momentinin devreye girdiği  $t_A = 6,5$  s’ye kadar, tekerleklere etkiyen yuvarlanma direnç kuvveti nedeniyle, taşıt gövdesinin  $a \approx -0,15$  m/s<sup>2</sup>’lik frenleme ivmesiyle yavaşlamakta olduğu görülmektedir. Bunun sonucunda taşıt hızı, moment yüklemesi başladığında, Şekil 7.12’de görüldüğü gibi yaklaşık  $\Delta v_F = 1$  m/s kadar azalmıştır.  $T_S = 0,3$  s’lik eşik süresinin ardından,  $t = 6,8$  s’de tahrik momenti artımı tamamlanmakta ve bu sürenin sonunda ivme en yüksek değerine ulaşarak, yaklaşık olarak sabit kalmaktadır.



Şekil 7.11 Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, ivmenin zamana bağlı değişimi

Taşıtın basit diferansiyelle donatıldığı varsayılan ilk durumda, uygulanan tahrik momentinin neden olduğu  $a = 2,4$  m/s<sup>2</sup>’lik doğrusal ivmenin etkisiyle ortaya çıkacak yük transferinden dolayı, ön aks tekerleklerine etkiyen düşey yük  $P_i$  yaklaşık %10 oranında azalmakta ve ön aksın toplam dinamik yükü,  $G_V = 6915$  N değerine düşmektedir. Buna karşın, tekerlek başına düşen  $M_{AR} = M_{AL} = 600$  N.m’lik döndürme momenti, tekerleklerin yola patinaj meydana gelmeksizin iletebileceği kapasitif moment olan  $M_{FR} = M_{FR} = 1058$  N.m değerinin halen altında kalmaktadır. Tahrik tekerleklerindeki moment eşitliği nedeniyle, taşıt gövdesine herhangi bir savrulma momenti etkimemektedir.

Tahrik aksında basit diferansiyel kullanılan ikinci durumda, sağ ön tekerlekte,  $t_A=6,5$  s'den itibaren tutunma katsayısı ani olarak  $\mu_H=0,4$  değerine düşmektedir. Bu durumda, anılan tekerleğin tutunma potansiyeli,  $M_{FR}=423$  N.m değerine inmektedir. Bu değer, basit diferansiyelin yapısı gereği aynı zamanda taşıtın güç iletim sınırını oluşturmaktadır, yüksek tutunma kapasitesine sahip zemin üzerinde bulunan tekerleğin tahrik edilebilirlik potansiyelinden tam olarak yararlanılamamaktadır. Diğer bir deyişle, basit diferansiyelin yapısı gereği, her iki tahrik tekerleğinin patinaj meydana gelmeden iletebileceği moment, 2 numaralı (sağ ön) tekerleğin düşük tutunma katsayısı tarafından sınırlanmaktadır. Bu nedenle taşıt ivmesi ikinci durumda yaklaşık  $a=1,7$  m/s<sup>2</sup> sınırında kalmakta, hızlanma miktarı da, incelenen durumlar içinde en düşük düzeyde kalmaktadır.

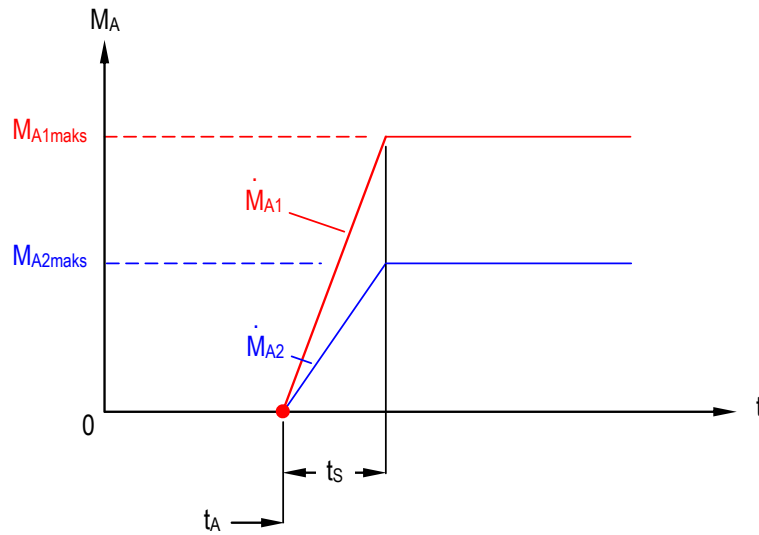


Şekil 7.12 Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, doğrusal hızın zamana bağlı değişimi

Tahrik tekerleklerindeki tutunma katsayısı dağılımının ikinci durumla aynı olduğu üçüncü durumda, moment dağıtıcı olarak bu kez MDO= 2,5 değerine sahip Torsen diferansiyeli kullanılmaktadır. Şekil 3.10'da görüldüğü gibi, tahrik momentinin etkimeye başladığı  $t_A=6,5$  s'de zayıf zemindeki tekerleğin tutunma katsayısının  $\mu_H=0,4$  değerine düşmesi halinde, sistem tam kilitlemeli bir diferansiyel gibi çalışmaya başlamaktadır. Anılan tekerleğin yola iletebileceği maksimum moment  $M_{FR}=423$  N.m olduğundan, bu durumda sağlam zeminde bulunan tekerleğe  $\Delta M_A=353$  N.m'lik

ilave bir momentin etkimesi söz konusudur. Diğer bir deyişle iki tahrik tekerleği de, üzerinde bulunduğu yol yüzeyinin mümkün kıldığı tahrik potansiyelini tam olarak kullanabilmektedir. Manevra sırasında tahrik tekerleklerine dağıtılan momentin zamana bağlı değişimi kalitatif olarak Şekil 7.13'te görülmektedir.

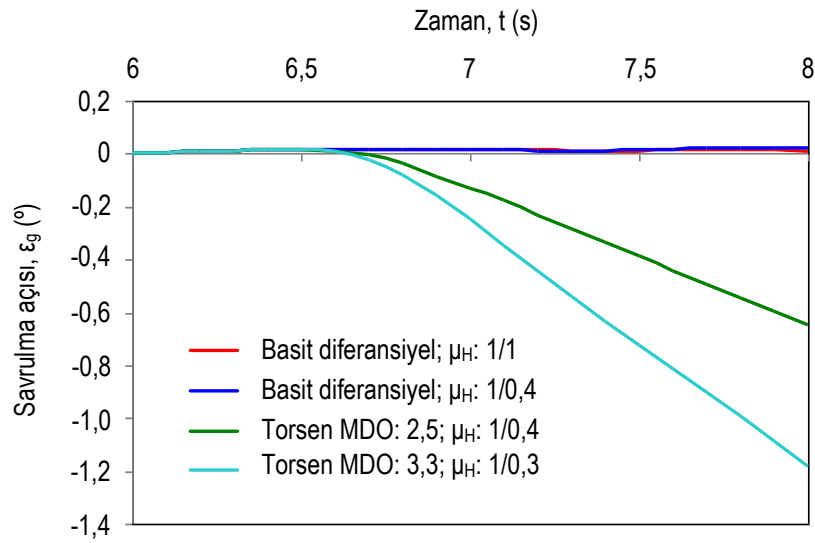
2 Numaralı tekerlekte tutunma katsayısının daha da azalarak,  $\mu_H = 0,3$  değerine düştüğü dördüncü durumda,  $M_{FR} = 349$  N.m değeriyle sınırlanmakta ve  $\mu_H = 1$  olan zemin üzerinde bulunan tekerleğe toplam  $M_{AL} = 776$  N.m moment etkimektedir. Son iki durumda, tekerleklere gönderilen tahrik momentini tam olarak yola iletilebilmektedir. Bu nedenle taşıtın  $t = 8$  s'de sahip olduğu hız ve ivme değerleri, referans olarak değerlendirilen ilk durumla aynıdır.



Şekil 7.13 Tahrik tekerleklerine etkiyen momentin zamana göre değişimi

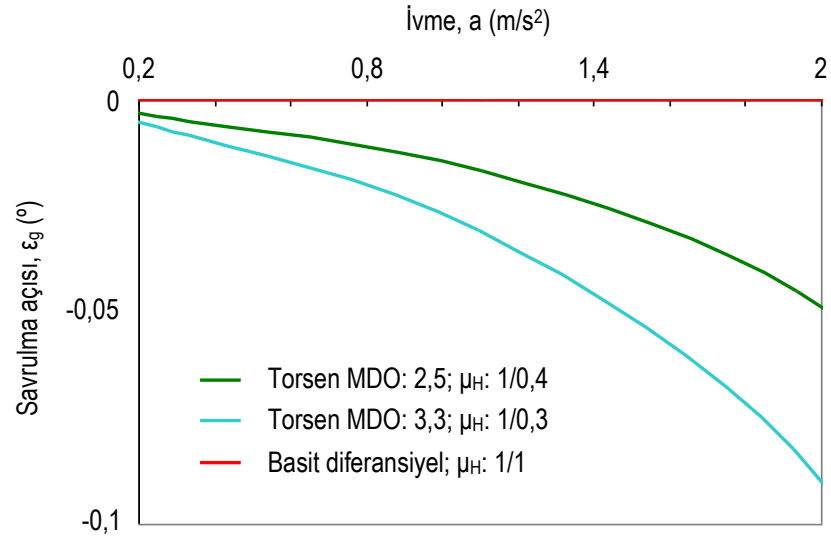
İncelenen dört durumda savrulma açısının ve savrulma hızının zamana göre değişimi Şekil 7.14.a ve Şekil 7.15.a'da görülmektedir. Basit diferansiyelin kullanıldığı ilk iki durumda da, tekerlekler arasında bir kilitleme momenti transferi söz konusu olmadığından, tahrik tekerleklerinden yola yaklaşık eşit miktarda kuvvet iletilmekte ve taşıt gövdesinde belirgin bir savrulma etkisinin ortaya çıkması beklenmemektedir. Ancak Torsen diferansiyelinin oluşturduğu kilitleme momenti nedeniyle, üçüncü durumda  $t = 8$  s'de yaklaşık  $\varepsilon_g = 0,65^\circ$  lik savrulma açısının ortaya

çıkacağı görülmektedir. Gövdenin savrulma hızı, anılan sürenin sonunda,  $\dot{\varepsilon}_g = 0,52$  %/s olarak hesaplanmıştır. Diferansiyelin kilitleme etkisinin üçüncü duruma göre daha yüksek olduğu dördüncü durumda, tekerlekler arasındaki kilitleme momenti transferinin artması, daha yüksek savrulma açısı ve savrulma açısal hızı değerlerinin ortaya çıkmasına neden olmaktadır. MDO= 3,3 için  $t= 8$ s'de hesaplanan değerler,  $\varepsilon_g= 1,2^\circ$  ve  $\dot{\varepsilon}_g = 1$  %/s şeklindedir. Savrulma açısının ve savrulma açısal hızının, taşıt boyuna ivmesine göre değişimi Şekil 7.14.b ve Şekil 7.15.b'de görülmektedir.

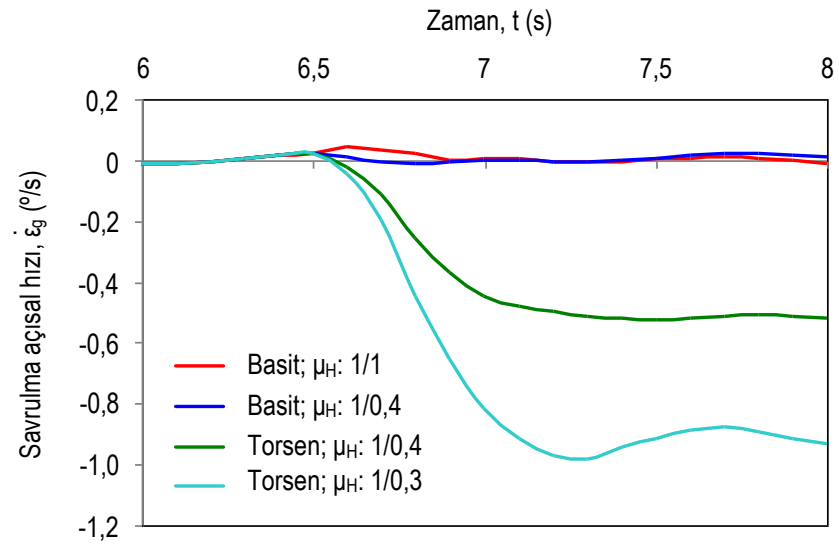


Şekil 7.14.a Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için savrulma açısının zamana bağlı değişimi

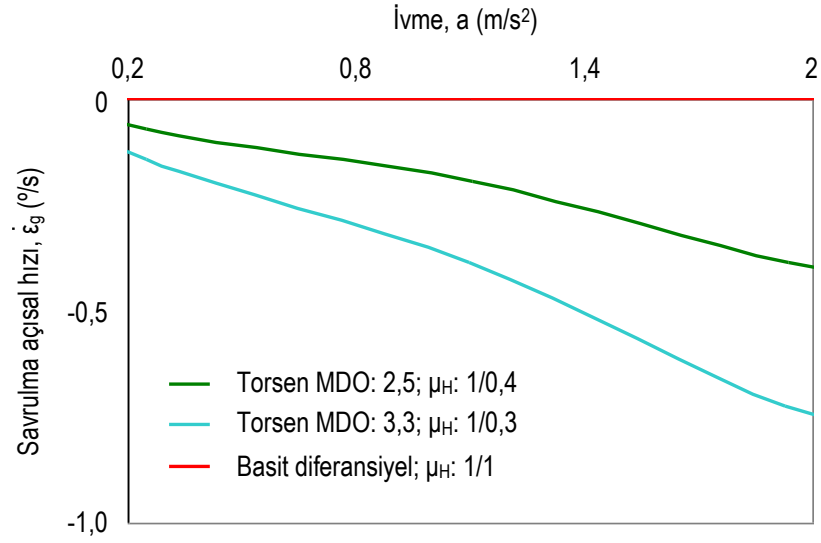
$\varepsilon_g$  ve  $\dot{\varepsilon}_g$  değerleri, taşıtın doğrultu takip edebilme yeteneğini doğrudan etkilemektedir. Şekil 7.16'da,  $t= 8$  s'lik zaman dilimi sonunda taşıtın U ve V referans eksen takımında aldığı son konumlar karşılaştırılmaktadır. Buna göre, basit diferansiyelin kullanıldığı ilk iki durumda V eksenine doğru belirgin bir sapma meydana gelmediği görülmektedir. Bunun yanında, tutunma katsayısının bir tahrik tekerleğinde  $\mu_H= 0,4$  değerine düştüğü ve MDO= 2,5 olan üçüncü durumda, taşıt U ekseninde 158 m yol alırken, V eksenine doğru 1,7 m kadar sapmaktadır. MDO'nun 3,3 değerine çıkarıldığı dördüncü durumda ise sapma değeri 3 m kadar olmaktadır.



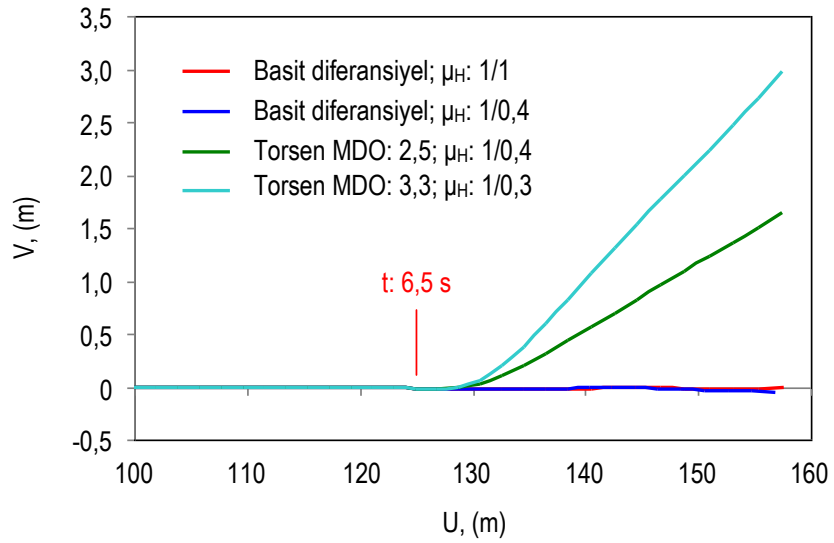
Şekil 7.14.b Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için savrulma açısının taşıt ivmesine bağlı değişimi



Şekil 7.15.a Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için savrulma açısal hızının zamana bağlı değişimi



Şekil 7.15.b Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için savrulma açısal hızının taşıt ivmesine bağlı değişimi



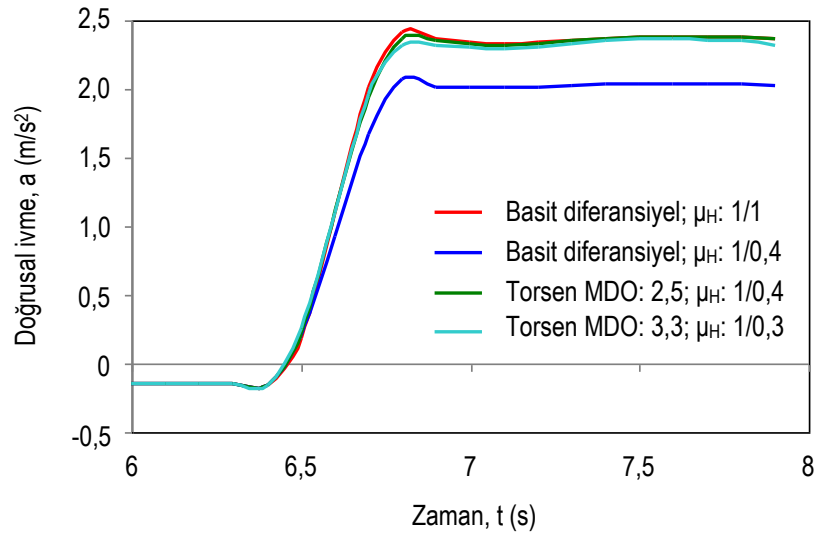
Şekil 7.16 Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için U-V düzlemindeki yörüngesinin zamana bağlı değişimi

### 7.5.1.2 Arka Akstan Tahrik

Taşıtın  $M_M = 300$  N.m değerinde döndürme momenti üretebilen bir motorla donatıldığı varsayılmıştır. Taşıtın tahrik edilen arka aksına toplam  $M_E \approx 1200$  N.m'lik tahrik momenti iletilmektedir. Tahrik momenti ilk manevrada olduğu gibi,  $t_A = 6,5$

s’de tekerleklere etkimeye başlamaktadır. Ön akstan tahrikten farklı olarak bu kez, yük transferi tahrik aksına doğrudur. Taşıt gövdesi, en yüksek doğrusal ivme değerine ulaştığında, arka aks düşey yükü ve dolayısıyla tekerlek başına düşen yük, yaklaşık % 10 oranında artmaktadır. Bu durumda tahrik aksının güç iletim potansiyelinin artması söz konusudur.

Taşıt ivmesinin ve doğrusal hızın zamana bağlı değişimi, sırasıyla Şekil 7.17 ve Şekil 7.18’de görülmektedir. Şekil 7.11 ile karşılaştırıldığında, 1., 2. ve 4. durumlar için hesaplanan değerlerin ön akstan tahrik durumunda hesaplanana oldukça yakın olduğu görülmektedir. Tahrik tekerleklerinden bir tanesinde, momentin etkimeye başladığı anda ani olarak  $\mu_H$ ’nin 0,4’e düştüğü 3. durumda ise, yük transferi zayıf zemindeki tekerleğin moment iletim kapasitesini ön akstan tahrik durumuna göre artırmaktadır.

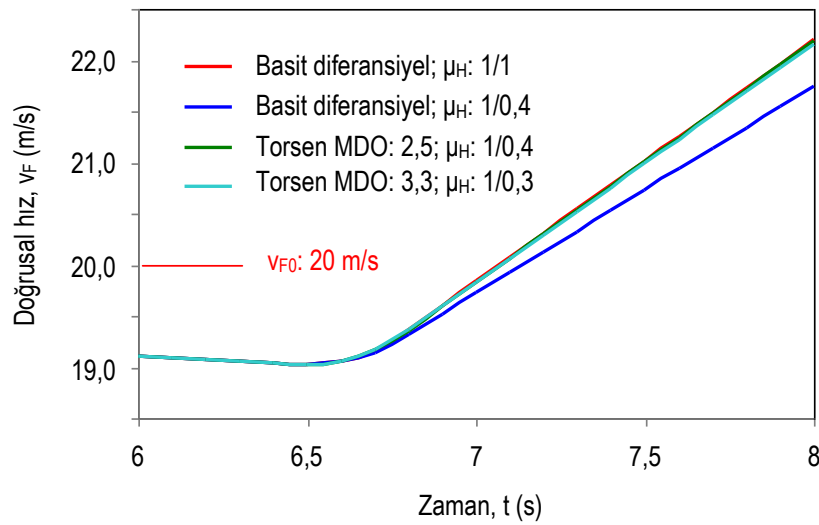


Şekil 7.17 Arka akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, ivmenin zamana bağlı değişimi

Sistemde basit diferansiyel uygulandığından, bu tekerleğin iletebildiği moment aynı zamanda,  $\mu_H = 1$  olan zemin üzerinde bulunan tekerleğe dağıtılabilen momentin de sınırını oluşturmaktadır. Arka akstan tahrik durumunda, tahrik aksının iletebileceği moment, ön akstan tahrikli duruma oranla % 22,6 kadar daha fazladır. Bu nedenle, 2.

durumda hesaplanan hız ve ivme değerleri, tahrikin ön aksta olduğu durumuna göre daha yüksektir.

Düz yolda arka akstan tahrikte ortaya çıkacak savrulma açısı  $\varepsilon_g$  ve savrulma açısal hızı  $\dot{\varepsilon}_g$  'nın zaman göre değişimi, incelenen dört farklı durum için Şekil 7.19 ve Şekil 7.20'de karşılaştırılmaktadır. İlk iki durumda, her iki büyüklüğün ihmal edilebilecek kadar küçük değerler aldığı görülmektedir. Bölüm 7.5.1.1'de yapılan açıklamalar, bu iki durumda da geçerlidir.

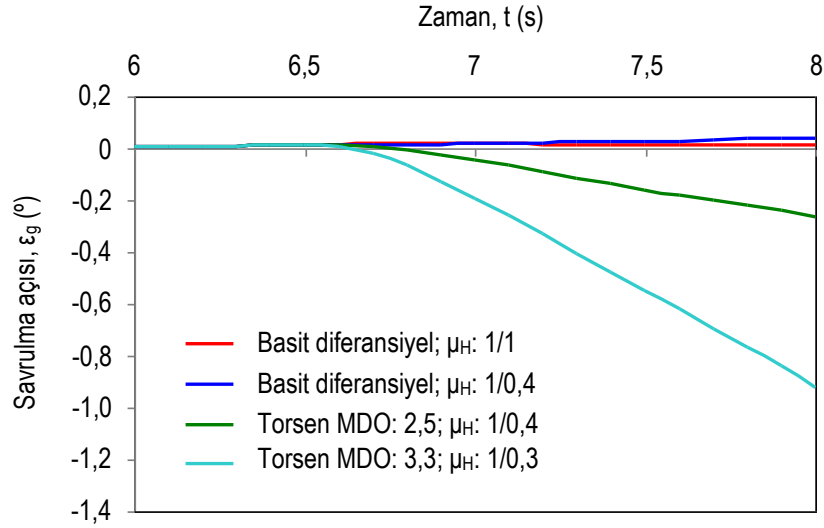


Şekil 7.18 Arka akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, doğrusal hızın zaman bağlı değişimi

Bunun yanında Şekil 7.19.a ve Şekil 7.20.a'da, Torsen diferansiyelinin kullanıldığı 3 ve 4 durumlar incelendiğinde, hesaplanan  $\varepsilon_g$  ve  $\dot{\varepsilon}_g$  değerlerinin, ön akstan tahrik durumuna göre daha düşük olduğu görülmektedir. Önden ve arkadan tahrik durumlarında taşıtın tahrik aksına aynı değerde moment uygulanmaktadır. Bununla birlikte, arka akstan tahrik durumunda, ivmelenme sırasında ortaya çıkan aks yükü değişimi, arka akstaki düşük tutunma katsayısına sahip tekerleğin güç iletim kapasitesini artırmaktadır. Sonuçta, Torsen diferansiyeli ya da tam kilitleme özelliğine sahip; kısaca, momenti tekerleklere, güç iletebilme potansiyeline uygun olarak dağıtma yeteneğine sahip bir diferansiyel kullanılması durumunda, anılan



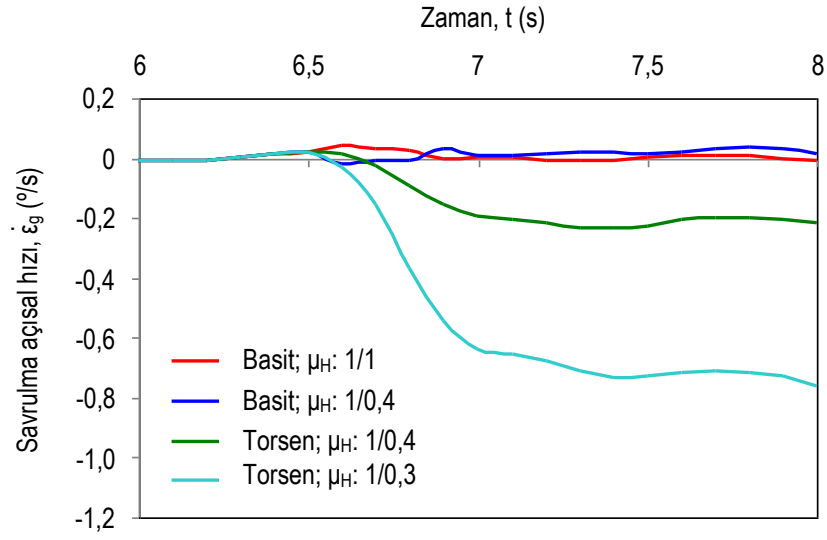
tekerleğin yüklenebileceği moment payı artmaktadır. Bu durumda, denklem (3.3.a) uyarınca kilitleme momenti  $M_K$  ya da bir başka deyişle tahrik tekerlekleri arasındaki boyuna kuvvet farkı azalmaktadır.



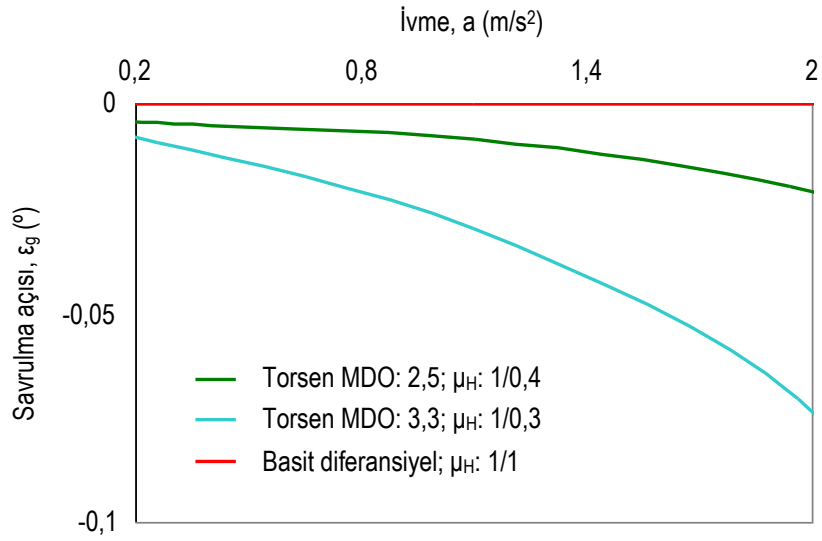
Şekil 7.19.a Arka akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için savrulma açısının zamana bağlı değişimi

Bunun sonucunda savrulma açısı ve savrulma açısal hızı değerlerinin, ön akstan tahrikli taşıta göre daha düşük değerler alması beklenir. Şekil 7.19.a ve Şekil 7.20.a, Şekil 7.14.a ve Şekil 7.15.a ile karşılaştırıldığında bu durum açıkça görülmektedir. Örneğin, MDO= 3,3 olan Torsen diferansiyelinin kullanıldığı 4. durumda arka akstan tahrik için  $\epsilon_g$  değeri, ön akstan tahrik durumuna göre yaklaşık % 25 oranında daha düşük hesaplanmıştır. Savrulma açısının ve savrulma açısal hızının, taşıt boyuna ivmesine göre değişimi Şekil 7.19.b ve Şekil 7.20.b'de görülmektedir.

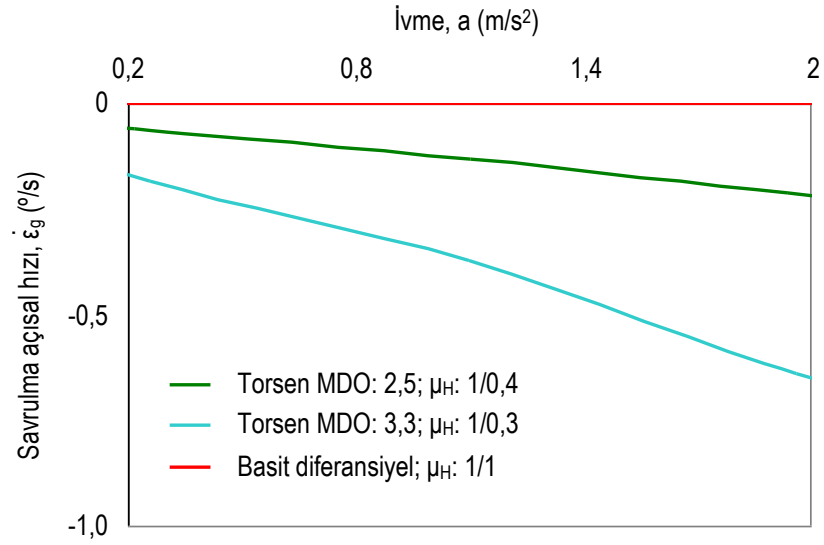
Benzer şekilde, taşıtın hareket doğrultusundan sapma miktarı da, Şekil 7.21 üzerinden görülebileceği gibi, ön akstan tahrikli taşıta kıyasla (Şekil 7.16), daha düşük olmaktadır. 4. Durumda,  $t= 8$  s sonunda, taşıtın V ekseninde aldığı yol, önden tahrik durumuna göre yaklaşık % 21 oranında azalmaktadır.



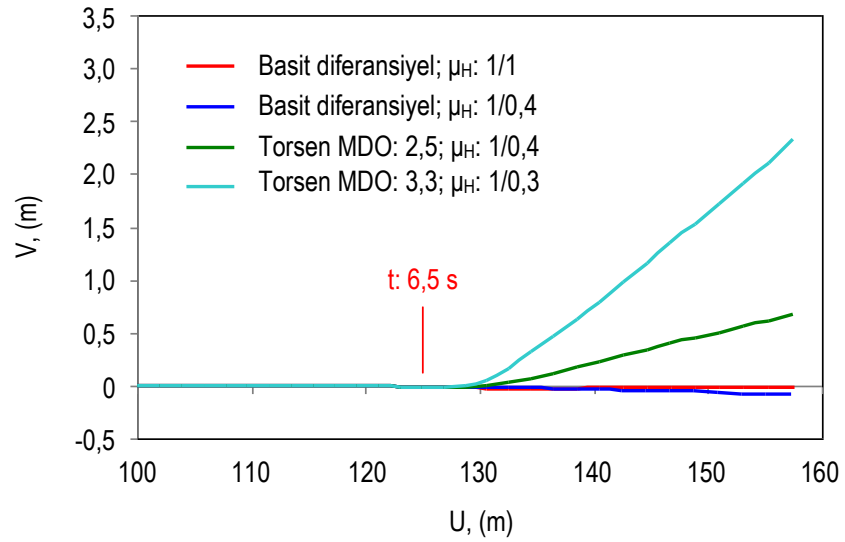
Şekil 7.20.a Arka akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için savrulma açılma hızının zamana bağlı değişimi



Şekil 7.19.b Arka akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için savrulma açısının taşıt ivmesine bağlı değişimi



Şekil 7.20.b Arka akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için savrulma açısız hızının taşıt ivmesine bağlı değişimi



Şekil 7.21 Arka akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için U-V düzlemindeki yörüngesinin zamana bağlı değişimi

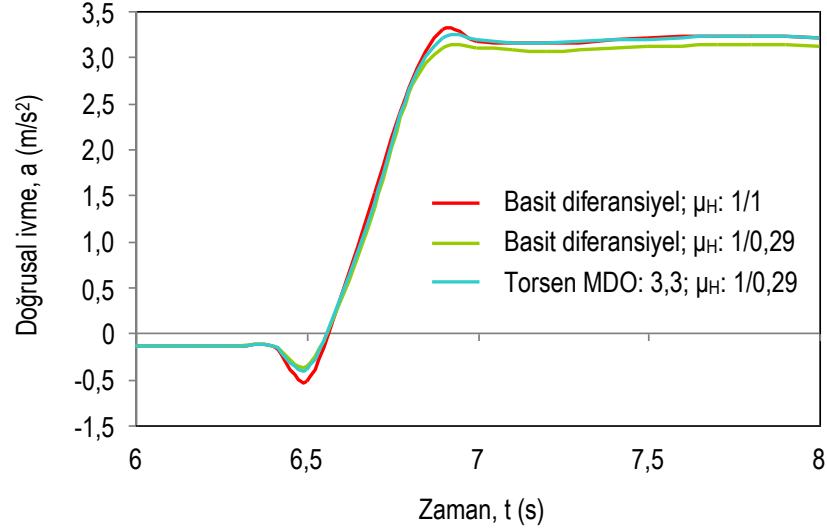
### 7.5.1.3 Her İki Akstan Tahrik

Taşıtın, her iki akstan tahrik nedeniyle artan güç iletim potansiyeli dikkate alınarak,  $M_M = 400$  N.m değerinde döndürme momenti üretebilen bir motorla donatıldığı varsayılmıştır. Güç ileten her iki aksa toplam  $M_E \approx 1600$  N.m'lik tahrik momenti dağıtılmaktadır. Simülasyon süresi, önceki iki örnekte olduğu gibi,  $t = 8$  s olarak seçilmiştir. Tahrik momenti,  $t_A = 6,5$  s'de devreye girmekte ve  $t_S = 0,3$  s'lik eşik süresinin ardından en yüksek değerine ulaşarak, simülasyon sonuna kadar sabit kalmaktadır.

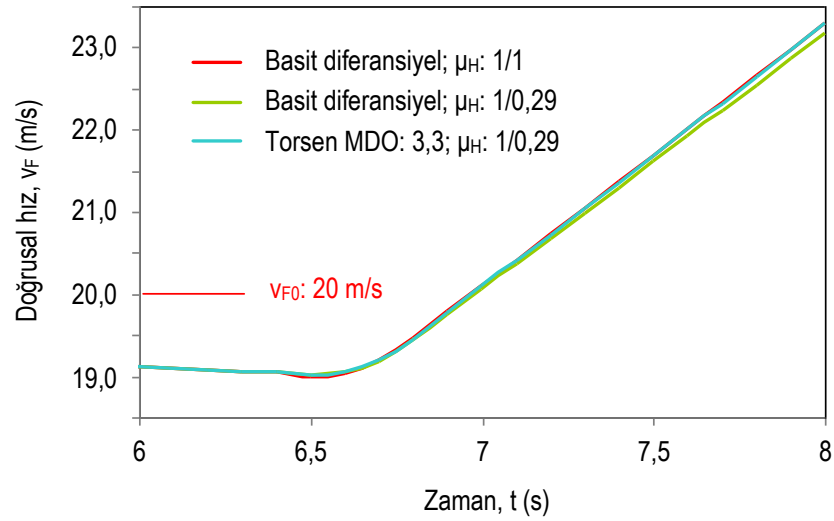
Denemeler üç farklı durum için gerçekleştirilmiştir. Bunların ilkinde, güç iletim sisteminde basit diferansiyel kullanılmakta ve moment iki aksa eşit şekilde dağıtılmaktadır. Tüm tekerlekler, hareket boyunca  $\mu_H = 1,0$  olan zemin üzerinde yol almaktadır. İkinci durumda, ilkinden farklı olarak, tahrik momentinin etkimeye başladığı anda arka aksın her iki tekerleğinde, tutunma katsayısı  $\mu_H = 0,29$  değerine düşmektedir. Son durumda ise ikinci durumdaki kuvvet bağıntı katsayısı değişimi tekrarlanmakta, ancak bu kez akslar arasında transfer kutusu olarak,  $MDO = 3,3$  olan Torsen diferansiyeli kullanılmaktadır. Tekerleklerle iletilen tahrik momentinin daha yüksek olması nedeniyle, taşıt ivmesinin, doğrusal hızın ve akslar arasındaki yük transferinin, yalnızca ön akstan ve yalnızca arka akstan tahrikli durumlara göre daha yüksek olması beklenir.

İncelenen her üç durum için, taşıt ivmesinin zamana göre değişimi, Şekil 7.22'de, doğrusal hızın eğişimi ise Şekil 7.23'te görülmektedir. Önceki örneklerden farklı olarak bu kez her iki aksın çekiş potansiyelinden de yararlanılabildiği için, hesaplanan boyuna ivme ve hız değerleri, tek akstan tahrikli durumlara göre daha yüksektir. Bu nedenle bu durumlara kıyasla, tahrik aksları arasında ilk iki duruma göre % 4,7 oranında ilave bir yük transferi söz konusudur. İlk durumda tekerlek başına düşen  $M_A \approx 400$  N.m'lik tahrik momenti, her dört tekerleğin de güç iletim sınırının altında bulunmaktadır. Bu nedenle tekerleklerde patinaj ortaya çıkması beklenmemektedir. İkinci durumda, tahrik momentinin etkimeye başladığı  $t_A = 6,5$  s'de, arka aksın tekerleklerinde tutunma katsayısı ani olarak  $\mu_H = 0,29$  değerine

düştüğünden, anılan aksın iletim kapasitesi tekerlek başına  $M_F = 389$  N.m değerine düşmektedir ki, bu değer  $M_A = 400$  N.m'lik moment arzının altında kalmaktadır.



Şekil 7.22 Her iki akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, ivmenin zamana bağlı değişimi



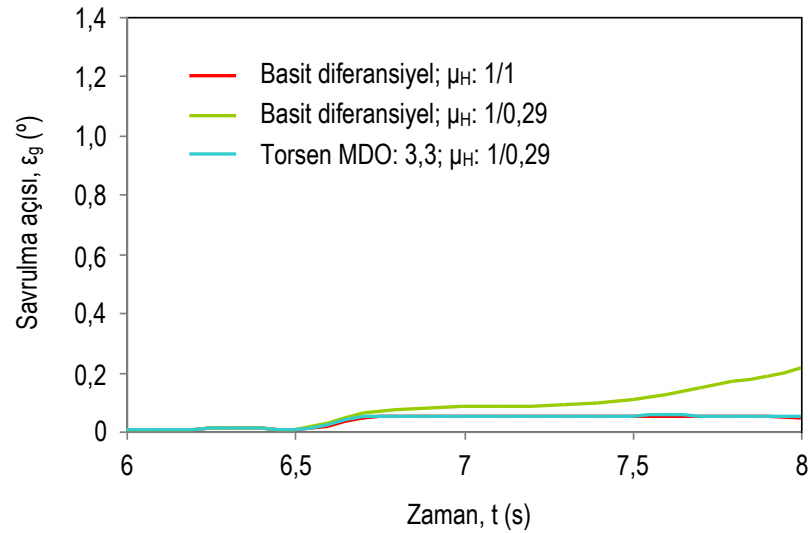
Şekil 7.23 Her iki akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, doğrusal hızın zaman bağlı değişimi

Akslar arasında moment dağıtımı bu durumda basit diferansiyel yardımıyla gerçekleştiğinden, arka aks tekerleklerinin iletebildiği toplam moment, ön aks için

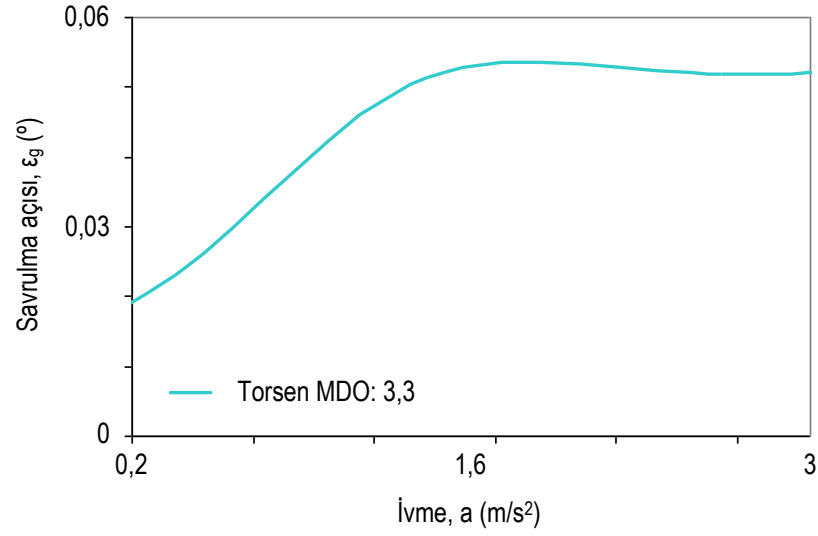
sınır teşkil etmektedir. Bu nedenle, hesaplanan hız ve ivme değerleri, ilk duruma göre daha düşüktür. Ancak, moment arzı ve iletim kapasitesi arasındaki fark az olduğundan bu düşüş sınırlıdır.

Transfer kutusu olarak Torsen diferansiyelinin kullanılması durumunda ise arka aksın iletim kapasitesinin üzerinde kalan moment fazlası, kilitleme momenti olarak ön aksa iletilmektedir. Bu durumda, moment arzının tamamı tahrik kuvvetine dönüştürülebileceğinden, tüm tekerleklerin sağlam zemin üzerinde hareket ettiği ilk durum ile yaklaşık aynı hız ve ivme değerleri elde edilmektedir.

Savrulma açısının zamana ve taşıt ivmesine bağlı değişimleri, sırasıyla Şekil 7.24.a ve Şekil 7.24.b'de görülmektedir. Hesaplanan değerlerin, tahrik aksının tek tekerleğinde tutunma katsayısının düştüğü ön ve arkadan tahrikli duruma göre sınırlı kaldığı görülmektedir. Burada tahrik potansiyeli her iki tekerlekte de eşit şekilde azaldığından, taşıt gövdesi kütle merkezi çevresinde bir savrulma momenti  $M_Z$  oluşması beklenmemektedir.

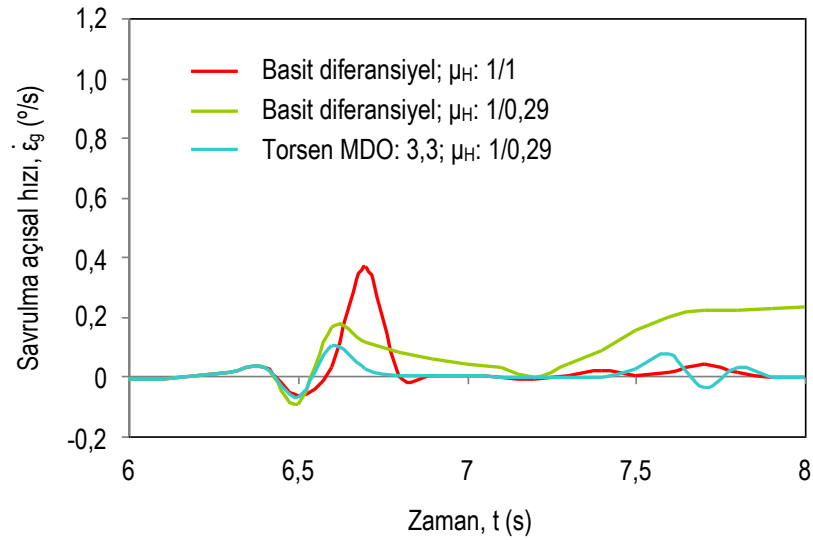


Şekil 7.24.a Her iki akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için savrulma açısının zamana bağlı değişimi

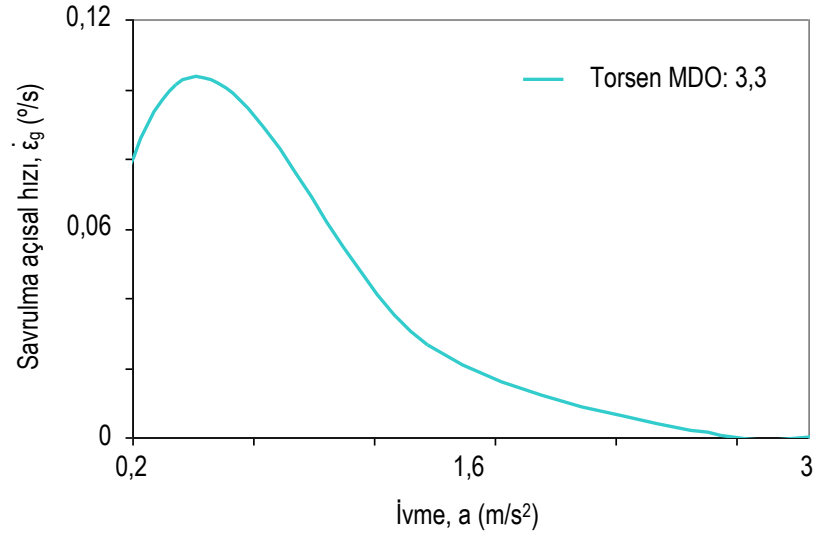


Şekil 7.24.b Ön ve arka aksı farklı tutunma özelliğine sahip yol yüzeylerinde bulunan iki akstan tahrikli taşıtta, transfer kutusu olarak Torsen diferansiyeli kullanılması durumunda savrulma açısının taşıt ivmesine bağlı değişimi

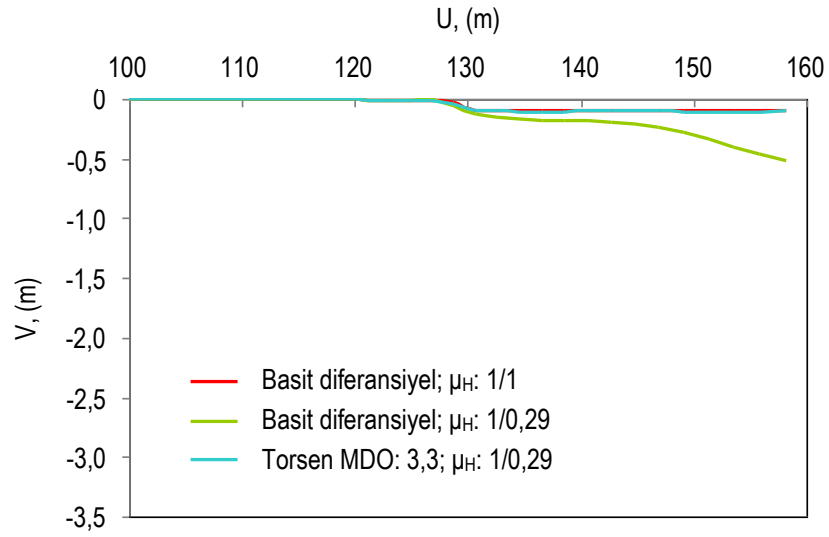
Savrulma açısal hızının zamana ve taşıt ivmesine bağlı değişimleri, sırasıyla Şekil 7.25.a ve Şekil 7.25.b'de, taşıtın izlediği yörünge ise Şekil 7.26'da görülmektedir.



Şekil 7.25.a Her iki akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için savrulma açısal hızının zamana bağlı değişimi



Şekil 7.25.b Ön ve arka aksı farklı tutunma özelliğine sahip yol yüzeylerinde bulunan iki akstan tahrikli taşıtta, transfer kutusu olarak Torsen diferansiyeli kullanılması durumunda savrulma açısız hızının taşıt ivmesine bağlı değişimi

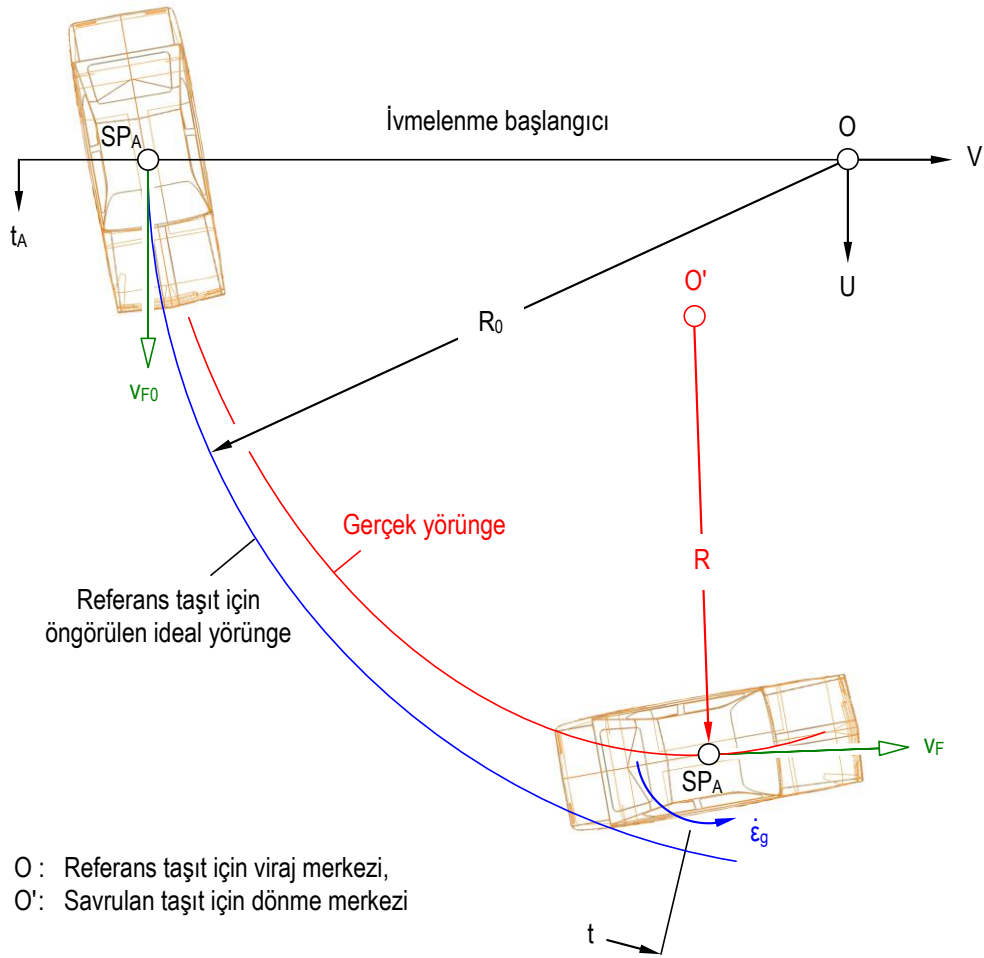


Şekil 7.26 Her iki akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için U-V düzlemindeki yörüngesinin zamana bağlı değişimi



### 7.5.2 Viraj Hareketi

Diğer kilitlemeli diferansiyellerde olduğu gibi, aynı aksa bağlı tekerleklerden bir tanesinin daha düşük tutunma özelliğine sahip bir yol yüzeyi üzerinde bulunması durumunda, yük transferi ile tahrik edilebilirlik kapasitesinin değişmesi ve Torsen diferansiyelinin özelliği nedeniyle, tekerleklere aktarılan tahrik momentleri arasında ortaya çıkan farklılaşma, taşıtın özgül yönlenme karakteristiğini değiştirir (Şekil 7.27). Böyle bir durumda, belirli –zamana göre değişmeyen- bir direksiyon açısı ile viraja girmesi durumunda taşıtın belirli yarıçapa sahip bir dairesel yörüngeyi takip edebilme yeteneğinin değişmesi beklenir.



Şekil 7.27 Virajda ivmelenen taşıtın savrulması

Çalışmanın bu bölümünde gerçekleştirilen viraj hareketi simülasyonlarında, taşıtın  $R_0= 100$  m yarıçaplı tam dairesel bir virajı dönmesi sırasındaki hareket davranışları incelenmiştir. Simülasyonlarda toplam hareket süresi  $t= 8$  s olarak seçilmiştir. Taşıt hareketin başlangıcında, dördüncü vites basamağında ( $i_G= 1,0$ )  $v_{F0}= 20$  m/s ( $\approx 72$  km/h)'lik çıkış hızına sahiptir. Çıkış anındaki ( $t= 0$ ) savrulma hızı  $\dot{\varepsilon}_g$  programda,

$$\dot{\varepsilon}_g = \frac{V_{F0}}{R_0} \quad (7.7)$$

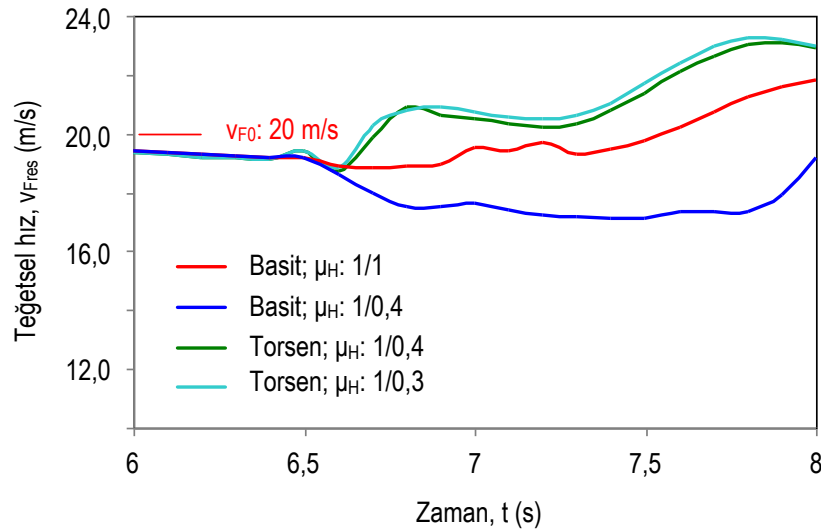
bağıntısı uyarınca,  $\varepsilon_{g0}= 0,2$  1/s ( $\approx 11,46$  °/s) olarak tanımlanmıştır. Tekerleklerle başlangıçta verilen ve denklem (7.1) üzerinden Ackermann prensibi ve taşıtın teknik değerleri yardımıyla,  $R_0= 100$  m için  $\beta_1 \approx \beta_2= 1,57^\circ$  olarak hesaplanan yönlendirme açısı, simülasyonların gerçekleştirildiği zaman dilimi boyunca değişmemektedir.

Taşıta, başlangıç durumunda tahrik momenti etkimemekte, ancak taşıt tekerlekleri, doğrusal hareket manevralarında olduğu gibi  $f_R= 0,015$  değerinde sabit yuvarlanma direnç katsayısının oluşturduğu yuvarlanma direnç kuvvetine maruz kalmaktadır. Şekil 7.9'da karakteristiği verilen motor momenti,  $t_A= 6,5$  s'den itibaren etki etmeye başlamakta ve  $t_S= 0,3$  s olarak seçilen eşik süresinin sonunda, en yüksek değerine ulaşmaktadır.  $T= 6,8$  s'den sonra, tahrik tekerleklerine sabit tahrik momenti etkimektedir. Taşıtın viraj davranışının değerlendirilmesi, doğrusal hareketin incelenmesindeki gibi taşıtın ön, arka ve her iki akstan tahrikli olduğu üç farklı tahrik konfigürasyonu için, Bölüm 7.5.1'de özetlenen dört farklı durum tekrarlanmıştır. Doğrusal hareket için gerçekleştirilen simülasyonlarda olduğu gibi, model taşıtta, viraj stabilitesi sağlayan herhangi bir elektronik v.b. sistem öngörülmemektedir.

Tahrikin ön akstan sağlandığı ilk durumda, taşıtın  $M_M= 300$  N.m değerinde döndürme momenti üretebilen bir motorla donatıldığı varsayılmıştır. Tahrik aksına toplam  $M_E \approx 1200$  N.m'lik döndürme momenti iletilmektedir. Doğrusal hareketten farklı olarak, yalnızca  $a_q= 4$  m/s<sup>2</sup>'lik sabit merkezkaç ivmesi etkisi altında, viraj dışındaki tekerleklerle, santrifüj kuvvet nedeniyle yaklaşık %30 oranında yük

transferi söz konusudur. Bu durum viraj dışında kalan tekerleklerin güç iletim potansiyelini artmaktadır.

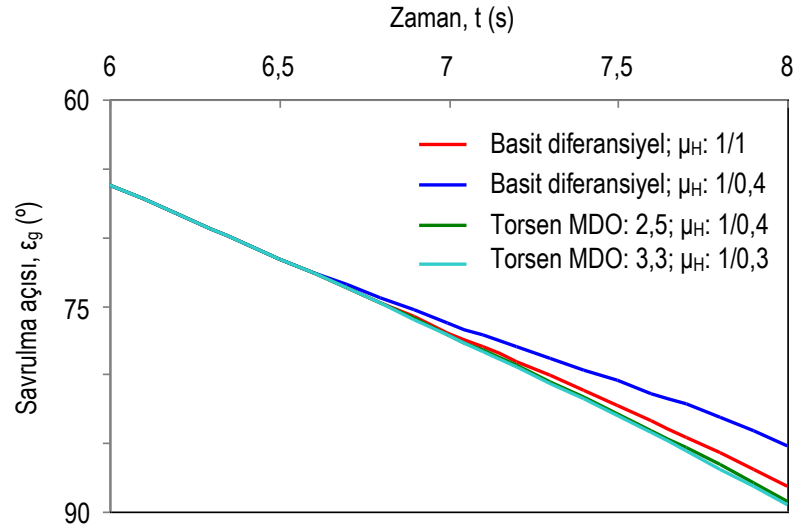
Farklı diferansiyel tiplerinin ön akstan tahrikli taşıtın viraj davranışına etkisi, az döner karakteristiğe sahip bir taşıtın teknik değerleri kullanılarak incelenmiştir. Taşıtın, (7.2) denkleminde göre hesaplanan teğetsel hızının zamana bağlı değişimi, dört farklı hareket durumu için Şekil 7.28’de karşılaştırılmaktadır. Tahrik momentinin etkimeye başladığı  $t_A = 6,5$  s’de, yuvarlanma direncinin etkisiyle  $v_F \approx 19$  m/s değerine kadar düşmüştür.



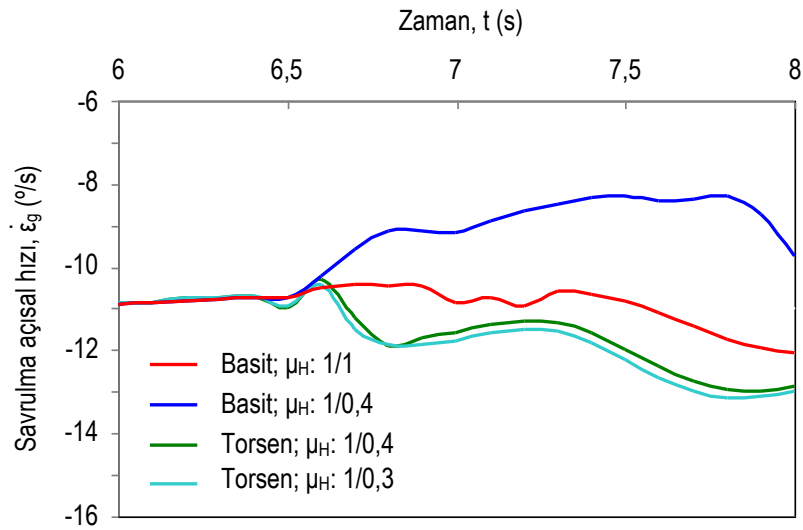
Şekil 7.28 Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, virajda teğetsel hızının zamana bağlı değişimi

Tahrik aksında moment dağıtıcı olarak basit diferansiyel kullanılan ve mevcut motor momentinin iki ön tekerleğe eşit olarak dağıtıldığı ilk durumda, tekerleklerde herhangi bir patinaj tehlikesi söz konusu değildir. İkinci durumda ise, viraj içinde kalan 2 numaralı (sağ ön) tekerlekte,  $t_A = 6,5$  s’de  $\mu_H$  ani olarak 0,4 değerine düşmekte ve çevresel hız değeri, yola aktarılabilen tahrik kuvvetiyle orantılı olarak azalmaktadır. Torsen diferansiyelinin iki farklı moment dağıtım oranıyla uygulandığı üçüncü ve dördüncü durumda ise, iyileştirilen çekiş potansiyeline bağlı olarak çevresel hızın arttığı görülmektedir.

Taşıt gövdesi kütle merkezi üzerinden hesaplanan savrulma açısının zamana göre değişimi, incelenen dört durum için Şekil 7.29'da, savrulma açısal hızının değişimi ise Şekil 7.30'da görüldüğü gibidir.



Şekil 7.29 Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, virajda savrulma açısının zamana bağlı değişimi

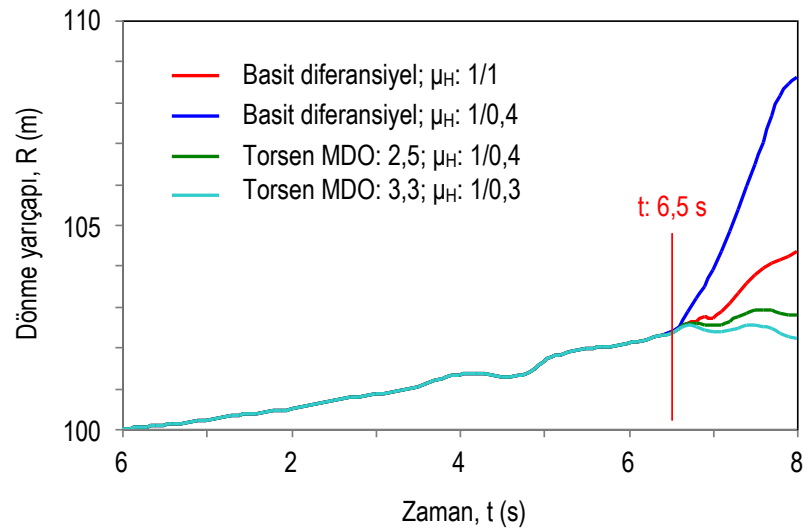


Şekil 7.30 Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, virajda savrulma açısal hızının zamana bağlı değişimi

Savrulma açısının tarifi dairesel harekette de, Şekil 2.3'e göre yapılmıştır. Taşıtın  $v_F = 20$  m/s'lik sabit teğetsel hızla,  $t = 8$  s boyunca dairesel yörünge üzerinde seyretmesi halinde, referans eksen takımının  $\xi$  ekseninin, U eksenine göre yaklaşık  $\varepsilon_g \approx 88,5^\circ$  dönmesi beklenir. Hesaplanan savrulma açısı anılan değer üzerinde olursa bu, taşıtın aynı süre zarfında, öngörülen viraj yörüngesinin dışına doğru saptığını yani az döner karakteristiğinin kuvvetlendiğini göstermektedir. Düşük tutunma katsayısının söz konusu olduğu basit diferansiyel uygulamasında ortaya çıkan bu durum, dönme yarıçapı  $R$ 'nin ve

$$\Delta R = R - R_0 \quad (7.8)$$

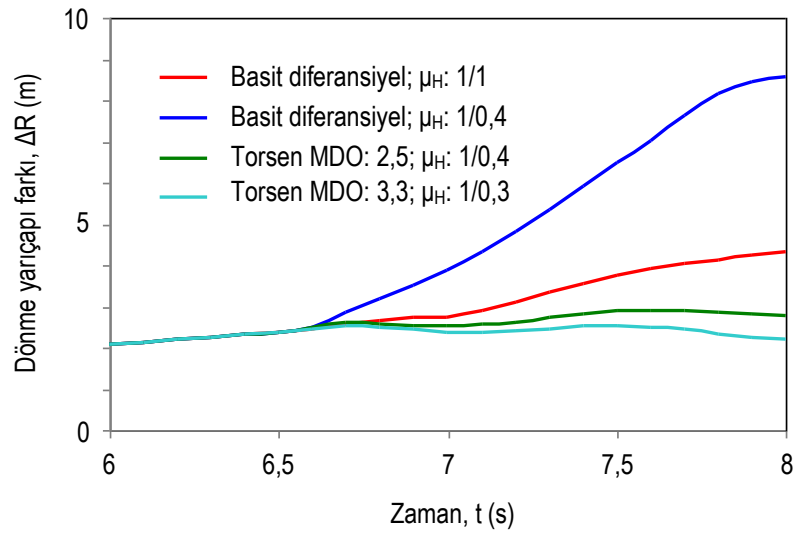
denklemlerle hesaplanan yarıçap farkı  $\Delta R$ 'nin zamana bağlı olarak ifade edildiği Şekil 7.31 ve Şekil 7.32 üzerinden de açıkça görülebilmektedir.



Şekil 7.31 Ön aks tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, virajda döndüğü yarıçapın zamana bağlı değişimi ( $R_0 = 100$ m)

İlk durumda ön aks tekerleklerine etkiyen tahrik momenti nedeniyle aksın virajda yan kuvvet alabilme yeteneği, *Kamm çemberi* yaklaşımı dikkate alındığında, azalmaktadır. İkinci durumda, tutunma katsayısının bir tahrik tekerleğinde % 60 oranında düşürülmesi, bu tekerlekte kayma değerini artırmakta ve toplamda aksın

yan kuvvet taşıyabilme kapasitesini daha da azaltmaktadır. Bu nedenle taşıtın birinci duruma göre dışına doğru daha kuvvetli olarak savrulması beklenir. Tahrik aksında MDO= 2,5 ve MDO= 3,3 olan Torsen diferansiyelleri kullanıldığında ise, etkiyen düşey yük ve tutunma katsayısı açısından daha zayıf olan tekerleği patinaja sürükleyecek tahrik kuvveti fazlası, virajın dışında kalan ve yüksek tutunma katsayısına sahip zemin üzerinde bulunan tekerleğe aktarılmaktadır.

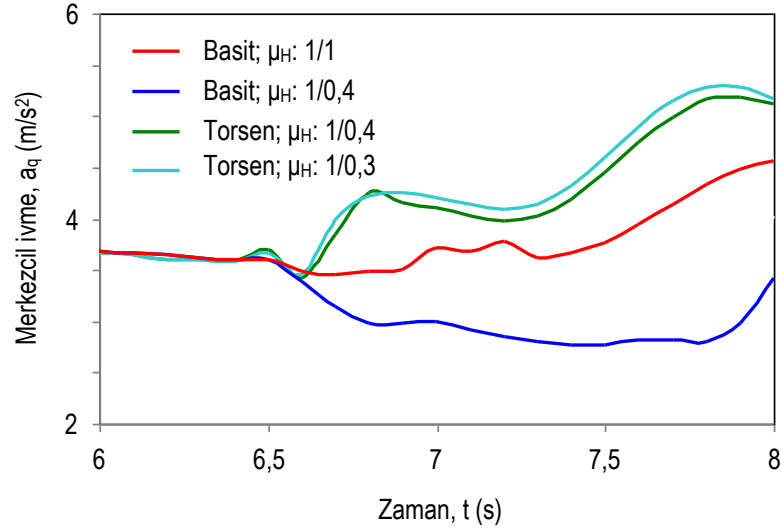


Şekil 7.32 Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, dönme yarıçapı farkının zaman bağlı değişimi ( $R_0=100m$ )

Diğer taraftan, Şekil 7.33 incelendiğinde,

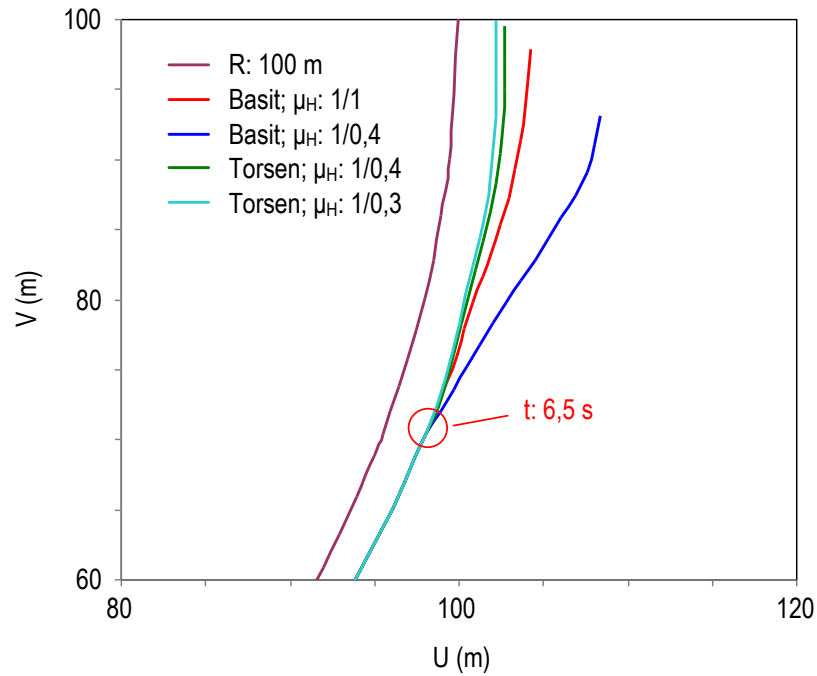
$$a_q = \frac{v_F^2}{R} \quad (7.9)$$

bağıntısı gereği, üçüncü ve dördüncü durumlarda merkezci ivmenin, diğer iki duruma göre daha yüksek olduğu, bununla birlikte viraj dışına doğru yük transferinin daha da kuvvetlendiği ve 1 numaralı tahrik tekerleğinin boyuna kuvvet yanında, yan kuvvet taşıma kapasitesinin arttığı da söylenebilir. Bu nedenle, son iki durumda taşıt, konstrüktif yapısından kaynaklanan doğal az döner karakteristiğine ek olarak, viraj dışına doğru önemli ölçüde bir sapma göstermemektedir.

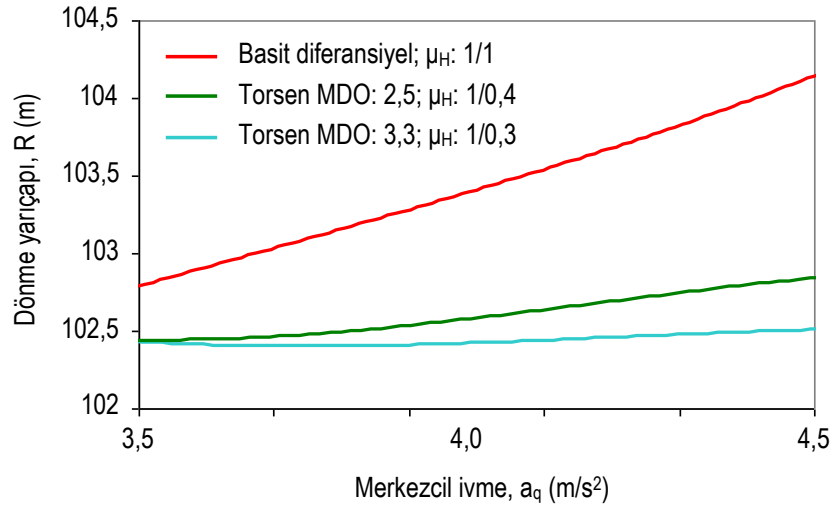


Şekil 7.33 Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, virajda merkezci ivmenin zamana bağlı değişimi

İncelenen dört durumda taşıtın izlediği yörüngeler, Şekil 7.34'te, dönme yarıçapının merkezci ivmeye göre değişimi ise Şekil 7.35'te karşılaştırılmaktadır.



Şekil 7.34 Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, viraj yörüngelerinin karşılaştırılması



Şekil 7.35 Ön akstan tahrikli taşıtın farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, dönme yarıçapının merkezcil ivmeye göre değişimi

Belirli bir özgül yönlenme karakteristiğine sahip bir taşıtın, Ackermann prensibine uygun olarak virajı alabilmesi için direksiyon simidine verilmesi gereken ilave açı ya da direksiyon açısı ihtiyacı  $\Delta\beta_L$ ,

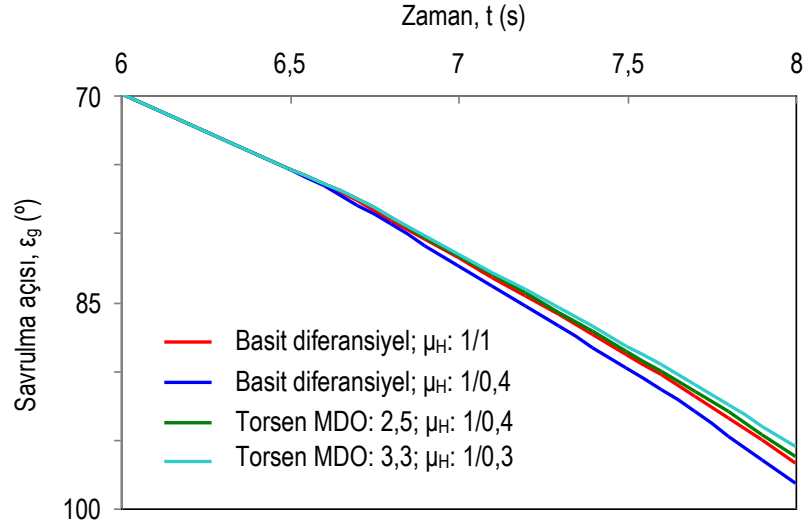
$$\Delta\beta_L = \beta_L - i_L \cdot \text{tg}^{-1}\left(\frac{L_F}{R}\right) \quad (7.10)$$

bağıntısıyla ifade edilebilir. Buna göre, basit diferansiyelle donatılmış ön akstan tahrikli taşıtta merkezcil ivmeye göre dönme yarıçapı  $R$ 'nin artması, sabit aks açıklığı  $L_F$  için,  $\Delta\beta_L$  değerinin de giderek artması yani az döner karakteristiğin kuvvetlenmesi sonucunu doğurmaktadır. Tahrik aksında Torsen diferansiyeli kullanılması durumunda ise taşıtın yine az döner karakteristiğe sahip olduğu, bunun yanında, artan kilitleme değerinin ilave direksiyon ihtiyacını giderek azalttığı, diğer bir deyişle taşıtın dönme yarıçapı farkını, artan merkezcil ivme değerlerinde, basit diferansiyelle göre daha düşük seviyede tuttuğu görülmektedir.

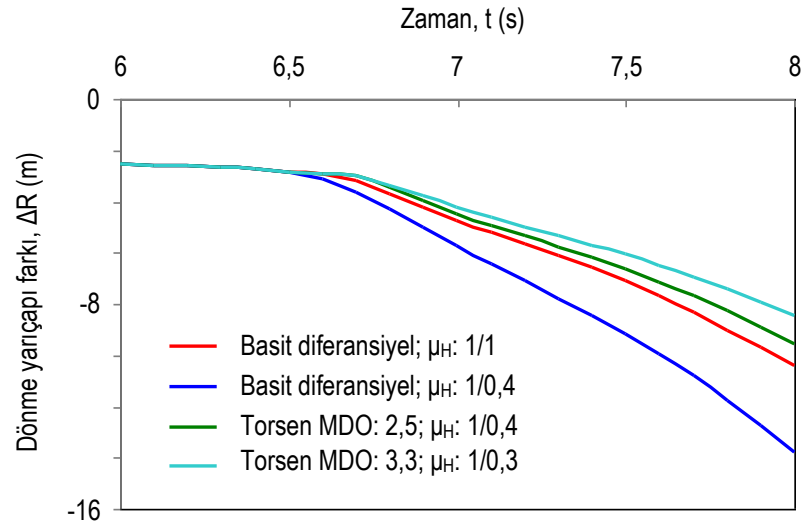
Motor momenti aynı kalmak koşuluyla, güç iletiminin arka akstan sağlandığı durumda ise savrulma açısının zamana göre değişimi, söz konusu dört durum için



Şekil 7.36’da, dönme yarıçapı farkının zamana göre değişimi Şekil 7.37’de, dönme yarıçapı farkının merkezci ilvmeye göre değişimi ise Şekil 7.38’de görülmektedir.



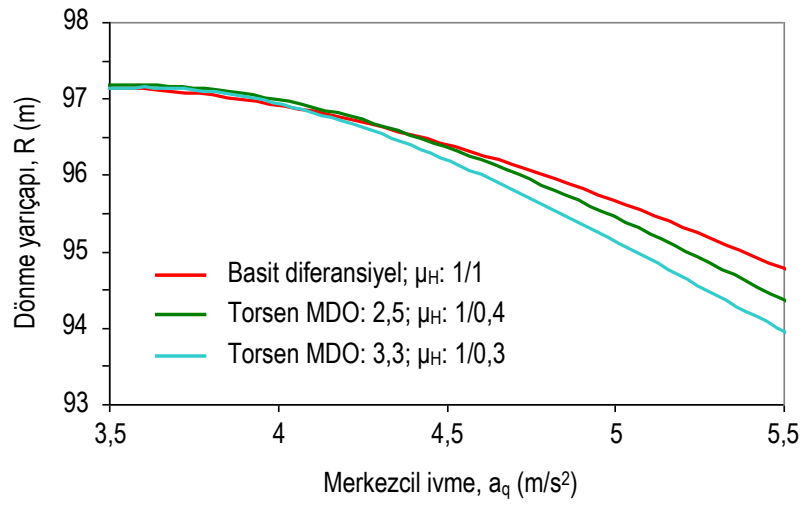
Şekil 7.36 Arka akstan tahrikli taşıtın, farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, virajda savrulma açısının zamana bağlı değişimi



Şekil 7.37 Arka akstan tahrikli taşıtın, farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, dönme yarıçapı farkının zaman bağlı değişimi ( $R_0= 100m$ )

Tahrik momentinin etkime şekli ve süresi bu simülasyonlarda da öncekilerle aynıdır. Momentin etkimeye başladığı anda, viraj içinde bulunan ve viraj dışında bulunana

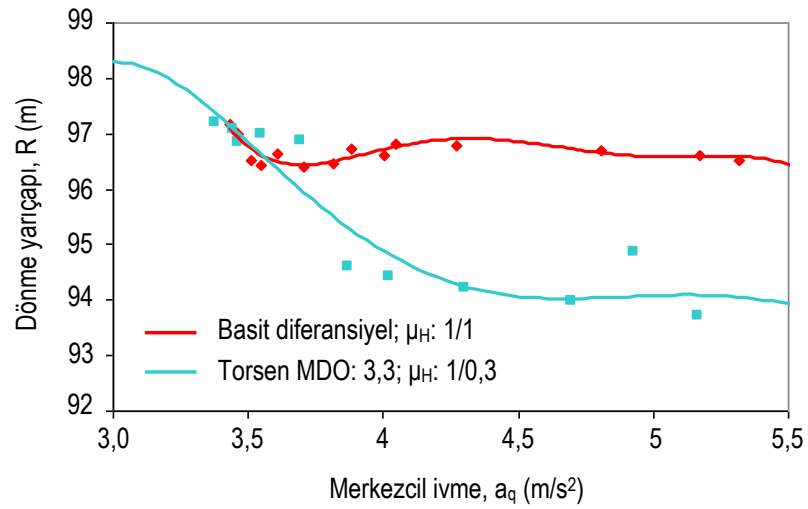
göre daha az düşey yüke sahip arka aks tahrik tekerleğinde,  $\mu_H$  ani olarak sırasıyla, 0,4 ve 0,3 değerlerine düşürülmüş, diferansiyel moment dağıtım oranı ise  $\mu_H=0,4$  için  $MDO=2,5$  ve  $\mu_H=0,3$  için  $MDO=3,3$  olarak alınmıştır. Aşırı döner karakteristikli bir taşıtın Tablo E.4'te verilen teknik değerleri kullanılarak gerçekleştirilen simülasyonlarda,  $a_q \approx 4,25 \text{ m/s}^2$  değerine kadar, Torsen diferansiyelinin uygulandığı her iki durumda taşıtın döndüğü yarıçapın, tüm tekerleklerde  $\mu_H=1$  olduğu basit diferansiyel uygulamasıyla yaklaşık olarak aynı olduğu görülmüştür.



Şekil 7.38 Arka akstan tahrikli taşıtın, farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, dönme yarıçapının merkezci ivmeye göre değişimi

Anılan merkezci ivme sınırının üzerinde, virajın içinde ve dışında kalan tekerlekler arasında yük transferinin artmasına bağlı olarak, arka aks tekerleklerindeki tahrik kuvveti farklılaşması taşıtın aşırı döner karakteristiğini desteklemektedir. Diğer bir deyişle, Torsen diferansiyeliyle donatılmış arka akstan tahrikli taşıt, artan kilitleme değerinde, basit diferansiyelle tahrik durumuna göre viraj içine doğru daha fazla yönlenebilir ve buna bağlı olarak denklem (7.10) gereği ilave direksiyon açısı ihtiyacı düşmektedir (Heißing ve diğer. 1988).

Taşıtın her iki akstan tahrikli olması durumunda dönme yarıçapının merkezcil ivmeye göre değişimi, orta diferansiyel olarak basit diferansiyel ve MDO= 3,3 olan Torsen diferansiyelinin kullanıldığı iki farklı durum için Şekil 7.39'da karşılaştırılmaktadır. Bu uygulamalarda, ön ve arka aksın basit diferansiyelle donatıldığı ve  $t_A = 6,5$  s'de taşıtın arka aks tekerleklerinde tutunma katsayısının ani olarak,  $\mu_H = 0,3$  değerine düştüğü varsayılmıştır.



Şekil 7.39 Her iki akstan tahrikli taşıtın, farklı diferansiyel tipleri ve tutunma katsayıları için, dönme yarıçapının merkezci ivmeye göre değişimi

Arka aks tahrik tekerleklerinde, döndürme momentinin etkimeye başladığı anda tutunma katsayısı değerinin %70 oranında azalması durumunda, tahrik aksının yan kuvvet taşıma kapasitesi önemli ölçüde azalacağından, taşıtın viraj içine yönlenecek şekilde savrulması beklenir. Orta diferansiyel olarak Torsen diferansiyeli kullanılması durumunda ise normalde bu aksa iletilmesi gereken tahrik momenti, kilitleme momenti olarak ön aksa aktarılır. Bunun sonucunda, tahrik aksı tekerleklerinde patinaj meydana gelmediğinden, belirli ölçüde bir yan kuvvet rezervi korunmaktadır. Ancak ilave kilitleme momenti etkisiyle bu kez ön aksın yan kuvvet alma kapasitesi düşmektedir. Bu da taşıtın aşırı döner eğilimini azaltmakta ve artan merkezci ivme değerlerinde, dönme yarıçapının, tüm tekerleklerin yüksek tutunma kapasitesine sahip yüzey üzerinde bulunduğu basit diferansiyel uygulamasında

olduğu gibi, yaklaşık olarak sabit tutmaktadır. Kaygan zemindeki tekerleklerde kaymanın önlenmesine ek olarak, tutunma katsayısı yüksek tahrik tekerleklerdeki yan kuvvet alma kapasitesinin azaltılması, taşıta daha yüksek bir viraj takip yeteneği kazanmaktadır.

## BÖLÜM SEKİZ

### SONUÇ

Yüksek kapasiteli motorlu taşıtlarda moment dağıtıcı olarak kullanılan Torsen diferansiyelinin, farklı tahrik konfigürasyonlarında uygulanmasının, taşıtın seyir dinamiğine etkileri teorik olarak incelenmiştir. Bu amaçla, rijit taşıt gövdesi ve elastik özellikteki tekerleklerden oluşan beş kütleli ve matematiksel olarak onbeş genel koordinatla ifade edilen bir taşıt modeli kullanılarak, MATLAB® uygulaması yardımıyla, taşıtın dinamik davranışlarını incelemeyi olanaklı kılan genel amaçlı bir simülasyon programı oluşturulmuştur. Taşıt modeli;

- Askı sistemi,
- Yönlendirme sistemi,
- Taşıt gövdesi,
- Lastik tekerlek,
- Güç iletim sistemi,

şeklinde beş temel alt bölümde incelenmiştir. Bu simülasyon programı kullanılarak, farklı yol koşulları ve taşıtın ön akstan, arka akstan ve her iki akstan tahrikli olduğu üç temel güç iletim konfigürasyonu için tahrik sisteminde moment dağıtıcı olarak basit diferansiyel ve Torsen diferansiyeli uygulanması durumlarında,

- Doğrusal harekette ivmelenme durumunda taşıtın doğrultu takip davranışının nasıl değiştiği,
- Viraj dönüşü sırasında ivmelenme durumunda taşıtın özgül yönlenme karakteristiğini ne şekilde etkilendiği

teorik olarak incelenmiştir. Yapılan parametrik çalışma ışığında, aşağıda özetlenen sonuçlara ulaşılmıştır:

- Doğrusal hareket manevrası sırasında Torsen diferansiyeli ile donatılmış tahrik aksına ait tekerleklerden birinde, herhangi bir nedenle tutunma katsayısının azalması durumunda taşıt gövdesine, diferansiyelin moment dağıtım oranı ile doğru orantılı bir moment etkimekte, bu da taşıtın hareket doğrultusundan sapmasına yol açmaktadır.
- Ön akstan tahrikli taşıtlarda bu savrulma etkisi, arka akstan tahrikli olanlara göre daha yüksektir. Zira ivmelenme sırasındaki yük transferi, ikinci durumda tahrik aksına etkiyen düşey yükü, dolayısıyla moment taşıma kapasitesini artırmakta, sağlam zemindeki tekerleğe aktarılan kilitleme momentini düşürmektedir.
- Torsen diferansiyeli viraj hareketi sırasında, tutunma sınırında bulunan tahrik tekerleğini patinaja götürecektir moment fazlalığını, yeterli tahrik potansiyeline sahip tekerleğe aktarmakta ve böylece tahrik aksında belirli ölçüde yan kuvvet rezervinin korunmasını sağlamaktadır.
- Torsen diferansiyeli, viraj hareketi sırasında ön akstan tahrikli bir taşıtın az döner özelliğini zayıflatmakta, tekerlekler arasında kurduğu kuvvet ilişkisi nedeniyle taşıtın viraj dışına savrulmasının önüne geçmektedir.
- Arka akstan tahrikli taşıtta Torsen diferansiyelinin kullanımı, yükselen merkezci ivme değerlerinde taşıtın aşırı döner özelliğini kuvvetlendirmekte, taşıtın belirli ölçüde viraj içine yönelmesine neden olmaktadır.
- Her iki akstan tahrikli taşıtta, orta diferansiyel olarak Torsen diferansiyeli kullanılması durumunda, tahrik akslarından bir tanesi düşük tutunma katsayısına sahip yüzey üzerinde bulunduğunda, bu aksı patinaja götürecektir moment fazlası diğer aksa iletilmekte, dolayısıyla anılan aksın yan kuvvet taşıma özelliği belirli ölçüde korunmaktadır. Bununla beraber, kilitleme momentinin getirdiği tahrik yükü, diğer aksın yan kuvvet alabilme

kapasitesini azaltmaktadır. Bu özellik taşıtın virajda iz takip edebilme yeteneğine olumlu olarak etkimektedir.

Kullanılan tahrik sistemi elemanlarının, motorlu taşıt dinamik karakteristiklerine, etkisi, MATLAB<sup>®</sup> ve benzeri yazılımlar kullanılarak oluşturulabilecek buna benzer bilgisayar destekli uygulamalar yardımıyla elde edilebilir. Bu şekilde, tasarımın erken aşamalarında, kullanılması öngörülen güç iletim elemanının taşıt hareket dinamiğini etkileme biçiminin değerlendirilmesi mümkündür.

**KAYNAKLAR**

- Akkurt, M. (1990). *Makina elemanları, cilt 2*. İstanbul: Birsen Yayınevi Koll. Şti.
- Alcorn, J.S. (1920). *Differential gearing*. U.S. Patent No: 1,354,937. Application Filed 24 August 1917.
- Apetaur, M. (1972). Kinematik der Radaufhängung und ihr Einfluß auf die Hub-, Roll- und Nickbewegung des Fahrzeugs. *ATZ*, 74 (6), 235-239.
- Apetaur, M. (1975). Zur kinematischen Synthese der Einzelradaufhängungen. *ATZ*, 77 (3), 85-88.
- Aydın, M., Kuryel, B., Gündüz G. ve Oturanç G. (1995). *Diferansiyel denklemler ve uygulamaları*. İzmir: Fakülteler Kitabevi Barış Yayınları.
- Bargo, M. (1984). The strange geometry of Gleason's impossible differential. *Popular Science*, (February 1984), 58-61.
- Bastow, D. (1990). *Car suspension and handling*. London: Pentech Press.
- Bensinger, J. und Heißing, B. (1987). Auslegung und Konzeption des Allradantriebs im Audi 80 Quattro. *ATZ*, 89 (5), 247-251.
- Bergman, W. (1962). Die Seitenkraft am rollenden Luftreifen während des Antriebes. *ATZ*, 64 (10), 296-300.
- Blundell, M. & Harty, D. (2006). *The multibody systems approach to vehicle dynamics*. London: Elsevier Butterworth – Heinemann.
- Breuer, B. (1985). *Kraftfahrzeuge II (scriptum vorlesung)*. Darmstadt: TH Darmstadt.



- Brown, A. T. (1918). *Compensating gearing*. U.S. Patent No: 1,268,429. Application Filed 24 August 1910.
- Bukovics, J. und Lugner, P. (1980). Eine Möglichkeit der Beschreibung von Einzelradaufhängungen im Hinblick auf Fahrdynamische Untersuchungen. *Automobil Industrie*, (2), 49-54.
- Chapra S. C. ve Canale R. P. (2003). *Yazılım ve programlama uygulamalarıyla mühendisler için sayısal yöntemler*. (H. Heperkan ve U. Kesgin, Çev.). İstanbul: Literatür Yayınları (Orijinal çalışma basım tarihi 2002).
- Chen F. (1982). *Mechanics and design of cam mechanisms*. New York: Pergamon Press.
- Chocholek, S. E. & Ferbitz, R. C. (1972). Restrictive differentials. *National Commercial Vehicle Engineering & Operations Meeting*. Fort Wayne, Ind.: Society of Automotive Engineers. SAE paper number: 720903.
- Chocholek, S. E. (1988). The development of a differential for the improvement of Traction Control. C368/88. *Institution of Mechanical Engineers*, 75-82.
- Continental Firmenschrift. (1977). *Continental Luftfederbälge*.
- Day, T. D., Roberts, S. G. & York, A. R. (2001). SIMON: a new vehicle simulation model for vehicle design and safety research. *Society of Automotive Engineers*. SAE paper number: 2001-01-0503.
- Dokumacı, E. (1991). *Makina dinamiği*. Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi yayınları no: 216, İzmir: Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Basım Ünitesi.

- Ellis, J. R. (1994). *Vehicle handling dynamics*. London: Mechanical Engineering Publications Limited.
- Engels, H. R. (1965). Rahmen, Radaufhängung, Federung und Dämpfung von Personenwagen. In G. Goldbeck, (Hrsg.). *Bussen: Automobiltechnisches Handbuch, zweiter Band* (Achtzehnte völlig neu bearbeitete auflage) (680-756). Berlin: Technischer Verlag Herbert Cram.
- Erzi, A. I. (1975). *Motorlu taşıtlar, ders notları*. İstanbul: İ.T.Ü. Makine Fakültesi, Taşıt Tekniği Kürsüsü.
- Fiala, E. (1954). Seitenkräfte am Rollenden Luftreifen. *Z.VDI*, 96 (29), 973-979.
- Fukushima, T., Shimonishi, H., Shiraishi, M. & Hayashi, K. (2004). Vehicle turn simulation using FE tire model. 3. LS-DYNA Anwenderforum. B-I-1, 8. Bamberg: DYNAmore GmbH.
- Genta, G. (1997). *Motor vehicle dynamics*, Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Regal Pres (S) Pte. Ltd.
- Gillespie, T. D. (1992). *Fundamentals of vehicle dynamics*. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, Inc.
- Gleasman, V.E. (1958). *Differential gear mechanism*. U.S. Patent No: 2,859,641. Filed 21 February 1955.
- Gnadler, R. (1971). *Das Fahrverhalten von Kraftfahrzeugen bei instationärer Kurvenfahrt mit verschiedener Anordnung der Hauptträgheitsachsen und der Rollachse*. Dissertation. Universität Karlsruhe.
- Gong, S. (1993). *A study of in-plane dynamics of tires*. PhD thesis. Technische Universiteit Delft.

- Greco, G. (2007). *Dynamics of vehicles with controlled limited-slip differential*. Tesi di dottorato di ricerca. Università di Pisa, Scuola di Dottorato in Ingegneria “Leonardo da Vinci”.
- Haug, E.J. & Sohoni, V.N. (1984). Design sensitivity analysis and optimization of kinematically driven systems. In E. J. Haug, (Ed.). *Computer aided analysis and optimization of mechanical system dynamics. NATO ASU Series, Series F: Computer System Sciences Vol. 9* (499-554). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Heißing, B., Bleck, U., Bensinger J. & Müller E. (1988). The influence of a Torsen centre differential on the handling of four-wheel drive vehicles. *Society of Automotive Engineers*, SAE paper number: 885140.
- Higuchi, A. (1997). *Transient response of tyres at large wheel slip and camber*. PhD thesis. Technische Universiteit Delft.
- Hirschberg, W., Krisper G. und Reichweger, J. (1984). Die Erhöhung des Fahrwiderstandes von mehrachsigen Lastkraftwagen bei Kurvenfahrt, In *Proc. XX Int. FISITA Automotive Congress, SAE P-143* (3.295-302). Vienna: SAE.
- Hirschhorn, J. (1991). *Makina dinamiği*. (M. Sabuncu, Çev.). İstanbul: Birsen Yayınevi (Orijinal çalışma basım tarihi 1967).
- Jante, A. (1965). Fahrtmechanik. In G. Goldbeck, (Hrsg.). *Bussien: Automobiltechnisches Handbuch, zweiter Band* (Achtzehnte völlig neu bearbeitete auflage) (1-159). Berlin: Technischer Verlag Herbert Cram.
- Jazar, R.N. (2008). *Vehicle dynamics; theory and application*. New York: Springer Science+Business Media, LLC.

JTEKT Torsen North America, Inc. (n.d.). University Special Differential. Retrieved May 30, 2006, from [http://www.torsen.com/files/University% 20Special%2001 2000.pdf](http://www.torsen.com/files/University%20Special%20012000.pdf)

Kiencke, U. & Daiß, A. (1997). Observation of lateral vehicle dynamics. *Control Eng. Practice*, 5 (8), 1145-1150.

Kinzer, F. (1977). Kfz-Kraftübertragung, Berlin: Transpress VEB Verlag für Verkehrswesen.

Klein, J. (2005). *A CAD add-in for synthesis of RSSR function generators*. Master's thesis. University of California, Irvine.

Kuralay, N. S. (1985). *Einfluß von Fahrwerk- elastizitäten und Reifenparametern auf das Fahrverhalten von Personenkraftwagen*. Dissertation. Universität Hannover, Fakultät für Maschinenwesen.

Kuralay, N. S. (1987). Bilgisayar yardımıyla motorlu araç bağımsız askı sistemleri kinematığının incelenmesi. *V. Ulusal Mekanik Kongresi Bildiri Kitabı* içinde (663-67). Kirazlıyayla: Teorik ve Uygulamalı Mekanik Türk Milli Komitesi.

Kuralay, N. S. (1988a). Motorlu araçlarda yalpa ekseninin stabilite ve yörünge takibine tesiri. *3. Ulusal Makina Tasarım ve İmalat Kongresi Bildiri Kitabı* içinde, (205-216), Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.

Kuralay, N. S. (1988b). Direksiyon ve askı sistemlerindeki elastik elemanların araç dinamiğine tesiri. *III. Ulusal Makina Teorisi ve Dinamiği Sempozyumu Bildiri Kitabı* içinde, (594), Foça, İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi.

Kuralay, N. S. (1989). Hareket dinamiği yönünden motorlu araç lastiklerinde aranan özellikler. *Mühendis ve Makina*, 30 (354).

- Kuralay, N. S. (1990). Motorlu araç lastik kuvvetlerinin teorik yöntemle hesaplanması. *Mühendis ve Makina*, 31 (361), 205-216.
- Kuralay, N. S. (2008a). *Motorlu taşıtlar, cilt 1*. İzmir: TMMOB Makina Mühendisleri Odası.
- Kuralay, N. S. (2008b). *Motorlu taşıtlar, cilt 2*. İzmir: TMMOB Makina Mühendisleri Odası.
- Kuti, I. (2001). Dynamic analysis of vehicle manoeuvres on the basis of the finite element method. *Periodica Polytechnica Ser. Transp. Eng.*, 29 (1-2), 47-58.
- Lacombe, J. (2000). Tire model for simulations of vehicle motion on high and low friction road surfaces. In J. A. Joines, R. R. Barton, K. Kang, and P. A. Fishwick, (Eds.). *Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference* (1025-1034). San Diego, CA, USA: Society for Computer Simulation International.
- Lechner, G. & Naunhaimer, H. (1999). *Automotive transmissions, fundamentals, selection, design and application*. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag.
- Lorenz, K., Dietrich, C. und Donges, E. (1986a). Einfluß des Sperrdifferentials auf Traktion und Fahrverhalten von Fahrzeugen in Standardbauweise – Teil 1. *ATZ*, 88 (2), 95-100.
- Lorenz, K., Dietrich, C. und Donges, E. (1986b). Einfluß des Sperrdifferentials auf Traktion und Fahrverhalten von Fahrzeugen in Standardbauweise – Teil 2. *ATZ*, 88 (3), 149-153.
- Lowndes, E. M. (1998). *Development of an intermediate DOF vehicle dynamics model for optimal design studies*, Doctoral Thesis, The Graduate Faculty of North Carolina State University, Department of Mechanical and Aerospace Engineering.

- Lugner, P. (1972). Numerische Erfassung von Reifenkennfeldern zur Berechnung von Fahrzeugbewegungen. *ATZ*, 74 (1), 17-22.
- Lugner, P. (1982). Horizontal Motion of Automobiles; theoretical and practical investigations, Dynamics of High - Speed Vehicles. In E. J. Haug, (Ed.). *International Centre for Mechanical Sciences, Courses and Lectures, No. 274* (83-146). Wien – New York: Springer – Verlag.
- Lugner, P. & Plöchl, M. (2004). Modelling in vehicle dynamics of automobiles. *ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (Journal of Applied Mathematics and Mechanics)*, 84 (4), 219-236.
- Mántaras, D. A., Luque, P. & Vera, C. (2004). Development and validation of a three - dimensional kinematic model for the McPherson steering and suspension mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, 39 (6), 603-619.
- Matschinsky, W. (1968). Die Vierpunktig Geführte Starrachse. *ATZ*, 70 (1), 9-12.
- Matschinsky, W. (1971). Zur Analyse und Synthese räumlicher Einzelradhängungen, *ATZ*, 73 (7), 247-254.
- Matschinsky, W. (2007). *Radführungen der Straßenfahrzeuge* (3. aktualisierte und erweiterte Auflage). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Maurice, J. P. (1999). *Short wavelength and dynamic tyre behavior under lateral and combined slip conditions*. PhD Thesis, Technische Universiteit Delft.
- Meier-Dörnberg, K. E., Strackerjan B. (1977). Prüfstandversuche und Berechnungen zur Querdynamik von Luftreifen. *Automobil – Industrie*, (4), 15-24.

- Mensa, M. (n.d.). Differenziali & trazione. Una trattazione semplificata. Retrieved June 23, 2005, from [http://www.teriosclubitalia.it/Tecnica\\_Motori/Differenziale Centrale /differenzialipdf.pdf](http://www.teriosclubitalia.it/Tecnica_Motori/Differenziale_Centrale/differenzialipdf.pdf)
- Meriam, J.L. (1966). *Dynamics*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Milliken, W.F., & Whitcomb D.W. (1956). General introduction to a programme of dynamic research. *Proceedings of the Automobile Division; the Institution of Mechanical Engineers*, (7), 287-309.
- Milliken, W. F. & Milliken, D. L. (1995). *Race car vehicle dynamics*, Warrendale: Society of Automotive Engineers, Inc.
- Mitschke, M. (1972). *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Berlin - Heidelberg - New York: Springer Verlag.
- Nikravesh, P. (1984). Spatial kinematics and dynamic analysis with Euler parameters. In E. J. Haug (Ed.). *Computer Aided Analysis and Optimization of Mechanical System Dynamics*, NATO ASU Series, Series F: Computer System Sciences Vol. 9 (261-282). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Pacejka, H. B. (2002). *Tyre and vehicle dynamics*. Oxford: Butterworth Heinemann Editions.
- Pahl H. J. (b.t). *Luftfedern in Nutzfahrzeugen, Auslegung-Berechnung-Praxis*. Firmenschrift. Dormagen: Luftfedertechnik (LFT) Germany GmbH / AKTAŞ Group.
- Popp K. & Schiehlen W. (2010). *Ground vehicle dynamics*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

- Prem, H., Ramsay, E., de Pont, J., McLean J. & Woodrooffe J. (2001). *Comparison of modelling systems for performance-based assessments of heavy vehicles, performance based standards – NRTC/Austroroads Project A3 and A4*. Working Paper. Melbourne, Australia: National Road Transport Commission.
- Prigge, G. (1971). *Zur graphischen Ermittlung der Rollachslage bei Kraftfahrzeugen mit räumlicher Radführung*. ATZ, 72 (1), 4-9.
- Rajamani, R. (2006). *Vehicle dynamics and control*. New York: Springer Science+Business Media, Inc.
- RecurDyn™/ Solver Theoretical Manual*, 5<sup>th</sup> revision. (2005). FunctionBay, Inc.
- Reimpell, J. (1973). *Fahrwerktechnik, Bd. 2*. Würzburg: Vogel-Verlag.,
- Reimpell, J. (1976). *Fahrwerktechnik, Bd. 1*. (3. Aufl.). Würzburg: Vogel-Verlag.
- Reimpell, J. (1974). *Fahrwerktechnik, Bd. 3*. Würzburg: Vogel-Verlag.
- Reimpell, J. (1988). *Fahrwerktechnik: Radaufhängungen*. Würzburg: Vogel Buchverlag.
- Reimpell, J. und Sponagel P. (1988). *Fahrwerktechnik: Reifen und Räder*. Würzburg: Vogel Buchverlag.
- Riedel, A. (1985). *Theoretische Untersuchung des Fahrverhaltens von Personenkraftwagen aus Strassenverwindungen*. Dissertation. Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe.
- Rill, G. (1997). *Simulation von Kraftfahrzeugen*. Genehmigter Nachdruck (2007). Regensburg: Vieweg Verlag.



- Rill, G. (2005). Vehicle modelling by subsystems. In D.A. Rade & V. Steffen Jr., (Eds.). *Proceeding of the XI DINAME - International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics*. Ouro Preto, MG, Brazil.
- Rill, G. (2009). *Vehicle dynamics, lecture notes*. Regensburg: Fachhochschule Regensburg.
- Roth, J. (1993). *Untersuchungen zur Kraftübertragung zwischen Pkw-Reifen und Fahrbahn unter besonderer Berücksichtigung im rotierenden Rad*. Dissertation. Fachbereich Maschinenbau an der Technische Hochschule Darmstadt.
- Rubin, Z. J. & Moskwa, J. J. (1999). A Modular HMMWV dynamic powertrain system model. *International Congress & Exposition, Session: Transmission & Driveline Systems Symposium (Part A&B)*. SAE Paper number: 1999-01-0740. Detroit, MI, USA: Society of Automotive Engineers.
- Sawase, K. & Sano, Y. (1999). Application of active yaw control to vehicle dynamics by utilizing driving/braking (braking) force. *JSAE Review* 20, 289-295.
- Sayers, M. W. & Han, D. (1995). A generic multibody vehicle model for simulating handling and braking. Ann Arbor, USA: *Symposium of the International Association of Vehicle System Dynamics*.
- Schiehlen, W. (1982). Introduction to vehicle dynamics. In W. Schiehlen (Ed.). *Dynamics of High - Speed Vehicles*, International Centre for Mechanical Sciences, Courses and Lectures, No. 274 (3-12). Wien, New York: Springer – Verlag.
- Schiehlen, W. (1984). Computer generation of equations of motion. In E. J. Haug (Ed.). *Computer aided Analysis and Optimization of Mechanical System Dynamics*, NATO ASU Series, Series F: Computer System Sciences Vol. 9 (184-216), Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

- Schiehlen, W. (1984). Vehicle dynamics applications. In E. J. Haug (Ed.). *Computer aided Analysis and Optimization of Mechanical System Dynamics*, NATO ASU Series, Series F: Computer System Sciences Vol. 9 (217-232), Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Schmeitz, A.J.C. (2004). *A semi-empirical three-dimensional model of the pneumatic tyre rolling over arbitrarily uneven road surfaces*. PhD thesis. Delft University of Technology.
- Schmidt, A. (1984). *Entwicklung und Anwendung von Simulationmodellen zur Untersuchung der Lenkungsunruhe von PKW*. Dissertation. Universität Karlsruhe, Fakultät für Maschinenbau.
- Segel, L. (1956a). Research in the fundamentals of automobile control and stability. *SAE National Summer Meeting*. SAE Paper Number: 570044. Atlantic City: Society of Automotive Engineers.
- Segel, L. (1956b). Theoretical prediction and experimental substantiation of the response of the automobile to steering control. *Proceedings of the Automobile Division; the Institution of Mechanical Engineers*, (7), 310-330.
- Shabana, A. A. (2001). *Computational dynamics*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Shabana, A. A. (2005). *Dynamics of multibody systems*. New York: Cambridge University Press.
- Shih, S. & Bowermann, W. (2002). An evaluation of torque bias and efficiency of Torsen differential. *SAE 2002 World Congress & Exhibition*. Detroit, MI, USA: Society of Automotive Engineers. SAE paper number: 2002-01-1046.

- Shigley, J. E. (1977). *Mechanical engineering design*. Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha, Ltd.
- Simionescu, P. A. & Beale, D. (2002). Synthesis and analysis of the five-link rear suspension system used in automobiles. *Mechanism and Machine Theory*, 37 (9), 815-832.
- Society of Automotive Engineers. (1976). *Vehicle dynamics terminology. SAE recommended practice J670e*. Warrendale, PA, USA: Society of Automotive Engineers.
- Sorgatz, U. (1973). *Ein theoretisches Fahrzeugmodell zur Abbildung der Fahrdynamik bis in den Grenzbereich*. Dissertation. Universität Aachen.
- Suh, C. H. & Radcliffe, C.W. (1978). *Kinematics and mechanisms design*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Suh, C. H. (1989). Synthesis and analysis of suspension mechanisms with use of displacement matrices. *Society of Automotive Engineers, Inc.* SAE paper number: 890098.
- Suh, C. H. (1991). Suspension analysis with instant screw axis theory. *Autotechnologies Conference*. SAE paper number: 910017. Monte Carlo: Society of Automotive Engineers, Inc.
- Suh, C. H. & Smith, C. G. (1996). Dynamic simulation of suspension mechanisms using the displacement matrix method. *International Truck & Bus Meeting & Exposition*. SAE paper number: 962222. Detroit, Michigan: Society of Automotive Engineers, Inc.
- Şuhubi, E. S. (1981). *Rijid cisimler dinamiği*. T.C. İstanbul Teknik Üniversitesi Kütüphanesi, Sayı: 1175. İstanbul: Fatih Yayınevi Matbaası.

- Topaç M. M., Kuralay N. S. (2009). Yolcu otobüsü stabilizatörünün bilgisayar destekli tasarımı. *Mühendis ve Makina*, 50 (594), 14-24.
- Tönük, E. (1998). *Otomobil lastiklerinin dinamik davranışlarının bilgisayarda modellenmesi*. Doktora Tezi. Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi Makina Mühendisliği Anabilim Dalı.
- Tönük, E. & Ünlüsoy Y. S. (2001a). Prediction of automobile tire cornering force characteristics by finite element modeling and analysis. *Computers and Structures*, 79 (13), 1219-1232.
- Tönük, E. ve Ünlüsoy Y. S., (2001b). Otomobil lastiklerinin yan kuvvet karakteristiklerinin sonlu elemanlar yöntemiyle belirlenmesi. *Mühendis ve Makina*, 42, 16-20.
- Trzesniowski, M. (2008). *Rennwagenteknik: Grundlagen, Konstruktion, Komponenten, Systeme*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, GWV Fachverlage GmbH.
- v. Estorff, H. E. (1969). *Technische Daten Fahrzeugfedern Teil 3: Stabilisatoren, Eine Veröffentlichung der Abteilung "Forschung und Entwicklung" der Stahlwerke Brüninghaus GmbH*. Werdohl: Stahlwerke Brüninghaus GmbH.
- Weber, R. (1990). Kraftfahrzeugtechnik. In W. Beitz und K.-H. Küttner (Hrsg.). *Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau* (17., neu-bearb. Aufl.) (Q1-39). Berlin: Springer Verlag.
- Whitcomb, D. W. & Milliken W. F. (1956). Design implications of a general theory of automobile stability and control. *Proceedings of the Automobile Division; the Institution of Mechanical Engineers, 1956* (7), 367-391.

Wong, J. Y. (1993). *Theory of ground vehicles* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons, Inc.

Zeranski, P. (1972). Übertragung tangentialer Umfangs- und Seitenkräfte am Luftreifen. *Kraftfahrzeugtechnik*, (11), 334-337.

Zeranski, P. (1973). Rollachse und Radlastverteilung. *Kraftfahrzeugtechnik*, (6), 174-178.

Zomotor, A. (1970). *Untersuchung über den Einfluß der Vorderachskinematik auf die Lenkungsunruhe*. Dissertation. Universität Stuttgart.

Zomotor, A. (1987). *Fahrwerktechnik: Fahrverhalten*. Würzburg: Vogel Verlag.

Zurmühl, R. (1965). *Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker* (5., neubearb. Aufl.). Berlin: Springer Verlag.

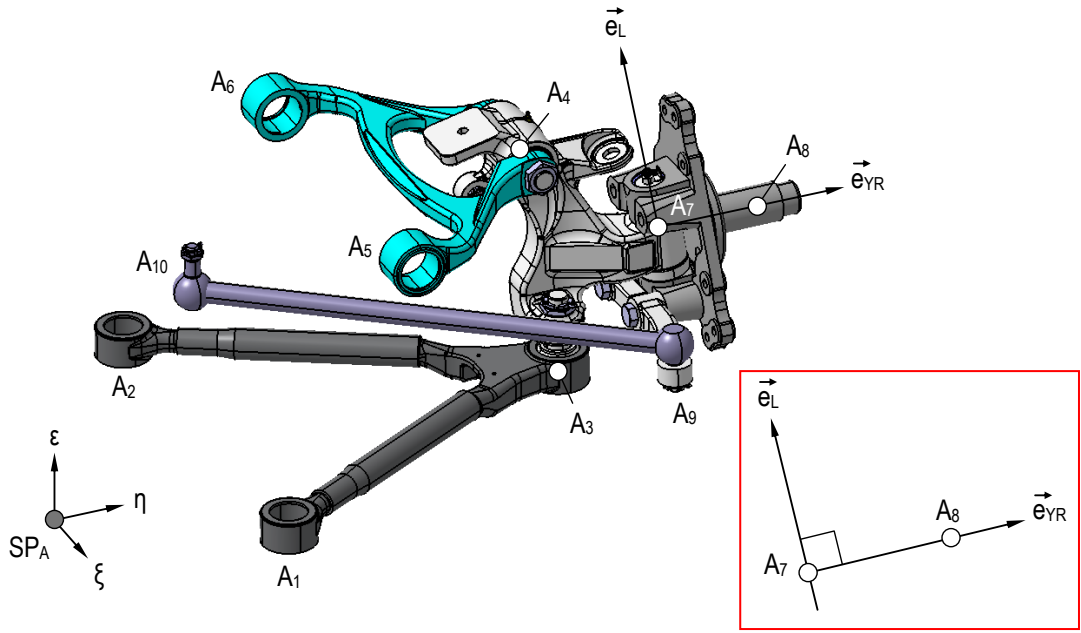
Çalışmanın metin bölümü için hazırlanan Şekil 2.2 ve diğer bazı şekillerde, Andreas Borbe tarafından, <http://www.3dcontentcentral.com> web adresinde genel paylaşımına sunulan, SolidWorks® paket programında oluşturulmuş, Opel Kadett C Coupe katı modelinin karoseri kısmından yararlanılmıştır. Son erişim: 21.08.2010.

Şekil 6.4'ün tasarımında, [http://www.tut.fi/plastics/tyreschool/moduulit/moduuli\\_10/hypertext/8/8\\_1.html](http://www.tut.fi/plastics/tyreschool/moduulit/moduuli_10/hypertext/8/8_1.html) web adresinde bulunan bir görselin perspektifinden yararlanılmıştır. Son erişim: 13.07.2010.

## EKLER

### Ek1. Bağımsız Askı Sistemi Kinematik Koordinatları

Bölüm Dört'te sunulan sayısal uygulamalarda kullanılan askı sistemlerine ait kinematik noktaların koordinat bileşenleri Tablo E.1'de verilmektedir.

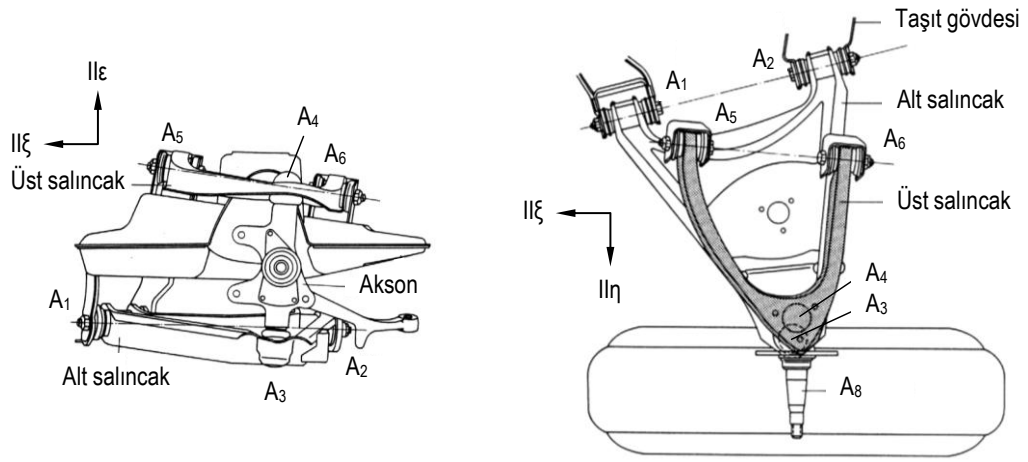


Şekil E.1 Bölüm Dört'te kullanılan çift enine yön vericili askı sistemi

TabloE.A.1 Bölüm Dört'te kullanılan ve Şekil E1.1'de verilen askı sisteminin, taşıt kütle merkezine göre kinematik noktaları (mm)

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>
ξ	4332	3612	3972	3957	4259,5	3654,5	3964,689	3964,689
η	66,84	66,84	730	659,05	339,05	339,05	926	1040,85
ε	-865,72	-865,72	-880,72	-446,32	-446,32	-446,32	-669	-669

Bölüm Beş'te Şekil 5.12 – Şekil 5.21 arasında sunulan sonuçların alındığı çift enine yön vericili askı sisteminin genel görünümü Şekil E.2'de, kinematik noktaları Tablo E.2'de verilmektedir. Bu sistem aynı zamanda seyir simülasyonlarında teknik değerleri kullanılan gerçek taşıtın ön aksına aittir.



Şekil E.2 Binek otomobilin çift enine yön vericili askı sistemi (DB-200)

Tablo E.2 Bölüm Beş'te incelenen askı sisteminin tekerlek temas noktasına göre kinematik noktaları (mm)

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>
$\xi_F$	300	-50	6,1	-6,85	190	-90	-0,8	-0,0098
$\eta_F$	-490	-590	-90,94	-124,13	-440	-415	-108,64	1,346
$\varepsilon_F$	190	190	130,5	460,5	490	450	306,47	305,99

Aynı taşıtın arka aksında kullanılan diyagonal yön vericili askı sisteminin kinematik noktaları Tablo E.3'te görüldüğü gibidir.

Tablo E.3 Seyir simülasyonlarında kullanılan diyagonal yön vericili askı sisteminin tekerlek temas noktasına göre kinematik noktaları (mm)

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>
$\xi_F$	496	322	-1,089	-	-	-	-1,089	0,105
$\eta_F$	-150	-571	-124,88	-	-	-	-124,88	12,013
$\varepsilon_F$	276	270	311,13	-	-	-	311,13	305,76

## Ek 2. Taşıt Teknik Değerleri

Yol simülasyonlarında kullanılan taşıtın teknik değerleri Tablo E.4'te verilmektedir.

Tablo E.4 Model taşıtın teknik değerleri (DB-200)

Büyüklik	Kısaltma	Değer	Birim
Taşıt kütlesi	$m_F$	1570	kg
Tekerlek kütlesi (ön aks)	$m_{RV}$	35	kg
Tekerlek kütlesi (arka aks)	$m_{RH}$	35	kg
Aks yükü dağılımı (ön aks / arka aks)	$m_V / m_H$	0,5	-
Aks açıklığı	$L_F$	2750	mm
Kütle merkezinin yerden yüksekliği	$h_{SPA}$	550	mm
Ön aks iz genişliği	$s_{RV}$	1488	mm
Arka aks iz genişliği	$s_{RH}$	1446	mm
Dinamik tekerlek yarıçapı (ön, arka)	$R_D$	306	mm
Diferansiyel çevrim oranı	$i_D$	4,08	-
Direksiyon kutusu çevrim oranı	$i_L$	21,9	-
Kütle atalet momentleri			
Taşıt gövdesi ( $\xi$ ekseninde)	$I_\xi$	720	kg.m <sup>2</sup>
Taşıt gövdesi ( $\eta$ ekseninde)	$I_\eta$	2354	kg.m <sup>2</sup>
Taşıt gövdesi ( $\epsilon$ ekseninde)	$I_\epsilon$	2200	kg.m <sup>2</sup>
Tekerlek (ön)	$I_{YRV}$	1,2	kg.m <sup>2</sup>
Tekerlek (arka)	$I_{YRH}$	0,9	kg.m <sup>2</sup>
Diferansiyel ayna dişlisi	$I_T$	0,2	kg.m <sup>2</sup>
Kardan mili	$I_A^*$	0,30	kg.m <sup>2</sup>
Motor, kavrama ve vites basamağı	$I_M + I_K^* + I_G^*$	0,28	kg.m <sup>2</sup>
Yay katsayısı (ön aks)	$c_{FRV}$	20,30	N/mm
Yay katsayısı (arka aks)	$c_{FRH}$	20,30	N/mm
Amortisör sönüm katsayısı (ön aks)	$k_{DRV}$	1,34	N.s/mm
Amortisör sönüm katsayısı (arka aks)	$k_{DRH}$	1,34	N.s/mm
Stabilizatör katsayısı (ön aks)	$c_{SRV}$	10	N/mm
Stabilizatör katsayısı (arka aks)	$c_{SRV}$	4	N/mm
Yuvarlanma direnç katsayısı (ön, arka)	$f_R$	0,015	-



### Ek 3. Semboller

Çalışma genelinde kullanılan sembollerin anlamları, toplu olarak Tablo E.5'te verilmektedir. Bu tabloda verilmeyen semboller, metin içerisinde yeri geldikçe açıklanmaktadır.

Tablo E.5 Semboller

Sembol	Birim	Açıklama
$a_q$	$m/s^2$	Merkezcil ivme
$A_1 \dots A_{12}$	-	Bağımsız askı sistemi kinematik noktaları
$A_F$	$m^2$	Taşıt enine kesit alanı
$A_i$	N	Tahrik kuvveti
$\alpha$	$^\circ$	Taşıt gövdesi yüzme açısı
$\alpha_i$	$^\circ$	Tekerlek diyagonal hareket açısı
$\alpha_S$	$^\circ$	Yokuş eğimi
$B_i$	N	Fren kuvveti
$\beta$	$^\circ$	Dişli çark diş helis açısı (Bölüm Üç)
$\beta_i$	$^\circ$	Tekerlek yönlendirme açısı
$\beta_L^*$	$^\circ$	Yönlendirme açısı (yönlendirme eksenine çevresinde)
$c_{Fi}$	N/m	Yay katsayısı
$c_{FRi}$	N/m	Yay katsayısı (tekerlek temas noktasına indirgenmiş)
$c_{Si}$	N/m	Stabilizatör katsayısı
$c_{SRi}$	N/m	Stabilizatör katsayısı (tekerlek temas noktasına indirgenmiş)
$c_W$	-	Hava direnç katsayısı
$C_0$	N/m	Karkas yanal katılığı
$C_\alpha$	N/rad	Tekerleğin yanal katılığı
$C_{SB}$	N/-	Tekerleğin boyuna katılığı
$C_Z$	N/m	Tekerleğin düşey yay katsayısı
$\delta$	$^\circ$	Dingil pimi açısı
$\Delta \epsilon_K$	m	$A_3$ noktasının yükselme miktarı ( $\epsilon_{A3}$ )
$\epsilon_F$	m	Stabilizatör bacağına elastik şekil değişimi
$\epsilon_g$	$^\circ$	Taşıt gövdesi savrulma açısı
$\epsilon_R$	$^\circ$	Kaster açısı
$\epsilon_{Ri}$	m	Tekerleğin düşey elastik şekil değişimi ( $\approx z_{Ri}$ )
$f_R$	-	Yuvarlanma direnç katsayısı (ön, arka)
$F_{1,2}$	N	Diş yan yüzeyine etkiyen normal kuvvet

Tablo E.5 Semboller (devamı)

Sembol	Birim	Açıklama
$F_i$	-	Tekerlek temas noktası (yan kuvvetin etkimemesi durumunda)
$F_a$	N	Helisel dişli aksenal kuvveti
$F_b$	N	Helisel dişli çevresel kuvveti
$F_{Fi}$	N	Yay kuvveti (tekerlek temas noktasına indirgenmiş)
$F_{Di}$	N	Amortisör kuvveti (tekerlek temas noktasına indirgenmiş)
$F_L$	N	Hava direnç kuvveti
$F_{OAi}$	N	Sanal yön vericinin OA noktasına etkiyen kuvvet
$F_r$	N	Helisel dişli radyal kuvveti
$F_{Ri}$	N	Yuvarlanma direnç kuvveti
$F_{Si}$	N	Stabilizatör kuvveti (tekerlek temas noktasına indirgenmiş)
$F_{SPA}$	N	Taşıt gövdesi kütle merkezine etkiyen kuvvet
$F_{SPRi}$	N	Tekerlek kütle merkezine etkiyen kuvvet
$F_{USPA}$	N	Taşıt gövdesine etkiyen santrifüj kuvvet
$F_{UR}$	N.m	Yaylandırılmamış kütlelerin $SP_{Ri}$ 'de oluşturduğu kuvvet
$F_Z$	N	Çekme kuvveti
$\varphi_A$	°	Denkleştirme dişlisi dönme açısı
$\varphi_i$	°	Tekerlek dönme açısı
$\varphi_T$	°	Ayna dişlisi dönme açısı
$G_a$	-	Yardımcı büyüklük (Bölüm Altı)
$G_{Ri}$	N	Yaylandırılmamış kütlelerin ağırlığı
$\gamma$	°	Kurs açısı
$h_{MP}$	m	Yalpa merkezinin yerden yüksekliği
$h_{SPA}$	m	Kütle merkezinin yerden yüksekliği
$h_v$	m	Baş sallama hareketinde moment kolu
$h_w$	m	Eşdeğer burulma yayı modelinde moment kolu
$\eta_D$	%	Diferansiyelin mekanik verimi
$i_D$	-	Diferansiyel çevrim oranı
$i_F$	-	Yay çevrim oranı
$i_G$	-	Vites basamağı çevrim oranı
$i_L$	-	Direksiyon kutusu çevrim oranı
$I_\xi$	kg.m <sup>2</sup>	Taşıt gövdesi kütle atalet momenti ( $\xi$ ekseninde)
$I_\eta$	kg.m <sup>2</sup>	Taşıt gövdesi kütle atalet momenti ( $\eta$ ekseninde)
$I_\varepsilon$	kg.m <sup>2</sup>	Taşıt gövdesi kütle atalet momenti ( $\varepsilon$ ekseninde)
$I_M^*$	kg.m <sup>2</sup>	Motor kütle atalet momenti
$I_G$	kg.m <sup>2</sup>	Motor ve aktarma organlarının eşdeğer kütle atalet momenti

Tablo E.5 Semboller (devamı)

Sembol	Birim	Açıklama
$I_G^*$	$kg.m^2$	Vites basamağı kütle atalet momenti
$I_K^*$	$kg.m^2$	Kavrama kütle atalet momenti
$I_{YR}$	$kg.m^2$	Tekerlek kütle atalet momenti
$I_T$	$kg.m^2$	Diferansiyel ayna dişlisi kütle atalet momenti
$I_A^*$	$kg.m^2$	Kardan mili kütle atalet momenti
$k_{Di}$	N.s/m	Amortisör sönüm katsayısı
$k_{DRi}$	N.s/m	Amortisör sönüm katsayısı (tekerlek temas noktasına indirgenmiş)
$2.L$	m	Tekerlek oturma yüzeyi uzunluğu
$L_F$	m	Aks açıklığı
$L_V$	m	Taşıt gövdesi kütle merkezinin ön aksa yatay uzaklığı
$L_H$	m	Taşıt gövdesi kütle merkezinin arka aksa yatay uzaklığı
$\lambda$	°	Diş eğim açısı (lead angle)
$m_F$	kg	Taşıt kütlesi
$m_{RV}$	kg	Tekerlek kütlesi (ön aks)
$m_{RH}$	kg	Tekerlek kütlesi (arka aks)
$M_{Ai}$	N.m	Tekerleğe uygulanan tahrik momenti
$M_A$	N.m	Diferansiyel denkleştirme dişlisinin taşıdığı moment
$M_{Bi}$	N.m	Tekerleğe uygulanan fren momenti
$M_E$	N.m	Diferansiyel giriş momenti ( $M_T$ )
$M_K$	N.m	Diferansiyel kilitleme momenti
$M_{Oai}$	N.m	Sanal yön vericinin OA noktasına etkileyen moment
$M_{Ri}$	N.m	Geri getirme momenti
$M_{SPA}$	N.m	Taşıt gövdesi kütle merkezine etkileyen moment
$M_{SPRi}$	N.m	Tekerlek kütle merkezine etkileyen moment
$M_T$	N.m	Ayna dişlisinin taşıdığı moment
$M_{UR}$	N.m	Yaylandırılmamış kütlelerin $SP_{Ri}$ 'de oluşturduğu moment
$M_Z$	N.m	Savrulma momenti
$ML$	-	Bağımsız askı sisteminin boyuna düzlemde ani dönme merkezi
$MQ$	-	Bağımsız askı sisteminin enine düzlemde ani dönme merkezi
$\mu$	-	Dişli çark diş sürtünme katsayısı
$\mu_{1,2}$	°	Yön verici dönme açısı
$\mu_H$	-	Tekerlek tutunma katsayısı
$\mu_G$	-	Tekerlek kayma katsayısı
$n_s$	m	Kaster uzunluğu
$N$	-	Tekerlek temas noktası (yan kuvvet etkimesi durumunda)

Tablo E.5 Semboller (devamı)

Sembol	Birim	Açıklama
$v$	$^{\circ}$	Taşıt gövdesi baş sallama açısı
$OA_i$	-	Sanal yön verici kuvvet etki noktası
$p$	N/m	Tekerlek oturma yüzeyinde yüzey basıncı
$p_m$	N/m	Tekerlek oturma yüzeyinde ortalama yüzey basıncı
$P_i$	N	Tekerlek düşey yükü
$\psi$	$^{\circ}$	Taşıt gövdesi yalpa açısı
$r_A$	m	Diferansiyel denkleştirme dişlisi bölüm dairesi yarıçapı
$r_{K1,2}$	m	Aks tahrik dişlisi bölüm dairesi yarıçapı
$r_{\delta}$	m	Yönlendirme yarıçapı
$R_{Di}$	m	Dinamik tekerlek yarıçapı
$\rho_L$	$kg/m^3$	Hava yoğunluğu
$s_A$	%	Tahrik kayması
$s_B$	%	Frenleme kayması
$s_{RV}$	m	Ön aks iz genişliği
$s_{RH}$	m	Arka aks iz genişliği
$S$	%	Diferansiyel kilitleme değeri (Bölüm Üç)
$S_i$	N	Yan kuvvet
$SP_A$	-	Taşıt gövdesi kütle merkezi
$SP_R$	-	Tekerlek (yaylandırılmamış kütle) kütle merkezi
$\sigma_i$	$^{\circ}$	Tekerlek kamber açısı
$t$	s	Zaman
$v_F$	km/h	Taşıt gövdesi kütle merkezi anlık hızı
$v_{Fres}$	km/h	Taşıt gövdesi kütle merkezi teğetsel hızı
$v_{Ri}$	km/h	Tekerlek gövdesi kütle merkezi anlık hızı
$x_{KG}$	m	Tekerlek kayma başlangıcı uzaklığı (Bölüm Altı)
$Y_{Ni}$	m	Tekerleğin yanal elastik şekil değişimi
$z_{Ri}$	m	Tekerleğin düşey elastik şekil değişimi ( $\approx \epsilon_{Ri}$ )

*Güzeller güzeli Elif'e...*