

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TIMOSHENKO KİRİŞİNİN SERBEST
TİTREŞİM ANALİZİ

Sonay Şehriban PERÇİN

Ağustos, 2008

İZMİR

TIMOSHENKO KIRIŞININ SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

**Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi
İnşaat Mühendisliği Bölümü, Yapı Anabilim Dalı**

Sonay Şehriban PERÇİN

Ağustos, 2008

İZMİR

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

SONAY ŞEHRİBAN PERÇİN, tarafından **PROF. DR. HİKMET HÜSEYİN ÇATAL** yönetiminde hazırlanan “**TIMOSHENKO KİRİŞİNİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Hikmet Hüseyin Çatal

Yönetici

Prof. Dr. Yıldırım ERTUTAR

Jüri Üyesi

Prof. Dr. Ramazan KARAKUZU

Jüri Üyesi

Prof. Dr. Cahit HELVACI

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Lisans ve yüksek lisans eğitimim süresince mühendislik nosyonunu bana kazandıran, çalışmalarımda bana yol gösteren değerli hocam ve tez danışmanım Hikmet Hüseyin Çatal'a teşekkür ederim.

Gerek tezim adına yardımlarını gerek destekleyici güçlerini esirgemeyen dostlarım Fulya Kamit, Burak Gürol, Ozan Savaş Can, Bahar Emgin ve Çağlayan Çetin'e; gösterdikleri hoşgörüden ötürü hocalarım Tevfik Balcıoğlu ve Gülsüm Baydar'a; tezi verme aşamasında sorularımı yanıtızsız bırakmayan sevgili meslektaşlarım Yusuf Yeşilce ve Onur Merter'e; yardımlarını asla esirgemeyen, her daim akademik desteği veren sevgili iş arkadaşlarım Derya Irkdaş, Argun Tanrıverdi, Bahar Kürkçü, Eser Selen, Fulya Ertem ve Meltem Wallace'a, son olarak, göz ardı edemeyeceğim, tez süresince en çok yorulan yaşlı dostum bilgisayarım Delly'e ve huzurlu sesi ile beni rahatlatan Louie Austen'e teşekkür ederim.

Bu noktaya varmamı sağlayan iki gerçek kahramana,

Annem ve Babama...

Sonay Şehriban Perçin

TIMOSHENKO KİRİŞİNİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

ÖZ

Eğilme titreşiminin, yalnızca eylemsizlik kuvveti ve eğilme oluşturan kuvvetleri dikkate alınarak incelendiği Bernoulli-Euler kiriş teorisi narin kirişler için anlamlı sonuçlar vermesine rağmen derin ve kısa kirişler için bu teori tercih edilmez. Bu durumda; derin kirişler ve kısa kirişlerde önem kazanan kayma etkilerinin dikkate alındığı Timoshenko kiriş teorisi kullanmalıdır.

Bu çalışmada, üç farklı bölgeden oluşan dönme atalet momenti tesirlerinin de dikkate alındığı Timoshenko kiriş modelinin, dinamik rijitlik matris yöntemi kullanılarak serbest titreşimi incelenmiş ve açısal frekanslarına ulaşılması amaçlanmıştır. Kiriş iki bölgede farklı özelliklere sahip zemine oturmaktadır. Üç bölge için üç farklı matematik hesap modeli oluşturulmuştur. İkinci bölgede zemin özellikleri çöken doğrusal elastik yaylarla modellenirken, üçüncü bölgede dönen doğrusal elastik yaylarla modellenmiştir.

Matematik hesap modelleri üzerinden oluşturulan bağıntıların çözümleri için iteratif yaklaşım kullanılmıştır. İteratif yaklaşımda tüm olasılıkları içeren farklı dört sınır koşuluna ait bilgisayar programı geliştirilmiş, programın akış diyagramı sunulmuştur. Program verilerinde kirişin boy değişimi, oturduğu zemin özellikleri ve bağıl rijitlikleri ve farklı dört sınır koşulu için dinamik parametrelerin değişimi irdelenerek, elde edilen sayısal sonuçlar grafikler halinde sunulmuştur.

Anahtar Sözcükler: Dinamik Rijitlik Matris Yöntemi, Timoshenko Kirişi, Serbest Titreşim Analizi, Zemin Yatak Kat Sayısı.

FREE VIBRATION ANALYSIS OF TIMOSHENKO BEAM

ABSTRACT

Bernoulli-Euler beam theory that analyses transverse vibration when only inertia force and bending forces are taken into consideration, gives logical results for slender beams but is not preferred for deep and short beams. In this situation, Timoshenko beam theory that take shear impacts; which become important in deep beams and short beams; into consideration, should be used.

In this study, the free vibration of Timoshenko beam model, which effects of rotating moment of inertia that is formed from three different zones are also taken into consideration, is analyzed by using dynamic stiffness matrix method and it is aimed to attain to its natural frequencies. The beam is resting on two layered soil that has different specifications. Three different mathematical calculation models are developed for three zones. For the second zone, base specifications are modeled with displaced linear elastic springs and for the third zone, they are modeled with rotational linear elastic springs.

Iterative approach is used for the solution of correlation that is developed from mathematical calculation models. Computer program for four different boundary conditions that covers all probabilities is developed in iterative approach and the program flow diagram is presented. By explicating changes in length of the beam, specifications of the base that it rests on, relative rigidity and changes in dynamic parameters in program data, numeric outcomes are presented in graphics.

Keywords: Dynamic stiffness matrix method, Timoshenko Beam, Free vibration analysis, Modulus of subgrade reaction.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TEZ SONUÇ FORMU.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZ.....	iv
ABSTRACT.....	v
BÖLÜM BİR-GİRİŞ.....	1
1.1 Daha Önce Yapılan Çalışmalar.....	2
1.2 Amaç ve Kapsam.....	6
1.3 Kabuller.....	7
BÖLÜM İKİ-TIMOSHENKO KİRİŞİNİN DİFERANSİYEL DENKLEMİNİN ELDE EDİLMESİ.....	8
2.1 Hesap Modeli ve Hesap Bölgelerinin Tanımlanması.....	8
2.2 Birinci Bölge için Kirişin Hareket Denklemine Elde Edilmesi.....	9
2.3 İkinci Bölge için Kirişin Hareket Denklemine Elde Edilmesi.....	12
2.4 Üçüncü Bölge için Kirişin Hareket Denklemine Elde Edilmesi.....	15
BÖLÜM ÜÇ-HAREKET DENKLEMLERİNİN BOYUTSUZLAŞTIRILMASI.....	19
3.1 Boyutsuzlaştırmanın Amacı.....	19
3.2 Birinci Bölgeye ait Hareket Denklemine Boyutsuzlaştırılması.....	20
3.3 İkinci Bölgeye ait Hareket Denklemine Boyutsuzlaştırılması.....	20
3.4 Üçüncü Bölgeye ait Hareket Denklemine Boyutsuzlaştırılması.....	20

**BÖLÜM DÖRT-BOYUTSUZ DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN
ÇÖZÜLMESİ VE İÇ TESİRLERİN ELDE EDİLMESİ.....21**

4.1 Birinci Bölgeye ait Boyutsuz Hareket Denklemine Çözülmesi.....	21
4.1.1 Birinci Bölgeye ait İç Tesirlerin Elde Edilmesi.....	22
4.2 İkinci Bölgeye ait Boyutsuz Hareket Denklemine Çözülmesi.....	23
4.2.1 İkinci Bölgeye ait İç Tesirlerin Elde Edilmesi.....	26
4.3 Üçüncü Bölgeye ait Boyutsuz Hareket Denklemine Çözülmesi.....	27
4.3.1 Üçüncü Bölgeye ait İç Tesirlerin Elde Edilmesi.....	30

BÖLÜM BEŞ-ELEMAN RİJİTLİK MATRİSLERİNİN ELDE EDİLMESİ...32

5.1 Birinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	33
5.2 İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	37
5.2.1 I Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	39
5.2.2 II Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	43
5.2.3 III Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	48
5.2.4 IV Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	52
5.2.5 V Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	56
5.2.6 VI Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	62
5.2.7 VII Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	68
5.3 Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	73

5.3.1 I Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	75
5.3.2 II Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	79
5.3.3 III Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	83
5.3.4 IV Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	87
5.3.5 V Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	92
5.3.6 VI Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	98
5.3.7 VII Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	103

BÖLÜM ALTI-DİNAMİK SİSTEM RİJİTLİK MATRİSİNİN

ELDE EDİLMESİ.....110

6.1 Dinamik Sistem Rijitlik Matrisinin İndirgenmesi.....	111
6.1.1 Bir Ucu Sabit Mesnetli, Bir Ucu Hareketli Mesnetli Kirişte Dinamik Sistem Rijitlik Matrisinin İndirgenmesi.....	111
6.1.2 Bir Ucu Ankastre Mesnetli, Bir Ucu Serbest Kirişte Dinamik Sistem Rijitlik Matrisinin İndirgenmesi.....	112
6.1.3 Bir Ucu Ankastre Mesnetli, Bir Ucu Hareketli Mesnetli Kirişte Dinamik Sistem Rijitlik Matrisinin İndirgenmesi.....	113
6.1.4 Her İki Ucu Ankastre Mesnetli Kirişte Dinamik Sistem Rijitlik Matrisinin İndirgenmesi.....	114

BÖLÜM YEDİ-BİLGİSAYAR PROGRAMI VE SAYISAL UYGULAMALAR.....	115
7.1 Bilgisayar Programının Akış Diyagramı.....	115
7.2 Sayısal Uygulamalar.....	120
7.2.1 Uygulama 1.....	122
7.2.2 Uygulama 2.....	126
7.2.3 Uygulama 3.....	130
7.2.4 Uygulama 4.....	134
BÖLÜM SEKİZ-SONUÇLAR.....	138
KAYNAKLAR.....	141
EKLER.....	147
Ek-1 Eleman Rijitlik Matrisleri.....	147
Ek-2 Dinamik Sistem Rijitlik Matrisi Elemanları.....	175
ŞEKİL LİSTESİ.....	189
TABLO LİSTESİ.....	191

BÖLÜM BİR

GİRİŞ

Dinamik sistem elemanlarının bazı noktalarda toplu olarak modellenmesi esasına dayanan sistem, ayrık sistemdir. Ayrık sistemler, bilgisayar ortamında programlama ve analiz açısından büyük kolaylık sağlamasına rağmen sınırlı yer değiştirme koordinatı içermesinden ötürü yapının gerçek dinamik davranışına ancak bir yaklaşım olabilir. Gerçek dinamik davranışa, yer değiştirme koordinat sayısının, başka bir ifadeyle sistemin serbestlik derecesi sayısının arttırılması ile ulaşılabilir. Serbestlik derecesinin sonsuz alındığı ve şekil değiştirme fonksiyonunun bir veya birkaç fonksiyonla tanımlanabildiği sistem, sürekli sistemdir. Sürekli sistemde hareket denklemi, sonsuz küçük bir parçanın göz önüne alınmasıyla bağımsız değişkenleri, konum (x) ve zaman (t) olan diferansiyel denklem şeklinde elde edilir. Sürekli sistemler; bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu sistemler olarak incelenir (Clough ve Penzien, 1993).

Euler (1744), eğilme titreşimini; yalnızca eylemsizlik kuvveti ve eğilme oluşturan kuvvetleri dikkate alarak incelemiştir. Bu yaklaşım Bernoulli-Euler Kiriş Teoremi olarak adlandırılır ve mühendislikte basit eğilme teorisi olarak bilinir. Kayma gerilmesi ve dolayısıyla kayma şekil değişimi göz ardı edilmiştir. Narin kirişler için bu kabul anlamlı olmasına rağmen, derin kirişler ve kısa kirişler için kesme kuvvetinin önem kazanması nedeniyle Bernoulli-Euler teoremi tercih edilmez.

Bernoulli-Euler kiriş teoremine alternatif olarak Timoshenko (1921) tarafından farklı bir yaklaşım sunulmuştur. Kayma etkilerinin dikkate alındığı bu yaklaşım, Timoshenko kiriş teoremi olarak bilinir.

1.1 Daha Önce Yapılan Çalışmalar

Timoshenko kiriş teoremi, dinamik rijitlik matris yöntemi ve elastik zemine oturan kirişlerin davranışları üzerine farklı matematiksel modeller kullanılarak, oldukça fazla araştırma yapılmıştır.

Timoshenko (1941), prizmatik çubukların eğilme titreşimini incelemiş, bu çalışmada düzeltme faktörü üzerine çalışmış ve bu faktörü çözüm aşamasında diferansiyel denklemlere yansıtmıştır. Aynı araştırmacı, üniform en kesitli çubukların eğilme titreşimine ait hareket denklemlerini elde etmiştir (Timoshenko, 1943).

Kirişlerin eğilme titreşimlerine, dönme ataletinin ve kayma rijitliğinin etkisi, Trail-Nash ve Collar (1953) tarafından ortaya konmuştur. Anderson (1953), üniform kirişlerin titreşimlerini Timoshenko kiriş teoremine göre incelemiş, Dolph (1954), genel anlamda eğilme titreşimini, Timoshenko teoremi esaslarına uygun araştırmıştır.

Statik olarak aksenal kuvvete maruz Timoshenko kiriş-kolon bağlantılarının dinamik davranışı, matris analizi ile incelenmiş (Cheng ve Tseng, 1973), aksenal kuvvet etkisindeki Timoshenko elemanlarından oluşan bir çerçevenin açılma frekans değerleri elde edilmiştir (Howson ve Williams, 1973).

Thomas ve Abbas (1975), Timoshenko kirişini, sonlu eleman modeli olarak ele almış, elastik eğriyi, kinetik, yer değiştirme enerji denklemleri ve polinom ifadeler kullanarak oluşturmuştur.

Rasgele tekil ya da yayılı kuvvetler etkisi altındaki aksenal kuvvete maruz Timoshenko kirişinin dinamik analizi Banerjee ve Kennedy (1985) tarafından gerçekleştirilmiştir.

Chen (1987), Timoshenko kirişinin eğilme titreşim analizini genelleştirilmiş dinamik rijitlik matrisini kullanarak gerçekleştirmiştir. Timoshenko kirişinin, farklı

sınır koşullarına göre dinamik analizi Kim ve Renardy (1987) tarafından gerçekleştirilmiştir.

Döner Timoshenko kirişinin serbest titreşim karakteristikleri, Yokoyama (1988) tarafından elde edilmiştir. Wu ve Lin (1990), ayrı kütütleli konsol üniform kirişin serbest titreşim analizini analitik ve sayısal çözüm yöntemlerini birlikte kullanarak gerçekleştirmişlerdir.

Eğilme ve burulma kuvvetlerine maruz Timoshenko kirişinin dinamik rijitlik matrisi, Banerjee ve Williams (1992) tarafından oluşturulmuştur.

Eisenberger (1994), dört serbestlik dereceli Timoshenko kirişinin şekil fonksiyonuna; virtüel iş metodu, fleksibilite matrisi ve diferansiyel denklemlerin kullanılmasıyla ulaşmıştır. Lee, Chen ve Wang (1994), serbest uç noktalarından teğetsel kuvvetlere maruz Timoshenko kirişinin Hamilton prensibine göre statik kararlılığını irdelemişlerdir.

Döner Timoshenko kirişi için, dönme ataleti ve kesme deformasyonu etkilerinin de dikkate alındığı hareket denklemi; Du, Lim ve Liew (1994) tarafından kuvvet serilerinin çözümü ile elde edilmiştir.

Eğilme deformasyonu ve kayma deformasyonu arasındaki geçiş bağıntıları Wang (1995) tarafından türetilmiştir.

Banerjee (1995), temel yapı elemanı için dinamik rijitlik matris metodunu kullanarak açılma frekans değerlerine ulaşmıştır. Banerjee ve Williams (1996); eğilme, kesme ve burkulma etkileri göz önüne alındığı Timoshenko kirişini incelemiş, sistemin dinamik rijitlik matrisini oluşturmuş ve açılma frekans değerlerine ulaşmışlardır.

Kayma deformasyonunu ayrıntılı olarak inceleyen Reddy, Wang ve Lam (1997) Timoshenko teoremine alternatif teoremler üzerinde çalışmıştır.

Geist ve McLaughlin (1998), üniform her iki ucu serbest Timoshenko kirişinin özdeğerlerinin elde edileceği bağıntıları ortaya koymuşlardır.

Üniform konik kirişin serbest titreşim analizi Banerjee (1999) tarafından dinamik rijitlik matris yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Djaoud-Maigre ve Cabrillac (2000), dinamik rijitlik matris yöntemi için serbestlik derecesi ve açılal frekans değerinin arasındaki ilişki üzerine çalışmıştır.

Dönel spiral Timoshenko kirişinin serbest titreşim analizi Yu ve Clegharn (2000) tarafından gerçekleştirilmiştir. Huang, Tseng, Chang ve Hung (2000), dairesel olmayan eğik kirişin dinamik analizini, laplace dönüşüm yöntemi ve dinamik rijitlik matris yöntemi kullanılarak gerçekleştirmişlerdir.

Hsiao ve Lin (2001), dönen Timoshenko kirişinin titreşim analizini gerçekleştirmişler ve uygulamalar sunmuşlardır. Zheng ve Fan (2001), çatlamaş Timoshenko kirişinin açılal frekans değerlerine, modifiye edilmiş fourier serilerini kullanarak ulaşmışlardır.

Burulmuş kirişin serbest titreşim analizi dinamik rijitlik matris yöntemi ile gerçekleştirilmiş ve açılal frekans değerlerine ulaşmıştır (Banerjee, 2001).

Hutchinson (2001), Timoshenko kiriş teoreminde kullanılan kesme düzeltme faktörüne, dairesel en kesitli kirişler için yeni bir yaklaşım ve bağıntılar sunmuştur.

Dış kuvvete maruz çatlamaş Timoshenko kirişinin dinamik rijitlik matrisi Khiem ve Lien (2001) tarafından oluşturulmuştur. Krawczuk, Palacz ve Ostachowicz (2002), çatlamaş Timoshenko kirişine ait açılal frekans değerleri mod analiz yöntemine alternatif olan spektral eleman metodunu kullanarak ulaşmışlardır.

Kısmi zemine gömülü kazıkların serbest titreşim analizi üzerine yapılmış, eğilme momenti, kesme kuvveti ve eksenel kuvvet etkilerinin dikkate alındığı çalışma Çatal (2006) tarafından yapılmıştır.

Soufyane (2003), bölgesel yayılı sönüm ile modellenen Timoshenko kirişinin üniform kararlılığını incelemiştir.

Gulyaev, Melnik ve Yakovenka (2004), elastik tabana oturan, hareketli kuvvet ve hareketli momente maruz Timoshenko kirişinin dinamik analizini yapmışlar ve verilen uygun salınımlar altında narin olmayan bir kiriş kesiti dikkate alınarak, oluşturulan deney düzeneği ile elde edilen sonuçlar, Timoshenko kiriş teoremi ile bulunan sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Yeşilce (2004), yatak zemin katsayısı farklı elastik zemine kısmi gömülü kazıkların serbest titreşimi üzerine çalışmıştır.

Rensburg ve Merwe (2006), tek açıklıklı Timoshenko kirişinin serbest titreşimini özdeğer problemi olarak incelemişler ve açısal frekans değerlerine ulaşmışlardır.

Üniform olmayan Timoshenko kirişi ve Bernoulli-Euler kolonunun burkulma etkisi, dinamik rijitlik yöntemi kullanılarak incelenmiş, sonuçlar sonlu elemanlar yöntemi ile kıyaslanmıştır (Yuan, Ye, Xiao, Williams ve Kennedy, 2007).

Li, Hua ve Shen (2007), kompozit tabakalanmış eksenel yüke maruz Timoshenko kirişinin poisson etkisi, eksenel deformasyonu ve dönme ataleti göz önüne alınarak dinamik rijitlik matrisini oluşturmuş, mod şekilleri, açısal frekansları ve burkulma yüklerini hesaplamışlardır.

Elastik zemine oturan kirişler üzerine genel bir çalışma Hetenyi (1946) tarafından yapılmıştır. Shirima (1992), iki parametrelili elastik temele oturan Timoshenko kirişinin hareketini ifade eden diferansiyel denklemleri türetmiş ve eleman rijitlik matrislerini oluşturmuştur.

Eksenel yüke maruz viskoelastik temele oturan sönümlü Timoshenko kirişinin bağıntıları Chen ve Sheu (1992) tarafından oluşturulmuş, uygulamalar incelenmiştir.

Thambiratnam ve Zhuge (1995) temel sonlu eleman modeli üzerinden elastik temele oturan kirişin serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Aynı modelin hareketli yüklere maruz olması durumunda kirişin dinamik analizini gerçekleştirmişlerdir (Thambiratnam ve Zhuge, 1996).

İki parametrelili değişken ile ifade edilen zemine oturan, üniform olmayan Timoshenko kirişinin serbest titreşim analizinde kullanılmak üzere sonlu eleman modeli geliştirilmiştir (Hou, Tseng ve Ling, 1996).

Hlavacek (2003), elastik zemine oturan, tek açıklıklı burkulmaya maruz Timoshenko kirişinin kesme düzeltme faktörü ve temel rijitliği ile ilişkilerini oluşturmuştur.

Kılcal çatlakları olan, elastik zemine oturan kirişin açısal frekanslarına ulaşmak için Ge ve Xu (2007), yeni bir sayısal yöntem sunmuşlardır.

Schanbl, Saje, Turk ve Planninc (2007), kompozit Timoshenko kiriş modelinin enerji denklemlerini, kesme birleşimlerini de dikkate alarak elde etmişler ve dinamik analizi sonlu elemanlar yöntemi ile gerçekleştirmişlerdir.

1.2 Amaç ve Kapsam

Bu çalışmada, üç farklı bölge özelliğine sahip, iki bölgede zemine oturan, eğilme momenti ve kesme kuvvetine maruz kesme ve dönme tesirinin dikkate alındığı, Timoshenko kiriş modelinin dinamik rijitlik matris yöntemi ile serbest titreşimine ait açısal frekanslarının hesaplanması; zemin özelliklerinin, kiriş boyundaki değişimin açısal frekanslar üzerindeki etkisinin araştırılması amaçlanmıştır.

Basit kiriş ve konsol kiriş yanında iki ucu ankastre kiriş ve bir ucu ankastre bir ucu hareketli mesnetli kiriş olmak üzere dört adet farklı sınır koşulu için dinamik analiz gerçekleştirilmiştir.

1.3 Kabuller

Çalışmada, aşağıda belirtilen basitleştirici kabuller yapılmıştır:

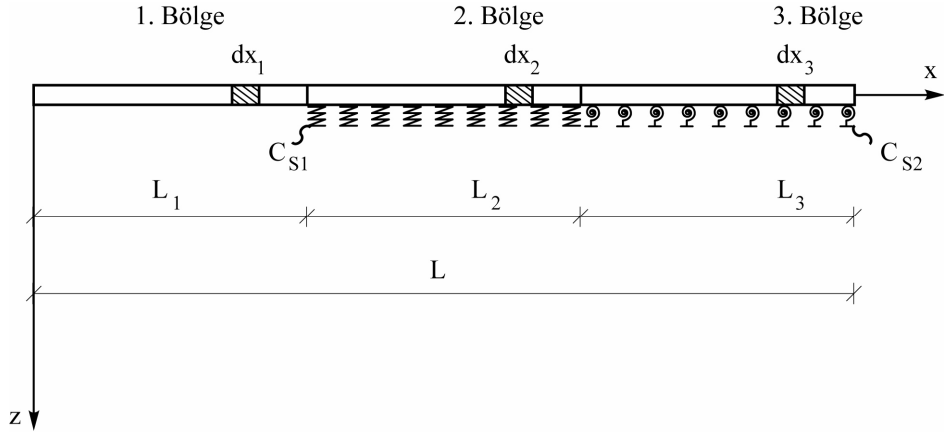
1. Malzeme davranışı doğrusal elastiktir.
2. Kiriş kesiti sabittir.
3. Kirişin oturduğu zemin, Winkler hipotezine uygun davranmaktadır.
4. Küçük deplasman teorisi geçerlidir.
5. İkinci mertebe tesirler terk edilmiştir.

BÖLÜM İKİ

TIMOSHENKO KİRİŞİNİN DİFERANSİYEL DENKLEMİNİN ELDE EDİLMESİ

2.1 Hesap Modeli ve Hesap Bölgelerinin Tanımlanması

Dikkate alınan koordinat sistemi; kiriş uzunluğu boyunca (x) eksenine, bu eksene dik (z) eksenine ile ifade edilmektedir. Bu koordinat sistemine bağlı olarak üç farklı bölgeye oturan kiriş (Şekil 2.1)'de sunulmuştur.

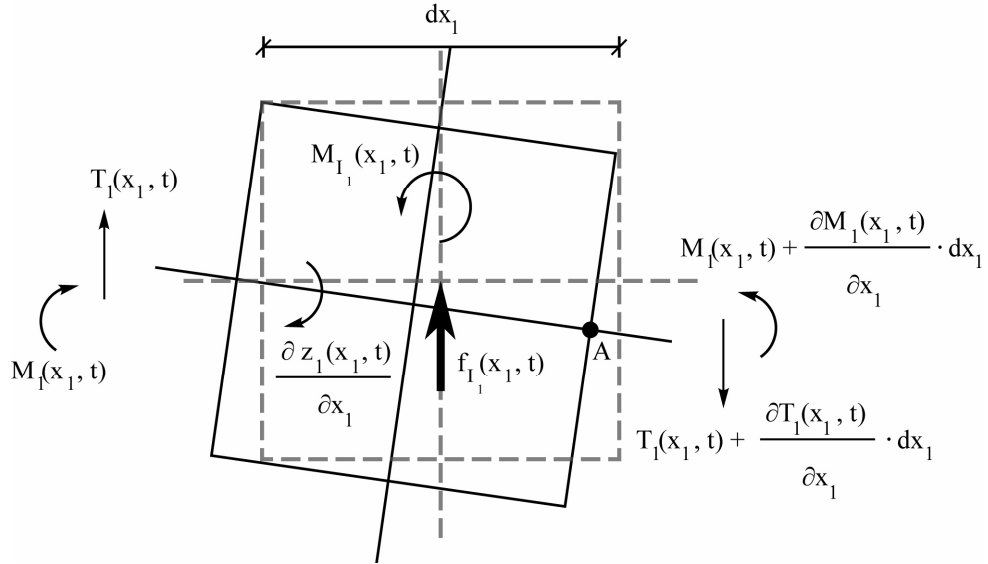


Şekil 2.1 Hesap Modeli.

(Şekil 2.1)'de kirişin bölgeleri sunulmuştur. Burada; kirişin elastik zemine oturmayan kısmı, birinci bölge; zemin etkisinin çöken yaylarla modellendiği bölge, ikinci bölge; zemin etkisinin dönen yaylarla modellendiği bölge, üçüncü bölge olarak adlandırılmıştır. Toplam kiriş açıklığı L olup birinci bölge açıklığı L_1 , ikinci bölge açıklığı L_2 , üçüncü bölge açıklığı L_3 'dür. İki ve üçüncü bölgelerdeki zemin yatak katsayıları sırasıyla C_{S1} , C_{S2} olarak gösterilmiştir. Hareket denklemlerinin oluşturulmasında kullanılmak üzere bölgelerden alınan sonsuz küçüklikteki diferansiyel parçalar ise sırasıyla dx_1 , dx_2 ve dx_3 olarak ifade edilmiştir.

2.2 Birinci Bölge için Kirişin Hareket Denkleminin Elde Edilmesi

Kirişin birinci bölgesinden çıkartılan (dx_1) uzunluğundaki diferansiyel parçaya etkiyen iç kuvvetler ve yer değiştirmeler (Şekil 2.2)'de gösterilmiştir.



Şekil 2.2 Birinci bölgeden çıkartılan diferansiyel parçaya etkiyen iç kuvvetler ve yer değiştirmeler.

Burada;

L: Kiriş uzunluğunu

$z_1(x_1, t)$: Birinci bölgeye ait elastik eğri fonksiyonunu

$T_1(x_1, t)$: Birinci bölgeye ait kesme kuvveti fonksiyonunu

$M_1(x_1, t)$: Birinci bölgeye ait eğilme momenti fonksiyonunu

$f_{11}(x_1, t)$: Birinci bölgeye ait eylemsizlik kuvvetini

$M_{I1}(x_1, t)$: Birinci bölgeye ait dönme atalet momentini

\bar{m} : Birim uzunluktaki kütle

I: Alan atalet momentini

A: En kesit alanını

EI: Eğilme rijitliğini

AG: Kayma rijitliğini

k: Kesme düzeltme faktörünü

göstermektedir.

Diferansiyel parçaya etkiyen (z) doğrultusundaki kuvvetlerin dengesi yazılırsa;

$$T_1(x,t) + \frac{\partial T_1(x_1,t)}{\partial x_1} dx_1 - f_{I_1}(x_1,t) dx_1 - T_1(x,t) = 0 \quad (2.1)$$

Denklem (2.1) elde edilir. Clough ve Penzien (1993), eylemsizlik kuvvetini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

$$f_{I_1}(x_1,t) = m \frac{\partial^2 z_1(x_1,t)}{\partial t^2} \quad (2.2)$$

Eylemsizlik kuvveti denklem (2.1)'de yerine yazılır ise denklem (2.3) elde edilir.

$$\frac{\partial T_1(x_1,t)}{\partial x_1} = m \frac{\partial^2 z_1(x_1,t)}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

(Şekil 2.1)'de belirtilen (A) noktasına göre moment dengesi yazılırsa;

$$M_1(x_1,t) - M_1(x_1,t) - \frac{\partial M_1(x_1,t)}{\partial x_1} dx_1 - M_{I_1}(x_1,t) dx_1 + T_1(x_1,t) dx_1 = 0 \quad (2.4)$$

Denklem (2.4) elde edilir. Celep ve Kumbasar (1996), dönme ataletini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

$$M_{I_1}(x_1,t) = I_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\partial z_1(x_1,t)}{\partial x_1} \right] = \frac{\bar{m}I}{A} \frac{\partial^3 z_1(x_1,t)}{\partial x_1 \partial t^2} \quad (2.5)$$

Burada I_0 kütle ataleti olup çubuk kesitler için $I_0 = \frac{\bar{m}I}{A}$ ile ifade edilmektedir.

Dönme ataleti, denklem (2.4)'de yerleştirilir ise denklem (2.6) elde edilir.

$$\frac{\partial M_1(x_1,t)}{\partial x_1} = T_1(x_1,t) - \frac{\bar{m}I}{A} \frac{\partial^3 z_1(x_1,t)}{\partial x_1 \partial t^2} \quad (2.6)$$

Eğilme ve kayma tesirlerinin birlikte incelendiği Timoshenko kiriş teoreminde elastik eğri fonksiyonu, denklem (2.7) ile ifade edilir (Çatal, 2006).

$$z(x,t) = z_b(x,t) + z_s(x,t) \quad (2.7)$$

Burada, $z_b(x,t)$; eğilme tesirleri dikkate alınan kiriş elastik eğri fonksiyonunu, $z_s(x,t)$; kayma tesirleri dikkate alınan kiriş elastik eğri fonksiyonunu göstermektedir.

Mekanikten bilindiği üzere denklem (2.7)'i aşağıdaki gibi ifade etmek mümkündür.

$$\frac{d^2 z_b(x,t)}{dx^2} = -\frac{M(x,t)}{EI} \quad (2.8)$$

$$\frac{dz_s(x,t)}{dx} = \frac{\tau}{G} = k \frac{T(x,t)}{AG} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{M(x,t)}{EI} + \frac{k}{AG} \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \quad (2.10)$$

Denklem (2.10), (x)' e göre iki kez türetilir ise denklem (2.11) elde edilir.

$$EI \frac{\partial^4 z_1(x_1,t)}{\partial x_1^4} = -\frac{\partial^2 M_1(x_1,t)}{\partial x_1^2} + \frac{kEI}{AG} \frac{\partial^3 T_1(x_1,t)}{\partial x_1^3} \quad (2.11)$$

Denklem (2.3), (x)'e göre iki kez, denklem (2.6) (x)'e göre bir kez türetilirse sırasıyla denklem (2.12) ve denklem (2.13) elde edilir.

$$\frac{\partial^3 T_1(x_1,t)}{\partial x_1^3} = m \frac{\partial^4 z_1(x_1,t)}{\partial x_1^2 \partial t^2} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial^2 M_1(x_1,t)}{\partial x_1^2} = m \frac{\partial^2 z_1(x_1,t)}{\partial t^2} - \frac{\bar{m}I}{A} \frac{\partial^4 z_1(x_1,t)}{\partial x_1^2 \partial t^2} \quad (2.13)$$

Denklem (2.12) ve denklem (2.13), denklem (2.11) de yerine yazılır ise denklem (2.14)'e ulaşılır.

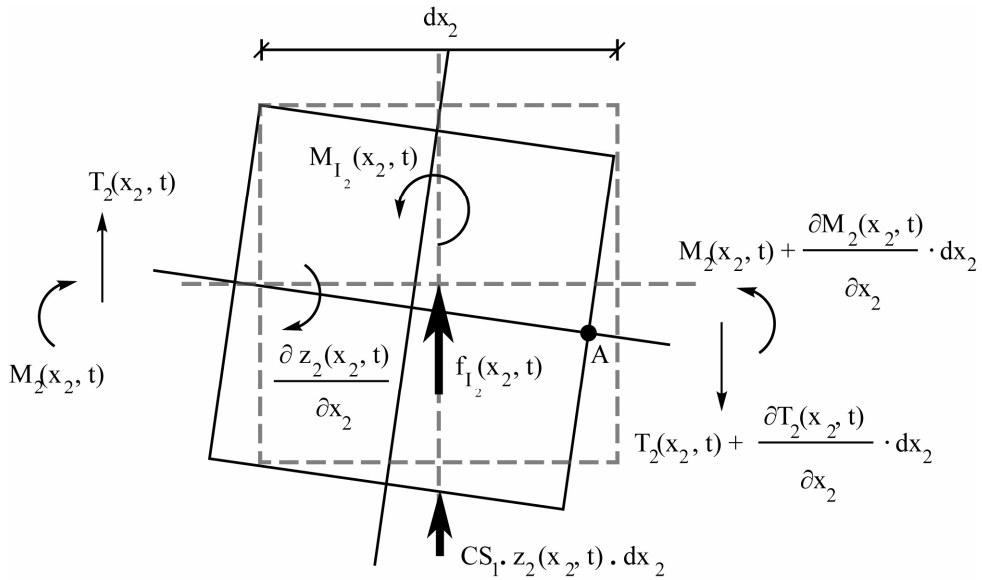
$$EI \frac{\partial^4 z_1(x,t)}{\partial x_1^4} = \left[\frac{\bar{m}I}{E} + \frac{k\bar{m}}{AG} \right] \frac{\partial^4 z_1(x_1,t)}{\partial x_1^2 \partial t^2} + \frac{kEI\bar{m}}{AG} \frac{\partial^4 z_1(x_1,t)}{\partial x_1^2 \partial t^2} - m \frac{\partial^2 z_1(x,t)}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial^4 z_1(x_1, t)}{\partial x_1^4} - \left[\frac{\bar{m}}{EA} + \frac{k\bar{m}}{AG} \right] \frac{\partial^4 z_1(x_1, t)}{\partial x_1^2 \partial t^2} + \frac{\bar{m}}{EI} \frac{\partial^2 z_1(x_1, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.15)$$

Denklem (2.15), $0 \leq x_1 \leq L_1$ tanım aralığında Timoshenko kirişinin birinci bölge serbest titreşim hareket denklemdir.

2.3 İkinci Bölge için Kirişin Hareket Denkleminin Elde Edilmesi

Kirişin ikinci bölgesinden çıkartılan (dx_2) uzunluğundaki diferansiyel parçaya etkiyen iç kuvvetler ve yer değiştirmeler (Şekil 2.3)'de gösterilmiştir.



Şekil 2.3 İkinci bölgeden çıkartılan diferansiyel parçaya etkiyen iç kuvvetler ve yer değiştirmeler.

Burada;

$z_2(x_2, t)$: İkinci bölgeye ait elastik eğri fonksiyonunu

$T_2(x_2, t)$: İkinci bölgeye ait kesme kuvveti fonksiyonunu

$M_2(x_2, t)$: İkinci bölgeye ait eğilme momenti fonksiyonunu

$f_{I_2}(x_2, t)$: İkinci bölgeye ait eylemsizlik kuvvetini

$M_{I_2}(x_2, t)$: İkinci bölgeye ait dönme atalet momentini

C_{S_1} : İkinci bölgenin oturduğu zemin yatak katsayısını

göstermektedir.

Diferansiyel parçaya etkiyen (z) doğrultusundaki kuvvetlerin dengesi yazılırsa;

$$T_2(x_2, t) + \frac{\partial T_2(x_2, t)}{\partial x_2} dx_2 - f_{I_2}(x_2, t) dx_2 - T_2(x_2, t) - C_{s1} z_2(x_2, t) dx_2 = 0 \quad (2.16)$$

Denklem (2.16) elde edilir. Clough ve Penzien (1993), eylemsizlik kuvvetini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

$$f_{I_2}(x_2, t) = m \frac{-\partial^2 z_2(x_2, t)}{\partial t^2} \quad (2.17)$$

Eylemsizlik kuvveti denklem (2.16)'da yerine yazılır ise denklem (2.18) elde edilir.

$$\frac{\partial T_2(x_2, t)}{\partial x_2} = m \frac{\partial^2 z_2(x_2, t)}{\partial t^2} + C_{s1} z_2(x_2, t) \quad (2.18)$$

(Şekil 2.2)'de belirtilen (A) noktasına göre moment dengesi yazılırsa;

$$M_2(x_2, t) - M_2(x_2, t) - \frac{\partial M_2(x_2, t)}{\partial x_2} dx_2 - M_{I_2}(x_2, t) dx_2 + T_2(x_2, t) dx_2 + C_{s1} z_2(x_2, t) dx_2 = 0 \quad (2.19)$$

denklem (2.19) elde edilir. Celep ve Kumbasar (1996), dönme ataletini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

$$M_{I_2}(x_2, t) = I_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\partial z_2(x_2, t)}{\partial x_2} \right] = \frac{\bar{m}l}{A} \frac{\partial^3 z_2(x_2, t)}{\partial x_2 \partial t^2} \quad (2.20)$$

Dönme ataleti, denklem (2.19)'da yerine yazılır ise denklem (2.21) elde edilir.

$$\frac{\partial M_2(x_2, t)}{\partial x_2} = T_2(x_2, t) - \frac{\bar{m}l}{A} \frac{\partial^3 z_2(x_2, t)}{\partial x_2 \partial t^2} \quad (2.21)$$

Eğilme ve kayma tesirlerinin birlikte incelendiği Timoshenko kiriş teoreminde elastik eğri fonksiyonu, denklem (2.22) ile ifade edilir (Çatal, 2006).

$$z(x, t) = z_b(x, t) + z_s(x, t) \quad (2.22)$$

Burada, $z_b(x,t)$; eğilme tesirleri dikkate alınan kiriş elastik eğri fonksiyonunu, $z_s(x,t)$; kayma tesirleri dikkate alınan kiriş elastik eğri fonksiyonunu göstermektedir.

Denklem (2.8), (x)' e göre iki kez türetilir ise denklem (2.23) elde edilir.

$$EI \frac{\partial^4 z_2(x_2,t)}{\partial x_2^4} = -\frac{\partial^2 M_2(x_2,t)}{\partial x_2^2} + \frac{kEI}{AG} \frac{\partial^3 T_2(x_2,t)}{\partial x_2^3} \quad (2.23)$$

Denklem (2.18) (x)' e göre iki kez, denklem (2.21) (x)' e göre bir kez türetilirse sırasıyla denklem (2.24) ve denklem (2.25) elde edilir.

$$\frac{\partial^3 T_2(x_2,t)}{\partial x_2^3} = m \frac{\partial^4 z_2(x_2,t)}{\partial x_2^2 \partial t^2} + C_{s1} \frac{\partial^2 z_2(x_2,t)}{\partial x_2^2} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial^2 M_2(x_2,t)}{\partial x_2^2} = m \frac{\partial^2 z_2(x_2,t)}{\partial t^2} - \frac{\bar{m}I}{A} \frac{\partial^3 z_2(x_2,t)}{\partial x_2 \partial t^2} + C_{s1} z_2(x_2,t) \quad (2.25)$$

Denklem (2.24) ve denklem (2.25), denklem (2.23)'de ilgili yerlere yazılır ise denklem (2.26) a ulaşılır.

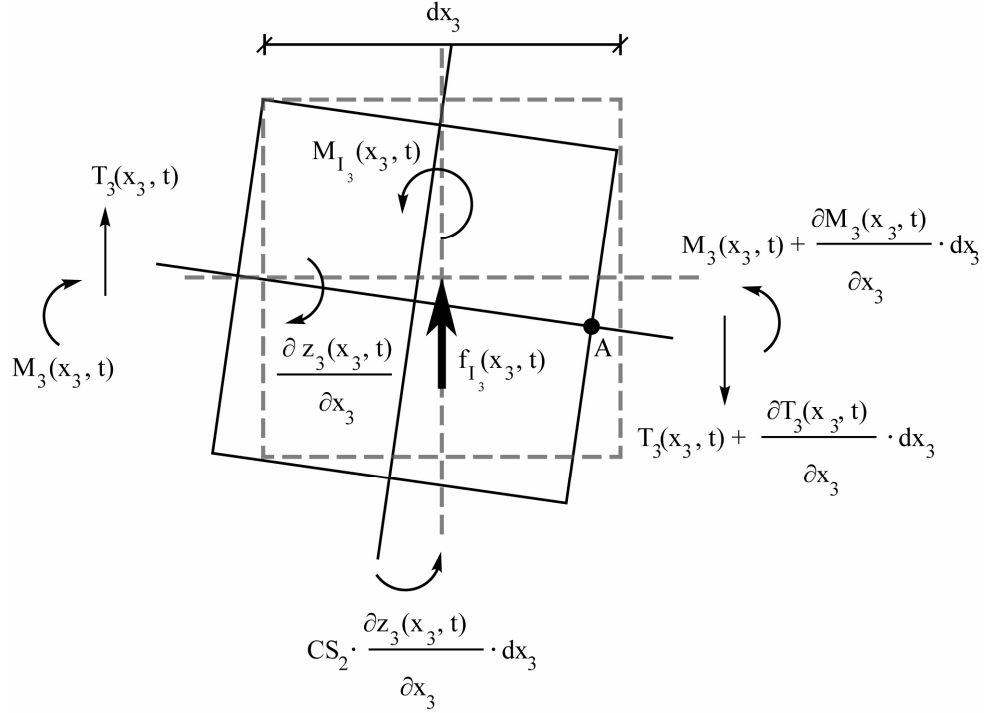
$$EI \frac{\partial^4 z_2(x_2,t)}{\partial x_2^4} = \frac{\bar{m}I}{A} \frac{\partial^4 z_2(x_2,t)}{\partial x_2^2 \partial t^2} + \frac{kEI\bar{m}}{AG} \frac{\partial^4 z_2(x_2,t)}{\partial x_2^2 \partial t^2} - m \frac{\partial^2 z_2(x_2,t)}{\partial t^2} - C_{s1} z_2(x_2,t) + \frac{kEIC_{s1}}{AG} \frac{\partial^2 z_2(x_2,t)}{\partial x_2^2} \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial^4 z_2(x_2,t)}{\partial x_2^4} - \left[\frac{\bar{m}}{EA} + \frac{k\bar{m}}{AG} \right] \frac{\partial^4 z_2(x_2,t)}{\partial x_2^2 \partial t^2} + \frac{\bar{m}}{EI} \frac{\partial^2 z_2(x_2,t)}{\partial t^2} - \frac{kC_{s1}}{AG} \frac{\partial^2 z_2(x_2,t)}{\partial x_2^2} + \frac{C_{s1}}{EI} z_2(x_2,t) = 0 \quad (2.27)$$

Denklem (2.27), $0 \leq x_2 \leq L_2$ tanım aralığında Timoshenko kirişinin ikinci bölge serbest titreşim hareket denklemidir.

2.4 Üçüncü Bölge için Kirişin Hareket Denkleminin Elde Edilmesi

Kirişin üçüncü bölgesinden çıkartılan (dx_3) uzunluğundaki diferansiyel parçaya etkiyen iç kuvvetler ve yer değiştirmeler (Şekil 2.4) de gösterilmiştir.



Şekil 2.4 Üçüncü bölgeden çıkartılan diferansiyel parçaya etkiyen iç kuvvetler ve yer değiştirmeler.

Burada;

$z_3(x_3, t)$: Üçüncü bölgeye ait elastik eğri fonksiyonunu

$T_3(x_3, t)$: Üçüncü bölgeye ait kesme kuvveti fonksiyonunu

$M_3(x_3, t)$: Üçüncü bölgeye ait eğilme momenti fonksiyonunu

$f_{I_3}(x_3, t)$: Üçüncü bölgeye ait eylemsizlik kuvvetini

$M_{I_3}(x_3, t)$: Üçüncü bölgeye ait dönme atalet momentini

C_{S_2} : Üçüncü bölgenin oturduğu zemin yatak katsayısını göstermektedir.

Diferansiyel parçaya etkiyen (z) doğrultusundaki kuvvetlerin dengesi yazılırsa;

$$T_3(x_3, t) + \frac{\partial T_3(x_3, t)}{\partial x_3} dx_3 - f_{I_3}(x_3, t) dx_3 - T_3(x_3, t) = 0 \quad (2.28)$$

denklem (2.28) elde edilir. Clough ve Penzien (1993), eylemsizlik kuvvetini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

$$f_{I_3}(x_3, t) = m \frac{\partial^2 z_3(x_3, t)}{\partial t^2} \quad (2.29)$$

Eylemsizlik kuvveti denklem (2.28)'de yerine yazılır ise denklem (2.30) elde edilir.

$$\frac{\partial T_3(x_3, t)}{\partial x_3} = m \frac{\partial^2 z_3(x_3, t)}{\partial t^2} \quad (2.30)$$

(Şekil 2.3)'de belirtilen (A) noktasına göre moment dengesi yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} M_3(x_3, t) - M_3(x_3, t) - \frac{\partial M_3(x_3, t)}{\partial x_3} dx_3 \\ - M_{I_3}(x_3, t) dx_3 + T_3(x_3, t) dx_3 + C_{S2} \frac{\partial z_3(x_3, t)}{\partial x_3} dx_3 = 0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Celep ve Kumbasar (1996), dönme ataletini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

$$M_{I_3}(x_3, t) = I_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\partial z_3(x_3, t)}{\partial x_3} \right] = \frac{\bar{m}I}{A} \frac{\partial^3 z_3(x_3, t)}{\partial x_3 \partial t^2} \quad (2.32)$$

Dönme ataleti, denklem (2.31)'de yerleştirilir ise denklem (2.32) elde edilir.

$$\frac{\partial M_3(x_3, t)}{\partial x_3} = T_3(x_3, t) - \frac{\bar{m}I}{A} \frac{\partial^3 z_3(x_3, t)}{\partial x_3 \partial t^2} - C_{S2} \frac{\partial z_3(x_3, t)}{\partial x_3} \quad (2.33)$$

Eğilme ve kayma tesirlerinin birlikte incelendiği Timoshenko kiriş teoreminde elastik eğri fonksiyonu, denklem (2.34) ile ifade edilir (Çatal, 2006).

$$z(x, t) = z_b(x, t) + z_s(x, t) \quad (2.34)$$

Burada, $z_b(x,t)$; eğilme tesirleri dikkate alınan kiriş elastik eğri fonksiyonunu, $z_s(x,t)$; kayma tesirleri dikkate alınan kiriş elastik eğri fonksiyonunu göstermektedir.

$$\frac{d^2 z_b(x,t)}{dx^2} = -\frac{M(x,t)}{EI} \quad (2.35)$$

$$\frac{dz_s(x,t)}{dx} = \frac{\tau}{G} = k \frac{T_y}{AG} \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{M(x,t)}{EI} + \frac{k}{AG} \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \quad (2.37)$$

Denklem (2.37) (x)' e göre iki kez türetilir ise denklem (2.38) elde edilir.

$$EI \frac{\partial^4 z_3(x_3,t)}{\partial x_3^4} = -\frac{\partial^2 M_3(x_3,t)}{\partial x_3^2} + \frac{kEI}{AG} \frac{\partial^3 T_3(x_3,t)}{\partial x_3^3} \quad (2.38)$$

Denklem (2.30) (x)' e göre iki kez, denklem (2.33) (x)' e göre bir kez türetilirse sırasıyla denklem (2.39) ve denklem (2.40) elde edilir.

$$\frac{\partial^3 T_3(x_3,t)}{\partial x_3^3} = m \frac{\partial^4 z_3(x_3,t)}{\partial x_3^2 \partial t^2} \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial^2 M_3(x_3,t)}{\partial x_3^2} = m \frac{\partial^2 z_3(x_3,t)}{\partial t^2} - \frac{\bar{m}I}{A} \frac{\partial^4 z_3(x_3,t)}{\partial x_3^2 \partial t^2} + C_{s2} \frac{\partial^2 z_3(x_3,t)}{\partial x_3^2} \quad (2.40)$$

Denklem (2.39) ve denklem (2.40), denklem (2.38)'de ilgili yerlere yazılır ise denklem (2.41)'e ulaşılır.

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 z_3(x_3,t)}{\partial x_3^4} &= \frac{\bar{m}I}{A} \frac{\partial^4 z_3(x_3,t)}{\partial x_3^2 \partial t^2} + \frac{kEI\bar{m}}{AG} \frac{\partial^4 z_3(x_3,t)}{\partial x_3^2 \partial t^2} \\ -m \frac{\partial^2 z_3(x_3,t)}{\partial t^2} - C_{s2} \frac{\partial^2 z_3(x_3,t)}{\partial x_3^2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial^4 z_3(x_3, t)}{\partial x_3^4} - \left[\frac{\bar{m}}{EA} + \frac{k\bar{m}}{AG} \right] \frac{\partial^4 z_3(x_3, t)}{\partial x_3^2 \partial t^2} + \frac{\bar{m}}{EI} \frac{\partial^2 z_3(x_3, t)}{\partial t^2} - \frac{C_{s2}}{EI} \frac{\partial^2 z_3(x_3, t)}{\partial x_3^2} = 0 \quad (2.42)$$

Denklem (2.42), $0 \leq x_3 \leq L_3$ tanım aralığında Timoshenko kirişinin üçüncü bölge serbest titreşim hareket denklemdir.

BÖLÜM ÜÇ

HAREKET DENKLEMLERİNİN BOYUTSUZLAŞTIRILMASI

3.1 Boyutsuzlaştırmanın Amacı

Denklemlerin boyutsuzlaştırılması ile giriş açıklığına bağımlı kalmaksızın her üç bölge açıklığının, toplam açıklığa oranı ile çalışıldığından boyutsuz değişken, çeşitliliğe ve kodlamaya elverişli olup programlamada büyük kolaylık sağlanmış olur. Bu açıdan, çalışmada (x) konum parametresi yerine (ξ_i) boyutsuz konum parametresi kullanılmıştır.

(i) indisi bölgeleri ifade etmek üzere, boyutsuz (ξ_i) konum parametresi; (x_i) konum parametresinin, (L) giriş uzunluğuna bölümüne eşittir:

$$\xi_i = \frac{x_i}{L} \quad (3.1)$$

Denklem (3.1)'den (x_i) konum parametresi çekilirse;

$$x_i = \xi_i \cdot L \quad (3.2)$$

denklemini elde edilir.

$$\partial x_i = \partial \xi_i \cdot L \quad (3.3)$$

olacağından sırasıyla aşağıdaki bağıntılar yazılır:

$$\partial x_i^2 = \partial \xi_i^2 \cdot L^2 \quad (3.4)$$

$$\partial x_i^3 = \partial \xi_i^3 \cdot L^3 \quad (3.5)$$

$$\partial x_i^4 = \partial \xi_i^4 \cdot L^4 \quad (3.6)$$

Çözümün geçerli olduğu $0 \leq x_i \leq L_i$ tanım aralığı, boyutsuz konum parametresi için $0 \leq \xi_i \leq L_i / L$ dir.

3.2 Birinci Bölgeye ait Hareket Denkleminin Boyutsuzlaştırılması

Birinci bölgeye ait $0 \leq x_1 \leq L_1$ tanım aralığındaki hareket denkleminde, (x) konum parametresi yerine (ξ_1) boyutsuz konum parametresi kullanılır ise denklem (3.7) elde edilir.

$$\frac{\partial^4 z_1(\xi_1, t)}{\partial \xi_1^4} - \left[\frac{\bar{m}L^2}{EA} + \frac{k\bar{m}L^2}{AG} \right] \frac{\partial^4 z_1(\xi_1, t)}{\partial \xi_1^2 \partial t^2} + \frac{\bar{m}L^4}{EI} \frac{\partial^2 z_1(\xi_1, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.7)$$

3.3 İkinci Bölgeye ait Hareket Denkleminin Boyutsuzlaştırılması

İkinci bölgeye ait $0 \leq x_2 \leq L_2$ tanım aralığındaki hareket denkleminde, (x) konum parametresi yerine (ξ_2) boyutsuz konum parametresi kullanılır ise denklem (3.8) elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 z_2(\xi_2, t)}{\partial \xi_2^4} - \left[\frac{\bar{m}L^2}{EA} + \frac{k\bar{m}L^2}{AG} \right] \frac{\partial^4 z_2(\xi_2, t)}{\partial \xi_2^2 \partial t^2} + \frac{\bar{m}L^4}{EI} \frac{\partial^2 z_2(\xi_2, t)}{\partial t^2} \\ - \frac{kC_{s1}L^2}{AG} \frac{\partial^2 z_2(\xi_2, t)}{\partial \xi_2^2} + \frac{C_{s1}L^4}{EI} z_2(\xi_2, t) = 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.4 Üçüncü Bölgeye ait Hareket Denkleminin Boyutsuzlaştırılması

Üçüncü bölgeye ait $0 \leq x_3 \leq L_3$ tanım aralığındaki hareket denkleminde, (x) konum parametresi yerine (ξ_3) boyutsuz konum parametresi kullanılır ise denklem (3.9) elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 z_3(\xi_3, t)}{\partial \xi_3^4} - \left[\frac{\bar{m}L^2}{EA} + \frac{k\bar{m}L^2}{AG} \right] \frac{\partial^4 z_3(\xi_3, t)}{\partial \xi_3^2 \partial t^2} + \frac{\bar{m}L^4}{EI} \frac{\partial^2 z_3(\xi_3, t)}{\partial t^2} \\ - \frac{C_{s2}L^2}{EI} \frac{\partial^2 z_3(\xi_3, t)}{\partial \xi_3^2} = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

BÖLÜM DÖRT

BOYUTSUZ DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN ÇÖZÜLMESİ VE İÇ TESİRLERİN ELDE EDİLMESİ

4.1 Birinci Bölgeye ait Boyutsuz Hareket Denklemine Çözülmesi

Birinci bölgeye ait boyutsuz hareket denklemi, denklem (3.7)'nin çözümü için değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılmıştır (Zill ve Cullen, 2001). Yöntemin uygulanabilmesi için yer değiştirme fonksiyonu denklem (4.1)'de belirtildiği şekilde ifade edilmiştir.

$$z_1(\xi_1, t) = \phi_1(\xi_1) \cdot \sin(\omega t + \alpha') \quad (4.1)$$

Burada; $z_1(\xi_1, t)$, kirişin birinci bölge için boyutsuz yer değiştirme fonksiyonunu; $\phi_1(\xi_1)$, konuma bağlı boyutsuz şekil fonksiyonunu; ω doğal açısal frekans ve α' faz açısı olmak üzere $\sin(\omega t + \alpha')$ zamana bağlı şekil fonksiyonunu göstermektedir.

Denklem (3.7)'de deplasman fonksiyonu yerine denklem (4.1) ve ilgili türevleri yazılırsa denklem (4.2)'ye ulaşılır.

$$\phi_1^{IV}(\xi_1) + \beta_1 \phi_1''(\xi_1) - \lambda_1 \phi_1(\xi_1) = 0 \quad (4.2)$$

Burada β_1 ve λ_1 ,

$$\beta_1 = \left[\frac{\bar{m}\omega^2 L^2}{EA} + \frac{k\bar{m}\omega^2 L^2}{AG} \right] \quad (4.3)$$

$$\lambda_1 = \frac{\bar{m}\omega^2 L^4}{EI} \quad (4.4)$$

göstermektedir.

Denklem (4.2)'nin çözümünden;

$$D_1 = (\Delta_1)^{0.5} \quad , \quad D_2 = (-\Delta_2)^{0.5} \quad (4.5)$$

bulunur.

Burada γ_1 , Δ_1 ve Δ_2 ;

$$\gamma_1 = \left(\frac{\beta_1}{2} \right)^2 + \lambda_1 \quad \gamma_1 > 0 \quad (4.6)$$

$$\Delta_1 = \frac{-\beta_1 + \sqrt{4\gamma_1}}{2} = -\frac{\beta_1}{2} + (\gamma_1)^{0.5} \quad \Delta_1 > 0 \quad (4.7)$$

$$\Delta_2 = \frac{-\beta_1 - \sqrt{4\gamma_1}}{2} = -\frac{\beta_1}{2} - (\gamma_1)^{0.5} \quad \Delta_2 < 0 \quad (4.8)$$

göstermektedir.

Bulunan köklere ait şekil fonksiyonu denklem (4.9) ile ifade edilir. Burada c_1 , c_2 , c_3 ve c_4 integrasyon sabitlerini göstermektedir.

$$\phi_1(\xi_1) = c_1 \cosh(D_1 \xi_1) + c_2 \sinh(D_1 \xi_1) + c_3 \cos(D_2 \xi_1) + c_4 \sin(D_2 \xi_1) \quad (4.9)$$

4.1.1 Birinci Bölgeye ait İç Tesirlerin Elde Edilmesi

Denklem (4.9), denklem (4.1)'de yerine yazılır ise $0 \leq \xi_1 \leq \frac{L_1}{L}$ tanım aralığındaki birinci bölgeye ait elastik eğri fonksiyonuna ulaşılır.

İkinci bölümde elde edilen denklem (2.10)'da eğilme momenti fonksiyonu çekilir, kesme kuvveti fonksiyonunun ilgili türevi bu denklemde yerine yazılır ise denklem (4.10) elde edilir.

$$M_1(x_1, t) = \frac{kE \bar{I} m}{AG} \frac{\partial^2 z_1(x_1, t)}{\partial t_1^2} - EI \frac{\partial^2 z_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} \quad (4.10)$$

Denklem (4.10) $0 \leq x_1 \leq L_1$ tanım aralığındaki birinci bölge için eğilme fonksiyonunu ifade eder. Eğilme momenti fonksiyonu aynı aralıkta boyutsuz olarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$M_1(\xi_1, t) = \left[-\frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} \phi_1(\xi_1) - \frac{EI}{L^2} \phi_1''(\xi_1) \right] \sin(\omega t + \alpha') \quad (4.11)$$

Eğilme momenti fonksiyonunu (x)'e göre bir kez türetmek suretiyle kesme kuvveti fonksiyonuna ulaşılır.

$$T_1(x_1, t) = \frac{kE \overline{\text{Im}}}{AG} \frac{\partial^3 z_1(x_1, t)}{\partial x \partial t_1^2} - EI \frac{\partial^3 z_1(x_1, t)}{\partial x_1^3} \quad (4.12)$$

Denklem (4.12) ; $0 \leq x_1 \leq L_1$ tanım aralığındaki birinci bölgeye ait kesme kuvveti fonksiyonunu ifade eder. Kesme kuvveti fonksiyonu aynı aralıkta boyutsuz olarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$T_1(\xi_1, t) = \left[-\frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AGL} \phi_1'(\xi_1) - \frac{EI}{L^3} \phi_1'''(\xi_1) \right] \sin(\omega t + \alpha') \quad (4.13)$$

4.2 İkinci Bölgeye ait Boyutsuz Hareket Denkleminin Çözülmesi

İkinci bölgeye ait boyutsuz hareket denklemi, denklem (3.8)'nin çözümü için değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılmıştır. Yöntemin uygulanabilmesi için yer değiştirme fonksiyonu denklem (4.14)'de belirtildiği şekilde ifade edilmiştir.

$$z_2(\xi_2, t) = \phi_2(\xi_2) \cdot \sin(\omega t + \alpha') \quad (4.14)$$

Burada; $z_2(\xi_2, t)$, kirişin ikinci bölge için boyutsuz yer değiştirme fonksiyonunu; $\phi_2(\xi_2)$, konuma bağlı boyutsuz şekil fonksiyonunu göstermektedir.

Denklem (3.8)'de deplasman fonksiyonu yerine denklem (4.14) ve ilgili türevleri yazılırsa denklem (4.15)'e ulaşılır.

$$\phi_2^{IV}(\xi_2) + \beta_2 \phi_2''(\xi_2) - \lambda_2 \phi_2(\xi_2) = 0 \quad (4.15)$$

Burada β_2 ve λ_2 ,

$$\beta_2 = \frac{\bar{m}w^2 L^2}{EA} + \frac{k\bar{m}w^2 L^2}{AG} - \frac{kC_{s1} L^2}{AG} \quad (4.16)$$

$$\lambda_2 = \frac{L^4(\bar{m}w^2 - C_{s1})}{EI} \quad (4.17)$$

göstermektedir.

Denklem (4.15)'in çözümünden; köklerin işaretleri belirlenemediği için aşağıda belirtilen yedi farklı duruma ait şekil fonksiyonu dikkate alınacaktır. Burada c_5 , c_6 , c_7 ve c_8 integrasyon sabitlerini göstermektedir.

1) $\gamma_2 > 0$, $\Delta_3 > 0$, $\Delta_4 > 0$ Durumu

$$D_3 = (\Delta_3)^{0.5} \quad D_4 = (\Delta_4)^{0.5} \quad (4.18)$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) + c_7 \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 \sinh(D_4 \xi_2) \quad (4.19)$$

2) $\gamma_2 > 0$, $\Delta_3 > 0$, $\Delta_4 < 0$ Durumu

$$D_3 = (\Delta_3)^{0.5} \quad D_4 = (-\Delta_4)^{0.5} \quad (4.20)$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) + c_7 \cos(D_4 \xi_2) + c_8 \sin(D_4 \xi_2) \quad (4.21)$$

3) $\gamma_2 > 0$, $\Delta_3 < 0$, $\Delta_4 > 0$ Durumu

$$D_3 = (-\Delta_3)^{0.5} \quad D_4 = (\Delta_4)^{0.5} \quad (4.22)$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) + c_7 \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 \sinh(D_4 \xi_2) \quad (4.23)$$

4) $\gamma_2 > 0$, $\Delta_3 < 0$, $\Delta_4 < 0$ Durumu

$$D_3 = (-\Delta_3)^{0.5} \quad D_4 = (-\Delta_4)^{0.5} \quad (4.24)$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) + c_7 \cos(D_4 \xi_2) + c_8 \sin(D_4 \xi_2) \quad (4.25)$$

5) $\gamma_2 < 0$ Durumu

$$\begin{aligned} \phi_2(\xi_2) = & c_5 [\cosh(r_1 \alpha_1 \xi_2) \cos(r_1 \alpha_1 \xi_2)] + c_6 [\sinh(r_1 \alpha_1 \xi_2) \cos(r_1 \alpha_2 \xi_2)] \\ & + c_7 [\cosh(r_1 \alpha_1 \xi_2) \sin(r_1 \alpha_2 \xi_2)] + c_8 [\sinh(r_1 \alpha_1 \xi_2) \cos(r_1 \alpha_2 \xi_2)] \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\alpha_1 = \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \quad \alpha_2 = \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \quad (4.27)$$

$$r_1 = (-\lambda_2)^{0.25} \quad \theta_1 = \arctg\left[\frac{-2(-\beta_2/2 - \lambda_2)^{0.5}}{\beta_2}\right] \quad (4.28)$$

6) $\gamma_2 = 0$, $\Delta_3 = \Delta_4 > 0$ Durumu

$$D_3 = D_4 = (\Delta_3)^{0.5} = (\Delta_4)^{0.5} \quad (4.29)$$

$$\Delta_3 = \Delta_4 = \frac{\beta_2}{2\lambda_2} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} \phi_2(\xi_2) = & c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) \\ & + c_7 \xi_2 \cosh(D_3 \xi_2) + c_8 \xi_2 \sinh(D_3 \xi_2) \end{aligned} \quad (4.31)$$

7) $\gamma_2 = 0$, $\Delta_3 = \Delta_4 < 0$ Durumu

$$D_3 = D_4 = (-\Delta_3)^{0.5} = (-\Delta_4)^{0.5} \quad (4.32)$$

$$\Delta_3 = \Delta_4 = \frac{\beta_2}{2\lambda_2} \quad (4.33)$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) + c_7 \xi_2 \cos(D_3 \xi_2) + c_8 \xi_2 \sin(D_3 \xi_2) \quad (4.34)$$

Burada, γ_2 , Δ_3 , Δ_4 ;

$$\gamma_2 = \left(\frac{\beta_2}{2} \right)^2 + \lambda_2 \quad (4.35)$$

$$\Delta_3 = \frac{-\beta_2 + \sqrt{4\gamma_2}}{2} = -\frac{\beta_2}{2} + (\gamma_2)^{0.5} \quad (4.36)$$

$$\Delta_4 = \frac{-\beta_2 - \sqrt{4\gamma_2}}{2} = -\frac{\beta_2}{2} - (\gamma_2)^{0.5} \quad (4.37)$$

göstermektedir.

4.2.1 İkinci Bölgeye ait İç Tesirlerin Elde Edilmesi

İkinci bölgeye ait denklem köklerine bağlı olarak yedi farklı şekil fonksiyonu mevcuttur. Köklerin işaretine uygun olan şekil fonksiyonu, denklem (4.14)'de yerine konur ise $0 \leq \xi_2 \leq \frac{L_2}{L}$ tanım aralığındaki ikinci bölgeye ait elastik eğri fonksiyonuna ulaşılır.

İkinci bölümde elde edilen denklem (2.10)'da eğilme momenti fonksiyonu çekilir, kesme kuvveti fonksiyonunun ilgili türevi bu denklemde yerine yazılır ise denklem (4.38) elde edilir.

$$M_2(x_2, t) = \frac{kE \bar{I} m}{AG} \frac{\partial^2 z_2(x_2, t)}{\partial t_2^2} + \frac{kEI}{AG} C_{S1z_2}(x_2, t) - EI \frac{\partial^2 z_2(x_2, t)}{\partial x_2^2} \quad (4.38)$$

Denklem (4.38); $0 \leq x_2 \leq L_2$ tanım aralığındaki ikinci bölge için eğilme fonksiyonunu ifade eder. Eğilme momenti fonksiyonu aynı aralıkta boyutsuz olarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$M_2(\xi_2, t) = \left\{ \left[-\frac{kE \bar{I} m w^2}{AG} + \frac{kEIC_{s1}}{AG} \right] \phi_2(\xi_2) - \left[\frac{EI}{L^2} \right] \phi_2''(\xi_2) \right\} \sin(\omega t + \alpha') \quad (4.39)$$

Eğilme momenti fonksiyonunu (x)'e göre bir kez türetmek suretiyle kesme kuvveti fonksiyonuna ulaşılır.

$$T_2(x_2, t) = \frac{kE \bar{I} m}{AG} \frac{\partial^3 z_2(x_2, t)}{\partial x_2 \partial t_1^2} + \frac{kEIC_{s1}}{AG} \frac{\partial z_2(x_2, t)}{\partial x_2} - EI \frac{\partial^3 z_2(x_2, t)}{\partial x_2^3} \quad (4.40)$$

Denklem (4.40); $0 \leq x_2 \leq L_2$ tanım aralığındaki ikinci bölgeye ait kesme kuvveti fonksiyonunu ifade eder. Kesme kuvveti fonksiyonu aynı aralıkta boyutsuz olarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$T_2(\xi_2, t) = \left\{ \left[\frac{kEIC_{s1}}{AGL} - \frac{kE \bar{I} m^2}{AGL} \right] \phi_2'(\xi_2) - \left[\frac{EI}{L^3} \right] \phi_2'''(\xi_2) \right\} \sin(\omega t + \alpha') \quad (4.41)$$

4.3 Üçüncü Bölgeye ait Boyutsuz Hareket Denkleminin Çözülmesi

Üçüncü bölgeye ait boyutsuz hareket denklemi, denklem (3.9) un diferansiyel çözümü için değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılmıştır. Yöntemin uygulanabilmesi için yer değiştirme fonksiyonu denklem (4.42) de belirtildiği şekilde ifade edilmiştir.

$$z_3(\xi_3, t) = \phi_3(\xi_3) \cdot \sin(\omega t + \alpha') \quad (4.42)$$

Burada; $z_3(\xi_3, t)$, kirişin üçüncü bölge için boyutsuz yer değiştirme fonksiyonunu; $\phi_3(\xi_3)$, konuma bağlı boyutsuz şekil fonksiyonunu göstermektedir.

Denklem (3.9)'da deplasman fonksiyonu yerine denklem (4.42) ve ilgili türevleri yazılırsa denklem (4.43)'e ulaşılır.

$$\phi_3^{IV}(\xi_3) + \beta_3 \phi_3''(\xi_3) - \lambda_3 \phi_3(\xi_3) = 0 \quad (4.43)$$

Burada β_3 ve λ_3 ;

$$\beta_3 = \frac{\bar{m}w^2 L^2}{EA} + \frac{k\bar{m}w^2 L^2}{AG} - \frac{C_{s2} L^2}{EI} \quad (4.44)$$

$$\lambda_3 = \frac{\bar{m}w^2 L^4}{EI} \quad (4.45)$$

göstermektedir.

Denklem (4.43)'ün çözümünden; köklerin işaretleri belirlenemediği için aşağıda belirtilen yedi farklı duruma ait şekil fonksiyonu dikkate alınacaktır. Burada c_9 , c_{10} , c_{11} ve c_{12} integrasyon sabitlerini göstermektedir.

1) $\gamma_3 > 0$, $\Delta_5 > 0$, $\Delta_6 > 0$ Durumu

$$D_5 = (\Delta_5)^{0.5} \quad D_6 = (\Delta_6)^{0.5} \quad (4.46)$$

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{11} \cosh(D_6 \xi_3) + c_{12} \sinh(D_6 \xi_3) \quad (4.47)$$

2) $\gamma_3 > 0$, $\Delta_5 > 0$, $\Delta_6 < 0$ Durumu

$$D_5 = (\Delta_5)^{0.5} \quad D_6 = (-\Delta_6)^{0.5} \quad (4.48)$$

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{11} \cos(D_6 \xi_3) + c_{12} \sin(D_6 \xi_3) \quad (4.49)$$

3) $\gamma_3 > 0$, $\Delta_5 < 0$, $\Delta_6 > 0$ Durumu

$$D_5 = (-\Delta_5)^{0.5} \quad D_6 = (\Delta_6)^{0.5} \quad (4.50)$$

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) + c_{11} \cosh(D_6 \xi_3) + c_{12} \sinh(D_6 \xi_3) \quad (4.51)$$

4) $\gamma_3 > 0$, $\Delta_5 < 0$, $\Delta_6 < 0$ Durumu

$$D_5 = (-\Delta_5)^{0.5} \quad D_6 = (-\Delta_6)^{0.5} \quad (4.52)$$

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) + c_{11} \cos(D_6 \xi_3) + c_{12} \sin(D_6 \xi_3) \quad (4.53)$$

5) $\gamma_3 < 0$ Durumu

$$\begin{aligned} \phi_3(\xi_3) = & c_9 [\cosh(r_2 \alpha_3 \xi_3) \cos(r_2 \alpha_4 \xi_3)] + c_{10} [\sinh(r_2 \alpha_3 \xi_3) \cos(r_2 \alpha_4 \xi_3)] \\ & + c_{11} [\cosh(r_2 \alpha_3 \xi_3) \sin(r_2 \alpha_4 \xi_3)] + c_{12} [\sinh(r_2 \alpha_3 \xi_3) \sin(r_2 \alpha_4 \xi_3)] \end{aligned} \quad (4.54)$$

$$\alpha_3 = \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \quad \alpha_4 = \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \quad (4.55)$$

$$r_2 = (-\lambda_3)^{0.25} \quad \theta_2 = \arctg\left[\frac{-2(-\beta_3/2 - \lambda_3)^{0.5}}{\beta_3}\right] \quad (4.56)$$

6) $\gamma_3 = 0$, $\Delta_5 = \Delta_6 > 0$ Durumu

$$D_5 = D_6 = (\Delta_5)^{0.5} = (\Delta_6)^{0.5} \quad (4.57)$$

$$\Delta_5 = \Delta_6 = \frac{\beta_3}{2\lambda_3} \quad (4.58)$$

$$\begin{aligned} \phi_3(\xi_3) = & c_9 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) \\ & + c_{11} \xi_3 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{12} \xi_3 \sinh(D_5 \xi_3) \end{aligned} \quad (4.59)$$

7) $\gamma_3 = 0$, $\Delta_5 = \Delta_6 < 0$ Durumu

$$D_5 = D_6 = (-\Delta_5)^{0.5} = (-\Delta_6)^{0.5} \quad (4.60)$$

$$\Delta_5 = \Delta_6 = \frac{\beta_3}{2\lambda_3} \quad (4.61)$$

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) + c_{11} \xi_3 \cos(D_5 \xi_3) + c_{12} \xi_3 \sin(D_5 \xi_3) \quad (4.62)$$

Burada, γ_3 , Δ_5 , Δ_6 ;

$$\gamma_3 = \left(\frac{\beta_3}{2}\right)^2 + \lambda_3 \quad (4.63)$$

$$\Delta_5 = \frac{-\beta_3 + \sqrt{4\gamma_3}}{2} = -\frac{\beta_3}{2} + (\gamma_3)^{0.5} \quad (4.64)$$

$$\Delta_6 = \frac{-\beta_3 - \sqrt{4\gamma_3}}{2} = -\frac{\beta_3}{2} - (\gamma_3)^{0.5} \quad (4.65)$$

göstermektedir.

4.3.1 Üçüncü Bölgeye ait İç Tesirlerin Elde Edilmesi

Üçüncü bölgeye ait denklem köklerine bağlı olarak yedi farklı şekil fonksiyonu mevcuttur. Köklerin işaretine uygun olan şekil fonksiyonu denklem (4.42)'de yerine konur ise $0 \leq \xi_3 \leq \frac{L_3}{L}$ tanım aralığındaki üçüncü bölgeye ait elastik eğri fonksiyonuna ulaşılır.

İkinci bölümde elde edilen denklem (2.10)'da eğilme momenti fonksiyonu çekilir, kesme kuvveti fonksiyonunun ilgili türevi bu denklemde yerine yazılır ise denklem (4.66) elde edilir.

$$M_3(x_3, t) = \frac{kE \overline{\text{Im}}}{AG} \frac{\partial^2 z_3(x_3, t)}{\partial t^2} - EI \frac{\partial^2 z_3(x_3, t)}{\partial x_3^2} \quad (4.66)$$

Denklem (4.66); $0 \leq x_3 \leq L_3$ tanım aralığındaki üçüncü bölge için eğilme fonksiyonunu ifade eder. Eğilme momenti fonksiyonu aynı aralıkta boyutsuz olarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$M_3(\xi_3, t) = \left\{ -\frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} \phi_3(\xi_3) - \left[\frac{EI}{L^2} \right] \phi_3''(\xi_3) \right\} \sin(wt + \alpha') \quad (4.67)$$

Eğilme momenti fonksiyonunu (x)' e göre bir kez türetmek suretiyle kesme kuvveti fonksiyonuna ulaşılır.

$$T_3(x_3, t) = \frac{kE \overline{\text{Im}}}{AG} \frac{\partial^3 z_3(x_3, t)}{\partial x_3 \partial t^2} - EI \frac{\partial^3 z_3(x_3, t)}{\partial x_3^3} \quad (4.68)$$

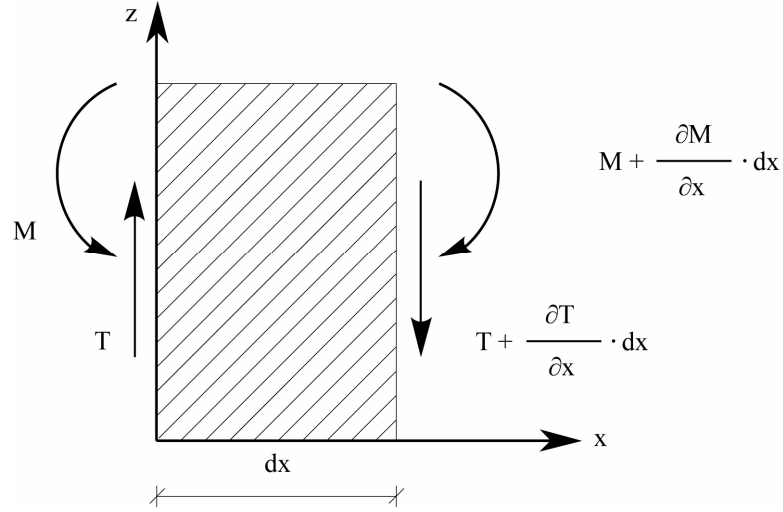
Denklem (4.68); $0 \leq x_3 \leq L_3$ tanım aralığındaki birinciye bölgeye ait kesme kuvveti fonksiyonunu ifade eder. Kesme kuvveti fonksiyonu aynı aralıkta boyutsuz olarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$T_3(\xi_3, t) = \left\{ -\frac{kE \bar{I} m^2}{AGL} \phi_3'(\xi_3) - \left[\frac{EI}{L^3} \right] \phi_3'''(\xi_3) \right\} \sin(\omega t + \alpha') \quad (4.69)$$

BÖLÜM BEŞ

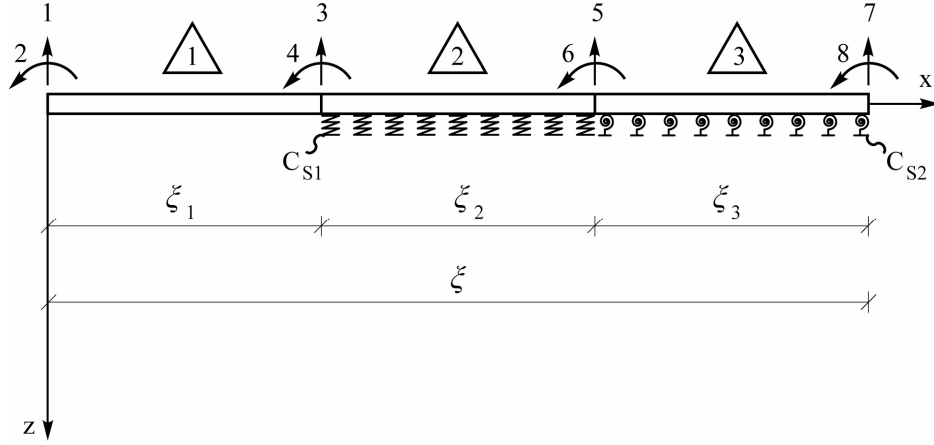
ELEMAN RİJİTLİK MATRİSLERİNİN ELDE EDİLMESİ

Eleman rijitlik matrislerinin oluşturulmasında, elemanın elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu dikkate alınacaktır. Uç yer değiştirmeler ve uç kuvvetler için (Şekil 5.1)'de belirtilen doğrultular pozitif yön olarak kabul edilmiştir. Burada (z) çökmeyi, (T) kesme kuvvetini ve (M) eğilme momentini göstermektedir.



Şekil 5.1 Pozitif yönler.

(Şekil 5.2), kiriş elemanlarını ve bu elemanlara ait serbestlik derecelerini göstermektedir. Pozitif yönleri dikkate alarak yer değiştirme ve kuvvet matrislerinin oluşturulmasının ardından eleman rijitlik matrisleri elde edilir. Burada $\xi = \frac{L}{L} = 1$ değerini göstermektedir.



Şekil 5.2 Elemanlar ve serbestlik dereceleri.

5.1 Birinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen birinci bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_1)'e göre türevleri, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi_1(\xi_1) = c_1 \cosh(D_1 \xi_1) + c_2 \sinh(D_1 \xi_1) + c_3 \cos(D_2 \xi_1) + c_4 \sin(D_2 \xi_1) \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \phi_1'(\xi_1) &= c_1 D_1 \sinh(D_1 \xi_1) + c_2 D_1 \cosh(D_1 \xi_1) \\ &- c_3 D_2 \sin(D_2 \xi_1) + c_4 D_2 \cos(D_2 \xi_1) \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} \phi_1''(\xi_1) &= c_1 D_1^2 \cosh(D_1 \xi_1) + c_2 D_1^2 \sinh(D_1 \xi_1) \\ &- c_3 D_2^2 \cos(D_2 \xi_1) - c_4 D_2^2 \sin(D_2 \xi_1) \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \phi_1'''(\xi_1) &= c_1 D_1^2 \cosh(D_1 \xi_1) + c_2 D_1^2 \sinh(D_1 \xi_1) \\ &- c_3 D_2^2 \cos(D_2 \xi_1) - c_4 D_2^2 \sin(D_2 \xi_1) \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \phi_1''''(\xi_1) &= c_1 D_1^3 \sinh(D_1 \xi_1) + c_2 D_1^3 \cosh(D_1 \xi_1) \\ &+ c_3 D_2^3 \sin(D_2 \xi_1) - c_4 D_2^3 \cos(D_2 \xi_1) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_1(\xi_1) = \phi_1(\xi_1) \quad (5.6)$$

$$z_1(\xi_1) = c_1 \cosh(D_1 \xi_1) + c_2 \sinh(D_1 \xi_1) + c_3 \cos(D_2 \xi_1) + c_4 \sin(D_2 \xi_1) \quad (5.7)$$

Denklem (5.7), birinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_1(\xi_1) = \frac{1}{L} \phi_1'(\xi_1) \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \theta_1(\xi_1) = & c_1 \frac{D_1}{L} \sinh(D_1 \xi_1) + c_2 \frac{D_1}{L} \cosh(D_1 \xi_1) \\ & - c_3 \frac{D_2}{L} \sin(D_2 \xi_1) + c_4 \frac{D_2}{L} \cos(D_2 \xi_1) \end{aligned} \quad (5.9)$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{11} = \frac{D_1}{L} \quad , \quad K_{12} = \frac{D_2}{L} \quad (5.10)$$

elde edilir.

$$\begin{aligned} \theta_1(\xi_1) = & c_1 K_{11} \sinh(D_1 \xi_1) + c_2 K_{11} \cosh(D_1 \xi_1) \\ & - c_3 K_{12} \sin(D_2 \xi_1) + c_4 K_{12} \cos(D_2 \xi_1) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Denklem (5.11), birinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} M_1(\xi_1, t) = & -c_1 K_{13} \cosh(D_1 \xi_1) - c_2 K_{13} \sinh(D_1 \xi_1) \\ & + c_3 K_{14} \cos(D_2 \xi_1) + c_4 K_{14} \sin(D_2 \xi_1) \end{aligned} \quad (5.12)$$

Denklem (5.12), birinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada K_{13} ve K_{14} denklem (5.13) ile ifade edilmiştir.

$$K_{13} = \frac{kE \bar{\text{Im}} w^2}{AG} + \frac{EID_1^2}{L^2} \quad , \quad K_{14} = -\frac{kE \bar{\text{Im}} w^2}{AG} + \frac{EID_2^2}{L^2} \quad (5.13)$$

Denklem (5.14) birinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$T_1(\xi_1, t) = -c_1 K_{11} K_{13} \sinh(D_1 \xi_1) - c_2 K_{11} K_{13} \cosh(D_1 \xi_1) - c_3 K_{12} K_{14} \sin(D_2 \xi_1) + c_4 K_{12} K_{14} \cos(D_2 \xi_1) \quad (5.14)$$

Çubuğun birinci bölgesindeki kısmına ait iki ucunda, yer değiştirmeler aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{11}(0) = c_1 + c_3 \quad (5.15)$$

$$\theta_{11}(0) = c_2 K_{11} + c_4 K_{12} \quad (5.16)$$

$$z_{12}(L_1 / L) = c_1 \cosh(D_1 L_1 / L) + c_2 \sinh(D_1 L_1 / L) + c_3 \cos(D_2 L_1 / L) + c_4 \sin(D_2 L_1 / L) \quad (5.17)$$

$$\theta_{12}(L_1 / L) = c_1 K_{11} \sinh(D_1 L_1 / L) + c_2 K_{11} \cosh(D_1 L_1 / L) - c_3 K_{12} \sin(D_2 L_1 / L) + c_4 K_{12} \cos(D_2 L_1 / L) \quad (5.18)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\delta\}_1 = [V]\{c_i\} \quad (5.19)$$

Burada;

$\{\delta\}_1$, birinci bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\delta\}_1^T = \langle z_{11} \quad \theta_{11} \quad z_{12} \quad \theta_{12} \rangle \quad (5.20)$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \rangle \quad (5.21)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_{11} & 0 & K_{12} \\ CH1 & SH1 & C2 & S2 \\ K_{11}SH1 & K_{11}CH1 & -K_{12}S2 & K_{12}C2 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$CH1 = \cosh(D_1 L_1 / L)$$

$$SH1 = \sinh(D_1 L_1 / L)$$

$$C2 = \cos(D_2 L_1 / L)$$

$$S2 = \sin(D_2 L_1 / L)$$

göstermektedir.

Çubuğun birinci bölgesindeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{11}(0) = -c_2 K_{11} K_{13} + c_4 K_{12} K_{14} = T \quad (5.23)$$

$$M_{11}(0) = -c_1 K_{13} + c_3 K_{14} = -M \quad (5.24)$$

$$T_{12}(L_1 / L) = -c_1 K_{11} K_{13} \sinh(D_1 L_1 / L) - c_2 K_{11} K_{13} \cosh(D_1 L_1 / L) - c_3 K_{12} K_{14} \sin(D_2 L_1 / L) + c_4 K_{12} K_{14} \cos(D_2 L_1 / L) = -T \quad (5.25)$$

$$M_{12}(L_1 / L) = -c_1 K_{13} \cosh(D_1 L_1 / L) - c_2 K_{13} \sinh(D_1 L_1 / L) + c_3 K_{14} \cos(D_2 L_1 / L) + c_4 K_{14} \sin(D_2 L_1 / L) = M \quad (5.26)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_1 = [R]\{c_i\} \quad (5.27)$$

Burada;

$\{F\}_1$, birinci bölgeye ait kuvvet vektörünü;

$$\{F\}_1^T = \langle T_{11} \quad M_{11} \quad T_{12} \quad M_{12} \rangle \quad (5.28)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & -K_{11} K_{13} & 0 & K_{12} K_{14} \\ K_{13} & 0 & -K_{14} & 0 \\ K_{11} K_{13} SH1 & K_{11} K_{13} CH1 & K_{12} K_{14} S2 & -K_{12} K_{14} C2 \\ -K_{13} CH1 & -K_{13} SH1 & K_{14} C2 & K_{14} S2 \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

göstermekte olup denklem (5.19) ve denklem (5.27) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_1 = [R][V]^{-1}\{\delta\}_1 \quad (5.30)$$

$$\{F\}_1 = [k_1]\{\delta\}_1 \quad (5.31)$$

$$[k_1] = [R][V]^{-1} \quad (5.32)$$

$[k_1]$, birinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

Birinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_1] = \begin{bmatrix} f_1^{(1)} & f_2^{(1)} & f_3^{(1)} & f_4^{(1)} \\ f_5^{(1)} & f_6^{(1)} & f_7^{(1)} & f_8^{(1)} \\ f_9^{(1)} & f_{10}^{(1)} & f_{11}^{(1)} & f_{12}^{(1)} \\ f_{13}^{(1)} & f_{14}^{(1)} & f_{15}^{(1)} & f_{16}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Burada $f_1^{(1)}$, $f_2^{(1)}$, ..., $f_{16}^{(1)}$ terimleri birinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi değerlerini göstermektedir.

5.2 İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

İkinci bölge için bulunan köklerin işaretleri belirlenemediği için dördüncü bölümde belirtildiği üzere yedi farklı şekil fonksiyonu mevcuttur. Her koşul için aşağıdaki şekilde isimlendirilen durumlara ait eleman rijitlik matrisleri, alt başlıklarda elde edilmiştir.

I Durumu:

$$\gamma_2 > 0$$

$$\Delta_3 > 0$$

$$\Delta_4 > 0$$

$$D_3 = (\Delta_3)^{0.5}$$

$$D_4 = (\Delta_4)^{0.5}$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) + c_7 \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 \sinh(D_4 \xi_2)$$

II Durumu:

$$\gamma_2 > 0$$

$$\Delta_3 > 0$$

$$\Delta_4 < 0$$

$$D_3 = (\Delta_3)^{0.5}$$

$$D_4 = (-\Delta_4)^{0.5}$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) + c_7 \cos(D_4 \xi_2) + c_8 \sin(D_4 \xi_2)$$

III Durumu:

$$\gamma_2 > 0$$

$$\Delta_3 < 0$$

$$\Delta_4 > 0$$

$$D_3 = (-\Delta_3)^{0.5}$$

$$D_4 = (\Delta_4)^{0.5}$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) + c_7 \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 \sinh(D_4 \xi_2)$$

IV Durumu:

$$\gamma_2 > 0$$

$$\Delta_3 < 0$$

$$\Delta_4 < 0$$

$$D_3 = (-\Delta_3)^{0.5}$$

$$D_4 = (-\Delta_4)^{0.5}$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) + c_7 \cos(D_4 \xi_2) + c_8 \sin(D_4 \xi_2)$$

V Durumu:

$$\gamma_2 < 0$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 [\cosh(r_1 \alpha_1 \xi_2) \cos(r_1 \alpha_1 \xi_2)] + c_6 [\sinh(r_1 \alpha_1 \xi_2) \cos(r_1 \alpha_2 \xi_2)] \\ + c_7 [\cosh(r_1 \alpha_1 \xi_2) \sin(r_1 \alpha_2 \xi_2)] + c_8 [\sinh(r_1 \alpha_1 \xi_2) \sin(r_1 \alpha_2 \xi_2)]$$

$$\alpha_1 = \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)$$

$$\alpha_2 = \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)$$

$$r_1 = (-\lambda_2)^{0.25}$$

$$\theta_1 = \arctg\left[\frac{-2(-\beta_2 / 2 - \lambda_2)^{0.5}}{\beta_2}\right]$$

VI Durumu:

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= 0 \\ \Delta_3 = \Delta_4 &> 0 \quad D_3 = D_4 = (\Delta_3)^{0.5} = (\Delta_4)^{0.5} \end{aligned}$$

$$\Delta_3 = \Delta_4 = \frac{\beta_2}{2\lambda_2}$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) + c_7 \xi_2 \cosh(D_3 \xi_2) + c_8 \xi_2 \sinh(D_3 \xi_2)$$

VII Durumu:

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= 0 \\ \Delta_3 = \Delta_4 &< 0 \quad D_3 = D_4 = (-\Delta_3)^{0.5} = (-\Delta_4)^{0.5} \end{aligned}$$

$$\Delta_3 = \Delta_4 = \frac{\beta_2}{2\lambda_2}$$

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) + c_7 \xi_2 \cos(D_3 \xi_2) + c_8 \xi_2 \sin(D_3 \xi_2)$$

5.2.1 I Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen I durumu için ikinci bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_2) 'e göre türevleri, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) + c_7 \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 \sinh(D_4 \xi_2) \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'(\xi_2) &= c_5 D_3 \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 D_3 \cosh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 D_4 \sinh(D_4 \xi_2) + c_8 D_4 \cosh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} \phi_2''(\xi_2) &= c_5 D_3^2 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 D_3^2 \sinh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 D_4^2 \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 D_4^2 \sinh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'''(\xi_2) &= c_5 D_3^3 \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 D_3^3 \cosh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 D_4^3 \sinh(D_4 \xi_2) + c_8 D_4^3 \cosh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.37)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_2(\xi_2) = \phi_2(\xi_2) \quad (5.38)$$

$$z_2(\xi_2) = c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) + c_7 \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 \sinh(D_4 \xi_2) \quad (5.39)$$

Denklem (5.39), I durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_2(\xi_2) = \frac{1}{L} \phi_2'(\xi_2) \quad (5.40)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(\xi_2) = & c_5 \frac{D_3}{L} \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 \frac{D_3}{L} \cosh(D_3 \xi_2) \\ & + c_7 \frac{D_4}{L} \sinh(D_4 \xi_2) + c_8 \frac{D_4}{L} \cosh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.41)$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{21} = \frac{D_3}{L}, \quad K_{22} = \frac{D_4}{L} \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(\xi_2) = & c_5 K_{21} \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 K_{21} \cosh(D_3 \xi_2) \\ & + c_7 K_{22} \sinh(D_4 \xi_2) + c_8 K_{22} \cosh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.43)$$

elde edilir.

Denklem (5.43), I durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} M_2(\xi_2) = & -c_5 K_{23} \cosh(D_3 \xi_2) - c_6 K_{23} \sinh(D_3 \xi_2) \\ & + c_7 K_{24} \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 K_{24} \sinh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.44)$$

Denklem (5.44), I durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada K_{23} ve K_{24} denklem (5.45) ile ifade edilmiştir.

$$K_{23} = \frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} - \frac{kEIC_{S1}}{AG} + \frac{EID_3^2}{L^2}, \quad K_{24} = \frac{kEIC_{S1}}{AG} - \frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} - \frac{EID_4^2}{L^2} \quad (5.45)$$

Denklem (5.46), I durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$T_2(\xi_2) = -c_5 K_{21} K_{23} \sinh(D_3 \xi_2) - c_6 K_{21} K_{23} \cosh(D_3 \xi_2) + c_7 K_{22} K_{24} \sinh(D_4 \xi_2) + c_8 K_{22} K_{24} \cosh(D_4 \xi_2) \quad (5.46)$$

Çubuğun I durumu için ikinci bölgedeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{21}(0) = c_5 + c_7 \quad (5.47)$$

$$\theta_{21}(0) = c_6 K_{21} + c_8 K_{22} \quad (5.48)$$

$$z_{22}(L_2/L) = c_5 \cosh(D_3 L_2/L) + c_6 \sinh(D_3 L_2/L) + c_7 \cosh(D_4 L_2/L) + c_8 \sinh(D_4 L_2/L) \quad (5.49)$$

$$\theta_{22}(L_2/L) = c_5 K_{21} \sinh(D_2 L_1/L) + c_2 K_{11} \cosh(D_1 L_1/L) - c_3 K_{12} \sin(D_2 L_1/L) + c_4 K_{12} \cos(D_2 L_1/L) \quad (5.50)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\mathcal{D}\}_{21} = [V] \{c_i\} \quad (5.51)$$

Burada;

$\{\mathcal{D}\}_{21}$, I durumu için ikinci bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\mathcal{D}\}_{21}^T = \langle z_{11} \quad \theta_{11} \quad z_{12} \quad \theta_{12} \rangle \quad (5.52)$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_5 \quad c_6 \quad c_7 \quad c_8 \rangle \quad (5.53)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_{21} & 0 & K_{22} \\ CH3 & SH3 & CH4 & SH4 \\ K_{21}SH3 & K_{21}CH3 & K_{22}SH4 & K_{22}CH4 \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

$$CH3 = \cosh(D_3 L_2 / L)$$

$$SH3 = \sinh(D_3 L_2 / L)$$

$$CH4 = \cosh(D_4 L_2 / L)$$

$$SH4 = \sinh(D_4 L_2 / L)$$

göstermektedir.

Çubuğun ikinci bölgesindeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{21}(0) = -c_6 K_{21} K_{23} + c_8 K_{22} K_{24} = T \quad (5.55)$$

$$M_{21}(0) = -c_5 K_{23} + c_7 K_{24} = -M \quad (5.56)$$

$$T_{22}(L_1 / L) = -c_5 K_{21} K_{23} \sinh(D_3 L_2 / L) - c_6 K_{21} K_{23} \cosh(D_3 L_2 / L) + c_7 K_{22} K_{24} \sinh(D_4 L_2 / L) + c_8 K_{22} K_{24} \cosh(D_4 L_2 / L) = -T \quad (5.57)$$

$$M_{22}(L_2 / L) = -c_5 K_{23} \cosh(D_3 L_2 / L) - c_6 K_{23} \sinh(D_3 L_2 / L) + c_7 K_{24} \cosh(D_4 L_2 / L) + c_8 K_{24} \sinh(D_4 L_2 / L) = M \quad (5.58)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{21} = [R]\{c_i\} \quad (5.59)$$

Burada;

$\{F\}_{21}$, I durumu için ikinci bölgeye ait kuvvet vektörünü;

$$\{F\}_{21}^T = \langle T_{11} \quad M_{11} \quad T_{12} \quad M_{12} \rangle \quad (5.60)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & -K_{21} K_{23} & 0 & K_{22} K_{24} \\ K_{23} & 0 & -K_{24} & 0 \\ K_{21} K_{23} SH3 & K_{21} K_{23} CH3 & -K_{22} K_{24} SH4 & -K_{22} K_{24} CH4 \\ -K_{23} CH3 & -K_{23} SH3 & K_{24} CH4 & K_{24} SH4 \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

göstermekte olup denklem (5.51) ve denklem (5.59) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{21} = [R]\{c_i\} \quad (5.62)$$

$$\{F\}_{21} = [R][V]^{-1} \{\delta\}_{21} \quad (5.63)$$

$$\{F\}_{21} = [k_{21}]\{\delta\}_{21} \quad (5.64)$$

$$[k_{21}] = [R][V]^{-1} \quad (5.65)$$

$[k_{21}]$, I durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

I durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{21}] = \begin{bmatrix} f_1^{(I,2)} & f_2^{(I,2)} & f_3^{(I,2)} & f_4^{(I,2)} \\ f_5^{(I,2)} & f_6^{(I,2)} & f_7^{(I,2)} & f_8^{(I,2)} \\ f_9^{(I,2)} & f_{10}^{(I,2)} & f_{11}^{(I,2)} & f_{12}^{(I,2)} \\ f_{13}^{(I,2)} & f_{14}^{(I,2)} & f_{15}^{(I,2)} & f_{16}^{(I,2)} \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

Burada $f_1^{(I,2)}$, $f_2^{(I,2)}$, ..., $f_{16}^{(I,2)}$ terimleri I durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.2.2 II Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen birinci II durumu için ikinci bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_2) 'e göre türevleri, aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) + c_7 \cos(D_4 \xi_2) + c_8 \sin(D_4 \xi_2) \quad (5.67)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'(\xi_2) &= c_5 D_3 \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 D_3 \cosh(D_3 \xi_2) \\ &- c_7 D_4 \sin(D_4 \xi_2) + c_8 D_4 \cos(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.68)$$

$$\begin{aligned} \phi_2''(\xi_2) &= c_5 D_3^2 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 D_3^2 \sinh(D_3 \xi_2) \\ &- c_7 D_4^2 \cos(D_4 \xi_2) - c_8 D_4^2 \sin(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.69)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'''(\xi_2) &= c_5 D_3^3 \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 D_3^3 \cosh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 D_4^3 \sin(D_4 \xi_2) - c_8 D_4^3 \cos(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.70)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_2(\xi_2) = \phi_2(\xi_2) \quad (5.71)$$

$$z_2(\xi_2) = c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) + c_7 \cos(D_4 \xi_2) + c_8 \sin(D_4 \xi_2) \quad (5.72)$$

Denklem (5.72), II durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_2(\xi_2) = \frac{1}{L} \phi_2'(\xi_2) \quad (5.73)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(\xi_2) &= c_5 \frac{D_3}{L} \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 \frac{D_3}{L} \cosh(D_3 \xi_2) \\ &- c_7 \frac{D_4}{L} \sin(D_4 \xi_2) + c_8 \frac{D_4}{L} \cos(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.74)$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{21} = \frac{D_3}{L} \quad , \quad K_{22} = \frac{D_4}{L} \quad (5.75)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(\xi_2) &= c_5 K_{21} \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 K_{21} \cosh(D_3 \xi_2) \\ &- c_7 K_{22} \sin(D_4 \xi_2) + c_8 K_{22} \cos(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.76)$$

elde edilir.

Denklem (5.76), II durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} M_2(\xi_2) &= -c_5 K_{23} \cosh(D_3 \xi_2) - c_6 K_{23} \sinh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 K_{24} \cos(D_4 \xi_2) + c_8 K_{24} \sin(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.77)$$

Denklem (5.77), II durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{23} ve K_{24} denklem (5.78) ile ifade edilmiştir.

$$K_{23} = \frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} - \frac{kEIC_{s1}}{AG} + \frac{EID_3^2}{L^2}, \quad K_{24} = \frac{kEIC_{s1}}{AG} - \frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} + \frac{EID_4^2}{L^2} \quad (5.78)$$

$$T_2(\xi_2) = -c_5 K_{21} K_{23} \sinh(D_3 \xi_2) - c_6 K_{21} K_{23} \cosh(D_3 \xi_2) - c_7 K_{22} K_{24} \sin(D_4 \xi_2) + c_8 K_{22} K_{24} \cos(D_4 \xi_2) \quad (5.79)$$

Denklem (5.79), II durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

Çubuğun II durumu için ikinci bölgedeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{21}(0) = c_5 + c_7 \quad (5.80)$$

$$\theta_{21}(0) = c_6 K_{21} + c_8 K_{22} \quad (5.81)$$

$$z_{22}(L_2/L) = c_5 \cosh(D_3 L_2/L) + c_6 \sinh(D_3 L_2/L) + c_7 \cos(D_4 L_2/L) + c_8 \sin(D_4 L_2/L) \quad (5.82)$$

$$\theta_{22}(L_2/L) = c_5 K_{21} \sinh(D_3 L_2/L) + c_6 K_{21} \cosh(D_3 L_2/L) - c_7 K_{22} \sin(D_4 L_2/L) + c_8 K_{22} \cos(D_4 L_2/L) \quad (5.83)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\delta\}_{22} = [V]\{c_i\} \quad (5.84)$$

Burada;

$\{\delta\}_{22}$, II durumu için ikinci bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\delta\}_{21}^T = \langle z_{11} \quad \theta_{11} \quad z_{12} \quad \theta_{12} \rangle \quad (5.85)$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \rangle \quad (5.86)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_{21} & 0 & K_{22} \\ CH3 & SH3 & C4 & S4 \\ K_{21}SH3 & K_{21}CH3 & -K_{22}S4 & K_{22}C4 \end{bmatrix} \quad (5.87)$$

$$CH3 = \cosh(D_3 L_2 / L)$$

$$SH3 = \sinh(D_3 L_2 / L)$$

$$C4 = \cos(D_4 L_2 / L)$$

$$S4 = \sin(D_4 L_2 / L)$$

göstermektedir.

Çubuğun II durumu için ikinci bölgedeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{21}(0) = -c_6 K_{21} K_{23} + c_8 K_{22} K_{24} = T \quad (5.88)$$

$$M_{21}(0) = -c_5 K_{23} + c_7 K_{24} = -M \quad (5.89)$$

$$T_{22}(L_1 / L) = -c_5 K_{21} K_{23} \sinh(D_3 L_2 / L) - c_6 K_{21} K_{23} \cosh(D_3 L_2 / L) - c_7 K_{22} K_{24} \sin(D_4 L_2 / L) + c_8 K_{22} K_{24} \cos(D_4 L_2 / L) = -T \quad (5.90)$$

$$M_{22}(L_2 / L) = -c_5 K_{23} \cosh(D_3 L_2 / L) - c_6 K_{23} \sinh(D_3 L_2 / L) + c_7 K_{24} \cos(D_4 L_2 / L) + c_8 K_{24} \sin(D_4 L_2 / L) = M \quad (5.91)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{22} = [R]\{c_i\} \quad (5.92)$$

Burada;

$\{F\}_{21}$, II durumu için ikinci bölgeye ait kuvvet vektörünü,

$$\{F\}_{22}^T = \langle T_{11} \quad M_{11} \quad T_{12} \quad M_{12} \rangle \quad (5.93)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & -K_{21}K_{23} & 0 & K_{22}K_{24} \\ K_{23} & 0 & -K_{24} & 0 \\ K_{21}K_{23}SH3 & K_{21}K_{23}CH3 & K_{22}K_{24}S4 & -K_{22}K_{24}C4 \\ -K_{23}CH3 & -K_{23}SH3 & K_{24}C4 & K_{24}S4 \end{bmatrix} \quad (5.94)$$

göstermekte olup denklem (5.84) ve denklem (5.92) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{22} = [R]\{c_i\} \quad (5.95)$$

$$\{F\}_{22} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{22} \quad (5.96)$$

$$\{F\}_{22} = [k_{22}]\{\delta\}_{22} \quad (5.97)$$

$$[k_{22}] = [R][V]^{-1} \quad (5.98)$$

$[k_{22}]$, II durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

II durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi aşağıda belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{22}] = \begin{bmatrix} f_1^{(II,2)} & f_2^{(II,2)} & f_3^{(II,2)} & f_4^{(II,2)} \\ f_5^{(II,2)} & f_6^{(II,2)} & f_7^{(II,2)} & f_8^{(II,2)} \\ f_9^{(II,2)} & f_{10}^{(II,2)} & f_{11}^{(II,2)} & f_{12}^{(II,2)} \\ f_{13}^{(II,2)} & f_{14}^{(II,2)} & f_{15}^{(II,2)} & f_{16}^{(II,2)} \end{bmatrix} \quad (5.99)$$

Burada $f_1^{(II,2)}$, $f_2^{(II,2)}$, ..., $f_{16}^{(II,2)}$ terimleri II durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.2.3 III Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen III durumu için ikinci bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_2)'e göre türevleri, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) + c_7 \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 \sinh(D_4 \xi_2) \quad (5.100)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'(\xi_2) &= -c_5 D_3 \sin(D_3 \xi_2) + c_6 D_3 \cos(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 D_4 \sinh(D_4 \xi_2) + c_8 D_4 \cosh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.101)$$

$$\begin{aligned} \phi_2''(\xi_2) &= -c_5 D_3^2 \cos(D_3 \xi_2) - c_6 D_3^2 \sin(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 D_4^2 \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 D_4^2 \sinh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.102)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'''(\xi_2) &= c_5 D_3^3 \sin(D_3 \xi_2) - c_6 D_3^3 \cos(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 D_4^3 \sinh(D_4 \xi_2) + c_8 D_4^3 \cosh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.103)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_2(\xi_2) = \phi_2(\xi_2) \quad (5.104)$$

$$z_2(\xi_2) = c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) + c_7 \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 \sinh(D_4 \xi_2) \quad (5.105)$$

Denklem (5.105), III durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_2(\xi_2) = \frac{1}{L} \phi_2'(\xi_2) \quad (5.106)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(\xi_2) &= -c_5 \frac{D_3}{L} \sin(D_3 \xi_2) + c_6 \frac{D_3}{L} \cos(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 \frac{D_4}{L} \sinh(D_4 \xi_2) + c_8 \frac{D_4}{L} \cosh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.107)$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{21} = \frac{D_3}{L} \quad , \quad K_{22} = \frac{D_4}{L} \quad (5.108)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(\xi_2) = & -c_5 K_{21} \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 K_{21} \cos(D_3 \xi_2) \\ & + c_7 K_{22} \sinh(D_4 \xi_2) + c_8 K_{22} \cosh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.109)$$

elde edilir.

Denklem (5.109), III durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} M_2(\xi_2) = & -c_5 K_{23} \cos(D_3 \xi_2) - c_6 K_{23} \sin(D_3 \xi_2) \\ & + c_7 K_{24} \cosh(D_4 \xi_2) + c_8 K_{24} \sinh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.110)$$

Denklem (5.110), III durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. . Burada, K_{23} ve K_{24} denklem (5.111) ile ifade edilmiştir.

$$K_{23} = \frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} - \frac{kEIC_{s1}}{AG} + \frac{EID_3^2}{L^2} \quad , \quad K_{24} = \frac{kEIC_{s1}}{AG} - \frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} - \frac{EID_4^2}{L^2} \quad (5.111)$$

Denklem (5.112), III durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir

$$\begin{aligned} T_2(\xi_2) = & -c_5 K_{21} K_{23} \sin(D_3 \xi_2) + c_6 K_{21} K_{23} \cos(D_3 \xi_2) \\ & + c_7 K_{22} K_{24} \sinh(D_4 \xi_2) + c_8 K_{22} K_{24} \cosh(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.112)$$

Çubuğun III durumu için ikinci bölgesindeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{21}(0) = c_5 + c_7 \quad (5.113)$$

$$\theta_{21}(0) = c_6 K_{21} + c_8 K_{22} \quad (5.114)$$

$$z_{22}(L_2/L) = c_5 \cos(D_3 L_2/L) + c_6 \sin(D_3 L_2/L) + c_7 \cosh(D_4 L_2/L) + c_8 \sinh(D_4 L_2/L) \quad (5.115)$$

$$\theta_{22}(L_2/L) = -c_5 K_{21} \sin(D_2 L_1/L) + c_6 K_{21} \cos(D_1 L_1/L) + c_7 K_{22} \sinh(D_4 L_2/L) + c_8 K_{12} \cosh(D_4 L_2/L) \quad (5.116)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\delta\}_{23} = [V]\{c_i\} \quad (5.117)$$

Burada;

$\{\delta\}_{23}$, III durumu için ikinci bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\delta\}_{23}^T = \langle z_{11} \quad \theta_{11} \quad z_{12} \quad \theta_{12} \rangle \quad (5.118)$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \rangle \quad (5.119)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_{21} & 0 & K_{22} \\ C3 & S3 & CH4 & SH4 \\ -K_{21}S3 & K_{21}C3 & K_{22}SH4 & K_{22}CH4 \end{bmatrix} \quad (5.120)$$

$$C3 = \cos(D_3 L_2/L)$$

$$S3 = \sin(D_3 L_2/L)$$

$$CH4 = \cosh(D_4 L_2/L)$$

$$SH4 = \sinh(D_4 L_2/L)$$

göstermektedir.

Çubuğun III durumu için ikinci bölgedeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{21}(0) = -c_6 K_{21} K_{23} + c_8 K_{22} K_{24} = T \quad (5.121)$$

$$M_{21}(0) = -c_5 K_{23} + c_7 K_{24} = -M \quad (5.122)$$

$$T_{22}(L_1 / L) = -c_5 K_{21} K_{23} \sin(D_3 L_2 / L) + c_6 K_{21} K_{23} \cos(D_3 L_2 / L) \\ + c_7 K_{22} K_{24} \sinh(D_4 L_2 / L) + c_8 K_{22} K_{24} \cosh(D_4 L_2 / L) = -T \quad (5.123)$$

$$M_{22}(L_2 / L) = -c_5 K_{23} \cos(D_3 L_2 / L) - c_6 K_{23} \sin(D_3 L_2 / L) \\ + c_7 K_{24} \cosh(D_4 L_2 / L) + c_8 K_{24} \sinh(D_4 L_2 / L) = M \quad (5.124)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{23} = [R]\{c_i\} \quad (5.125)$$

Burada;

$\{F\}_{23}$, III durumu için ikinci bölgeye ait kuvvet vektörünü,

$$\{F\}_{23}^T = \langle T_{11} \quad M_{11} \quad T_{12} \quad M_{12} \rangle \quad (5.126)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & -K_{21} K_{23} & 0 & K_{22} K_{24} \\ K_{23} & 0 & -K_{24} & 0 \\ K_{21} K_{23} S3 & K_{21} K_{23} C3 & -K_{22} K_{24} SH4 & -K_{22} K_{24} CH4 \\ -K_{23} C3 & -K_{23} S3 & K_{24} CH4 & K_{24} SH4 \end{bmatrix} \quad (5.127)$$

göstermekte olup denklem (5.117) ve denklem (5.125) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{23} = [R]\{c_i\} \quad (5.128)$$

$$\{F\}_{23} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{23} \quad (5.129)$$

$$\{F\}_{23} = [k_{23}]\{\delta\}_{23} \quad (5.130)$$

$$[k_{23}] = [R][V]^{-1} \quad (5.131)$$

$[k_{23}]$, III durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

III durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{23}] = \begin{bmatrix} f_1^{(III,2)} & f_2^{(III,2)} & f_3^{(III,2)} & f_4^{(III,2)} \\ f_5^{(III,2)} & f_6^{(III,2)} & f_7^{(III,2)} & f_8^{(III,2)} \\ f_9^{(III,2)} & f_{10}^{(III,2)} & f_{11}^{(III,2)} & f_{12}^{(III,2)} \\ f_{13}^{(III,2)} & f_{14}^{(III,2)} & f_{15}^{(III,2)} & f_{16}^{(III,2)} \end{bmatrix} \quad (5.132)$$

Burada $f_1^{(III,2)}$, $f_2^{(III,2)}$, ..., $f_{16}^{(III,2)}$ terimleri III durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.2.4 IV Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen IV durumu için ikinci bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_2) 'e göre türevleri, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi_2(\xi_2) = c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) + c_7 \cos(D_4 \xi_2) + c_8 \sin(D_4 \xi_2) \quad (5.133)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'(\xi_2) &= -c_5 D_3 \sin(D_3 \xi_2) + c_6 D_3 \cos(D_3 \xi_2) \\ &- c_7 D_4 \sin(D_4 \xi_2) + c_8 D_4 \cos(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.134)$$

$$\begin{aligned} \phi_2''(\xi_2) &= -c_5 D_3^2 \cos(D_3 \xi_2) - c_6 D_3^2 \sin(D_3 \xi_2) \\ &- c_7 D_4^2 \cos(D_4 \xi_2) - c_8 D_4^2 \sin(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.135)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'''(\xi_2) &= c_5 D_3^3 \sin(D_3 \xi_2) - c_6 D_3^3 \cos(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 D_4^3 \sin(D_4 \xi_2) - c_8 D_4^3 \cos(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.136)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_2(\xi_2) = \phi_2(\xi_2) \quad (5.137)$$

$$z_2(\xi_2) = c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) + c_7 \cos(D_4 \xi_2) + c_8 \sin(D_4 \xi_2) \quad (5.138)$$

Denklem (5.138), IV durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_2(\xi_2) = \frac{1}{L} \phi'_2(\xi_2) \quad (5.139)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(\xi_2) = & -c_5 \frac{D_3}{L} \sin(D_3 \xi_2) + c_6 \frac{D_3}{L} \cos(D_3 \xi_2) \\ & - c_7 \frac{D_4}{L} \sin(D_4 \xi_2) + c_8 \frac{D_4}{L} \cos(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.140)$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{21} = \frac{D_3}{L} \quad , \quad K_{22} = \frac{D_4}{L} \quad (5.141)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(\xi_2) = & -c_5 K_{21} \sin(D_3 \xi_2) + c_6 K_{21} \cos(D_3 \xi_2) \\ & - c_7 K_{22} \sin(D_4 \xi_2) + c_8 K_{22} \cos(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.142)$$

elde edilir.

Denklem (5.142), IV durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} M_2(\xi_2) = & -c_5 K_{23} \cos(D_3 \xi_2) - c_6 K_{23} \sin(D_3 \xi_2) \\ & + c_7 K_{24} \cos(D_4 \xi_2) + c_8 K_{24} \sin(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.143)$$

Denklem (5.143), IV durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{23} ve K_{24} denklem (5.144) ile ifade edilmiştir.

$$K_{23} = \frac{kE \bar{I} m w^2}{AG} - \frac{kEIC_{S1}}{AG} - \frac{EID_3^2}{L^2} \quad , \quad K_{24} = \frac{kEIC_{S1}}{AG} - \frac{kE \bar{I} m w^2}{AG} + \frac{EID_4^2}{L^2} \quad (5.144)$$

Denklem (5.145); IV durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} T_2(\xi_2) = & c_5 K_{21} K_{23} \sin(D_3 \xi_2) - c_6 K_{21} K_{23} \cos(D_3 \xi_2) \\ & - c_7 K_{22} K_{24} \sin(D_4 \xi_2) + c_8 K_{22} K_{24} \cos(D_4 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.145)$$

Çubuğun IV durumu için ikinci bölgesindeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{21}(0) = c_5 + c_7 \quad (5.146)$$

$$\theta_{21}(0) = c_6 K_{21} + c_8 K_{22} \quad (5.147)$$

$$z_{22}(L_2/L) = c_5 \cos(D_3 L_2/L) + c_6 \sin(D_3 L_2/L) \\ + c_7 \cos(D_4 L_2/L) + c_8 \sin(D_4 L_2/L) \quad (5.148)$$

$$\theta_{22}(L_2/L) = -c_5 K_{21} \sin(D_2 L_1/L) + c_6 K_{21} \cos(D_1 L_1/L) \\ + c_7 K_{22} \sinh(D_4 L_2/L) + c_8 K_{12} \cos(D_4 L_2/L) \quad (5.149)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\delta\}_{24} = [V]\{c_i\} \quad (5.150)$$

Burada;

$\{\delta\}_{24}$, IV durumu için ikinci bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\delta\}_{24}^T = \langle z_{11} \quad \theta_{11} \quad z_{12} \quad \theta_{12} \rangle \quad (5.151)$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \rangle \quad (5.152)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_{21} & 0 & K_{22} \\ C3 & S3 & C4 & S4 \\ -K_{21}S3 & K_{21}C3 & -K_{22}SH4 & K_{22}C4 \end{bmatrix} \quad (5.153)$$

$$C3 = \cos(D_3 L_2/L)$$

$$S3 = \sin(D_3 L_2/L)$$

$$C4 = \cos(D_4 L_2/L)$$

$$S4 = \sin(D_4 L_2/L)$$

göstermektedir.

Çubuğun IV durumu için ikinci bölgesindeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{21}(0) = -c_6 K_{21} K_{23} + c_8 K_{22} K_{24} = T \quad (5.154)$$

$$M_{21}(0) = -c_5 K_{23} + c_7 K_{24} = -M \quad (5.155)$$

$$T_{22}(L_1 / L) = c_5 K_{21} K_{23} \sin(D_3 L_2 / L) - c_6 K_{21} K_{23} \cos(D_3 L_2 / L) - c_7 K_{22} K_{24} \sin(D_4 L_2 / L) + c_8 K_{22} K_{24} \cos(D_4 L_2 / L) = -T \quad (5.156)$$

$$M_{22}(L_2 / L) = -c_5 K_{23} \cos(D_3 L_2 / L) - c_6 K_{23} \sin(D_3 L_2 / L) + c_7 K_{24} \cos(D_4 L_2 / L) + c_8 K_{24} \sin(D_4 L_2 / L) = M \quad (5.157)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{24} = [R]\{c_i\} \quad (5.158)$$

Burada;

$\{F\}_{24}$, IV durumu için ikinci bölgeye ait kuvvet vektörünü,

$$\{F\}_{24}^T = \langle T_{11} \quad M_{11} \quad T_{12} \quad M_{12} \rangle \quad (5.159)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & -K_{21}K_{23} & 0 & K_{22}K_{24} \\ K_{23} & 0 & -K_{24} & 0 \\ -K_{21}K_{23}S3 & K_{21}K_{23}C3 & K_{22}K_{24}SH4 & -K_{22}K_{24}C4 \\ -K_{23}C3 & -K_{23}S3 & K_{24}C4 & K_{24}S4 \end{bmatrix} \quad (5.160)$$

göstermekte olup denklem (5.150) ve denklem (5.158) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{24} = [R]\{c_i\} \quad (5.161)$$

$$\{F\}_{24} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{24} \quad (5.162)$$

$$\{F\}_{24} = [k_{24}]\{\delta\}_{24} \quad (5.163)$$

$$[k_{24}] = [R][V]^{-1} \quad (5.164)$$

$[k_{24}]$, IV durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

IV durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{24}] = \begin{bmatrix} f_1^{(IV,2)} & f_2^{(IV,2)} & f_3^{(IV,2)} & f_4^{(IV,2)} \\ f_5^{(IV,2)} & f_6^{(IV,2)} & f_7^{(IV,2)} & f_8^{(IV,2)} \\ f_9^{(IV,2)} & f_{10}^{(IV,2)} & f_{11}^{(IV,2)} & f_{12}^{(IV,2)} \\ f_{13}^{(IV,2)} & f_{14}^{(IV,2)} & f_{15}^{(IV,2)} & f_{16}^{(IV,2)} \end{bmatrix} \quad (5.165)$$

Burada $f_1^{(IV,2)}$, $f_2^{(IV,2)}$, ..., $f_{16}^{(IV,2)}$ terimleri IV durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.2.5 V Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen ikinci bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_2)'e göre türevleri, $r_1\alpha_1 = A_1$, $r_1\alpha_2 = A_2$ olmak üzere aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \phi_2(\xi_2) &= c_5 [\cosh(A_1\xi_2) \cos(A_2\xi_2)] + c_6 [\sinh(A_1\xi_2) \cos(A_2\xi_2)] \\ &+ c_7 [\cosh(A_1\xi_2) \sin(A_2\xi_2)] + c_8 [\sinh(A_1\xi_2) \sin(A_2\xi_2)] \end{aligned} \quad (5.166)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'(\xi_2) &= c_5 [A_1 \sinh(A_1\xi_2) \cos(A_2\xi_2) - A_2 \cosh(A_1\xi_2) \sin(A_2\xi_2)] \\ &+ c_6 [A_1 \cosh(A_1\xi_2) \cos(A_2\xi_2) - A_2 \sinh(A_1\xi_2) \sin(A_2\xi_2)] \\ &+ c_7 [A_1 \sinh(A_1\xi_2) \sin(A_2\xi_2) + A_2 \cosh(A_1\xi_2) \cos(A_2\xi_2)] \\ &+ c_8 [A_1 \cosh(A_1\xi_2) \sin(A_2\xi_2) + A_2 \sinh(A_1\xi_2) \cos(A_2\xi_2)] \end{aligned} \quad (5.167)$$

$$\begin{aligned}
\phi_2''(\xi_2) = & c_5 \left[\begin{aligned} & A_1^2 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - A_1 A_2 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \\ & - A_1 A_2 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) - A_2^2 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \end{aligned} \right] \\
& + c_6 \left[\begin{aligned} & A_1^2 \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - A_1 A_2 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \\ & - A_1 A_2 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) - A_2^2 \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \end{aligned} \right] \\
& + c_7 \left[\begin{aligned} & A_1^2 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) + A_1 A_2 \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \\ & + A_1 A_2 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) - A_2^2 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \end{aligned} \right] \\
& + c_8 \left[\begin{aligned} & A_1^2 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) + A_1 A_2 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \\ & A_1 A_2 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - A_2^2 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \end{aligned} \right]
\end{aligned} \tag{5.168}$$

$$\begin{aligned}
\phi_2'''(\xi_2) = & c_5 \left[\begin{aligned} & A_1^3 \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - A_1^2 A_2 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \\ & - A_1^2 A_2 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) - A_1 A_2^2 \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \\ & - A_1^2 A_2 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) - A_1 A_2^2 \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \\ & - A_1 A_2^2 \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) + A_2^3 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \end{aligned} \right] \\
& + c_6 \left[\begin{aligned} & A_1^3 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - A_1^2 A_2 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \\ & - A_1^2 A_2 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) - A_1 A_2^2 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \\ & - A_1^2 A_2 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) - A_1 A_2^2 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \\ & - A_1 A_2^2 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) + A_2^3 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \end{aligned} \right] \\
& + c_7 \left[\begin{aligned} & A_1^3 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) + A_1^2 A_2 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \\ & + A_1^2 A_2 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - A_1 A_2^2 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \\ & + A_1^2 A_2 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - A_1 A_2^2 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \\ & - A_1 A_2^2 \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) + A_2^3 \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \end{aligned} \right] \\
& + c_8 \left[\begin{aligned} & A_1^3 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) + A_1^2 A_2 \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \\ & + A_1^2 A_2 \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - A_1 A_2^2 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \\ & + A_1^2 A_2 \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - A_1 A_2^2 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \\ & - A_1 A_2^2 \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) - A_2^3 \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \end{aligned} \right]
\end{aligned} \tag{5.169}$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_2(\xi_2) = \phi_2(\xi_2) \tag{5.170}$$

$$z_2(\xi_2) = c_5 [\cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2)] + c_6 [\sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2)] \\ + c_7 [\cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2)] + c_8 [\sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2)] \quad (5.171)$$

Denklem (5.171), V durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_2(\xi_2) = \frac{1}{L} \phi'_2(\xi_2) \quad (5.172)$$

$$\theta_2(\xi_2) = c_5 \left[\frac{A_1}{L} \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - \frac{A_2}{L} \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \right] \\ + c_6 \left[\frac{A_1}{L} \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - \frac{A_2}{L} \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \right] \\ + c_7 \left[\frac{A_1}{L} \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) + \frac{A_2}{L} \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \right] \\ + c_8 \left[\frac{A_1}{L} \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) + \frac{A_2}{L} \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \right] \quad (5.173)$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{21} = \frac{A_1}{L} \quad , \quad K_{22} = \frac{A_2}{L} \quad (5.174)$$

$$\theta_2(\xi_2) = c_5 [K_{21} \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - K_{22} \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2)] \\ + c_6 [K_{21} \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) - K_{22} \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2)] \\ + c_7 [K_{21} \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) + K_{22} \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2)] \\ + c_8 [K_{21} \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) + K_{22} \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2)] \quad (5.175)$$

elde edilir.

Denklem (5.175), V durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$M_2(\xi_2, t) = c_5 \{ K_{23} \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) + K_{24} \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \} \\ + c_6 \{ K_{23} \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) + K_{24} \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) \} \\ + c_7 \{ K_{23} \cosh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) + K_{24} \sinh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \} \\ + c_8 \{ K_{23} \sinh(A_1 \xi_2) \sin(A_2 \xi_2) + K_{24} \cosh(A_1 \xi_2) \cos(A_2 \xi_2) \} \quad (5.176)$$

Denklem (5.176), V durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{23} ve K_{24} denklem (5.177) ile ifade edilmiştir.

$$K_{23} = \frac{kEIC_{s1}}{AG} - \frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} + \frac{EI(A_2^2 - A_1^2)}{L^2}, \quad K_{24} = \frac{2EIA_1A_2}{L^2} \quad (5.177)$$

Denklem (5.178), V durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} T_2(\xi_2) = & c_5 \{K_{21}K_{25} \sinh(A_1\xi_2) \cos(A_2\xi_2) - K_{22}K_{26} \cosh(A_1\xi_2) \sin(A_2\xi_2)\} \\ & + c_6 \{K_{21}K_{25} \cosh(A_1\xi_2) \cos(A_2\xi_2) - K_{22}K_{26} \sinh(A_1\xi_2) \sin(A_2\xi_2)\} \\ & + c_7 \{K_{21}K_{25} \sinh(A_1\xi_2) \sin(A_2\xi_2) + K_{22}K_{26} \cosh(A_1\xi_2) \cos(A_2\xi_2)\} \\ & + c_8 \{K_{21}K_{25} \cosh(A_1\xi_2) \sin(A_2\xi_2) - K_{22}K_{26} \sinh(A_1\xi_2) \cos(A_2\xi_2)\} \end{aligned} \quad (5.178)$$

Çubuğun V durumu için ikinci bölgedeki kısmına ait iki ucunda, yer değiştirmeler aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{21}(0) = c_5 \quad (5.179)$$

$$\theta_{21}(0) = c_6 K_{21} + c_7 K_{22} \quad (5.180)$$

$$\begin{aligned} z_2(L_2/L) = & c_5 [\cosh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L)] \\ & + c_6 [\sinh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L)] \\ & + c_7 [\cosh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L)] \\ & + c_8 [\sinh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L)] \end{aligned} \quad (5.181)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(L_2/L) = & c_5 \left[\begin{array}{l} K_{21} \sinh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \\ - K_{22} \cosh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \end{array} \right] \\ & + c_6 \left[\begin{array}{l} K_{21} \cosh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \\ - K_{22} \sinh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \end{array} \right] \\ & + c_7 \left[\begin{array}{l} K_{21} \sinh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \\ + K_{22} \cosh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \end{array} \right] \\ & + c_8 \left[\begin{array}{l} K_{21} \cosh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \\ + K_{22} \sinh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \end{array} \right] \end{aligned} \quad (5.182)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\delta\}_{25} = [V]\{c_i\} \quad (5.183)$$

Burada;

$\{\delta\}_{25}$, V durumu için ikinci bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\delta\}_{25}^T = \langle z_{11} \quad \theta_{11} \quad z_{12} \quad \theta_{12} \rangle \quad (5.184)$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_5 \quad c_6 \quad c_7 \quad c_8 \rangle \quad (5.185)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{21} & K_{22} & 0 \\ CH3C4 & SHC43 & CH3S4 & SH3S4 \\ (K_{21}SH3C4 & (K_{21}CH3C4 & (K_{21}SH3S4 & (K_{21}CH3S4 \\ -K_{22}CH3S4) & -K_{22}SH3S4) & +K_{22}CH3C4) & +K_{22}SH3C4) \end{bmatrix} \quad (5.186)$$

$$\cosh(A_1 L_2 / L) = CH3$$

$$\sinh(A_1 L_2 / L) = SH3$$

$$\cos(A_2 L_2 / L) = C4$$

$$\sin(A_2 L_2 / L) = S4$$

göstermektedir.

Çubuğun V durumu için ikinci bölgesindeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{21}(0) = c_6 K_{21} K_{25} + c_7 K_{22} K_{26} = T \quad (5.187)$$

$$M_{21}(0) = -c_5 K_{23} + c_8 K_{24} = -M \quad (5.188)$$

$$\begin{aligned}
T_2(L_2/L) = & c_5 \left\{ \begin{array}{l} K_{21}K_{25} \sinh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \\ -K_{22}K_{26} \cosh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \end{array} \right\} \\
& + c_6 \left\{ \begin{array}{l} K_{21}K_{25} \cosh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \\ -K_{22}K_{26} \sinh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \end{array} \right\} \\
& + c_7 \left\{ \begin{array}{l} K_{21}K_{25} \sinh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \\ +K_{22}K_{26} \cosh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \end{array} \right\} \\
& + c_8 \left\{ \begin{array}{l} K_{21}K_{25} \cosh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \\ -K_{22}K_{26} \sinh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \end{array} \right\}
\end{aligned} \tag{5.189}$$

$$\begin{aligned}
M_2(L_2/L) = & c_5 \left\{ \begin{array}{l} K_{23} \cosh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \\ +K_{24} \sinh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \end{array} \right\} \\
& + c_6 \left\{ \begin{array}{l} K_{23} \sinh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \\ +K_{24} \cosh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \end{array} \right\} \\
& + c_7 \left\{ \begin{array}{l} K_{23} \cosh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \\ +K_{24} \sinh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \end{array} \right\} \\
& + c_8 \left\{ \begin{array}{l} K_{23} \sinh(A_1L_2/L) \sin(A_2L_2/L) \\ +K_{24} \cosh(A_1L_2/L) \cos(A_2L_2/L) \end{array} \right\}
\end{aligned} \tag{5.190}$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{25} = [R]\{c_i\} \tag{5.191}$$

Burada;

$\{F\}_{25}$, V durumu için ikinci bölgeye ait kuvvet vektörünü,

$$\{F\}_{25}^T = \langle T_{11} \quad M_{11} \quad T_{12} \quad M_{12} \rangle \tag{5.192}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & K_{21}K_{25} & K_{22}K_{27} & 0 \\ -K_{23} & 0 & 0 & K_{24} \\ -(K_{21}K_{25}SH3C4 & -(K_{21}K_{25}CH3C4 & -(K_{21}K_{25}SH3C4 & -(K_{21}K_{25}CH3S4 \\ -K_{22}K_{26}CH3S4) & -K_{22}K_{26}SH3S4) & +K_{22}K_{26}CH3C4) & +K_{22}K_{26}SH3C4) \\ (K_{23}CH3C4 & (K_{23}SH3C4 & (K_{23}CH3S4 & (K_{23}SH1S2 \\ +K_{24}SH3S4) & +K_{24}CH3S4) & -K_{24}SH3C4) & -K_{24}CH3C4) \end{bmatrix}$$

$$\tag{5.193}$$

göstermekte olup denklem (5.183) ve denklem (5.191) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{25} = [R]\{c_i\} \quad (5.194)$$

$$\{F\}_{25} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{25} \quad (5.195)$$

$$\{F\}_{25} = [k_{25}]\{\delta\}_{25} \quad (5.196)$$

$$[k_{25}] = [R][V]^{-1} \quad (5.197)$$

$[k_{25}]$, V durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

V durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{25}] = \begin{bmatrix} f_1^{(V,2)} & f_2^{(V,2)} & f_3^{(V,2)} & f_4^{(V,2)} \\ f_5^{(V,2)} & f_6^{(V,2)} & f_7^{(V,2)} & f_8^{(V,2)} \\ f_9^{(V,2)} & f_{10}^{(V,2)} & f_{11}^{(V,2)} & f_{12}^{(V,2)} \\ f_{13}^{(V,2)} & f_{14}^{(V,2)} & f_{15}^{(V,2)} & f_{16}^{(V,2)} \end{bmatrix} \quad (5.198)$$

Burada $f_1^{(V,2)}$, $f_2^{(V,2)}$, ..., $f_{16}^{(V,2)}$ terimleri V durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.2.6 VI Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen VI durumu için ikinci bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_2)'e göre türevleri, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \phi_2(\xi_2) &= c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 \xi_2 \cosh(D_3 \xi_2) + c_8 \xi_2 \sinh(D_3 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.199)$$

$$\begin{aligned}\phi_2'(\xi_2) &= c_5 D_3 \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 D_3 \cosh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 [\cosh(D_3 \xi_2) + \xi_2 D_3 \sinh(D_3 \xi_2)] \cosh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_8 [\sinh(D_3 \xi_2) + \xi_2 D_3 \cosh(D_3 \xi_2)]\end{aligned}\quad (5.200)$$

$$\begin{aligned}\phi_2''(\xi_2) &= c_5 D_3^2 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 D_3^2 \sinh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 [2D_3 \sinh(D_3 \xi_2) + \xi_2 D_3^2 \cosh(D_3 \xi_2)] \\ &+ c_8 [2D_3 \cosh(D_3 \xi_2) + \xi_2 D_3^2 \sinh(D_3 \xi_2)]\end{aligned}\quad (5.201)$$

$$\begin{aligned}\phi_2'''(\xi_2) &= c_5 D_3^3 \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 D_3^3 \cosh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 [3D_3^2 \cosh(D_3 \xi_2) + \xi_2 D_3^2 \sinh(D_3 \xi_2)] \\ &+ c_8 [3D_3^2 \sinh(D_3 \xi_2) + \xi_2 D_3^2 \cosh(D_3 \xi_2)]\end{aligned}\quad (5.202)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_2(\xi_2) = \phi_2(\xi_2) \quad (5.203)$$

$$\begin{aligned}z_2(\xi_2) &= c_5 \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 \sinh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 \xi_2 \cosh(D_3 \xi_2) + c_8 \xi_2 \sinh(D_3 \xi_2)\end{aligned}\quad (5.204)$$

Denklem (5.204), VI durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_2(\xi_2) = \frac{1}{L} \phi_2'(\xi_2) \quad (5.205)$$

$$\begin{aligned}\theta_2(\xi_2) &= c_5 \frac{D_3}{L} \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 \frac{D_3}{L} \cosh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 \left[\frac{1}{L} \cosh(D_3 \xi_2) + \xi_2 \frac{D_3}{L} \sinh(D_3 \xi_2) \right] \\ &+ c_8 \left[\frac{1}{L} \sinh(D_3 \xi_2) + \xi_2 \frac{D_3}{L} \cosh(D_3 \xi_2) \right]\end{aligned}\quad (5.206)$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{21} = \frac{D_3}{L} \quad , \quad K_{22} = \frac{1}{L} \quad (5.207)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(\xi_2) &= c_5 K_{21} \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 K_{21} \cosh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 [K_{22} \cosh(D_3 \xi_2) + \xi_2 K_{21} \sinh(D_3 \xi_2)] \\ &+ c_8 [K_{22} \sinh(D_3 \xi_2) + \xi_2 K_{21} \cosh(D_3 \xi_2)] \end{aligned} \quad (5.208)$$

elde edilir.

Denklem (5.208), VI durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} M_2(\xi_2) &= c_5 K_{23} \cosh(D_3 \xi_2) + c_6 K_{23} \sinh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 [\xi_2 K_{23} \cosh(D_3 \xi_2) - K_{24} \sinh(D_3 \xi_2)] \\ &+ c_8 [\xi_2 K_{23} \sinh(D_3 \xi_2) - K_{24} \cosh(D_3 \xi_2)] \end{aligned} \quad (5.209)$$

Denklem (5.209), VI durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{23} ve K_{24} denklem (5.210) ile ifade edilmiştir.

$$\frac{kEIC_{s1}}{AG} - \frac{kE \bar{I} m w^2}{AG} - \frac{EID_3^2}{L^2} = K_{23} \quad , \quad \frac{2EID_3}{L^2} = K_{24} \quad (5.210)$$

Denklem (5.212), VI durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$K_{25} = \frac{kEIC_{s1}}{AG} - \frac{kE \bar{I} m w^2}{AG} - \frac{3EID_3^2}{L^2} \quad (5.211)$$

$$\begin{aligned} T_2(\xi_2) &= c_5 K_{21} K_{23} \sinh(D_3 \xi_2) + c_6 K_{21} K_{23} \cosh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 (\xi_2 K_{21} K_{23} \sinh(D_3 \xi_2) + K_{22} K_{25} \cosh(D_3 \xi_2)) \\ &+ c_8 (\xi_2 K_{21} K_{23} \cosh(D_3 \xi_2) + K_{22} K_{25} \sinh(D_3 \xi_2)) \end{aligned} \quad (5.212)$$

Çubuğun VI durumu için ikinci bölgesindeki kısmına ait iki ucunda, yer değiştirmeler aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{21}(0) = c_5 \quad (5.213)$$

$$\theta_{21}(0) = c_6 K_{21} + c_7 K_{22} \quad (5.214)$$

$$z_{22}(L_2/L) = c_5 \cosh(D_3 L_2/L) + c_6 \sinh(D_3 L_2/L) + c_7 \frac{L_2}{L} \cos(D_3 L_2/L) + c_8 \frac{L_2}{L} \sin(D_3 L_2/L) \quad (5.215)$$

$$\begin{aligned} \theta_{22}(L_2/L) &= c_5 K_{21} \sinh(D_3 \frac{L_2}{L}) + c_6 K_{21} \cosh(D_3 \frac{L_2}{L}) \\ &+ c_7 \left[K_{22} \cosh(D_3 \frac{L_2}{L}) + \frac{L_2}{L} K_{21} \sinh(D_3 \frac{L_2}{L}) \right] \\ &+ c_8 \left[K_{22} \sinh(D_3 \frac{L_2}{L}) + \xi_2 K_{21} \cosh(D_3 \frac{L_2}{L}) \right] \end{aligned} \quad (5.216)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\mathcal{D}\}_{26} = [V] \{c_i\} \quad (5.217)$$

Burada;

$\{\mathcal{D}\}_{26}$, VI durumu için ikinci bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\mathcal{D}\}_{26}^T = \langle z_{11} \quad \theta_{11} \quad z_{12} \quad \theta_{12} \rangle \quad (5.218)$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_5 \quad c_6 \quad c_7 \quad c_8 \rangle \quad (5.219)$$

$$CH3 = \cosh(D_3 L_2/L)$$

$$SH3 = \sinh(D_3 L_2/L)$$

$$[V]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{21} & K_{22} & 0 \\ CH3 & SH3 & \frac{L_2}{L} CH3 & \frac{L_2}{L} SH3 \\ K_{21}SH3 & K_{21}CH3 & \begin{pmatrix} K_{22}CH3 \\ + \frac{L_2}{L} K_{21}SH3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} K_{22}SH3 \\ + \frac{L_2}{L} K_{21}CH3 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.220)$$

göstermektedir.

Çubuğun VI durumu için ikinci bölgedeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{21}(0) = -c_6 K_{21} K_{23} + c_7 K_{22} K_{25} = T \quad (5.221)$$

$$M_{21}(0) = c_5 K_{23} - c_8 K_{24} = -M \quad (5.222)$$

$$\begin{aligned} T_{22}(L_1 / L) &= c_5 K_{21} K_{23} \sinh(D_3 \frac{L_2}{L}) + c_6 K_{21} K_{23} \cosh(D_3 \frac{L_2}{L}) \\ &+ c_7 \left(\xi_2 K_{21} K_{23} \sinh(D_3 \frac{L_2}{L}) + K_{22} K_{25} \cosh(D_3 \frac{L_2}{L}) \right) \\ &+ c_8 \left(\xi_2 K_{21} K_{23} \cosh(D_3 \frac{L_2}{L}) + K_{22} K_{25} \sinh(D_3 \frac{L_2}{L}) \right) = -T \end{aligned} \quad (5.223)$$

$$\begin{aligned} M_{22}(L_2 / L) &= c_5 K_{23} \cosh(D_3 \frac{L_2}{L}) + c_6 K_{23} \sinh(D_3 \frac{L_2}{L}) \\ &+ c_7 \left[\frac{L_2}{L} K_{23} \cosh(D_3 \frac{L_2}{L}) - K_{24} \sinh(D_3 \frac{L_2}{L}) \right] \frac{L_2}{L} \\ &+ c_8 \left[\frac{L_2}{L} K_{23} \sinh(D_3 \frac{L_2}{L}) - K_{24} \cosh(D_3 \frac{L_2}{L}) \right] = M \end{aligned} \quad (5.224)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{26} = [R]\{c_i\} \quad (5.225)$$

Burada;

$\{F\}_{26}$, VI durumu için ikinci bölgeye ait kuvvet vektörünü göstermektedir.

$$\{F\}_{26}^T = \langle T_{11} \quad M_{11} \quad T_{12} \quad M_{12} \rangle \quad (5.226)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & K_{21}K_{23} & K_{22}K_{25} & 0 \\ -K_{23} & 0 & 0 & K_{24} \\ -K_{21}K_{23}SH3 & -K_{21}K_{23}CH3 & -\left(\frac{L_2}{L}K_{21}K_{23}SH3\right) & -\left(\frac{L_2}{L}K_{21}K_{23}CH3\right) \\ K_{23}CH3 & K_{23}SH3 & \begin{pmatrix} \frac{L_2}{L}K_{23}CH3 \\ -K_{24}SH3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{L_2}{L}K_{23}SH3 \\ -K_{24}CH3 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.227)$$

göstermekte olup denklem (5.217) ve denklem (5.225) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{26} = [R]\{c_i\} \quad (5.228)$$

$$\{F\}_{26} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{26} \quad (5.229)$$

$$\{F\}_{26} = [k_{26}]\{\delta\}_{26} \quad (5.230)$$

$$[k_{26}] = [R][V]^{-1} \quad (5.231)$$

$[k_{26}]$, VI durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

VI durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{26}] = \begin{bmatrix} f_1^{(VI,2)} & f_2^{(VI,2)} & f_3^{(VI,2)} & f_4^{(VI,2)} \\ f_5^{(VI,2)} & f_6^{(VI,2)} & f_7^{(VI,2)} & f_8^{(VI,2)} \\ f_9^{(VI,2)} & f_{10}^{(VI,2)} & f_{11}^{(VI,2)} & f_{12}^{(VI,2)} \\ f_{13}^{(VI,2)} & f_{14}^{(VI,2)} & f_{15}^{(VI,2)} & f_{16}^{(VI,2)} \end{bmatrix} \quad (5.232)$$

Burada $f_1^{(VI,2)}$, $f_2^{(VI,2)}$, ..., $f_{16}^{(VI,2)}$ terimleri VI durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.2.7 VII Durumu için İkinci Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen VII durumu için ikinci bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerleştirilmek üzere (ξ_2) 'e göre türevleri alınır.

$$\begin{aligned} \phi_2(\xi_2) &= c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 \xi_2 \cos(D_3 \xi_2) + c_8 \xi_2 \sin(D_3 \xi_2) \end{aligned} \quad (5.233)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'(\xi_2) &= -c_5 D_3 \sin(D_3 \xi_2) + c_6 D_3 \cos(D_3 \xi_2) \\ &+ c_7 [\cos(D_3 \xi_2) - \xi_2 D_3 \sin(D_3 \xi_2)] \cosh(D_3 \xi_2) \\ &+ c_8 [\sin(D_3 \xi_2) + \xi_2 D_3 \cos(D_3 \xi_2)] \end{aligned} \quad (5.234)$$

$$\begin{aligned} \phi_2''(\xi_2) &= -c_5 D_3^2 \cos(D_3 \xi_2) - c_6 D_3^2 \sin(D_3 \xi_2) \\ &- c_7 [2D_3 \sin(D_3 \xi_2) + \xi_2 D_3^2 \cos(D_3 \xi_2)] \\ &+ c_8 [2D_3 \cos(D_3 \xi_2) - \xi_2 D_3^2 \sin(D_3 \xi_2)] \end{aligned} \quad (5.235)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'''(\xi_2) &= c_5 D_3^3 \sin(D_3 \xi_2) - c_6 D_3^3 \cos(D_3 \xi_2) \\ &- c_7 [3D_3^2 \cos(D_3 \xi_2) - \xi_2 D_3^3 \sin(D_3 \xi_2)] \\ &- c_8 [3D_3^2 \sin(D_3 \xi_2) + \xi_2 D_3^3 \cos(D_3 \xi_2)] \end{aligned} \quad (5.236)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_2(\xi_2) = \phi_2(\xi_2) \quad (5.237)$$

$$z_2(\xi_2) = c_5 \cos(D_3 \xi_2) + c_6 \sin(D_3 \xi_2) + c_7 \xi_2 \cos(D_3 \xi_2) + c_8 \xi_2 \sin(D_3 \xi_2) \quad (5.238)$$

Denklem (5.238), VII durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_2(\xi_2) = \frac{1}{L} \phi_2'(\xi_2) \quad (5.239)$$

$$\begin{aligned}
\theta_2(\xi_2) &= -c_5 \frac{D_3}{L} \sin(D_3 \xi_2) + c_6 \frac{D_3}{L} \cos(D_3 \xi_2) \\
&+ c_7 \left[\frac{1}{L} \cos(D_3 \xi_2) - \xi_2 \frac{D_3}{L} \sin(D_3 \xi_2) \right] \\
&+ c_8 \left[\frac{1}{L} \sin(D_3 \xi_2) + \xi_2 \frac{D_3}{L} \cos(D_3 \xi_2) \right]
\end{aligned} \tag{5.240}$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{21} = \frac{D_3}{L} \qquad K_{22} = \frac{1}{L} \tag{5.241}$$

$$\begin{aligned}
\theta_2(\xi_2) &= -c_5 K_{21} \sin(D_3 \xi_2) + c_6 K_{21} \cos(D_3 \xi_2) \\
&+ c_7 [K_{22} \cos(D_3 \xi_2) - \xi_2 K_{21} \sin(D_3 \xi_2)] \\
&+ c_8 [K_{22} \sin(D_3 \xi_2) + \xi_2 K_{21} \cos(D_3 \xi_2)]
\end{aligned} \tag{5.242}$$

elde edilir.

Denklem (5.242), VII durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned}
M_2(\xi_2) &= c_5 K_{23} \cos(D_3 \xi_2) + c_6 K_{23} \sin(D_3 \xi_2) \\
&+ c_7 [\xi_2 K_{23} \cos(D_3 \xi_2) + K_{24} \sin(D_3 \xi_2)] \\
&+ c_8 [\xi_2 K_{23} \sin(D_3 \xi_2) + K_{24} \cos(D_3 \xi_2)]
\end{aligned} \tag{5.243}$$

Denklem (5.243), VII durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{23} ve K_{24} denklem (5.244) ile ifade edilmiştir.

$$\frac{kEIC_{S1}}{AG} - \frac{kE \bar{I} m w^2}{AG} + \frac{EID_3^2}{L^2} = K_{23} \qquad \frac{2EID_3}{L^2} = K_{24} \tag{5.244}$$

Denklem (5.246), VII durumu için ikinci bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$K_{25} = \frac{kEIC_{S1}}{AG} - \frac{kE \bar{I} m w^2}{AG} + \frac{3EID_3^2}{L^2} \tag{5.245}$$

$$\begin{aligned}
T_2(\xi_2) = & -c_5 K_{21} K_{23} \sin(D_3 \xi_2) + c_6 K_{21} K_{23} \cos(D_3 \xi_2) \\
& - c_7 (\xi_2 K_{21} K_{23} \sin(D_3 \xi_2) + K_{22} K_{25} \cos(D_3 \xi_2)) \\
& + c_8 (\xi_2 K_{21} K_{23} \cos(D_3 \xi_2) + K_{22} K_{25} \sin(D_3 \xi_2))
\end{aligned} \tag{5.246}$$

Çubuğun VII durumu için ikinci bölgesindeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{21}(0) = c_5 \tag{5.247}$$

$$\theta_{21}(0) = c_6 K_{21} + c_7 K_{22} \tag{5.248}$$

$$\begin{aligned}
z_{22}(L_2/L) = & c_5 \cos(D_3 L_2/L) + c_6 \sin(D_3 L_2/L) \\
& + c_7 \frac{L_2}{L} \cos(D_3 L_2/L) + c_8 \frac{L_2}{L} \sin(D_3 L_2/L)
\end{aligned} \tag{5.249}$$

$$\begin{aligned}
\theta_{22}(L_2/L) = & -c_5 K_{21} \sin(D_3 \frac{L_2}{L}) + c_6 K_{21} \cos(D_3 \xi_2) \\
& + c_7 \left[K_{22} \cos(D_3 \frac{L_2}{L}) + \frac{L_2}{L} K_{21} \sin(D_3 \frac{L_2}{L}) \right] \\
& + c_8 \left[K_{22} \sin(D_3 \frac{L_2}{L}) + \xi_2 K_{21} \cos(D_3 \frac{L_2}{L}) \right]
\end{aligned} \tag{5.250}$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\mathcal{D}\}_{27} = [V]\{c_i\} \tag{5.251}$$

Burada;

$\{\mathcal{D}\}_{27}$, VII durumu için ikinci bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\mathcal{D}\}_{27}^T = \langle z_{11} \quad \theta_{11} \quad z_{12} \quad \theta_{12} \rangle \tag{5.252}$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_5 \quad c_6 \quad c_7 \quad c_8 \rangle \tag{5.253}$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{21} & K_{22} & 0 \\ C3 & S3 & \frac{L_2}{L} C3 & \frac{L_2}{L} S3 \\ -K_{21}S3 & K_{21}C3 & \left(K_{22}C3 - \frac{L_2}{L} K_{21}S3 \right) & \left(K_{22}S3 + \frac{L_2}{L} K_{21}C3 \right) \end{bmatrix} \quad (5.254)$$

$$C3 = \cos(D_3 L_2 / L)$$

$$S3 = \sin(D_3 L_2 / L)$$

göstermektedir.

Çubuğun VII durumu için ikinci bölgedeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{21}(0) = -c_6 K_{21} K_{23} - c_7 K_{22} K_{25} = T \quad (5.255)$$

$$M_{21}(0) = c_5 K_{23} + c_8 K_{24} = -M \quad (5.256)$$

$$\begin{aligned} T_{22}(L_1 / L) &= -c_5 K_{21} K_{23} \sin(D_3 \frac{L_2}{L}) + c_6 K_{21} K_{23} \cos(D_3 \frac{L_2}{L}) \\ &- c_7 \left(\xi_2 K_{21} K_{23} \sin(D_3 \frac{L_2}{L}) + K_{22} K_{25} \cos(D_3 \frac{L_2}{L}) \right) \\ &+ c_8 \left(\xi_2 K_{21} K_{23} \cos(D_3 \frac{L_2}{L}) + K_{22} K_{25} \sin(D_3 \frac{L_2}{L}) \right) = -T \end{aligned} \quad (5.257)$$

$$\begin{aligned} M_{22}(L_2 / L) &= c_5 K_{23} \cos(D_3 \frac{L_2}{L}) + c_6 K_{23} \sin(D_3 \frac{L_2}{L}) \\ &+ c_7 \left[\frac{L_2}{L} K_{23} \cos(D_3 \frac{L_2}{L}) + K_{24} \sin(D_3 \frac{L_2}{L}) \right] \\ &+ c_8 \left[\frac{L_2}{L} K_{23} \sin(D_3 \frac{L_2}{L}) + K_{24} \cos(D_3 \frac{L_2}{L}) \right] = M \end{aligned} \quad (5.258)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{27} = [R]\{c_i\} \quad (5.259)$$

Burada;

$\{F\}_{27}$, VII durumu için ikinci bölgeye ait kuvvet vektörünü,

$$\{F\}_{27}^T = \langle T_{11} \quad M_{11} \quad T_{12} \quad M_{12} \rangle \quad (5.260)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & K_{21}K_{23} & -K_{22}K_{25} & 0 \\ -K_{23} & 0 & 0 & -K_{24} \\ K_{21}K_{23}S3 & -K_{21}K_{23}C3 & -\left(\frac{L_2}{L}K_{21}K_{23}S3\right) & -\left(\frac{L_2}{L}K_{21}K_{23}C3\right) \\ K_{23}C3 & K_{23}S3 & \left(\frac{L_2}{L}K_{23}C3 + K_{24}S3\right) & \left(\frac{L_2}{L}K_{23}S3 + K_{24}C3\right) \end{bmatrix} \quad (5.261)$$

göstermekte olup denklem (5.251) ve denklem (5.259) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{27} = [R]\{c_i\} \quad (5.262)$$

$$\{F\}_{27} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{27} \quad (5.263)$$

$$\{F\}_{27} = [k_{27}]\{\delta\}_{27} \quad (5.264)$$

$$[k_{27}] = [R][V]^{-1} \quad (5.265)$$

$[k]_{27}$, VII durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

VII durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{27}] = \begin{bmatrix} f_1^{(VII,2)} & f_2^{(VII,2)} & f_3^{(VII,2)} & f_4^{(VII,2)} \\ f_5^{(VII,2)} & f_6^{(VII,2)} & f_7^{(VII,2)} & f_8^{(VII,2)} \\ f_9^{(VII,2)} & f_{10}^{(VII,2)} & f_{11}^{(VII,2)} & f_{12}^{(VII,2)} \\ f_{13}^{(VII,2)} & f_{14}^{(VII,2)} & f_{15}^{(VII,2)} & f_{16}^{(VII,2)} \end{bmatrix} \quad (5.266)$$

Burada $f_1^{(VII,2)}$, $f_2^{(VII,2)}$, ..., $f_{16}^{(VII,2)}$ terimleri VII durumu için ikinci bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.3 Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Üçüncü bölge için bulunan köklerin işaretleri belirlenemediği için dördüncü bölümde belirtildiği üzere yedi farklı şekil fonksiyonu mevcuttur. Her koşul için aşağıdaki şekilde isimlendirilen durumlara ait eleman rijitlik matrisleri, alt başlıklarda elde edilmiştir.

I Durumu:

$$\begin{aligned} \gamma_3 &> 0 \\ \Delta_5 &> 0 \\ \Delta_6 &> 0 \end{aligned} \quad D_5 = (\Delta_5)^{0.5} \quad D_6 = (\Delta_6)^{0.5}$$

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{11} \cosh(D_6 \xi_3) + c_{12} \sinh(D_6 \xi_3)$$

II Durumu:

$$\begin{aligned} \gamma_3 &> 0 \\ \Delta_5 &> 0 \\ \Delta_6 &< 0 \end{aligned} \quad D_5 = (\Delta_5)^{0.5} \quad D_6 = (-\Delta_6)^{0.5}$$

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{11} \cos(D_6 \xi_3) + c_{12} \sin(D_6 \xi_3)$$

III Durumu:

$$\begin{aligned} \gamma_3 &> 0 \\ \Delta_5 &< 0 \\ \Delta_6 &> 0 \end{aligned} \quad D_5 = (-\Delta_5)^{0.5} \quad D_6 = (\Delta_6)^{0.5}$$

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) + c_{11} \cosh(D_6 \xi_3) + c_{12} \sinh(D_6 \xi_3)$$

IV Durumu:

$$\gamma_3 > 0$$

$$\Delta_5 < 0$$

$$\Delta_6 < 0$$

$$D_5 = (-\Delta_5)^{0.5}$$

$$D_6 = (-\Delta_6)^{0.5}$$

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) + c_{11} \cos(D_6 \xi_3) + c_{12} \sin(D_6 \xi_3)$$

V Durumu:

$$\gamma_3 < 0$$

$$\begin{aligned} \phi_3(\xi_3) = & c_9 [\cosh(r_2 \alpha_3 \xi_3) \cos(r_2 \alpha_4 \xi_2)] + c_{10} [\sinh(r_2 \alpha_3 \xi_3) \cos(r_2 \alpha_4 \xi_3)] \\ & + c_{11} [\cosh(r_2 \alpha_3 \xi_3) \sin(r_2 \alpha_4 \xi_3)] + c_{12} [\sinh(r_2 \alpha_3 \xi_3) \cos(r_2 \alpha_4 \xi_3)] \end{aligned}$$

$$\alpha_3 = \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)$$

$$\alpha_4 = \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right)$$

$$r_2 = (-\lambda_3)^{0.25}$$

$$\theta_2 = \operatorname{arctg}\left[\frac{-2(-\beta_3 / 2 - \lambda_3)^{0.5}}{\beta_3}\right]$$

VI Durumu:

$$\gamma_3 = 0$$

$$\Delta_5 = \Delta_6 > 0$$

$$D_5 = D_6 = (\Delta_5)^{0.5} = (\Delta_6)^{0.5}$$

$$\Delta_5 = \Delta_6 = \frac{\beta_3}{2\lambda_3}$$

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{11} \xi_3 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{12} \xi_3 \sinh(D_5 \xi_3)$$

VII Durumu:

$$\gamma_3 = 0$$

$$\Delta_5 = \Delta_6 < 0$$

$$D_5 = D_6 = (-\Delta_5)^{0.5} = (-\Delta_6)^{0.5}$$

$$\Delta_5 = \Delta_6 = \frac{\beta_3}{2\lambda_3}$$

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) + c_{11} \xi_3 \cos(D_5 \xi_3) + c_{12} \xi_3 \sin(D_5 \xi_3)$$

5.3.1 I Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen I durumu için üçüncü bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_3) 'e göre türevleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{11} \cosh(D_6 \xi_3) + c_{12} \sinh(D_6 \xi_3) \quad (5.267)$$

$$\begin{aligned} \phi_3'(\xi_3) &= c_9 D_5 \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5 \cosh(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} D_6 \sinh(D_6 \xi_3) + c_{12} D_6 \cosh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.268)$$

$$\begin{aligned} \phi_3''(\xi_3) &= c_9 D_5^2 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5^2 \sinh(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} D_6^2 \cosh(D_6 \xi_3) + c_{12} D_6^2 \sinh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.269)$$

$$\begin{aligned} \phi_3'''(\xi_3) &= c_9 D_5^3 \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5^3 \cosh(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} D_6^3 \sinh(D_6 \xi_3) + c_{12} D_6^3 \cosh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.270)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_3(\xi_3) = \phi_3(\xi_3) \quad (5.271)$$

$$z_3(\xi_3) = c_9 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{11} \cosh(D_6 \xi_3) + c_{12} \sinh(D_6 \xi_3) \quad (5.272)$$

Denklem (5.272), I durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_3(\xi_3) = \frac{1}{L} \phi_3'(\xi_3) \quad (5.273)$$

$$\begin{aligned} \theta_3(\xi_3) &= c_9 \frac{D_5}{L} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} \frac{D_5}{L} \cosh(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} \frac{D_6}{L} \sinh(D_6 \xi_3) + c_{12} \frac{D_6}{L} \cosh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.274)$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{31} = \frac{D_5}{L} \quad , \quad K_{32} = \frac{D_6}{L} \quad (5.275)$$

$$\begin{aligned} \theta_3(\xi_3) = & c_9 K_{31} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} K_{31} \cosh(D_5 \xi_3) \\ & + c_{11} K_{32} \sinh(D_6 \xi_3) + c_{12} K_{32} \cosh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.276)$$

elde edilir.

Denklem (5.276), I durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} M_3(\xi_3) = & -c_9 K_{33} \cosh(D_5 \xi_3) - c_{10} K_{33} \sinh(D_5 \xi_3) \\ & - c_{11} K_{34} \cosh(D_6 \xi_3) - c_{12} K_{34} \sinh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.277)$$

Denklem (5.277), I durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{33} ve K_{34} denklem (5.278) ile ifade edilmiştir.

$$K_{33} = \frac{kE \bar{I} w^2}{AG} + \frac{EID_5^2}{L^2} \quad K_{34} = \frac{kE \bar{I} w^2}{AG} + \frac{EID_6^2}{L^2} \quad (5.278)$$

Denklem (5.279), I durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} T_3(\xi_3) = & -c_9 K_{31} K_{33} \sinh(D_5 \xi_3) - c_{10} K_{31} K_{33} \cosh(D_5 \xi_3) \\ & - c_{11} K_{32} K_{34} \sinh(D_6 \xi_3) + c_{12} K_{32} K_{34} \cosh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.279)$$

Çubuğun I durumu için üçüncü bölgesindeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{31}(0) = c_9 + c_{11} \quad (5.280)$$

$$\theta_{31}(0) = c_{10} K_{31} + c_{12} K_{32} \quad (5.281)$$

$$\begin{aligned} z_{32}(L_3/L) &= c_9 \cosh(D_5 L_3/L) + c_{10} \sinh(D_5 L_3/L) \\ &+ c_{11} \cosh(D_6 L_3/L) + c_{12} \sinh(D_6 L_3/L) \end{aligned} \quad (5.282)$$

$$\begin{aligned} \theta_{32}(L_3/L) &= c_9 K_{31} \sinh(D_5 L_3/L) + c_{10} K_{31} \cosh(D_5 L_3/L) \\ &+ c_{11} K_{32} \sinh(D_6 L_3/L) + c_{12} K_{32} \cosh(D_6 L_3/L) \end{aligned} \quad (5.283)$$

Bu bağıntılar matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\delta\}_{31} = [V]\{c_i\} \quad (5.284)$$

Burada;

$\{\delta\}_{31}$, I durumu için üçüncü bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\delta\}_{31}^T = \langle z_{31} \quad \theta_{31} \quad z_{32} \quad \theta_{32} \rangle \quad (5.285)$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_9 \quad c_{10} \quad c_{11} \quad c_{12} \rangle \quad (5.286)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_{31} & 0 & K_{32} \\ CH5 & SH5 & CH6 & SH6 \\ K_{31}SH5 & K_{31}CH5 & K_{32}SH6 & K_{32}CH6 \end{bmatrix} \quad (5.287)$$

$$\cosh(D_5 L_3/L) = CH5$$

$$\sinh(D_5 L_3/L) = SH5$$

$$\cosh(D_6 L_3/L) = CH6$$

$$\sinh(D_6 L_3/L) = SH6$$

göstermektedir.

Çubuğun I durumu için üçüncü bölgedeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{31}(0) = -c_{10} K_{31} K_{33} - c_{12} K_{32} K_{34} = T \quad (5.288)$$

$$M_{31}(0) = -c_9 K_{33} - c_{11} K_{34} = -M \quad (5.289)$$

$$\begin{aligned} T_{32}(L_3/L) &= -c_9 K_{31} K_{33} \sinh(D_5 L_3 / L) - c_{10} K_{31} K_{33} \cosh(D_5 L_3 / L) \\ &- c_{11} K_{32} K_{34} \sinh(D_6 L_3 / L) - c_{12} K_{32} K_{34} \cosh(D_6 L_3 / L) = -T \end{aligned} \quad (5.290)$$

$$\begin{aligned} M_{32}(L_3/L) &= -c_9 K_{33} \cosh(D_5 L_3 / L) - c_{10} K_{33} \sinh(D_5 L_3 / L) \\ &- c_{11} K_{34} \cosh(D_6 L_3 / L) - c_{12} K_{34} \sinh(D_6 L_3 / L) = M \end{aligned} \quad (5.291)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{31} = [R]\{c_i\} \quad (5.292)$$

Burada;

$\{F\}_{31}$, I durumu için üçüncü bölgeye ait kuvvet vektörünü,

$$\{F\}_{31}^T = \langle T_{31} \quad M_{31} \quad T_{32} \quad M_{32} \rangle \quad (5.293)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & -K_{31}K_{33} & 0 & -K_{32}K_{34} \\ K_{33} & 0 & K_{34} & 0 \\ K_{31}K_{33}SH5 & K_{31}K_{33}CH5 & K_{32}K_{34}SH6 & K_{32}K_{34}CH6 \\ -K_{33}CH5 & -K_{33}SH5 & -K_{34}CH6 & -K_{34}SH6 \end{bmatrix} \quad (5.294)$$

göstermekte olup denklem (5.284) ve denklem (5.292) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{31} = [R]\{c_i\} \quad (5.295)$$

$$\{F\}_{31} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{31} \quad (5.296)$$

$$\{F\}_{31} = [k_{31}]\{\delta\}_{31} \quad (5.297)$$

$$[k_{31}] = [R][V]^{-1} \quad (5.298)$$

$[k_{31}]$, I durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

I durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{31}] = \begin{bmatrix} f_1^{(I,3)} & f_2^{(I,3)} & f_3^{(I,3)} & f_4^{(I,3)} \\ f_5^{(I,3)} & f_6^{(I,3)} & f_7^{(I,3)} & f_8^{(I,3)} \\ f_9^{(I,3)} & f_{10}^{(I,3)} & f_{11}^{(I,3)} & f_{12}^{(I,3)} \\ f_{13}^{(I,3)} & f_{14}^{(I,3)} & f_{15}^{(I,3)} & f_{16}^{(I,3)} \end{bmatrix} \quad (5.299)$$

Burada $f_1^{(I,3)}$, $f_2^{(I,3)}$, ..., $f_{16}^{(I,3)}$ terimleri I durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.3.2 II Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen II durumu için üçüncü bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_3) ' e göre türevleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cosh(D_3 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{11} \cos(D_6 \xi_3) + c_{12} \sin(D_6 \xi_3) \quad (5.300)$$

$$\begin{aligned} \phi_3'(\xi_3) &= c_9 D_5 \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5 \cosh(D_5 \xi_3) \\ &- c_{11} D_6 \sin(D_6 \xi_3) + c_{12} D_6 \cos(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.301)$$

$$\begin{aligned} \phi_3''(\xi_3) &= c_9 D_5^2 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5^2 \sinh(D_5 \xi_3) \\ &- c_{11} D_6^2 \cos(D_6 \xi_3) - c_{12} D_6^2 \sin(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.302)$$

$$\begin{aligned} \phi_3'''(\xi_3) &= c_9 D_5^3 \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5^3 \cosh(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} D_6^3 \sin(D_6 \xi_3) - c_{12} D_6^3 \cos(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.303)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_3(\xi_3) = \phi_3(\xi_3) \quad (5.304)$$

$$z_3(\xi_3) = c_9 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{11} \cos(D_6 \xi_3) + c_{12} \sin(D_6 \xi_3) \quad (5.305)$$

Denklem (5.305), II durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_3(\xi_3) = \frac{1}{L} \phi'_3(\xi_3) \quad (5.306)$$

$$\begin{aligned} \theta_3(\xi_3) = & c_9 \frac{D_5}{L} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} \frac{D_5}{L} \cosh(D_5 \xi_3) \\ & - c_{11} \frac{D_6}{L} \sin(D_6 \xi_3) + c_{12} \frac{D_6}{L} \cos(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.307)$$

Aşağıdaki gibi kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{31} = \frac{D_5}{L} \quad , \quad K_{32} = \frac{D_6}{L} \quad (5.308)$$

$$\begin{aligned} \theta_3(\xi_3) = & c_9 K_{31} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} K_{31} \cosh(D_5 \xi_3) \\ & - c_{11} K_{32} \sin(D_6 \xi_3) + c_{12} K_{32} \cos(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.309)$$

elde edilir.

Denklem (5.309), II durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} M_3(\xi_3) = & -c_9 K_{33} \cosh(D_5 \xi_3) - c_{10} K_{33} \sinh(D_5 \xi_3) \\ & - c_{11} K_{34} \cos(D_6 \xi_3) - c_{12} K_{34} \sin(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.310)$$

Denklem (5.310), II durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{33} ve K_{34} denklem (5.311) ile ifade edilmiştir.

$$K_{33} = \frac{kE \bar{I}_m w^2}{AG} + \frac{EID_5^2}{L^2} \quad , \quad K_{34} = \frac{kE \bar{I}_m w^2}{AG} - \frac{EID_6^2}{L^2} \quad (5.311)$$

Denklem (5.312), II durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$T_3(\xi_3) = -c_9 K_{31} K_{33} \sinh(D_5 \xi_3) - c_{10} K_{31} K_{33} \cosh(D_5 \xi_3) + c_{11} K_{32} K_{34} \sin(D_6 \xi_3) - c_{12} K_{32} K_{34} \cos(D_6 \xi_3) \quad (5.312)$$

Çubuğun II durumu için üçüncü bölgesindeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{31}(0) = c_9 + c_{11} \quad (5.313)$$

$$\theta_{31}(0) = c_{10} K_{31} + c_{12} K_{32} \quad (5.314)$$

$$z_{32}(L_3/L) = c_9 \cosh(D_5 L_3/L) + c_{10} \sinh(D_5 L_3/L) + c_{11} \cos(D_6 L_3/L) + c_{12} \sin(D_6 L_3/L) \quad (5.315)$$

$$\theta_{32}(L_3/L) = c_9 K_{31} \sinh(D_5 L_3/L) + c_{10} K_{31} \cosh(D_5 L_3/L) - c_{11} K_{32} \sin(D_6 L_3/L) + c_{12} K_{32} \cos(D_6 L_3/L) \quad (5.316)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\mathcal{D}\}_{32} = [V] \{c_i\} \quad (5.317)$$

Burada;

$\{\mathcal{D}\}_{32}$, II durumu için üçüncü bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\mathcal{D}\}_{32}^T = \langle z_{31} \quad \theta_{31} \quad z_{32} \quad \theta_{32} \rangle \quad (5.318)$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_9 \quad c_{10} \quad c_{11} \quad c_{12} \rangle \quad (5.319)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_{31} & 0 & K_{32} \\ CH5 & SH5 & C6 & S6 \\ K_{31}SH5 & K_{31}CH5 & -K_{32}S6 & K_{32}C6 \end{bmatrix} \quad (5.320)$$

$$\cosh(D_5 L_3/L) = CH5$$

$$\sinh(D_5 L_3/L) = SH5$$

$$\cos(D_6 L_3/L) = C6$$

$$\sin(D_6 L_3/L) = S6$$

göstermektedir.

Çubuğun II durumu için üçüncü bölgesindeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{31}(0) = -c_{10}K_{31}K_{33} - c_{12}K_{32}K_{34} = T \quad (5.321)$$

$$M_{31}(0) = -c_9K_{33} + c_{11}K_{34} = -M \quad (5.322)$$

$$T_{32}(L_3/L) = -c_9K_{31}K_{33} \sinh(D_5L_3/L) - c_{10}K_{31}K_{33} \cosh(D_5L_3/L) + c_{11}K_{32}K_{34} \sin(D_6L_3/L) - c_{12}K_{32}K_{34} \cos(D_6L_3/L) = -T \quad (5.323)$$

$$M_{32}(L_3/L) = -c_9K_{33} \cosh(D_5L_3/L) - c_{10}K_{33} \sinh(D_5L_3/L) - c_{11}K_{34} \cos(D_6L_3/L) - c_{12}K_{34} \sin(D_6L_3/L) = M \quad (5.324)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{32} = [R]\{c_i\} \quad (5.325)$$

Burada;

$\{F\}_{32}$, II durumu için üçüncü bölgeye ait kuvvet vektörünü göstermektedir

$$\{F\}_{32}^T = \langle T_{31} \quad M_{31} \quad T_{32} \quad M_{32} \rangle \quad (5.326)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & -K_{31}K_{33} & 0 & -K_{32}K_{34} \\ K_{33} & 0 & K_{34} & 0 \\ K_{31}K_{33}SH5 & K_{31}K_{33}CH5 & -K_{32}K_{34}S6 & K_{32}K_{34}C6 \\ -K_{33}CH5 & -K_{33}SH5 & -K_{34}C6 & -K_{34}S6 \end{bmatrix} \quad (5.327)$$

göstermekte olup denklem (5.317) ve denklem (5.325) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{32} = [R]\{c_i\} \quad (5.328)$$

$$\{F\}_{32} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{32} \quad (5.329)$$

$$\{F\}_{32} = [k_{32}]\{\delta\}_{32} \quad (5.330)$$

$$[k_{32}] = [R][V]^{-1} \quad (5.331)$$

$[k_{32}]$, II durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

II durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{32}] = \begin{bmatrix} f_1^{(II,3)} & f_2^{(II,3)} & f_3^{(II,3)} & f_4^{(II,3)} \\ f_5^{(II,3)} & f_6^{(II,3)} & f_7^{(II,3)} & f_8^{(II,3)} \\ f_9^{(II,3)} & f_{10}^{(II,3)} & f_{11}^{(II,3)} & f_{12}^{(II,3)} \\ f_{13}^{(II,3)} & f_{14}^{(II,3)} & f_{15}^{(II,3)} & f_{16}^{(II,3)} \end{bmatrix} \quad (5.332)$$

Burada $f_1^{(II,3)}$, $f_2^{(II,3)}$, ..., $f_{16}^{(II,3)}$ terimleri II durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.3.3 III Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen III durumu için üçüncü bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_3)'e göre türevleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) + c_{11} \cosh(D_6 \xi_3) + c_{12} \sinh(D_6 \xi_3) \quad (5.333)$$

$$\begin{aligned} \phi_3'(\xi_3) &= -c_9 D_5 \sin(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5 \cos(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} D_6 \sinh(D_6 \xi_3) + c_{12} D_6 \cosh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.334)$$

$$\begin{aligned} \phi_3''(\xi_3) &= -c_9 D_5^2 \cos(D_5 \xi_3) - c_{10} D_5^2 \sin(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} D_6^2 \cosh(D_6 \xi_3) + c_{12} D_6^2 \sinh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.335)$$

$$\begin{aligned} \phi_3'''(\xi_3) &= c_9 D_5^3 \sin(D_5 \xi_3) - c_{10} D_5^3 \cos(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} D_6^3 \sinh(D_6 \xi_3) + c_{12} D_6^3 \cosh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.336)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_3(\xi_3) = \phi_3(\xi_3) \quad (5.337)$$

$$z_3(\xi_3) = c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) + c_{11} \cosh(D_6 \xi_3) + c_{12} \sinh(D_6 \xi_3) \quad (5.338)$$

Denklem (5.338), III durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_3(\xi_3) = \frac{1}{L} \phi_3'(\xi_3) \quad (5.339)$$

$$\begin{aligned} \theta_3(\xi_3) = & -c_9 \frac{D_5}{L} \sin(D_5 \xi_3) + c_{10} \frac{D_5}{L} \cos(D_5 \xi_3) \\ & + c_{11} \frac{D_6}{L} \sinh(D_6 \xi_3) + c_{12} \frac{D_6}{L} \cosh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.340)$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{31} = \frac{D_5}{L} \quad , \quad K_{32} = \frac{D_6}{L} \quad (5.341)$$

$$\begin{aligned} \theta_3(\xi_3) = & c_9 K_{31} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} K_{31} \cos(D_5 \xi_3) \\ & + c_{11} K_{32} \sinh(D_6 \xi_3) + c_{12} K_{32} \cosh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.342)$$

elde edilir.

Denklem (5.342), III durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} M_3(\xi_3) = & -c_9 K_{33} \cos(D_5 \xi_3) - c_{10} K_{33} \sin(D_5 \xi_3) \\ & - c_{11} K_{34} \cosh(D_6 \xi_3) - c_{12} K_{34} \sinh(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.343)$$

Denklem (5.343), III durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{33} ve K_{34} denklem (5.344) ile ifade edilmiştir.

$$K_{33} = \frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} - \frac{EID_3^2}{L^2}, \quad K_{34} = \frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} + \frac{EID_6^2}{L^2} \quad (5.344)$$

Denklem (5.345), III durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$T_3(\xi_3) = c_9 K_{31} K_{33} \sin(D_5 \xi_3) - c_{10} K_{31} K_{33} \cos(D_5 \xi_3) - c_{11} K_{32} K_{34} \sinh(D_6 \xi_3) - c_{12} K_{32} K_{34} \cosh(D_6 \xi_3) \quad (5.345)$$

Çubuğun III durumu için üçüncü bölgesindeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{31}(0) = c_9 + c_{11} \quad (5.346)$$

$$\theta_{31}(0) = c_{10} K_{31} + c_{12} K_{32} \quad (5.347)$$

$$z_{32}(L_3/L) = c_9 \cos(D_5 L_3/L) + c_{10} \sin(D_5 L_3/L) + c_{11} \cosh(D_6 L_3/L) + c_{12} \sinh(D_6 L_3/L) \quad (5.348)$$

$$\theta_{32}(L_3/L) = -c_9 K_{31} \sin(D_5 L_3/L) + c_{10} K_{31} \cos(D_5 L_3/L) + c_{11} K_{32} \sinh(D_6 L_3/L) + c_{12} K_{32} \cosh(D_6 L_3/L) \quad (5.349)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\delta\}_{33} = [V] \{c_i\} \quad (5.350)$$

Burada;

$\{\delta\}_{33}$, III durumu için üçüncü bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\delta\}_{34}^T = \langle z_{31} \quad \theta_{31} \quad z_{32} \quad \theta_{32} \rangle \quad (5.351)$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_9 \quad c_{10} \quad c_{11} \quad c_{12} \rangle \quad (5.352)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_{31} & 0 & K_{32} \\ C5 & S5 & CH6 & SH6 \\ -K_{31}S5 & K_{31}C5 & K_{32}SH6 & K_{32}CH6 \end{bmatrix} \quad (5.353)$$

$$\cos(D_5 L_3 / L) = C5$$

$$\sin(D_5 L_3 / L) = S5$$

$$\cosh(D_6 L_3 / L) = CH6$$

$$\sinh(D_6 L_3 / L) = SH6$$

göstermektedir.

Çubuğun III durumu için üçüncü bölgesindeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{31}(0) = -c_{10}K_{31}K_{33} - c_{12}K_{32}K_{34} = T \quad (5.354)$$

$$M_{31}(0) = -c_9K_{33} - c_{11}K_{34} = -M \quad (5.355)$$

$$T_{32}(L_3 / L) = c_9K_{31}K_{33} \sin(D_5 L_3 / L) - c_{10}K_{31}K_{33} \cos(D_5 L_3 / L) - c_{11}K_{32}K_{34} \sinh(D_6 L_3 / L) - c_{12}K_{32}K_{34} \cosh(D_6 L_3 / L) = -T \quad (5.356)$$

$$M_{32}(L_3 / L) = -c_9K_{33} \cos(D_5 L_3 / L) - c_{10}K_{33} \sin(D_5 L_3 / L) - c_{11}K_{34} \cosh(D_6 L_3 / L) - c_{12}K_{34} \sinh(D_6 L_3 / L) = M \quad (5.357)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{33} = [R]\{c_i\} \quad (5.358)$$

Burada;

$\{F\}_{33}$, III durumu için üçüncü bölgeye ait kuvvet vektörünü,

$$\{F\}_{33}^T = \langle T_{31} \quad M_{31} \quad T_{32} \quad M_{32} \rangle \quad (5.359)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & -K_{31}K_{33} & 0 & -K_{32}K_{34} \\ K_{33} & 0 & K_{34} & 0 \\ -K_{31}K_{33}S5 & K_{31}K_{33}C5 & K_{32}K_{34}SH6 & K_{32}K_{34}CH6 \\ -K_{33}C5 & -K_{33}S5 & -K_{34}CH6 & -K_{34}SH6 \end{bmatrix} \quad (5.360)$$

göstermekte olup denklem (5.350) ve denklem (5.358) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{33} = [R]\{c_i\} \quad (5.361)$$

$$\{F\}_{33} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{33} \quad (5.362)$$

$$\{F\}_{33} = [k_{33}]\{\delta\}_{33} \quad (5.363)$$

$$[k_{33}] = [R][V]^{-1} \quad (5.364)$$

$[k_{33}]$, III durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

III durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{33}] = \begin{bmatrix} f_1^{(III,3)} & f_2^{(III,3)} & f_3^{(III,3)} & f_4^{(III,3)} \\ f_5^{(III,3)} & f_6^{(III,3)} & f_7^{(III,3)} & f_8^{(III,3)} \\ f_9^{(III,3)} & f_{10}^{(III,3)} & f_{11}^{(III,3)} & f_{12}^{(III,3)} \\ f_{13}^{(III,3)} & f_{14}^{(III,3)} & f_{15}^{(III,3)} & f_{16}^{(III,3)} \end{bmatrix} \quad (5.365)$$

Burada $f_1^{(III,3)}$, $f_2^{(III,3)}$, ..., $f_{16}^{(III,3)}$ terimleri III durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.3.4 IV Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen IV durumu için üçüncü bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_3) 'e göre türevleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi_3(\xi_3) = c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) + c_{11} \cos(D_6 \xi_3) + c_{12} \sin(D_6 \xi_3) \quad (5.366)$$

$$\begin{aligned} \phi_3'(\xi_3) &= -c_9 D_5 \sin(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5 \cos(D_5 \xi_3) \\ &- c_{11} D_6 \sin(D_6 \xi_3) + c_{12} D_6 \cos(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.367)$$

$$\begin{aligned} \phi_3''(\xi_3) &= -c_9 D_5^2 \cos(D_5 \xi_3) - c_{10} D_5^2 \sin(D_5 \xi_3) \\ &- c_{11} D_6^2 \cos(D_6 \xi_3) - c_{12} D_6^2 \sin(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.368)$$

$$\begin{aligned} \phi_3'''(\xi_3) &= c_9 D_5^3 \sin(D_5 \xi_3) - c_{10} D_5^3 \cos(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} D_6^3 \sin(D_6 \xi_3) - c_{12} D_6^3 \cos(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.369)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_3(\xi_3) = \phi_3(\xi_3) \quad (5.370)$$

$$z_3(\xi_3) = c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) + c_{11} \cos(D_6 \xi_3) + c_{12} \sin(D_6 \xi_3) \quad (5.371)$$

Denklem (5.371), IV durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_3(\xi_3) = \frac{1}{L} \phi_3'(\xi_3) \quad (5.372)$$

$$\begin{aligned} \theta_3(\xi_3) &= -c_9 \frac{D_5}{L} \sin(D_5 \xi_3) + c_{10} \frac{D_5}{L} \cos(D_5 \xi_3) \\ &- c_{11} \frac{D_6}{L} \sin(D_6 \xi_3) + c_{12} \frac{D_6}{L} \cos(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.373)$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{31} = \frac{D_5}{L} \quad , \quad K_{32} = \frac{D_6}{L} \quad (5.374)$$

$$\begin{aligned} \theta_3(\xi_3) &= -c_9 K_{31} \sin(D_5 \xi_3) + c_{10} K_{31} \cos(D_5 \xi_3) \\ &- c_{11} K_{32} \sin(D_6 \xi_3) + c_{12} K_{32} \cos(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.375)$$

elde edilir.

Denklem (5.375), IV durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} M_3(\xi_3) = & -c_9 K_{33} \cos(D_5 \xi_3) - c_{10} K_{33} \sin(D_5 \xi_3) \\ & - c_{11} K_{34} \cos(D_6 \xi_3) - c_{12} K_{34} \sin(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.376)$$

Denklem (5.376), IV durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{33} ve K_{34} denklem (5.377) ile ifade edilmiştir.

$$K_{33} = \frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} - \frac{EID_5^2}{L^2}, \quad K_{34} = \frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} - \frac{EID_6^2}{L^2} \quad (5.377)$$

Denklem (5.378), IV durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} T_3(\xi_3) = & c_9 K_{31} K_{33} \sin(D_5 \xi_3) - c_{10} K_{31} K_{33} \cos(D_5 \xi_3) \\ & + c_{11} K_{32} K_{34} \sin(D_6 \xi_3) - c_{12} K_{32} K_{34} \cos(D_6 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.378)$$

Çubuğun IV durumu için üçüncü bölgesindeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{31}(0) = c_9 + c_{11} \quad (5.379)$$

$$\theta_{31}(0) = c_{10} K_{31} + c_{12} K_{32} \quad (5.380)$$

$$\begin{aligned} z_{32}(L_3/L) = & c_9 \cos(D_5 L_3/L) + c_{10} \sin(D_5 L_3/L) \\ & + c_{11} \cos(D_6 L_3/L) + c_{12} \sin(D_6 L_3/L) \end{aligned} \quad (5.381)$$

$$\begin{aligned} \theta_{32}(L_3/L) = & -c_9 K_{31} \sin(D_5 L_3/L) + c_{10} K_{31} \cos(D_5 L_3/L) \\ & + c_{11} K_{32} \sinh(D_6 L_3/L) + c_{12} K_{32} \cos(D_6 L_3/L) \end{aligned} \quad (5.382)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\delta\}_{34} = [V] \{c_i\} \quad (5.383)$$

Burada;

$\{\delta\}_{34}$, IV durumu için üçüncü bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\delta\}_{34}^T = \langle z_{31} \quad \theta_{31} \quad z_{32} \quad \theta_{32} \rangle \quad (5.384)$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_9 \quad c_{10} \quad c_{11} \quad c_{12} \rangle \quad (5.385)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_{31} & 0 & K_{32} \\ C5 & S5 & C6 & S6 \\ -K_{31}S5 & K_{31}C5 & -K_{32}S6 & K_{32}C6 \end{bmatrix} \quad (5.386)$$

$$\cos(D_5 L_3 / L) = C5$$

$$\sin(D_5 L_3 / L) = S5$$

$$\cos(D_6 L_3 / L) = C6$$

$$\sin(D_6 L_3 / L) = S6$$

göstermektedir.

Çubuğun IV durumu için üçüncü bölgesindeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{31}(0) = -c_{10}K_{31}K_{33} - c_{12}K_{32}K_{34} = T \quad (5.387)$$

$$M_{31}(0) = -c_9K_{33} - c_{11}K_{34} = -M \quad (5.388)$$

$$T_{32}(L_3 / L) = c_9K_{31}K_{32} \sin(D_5 L_3 / L) - c_{10}K_{31}K_{32} \cos(D_5 L_3 / L) \\ + c_{11}K_{32}K_{34} \sin(D_6 L_3 / L) - c_{12}K_{32}K_{34} \cos(D_6 L_3 / L) = -T \quad (5.389)$$

$$M_{32}(L_3 / L) = -c_9K_{33} \cos(D_5 L_3 / L) - c_{10}K_{33} \sin(D_5 L_3 / L) \\ - c_{11}K_{34} \cos(D_6 L_3 / L) - c_{12}K_{34} \sin(D_6 L_3 / L) = M \quad (5.390)$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{34} = [R]\{c_i\} \quad (5.391)$$

Burada;

$\{F\}_{34}$, IV durumu için üçüncü bölgeye ait kuvvet vektörünü göstermektedir

$$\{F\}_{34}^T = \langle T_{31} \quad M_{31} \quad T_{32} \quad M_{32} \rangle \quad (5.392)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & -K_{31}K_{33} & 0 & -K_{32}K_{34} \\ K_{33} & 0 & K_{34} & 0 \\ -K_{31}K_{33}S5 & K_{31}K_{33}C5 & -K_{32}K_{34}S6 & K_{32}K_{34}C6 \\ -K_{33}C5 & -K_{33}S5 & -K_{34}C6 & -K_{34}S6 \end{bmatrix} \quad (5.393)$$

göstermekte olup denklem (5.383) ve denklem (5.391) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{34} = [R]\{c_i\} \quad (5.394)$$

$$\{F\}_{34} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{34} \quad (5.395)$$

$$\{F\}_{34} = [k_{34}]\{\delta\}_{34} \quad (5.396)$$

$$[k_{34}] = [R][V]^{-1} \quad (5.397)$$

$[k_{34}]$, IV durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilmiş olunur.

IV durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{34}] = \begin{bmatrix} f_1^{(IV,3)} & f_2^{(IV,3)} & f_3^{(IV,3)} & f_4^{(IV,3)} \\ f_5^{(IV,3)} & f_6^{(IV,3)} & f_7^{(IV,3)} & f_8^{(IV,3)} \\ f_9^{(IV,3)} & f_{10}^{(IV,3)} & f_{11}^{(IV,3)} & f_{12}^{(IV,3)} \\ f_{13}^{(IV,3)} & f_{14}^{(IV,3)} & f_{15}^{(IV,3)} & f_{16}^{(IV,3)} \end{bmatrix} \quad (5.398)$$

Burada $f_1^{(IV,3)}$, $f_2^{(IV,3)}$, ..., $f_{16}^{(IV,3)}$ terimleri IV durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.3.5 V Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen V durumu için üçüncü bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_3) 'e göre türevleri, $r_2\alpha_3 = A_3$ ve $r_2\alpha_4 = A_4$ olmak üzere, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \phi_3(\xi_3) = & c_9 [\cosh(r_2 A_3) \cos(r_2 A_4)] + c_{10} [\sinh(r_2 A_3) \cos(r_2 A_4)] \\ & + c_{11} [\cosh(r_2 A_3) \sin(r_2 A_4)] + c_{12} [\sinh(r_2 A_3) \sin(r_2 A_4)] \end{aligned} \quad (5.399)$$

$$\begin{aligned} \phi_3'(\xi_3) = & c_9 [A_3 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3)] \\ & + c_{10} [A_3 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3)] \\ & + c_{11} [A_3 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) + A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3)] \\ & + c_{12} [A_3 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) + A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3)] \end{aligned} \quad (5.400)$$

$$\begin{aligned} \phi_3''(\xi_3) = & c_9 \left[\begin{aligned} & A_3^2 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_3 A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \\ & - A_3 A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) - A_4^2 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \end{aligned} \right] \\ & + c_{10} \left[\begin{aligned} & A_3^2 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_3 A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \\ & - A_3 A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) - A_4^2 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \end{aligned} \right] \\ & + c_{11} \left[\begin{aligned} & A_3^2 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) + A_3 A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \\ & + A_3 A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_4^2 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \end{aligned} \right] \\ & + c_{12} \left[\begin{aligned} & A_3^2 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) + A_3 A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \\ & + A_3 A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_4^2 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (5.401)$$

$$\begin{aligned}
\phi_3'''(\xi_3) = & c_9 \left[\begin{aligned} & A_3^3 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_3^2 A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \\ & - A_3^2 A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) - A_3 A_4^2 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \\ & - A_3^2 A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) - A_3 A_4^2 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \\ & - A_3 A_4^2 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) + A_4^3 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \end{aligned} \right] \\
& + c_{10} \left[\begin{aligned} & A_3^3 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_3^2 A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \\ & - A_3^2 A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) - A_3 A_4^2 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \\ & - A_3^2 A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) - A_3 A_4^2 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \\ & - A_3 A_4^2 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) + A_4^3 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \end{aligned} \right] \\
& + c_{11} \left[\begin{aligned} & A_3^3 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) + A_3^2 A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \\ & + A_3^2 A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_3 A_4^2 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \\ & + A_3^2 A_4 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_3 A_4^2 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \\ & - A_3 A_4^2 \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) + A_4^3 \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \end{aligned} \right] \\
& + c_{12} \left[\begin{aligned} & A_3^3 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) + A_3^2 A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \\ & + A_3^2 A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_3 A_4^2 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \\ & + A_3^2 A_4 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - A_3 A_4^2 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \\ & - A_3 A_4^2 \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) - A_4^3 \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \end{aligned} \right]
\end{aligned} \tag{5.402}$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_3(\xi_3) = \phi_3(\xi_3) \tag{5.403}$$

$$\begin{aligned}
z_3(\xi_3) = & c_9 [\cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3)] + c_{10} [\sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3)] \\
& + c_{11} [\cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3)] + c_{12} [\sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3)]
\end{aligned} \tag{5.404}$$

Denklem (5.404), V durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_3(\xi_3) = \frac{1}{L} \phi_3'(\xi_3) \tag{5.405}$$

$$\begin{aligned}
\theta_2(\xi_2) = & c_9 \left[\frac{A_3}{L} \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - \frac{A_4}{L} \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \right] \\
& + c_{10} \left[\frac{A_3}{L} \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - \frac{A_4}{L} \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \right] \\
& + c_{11} \left[\frac{A_3}{L} \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) + \frac{A_4}{L} \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \right] \\
& + c_{12} \left[\frac{A_3}{L} \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) + \frac{A_4}{L} \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \right]
\end{aligned} \tag{5.406}$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{31} = \frac{A_3}{L}, \quad K_{32} = \frac{A_4}{L} \tag{5.407}$$

elde edilir.

$$\begin{aligned}
\theta_3(\xi_3) = & c_9 \left[K_{31} \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - K_{32} \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \right] \\
& + c_{10} \left[K_{31} \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) - K_{32} \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \right] \\
& + c_{11} \left[K_{31} \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) + K_{32} \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \right] \\
& + c_{12} \left[K_{31} \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) + K_{32} \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \right]
\end{aligned} \tag{5.408}$$

Denklem (5.408), V durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned}
M_3(\xi_3) = & c_9 \left\{ K_{33} \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) + K_{34} \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \right\} \\
& + c_{10} \left\{ K_{33} \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) + K_{34} \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) \right\} \\
& + c_{11} \left\{ K_{33} \cosh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) - K_{34} \sinh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \right\} \\
& + c_{12} \left\{ K_{33} \sinh(A_3 \xi_3) \sin(A_4 \xi_3) - K_{34} \cosh(A_3 \xi_3) \cos(A_4 \xi_3) \right\}
\end{aligned} \tag{5.409}$$

Denklem (5.409), V durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{33} ve K_{34} denklem (5.410) ile ifade edilmiştir.

$$K_{33} = -\frac{kE \bar{I} m w^2}{AG} + \frac{EI(A_4^2 - A_3^2)}{L^2}, \quad K_{34} = \frac{2EIA_3 A_4}{L^2} \tag{5.410}$$

Denklem (5.411), V durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned}
T_2(\xi_2) = & c_9 \{K_{31}K_{35} \sinh(A_3\xi_3) \cos(A_4\xi_3) - K_{32}K_{36} \cosh(A_3\xi_3) \sin(A_4\xi_3)\} \\
& + c_{10} \{K_{31}K_{35} \cosh(A_3\xi_3) \cos(A_4\xi_3) - K_{32}K_{36} \sinh(A_3\xi_3) \sin(A_4\xi_3)\} \\
& + c_{11} \{K_{31}K_{35} \sinh(A_3\xi_3) \sin(A_4\xi_3) + K_{32}K_{36} \cosh(A_3\xi_3) \cos(A_4\xi_3)\} \\
& + c_{12} \{K_{31}K_{35} \cosh(A_3\xi_3) \sin(A_4\xi_3) + K_{32}K_{36} \sinh(A_3\xi_3) \cos(A_4\xi_3)\}
\end{aligned} \tag{5.411}$$

Çubuğun V durumu için üçüncü bölgedeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{31}(0) = c_9 \tag{5.412}$$

$$\theta_{31}(0) = c_{10}K_{31} + c_{11}K_{32} \tag{5.413}$$

$$\begin{aligned}
z_{32}(L_3/L) = & c_9 [\cosh(A_3L_3/L) \cos(A_4L_3/L)] \\
& + c_{10} [\sinh(A_3L_3/L) \cos(A_4L_3/L)] \\
& + c_{11} [\cosh(A_3L_3/L) \sin(A_4L_3/L)] \\
& + c_{12} [\sinh(A_3L_3/L) \sin(A_4L_3/L)]
\end{aligned} \tag{5.414}$$

$$\begin{aligned}
\theta_{32}(L_3/L) = & c_9 \left[\begin{array}{l} K_{31} \sinh(A_3L_3/L) \cos(A_4L_3/L) \\ - K_{32} \cosh(A_3L_3/L) \sin(A_4L_3/L) \end{array} \right] \\
& + c_{10} \left[\begin{array}{l} K_{31} \cosh(A_3L_3/L) \cos(A_4L_3/L) \\ - K_{32} \sinh(A_3L_3/L) \sin(A_4L_3/L) \end{array} \right] \\
& + c_{11} \left[\begin{array}{l} K_{31} \sinh(A_3L_3/L) \sin(A_4L_3/L) \\ + K_{32} \cosh(A_3L_3/L) \cos(A_4L_3/L) \end{array} \right] \\
& + c_{12} \left[\begin{array}{l} K_{31} \cosh(A_3L_3/L) \sin(A_4L_3/L) \\ + K_{32} \sinh(A_3L_3/L) \cos(A_4L_3/L) \end{array} \right]
\end{aligned} \tag{5.415}$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\delta\}_{35} = [V]\{c_i\} \tag{5.416}$$

Burada;

$\{\delta\}_{35}$, V durumu için üçüncü bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\delta\}_{35}^T = \langle z_{31} \quad \theta_{31} \quad z_{32} \quad \theta_{32} \rangle \tag{5.417}$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_9 \quad c_{10} \quad c_{11} \quad c_{12} \rangle \tag{5.418}$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{31} & K_{32} & 0 \\ CH5C6 & SH5C6 & CH5S6 & SH5S6 \\ (K_{31}SH5C6 & (K_{31}CH5C6 & (K_{31}SH5S6 & (K_{31}CH5S6 \\ -K_{32}CH5S6) & -K_{32}SH5S6) & +K_{32}CH5C6) & +K_{32}SH5C6) \end{bmatrix} \quad (5.419)$$

$$\cosh(A_3L_3 / L) = CH5$$

$$\sinh(A_3L_3 / L) = SH5$$

$$\cos(A_4L_3 / L) = C6$$

$$\sin(A_4L_3 / L) = S6$$

göstermektedir.

Çubuğun V durumu için üçüncü bölgedeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{31}(0) = c_{10}K_{31}K_{35} + c_{11}K_{32}K_{36} = T \quad (5.420)$$

$$M_{31}(0) = c_9K_{33} - c_{12}K_{34} = -M \quad (5.421)$$

$$\begin{aligned} T_{32}(L_3 / L) = & c_9 \left\{ \begin{array}{l} K_{31}K_{35} \sinh(A_3L_3 / L) \cos(A_4L_3 / L) \\ -K_{32}K_{36} \cosh(A_3L_3 / L) \sin(A_4L_3 / L) \end{array} \right\} \\ & + c_{10} \left\{ \begin{array}{l} K_{31}K_{35} \cosh(A_3L_3 / L) \cos(A_4L_3 / L) \\ -K_{32}K_{36} \sinh(A_3L_3 / L) \sin(A_4L_3 / L) \end{array} \right\} \\ & + c_{11} \left\{ \begin{array}{l} K_{31}K_{35} \sinh(A_3L_3 / L) \sin(A_4L_3 / L) \\ +K_{32}K_{36} \cosh(A_3L_3 / L) \cos(A_4L_3 / L) \end{array} \right\} \\ & + c_{12} \left\{ \begin{array}{l} K_{31}K_{35} \cosh(A_3L_3 / L) \sin(A_4L_3 / L) \\ +K_{32}K_{36} \sinh(A_3L_3 / L) \cos(A_4L_3 / L) \end{array} \right\} = -T \end{aligned} \quad (5.422)$$

$$\begin{aligned}
M_{32}(L_3/L) &= c_9 \left\{ \begin{array}{l} K_{33} \cosh(A_3 L_3 / L) \cos(A_4 L_3 / L) \\ + K_{34} \sinh(A_3 L_3 / L) \sin(A_4 L_3 / L) \end{array} \right\} \\
+ c_{10} &\left\{ \begin{array}{l} K_{33} \sinh(A_3 L_3 / L) \cos(A_4 L_3 / L) \\ + K_{34} \cosh(A_3 L_3 / L) \sin(A_4 L_3 / L) \end{array} \right\} \\
+ c_{11} &\left\{ \begin{array}{l} K_{33} \cosh(A_3 L_3 / L) \sin(A_4 L_3 / L) \\ - K_{34} \sinh(A_3 L_3 / L) \cos(A_4 L_3 / L) \end{array} \right\} \\
+ c_{12} &\left\{ \begin{array}{l} K_{33} \sinh(A_3 L_3 / L) \sin(A_4 L_3 / L) \\ - K_{34} \cosh(A_3 L_3 / L) \cos(A_4 L_3 / L) \end{array} \right\} = M
\end{aligned} \tag{5.423}$$

Bu bağıntılar matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{35} = [R]\{c_i\} \tag{5.424}$$

Burada;

$\{F\}_{35}$, V durumu için üçüncü bölgeye ait kuvvet vektörünü,

$$\{F\}_{35}^T = \langle T_{31} \quad M_{31} \quad T_{32} \quad M_{32} \rangle \tag{5.425}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & K_{31}K_{35} & K_{32}K_{36} & 0 \\ -K_{33} & 0 & 0 & K_{34} \\ -(K_{31}K_{35}SH5C6 & -(K_{31}K_{35}CH5C6 & -(K_{31}K_{35}SH5C6 & -(K_{31}K_{35}CH5S6 \\ -K_{32}K_{36}CH5S6) & -K_{32}K_{36}SH5S6) & +K_{32}K_{36}CH5C6) & +K_{32}K_{36}SH5C6) \\ (K_{33}CH3C4 & (K_{33}SH5C6 & (K_{33}CH5S6 & (K_{33}SH5S6 \\ +K_{34}SH3S4) & +K_{34}CH5S6) & -K_{34}SH5C6) & -K_{34}CH5C6) \end{bmatrix} \tag{5.426}$$

göstermekte olup denklem (5.416) ve denklem (5.424) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{35} = [R]\{c_i\} \tag{5.427}$$

$$\{F\}_{35} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{35} \tag{5.428}$$

$$\{F\}_{35} = [k_{35}]\{\delta\}_{35} \tag{5.429}$$

$$[k_{35}] = [R][V]^{-1} \quad (5.430)$$

$[k_{35}]$, V durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

V durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{35}] = \begin{bmatrix} f_1^{(V,3)} & f_2^{(V,3)} & f_3^{(V,3)} & f_4^{(V,3)} \\ f_5^{(V,3)} & f_6^{(V,3)} & f_7^{(V,3)} & f_8^{(V,3)} \\ f_9^{(V,3)} & f_{10}^{(V,3)} & f_{11}^{(V,3)} & f_{12}^{(V,3)} \\ f_{13}^{(V,3)} & f_{14}^{(V,3)} & f_{15}^{(V,3)} & f_{16}^{(V,3)} \end{bmatrix} \quad (5.431)$$

Burada $f_1^{(V,3)}$, $f_2^{(V,3)}$, ..., $f_{16}^{(V,3)}$ terimleri V durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.3.6 VI Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen VI durumu için üçüncü bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_3)'e göre türevleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \phi_3(\xi_3) &= c_9 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} \xi_3 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{12} \xi_3 \sinh(D_5 \xi_3) \end{aligned} \quad (5.432)$$

$$\begin{aligned} \phi_3'(\xi_3) &= c_9 D_5 \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5 \cosh(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} [\cosh(D_5 \xi_3) + \xi_3 D_5 \sinh(D_5 \xi_3)] \cosh(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{12} [\sinh(D_5 \xi_3) + \xi_3 D_5 \cosh(D_5 \xi_3)] \end{aligned} \quad (5.433)$$

$$\begin{aligned} \phi_3''(\xi_3) &= c_9 D_5^2 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5^2 \sinh(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} [2D_5 \sinh(D_5 \xi_3) + \xi_3 D_5^2 \cosh(D_5 \xi_3)] \\ &+ c_{12} [2D_5 \cosh(D_5 \xi_3) + \xi_3 D_5^2 \sinh(D_5 \xi_3)] \end{aligned} \quad (5.434)$$

$$\begin{aligned}
\phi_3'''(\xi_3) &= c_9 D_5^3 \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5^3 \cosh(D_5 \xi_3) \\
&+ c_{11} \left[3D_5^2 \cosh(D_5 \xi_3) + \xi_3 D_5^2 \sinh(D_5 \xi_3) \right] \\
&+ c_{12} \left[3D_5^2 \sinh(D_5 \xi_3) + \xi_3 D_5^2 \cosh(D_5 \xi_3) \right]
\end{aligned} \tag{5.435}$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_3(\xi_3) = \phi_3(\xi_3) \tag{5.436}$$

$$\begin{aligned}
z_3(\xi_3) &= c_9 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} \sinh(D_5 \xi_3) \\
&+ c_{11} \xi_3 \cosh(D_5 \xi_3) + c_{12} \xi_3 \sinh(D_5 \xi_3)
\end{aligned} \tag{5.437}$$

Denklem (5.437), VI durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_3(\xi_3) = \frac{1}{L} \phi_3'(\xi_3) \tag{5.438}$$

$$\begin{aligned}
\theta_3(\xi_3) &= c_9 \frac{D_5}{L} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} \frac{D_5}{L} \cosh(D_5 \xi_3) \\
&+ c_{11} \left[\frac{1}{L} \cosh(D_5 \xi_3) + \xi_3 \frac{D_5}{L} \sinh(D_5 \xi_3) \right] \\
&+ c_{12} \left[\frac{1}{L} \sinh(D_5 \xi_3) + \xi_3 \frac{D_5}{L} \cosh(D_5 \xi_3) \right]
\end{aligned} \tag{5.439}$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{31} = \frac{D_5}{L} \quad , \quad K_{32} = \frac{1}{L} \tag{5.440}$$

$$\begin{aligned}
\theta_3(\xi_3) &= c_9 K_{31} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} K_{31} \cosh(D_5 \xi_3) \\
&+ c_{11} \left[K_{32} \cosh(D_5 \xi_3) + \xi_3 K_{31} \sinh(D_5 \xi_3) \right] \\
&+ c_{12} \left[K_{32} \sinh(D_5 \xi_3) + \xi_3 K_{31} \cosh(D_5 \xi_3) \right]
\end{aligned} \tag{5.441}$$

Denklem (5.441), VI durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned}
M_3(\xi_3) &= c_9 K_{33} \cosh(D_5 \xi_3) + c_{10} K_{33} \sinh(D_5 \xi_3) \\
&+ c_{11} [\xi_3 K_{33} \cosh(D_5 \xi_3) - K_{34} \sinh(D_5 \xi_3)] \\
&+ c_{12} [\xi_3 K_{33} \sinh(D_5 \xi_3) - K_{34} \cosh(D_5 \xi_3)]
\end{aligned} \tag{5.442}$$

Denklem (5.442), VI durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{33} ve K_{34} denklem (5.443) ile ifade edilmiştir.

$$-\frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} - \frac{EID_5^2}{L^2} = K_{33} \quad , \quad -\frac{2EID_5}{L^2} = K_{34} \tag{5.443}$$

Denklem (5.443), VI durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$K_{35} = -\frac{kE \overline{\text{Im}} w^2}{AG} - \frac{3EID_5^2}{L^2} \tag{5.444}$$

$$\begin{aligned}
T_{32}(\xi_3) &= c_9 K_{31} K_{33} \sinh(D_5 \xi_3) + c_{10} K_{31} K_{33} \cosh(D_5 \xi_3) \\
&+ c_{11} (\xi_3 K_{31} K_{33} \sinh(D_5 \xi_3) + K_{32} K_{35} \cosh(D_5 \xi_3)) \\
&+ c_{12} (\xi_3 K_{31} K_{33} \cosh(D_5 \xi_3) + K_{32} K_{35} \sinh(D_5 \xi_3))
\end{aligned} \tag{5.445}$$

Çubuğun VI durumu için üçüncü bölgesindeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{31}(0) = c_9 \tag{5.446}$$

$$\theta_{31}(0) = c_{10} K_{31} + c_{11} K_{32} \tag{5.447}$$

$$\begin{aligned}
z_{32}(L_3/L) &= c_9 \cosh(D_5 L_3/L) + c_{10} \sinh(D_5 L_3/L) \\
&+ c_{11} \frac{L_3}{L} \cos(D_5 L_3/L) + c_{12} \frac{L_3}{L} \sin(D_5 L_3/L)
\end{aligned} \tag{5.448}$$

$$\begin{aligned}
\theta_{32}(L_3/L) &= c_9 K_{31} \sinh(D_5 \frac{L_3}{L}) + c_{10} K_{31} \cosh(D_5 \xi_3) \\
&+ c_{11} \left[K_{32} \cosh(D_5 \frac{L_3}{L}) + \frac{L_3}{L} K_{31} \sinh(D_5 \frac{L_3}{L}) \right] \\
&+ c_{12} \left[K_{32} \sinh(D_5 \frac{L_3}{L}) + \xi_3 K_{31} \cosh(D_5 \frac{L_3}{L}) \right]
\end{aligned} \tag{5.449}$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\delta\}_{36} = [V] \{c_i\} \tag{5.450}$$

Burada;

$\{\delta\}_{36}$, VI durumu için üçüncü bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\delta\}_{36}^T = \langle z_{31} \quad \theta_{31} \quad z_{32} \quad \theta_{32} \rangle \tag{5.451}$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_9 \quad c_{10} \quad c_{11} \quad c_{12} \rangle \tag{5.452}$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{31} & K_{32} & 0 \\ CH5 & SH5 & \frac{L_3}{L} CH5 & \frac{L_3}{L} SH5 \\ K_{31} SH5 & K_{31} CH5 & \left(K_{32} CH5 + \frac{L_3}{L} K_{31} SH5 \right) & \left(K_{32} SH5 + \frac{L_3}{L} K_{31} CH5 \right) \end{bmatrix} \tag{5.453}$$

$$\cosh(D_5 L_3 / L) = CH5$$

$$\sinh(D_5 L_3 / L) = SH5$$

göstermektedir.

Çubuğun VI durumu için üçüncü bölgesindeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{31}(0) = c_{10} K_{31} K_{33} + c_{11} K_{32} K_{35} = T \tag{5.454}$$

$$M_{31}(0) = c_9 K_{33} + c_{12} K_{34} = -M \quad (5.455)$$

$$\begin{aligned} T_{32}(L_3/L) &= c_9 K_{31} K_{33} \sinh(D_5 \frac{L_3}{L}) + c_{10} K_{31} K_{33} \cosh(D_5 \frac{L_3}{L}) \\ &+ c_{11} \left(\xi_3 K_{31} K_{33} \sinh(D_5 \frac{L_3}{L}) + K_{32} K_{35} \cosh(D_5 \frac{L_3}{L}) \right) \\ &+ c_{12} \left(\xi_3 K_{31} K_{33} \cosh(D_5 \frac{L_3}{L}) + K_{32} K_{35} \sinh(D_5 \frac{L_3}{L}) \right) = -T \end{aligned} \quad (5.456)$$

$$\begin{aligned} M_{32}(L_3/L) &= c_9 K_{33} \cosh(D_5 \frac{L_3}{L}) + c_{10} K_{33} \sinh(D_5 \frac{L_3}{L}) \\ &+ c_{11} \left[\frac{L_3}{L} K_{33} \cosh(D_5 \frac{L_3}{L}) + K_{34} \sinh(D_5 \frac{L_3}{L}) \right] \\ &+ c_{12} \left[\frac{L_3}{L} K_{33} \sinh(D_5 \frac{L_3}{L}) - K_{34} \cosh(D_5 \frac{L_3}{L}) \right] = M \end{aligned} \quad (5.457)$$

Bu bağıntılar matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{36} = [R]\{c_i\} \quad (5.458)$$

Burada;

$\{F\}_{36}$, V durumu için üçüncü bölgeye ait kuvvet vektörünü,

$$\{F\}_{36}^T = \langle T_{31} \quad M_{31} \quad T_{32} \quad M_{32} \rangle \quad (5.459)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & K_{31} K_{33} & K_{32} K_{35} & 0 \\ -K_{33} & 0 & 0 & -K_{34} \\ -K_{31} K_{33} SH5 & -K_{31} K_{33} CH5 & - \left(\frac{L_3}{L} K_{31} K_{33} SH5 \right) & - \left(\frac{L_3}{L} K_{31} K_{33} CH5 \right) \\ K_{33} CH5 & K_{33} SH5 & \left(\frac{L_3}{L} K_{33} CH5 \right) & \left(\frac{L_3}{L} K_{33} SH5 \right) \\ & & + K_{32} K_{35} CH5 & + K_{32} K_{35} SH5 \\ & & + K_{34} SH5 & + K_{34} CH5 \end{bmatrix} \quad (5.460)$$

göstermekte olup denklem (5.450) ve denklem (5.458) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{36} = [R]\{c_i\} \quad (5.461)$$

$$\{F\}_{36} = [R][V]^{-1}\{\mathcal{D}\}_{36} \quad (5.462)$$

$$\{F\}_{36} = [k_{36}]\{\mathcal{D}\}_{36} \quad (5.463)$$

$$[k_{36}] = [R][V]^{-1} \quad (5.464)$$

$[k_{36}]$, VI durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

VI durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{36}] = \begin{bmatrix} f_1^{(VI,3)} & f_2^{(VI,3)} & f_3^{(VI,3)} & f_4^{(VI,3)} \\ f_5^{(VI,3)} & f_6^{(VI,3)} & f_7^{(VI,3)} & f_8^{(VI,3)} \\ f_9^{(VI,3)} & f_{10}^{(VI,3)} & f_{11}^{(VI,3)} & f_{12}^{(VI,3)} \\ f_{13}^{(VI,3)} & f_{14}^{(VI,3)} & f_{15}^{(VI,3)} & f_{16}^{(VI,3)} \end{bmatrix} \quad (5.465)$$

Burada $f_1^{(VI,3)}$, $f_2^{(VI,3)}$, ..., $f_{16}^{(VI,3)}$ terimleri VI durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

5.3.7 VII Durumu için Üçüncü Bölgeye ait Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Dördüncü bölümde elde edilen VII durumu için üçüncü bölgeye ait şekil fonksiyonunun, yer değiştirme ve kuvvet fonksiyonlarında yerine yazılmak üzere (ξ_3) 'e göre türevleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}\phi_3(\xi_3) &= c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} \xi_3 \cos(D_5 \xi_3) + c_{12} \xi_3 \sin(D_5 \xi_3)\end{aligned}\quad (5.466)$$

$$\begin{aligned}\phi_3'(\xi_3) &= -c_9 D_5 \sin(D_5 \xi_3) + c_{10} D_5 \cos(D_5 \xi_3) \\ &+ c_{11} [\cos(D_5 \xi_3) - \xi_3 D_5 \sin(D_5 \xi_3)] \cosh(D_5 \xi_3) \\ &+ c_8 [\sin(D_5 \xi_3) + \xi_3 D_5 \cos(D_5 \xi_3)]\end{aligned}\quad (5.467)$$

$$\begin{aligned}\phi_3''(\xi_3) &= -c_9 D_5^2 \cos(D_5 \xi_3) - c_{10} D_5^2 \sin(D_5 \xi_3) \\ &- c_{11} [2D_5 \sin(D_5 \xi_3) + \xi_3 D_5^2 \cos(D_5 \xi_3)] \\ &+ c_{12} [2D_5 \cos(D_5 \xi_3) - \xi_3 D_5^2 \sin(D_5 \xi_3)]\end{aligned}\quad (5.468)$$

$$\begin{aligned}\phi_3'''(\xi_3) &= c_9 D_5^3 \sin(D_5 \xi_3) - c_{10} D_5^3 \cos(D_5 \xi_3) \\ &- c_{11} [3D_5^2 \cos(D_5 \xi_3) - \xi_3 D_5^3 \sin(D_5 \xi_3)] \\ &- c_{12} [3D_5^2 \sin(D_5 \xi_3) + \xi_3 D_5^2 \cos(D_5 \xi_3)]\end{aligned}\quad (5.469)$$

Zaman parametresinden bağımsız, boyutsuz konum parametresine bağlı sırasıyla elastik eğri fonksiyonu, kesit dönme fonksiyonu, eğilme momenti fonksiyonu ve kesme kuvveti fonksiyonu aşağıda türetilmiştir:

$$z_3(\xi_3) = \phi_3(\xi_3) \quad (5.470)$$

$$z_3(\xi_3) = c_9 \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} \sin(D_5 \xi_3) + c_{11} \xi_3 \cos(D_5 \xi_3) + c_{12} \xi_3 \sin(D_5 \xi_3) \quad (5.471)$$

Denklem (5.472), VII durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı elastik eğri fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\theta_3(\xi_3) = \frac{1}{L} \phi_3'(\xi_3) \quad (5.472)$$

$$\begin{aligned}
\theta_3(\xi_3) &= -c_9 \frac{D_5}{L} \sin(D_5 \xi_3) + c_{10} \frac{D_5}{L} \cos(D_5 \xi_3) \\
&+ c_{11} \left[\frac{1}{L} \cos(D_5 \xi_3) - \xi_3 \frac{D_5}{L} \sin(D_5 \xi_3) \right] \\
&+ c_{12} \left[\frac{1}{L} \sin(D_5 \xi_3) + \xi_3 \frac{D_5}{L} \cos(D_5 \xi_3) \right]
\end{aligned} \tag{5.473}$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$K_{31} = \frac{D_5}{L} \quad , \quad K_{32} = \frac{1}{L} \tag{5.474}$$

$$\begin{aligned}
\theta_3(\xi_3) &= -c_9 K_{31} \sin(D_5 \xi_3) + c_{10} K_{31} \cos(D_5 \xi_3) \\
&+ c_{11} [K_{32} \cos(D_5 \xi_3) - \xi_3 K_{31} \sin(D_5 \xi_3)] \\
&+ c_{12} [K_{32} \sin(D_5 \xi_3) + \xi_3 K_{31} \cos(D_5 \xi_3)]
\end{aligned} \tag{5.475}$$

elde edilir.

Denklem (5.475), VII durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesit dönmesi fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\begin{aligned}
M_3(\xi_3) &= c_9 K_{33} \cos(D_5 \xi_3) + c_{10} K_{33} \sin(D_5 \xi_3) \\
&+ c_{11} [\xi_3 K_{33} \cos(D_5 \xi_3) + K_{34} \sin(D_5 \xi_3)] \\
&+ c_{12} [\xi_3 K_{33} \sin(D_5 \xi_3) + K_{34} \cos(D_5 \xi_3)]
\end{aligned} \tag{5.476}$$

Denklem (5.476), VII durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı eğilme momenti fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada, K_{33} ve K_{34} denklem (5.477) ile ifade edilmiştir.

$$-\frac{kE \bar{I} m w^2}{AG} + \frac{EID_5^2}{L^2} = K_{33} \quad ; \quad \frac{2EID_5}{L^2} = K_{34} \tag{5.477}$$

Denklem (5.479), VII durumu için üçüncü bölgeye ait boyutsuz konum parametresine bağlı kesme kuvveti fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$K_{35} = -\frac{kE \bar{I} m w^2}{AG} + \frac{3EID_5^2}{L^2} \tag{5.478}$$

$$\begin{aligned}
T_3(\xi_3) &= c_9 K_{31} K_{33} S5 - c_{10} K_{31} K_{33} C5 \\
&+ c_{11} [\xi_3 K_{31} K_{33} S5 - K_{32} K_{35} C5] \\
&- c_{12} [\xi_3 K_{31} K_{33} C5 - K_{32} K_{35} S5]
\end{aligned} \tag{5.479}$$

Çubuğun VII durumu için üçüncü bölgesindeki kısmına ait iki ucunda yer değiştirmeler, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$z_{31}(0) = c_9 \tag{5.480}$$

$$\theta_{31}(0) = c_{10} K_{31} + c_{11} K_{32} \tag{5.481}$$

$$\begin{aligned}
z_{32}(L_3/L) &= c_9 \cos(D_5 L_3/L) + c_{10} \sin(D_5 L_3/L) \\
&+ c_{11} \frac{L_3}{L} \cos(D_5 L_3/L) + c_{12} \frac{L_3}{L} \sin(D_5 L_3/L)
\end{aligned} \tag{5.482}$$

$$\begin{aligned}
\theta_{32}(L_3/L) &= -c_9 K_{31} \sin(D_5 \frac{L_3}{L}) + c_{10} K_{31} \cos(D_5 \xi_3) \\
&+ c_{11} \left[K_{32} \cos(D_5 \frac{L_3}{L}) + \frac{L_3}{L} K_{31} \sin(D_5 \frac{L_3}{L}) \right] \\
&+ c_{12} \left[K_{32} \sin(D_5 \frac{L_3}{L}) + \xi_3 K_{31} \cos(D_5 \frac{L_3}{L}) \right]
\end{aligned} \tag{5.483}$$

Bu bağıntılar kapalı matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\delta\}_{37} = [V]\{c_i\} \tag{5.484}$$

Burada;

$\{\delta\}_{37}$, VII durumu için üçüncü bölgeye ait yer değiştirme vektörünü;

$$\{\delta\}_{37}^T = \langle z_{31} \quad \theta_{31} \quad z_{32} \quad \theta_{32} \rangle \tag{5.485}$$

$\{c_i\}$, sabitler vektörünü;

$$\{c_i\}^T = \langle c_9 \quad c_{10} \quad c_{11} \quad c_{12} \rangle \tag{5.486}$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{31} & K_{32} & 0 \\ C5 & S5 & \frac{L_3}{L} C5 & \frac{L_3}{L} S5 \\ -K_{31}S5 & K_{31}C5 & \left(K_{32}C5 - \frac{L_3}{L} K_{31}S5 \right) & \left(K_{32}S5 + \frac{L_3}{L} K_{31}C5 \right) \end{bmatrix} \quad (5.487)$$

$$\cos(D_5 L_3 / L) = C5$$

$$\sin(D_5 L_3 / L) = S5$$

göstermektedir.

Çubuğun VII durumu için üçüncü bölgesindeki kısmına ait iki ucunda kuvvetler, (Şekil 5.2)'de belirtilen pozitif işaretleri dikkate alarak, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$T_{31}(0) = -c_{10} K_{31} K_{33} - c_{11} K_{32} K_{35} = T \quad (5.488)$$

$$M_{31}(0) = -c_9 K_{33} + c_{12} K_{34} = -M \quad (5.489)$$

$$\begin{aligned} T_{32}(L_3 / L) &= -c_9 K_{31} K_{33} \sin(D_5 \frac{L_3}{L}) + c_{10} K_{31} K_{33} \cos(D_5 \frac{L_3}{L}) \\ &- c_{11} \left(\xi_3 K_{31} K_{33} \sin(D_5 \frac{L_3}{L}) + K_{32} K_{35} \cos(D_5 \frac{L_3}{L}) \right) \\ &+ c_{12} \left(\xi_3 K_{31} K_{33} \cos(D_5 \frac{L_3}{L}) + K_{32} K_{35} \sin(D_5 \frac{L_3}{L}) \right) = -T \end{aligned} \quad (5.490)$$

$$\begin{aligned} M_{32}(L_3 / L) &= c_9 K_{33} \cos(D_5 \frac{L_3}{L}) + c_{10} K_{33} \sin(D_5 \frac{L_3}{L}) \\ &+ c_{11} \left[\frac{L_3}{L} K_{33} \cos(D_5 \frac{L_3}{L}) + K_{34} \sin(D_5 \frac{L_3}{L}) \right] \\ &+ c_{12} \left[\frac{L_3}{L} K_{33} \sin(D_5 \frac{L_3}{L}) + K_{34} \cos(D_5 \frac{L_3}{L}) \right] = M \end{aligned} \quad (5.491)$$

Bu bağıntılar matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{F\}_{37} = [R]\{c_i\} \quad (5.492)$$

Burada;

$\{F\}_{37}$, VII durumu için üçüncü bölgeye ait kuvvet vektörünü,

$$\{F\}_{37}^T = \langle T_{31} \quad M_{31} \quad T_{32} \quad M_{32} \rangle \quad (5.493)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & -K_{31}K_{33} & -K_{32}K_{35} & 0 \\ K_{33} & 0 & 0 & K_{34} \\ -K_{31}K_{33}S5 & K_{31}K_{33}C5 & \begin{pmatrix} -\frac{L_3}{L}K_{31}K_{33}S5 \\ +K_{32}K_{35}C5 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{L_3}{L}K_{31}K_{33}C5 \\ -K_{32}K_{365}S5 \end{pmatrix} \\ -K_{33}C5 & -K_{33}S5 & \begin{pmatrix} -\frac{L_3}{L}K_{34}C5 \\ +K_{34}S5 \end{pmatrix} & -\begin{pmatrix} \frac{L_3}{L}K_{33}S5 \\ +K_{34}C5 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.494)$$

göstermekte olup denklem (5.484) ve denklem (5.492) birlikte değerlendirildiğinde,

$$\{F\}_{37} = [R]\{c_i\} \quad (5.495)$$

$$\{F\}_{37} = [R][V]^{-1}\{\delta\}_{37} \quad (5.496)$$

$$\{F\}_{37} = [k_{37}]\{\delta\}_{37} \quad (5.497)$$

$$[k_{37}] = [R][V]^{-1} \quad (5.498)$$

$[k_{37}]$, VII durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elde edilir.

VII durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matrisi elemanları belirtilen notasyonlar ile ifade edilmiştir.

$$[k_{37}] = \begin{bmatrix} f_1^{(VII,3)} & f_2^{(VII,3)} & f_3^{(VII,3)} & f_4^{(VII,3)} \\ f_5^{(VII,3)} & f_6^{(VII,3)} & f_7^{(VII,3)} & f_8^{(VII,3)} \\ f_9^{(VII,3)} & f_{10}^{(VII,3)} & f_{11}^{(VII,3)} & f_{12}^{(VII,3)} \\ f_{13}^{(VII,3)} & f_{14}^{(VII,3)} & f_{15}^{(VII,3)} & f_{16}^{(VII,3)} \end{bmatrix} \quad (5.499)$$

Burada $f_1^{(VII,3)}$, $f_2^{(VII,3)}$, ..., $f_{16}^{(VII,3)}$ terimleri VII durumu için üçüncü bölgeye ait eleman rijitlik matris değerlerini göstermektedir.

BÖLÜM ALTI

DİNAMİK SİSTEM RİJİTLİK MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ

Son yıllarda yapı elemanlarının titreşim analizlerinde; farklı modellere uygulanabilme özelliği, lokal büyüklüklerden global büyüklüklere geçiş kolaylığı ve tamamen doğru sonuç vermesi nedeniyle dinamik rijitlik matris yöntemi tercih edilen bir yöntem olmuştur (Banerjee, 1995).

Dinamik rijitlik matris yönteminde ilk olarak, beşinci bölümde elde edildiği üzere, elemanlara ait gerekli şekil faktörleri elde edilerek uç yer değiştirmelere ve uç kuvvetlere ait eşitlikler oluşturulur. Ardından kuvvet-yer değiştirme ilişkisini bulmak için beşinci bölümde kabul edilen pozitif doğrultular dikkate alınarak; sınır şartları, yer değiştirme ve kuvvet eşitliklerine uygulanır. Son olarak, elemanlara ait rijitlik matrislerinden, matris-deplasman yönteminde olduğu gibi kodlama yöntemi ile sistem rijitlik matrisine geçilir (Paz , 1997).

Çalışmada birinci bölge için bir adet, ikinci bölge için yedi adet ve üçüncü bölge için yedi adet eleman rijitlik matrisi var olduğundan kırk dokuz adet sistem rijitlik matrisi elde edilmiştir. Dinamik sistem rijitlik matris elemanları aşağıda verilen notasyonlara karşılık gelmektedir.

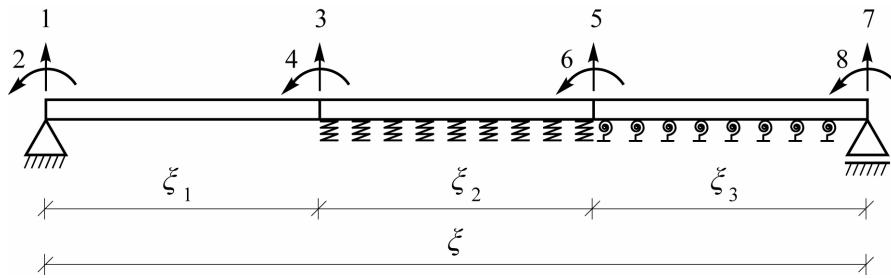
$$K_{sistem} = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 & F_6 & F_7 & F_8 \\ F_9 & F_{10} & F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} & F_{15} & F_{16} \\ F_{17} & F_{18} & F_{19} & F_{20} & F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} \\ F_{25} & F_{26} & F_{27} & F_{28} & F_{29} & F_{30} & F_{31} & F_{32} \\ F_{33} & F_{34} & F_{35} & F_{36} & F_{37} & F_{38} & F_{39} & F_{40} \\ F_{41} & F_{42} & F_{43} & F_{44} & F_{45} & F_{46} & F_{47} & F_{48} \\ F_{49} & F_{50} & F_{51} & F_{52} & F_{53} & F_{54} & F_{55} & F_{56} \\ F_{57} & F_{58} & F_{59} & F_{60} & F_{61} & F_{62} & F_{63} & F_{64} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Burada F_1, F_2, \dots, F_{64} dinamik sistem rijitlik matris elemanlarının değerlerini göstermektedir. Bu değerler Bölüm Yedi'de sunulan akış diyagramına uygun hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla hazırlanmaktadır.

6.1 Dinamik Sistem Rijitlik Matrisinin İndirgenmesi

Bu çalışmada kullanılan modele ait sekiz serbestlik derecesi olduğundan sistem rijitlik matrisinin boyutu (8x8) olacaktır. Verilen sınır koşulları ile tutulu serbestlik dereceleri dikkate alınarak dinamik sistem rijitlik matrisi indirgenir.

6.1.1 Bir Ucu Sabit Mesnetli, Bir Ucu Hareketli Mesnetli Kirişte Dinamik Sistem Rijitlik Matrisinin İndirgenmesi



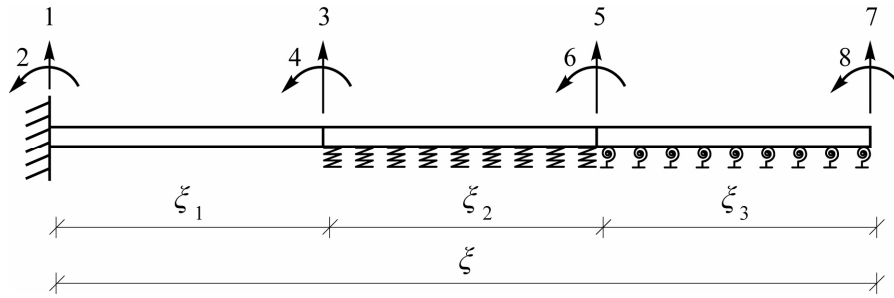
Şekil 6.1 Bir ucu sabit mesnetli, bir ucu hareketli mesnetli kirişin serbestlik dereceleri.

Bir ucu sabit mesnetli, bir ucu hareketli mesnetli kirişte 1 ve 7 serbestlikleri tutulu olduğundan indirgenmiş dinamik sistem rijitlik matrisi $\left[K_{\text{sistem indirgenmiş}} \right]$ aşağıda ifade edildiği şekilde gösterilir:

$$\left[K_{\text{sistem indirgenmiş}} \right] = \begin{bmatrix} F_{10} & F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} & F_{16} \\ F_{18} & F_{19} & F_{20} & F_{21} & F_{22} & F_{24} \\ F_{26} & F_{27} & F_{28} & F_{29} & F_{30} & F_{32} \\ F_{34} & F_{35} & F_{36} & F_{37} & F_{38} & F_{40} \\ F_{42} & F_{43} & F_{44} & F_{45} & F_{46} & F_{48} \\ F_{58} & F_{59} & F_{60} & F_{61} & F_{62} & F_{64} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Denklem (6.2), bir ucu sabit mesnetli, bir ucu hareketli mesnetli kirişte dinamik sistem rijitlik matrisinin elemanlarını göstermektedir.

6.1.2 Bir Ucu Ankastre, Bir Ucu Serbest Kirişte Dinamik Sistem Rijitlik Matrisinin İndirgenmesi



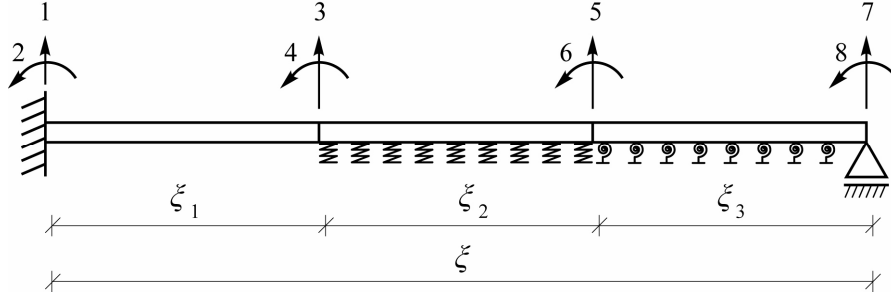
Şekil 6.2 Bir ucu ankastre, bir ucu serbest kirişin serbestlik dereceleri.

Bir ucu ankastre, bir ucu serbest kirişte 1 ve 2 serbestlikleri tutulu olduğundan indirgenmiş dinamik sistem rijitlik matrisi aşağıda ifade edildiği şekilde gösterilir:

$$\left[K_{\text{sistem indirgenmiş}} \right] = \begin{bmatrix} F_{19} & F_{20} & F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} \\ F_{27} & F_{28} & F_{29} & F_{30} & F_{31} & F_{32} \\ F_{35} & F_{36} & F_{37} & F_{38} & F_{39} & F_{40} \\ F_{43} & F_{44} & F_{45} & F_{46} & F_{47} & F_{48} \\ F_{51} & F_{52} & F_{53} & F_{54} & F_{55} & F_{56} \\ F_{59} & F_{60} & F_{61} & F_{62} & F_{63} & F_{64} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Denklem (6.3), bir ucu ankastre, bir ucu serbest kirişte dinamik sistem rijitlik matrisinin elemanlarını göstermektedir.

6.1.3 Bir Ucu Ankastre Mesnetli, Bir Ucu Hareketli Mesnetli Kirişte Dinamik Sistem Rijitlik Matrisinin İndirgenmesi



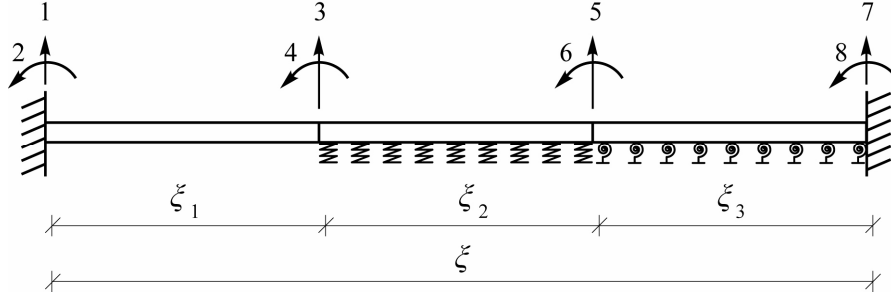
Şekil 6.3 Bir ucu ankastre mesnetli, bir ucu hareketli mesnetli kirişin serbestlik dereceleri.

Bir ucu ankastre, bir ucu hareketli mesnetli kirişte 1, 2 ve 7 serbestlikleri tutulu olduğundan indirgenmiş dinamik sistem rijitlik matrisi aşağıda ifade edildiği şekilde gösterilir:

$$\left[K_{\text{sistem indirgenmiş}} \right] = \begin{bmatrix} F_{19} & F_{20} & F_{21} & F_{22} & F_{24} \\ F_{27} & F_{28} & F_{29} & F_{30} & F_{32} \\ F_{35} & F_{36} & F_{37} & F_{38} & F_{40} \\ F_{43} & F_{44} & F_{45} & F_{46} & F_{48} \\ F_{59} & F_{60} & F_{61} & F_{62} & F_{64} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Denklem (6.4), bir ucu ankastre, bir ucu hareketli mesnetli kirişte dinamik sistem rijitlik matrisinin elemanlarını göstermektedir.

6.1.4 Her İki Ucu Ankastre Mesnetli Kirişte Dinamik Sistem Rijitlik Matrisinin İndirgenmesi



Şekil 6.4 Her iki ucu ankastre kirişin serbestlik dereceleri.

Her iki ucu ankastre kirişte 1, 2, 7 ve 8 serbestlikleri tutulu olduğundan indirgenmiş dinamik sistem rijitlik matrisi aşağıda ifade edildiği şekilde gösterilir:

$$\left[K_{\text{sistem indirgenmiş}} \right] = \begin{bmatrix} F_{19} & F_{20} & F_{21} & F_{22} \\ F_{27} & F_{28} & F_{29} & F_{30} \\ F_{35} & F_{36} & F_{37} & F_{38} \\ F_{43} & F_{44} & F_{45} & F_{46} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Denklem (6.5), her iki ucu ankastre kirişte dinamik sistem rijitlik matrisinin elemanlarını göstermektedir.

BÖLÜM YEDİ

BİLGİSAYAR PROGRAMI VE SAYISAL UYGULAMALAR

7.1 Bilgisayar Programının Akış Diyagramı

Sistem rijitlik matris determinantını sıfır yapan açısal frekans değerleri, modelin serbest titreşimine ait açısal frekans değerleridir. İteratif bir yaklaşım gerektiren çözüm için nümerik hesaplamada Matlab 6.5 programlama dili kullanılmıştır (Uzunoğlu ve Onar, 2002). Farklı sınır koşullarına maruz kirişler için elde edilen sonuçlar grafikler halinde sunulmuştur.

Akış diyagramında kullanılan kısaltmalar aşağıda verilmiştir:

IS: İterasyon sayısı

i: İterasyon adımı

E: Koşula ait olumlu cevap; evet

H: Koşula ait olumsuz cevap; hayır

DURUM 1: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu

DURUM 2: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu

DURUM 3: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu

DURUM 4: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu

DURUM 5: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 < 0$ olması durumu

DURUM 6: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 > 0$ olması durumu

DURUM 7: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 < 0$ olması durumu

DURUM 8: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu

DURUM 9: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu

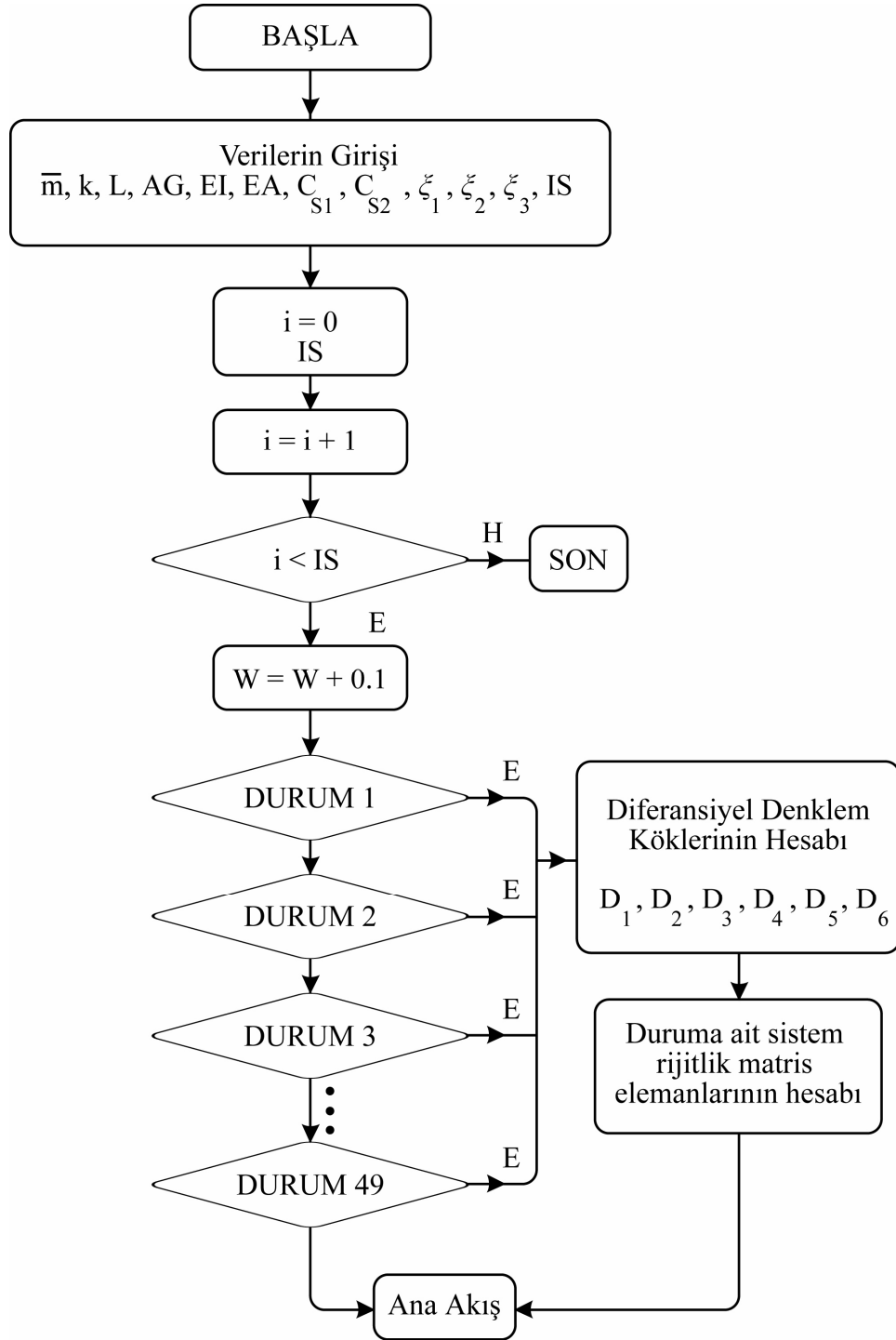
DURUM 10: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu

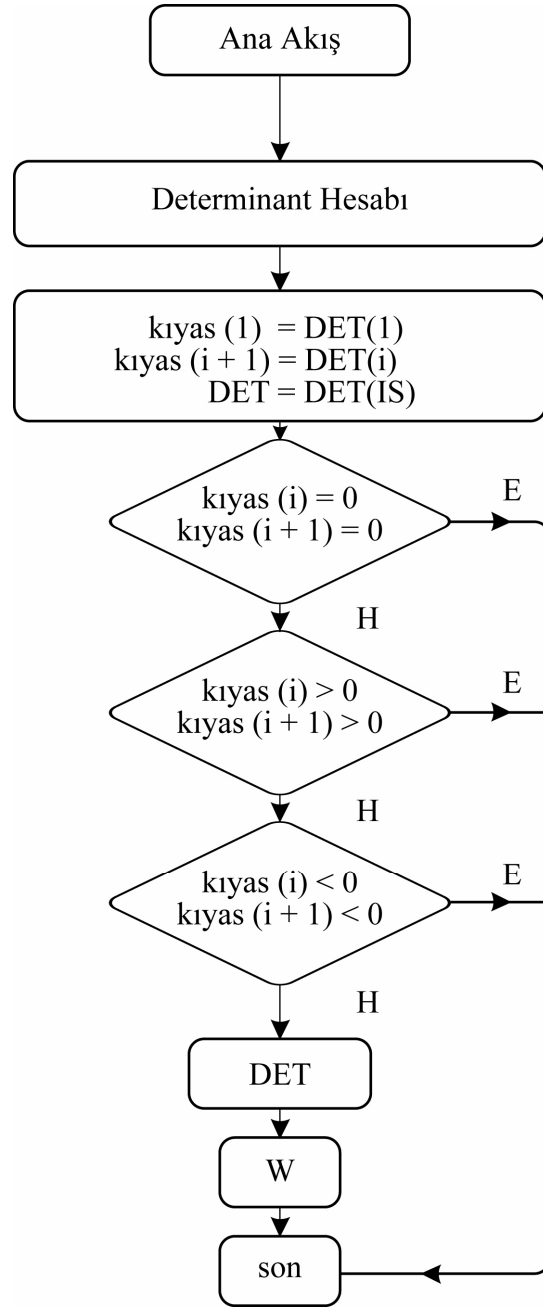
- DURUM 11: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 12: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 < 0$ olması durumu
- DURUM 13: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 14: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 > 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 15: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 16: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 17: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 18: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 19: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 < 0$ olması durumu
- DURUM 20: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 21: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 22: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 23: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 24: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 25: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 26: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 < 0$ olması durumu
- DURUM 27: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 28: $\gamma_2 > 0$ $\Delta_3 < 0$ $\Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 29: $\gamma_2 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 30: $\gamma_2 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 31: $\gamma_2 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 32: $\gamma_2 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 33: $\gamma_2 < 0$ ve $\gamma_3 < 0$ olması durumu
- DURUM 34: $\gamma_2 < 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 35: $\gamma_2 < 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 36: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu

- DURUM 37: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 38: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 39: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 40: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 < 0$ olması durumu
- DURUM 41: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 42: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 > 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 43: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 44: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 > 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 45: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 46: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 > 0$ $\Delta_5 < 0$ $\Delta_6 < 0$ olması durumu
- DURUM 47: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 < 0$ olması durumu
- DURUM 48: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 > 0$ olması durumu
- DURUM 49: $\gamma_2 = 0$ $\Delta_3 = \Delta_4 < 0$ ve $\gamma_3 = 0$ $\Delta_5 = \Delta_6 < 0$ olması durumu

Programda oluşabilecek kırk dokuz ihtimal göz önüne alınarak çözüm gerçekleştirilmektedir. Dört farklı sınır koşulu için dört adet program geliştirilmiştir.

Oluşturulan programa ait akış diyagramı aşağıda sunulmuştur:





Şekil 7.1 Akış diyagramı

7.2 Sayısal Uygulamalar

Bu bölümde dört adet sayısal örnek sunulmuştur. Bu örnekler için ortak veriler aşağıdaki gibidir.

Kiriş açıklıkları 6m., kesitleri dikdörtgen olup ayırıkları 50/80 cm.dir. k, kesme düzeltme faktörleri 1,2'dir (İnan, 1996). Kirişin imal edildiği malzeme C30 sınıfı beton olup elastisite modülü E, $32 * 10^6 \text{ kN/m}^2$ ve poisson oranı (ν), 0,2 dir (Gürsoy,1985).

Uygulamalarda kullanılacak sabit değerler yukarıdaki verilere bağlı olarak aşağıda hesaplanmıştır:

Kiriş en kesit alanı;

$$A=0,50 \times 0,80=0,40 \text{ m}^2$$

Kiriş ağırlığı (Beton özgül ağırlığı 25 kN/m^3);

$$W=25 \times (0,4 \times 0,6)=60 \text{ kN}$$

Kiriş kütlesi (Yerçekim ivmesi $9,81 \text{ m/s}^2$);

$$m=60 / 9,81=6,12 \text{ kN s}^2 / \text{m}$$

Birim uzunluktaki kütle;

$$\bar{m}=6,12 / 6=1,019 \text{ kN s}^2 / \text{m}^3$$

Atalet momenti;

$$I=0,50 \times 0,8^3 / 12=0,0213 \text{ m}^4$$

Malzemeye ait kayma modülü;

$$G=E / 2 (1 + \nu)$$

$$G=32 * 10^6 / 2(1+0,2)=13,33 \text{ kN/m}^2$$

Uzama Rijitliği;

$$EA=32 * 10^6 \times 0,40=12,8 * 10^6 \text{ kN}$$

Eğilme Rijitliği;

$$EI=32 * 10^6 \times 0,0213=682,67 * 10^6 \text{ kN m}^2$$

Kayma Rijitliği;

$$AG=0,40 \times 13,33 \times 10^6 = 5,33 \times 10^6 \text{ kN}$$

Tüm uygulamalarda $\xi_3 = 0,15$ olarak alınmıştır. ξ_1 sırasıyla 0,25; 0,35; 0,45; 0,55; 0,65 değerlerini alırken ξ_2 sırasıyla; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2 değerlerini almıştır. Üçüncü bölgeye ait zemin yatak katsayısı C_{s2} , kumlu kil özelliğine sahip zemin olarak seçilmiş ve 30000 kN/m^2 değeri dikkate alınmıştır (Bowles, 1996). İkinci bölgeye ait zemin yatak katsayısı C_{s1} , değişken tutulmuştur ve sırasıyla 10000, 15000, 20000, 25000 ve 30000 kN/m^2 olarak alınmıştır.

Uygulamalarda dört farklı sınır koşulu için ξ_2 ve $\frac{C_{s1}}{EI}$ değerlerinin λ_2 değişkeni üzerine etkisi ilk üç mod için araştırılmıştır.

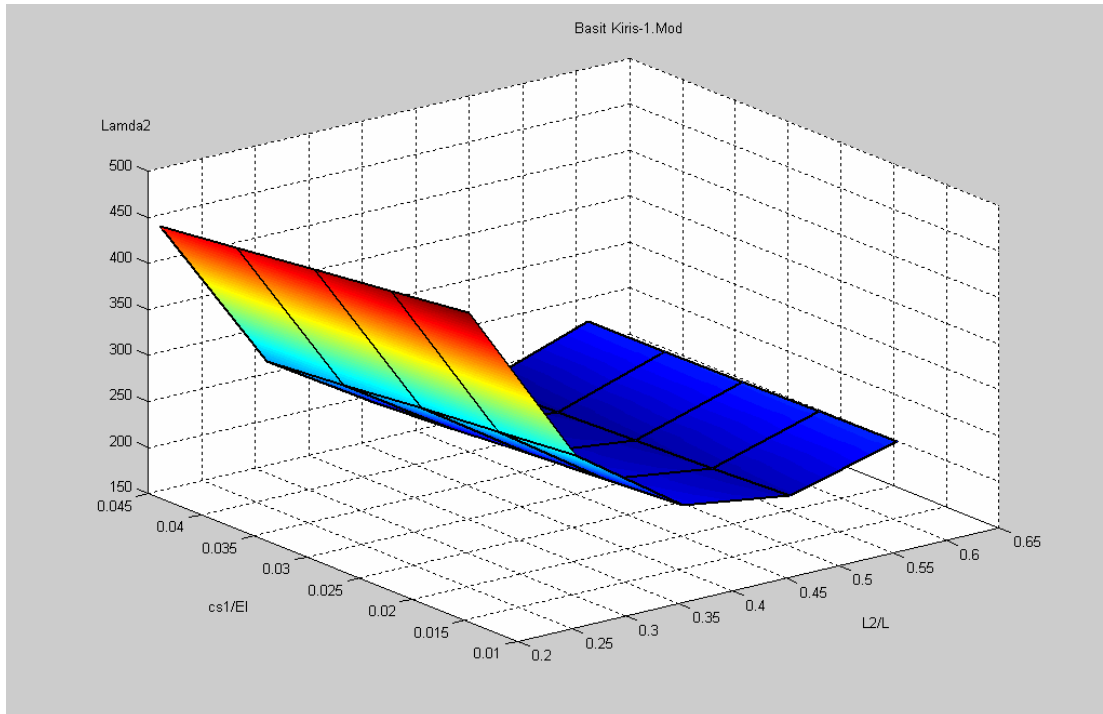
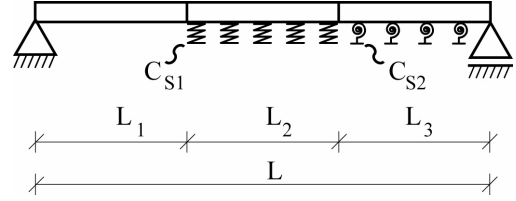
7.2.1 Uygulama 1

Bir ucu sabit mesnetli diğ er ucu hareketli mesnetli kiriş in ilk üç moduna ait λ_2 değerlerinin değı ş imi (Tablo 1)'de sunulmuştur:

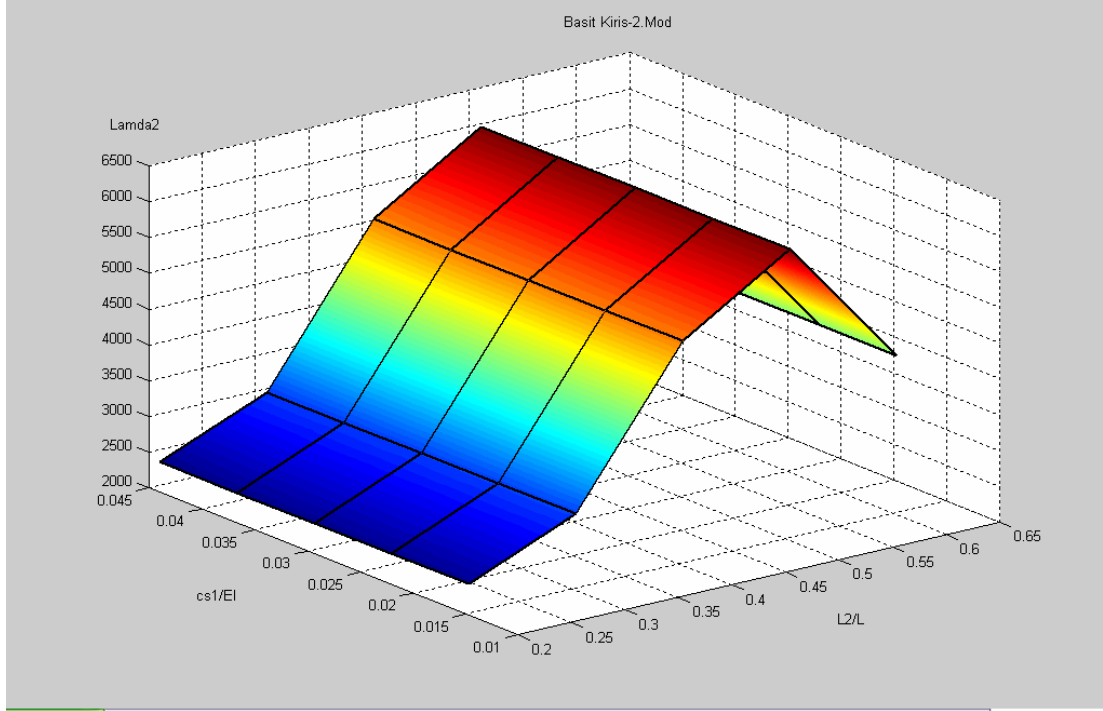
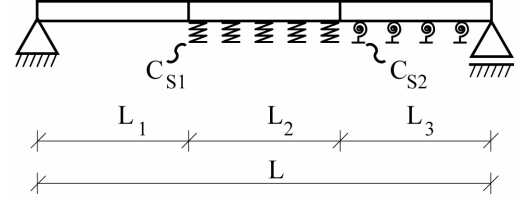
Tablo1 Basit kiriş e ait λ_2 değı rleri

$L_3 / L = 0.15$			1.MOD	2.MOD	3.MOD
L_1 / L	L_2 / L	C_{s1} / EI	λ_2	λ_2	λ_2
0,25	0,6	0,0146484	236,016	4227,4	15885
0,25	0,6	0,0219727	235,024	4225,3	15882
0,25	0,6	0,0292969	234,025	4223,3	15879
0,25	0,6	0,0366211	233,014	4221,8	15876
0,25	0,6	0,0439453	231,983	4219,8	15873
0,35	0,5	0,0146484	204,200	6072,0	12741
0,35	0,5	0,0219727	201,061	6068,0	12735
0,35	0,5	0,0292969	197,742	6064,7	12727
0,35	0,5	0,0366211	194,641	6060,7	12720
0,35	0,5	0,0439453	191,348	6057,4	12713
0,45	0,4	0,0146484	221,751	5144,1	12768
0,45	0,4	0,0219727	216,096	5137,2	12765
0,45	0,4	0,0292969	210,471	5129,6	12763
0,45	0,4	0,0366211	204,738	5122,6	12760
0,45	0,4	0,0439453	199,032	5115,0	12757
0,55	0,3	0,0146484	303,474	3071,9	16466
0,55	0,3	0,0219727	295,406	3064,4	16457
0,55	0,3	0,0292969	287,181	3056,8	16449
0,55	0,3	0,0366211	279,119	3049,3	16440
0,55	0,3	0,0439453	271,059	3041,3	16432
0,65	0,2	0,0146484	485,351	2449,5	10622
0,65	0,2	0,0219727	475,464	2441,7	10613
0,65	0,2	0,0292969	465,379	2434,0	10605
0,65	0,2	0,0366211	455,295	2426,2	10596
0,65	0,2	0,0439453	445,211	2418,5	10588

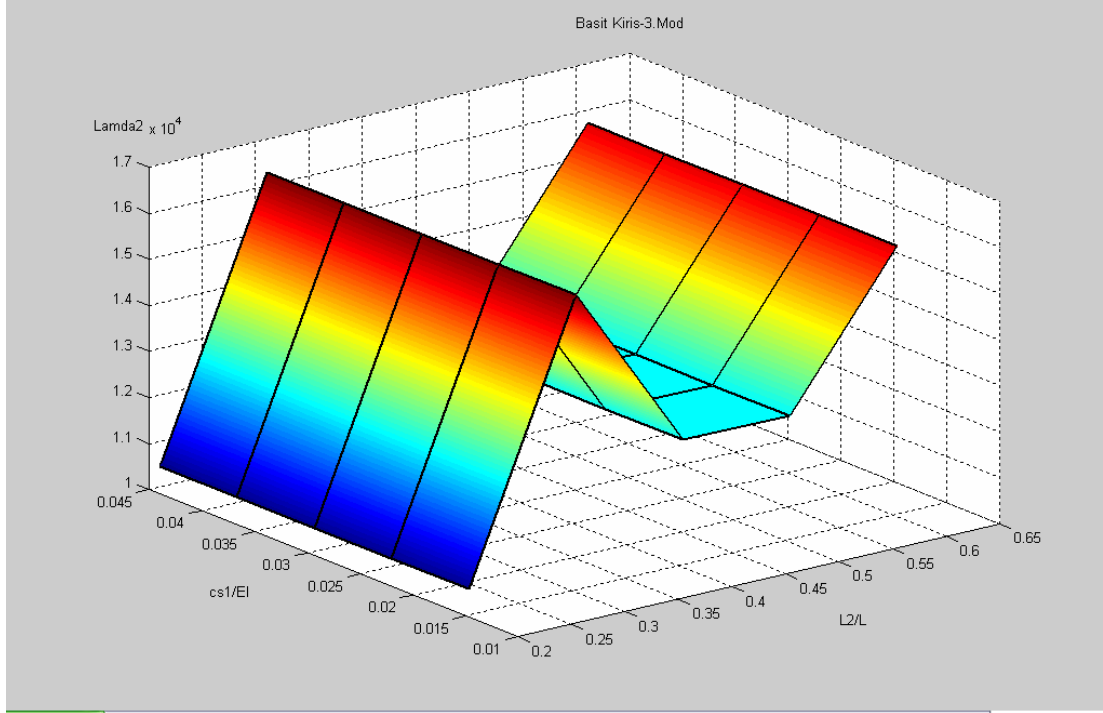
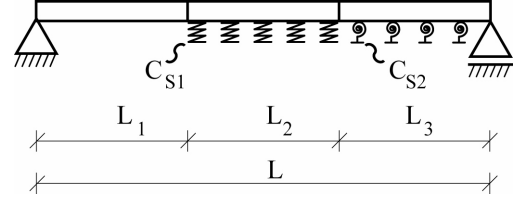
Basit kirişin ilk üç moduna ait (Tablo 1)'de sunulan C_{s1}/EI ve L_2/L oranlarına bağlı λ_2 değerlerinin değişimi (Şekil 7.1 a, b, c)'de sunulmuştur.



Şekil 7.2 (a) Basit kirişin birinci moduna ait λ_2 değerlerinin C_{s1}/EI ve L_2/L değerlerine bağlı olarak değişimi.



Şekil 7.2 (b) Basit kirişin ikinci moduna ait λ_2 değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L değerlerine bağlı olarak değişimi.



Şekil 7.1 (c) Basit kirişin üçüncü moduna ait λ_2 değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L değerlerine bağlı olarak değişimi.

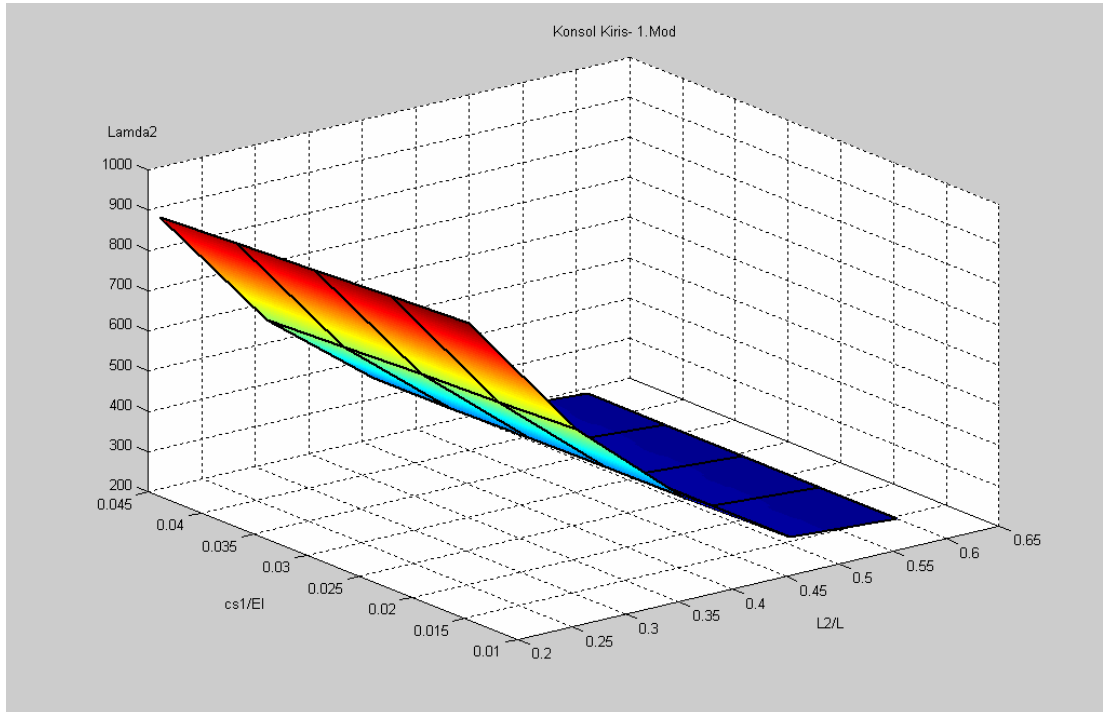
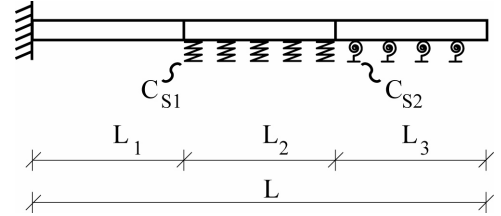
7.2.2 Uygulama 2

Bir ucu ankastre bir ucu serbest mesnetli kirişin ilk üç moduna ait λ_2 değerlerinin değişimi (Tablo 2)'de sunulmuştur:

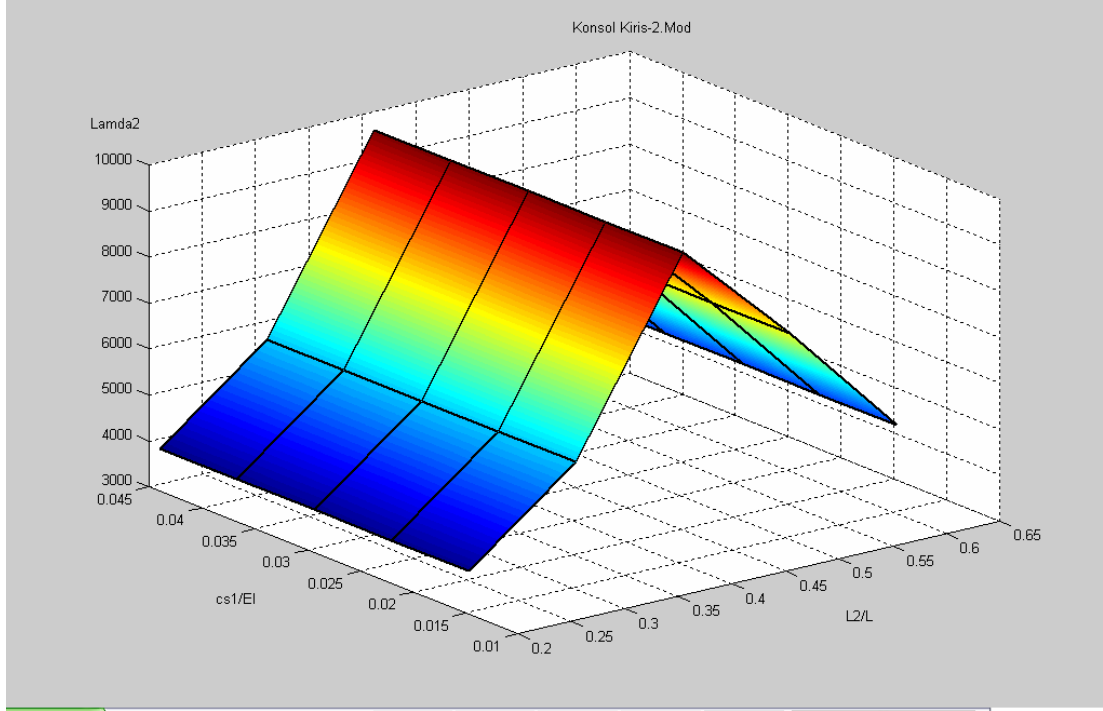
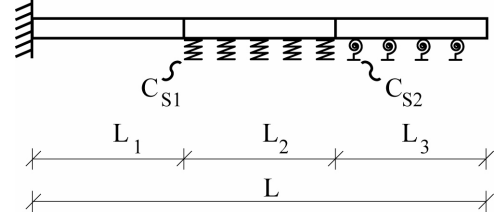
Tablo 2 Konsol kirişe ait λ_2 değerleri

$L_3 / L = 0.15$			1.MOD	2.MOD	3.MOD
L_1 / L	L_2 / L	C_{S1} / EI	λ_2	λ_2	λ_2
0,25	0,6	0,014648438	201,32	4925,3	17929
0,25	0,6	0,021972656	202,66	4923,8	17927
0,25	0,6	0,029296875	204,00	4923,0	17924
0,25	0,6	0,036621094	205,30	4921,6	17922
0,25	0,6	0,043945313	206,55	4920,1	17919
0,35	0,5	0,014648438	218,35	7476,1	23075
0,35	0,5	0,021972656	219,55	7473,5	23068
0,35	0,5	0,029296875	220,70	7470,1	23061
0,35	0,5	0,036621094	221,78	7467,5	23055
0,35	0,5	0,043945313	222,79	7464,1	23048
0,45	0,4	0,014648438	379,54	9789,3	14817
0,45	0,4	0,021972656	376,75	9782,5	14813
0,45	0,4	0,029296875	373,84	9775,6	14809
0,45	0,4	0,036621094	370,80	9768,7	14804
0,45	0,4	0,043945313	367,81	9761,8	14800
0,55	0,3	0,014648438	610,65	5774,9	23066
0,55	0,3	0,021972656	602,04	5766,8	23057
0,55	0,3	0,029296875	593,65	5758,6	23049
0,55	0,3	0,036621094	585,04	5749,8	23041
0,55	0,3	0,043945313	576,22	5741,6	23034
0,65	0,2	0,014648438	937,96	3954,9	15141
0,65	0,2	0,021972656	927,11	3946,6	15133
0,65	0,2	0,029296875	915,98	3938,2	15124
0,65	0,2	0,036621094	904,86	3929,8	15115
0,65	0,2	0,043945313	894,01	3921,4	15106

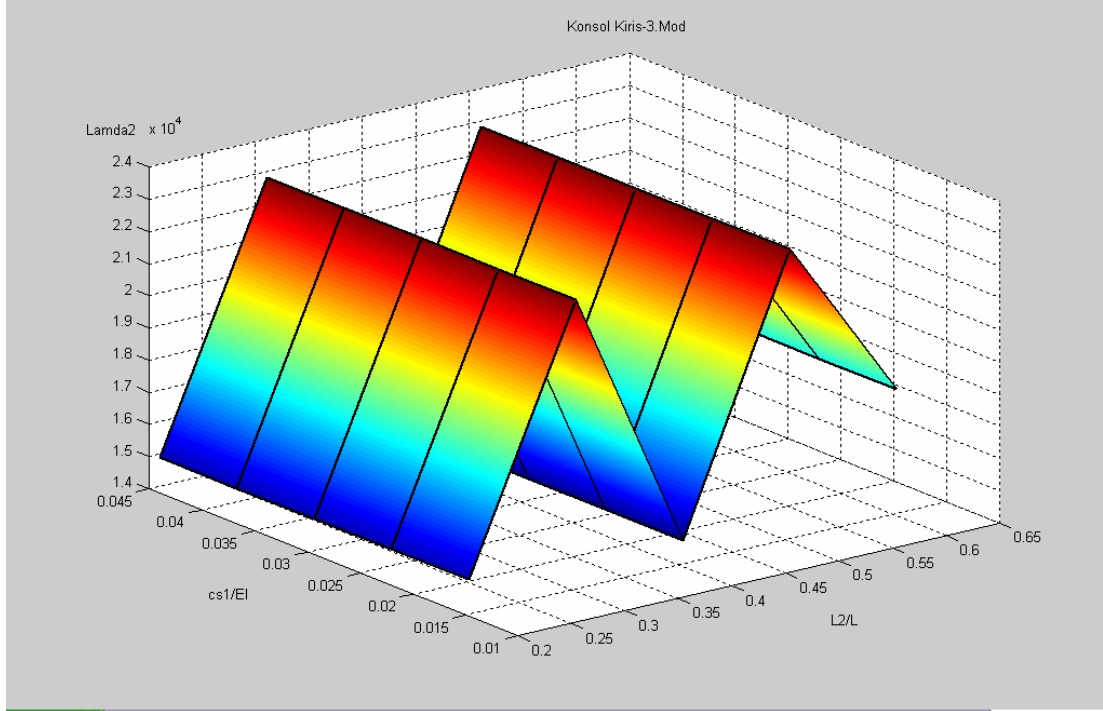
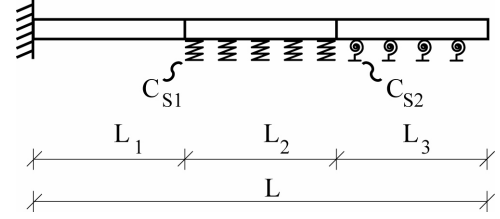
Konsol kirişin ilk üç moduna ait (Tablo 2)'de sunulan C_{S1}/EI ve L_2/L oranlarına bağlı λ_2 değerlerinin değişimi (Şekil 7.2 a, b, c)'de sunulmuştur.



Şekil 7.3 (a) Konsol kirişin birinci moduna ait λ_2 değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L değerlerine bağlı olarak değişimi.



Şekil 7.3 (b) Konsol kirişin ikinci moduna ait λ_2 değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L değerlerine bağlı olarak değişimi.



Şekil 7.3 (c) Konsol kirişin üçüncü moduna ait λ_2 değerlerinin C_{S1} / EI ve L_2 / L değerlerine bağlı olarak değişimi.

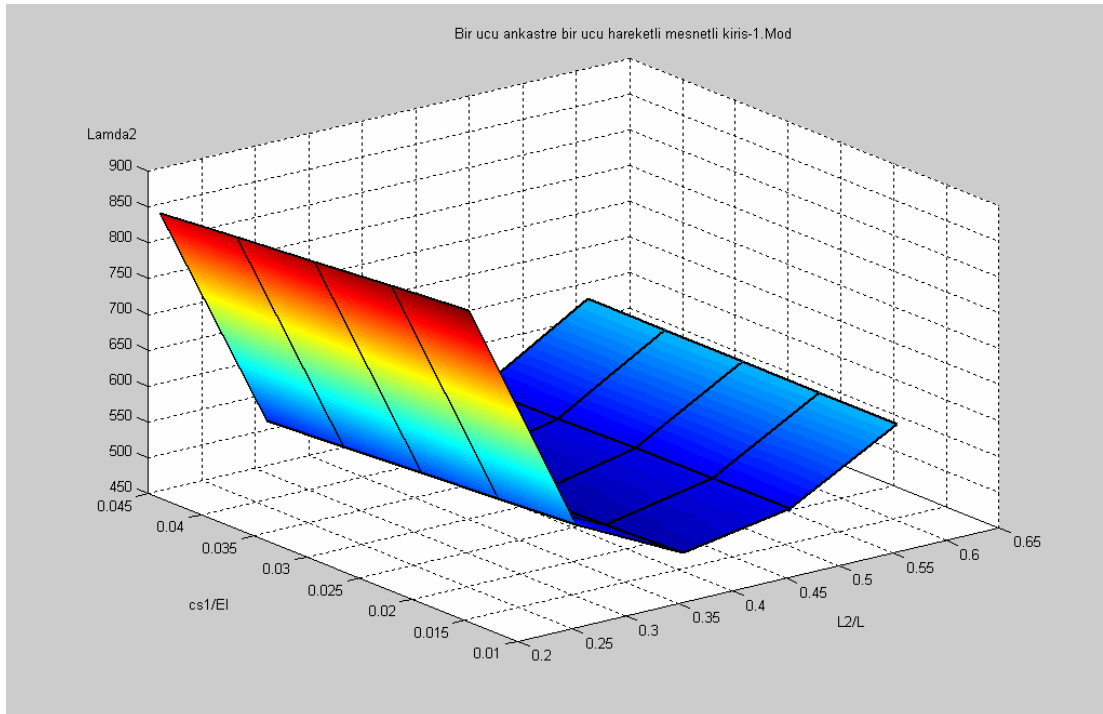
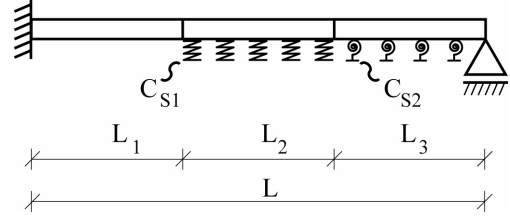
7.2.3 Uygulama 3

Bir ucu ankastre bir ucu hareketli mesnetli kirişin ilk üç moduna ait λ_2 değerlerinin değişimi (Tablo 3)'de sunulmuştur:

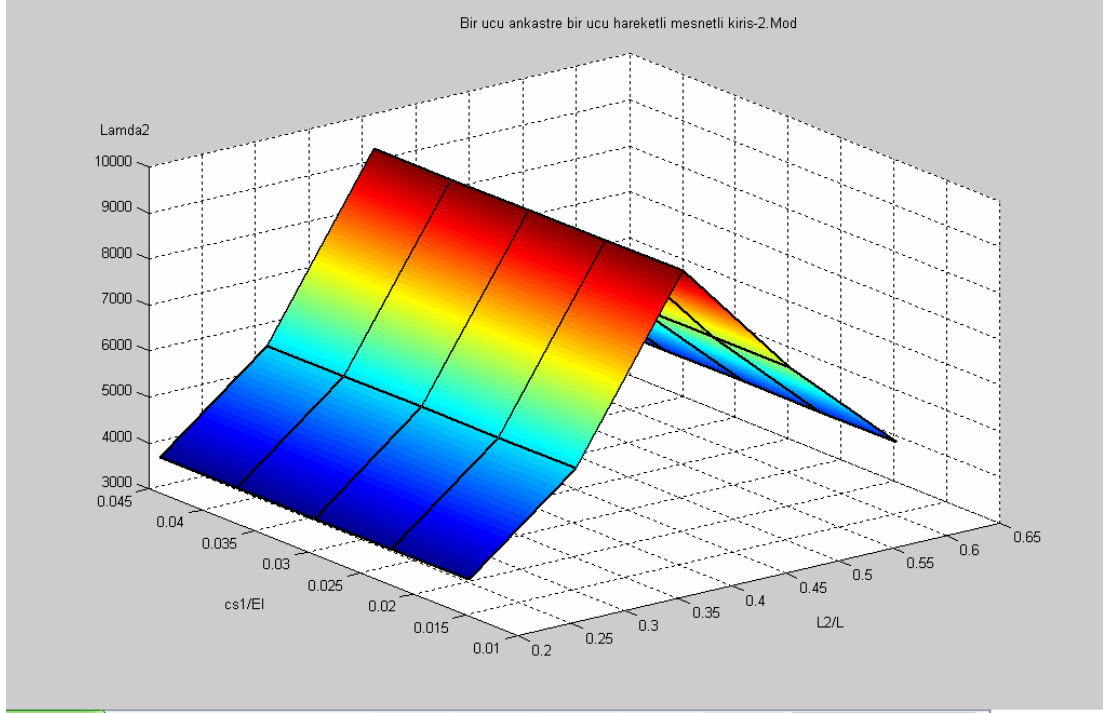
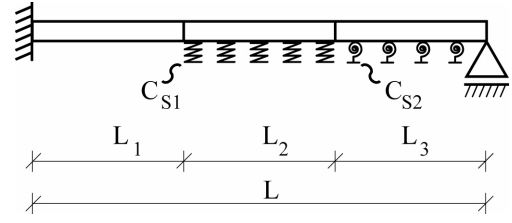
Tablo 3 Bir ucu ankastre bir ucu hareketli mesnetli kirişe ait λ_2 değerleri

$L_3 / L = 0.15$			1.MOD	2.MOD	3.MOD
L_1 / L	L_2 / L	C_{s1} / EI	λ_2	λ_2	λ_2
0,25	0,6	0,01464844	585,30	4604,6	17012
0,25	0,6	0,02197266	585,80	4603,5	17011
0,25	0,6	0,02929688	586,16	4601,8	17008
0,25	0,6	0,03662109	586,82	4600,7	17006
0,25	0,6	0,04394531	587,11	4599,6	17003
0,35	0,5	0,01464844	502,08	6784,5	22775
0,35	0,5	0,02197266	501,06	6782,3	22770
0,35	0,5	0,02929688	499,90	6779,3	22763
0,35	0,5	0,03662109	498,81	6776,3	22757
0,35	0,5	0,04394531	497,57	6773,4	22750
0,45	0,4	0,01464844	474,93	9424,2	14142
0,45	0,4	0,02197266	471,13	9418,2	14138
0,45	0,4	0,02929688	467,16	9412,1	14134
0,45	0,4	0,03662109	463,22	9406,0	14128
0,45	0,4	0,04394531	459,31	9399,9	14124
0,55	0,3	0,01464844	549,30	5686,2	22542
0,55	0,3	0,02197266	542,75	5678,0	22535
0,55	0,3	0,02929688	535,99	5669,9	22527
0,55	0,3	0,03662109	529,46	5661,7	22520
0,55	0,3	0,04394531	522,71	5653,5	22513
0,65	0,2	0,01464844	884,56	3809,3	15027
0,65	0,2	0,02197266	875,34	3801,5	15017
0,65	0,2	0,02929688	866,37	3793,1	15009
0,65	0,2	0,03662109	857,41	3785,2	15000
0,65	0,2	0,04394531	848,18	3777,2	14991

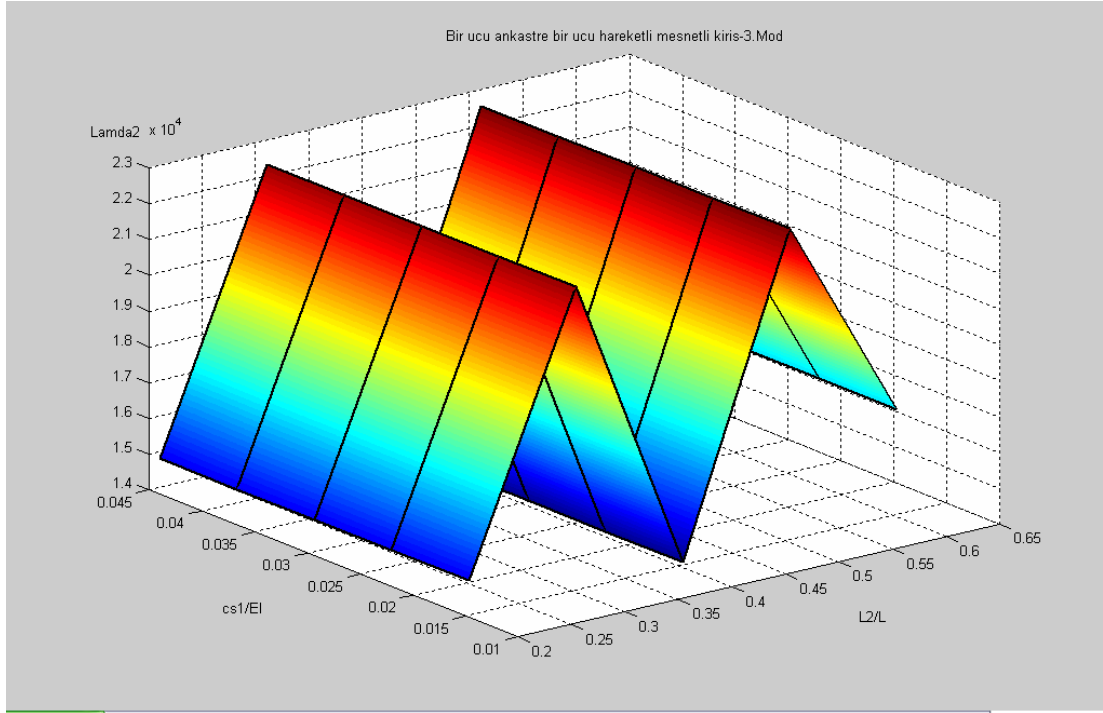
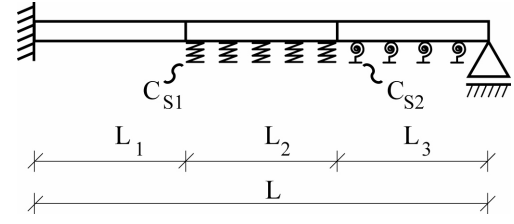
Bir ucu ankastre bir ucu hareketli mesnetli kirişin ilk üç moduna ait (Tablo 3)'de sunulan C_{S1}/EI ve L_2/L oranlarına bağlı λ_2 değerlerinin değişimi (Şekil 7.3 a, b, c)'de sunulmuştur.



Şekil 7.4 (a) Bir ucu ankastre bir ucu hareketli mesnetli kirişin birinci moduna ait λ_2 değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L değerlerine bağlı olarak değişimi.



Şekil 7.4 (b) Bir ucu ankastre bir ucu hareketli kirişin ikinci moduna ait λ_2 değerlerinin C_{S1} / EI ve L_2 / L değerlerine bağlı olarak değişimi.



Şekil 7.4 (c) Bir ucu ankastre bir ucu hareketli kirişin üçüncü moduna ait λ_2 değerlerinin C_{S1} / EI ve L_2 / L değerlerine bağlı olarak değişimi.

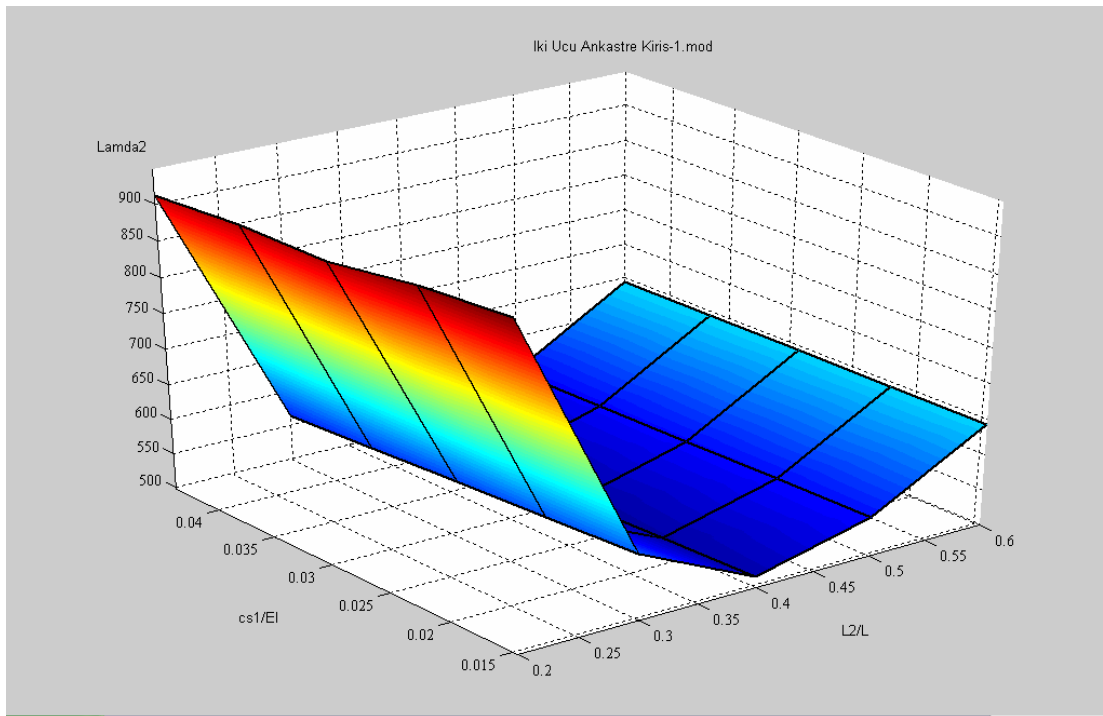
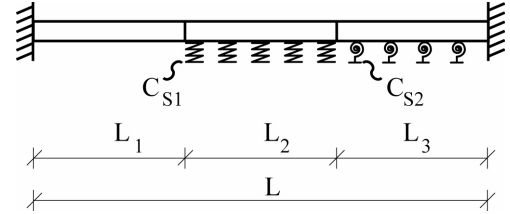
7.2.4 Uygulama 4

Her iki ucu ankastre mesnetli kirişin ilk üç moduna ait açısal frekanslara göre değişimi aşağıda sunulmuştur:

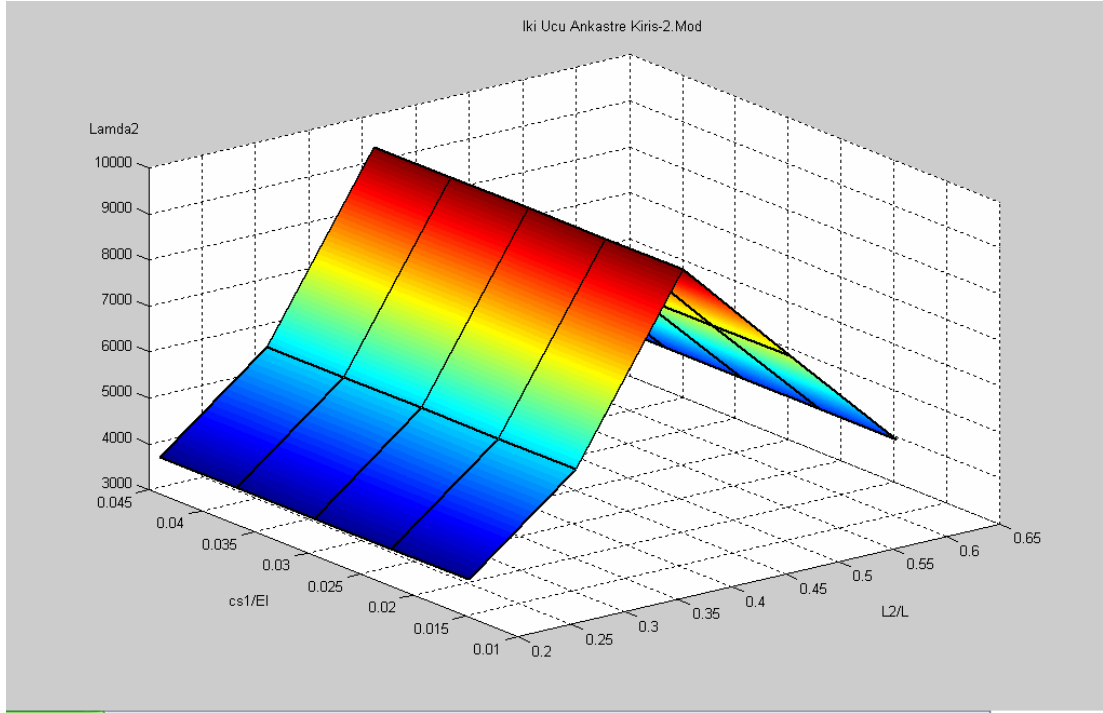
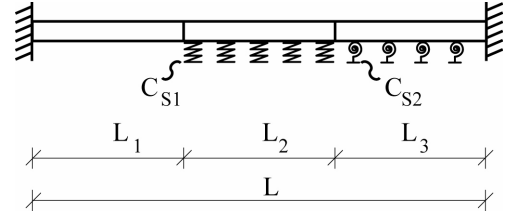
Tablo 4 İki ucu ankastre kirişe ait λ_2 değerleri

$L_3 / L = 0.15$			1.MOD	2.MOD	3.MOD
L_1 / L	L_2 / L	C_{S1} / EI	λ_2	λ_2	λ_2
0,25	0,6	0,01464844	643,067	4685,7	17389
0,25	0,6	0,02197266	643,345	4684,7	17386
0,25	0,6	0,02929688	643,694	4683,6	17385
0,25	0,6	0,03662109	644,115	4682,6	17382
0,25	0,6	0,04394531	644,375	4681,6	17380
0,35	0,5	0,01464844	553,504	7044,6	22900
0,35	0,5	0,02197266	552,039	7041,7	22895
0,35	0,5	0,02929688	550,630	7038,9	22888
0,35	0,5	0,03662109	549,277	7036,1	22881
0,35	0,5	0,04394531	547,763	7032,5	22876
0,45	0,4	0,01464844	513,392	9483,3	14351
0,45	0,4	0,02197266	509,396	9476,4	14346
0,45	0,4	0,02929688	505,222	9470,3	14342
0,45	0,4	0,03662109	501,280	9464,3	14337
0,45	0,4	0,04394531	497,160	9458,2	14333
0,55	0,3	0,01464844	590,284	5687,5	22649
0,55	0,3	0,02197266	583,618	5679,4	22641
0,55	0,3	0,02929688	577,177	5671,2	22634
0,55	0,3	0,03662109	570,744	5662,4	22623
0,55	0,3	0,04394531	564,099	5654,2	22619
0,65	0,2	0,01464844	945,321	3832,8	15027
0,65	0,2	0,02197266	936,649	3824,9	15018
0,65	0,2	0,02929688	927,976	3817,1	15009
0,65	0,2	0,03662109	919,031	3808,7	15000
0,65	0,2	0,04394531	910,360	3800,8	14992

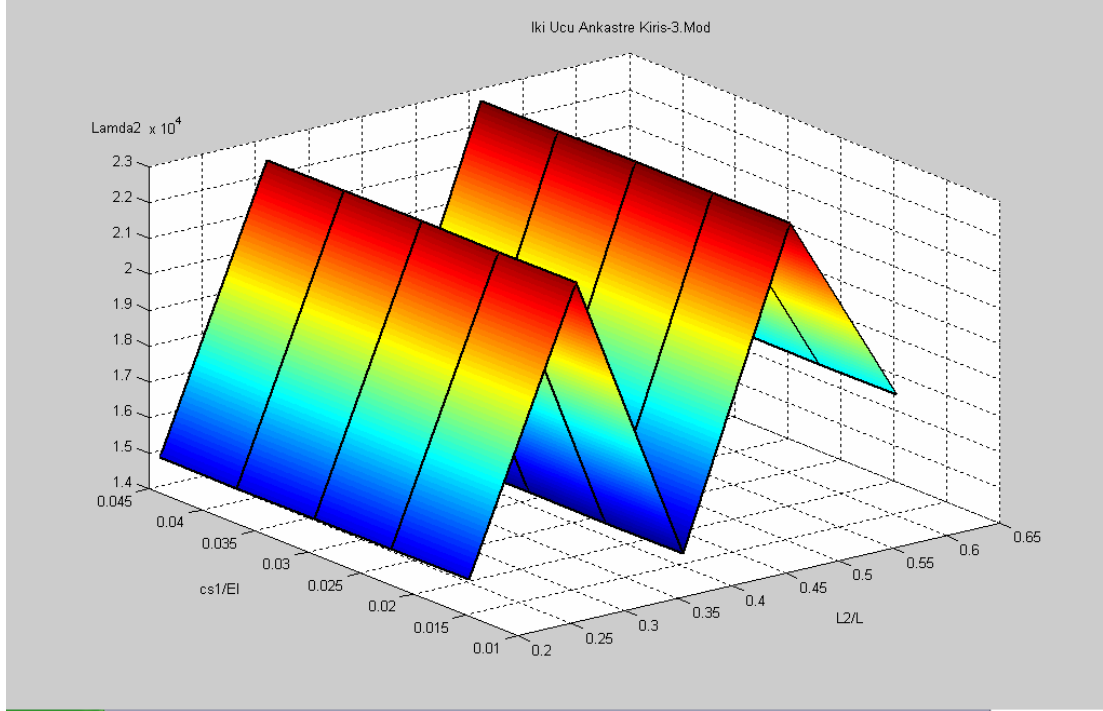
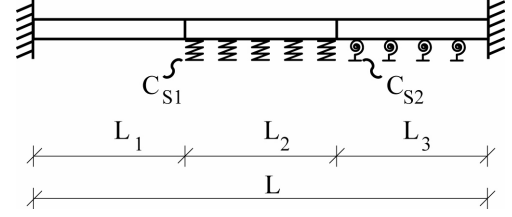
Her iki ucu ankastre mesnetli kirişin ilk üç moduna ait (Tablo 4)'de sunulan C_{S1}/EI ve L_2/L oranlarına bağlı λ_2 değerlerinin değişimi (Şekil 7.4 a, b, c)'de sunulmuştur.



Şekil 7.5 (a) Her iki ucu ankastre kirişin birinci moduna ait λ_2 değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L değerlerine bağlı olarak değişimi.



Şekil 7.5 (b) Her iki ucu ankastre kirişin ikinci moduna ait λ_2 değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L değerlerine bağlı olarak değişimi.



Şekil 7.5 (c) Her iki ucu ankastre kirişin üçüncü moduna ait λ_2 değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L değerlerine bağlı olarak değişimi.

BÖLÜM SEKİZ

SONUÇLAR

Çalışma kapsamında, üç farklı bölge özelliğine sahip Timoshenko kirişinin açısız frekanslarını elde etmek üzere, farklı dört sınır koşulu için tüm olasılıkları içeren bilgisayar programı geliştirilmiş ve sonuçlar tablolar ve grafikler halinde sunulmuştur. Programda; üçüncü bölgeye ait zemin özellikleri sabit tutulurken, ikinci bölgeye ait zemin yatak katsayıları sırasıyla 10000, 15000, 20000, 25000 ve 30000 kN/m^2 olarak girilmiştir. Üçüncü bölge açıklığının kiriş açıklığına bölünmesi ile elde edilen (ξ_3) oranı sabit tutulurken diğer iki bölgeye ait boyutsuz konum parametreleri (ξ_1) ve (ξ_2) değişken tutulmuştur. Birinci bölgeye ait boyutsuz (ξ_1) konum parametresi için sırasıyla 0,25, 0,35, 0,45, 0,55, 0,65 değerleri verilirken; ikinci bölgeye ait (ξ_2) boyutsuz konum parametresi 0,60, 0,50, 0,40, 0,30, 0,20 değerlerini almıştır. İrdemeler (λ_2) değişkeni üzerinde yapılmıştır. Ancak (λ_2) değişkeni ile çubuğun açısız frekansı doğrusal bir denklem ile ifade edildiğinden (λ_2) değişkeni arttıkça (w) açısız frekans değeri artmaktadır.

İlk üç moda ait (λ_2) parametresinin değişimini gösteren grafikler, farklı sınır koşulları için eğri olarak ayrı değerlendirildiğinde her moda ait farklılık gözlenmektedir. Birinci moda ait basit kiriş, iki ucu ankastre kiriş, bir ucu ankastre bir ucu hareketli kirişte grafikler benzer eğrileri verirken konsol kiriş farklı eğri vermiştir. İkinci ve üçüncü modda, basit kiriş diğer sınır koşullarına sahip kirişlerden farklı bir eğriye sahiptir.

Konum parametreleri ve zemin özellikleri sabit tutularak oluşan (λ_2) değerlerine sınır koşullarının etkisi incelenecek olursa, birinci moda ait en yüksek (λ_2) değerinin iki ucu ankastre kiriş için ortaya çıktığı gözlemlenir. İkinci ve üçüncü modda ise en yüksek (λ_2) değeri konsol kirişte oluşur.

Basit kiriş için boyutsuz konum parametreleri sabit tutulur, yalnızca ikinci bölgeye ait (C_{s1}) zemin yatak kat sayısı arttırılır ise (λ_2) değerlerinin her mod için azaldığı görülür. Birinci modda ikinci bölgeye ait açıklığın azalması ve dolayısıyla birinci bölgeye ait açıklığın artması, sabit ikinci bölgeye ait (C_{s1}) zemin yatak katsayısı göz önüne alındığında, (λ_2) değeri önce azalmakta ardından artmaktadır. İkinci modda bu durum, ilk önce bir artış ardından azalma olarak gözlenirken üçüncü modda sırasıyla azalma, birbirine yakın değerler ve yine azalma olarak görülür.

İki ucu ankastre kiriş için boyutsuz konum parametreleri sabit tutulur, yalnızca ikinci bölgeye ait (C_{s1}) zemin yatak kat sayısı arttırılır ise (λ_2) değerleri $\xi_2 = 0,6$ ve $\xi_1 = 0,25$ olması durumunda ilk mod için küçük farklarla artış göstermekte, diğer ξ_1 ve ξ_2 çiftlerinde azalmaktadır. Birinci modda ikinci bölgeye ait açıklığın azalması ve dolayısıyla birinci bölgeye ait açıklığın artması, sabit ikinci bölgeye ait (C_{s1}) zemin yatak katsayısı göz önüne alındığında, (λ_2) değeri önce azalmakta ξ_2 nin azalması ile büyük ölçüde artmaktadır. İkinci modda ξ_2 nin azalarak ξ_1 e yaklaşması ile en yüksek (λ_2) değerine ulaşılmakta ardından değerler azalmaktadır. Üçüncü modda ise, öncelikle artan (λ_2) değeri azalıp yine artarak en büyük değerleri oluşturmaktadır.

Bir ucu ankastre bir ucu hareketli kiriş için boyutsuz konum parametreleri sabit tutulur, yalnızca ikinci bölgeye ait (C_{s1}) zemin yatak kat sayısı arttırılır ise (λ_2) değerleri $\xi_2 = 0,6$ ve $\xi_1 = 0,25$ olması durumunda ilk mod için küçük farklarla artış göstermekte, diğer ξ_1 ve ξ_2 çiftlerinde azalmaktadır. Birinci modda ikinci bölgeye ait açıklığın azalması ve dolayısıyla birinci bölgeye ait açıklığın artması, sabit ikinci bölgeye ait (C_{s1}) zemin yatak katsayısı göz önüne alındığında, (λ_2) değerleri dolayısıyla açılmal frekans değerleri önce azalmakta ξ_2 nin azalması ile büyük ölçüde artmaktadır. İkinci modda ξ_2 nin azalarak ξ_1 e yaklaşması ile en yüksek açılmal frekans değerine ulaşılmakta ardından değerler azalmaktadır. Üçüncü

modda ise, öncelikle artan (λ_2) değeri azalıp yine artarak en büyük değerleri oluşturmaktadır.

Konsol giriş için boyutsuz konum parametreleri sabit tutulur, yalnızca ikinci bölgeye ait (C_{s1}) zemin yatak kat sayısı artırılır ise (λ_2) değerleri, ilk mod için $\xi_2 = 0,6$ ve $\xi_1 = 0,25$ olması durumunda çok değişmemekle birlikte artmaktadır. $\xi_2 = 0,5$ ve $\xi_1 = 0,35$ olması hali ile $\xi_2 = 0,6$ ve $\xi_1 = 0,25$ olması hali arasında çok fark olmamasına rağmen bu değerlerden itibaren (λ_2) değerleri dolayısıyla açısız frekans değerlerinde azalma görülür. Birinci modda ikinci bölgeye ait açıklığın azalması ve dolayısıyla birinci bölgeye ait açıklığın artması, sabit ikinci bölgeye ait (C_{s1}) zemin yatak katsayısı göz önüne alındığında, (λ_2) değeri önce azalmakta ξ_2 nin azalması ile büyük ölçüde artmaktadır. İkinci modda ξ_2 nin azalarak ξ_1 e yaklaşması ile en yüksek (λ_2) değerine ulaşılmakta ardından değerler azalmaktadır. Üçüncü modda ise, öncelikle artan (λ_2) değeri azalıp yine artarak en büyük değerleri oluşturmaktadır.

KAYNAKLAR

- Anderson, R. A. (1953). Flexural vibrations in uniform beams according to the Timoshenko theory. *Journal of Application Mechanics*, 20, 504-510.
- Banerjee, J. R. (1995). Dynamic stiffness formulation for structural elements: A general approach. *Computers & Structures*, 63(1), 101-103.
- Banerjee, J. R., & Kennedy, D. (1985). Response of an axially loaded Timoshenko beam to random loads. *Journal of sound and vibration*, 101(4), 481-487.
- Banerjee, J. R., & Williams, F. W. (1996). Exact dynamic stiffness matrix for composite Timoshenko beam with application. *Journal of sound and vibration*, 194, 573-585.
- Banerjee, J. R., & Williams, F. W. (1992). Coupled bending torsional dynamic stiffness matrix for Timoshenko beam elements. *Computer and Structures*, 42, 301-310.
- Banerjee, J. R. (1999). Dynamic stiffness formulation and free vibration analysis of centrifugally stiffened Timoshenko beams. *Journal of sound and vibration*, 247 (1), 97-115.
- Banerjee, J. R. (2001). Free vibration analysis of a twisted beam using the dynamic stiffness method. *International journal of solids and structures*, 38, 6703-6722.
- Bowles, J.E. (1996). *Foundation Analysis and Design* (5th ed.). USA: McGraw – Hill.
- Celep, Z. ve Kumbasar, N. (1996). *Yapı Dinamiği* (2.baskı). İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi Vakfı Yayınları.

- Chen, Y. H. (1987). General dynamic-stiffness matrix of a Timoshenko beam for transverse vibrations. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 15 (33), 391-402.
- Clough, R.W., & Penzien, J. (1993). *Dynamics of Structures* (2nd ed.). Singapore:McGraw-Hill.
- Chen, Y. H., & Sheu, J. T. (1992). Axially-loaded damped Timoshenko beam on viscoelastic foundation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 36 (6), 1013–1027.
- Cheng, F. Y., & Tseng W. (1973). Dynamic matrix of Timoshenko beam columns. *Journal of the Structural Division*, 99(3), 527–549.
- Çatal, H.H. (2006). Free Vibration of Semi-Rigid Connected and Partially Embedded Piles with the Effects of the Bending Moment, Axial and Shear Force. *Engineer Structures*, 28 (14), 1911–18.
- Djaoud, R. A., Djeran-Maigre, I., & Cabrillac, R. (2000). Calculation of natural frequencies of beam structures including concentrated mass effects by the dynamic stiffness matrix method. *Materials and Structures*, 34 (2) , 71–75.
- Dolph S. L. (1954). On the Timoshenko Theory of transverse vibrations. *Quart Appl. Math.*, 12, 175-187.
- Du, H. Lim, M. K., & Liew, K. M. (1994). A power series solution for vibration of a rotating Timoshenko beam. *Journal of Sound and Vibration*, 175 (4), 505–23.
- Eisenberger M. (1994). Derivation of shape functions for an exact 4-DOF Timoshenko beam element. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 10, 673–681.
- Ge, H., & Xu, J. (2007). A numerical method for cavity identification on elastic foundation. *Tsinghua Science & Technology*, 12 (5), 540-545.

- Geist, B., & McLaughlin, J. R. (1998). Eigenvalue formulas for the uniform Timoshenko beam: the free-free problem. *Electronic Research announcements of the American Mathematical Society.*, 4: 12.
- Gulyaev, V. I., Meĭ'nik, V. M., & Yakovenka, E. V. (2004). The dynamic of a beam on elastic base under a moving force and moment (Timoshenko Model). *International Applied Mechanics*, 36 (12), 1650-1656.
- Gürsoy, U. (1985). *Betonarme- Temel İlkeler ve Taşıma Gücü Hesabı* (4.baskı).İstanbul: evrim Yayınevi
- Hetenyi M. (1946). *Beams on elastic foundations: Theory with applications in the fields of civil and mechanical engineering*. Michigan: Univ. of Michigan Pres.
- Hlavacek, I. (2003), Buckling of a Timoshenko beam on elastic foundation with uncertain input data. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 68 (2), 185-204.
- Howson, W. P., & Williams, F. W. (1973). Natural frequencies of frames with axially loaded Timoshenko members. *Journal of Sound Vibration*, 26, 503-15.
- Hou, Y. C., Tseng, C. H., & Ling, S. F. (1996). A new high-order non-uniform Timoshenko beam finite element on variable two-parameter foundations. *Journal of Sound and Vibration*, 191(1), 91–106.
- Hsiao, K. M., & Lin, S. C. (2001). Vibration analysis of a rotating Timoshenko beam. *Journal of Sound and Vibration*, 240 (2), 303-322.
- Huang, C. S., Tseng, Y. P., Chang S. H., & Hung C. L.(2000). Out-of-plane dynamic analysis of beams with arbitrarily varying curvature and cross-section by dynamic stiffness matrix method. *International Journal of Solids and Structures*, 37 (3), 495-513.
- Hutchinson, J. R. (2001). Shear coefficients for Timoshenko beam theory. *Journal of Applied Mechanics*, 68(11), 87-92.

- İnan, M. (1996). *Cisimlerin Mukavemeti* (7.baskı). İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi Vakfı Yayınları.
- Khiem, N. T., & Lien, T. V. (2001). A simplified method for natural frequency analysis of a multiple cracked beam. *Journal of Sound and Vibration*, 245(4), 737-751
- Kim J. U., & Renardy Y. (1987). Boundary control of the Timoshenko beam. *SISM J. Control and Optimization*, 25(6), 1417-1429.
- Krawczuk, M., Palacz, M., & Ostachowicz, W. (2002). The dynamic analysis of a cracked Timoshenko beam by the spectral element method. *Journal of Sound and Vibration*, 264(5), 1139-1153.
- Lee, S. Y. Chen, T. Y., & Wang, W. R. (1994). Non-conservative instability of a Timoshenko beam subjected to a partially tangential follower force. *Journal of Sound and Vibration*, 188(1), 25-38.
- Li, J., Hua, H., & Shen, R. (2007). Dynamic stiffness analysis for free vibrations of axially loaded laminated composite beams. *Composite Structures*, 84 (1), 87-98.
- Paz, M. (1997). *Structural Dynamics, Theory and Computation* (4th ed.). New Jersey: Chapman&Hall.
- Reddy, J.N., Wang, C.M., & Lam, K.Y. (1997). Unified Finite Elements Based on the Shear Deformation Theories of Beams and Axisymmetric Circular Plates. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 13, 495-510.
- Rensburg, N.F.J., & Merwe, A.J. (2006). Natural Frequencies and Modes of a Timoshenko Beam. *Wave Motion*, 44, 58-69.

- Schanbl, S., Saje, M., Turk, G., & Planinc, I. (2007). Locking-free two-layer Timoshenko beam element with interlayer slip. *Finite Elements in Analysis and Design*, 43(9), 705-714.
- Shirima, L. M. (1992). Timoshenko beam element resting on two-parameter elastic foundation. *Journal of Engineering Mechanics*, 118 (2), 280-295.
- Soufyane A., & Webbe A. (2003). Uniform stabilization for the Timoshenko beam by a locally distributed damping. *Electron J. Differential Equations*, 29(1)-14.
- Thomas, J., & Abbas, B. (1975). Finite element model for dynamic analysis of Timoshenko beam. *Journal of Sound and Vibration, Journal*, 41, 291–299.
- Thambiratnam, D., & Zhuge, Y. (1995). Dynamic analysis of beams on an elastic foundation subjected to moving loads. *Journal of Sound and Vibration*, 198(2), 149-169.
- Thambiratnam, D., & Zhuge, Y. (1996). Free vibration analysis of beams on elastic foundation. *Computers and Structures*, 60(6), 971-980.
- Timoshenko, S.P. (1941). On the correction for the shear of the differential equation for transverse vibration of prismatic bars. *Philosophical Magazine*, 41, 744.
- Timoshenko, S.P. (1943). On the transverse vibration of the of uniform cross-section bars. *Philosophical Magazine*, 43, 125.
- Trail-Nash, R. W., & Collar A. R. (1953). The effects of shear flexibility and rotary inertia on the bending vibrations of beams. *Quarterly Journal of Mathematics*, VI (2), 186-222.
- Uzunoğlu, M., Kızıl A. ve Onar Ö. Ç. (2002). *Kolay Anlatımı ile İleri Düzeyde Matlab 6.0-6.5*. İstanbul: Türkmen Kitabevi.
- Wang, C. M. (1995). Timoshenko beam-bending solutions in terms of Euler-Bernoulli solutions. *Journal of Engineering Mechanics*, 121(6), 763-765.

- Wang, C.M., Reddy, J.N., & Lee, K.H. (2000). *Shear Deformable Beams and Plates: Relationships with Classical Solutions*. New York: Elsevier Science.
- Wu , J. S., & Lin T. L. (1990). Free vibration analysis of a uniform cantilever beam with point masses by an analytical and numerical combined method. *Journal of Sound and Vibration*, 136 (2), 201-213.
- Yeşilce, Y. (2004). *Yatak Katsayısı Değişken Elastik Zemine Kısmi Gömülü Kazıkların Serbest Titreşim Analizi*. Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yokkoyama T. (1988). Parametric instability of Timoshenko beams resting on elastic foundation. *Computer and structures*, 28, 207-216.
- Yu S. D., & Clegharn W. L. (2000). Free vibration of a spinning stepped Timoshenko Beam. *Journal of Application Mathematics*, 67, 839-41.
- Yuan, S., Ye, K., Xiao, C., Williams, F. W., & Kennedy, D. (2007). Exact dynamic stiffness method for non-uniform Timoshenko beam vibrations and Bernoulli–Euler column buckling. *Journal of Sound and Vibration*, 303(3-5), 526-537.
- Zheng, D. Y., & Fan, S. C. (2001). Natural frequencies of a non-uniform beam with multiple cracks via modified Fourier series. *Journal of Sound and Vibration*, 242 (4), 701:717.
- Zill, D.G., & Cullen, M.R. (2001). *Differential Equations with Boundary-Value Problems* (5th ed.). USA: Brooks/Cole.

EKLER

Ek1-Eleman Rijitlik Matris Elemanları

Çalışmada, tüm durumlara ve bölgelere ait eleman rijitlik matrisleri hesaplanmıştır. Örnek teşkil etmesi için kirişin ikinci bölgesine ait eleman rijitlik matrisi terimleri yedi durum için aşağıda sunulmuştur.

Eleman 2-I Durumu

$$f_1^{(I,2)} = -K21 * K23 * K22 * (CH3 * K22 * SH4 - K21 * SH3 * CH4) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22) - K22 * K24 * K21 * (CH3 * K22 * SH4 - K21 * SH3 * CH4) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$f_2^{(I,2)} = -K21 * K23 * (-CH4^2 * K22 + SH4^2 * K22 + CH3 * K22 * CH4 - K21 * SH3 * SH4) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22) - K22 * K24 * (SH3 * K22 * SH4 - CH4 * K21 * CH3 + CH3^2 * K21 - K21 * SH3^2) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$f_3^{(I,2)} = K21 * K23 * K22 * (K22 * SH4 - K21 * SH3) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22) + K22 * K24 * K21 * (K22 * SH4 - K21 * SH3) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$f_4^{(I,2)} = K21 * K23 * K22 * (-CH4 + CH3) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4$$

$$+K21*SH3^2*K22)+K22*K24*K21*(-CH4+CH3)/(-K21*CH4^2*K22$$

$$+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-$$

$$K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K2$$

$$f_5^{(1,2)} = K23*K22*(-K21*CH4^2+K21*SH4^2-SH3*K22*SH4+CH4*K21*CH3)$$

$$/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-$$

$$K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)+K24*K21$$

$$*(-CH3*K22*CH4+CH3^2*K22+K21*SH3*SH4-SH3^2*K22)/(-K21*CH4^2*K22$$

$$+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-$$

$$K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_6^{(1,2)} = K23*(-SH3*K22*CH4+K21*CH3*SH4)/(-K21*CH4^2*K22$$

$$+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-$$

$$K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)+K24*(-SH3*K22*CH4+K21*CH3*SH4)/(-$$

$$K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-$$

$$K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_7^{(1,2)} = -K21*K23*K22*(-CH4+CH3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-$$

$$SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4$$

$$+K21*SH3^2*K22)-K22*K24*K21*(-CH4+CH3)/(-K21*CH4^2*K22$$

$$+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-$$

$$K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_8^{(1,2)} = -K23*(K21*SH4-SH3*K22)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22$$

$$SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4$$

$$+K21*SH3^2*K22)-K24*(K21*SH4-SH3*K22)/(-K21*CH4^2*K22$$

$$+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-$$

$$K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_9^{(1,2)} = K21*K23*SH3*K22*(-K21*CH4^2+K21*SH4^2-SH3*K22*SH4$$

$$+CH4*K21*CH3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4$$

$$\begin{aligned}
& +2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22) \\
& +K21*K23*CH3*K22*(CH3*K22*SH4-K21*SH3*CH4)/(-K21*CH4^2*K22 \\
& +K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22- \\
& K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)+K22*K24*SH4*K21*(-CH3*K22*CH4 \\
& +CH3^2*K22+K21*SH3*SH4-SH3^2*K22)/(-K21*CH4^2*K22 \\
& +K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22- \\
& K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)+K22*K24*CH4*K21*(CH3*K22*SH4- \\
& K21*SH3*CH4)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4 \\
& +2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{10}^{(I,2)} = & K21*K23*SH3*(-SH3*K22*CH4+K21*CH3*SH4)/(-K21*CH4^2*K22 \\
& +K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22- \\
& K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)+K21*K23*CH3*(-CH4^2*K22 \\
& +SH4^2*K22+CH3*K22*CH4-K21*SH3*SH4)/(-K21*CH4^2*K22 \\
& +K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22- \\
& K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)+K22*K24*SH4*(-SH3*K22*CH4 \\
& +K21*CH3*SH4)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4 \\
& +2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4 \\
& +K21*SH3^2*K22)+K22*K24*CH4*(SH3*K22*SH4-CH4*K21*CH3 \\
& +CH3^2*K21-K21*SH3^2)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22- \\
& SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22- \\
& K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{11}^{(I,2)} = & -K21^2*K23*SH3*K22*(-CH4+CH3)/(-K21*CH4^2*K22+ \\
& K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22- \\
& K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)-K21*K23*CH3*K22 \\
& *(K22*SH4-K21*SH3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4 \\
& +2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)- \\
& K22^2*K24*SH4*K21*(-CH4+CH3)/(-K21*CH4^2*K22 \\
& +K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22- \\
& K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)-K22*K24*CH4*K21*
\end{aligned}$$

$$\frac{(K22*SH4-K21*SH3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)}{}$$

$$f_{12}^{(I,2)} = -K21*K23*SH3*(K21*SH4-SH3*K22)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)-K21*K23*CH3*K22*(-CH4+CH3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)-K22*K24*SH4*(K21*SH4-SH3*K22)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)-K22*K24*CH4*K21*(-CH4+CH3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_{13}^{(I,2)} = -K23*CH3*K22*(-K21*CH4^2+K21*SH4^2*SH3*K22*SH4+CH4*K21*CH3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)-K23*SH3*K22*(CH3*K22*SH4-K21*SH3*CH4)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)-K24*CH4*K21*(-CH3*K22*CH4+CH3^2*K22+K21*SH3*SH4-SH3^2*K22)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)-K24*SH4*K21*(CH3*K22*SH4-K21*SH3*CH4)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_{14}^{(I,2)} = -K23*CH3*(-SH3*K22*CH4+K21*CH3*SH4)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-SH3*K22^2*SH4+2*K21*CH3*K22*CH4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*SH4+K21*SH3^2*K22)-K23*SH3*(-CH4^2*K22$$

$$\begin{aligned}
& +SH4^2 * K22 + CH3 * K22 * CH4 - K21 * SH3 * SH4) / (-K21 * CH4^2 * K22 \\
& + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - \\
& K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22) - K24 * CH4 * (-SH3 * K22 * CH4 \\
& + K21 * CH3 * SH4) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 \\
& + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22) - \\
& K24 * SH4 * (SH3 * K22 * SH4 - CH4 * K21 * CH3 + CH3^2 * K21 - K21 * SH3^2) \\
& / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - \\
& K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{15}^{(I,2)} = & K21 * K23 * CH3 * K22 * (-CH4 + CH3) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - \\
& SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - \\
& K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22) + K23 * SH3 * K22 * (K22 * SH4 - K21 * SH3) / (- \\
& K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - \\
& K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22) + K22 * K24 * CH4 * K21 * (- \\
& CH4 + CH3) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 \\
& + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 \\
& + K21 * SH3^2 * K22) + K24 * SH4 * K21 * (K22 * SH4 - K21 * SH3) / (-K21 * CH4^2 * K22 \\
& + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - \\
& K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{16}^{(I,2)} = & K23 * CH3 * (K21 * SH4 - SH3 * K22) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - \\
& SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 \\
& + K21 * SH3^2 * K22) + K23 * SH3 * K22 * (-CH4 + CH3) / (-K21 * CH4^2 * K22 \\
& + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - \\
& K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22) + K24 * CH4 * (K21 * SH4 - SH3 * K22) / \\
& (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - \\
& K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22) + K24 * SH4 * K21 \\
& * (-CH4 + CH3) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - SH3 * K22^2 * SH4 \\
& + 2 * K21 * CH3 * K22 * CH4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * SH4 + K21 * SH3^2 * K22)
\end{aligned}$$

Eleman 2-II Durumu

$$f_1^{(II,2)} = K21 * K23 * K22 * (CH3 * K22 * S4 + K21 * SH3 * C4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K22 * K24 * K21 * (CH3 * K22 * S4 + K21 * SH3 * C4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$f_2^{(II,2)} = -K21 * K23 * (-C4^2 * K22 - S4^2 * K22 + CH3 * K22 * C4 - K21 * SH3 * S4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K22 * K24 * (SH3 * K22 * S4 + C4 * K21 * CH3 - CH3^2 * K21 + K21 * SH3^2) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$f_3^{(II,2)} = -K21 * K23 * K22 * (K22 * S4 + K21 * SH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) - K22 * K24 * K21 * (K22 * S4 + K21 * SH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$f_4^{(II,2)} = K21 * K23 * K22 * (-C4 + CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K22 * K24 * K21 * (-C4 + CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$f_5^{(II,2)} = K23 * K22 * (-K21 * C4^2 - K21 * S4^2 + SH3 * K22 * S4 + C4 * K21 * CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K24 * K21 * (-CH3 * K22 * C4 + CH3^2 * K22 + K21 * SH3 * S4 - SH3^2 * K22) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4$$

$$+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_6^{(II,2)} = -K23*(SH3*K22*C4-K21*CH3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22$$

$$+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4$$

$$+K21*SH3^2*K22)-K24*(SH3*K22*C4-K21*CH3*S4)/(-K21*C4^2*K22-$$

$$K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-$$

$$K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_7^{(II,2)} = -K21*K23*K22*(-C4+CH3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22$$

$$+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4$$

$$+K21*SH3^2*K22)-K22*K24*K21*(-C4+CH3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22$$

$$+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4$$

$$+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_8^{(II,2)} = K23*(-K21*S4+SH3*K22)/(-K21*C4^2*K22K21*S4^2*K22$$

$$+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22$$

$$-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)+K24*(-K21*S4+SH3*K22)$$

$$/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-$$

$$K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_9^{(II,2)} = K21*K23*SH3*K22*(-K21*C4^2K21*S4^2+SH3*K22*S4+C4*K21*CH3)$$

$$/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-$$

$$K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)-K21*K23*CH3*K22$$

$$*(CH3*K22*S4+K21*SH3*C4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22$$

$$+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4$$

$$+K21*SH3^2*K22)-K22*K24*S4*K21*(-CH3*K22*C4+CH3^2*K22$$

$$+K21*SH3*S4-SH3^2*K22)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22$$

$$+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4$$

$$+K21*SH3^2*K22)-K22*K24*C4*K21*(CH3*K22*S4+K21*SH3*C4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_{10}^{(II,2)} = -K21*K23*SH3*(SH3*K22*C4-K21*CH3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)+K21*K23*CH3*(-C4^2*K22-S4^2*K22+CH3*K22*C4-K21*SH3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)+K22*K24*S4*(SH3*K22*C4-K21*CH3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)-K22*K24*C4*(SH3*K22*S4+C4*K21*CH3-CH3^2*K21+K21*SH3^2)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_{11}^{(II,2)} = -K21^2*K23*SH3*K22*(-C4+CH3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)+K21*K23*CH3*K22*(K22*S4+K21*SH3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)+K22^2*K24*S4*K21*(-C4+CH3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)+K22*K24*C4*K21*(K22*S4+K21*SH3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)$$

$$f_{12}^{(II,2)} = K21*K23*SH3*(-K21*S4+SH3*K22)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)-K21*K23*CH3*K22*(-C4+CH3)/$$

$$\begin{aligned}
& (-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4- \\
& K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)-K22*K24*S4* \\
& (-K21*S4+SH3*K22)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4 \\
& +2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)- \\
& K22*K24*C4*K21*(-C4+CH3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\
& +SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4 \\
& +K21*SH3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{13}^{(II,2)} = & -K23*CH3*K22*(-K21*C4^2-K21*S4^2+SH3*K22*S4+C4*K21*CH3)/(- \\
& K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4- \\
& K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22) \\
& +K23*SH3*K22*(CH3*K22*S4+K21*SH3*C4)/(-K21*C4^2*K22- \\
& K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22- \\
& K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)-K24*C4*K21*(-CH3*K22*C4 \\
& +CH3^2*K22+K21*SH3*S4-SH3^2*K22)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\
& +SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4 \\
& +K21*SH3^2*K22)+K24*S4*K21*(CH3*K22*S4+K21*SH3*C4)/ \\
& (-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4 \\
& -K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{14}^{(II,2)} = & K23*CH3*(SH3*K22*C4-K21*CH3*S4)/(-K21*C4^2*K22- \\
& K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4 \\
& -K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)-K23*SH3*(-C4^2*K22 \\
& -S4^2*K22+CH3*K22*C4-K21*SH3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\
& +SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22 \\
& -K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)+K24*C4*(SH3*K22*C4-K21*CH3*S4) \\
& /(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4+2*K21*CH3*K22*C4- \\
& K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22) \\
& +K24*S4*(SH3*K22*S4+C4*K21*CH3-CH3^2*K21+K21*SH3^2)/ \\
& (-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+SH3*K22^2*S4 \\
& +2*K21*CH3*K22*C4-K21*CH3^2*K22-K21^2*SH3*S4+K21*SH3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{15}^{(II,2)} = & K21 * K23 * CH3 * K22 * (-C4 + CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 \\
& + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - \\
& K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) - K23 * SH3 * K22 * (K22 * S4 + K21 * SH3) / (- \\
& K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - \\
& K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K22 * K24 * C4 * K21 * (- \\
& C4 + CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 \\
& + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) \\
& - K24 * S4 * K21 * (K22 * S4 + K21 * SH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 \\
& + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - \\
& K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{16}^{(II,2)} = & -K23 * CH3 * (-K21 * S4 + SH3 * K22) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 \\
& + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 \\
& + K21 * SH3^2 * K22) + K23 * SH3 * K22 * (-C4 + CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - \\
& K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - \\
& K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) - K24 * C4 * (-K21 * S4 + SH3 * K22) / \\
& (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - \\
& K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K24 * S4 * K21 * \\
& (-C4 + CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 \\
& + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22)
\end{aligned}$$

Eleman 2-III Durumu

$$\begin{aligned}
f_1^{(III,2)} = & K21 * K23 * K22 * (C3 * K22 * SH4 + K21 * S3 * CH4) / (-K21 * CH4^2 * K22 \\
& + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - K21 * C3^2 * K22 \\
& + K21^2 * S3 * SH4 - K21 * S3^2 * K22) - K22 * K24 * K21 * (C3 * K22 * SH4 + K21 * S3 * CH4 \\
& / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - \\
& K21 * C3^2 * K22 + K21^2 * S3 * SH4 - K21 * S3^2 * K22)
\end{aligned}$$

$$f_2^{(III,2)} = K21 * K23 * (-CH4^2 * K22 + SH4^2 * K22 + C3 * K22 * CH4 + K21 * S3 * SH4) /$$

$$\begin{aligned} & (-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4- \\ & K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)-K22*K24*(S3*K22*SH4- \\ & CH4*K21*C3+C3^2*K21+K21*S3^2)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22- \\ & S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4- \\ & K21*S3^2*K22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3^{(III,2)} = & -K21*K23*K22*(K22*SH4+K21*S3)/(-K21*CH4^2*K22 \\ & +K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4- \\ & K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)+K22*K24*K21*(K22*SH4 \\ & +K21*S3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4 \\ & +2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_4^{(III,2)} = & K21*K23*K22*(CH4-C3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22- \\ & S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22 \\ & +K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)-K22*K24*K21*(CH4-C3)/ \\ & (-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4 \\ & +2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_5^{(III,2)} = & K23*K22*(-K21*CH4^2+K21*SH4^2-S3*K22*SH4+CH4*K21*C3)/ \\ & (-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4- \\ & K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)-K24*K21*(C3*K22*CH4- \\ & C3^2*K22+K21*S3*SH4-S3^2*K22)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22- \\ & S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4- \\ & K21*S3^2*K22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_6^{(III,2)} = & K23*(-S3*K22*CH4+K21*C3*SH4)/(-K21*CH4^2*K22 \\ & +K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4 \\ & -K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)+K24*(-S3*K22*CH4 \\ & +K21*C3*SH4)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4 \\ & +2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22) \end{aligned}$$

$$f_7^{(III,2)} = K21 * K23 * K22 * (CH4 - C3) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - K21 * C3^2 * K22 + K21^2 * S3 * SH4 - K21 * S3^2 * K22) + K22 * K24 * K21 * (CH4 - C3) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - K21 * C3^2 * K22 + K21^2 * S3 * SH4 - K21 * S3^2 * K22)$$

$$f_8^{(III,2)} = -K23 * (K21 * SH4 - S3 * K22) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - K21 * C3^2 * K22 + K21^2 * S3 * SH4 - K21 * S3^2 * K22) - K24 * (K21 * SH4 - S3 * K22) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - K21 * C3^2 * K22 + K21^2 * S3 * SH4 - K21 * S3^2 * K22)$$

$$f_9^{(III,2)} = K21 * K23 * S3 * K22 * (-K21 * CH4^2 + K21 * SH4^2 - S3 * K22 * SH4 + CH4 * K21 * C3) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - K21 * C3^2 * K22 + K21^2 * S3 * SH4 - K21 * S3^2 * K22) - K21 * K23 * C3 * K22 * (C3 * K22 * SH4 + K21 * S3 * CH4) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - K21 * C3^2 * K22 + K21^2 * S3 * SH4 - K21 * S3^2 * K22) - K22 * K24 * SH4 * K21 * (C3 * K22 * CH4 - C3^2 * K22 + K21 * S3 * SH4 - S3^2 * K22) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - K21 * C3^2 * K22 + K21^2 * S3 * SH4 - K21 * S3^2 * K22) + K22 * K24 * CH4 * K21 * (C3 * K22 * SH4 + K21 * S3 * CH4) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - K21 * C3^2 * K22 + K21^2 * S3 * SH4 - K21 * S3^2 * K22)$$

$$f_{10}^{(III,2)} = K21 * K23 * S3 * (-S3 * K22 * CH4 + K21 * C3 * SH4) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - K21 * C3^2 * K22 + K21^2 * S3 * SH4 - K21 * S3^2 * K22) - K21 * K23 * C3 * (-CH4^2 * K22 + SH4^2 * K22 + C3 * K22 * CH4 + K21 * S3 * SH4) / (-K21 * CH4^2 * K22 + K21 * SH4^2 * K22 - S3 * K22^2 * SH4 + 2 * K21 * C3 * K22 * CH4 - K21 * C3^2 * K22$$

$$\begin{aligned}
& +K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)+K22*K24*SH4*(-S3*K22*CH4 \\
& +K21*C3*SH4)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4 \\
& +2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22) \\
& +K22*K24*CH4*(S3*K22*SH4-CH4*K21*C3+C3^2*K21+K21*S3^2)/(- \\
& K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{11}^{(III,2)} = & K21^2*K23*S3*K22*(CH4-C3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22- \\
& S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4- \\
& K21*S3^2*K22)+K21*K23*C3*K22*(K22*SH4+K21*S3)/(-K21*CH4^2*K22 \\
& +K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22 \\
& +K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)+K22^2*K24*SH4*K21*(CH4-C3)/(- \\
& K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)-K22*K24*CH4*K21 \\
& *(K22*SH4+K21*S3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4 \\
& +2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{12}^{(III,2)} = & -K21*K23*S3*(K21*SH4-S3*K22)/(- \\
& K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)-K21*K23*C3*K22*(CH4- \\
& C3)/(-K21*CH4^2*K22 \\
& +K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22 \\
& +K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)-K22*K24*SH4*(K21*SH4-S3*K22)/(- \\
& K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)+K22*K24*CH4*K21*(CH4- \\
& C3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4 \\
& +2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$f_{13}^{(III,2)} = -K23*C3*K22*(-K21*CH4^2+K21*SH4^2-S3*K22*SH4$$

$$\begin{aligned}
& +CH4*K21*C3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22- \\
& S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4- \\
& K21*S3^2*K22)-K23*S3*K22 \\
& *(C3*K22*SH4+K21*S3*CH4)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22- \\
& S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22 \\
& +K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)+K24*CH4*K21*(C3*K22*CH4- \\
& C3^2*K22+K21*S3*SH4-S3^2*K22)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22- \\
& S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4- \\
& K21*S3^2*K22)-K24*SH4*K21*(C3*K22*SH4+K21*S3*CH4)/ \\
& (-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{14}^{(III,2)} = & -K23*C3*(-S3*K22*CH4+K21*C3*SH4)/(-K21*CH4^2*K22 \\
& +K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)-K23*S3*(- \\
& CH4^2*K22+SH4^2*K22+C3*K22*CH4+K21*S3*SH4)/ \\
& (-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22) \\
& -K24*CH4*(-S3*K22*CH4+K21*C3*SH4)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22- \\
& S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22 \\
& +K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)-K24*SH4*(S3*K22*SH4- \\
& CH4*K21*C3+C3^2*K21+K21*S3^2)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22- \\
& S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4- \\
& K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{15}^{(III,2)} = & -K21*K23*C3*K22*(CH4-C3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22- \\
& S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4- \\
& K21*S3^2*K22)+K23*S3*K22*(K22*SH4+K21*S3)/(-K21*CH4^2*K22 \\
& +K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22 \\
& +K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)-K22*K24*CH4*K21*(CH4-C3)/ \\
& (-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$+K24*SH4*K21*(K22*SH4+K21*S3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)$$

$$f_{16}^{(III,2)}=K23*C3*(K21*SH4-S3*K22)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)-K23*S3*K22*(CH4-C3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)+K24*CH4*(K21*SH4-S3*K22)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)-K24*SH4*K21*(CH4-C3)/(-K21*CH4^2*K22+K21*SH4^2*K22-S3*K22^2*SH4+2*K21*C3*K22*CH4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*SH4-K21*S3^2*K22)$$

Eleman 2-IV Durumu

$$f_1^{(IV,2)}=-K21*K23*K22*(-C3*K22*S4+K21*S3*C4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)-K22*K24*K21*(-C3*K22*S4+K21*S3*C4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)$$

$$f_2^{(IV,2)}=-K21*K23*(-C4^2*K22-S4^2*K22+C3*K22*C4+K21*S3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)-K22*K24*(-S3*K22*S4-C4*K21*C3+C3^2*K21+K21*S3^2)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)$$

$$f_3^{(IV,2)}=K21*K23*K22*(-K22*S4+K21*S3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22$$

$$+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\ K21*S3^2*K22)+K22*K24*K21*(-K22*S4+K21*S3)/(-K21*C4^2*K22- \\ K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22 \\ +K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)$$

$$f_4^{(IV,2)}=K21*K23*K22*(-C4+C3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+ \\ S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\ K21*S3^2*K22)+K22*K24*K21*(-C4+C3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\ +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\ K21*S3^2*K22)$$

$$f_5^{(IV,2)}=K23*K22*(-K21*C4^2-K21*S4^2+S3*K22*S4+C4*K21*C3)/(- \\ K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4- \\ K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22) \\ -K24*K21*(C3*K22*C4-C3^2*K22+K21*S3*S4-S3^2*K22)/(-K21*C4^2*K22- \\ K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22 \\ +K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)$$

$$f_6^{(IV,2)}=K23*(-S3*K22*C4+K21*C3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\ +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\ K21*S3^2*K22)+K24*(-S3*K22*C4+K21*C3*S4)/(-K21*C4^2*K22- \\ K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22 \\ +K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)$$

$$f_7^{(IV,2)}=-K21*K23*K22*(-C4+C3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\ +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4 \\ -K21*S3^2*K22)-K22*K24*K21*(-C4+C3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\ +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\ K21*S3^2*K22)$$

$$f_8^{(IV,2)}=-K23*(K21*S4-S3*K22)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4$$

$$+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)-K24*(K21*S4-S3*K22)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)$$

$$f_9^{(IV,2)} = -K21*K23*S3*K22*(-K21*C4^2-K21*S4^2+S3*K22*S4+C4*K21*C3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)+K21*K23*C3*K22*(-C3*K22*S4+K21*S3*C4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)+K22*K24*S4*K21*(C3*K22*C4-C3^2*K22+K21*S3*S4-S3^2*K22)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)+K22*K24*C4*K21*(-C3*K22*S4+K21*S3*C4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)$$

$$f_{10}^{(IV,2)} = -K21*K23*S3*(-S3*K22*C4+K21*C3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)+K21*K23*C3*(-C4^2*K22-S4^2*K22+C3*K22*C4+K21*S3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)-K22*K24*S4*(-S3*K22*C4+K21*C3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)+K22*K24*C4*(-S3*K22*S4-C4*K21*C3+C3^2*K21+K21*S3^2)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)$$

$$f_{11}^{(IV,2)} = K21^2*K23*S3*K22*(-C4+C3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4$$

$$\begin{aligned}
& -K21*S3^2*K22)-K21*K23*C3*K22*(-K22*S4+K21*S3)/(-K21*C4^2*K22- \\
& K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22 \\
& +K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)+K22^2*K24*S4*K21*(-C4+C3)/ \\
& (-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)-K22*K24*C4*K21*(- \\
& K22*S4+K21*S3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4 \\
& +2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{12}^{(IV,2)} & =K21*K23*S3*(K21*S4-S3*K22)/(-K21*C4^2*K22- \\
& K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22 \\
& +K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)-K21*K23*C3*K22*(-C4+C3)/(-K21*C4^2*K22- \\
& K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22 \\
& +K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)+K22*K24*S4*(K21*S4-S3*K22)/ \\
& (-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)-K22*K24*C4*K21*(-C4+C3)/ \\
& (-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{13}^{(IV,2)} & =-K23*C3*K22*(-K21*C4^2-K21*S4^2+S3*K22*S4+C4*K21*C3)/(- \\
& K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)-K23*S3*K22*(- \\
& C3*K22*S4+K21*S3*C4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\
& +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\
& K21*S3^2*K22)+K24*C4*K21*(C3*K22*C4-C3^2*K22+K21*S3*S4- \\
& S3^2*K22)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4 \\
& +2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)- \\
& K24*S4*K21*(-C3*K22*S4+K21*S3*C4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\
& +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\
& K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$f_{14}^{(IV,2)} =-K23*C3*(-S3*K22*C4+K21*C3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22$$

$$\begin{aligned}
& +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\
& K21*S3^2*K22)-K23*S3*(-C4^2*K22-S4^2*K22+C3*K22*C4+K21*S3*S4)/ \\
& (-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)-K24*C4*(-S3*K22*C4 \\
& +K21*C3*S4)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4 \\
& +2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)-K24*S4*(- \\
& S3*K22*S4-C4*K21*C3+C3^2*K21+K21*S3^2)/(-K21*C4^2*K22- \\
& K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{15}^{(IV,2)} & =K21*K23*C3*K22*(-C4+C3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\
& +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\
& K21*S3^2*K22)+K23*S3*K22*(-K22*S4+K21*S3)/(-K21*C4^2*K22- \\
& K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22 \\
& +K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)+K22*K24*C4*K21*(-C4+C3)/(-K21*C4^2*K22- \\
& K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22 \\
& +K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)+K24*S4*K21*(-K22*S4+K21*S3)/(- \\
& K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22+S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4- \\
& K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4-K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{16}^{(IV,2)} & =K23*C3*(K21*S4-S3*K22)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\
& +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\
& K21*S3^2*K22)+K23*S3*K22*(-C4+C3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\
& +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\
& K21*S3^2*K22)+K24*C4*(K21*S4-S3*K22)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\
& +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\
& K21*S3^2*K22)+K24*S4*K21*(-C4+C3)/(-K21*C4^2*K22-K21*S4^2*K22 \\
& +S3*K22^2*S4+2*K21*C3*K22*C4-K21*C3^2*K22+K21^2*S3*S4- \\
& K21*S3^2*K22)
\end{aligned}$$

Eleman 2-V Durumu

$$f_1^{(V,2)} = K21 * K25 * K22 * (CH3^2 * S4 * K21 * C4 + SH3 * C4^2 * K22 * CH3 - SH3^2 * C4 * K21 * S4 + CH3 * S4^2 * K22 * SH3) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2) - K22 * K26 * K21 * (CH3^2 * S4 * K21 * C4 + SH3 * C4^2 * K22 * CH3 - SH3^2 * C4 * K21 * S4 + CH3 * S4^2 * K22 * SH3) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2)$$

$$f_2^{(V,2)} = K21^2 * K25 * S4^2 * (CH3^2 - SH3^2) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2) - K22^2 * K26 * SH3^2 * (C4^2 + S4^2) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2)$$

$$f_3^{(V,2)} = -K21 * K25 * K22 * (K21 * CH3 * S4 + K22 * SH3 * C4) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2) + K22 * K26 * K21 * (K21 * CH3 * S4 + K22 * SH3 * C4) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2)$$

$$f_4^{(V,2)} = K21 * K25 * K22 * SH3 * S4 / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2) - K22 * K26 * K21 * SH3 * S4 / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2)$$

$$f_5^{(V,2)} = -K23 + K24 * K21 * K22 * (SH3^2 * C4^2 + CH3^2 * S4^2) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2)$$

$$f_6^{(V,2)} = -K24 * (-SH3^2 * C4 * K21 * S4 - SH3 * C4^2 * K22 * CH3 + CH3^2 * S4 * K21 * C4 - CH3 * S4^2 * K22 * SH3) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2)$$

$$f_7^{(V,2)} = -K24*SH3*S4*(K21^2+K22^2)/(CH3^2*S4^2*K21^2 - SH3^2*S4^2*K21^2 - K22^2*SH3^2*C4^2 - K22^2*SH3^2*S4^2)$$

$$f_8^{(V,2)} = K24*(K21*CH3*S4 - K22*SH3*C4)/(CH3^2*S4^2*K21^2 - SH3^2*S4^2*K21^2 - K22^2*SH3^2*C4^2 - K22^2*SH3^2*S4^2)$$

$$f_9^{(V,2)} = -K21*K25*SH3*C4 + K22*K26*CH3*S4 + (-K21*K25*CH3*C4 + K22*K26*SH3*S4)*K22*(CH3^2*S4*K21*C4 + SH3*C4^2*K22*CH3 - SH3^2*C4*K21*S4 + CH3*S4^2*K22*SH3)/(CH3^2*S4^2*K21^2 - SH3^2*S4^2*K21^2 - K22^2*SH3^2*C4^2 - K22^2*SH3^2*S4^2) - (-K21*K25*SH3*S4 - K22*K26*CH3*C4)*K21*(CH3^2*S4*K21*C4 + SH3*C4^2*K22*CH3 - SH3^2*C4*K21*S4 + CH3*S4^2*K22*SH3)/(CH3^2*S4^2*K21^2 - SH3^2*S4^2*K21^2 - K22^2*SH3^2*C4^2 - K22^2*SH3^2*S4^2) + (-K21*K25*CH3*S4 + K22*K26*SH3*C4)*K21*K22*(SH3^2*C4^2 + CH3^2*S4^2)/(CH3^2*S4^2*K21^2 - SH3^2*S4^2*K21^2 - K22^2*SH3^2*C4^2 - K22^2*SH3^2*S4^2)$$

$$f_{10}^{(V,2)} = (-K21*K25*CH3*C4 + K22*K26*SH3*S4)*S4^2*K21*(CH3^2 - SH3^2)/(CH3^2*S4^2*K21^2 - SH3^2*S4^2*K21^2 - K22^2*SH3^2*C4^2 - K22^2*SH3^2*S4^2) - (-K21*K25*SH3*S4 - K22*K26*CH3*C4)*SH3^2*K22*(C4^2 + S4^2)/(CH3^2*S4^2*K21^2 - SH3^2*S4^2*K21^2 - K22^2*SH3^2*C4^2 - K22^2*SH3^2*S4^2) - (-K21*K25*CH3*S4 + K22*K26*SH3*C4)*(-SH3^2*C4*K21*S4 - SH3*C4^2*K22*CH3 + CH3^2*S4*K21*C4 - CH3*S4^2*K22*SH3)/(CH3^2*S4^2*K21^2 - SH3^2*S4^2*K21^2 - K22^2*SH3^2*C4^2 - K22^2*SH3^2*S4^2)$$

$$f_{11}^{(V,2)} = (-K21*K25*CH3*C4 + K22*K26*SH3*S4)*K22*(K21*CH3*S4 + K22*SH3*C4)/(CH3^2*S4^2*K21^2 - SH3^2*S4^2*K21^2 - K22^2*SH3^2*C4^2 - K22^2*SH3^2*S4^2) + (-K21*K25*SH3*S4 - K22*K26*CH3*C4)*K21*(K21*CH3*S4 + K22*SH3*C4)/(CH3^2*S4^2*K21^2 - SH3^2*S4^2*K21^2 - K22^2*SH3^2*C4^2 - K22^2*SH3^2*S4^2) -$$

$$\frac{(-K21 * K25 * CH3 * S4 + K22 * K26 * SH3 * C4) * SH3 * S4 * (K21^2 + K22^2)}{(CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2)}$$

$$f_{12}^{(V,2)} = \frac{(-K21 * K25 * CH3 * C4 + K22 * K26 * SH3 * S4) * K22 * SH3 * S4 / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2) - (-K21 * K25 * SH3 * S4 - K22 * K26 * CH3 * C4) * K21 * SH3 * S4 / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2) + (-K21 * K25 * CH3 * S4 + K22 * K26 * SH3 * C4) * (K21 * CH3 * S4 - K22 * SH3 * C4) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2)}$$

$$f_{13}^{(V,2)} = \frac{K23 * CH3 * C4 + K24 * SH3 * S4 + (K23 * SH3 * C4 + K24 * CH3 * S4) * K22 * (CH3^2 * S4^2 * K21 * C4 + SH3 * C4^2 * K22 * CH3 - SH3^2 * C4 * K21 * S4 + CH3 * S4^2 * K22 * SH3)}{(CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2) - (K23 * CH3 * S4 - K24 * SH3 * C4) * K21 * (CH3^2 * S4^2 * K21 * C4 + SH3 * C4^2 * K22 * CH3 - SH3^2 * C4 * K21 * S4 + CH3 * S4^2 * K22 * SH3)} / ((CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2) + (K23 * SH3 * S4 - K24 * CH3 * C4) * K21 * K22 * (SH3^2 * C4^2 + CH3^2 * S4^2) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2)}$$

$$f_{14}^{(V,2)} = \frac{(K23 * SH3 * C4 + K24 * CH3 * S4) * S4^2 * K21 * (CH3^2 * SH3^2)}{(CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2) - (K23 * CH3 * S4 - K24 * SH3 * C4) * SH3^2 * K22 * (C4^2 + S4^2) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2) - (K23 * SH3 * S4 - K24 * CH3 * C4) * (-SH3^2 * C4 * K21 * S4 - SH3 * C4^2 * K22 * CH3 + CH3^2 * S4 * K21 * C4 - CH3 * S4^2 * K22 * SH3) / (CH3^2 * S4^2 * K21^2 - SH3^2 * S4^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2 * C4^2 - K22^2 * SH3^2 * S4^2)}$$

$$f_{15}^{(V,2)} = -(K23*SH3*C4+K24*CH3*S4)*K22*(K21*CH3*S4+K22*SH3*C4) / ((CH3^2*S4^2*K21^2-SH3^2*S4^2*K21^2-K22^2*SH3^2*C4^2-K22^2*SH3^2*S4^2)+(K23*CH3*S4-K24*SH3*C4)*K21*(K21*CH3*S4+K22*SH3*C4)/(CH3^2*S4^2*K21^2-SH3^2*S4^2*K21^2-K22^2*SH3^2*C4^2-K22^2*SH3^2*S4^2)-(K23*SH3*S4-K24*CH3*C4)*SH3*S4*(K21^2+K22^2)/(CH3^2*S4^2*K21^2-SH3^2*S4^2*K21^2-K22^2*SH3^2*C4^2-K22^2*SH3^2*S4^2))$$

$$f_{16}^{(V,2)} = (K23*SH3*C4+K24*CH3*S4)*K22*SH3*S4 / ((CH3^2*S4^2*K21^2-SH3^2*S4^2*K21^2-K22^2*SH3^2*C4^2-K22^2*SH3^2*S4^2)-(K23*CH3*S4-K24*SH3*C4)*K21*SH3*S4/(CH3^2*S4^2*K21^2-SH3^2*S4^2*K21^2-K22^2*SH3^2*C4^2-K22^2*SH3^2*S4^2)+(K23*SH3*S4-K24*CH3*C4)*(K21*CH3*S4-K22*SH3*C4)/(CH3^2*S4^2*K21^2-SH3^2*S4^2*K21^2-K22^2*SH3^2*C4^2-K22^2*SH3^2*S4^2))$$

Eleman 2-VI Durumu

$$f_1^{(VI,2)} = K21*K23*K22*(SH3*K22*CH3+L2*CH3^2*K21-L2*K21*SH3^2) / ((L2^2*CH3^2*K21^2-L2^2*SH3^2*K21^2-K22^2*SH3^2)-K22*K25*K21*(SH3*K22*CH3+L2*CH3^2*K21-L2*K21*SH3^2) / ((L2^2*CH3^2*K21^2-L2^2*SH3^2*K21^2-K22^2*SH3^2))$$

$$f_2^{(VI,2)} = K21^2*K23*L2^2*(CH3^2-SH3^2) / ((L2^2*CH3^2*K21^2-L2^2*SH3^2*K21^2-K22^2*SH3^2)-K22^2*K25*SH3^2 / ((L2^2*CH3^2*K21^2-L2^2*SH3^2*K21^2-K22^2*SH3^2))$$

$$f_3^{(VI,2)} = -K21*K23*K22*(K22*SH3+L2*K21*CH3) / ((L2^2*CH3^2*K21^2-L2^2*SH3^2*K21^2-K22^2*SH3^2)+K22*K25*K21*(K22*SH3+L2*K21*CH3) / ((L2^2*CH3^2*K21^2-L2^2*SH3^2*K21^2-K22^2*SH3^2))$$

$$f_4^{(VI,2)} = K21 * K23 * K22 * L2 * SH3 / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) - K22 * K25 * L2 * K21 * SH3 / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2)$$

$$f_5^{(VI,2)} = -K23 + K24 * K21 * SH3^2 * K22 / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2)$$

$$f_6^{(VI,2)} = -K24 * (-SH3 * K22 * CH3 - L2 * K21 * SH3^2 + L2 * CH3^2 * K21) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2)$$

$$f_7^{(VI,2)} = -K24 * L2 * K21^2 * SH3 / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2)$$

$$f_8^{(VI,2)} = K24 * (L2 * K21 * CH3 - K22 * SH3) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2)$$

$$f_9^{(VI,2)} = -K21 * K23 * SH3 - K21 * K23 * CH3 * K22 * (SH3 * K22 * CH3 + L2 * CH3^2 * K21 - L2 * K21 * SH3^2) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) - (-L2 * K21 * K23 * SH3 - K22 * K25 * CH3) * K21 * (SH3 * K22 * CH3 + L2 * CH3^2 * K21 - L2 * K21 * SH3^2) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) + (-L2 * K21 * K23 * CH3 - K22 * K25 * SH3) * K21 * SH3^2 * K22 / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2)$$

$$f_{10}^{(VI,2)} = -K21^2 * K23 * CH3 * L2^2 * (CH3^2 - SH3^2) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) - (-L2 * K21 * K23 * SH3 - K22 * K25 * CH3) * K22 * SH3^2 / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) - (-L2 * K21 * K23 * CH3 - K22 * K25 * SH3) * (-SH3 * K22 * CH3 - L2 * K21 * SH3^2 + L2 * CH3^2 * K21) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2)$$

$$f_{11}^{(VI,2)} = K21 * K23 * CH3 * K22 * (K22 * SH3 + L2 * K21 * CH3) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) + (-L2 * K21 * K23 * SH3 - K22 * K25 * CH3) * K21 * (K22 * SH3 + L2 * K21 * CH3) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) - (-L2 * K21 * K23 * CH3 - K22 * K25 * SH3) * L2 * K21^2 * SH3 / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2)$$

$$f_{12}^{(VI,2)} = K21 * K23 * CH3 * K22 * L2 * SH3 / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) - (-L2 * K21 * K23 * SH3 - K22 * K25 * CH3) * L2 * K21 * SH3 / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) + (-L2 * K21 * K23 * CH3 - K22 * K25 * SH3) * (L2 * K21 * CH3 - K22 * SH3) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2)$$

$$f_{13}^{(VI,2)} = K23 * CH3 + K23 * SH3 * K22 * (SH3 * K22 * CH3 + L2 * CH3^2 * K21 - L2 * K21 * SH3^2) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) - (L2 * K23 * CH3 - K24 * SH3) * K21 * (SH3 * K22 * CH3 + L2 * CH3^2 * K21 - L2 * K21 * SH3^2) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) + (L2 * K23 * SH3 - K24 * CH3) * K21 * SH3^2 * K22 / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2)$$

$$f_{14}^{(VI,2)} = K23 * SH3 * L2^2 * K21 * (CH3^2 - SH3^2) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) - (L2 * K23 * CH3 - K24 * SH3) * K22 * SH3^2 / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) - (L2 * K23 * SH3 - K24 * CH3) * (-SH3 * K22 * CH3 - L2 * K21 * SH3^2 + L2 * CH3^2 * K21) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2)$$

$$f_{15}^{(VI,2)} = -K23 * SH3 * K22 * (K22 * SH3 + L2 * K21 * CH3) / (L2^2 * CH3^2 * K21^2 - L2^2 * SH3^2 * K21^2 - K22^2 * SH3^2) + (L2 * K23 * CH3 -$$

$$\begin{aligned} & K24*SH3)*K21*(K22*SH3+L2*K21*CH3)/(L2^2*CH3^2*K21^2- \\ & L2^2*SH3^2*K21^2-K22^2*SH3^2)-(L2*K23*SH3- \\ & K24*CH3)*L2*K21^2*SH3/(L2^2*CH3^2*K21^2-L2^2*SH3^2*K21^2- \\ & K22^2*SH3^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{16}^{(VI,2)} = & K23*SH3^2*K22*L2/(L2^2*CH3^2*K21^2-L2^2*SH3^2*K21^2- \\ & K22^2*SH3^2)-(L2*K23*CH3-K24*SH3)*L2*K21*SH3/(L2^2*CH3^2*K21^2- \\ & L2^2*SH3^2*K21^2-K22^2*SH3^2)+(L2*K23*SH3-K24*CH3)*(L2*K21*CH3- \\ & K22*SH3)/(L2^2*CH3^2*K21^2-L2^2*SH3^2*K21^2-K22^2*SH3^2) \end{aligned}$$

Eleman 2-VII Durumu

$$\begin{aligned} f_1^{(VII,2)} = & K21*K23*K22*(S3*K22*C3+L2*C3^2*K21+L2*K21*S3^2)/(L2^2*C3^2 \\ & *K21^2+L2^2*S3^2*K21^2-K22^2*S3^2)+K22*K25*K21*(S3*K22*C3 \\ & +L2*C3^2*K21+L2*K21*S3^2)/(L2^2*C3^2*K21^2+L2^2*S3^2*K21^2- \\ & K22^2*S3^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2^{(VII,2)} = & K21^2*K23*L2^2*(C3^2+S3^2)/(L2^2*C3^2*K21^2+L2^2*S3^2*K21^2- \\ & K22^2*S3^2)+K22^2*K25*S3^2/(L2^2*C3^2*K21^2+L2^2*S3^2*K21^2- \\ & K22^2*S3^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3^{(VII,2)} = & -K21*K23*K22*(K22*S3+L2*K21*C3)/(L2^2*C3^2*K21^2 \\ & +L2^2*S3^2*K21^2-K22^2*S3^2)-K22*K25*K21*(K22*S3+L2*K21*C3) \\ & / (L2^2*C3^2*K21^2+L2^2*S3^2*K21^2-K22^2*S3^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_4^{(VII,2)} = & K21*K23*K22*L2*S3/(L2^2*C3^2*K21^2+L2^2*S3^2*K21^2- \\ & K22^2*S3^2) \\ & +K22*K25*L2*K21*S3/(L2^2*C3^2*K21^2+L2^2*S3^2*K21^2-K22^2*S3^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_5^{(VII,2)} = & -K23+K24*K21*S3^2*K22/(L2^2*C3^2*K21^2+L2^2*S3^2*K21^2- \\ & K22^2*S3^2) \end{aligned}$$

$$f_6^{(VII,2)} = K24 * (-S3 * K22 * C3 + L2 * K21 * S3^2 + L2 * C3^2 * K21) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2)$$

$$f_7^{(VII,2)} = -K24 * L2 * K21^2 * S3 / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2)$$

$$f_8^{(VII,2)} = -K24 * (L2 * K21 * C3 - K22 * S3) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2)$$

$$f_9^{(VII,2)} = K21 * K23 * S3 - K21 * K23 * C3 * K22 * (S3 * K22 * C3 + L2 * C3^2 * K21 + L2 * K21 * S3^2) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) - (L2 * K21 * K23 * S3 - K22 * K25 * C3) * K21 * (S3 * K22 * C3 + L2 * C3^2 * K21 + L2 * K21 * S3^2) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) - (L2 * K21 * K23 * C3 - K22 * K25 * S3) * K21 * S3^2 * K22 / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2)$$

$$f_{10}^{(VII,2)} = -K21^2 * K23 * C3 * L2^2 * (C3^2 + S3^2) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) - (-L2 * K21 * K23 * S3 - K22 * K25 * C3) * K22 * S3^2 / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) - (L2 * K21 * K23 * C3 - K22 * K25 * S3) * (-S3 * K22 * C3 + L2 * K21 * S3^2 + L2 * C3^2 * K21) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2)$$

$$f_{11}^{(VII,2)} = K21 * K23 * C3 * K22 * (K22 * S3 + L2 * K21 * C3) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) + (-L2 * K21 * K23 * S3 - K22 * K25 * C3) * K21 * (K22 * S3 + L2 * K21 * C3) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) + (L2 * K21 * K23 * C3 - K22 * K25 * S3) * L2 * K21^2 * S3 / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2)$$

$$f_{12}^{(VII,2)} = -K21 * K23 * C3 * K22 * L2 * S3 / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) - (-L2 * K21 * K23 * S3 - K22 * K25 * C3) * L2 * K21 * S3 / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) + (L2 * K21 * K23 * C3 - K22 * K25 * S3) * (L2 * K21 * C3 - K22 * S3) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2)$$

$$f_{13}^{(VII,2)} = K23 * C3 + K23 * S3 * K22 * (S3 * K22 * C3 + L2 * C3^2 * K21 + L2 * K21 * S3^2) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) - (L2 * K23 * C3 + K24 * S3) * K21 * (S3 * K22 * C3 + L2 * C3^2 * K21 + L2 * K21 * S3^2) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) - (L2 * K23 * S3 + K24 * C3) * K21 * S3^2 * K22 / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2)$$

$$f_{14}^{(VII,2)} = K23 * S3 * L2^2 * K21 * (C3^2 + S3^2) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) - (L2 * K23 * C3 + K24 * S3) * K22 * S3^2 / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) - (L2 * K23 * S3 + K24 * C3) * (-S3 * K22 * C3 + L2 * K21 * S3^2 + L2 * C3^2 * K21) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2)$$

$$f_{15}^{(VII,2)} = -K23 * S3 * K22 * (K22 * S3 + L2 * K21 * C3) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) + (L2 * K23 * C3 + K24 * S3) * K21 * (K22 * S3 + L2 * K21 * C3) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) + (L2 * K23 * S3 + K24 * C3) * L2 * K21^2 * S3 / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2)$$

$$f_{16}^{(VII,2)} = K23 * S3^2 * K22 * L2 / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) - (L2 * K23 * C3 + K24 * S3) * L2 * K21 * S3 / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2) + (L2 * K23 * S3 + K24 * C3) * (L2 * K21 * C3 - K22 * S3) / (L2^2 * C3^2 * K21^2 + L2^2 * S3^2 * K21^2 - K22^2 * S3^2)$$

Ek2-Dinamik Sistem Rijitlik Matrisi Elemanları

Çalışmada, tüm durumlara ve bölgelere ait dinamik sistem rijitlik matrisleri hesaplanmıştır. Örnek teşkil etmesi için kirişin ikinci bölgenin II durumuna ve üçüncü bölgenin VI durumuna ait dinamik sistem rijitlik matrisinin elemanları aşağıda sunulmuştur.

Eleman 2 için II, Eleman 3 için VI Durumu:

$$F_1 = -K_{11} * K_{13} * K_{12} * (CH_1 * K_{12} * S_2 + K_{11} * SH_1 * C_2) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) - K_{12} * K_{14} * K_{11} * (CH_1 * K_{12} * S_2 + K_{11} * SH_1 * C_2) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12})$$

$$F_2 = -K_{11} * K_{13} * (C_2^2 * K_{12} + S_2^2 * K_{12} - CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * SH_1 * S_2) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) - K_{12} * K_{14} * (SH_1 * K_{12} * S_2 + C_2 * K_{11} * CH_1 - CH_1^2 * K_{11} + K_{11} * SH_1^2) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12})$$

$$F_3 = K_{11} * K_{13} * K_{12} * (K_{12} * S_2 + K_{11} * SH_1) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) + K_{12} * K_{14} * K_{11} * (K_{12} * S_2 + K_{11} * SH_1) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12})$$

$$F_4 = -K_{11} * K_{13} * K_{12} * (-C_2 + CH_1) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) - K_{12} * K_{14} * K_{11} * (-C_2 + CH_1) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12})$$

$$\text{SH1} * \text{K12}^2 * \text{S2} - 2 * \text{K11} * \text{CH1} * \text{K12} * \text{C2} + \text{K11} * \text{CH1}^2 * \text{K12} + \text{K11}^2 * \text{SH1} * \text{S2} - \text{K11} * \text{SH1}^2 * \text{K12})$$

$$F_5 = 0$$

$$F_6 = 0$$

$$F_7 = 0$$

$$F_8 = 0$$

$$F_9 = -\text{K13} * \text{K12} * (-\text{K11} * \text{C2}^2 - \text{K11} * \text{S2}^2 + \text{SH1} * \text{K12} * \text{S2} + \text{C2} * \text{K11} * \text{CH1}) / (\text{K11} * \text{C2}^2 * \text{K12} + \text{K11} * \text{S2}^2 * \text{K12} - \text{SH1} * \text{K12}^2 * \text{S2} - 2 * \text{K11} * \text{CH1} * \text{K12} * \text{C2} + \text{K11} * \text{CH1}^2 * \text{K12} + \text{K11}^2 * \text{SH1} * \text{S2} - \text{K11} * \text{SH1}^2 * \text{K12}) - \text{K14} * \text{K11} * (-\text{CH1} * \text{K12} * \text{C2} + \text{CH1}^2 * \text{K12} + \text{K11} * \text{SH1} * \text{S2} - \text{SH1}^2 * \text{K12}) / (\text{K11} * \text{C2}^2 * \text{K12} + \text{K11} * \text{S2}^2 * \text{K12} - \text{SH1} * \text{K12}^2 * \text{S2} - 2 * \text{K11} * \text{CH1} * \text{K12} * \text{C2} + \text{K11} * \text{CH1}^2 * \text{K12} + \text{K11}^2 * \text{SH1} * \text{S2} - \text{K11} * \text{SH1}^2 * \text{K12})$$

$$F_{10} = -\text{K13} * (-\text{SH1} * \text{K12} * \text{C2} + \text{K11} * \text{CH1} * \text{S2}) / (\text{K11} * \text{C2}^2 * \text{K12} + \text{K11} * \text{S2}^2 * \text{K12} - \text{SH1} * \text{K12}^2 * \text{S2} - 2 * \text{K11} * \text{CH1} * \text{K12} * \text{C2} + \text{K11} * \text{CH1}^2 * \text{K12} + \text{K11}^2 * \text{SH1} * \text{S2} - \text{K11} * \text{SH1}^2 * \text{K12}) - \text{K14} * (-\text{SH1} * \text{K12} * \text{C2} + \text{K11} * \text{CH1} * \text{S2}) / (\text{K11} * \text{C2}^2 * \text{K12} + \text{K11} * \text{S2}^2 * \text{K12} - \text{SH1} * \text{K12}^2 * \text{S2} - 2 * \text{K11} * \text{CH1} * \text{K12} * \text{C2} + \text{K11} * \text{CH1}^2 * \text{K12} + \text{K11}^2 * \text{SH1} * \text{S2} - \text{K11} * \text{SH1}^2 * \text{K12})$$

$$F_{11} = \text{K11} * \text{K13} * \text{K12} * (-\text{C2} + \text{CH1}) / (\text{K11} * \text{C2}^2 * \text{K12} + \text{K11} * \text{S2}^2 * \text{K12} - \text{SH1} * \text{K12}^2 * \text{S2} - 2 * \text{K11} * \text{CH1} * \text{K12} * \text{C2} + \text{K11} * \text{CH1}^2 * \text{K12} + \text{K11}^2 * \text{SH1} * \text{S2} - \text{K11} * \text{SH1}^2 * \text{K12}) + \text{K12} * \text{K14} * \text{K11} * (-\text{C2} + \text{CH1}) / (\text{K11} * \text{C2}^2 * \text{K12} + \text{K11} * \text{S2}^2 * \text{K12} - \text{SH1} * \text{K12}^2 * \text{S2} - 2 * \text{K11} * \text{CH1} * \text{K12} * \text{C2} + \text{K11} * \text{CH1}^2 * \text{K12} + \text{K11}^2 * \text{SH1} * \text{S2} - \text{K11} * \text{SH1}^2 * \text{K12})$$

$$F_{12} = K_{13} * (K_{11} * S_2 - SH_1 * K_{12}) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) + K_{14} * (K_{11} * S_2 - SH_1 * K_{12}) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12})$$

$$F_{13} = 0$$

$$F_{14} = 0$$

$$F_{15} = 0$$

$$F_{16} = 0$$

$$F_{17} = -K_{11} * K_{13} * SH_1 * K_{12} * (-K_{11} * C_2^2 - K_{11} * S_2^2 + SH_1 * K_{12} * S_2 + C_2 * K_{11} * CH_1) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) + K_{11} * K_{13} * CH_1 * K_{12} * (CH_1 * K_{12} * S_2 + K_{11} * SH_1 * C_2) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) + K_{12} * K_{14} * S_2 * K_{11} * (-CH_1 * K_{12} * C_2 + CH_1^2 * K_{12} + K_{11} * SH_1 * S_2 - SH_1^2 * K_{12}) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) + K_{12} * K_{14} * C_2 * K_{11} * (CH_1 * K_{12} * S_2 + K_{11} * SH_1 * C_2) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12})$$

$$F_{18} = -K_{11} * K_{13} * SH_1 * (-SH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1 * S_2) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) + K_{11} * K_{13} * CH_1 * (C_2^2 * K_{12} + S_2^2 * K_{12} - CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * SH_1 * S_2) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) + K_{12} * K_{14} * S_2 * (-SH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1 * S_2)$$

$$K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) + (-K_{21} * K_{23} * (-C_4^2 * K_{22} - S_4^2 * K_{22} + CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * SH_3 * S_4) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) + K_{22} * K_{24} * (SH_3 * K_{22} * S_4 + C_4 * K_{21} * CH_3 - CH_3^2 * K_{21} + K_{21} * SH_3^2) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}))$$

$$F_{21} = -K_{21} * K_{23} * K_{22} * (K_{22} * S_4 + K_{21} * SH_3) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) - K_{22} * K_{24} * K_{21} * (K_{22} * S_4 + K_{21} * SH_3) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22})$$

$$F_{22} = K_{21} * K_{23} * K_{22} * (-C_4 + CH_3) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) + K_{22} * K_{24} * K_{21} * (-C_4 + CH_3) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22})$$

$$F_{23} = 0$$

$$F_{24} = 0$$

$$F_{25} = K_{13} * CH_1 * K_{12} * (-K_{11} * C_2^2 - K_{11} * S_2^2 + SH_1 * K_{12} * S_2 + C_2 * K_{11} * CH_1) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) - K_{13} * SH_1 * K_{12} * (CH_1 * K_{12} * S_2 + K_{11} * SH_1 * C_2) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) + K_{14} * C_2 * K_{11} * (-CH_1 * K_{12} * C_2 + CH_1^2 * K_{12} + K_{11} * SH_1 * S_2 - SH_1^2 * K_{12}) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 -$$

$$2*K_{11}*CH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1^2*K_{12}+K_{11}^2*SH_1*S_2-K_{11}*SH_1^2*K_{12})-K_{14}*S_2*K_{11}*(CH_1*K_{12}*S_2+K_{11}*SH_1*C_2)/(K_{11}*C_2^2*K_{12}+K_{11}*S_2^2*K_{12}-SH_1*K_{12}^2*S_2-2*K_{11}*CH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1^2*K_{12}+K_{11}^2*SH_1*S_2-K_{11}*SH_1^2*K_{12})$$

$$F_{26}=K_{13}*CH_1*(-SH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1*S_2)/(K_{11}*C_2^2*K_{12}+K_{11}*S_2^2*K_{12}-SH_1*K_{12}^2*S_2-2*K_{11}*CH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1^2*K_{12}+K_{11}^2*SH_1*S_2-K_{11}*SH_1^2*K_{12})-K_{13}*SH_1*(C_2^2*K_{12}+S_2^2*K_{12}-CH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*SH_1*S_2)/(K_{11}*C_2^2*K_{12}+K_{11}*S_2^2*K_{12}-SH_1*K_{12}^2*S_2-2*K_{11}*CH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1^2*K_{12}+K_{11}^2*SH_1*S_2-K_{11}*SH_1^2*K_{12})+K_{14}*C_2*(-SH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1*S_2)/(K_{11}*C_2^2*K_{12}+K_{11}*S_2^2*K_{12}-SH_1*K_{12}^2*S_2-2*K_{11}*CH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1^2*K_{12}+K_{11}^2*SH_1*S_2-K_{11}*SH_1^2*K_{12})-K_{14}*S_2*(SH_1*K_{12}*S_2+C_2*K_{11}*CH_1-CH_1^2*K_{11}+K_{11}*SH_1^2)/(K_{11}*C_2^2*K_{12}+K_{11}*S_2^2*K_{12}-SH_1*K_{12}^2*S_2-2*K_{11}*CH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1^2*K_{12}+K_{11}^2*SH_1*S_2-K_{11}*SH_1^2*K_{12})$$

$$F_{27}=-K_{11}*K_{13}*CH_1*K_{12}*(-C_2+CH_1)/(K_{11}*C_2^2*K_{12}+K_{11}*S_2^2*K_{12}-SH_1*K_{12}^2*S_2-2*K_{11}*CH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1^2*K_{12}+K_{11}^2*SH_1*S_2-K_{11}*SH_1^2*K_{12})+K_{13}*SH_1*K_{12}*(K_{12}*S_2+K_{11}*SH_1)/(K_{11}*C_2^2*K_{12}+K_{11}*S_2^2*K_{12}-SH_1*K_{12}^2*S_2-2*K_{11}*CH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1^2*K_{12}+K_{11}^2*SH_1*S_2-K_{11}*SH_1^2*K_{12})-K_{12}*K_{14}*C_2*K_{11}*(-C_2+CH_1)/(K_{11}*C_2^2*K_{12}+K_{11}*S_2^2*K_{12}-SH_1*K_{12}^2*S_2-2*K_{11}*CH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1^2*K_{12}+K_{11}^2*SH_1*S_2-K_{11}*SH_1^2*K_{12})+K_{14}*S_2*K_{11}*(K_{12}*S_2+K_{11}*SH_1)/(K_{11}*C_2^2*K_{12}+K_{11}*S_2^2*K_{12}-SH_1*K_{12}^2*S_2-2*K_{11}*CH_1*K_{12}*C_2+K_{11}*CH_1^2*K_{12}+K_{11}^2*SH_1*S_2-K_{11}*SH_1^2*K_{12})+(K_{23}*K_{22}*(-K_{21}*C_4^2-K_{21}*S_4^2+SH_3*K_{22}*S_4+C_4*K_{21}*CH_3)/(-K_{21}*C_4^2*K_{22}-K_{21}*S_4^2*K_{22}+SH_3*K_{22}^2*S_4+2*K_{21}*CH_3*K_{22}*C_4-K_{21}*CH_3^2*K_{22}-K_{21}^2*SH_3*S_4+K_{21}*SH_3^2*K_{22})+K_{24}*K_{21}*(-CH_3*K_{22}*C_4+CH_3^2*K_{22}+K_{21}*SH_3*S_4-SH_3^2*K_{22})/(-K_{21}*C_4^2*K_{22}-K_{21}*S_4^2*K_{22}+SH_3*K_{22}^2*S_4+2*K_{21}*CH_3*K_{22}*C_4-K_{21}*CH_3^2*K_{22}-K_{21}^2*SH_3*S_4+K_{21}*SH_3^2*K_{22}))$$

$$\begin{aligned}
F_{28} = & -K_{13} * CH_1 * (K_{11} * S_2 - SH_1 * K_{12}) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - \\
& SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - \\
& K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) - K_{13} * SH_1 * K_{12} * (-C_2 + CH_1) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - \\
& SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - \\
& K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) - K_{14} * C_2 * (K_{11} * S_2 - \\
& SH_1 * K_{12}) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - \\
& 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) - \\
& K_{14} * S_2 * K_{11} * (-C_2 + CH_1) / (K_{11} * C_2^2 * K_{12} + K_{11} * S_2^2 * K_{12} - SH_1 * K_{12}^2 * S_2 - \\
& 2 * K_{11} * CH_1 * K_{12} * C_2 + K_{11} * CH_1^2 * K_{12} + K_{11}^2 * SH_1 * S_2 - K_{11} * SH_1^2 * K_{12}) \\
& + (-K_{23} * (SH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3 * S_4)) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - \\
& K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - \\
& K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) - K_{24} * (SH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3 * S_4) / (- \\
& K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - \\
& K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{29} = & -K_{21} * K_{23} * K_{22} * (-C_4 + CH_3) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} \\
& + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 \\
& + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) - K_{22} * K_{24} * K_{21} * (-C_4 + CH_3) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - \\
& K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - \\
& K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{30} = & K_{23} * (-K_{21} * S_4 + SH_3 * K_{22}) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} \\
& + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 \\
& + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) + K_{24} * (-K_{21} * S_4 + SH_3 * K_{22}) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - \\
& K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - \\
& K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22})
\end{aligned}$$

$$F_{31} = 0$$

$$F_{32} = 0$$

$$F_{33} = 0$$

$$F_{34} = 0$$

$$F_{35} = K21 * K23 * SH3 * K22 * (-K21 * C4^2 - K21 * S4^2 + SH3 * K22 * S4 + C4 * K21 * CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) - K21 * K23 * CH3 * K22 * (CH3 * K22 * S4 + K21 * SH3 * C4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) - K22 * K24 * S4 * K21 * (-CH3 * K22 * C4 + CH3^2 * K22 + K21 * SH3 * S4 - SH3^2 * K22) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) - K22 * K24 * C4 * K21 * (CH3 * K22 * S4 + K21 * SH3 * C4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$F_{36} = -K21 * K23 * SH3 * (SH3 * K22 * C4 - K21 * CH3 * S4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K21 * K23 * CH3 * (-C4^2 * K22 - S4^2 * K22 + CH3 * K22 * C4 - K21 * SH3 * S4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K22 * K24 * S4 * (SH3 * K22 * C4 - K21 * CH3 * S4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) - K22 * K24 * C4 * (SH3 * K22 * S4 + C4 * K21 * CH3 - CH3^2 * K21 + K21 * SH3^2) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$\begin{aligned}
F_{37} = & -K_{21}^2 * K_{23} * SH_3 * K_{22} * (-C_4 + CH_3) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - \\
& K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - \\
& K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) + K_{21} * K_{23} * CH_3 * K_{22} * (K_{22} * S_4 + K_{21} * SH_3) / (- \\
& K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - \\
& K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) + K_{22}^2 * K_{24} * S_4 * K_{21} * (- \\
& C_4 + CH_3) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 \\
& + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) \\
& + K_{22} * K_{24} * C_4 * K_{21} * (K_{22} * S_4 + K_{21} * SH_3) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - \\
& K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - \\
& K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) + (K_{31} * K_{33} * K_{32} * (SH_5 * K_{32} * CH_5 \\
& + L_3 * CH_5^2 * K_{31} - L_3 * K_{31} * SH_5^2)) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - \\
& K_{32}^2 * SH_5^2) - K_{32} * K_{35} * K_{31} * (SH_5 * K_{32} * CH_5 + L_3 * CH_5^2 * K_{31} - \\
& L_3 * K_{31} * SH_5^2) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{38} = & K_{21} * K_{23} * SH_3 * (-K_{21} * S_4 + SH_3 * K_{22}) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - \\
& K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - \\
& K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) - K_{21} * K_{23} * CH_3 * K_{22} * (-C_4 + CH_3) / (- \\
& K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - \\
& K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) - K_{22} * K_{24} * S_4 * (- \\
& K_{21} * S_4 + SH_3 * K_{22}) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 \\
& + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) - \\
& K_{22} * K_{24} * C_4 * K_{21} * (-C_4 + CH_3) / (-K_{21} * C_4^2 * K_{22} - K_{21} * S_4^2 * K_{22} \\
& + SH_3 * K_{22}^2 * S_4 + 2 * K_{21} * CH_3 * K_{22} * C_4 - K_{21} * CH_3^2 * K_{22} - \\
& K_{21}^2 * SH_3 * S_4 + K_{21} * SH_3^2 * K_{22}) + (K_{31}^2 * K_{33} * L_3^2 * (CH_5^2 - \\
& SH_5^2)) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2) - \\
& K_{32}^2 * K_{35} * SH_5^2 / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{39} = & -K_{31} * K_{33} * K_{32} * (K_{32} * SH_5 + L_3 * K_{31} * CH_5) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - \\
& L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2) + K_{32} * K_{35} * K_{31} * (K_{32} * SH_5 \\
& + L_3 * K_{31} * CH_5) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2)
\end{aligned}$$

$$F_{40} = K31 * K33 * K32 * L3 * SH5 / (L3^2 * CH5^2 * K31^2 - L3^2 * SH5^2 * K31^2 - K32^2 * SH5^2) - K32 * K35 * L3 * K31 * SH5 / (L3^2 * CH5^2 * K31^2 - L3^2 * SH5^2 * K31^2 - K32^2 * SH5^2)$$

$$F_{41} = 0$$

$$F_{42} = 0$$

$$F_{43} = -K23 * CH3 * K22 * (-K21 * C4^2 - K21 * S4^2 + SH3 * K22 * S4 + C4 * K21 * CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K23 * SH3 * K22 * (CH3 * K22 * S4 + K21 * SH3 * C4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) - K24 * C4 * K21 * (-CH3 * K22 * C4 + CH3^2 * K22 + K21 * SH3 * S4 - SH3^2 * K22) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K24 * S4 * K21 * (CH3 * K22 * S4 + K21 * SH3 * C4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$F_{44} = K23 * CH3 * (SH3 * K22 * C4 - K21 * CH3 * S4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) - K23 * SH3 * (-C4^2 * K22 - S4^2 * K22 + CH3 * K22 * C4 - K21 * SH3 * S4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K24 * C4 * (SH3 * K22 * C4 - K21 * CH3 * S4) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K24 * S4 * (SH3 * K22 * S4 + C4 * K21 * CH3 - CH3^2 * K21 + K21 * SH3^2) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22)$$

$$\begin{aligned}
F_{45} = & K21 * K23 * CH3 * K22 * (-C4 + CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 \\
& + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 \\
& + K21 * SH3^2 * K22) - K23 * SH3 * K22 * (K22 * S4 + K21 * SH3) / \\
& (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - \\
& K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K22 * K24 * C4 * K21 * \\
& (-C4 + CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 \\
& + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) - \\
& K24 * S4 * K21 * (K22 * S4 + K21 * SH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - \\
& K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - \\
& K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + (-K33 - K34 * K31 * SH5^2 * K32 \\
& / (L3^2 * CH5^2 * K31^2 - L3^2 * SH5^2 * K31^2 - K32^2 * SH5^2))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{46} = & -K23 * CH3 * (-K21 * S4 + SH3 * K22) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 \\
& + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 \\
& + K21 * SH3^2 * K22) + K23 * SH3 * K22 * (-C4 + CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - \\
& K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - \\
& K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) - K24 * C4 * (-K21 * S4 + SH3 * K22) / (- \\
& K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - \\
& K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) + K24 * S4 * K21 * (- \\
& C4 + CH3) / (-K21 * C4^2 * K22 - K21 * S4^2 * K22 + SH3 * K22^2 * S4 \\
& + 2 * K21 * CH3 * K22 * C4 - K21 * CH3^2 * K22 - K21^2 * SH3 * S4 + K21 * SH3^2 * K22) \\
& + (K34 * (-SH5 * K32 * CH5 - L3 * K31 * SH5^2 + L3 * CH5^2 * K31) \\
& / (L3^2 * CH5^2 * K31^2 - L3^2 * SH5^2 * K31^2 - K32^2 * SH5^2))
\end{aligned}$$

$$F_{47} = K34 * L3 * K31^2 * SH5 / (L3^2 * CH5^2 * K31^2 - L3^2 * SH5^2 * K31^2 - K32^2 * SH5^2)$$

$$F_{48} = -K34 * (L3 * K31 * CH5 - K32 * SH5) / (L3^2 * CH5^2 * K31^2 - L3^2 * SH5^2 * K31^2 - K32^2 * SH5^2)$$

$$F_{49} = 0$$

$$F_{50} = 0$$

$$F_{51} = 0$$

$$F_{52} = 0$$

$$F_{53} = -K_{31} * K_{33} * SH_5 - K_{31} * K_{33} * CH_5 * K_{32} * (SH_5 * K_{32} * CH_5 + L_3 * CH_5^2 * K_{31} - L_3 * K_{31} * SH_5^2) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2) - (-L_3 * K_{31} * K_{35} * SH_5 - K_{32} * K_{35} * CH_5) * K_{31} * (SH_5 * K_{32} * CH_5 + L_3 * CH_5^2 * K_{31} - L_3 * K_{31} * SH_5^2) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2) + (-L_3 * K_{31} * K_{33} * CH_5 - K_{32} * K_{35} * SH_5) * K_{31} * SH_5^2 * K_{32} / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2)$$

$$F_{54} = -K_{31}^2 * K_{33} * CH_5 * L_3^2 * (CH_5^2 - SH_5^2) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2) - (-L_3 * K_{31} * K_{35} * SH_5 - K_{32} * K_{35} * CH_5) * K_{32} * SH_5^2 / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2) - (-L_3 * K_{31} * K_{33} * CH_5 - K_{32} * K_{35} * SH_5) * (-SH_5 * K_{32} * CH_5 - L_3 * K_{31} * SH_5^2 + L_3 * CH_5^2 * K_{31}) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2)$$

$$F_{55} = K_{31} * K_{33} * CH_5 * K_{32} * (K_{32} * SH_5 + L_3 * K_{31} * CH_5) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2) + (-L_3 * K_{31} * K_{35} * SH_5 - K_{32} * K_{35} * CH_5) * K_{31} * (K_{32} * SH_5 + L_3 * K_{31} * CH_5) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2) - (-L_3 * K_{31} * K_{33} * CH_5 - K_{32} * K_{35} * SH_5) * L_3 * K_{31}^2 * SH_5 / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2)$$

$$F_{56} = -K_{31} * K_{33} * CH_5 * K_{32} * L_3 * SH_5 / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2) - (-L_3 * K_{31} * K_{35} * SH_5 - K_{32} * K_{35} * CH_5) * L_3 * K_{31} * SH_5 / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2) + (-L_3 * K_{31} * K_{33} * CH_5 - K_{32} * K_{35} * SH_5) * (L_3 * K_{31} * CH_5 - K_{32} * SH_5) / (L_3^2 * CH_5^2 * K_{31}^2 - L_3^2 * SH_5^2 * K_{31}^2 - K_{32}^2 * SH_5^2)$$

$$F_{57} = 0$$

$$F_{58} = 0$$

$$F_{59} = 0$$

$$F_{60} = 0$$

$$F_{61} = K33*CH5 + K33*SH5*K32*(SH5*K32*CH5 + L3*CH5^2*K31 - L3*K31*SH5^2) / (L3^2*CH5^2*K31^2 - L3^2*SH5^2*K31^2 - K32^2*SH5^2) - (L3*K33*CH5 + K34*SH5)*K31*(SH5*K32*CH5 + L3*CH5^2*K31 - L3*K31*SH5^2) / (L3^2*CH5^2*K31^2 - L3^2*SH5^2*K31^2 - K32^2*SH5^2) + (L3*K33*SH5 + K34*CH5)*K31*SH5^2*K32 / (L3^2*CH5^2*K31^2 - L3^2*SH5^2*K31^2 - K32^2*SH5^2)$$

$$F_{62} = K33*SH5*L3^2*K31*(CH5^2 - SH5^2) / (L3^2*CH5^2*K31^2 - L3^2*SH5^2*K31^2 - K32^2*SH5^2) - (L3*K33*CH5 + K34*SH5)*K32*SH5^2 / (L3^2*CH5^2*K31^2 - L3^2*SH5^2*K31^2 - K32^2*SH5^2) - (L3*K33*SH5 + K34*CH5)*(-SH5*K32*CH5 - L3*K31*SH5^2 + L3*CH5^2*K31) / (L3^2*CH5^2*K31^2 - L3^2*SH5^2*K31^2 - K32^2*SH5^2)$$

$$F_{63} = -K33*SH5*K32*(K32*SH5 + L3*K31*CH5) / (L3^2*CH5^2*K31^2 - L3^2*SH5^2*K31^2 - K32^2*SH5^2) + (L3*K33*CH5 + K34*SH5)*K31*(K32*SH5 + L3*K31*CH5) / (L3^2*CH5^2*K31^2 - L3^2*SH5^2*K31^2 - K32^2*SH5^2) - (L3*K33*SH5 + K34*CH5)*L3*K31^2*SH5 / (L3^2*CH5^2*K31^2 - L3^2*SH5^2*K31^2 - K32^2*SH5^2)$$

$$F_{64} = K33*SH5^2*K32*L3 / (L3^2*CH5^2*K31^2 - L3^2*SH5^2*K31^2 - K32^2*SH5^2) - (L3*K33*CH5 + K34*SH5)*L3*K31*SH5 / (L3^2*CH5^2*K31^2 - L3^2*SH5^2*K31^2 - K32^2*SH5^2)$$

$$\frac{L3^2*SH5^2*K31^2-K32^2*SH5^2)+(L3*K33*SH5+K34*CH5)*(L3*K31*CH5-K32*SH5)}{(L3^2*CH5^2*K31^2-L3^2*SH5^2*K31^2-K32^2*SH5^2)}$$

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Hesap Modeli

Şekil 2.2 Birinci Bölgeden Çıkarılan Diferansiyel Parçaya Etkiyen İç Kuvvetler ve Yer değiştirmeler

Şekil 2.3 İkinci Bölgeden Çıkarılan Diferansiyel Parçaya Etkiyen İç Kuvvetler ve Yer değiştirmeler

Şekil 2.4 Üçüncü Bölgeden Çıkarılan Diferansiyel Parçaya Etkiyen İç Kuvvetler ve Yer değiştirmeler

Şekil 5.1 Pozitif Yönler

Şekil 5.2 Elemanlar ve Serbestlik Dereceleri

Şekil 6.1 Bir Ucu Sabit Mesnetli, Bir Ucu Hareketli Mesnetli Kirişin Serbestlik Dereceleri

Şekil 6.2 Bir Ucu Ankastre, Bir Ucu Serbest Kirişin Serbestlik Dereceleri

Şekil 6.3 Bir Ucu Ankastre, Bir Ucu Hareketli Mesnetli Kirişin Serbestlik Dereceleri

Şekil 6.4 Her İki Ucu Ankastre Kirişin Serbestlik Dereceleri

Şekil 7.1 Akış Diyagramı

Şekil 7.2 (a) Basit Kirişin Birinci Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1} / EI ve L_2 / L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

Şekil 7.2 (b) Basit Kirişin İkinci Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

Şekil 7.2 (a) Basit Kirişin Üçüncü Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

Şekil 7.3 (a) Konsol Kirişin Birinci Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

Şekil 7.3 (b) Konsol Kirişin İkinci Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

Şekil 7.3 (c) Konsol Kirişin Üçüncü Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

Şekil 7.4 (a) Bir Ucu Ankastre, Bir Ucu Hareketli Mesnetli Kirişin Birinci Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

Şekil 7.4 (b) Bir Ucu Ankastre, Bir Ucu Hareketli Mesnetli Kirişin İkinci Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

Şekil 7.4 (c) Bir Ucu Ankastre, Bir Ucu Hareketli Mesnetli Kirişin Üçüncü Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

Şekil 7.5 (a) Her İki Ucu Ankastre Kirişin Birinci Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

Şekil 7.5 (b) Her İki Ucu Ankastre Kirişin İkinci Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1}/EI ve L_2/L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

Şekil 7.5 (c) Her İki Ucu Ankastre Kirişin Üçüncü Moduna ait λ_2 Değerlerinin C_{S1} / EI ve L_2 / L Değerlerine Bağlı Olarak Değişimi

TABLO LİSTESİ

Tablo1- Basit Kirişe ait λ_2 Değerleri

Tablo 2 -Konsol Kirişe ait λ_2 Değerleri

Tablo 3- Bir Ucu Ankastre Bir Ucu Hareketli Mesnetli Kirişe ait λ_2 Değerleri

Tablo 4- İki Ucu Ankastre Kirişe ait λ_2 Değerleri