

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERİN
ZAMAN TANIM ARALIĞINDA DİNAMİK
ANALİZİ

Kerem GÜRBÜZ

Haziran, 2011
İZMİR

**ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERİN
ZAMAN TANIM ARALIĞINDA DİNAMİK
ANALİZİ**

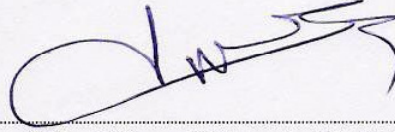
**Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi
Deprem Yönetimi Bölümü, Deprem Yönetimi Anabilim Dalı**

Kerem GÜRBÜZ

**Haziran, 2011
İZMİR**

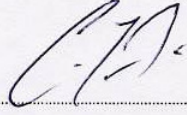
YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

KEREM GÜRBÜZ, tarafından PROF. DR. HİKMET HÜSEYİN ÇATAL yönetiminde hazırlanan “ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERİN ZAMAN TANIM ARALIĞINDA DİNAMİK ANALİZİ” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.



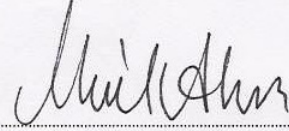
Prof. Dr. Hikmet Hüseyin ÇATAL

Yönetici



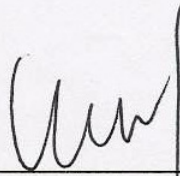
Doç. Dr. Cengiz YESÜĞET

Jüri Üyesi



Yrd. Doç. Dr. Ninel ALVER

Jüri Üyesi



Prof. Dr. Mustafa SABUNCU

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Lisans ve yüksek lisans eğitimim süresince bana her aşamada yol göstererek çalışmalarımı yönlendiren ve yardımcı olan danışman hocam Sayın Prof. Dr. Hikmet Hüseyin ÇATAL'a teşekkürü bir borç bilirim.

Hayatım boyunca her türlü maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen çok değerli Sadık GÜRBÜZ'e, Neşe GÜRBÜZ'e, Sanem GÜRBÜZ'e ve Gemi İnşaat Mühendisi Sinan GÜRBÜZ'e sonsuz teşekkür eder, saygılar sunarım.

Aileme ve tüm yakın dostlarıma...

Kerem GÜRBÜZ

Haziran, 2011

ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERİN ZAMAN TANIM ARALIĞINDA DİNAMİK ANALİZİ

ÖZ

Çok serbestlik dereceli yapısal sistemlerin dinamik tepki analizlerinde, sistemlerin hareket denklemleri dinamik dış yükün zamana göre düzensiz değiştiği ya da söz konusu sistemlerin doğrusal olmayan davranış gösterdiği durumlarda analitik olarak çözülemez. Bu gibi durumlar hareket denklemlerinin zaman tanım aralığında sayısal çözümünü gerektirir.

Bu çalışmada, çok serbestlik dereceli sistemlerin hareket denklemlerinin zaman tanım aralığında sayısal çözümü için doğrudan integrasyon metotları ve mod birleştirme yöntemi olmak üzere iki farklı yaklaşım incelenmiştir. Bu yaklaşımlardan her birinin söz konusu sistemin türüne ve sistemin etkisi altında olduğu dinamik yüke bağlı olarak değişen avantajları ve dezavantajları vardır. Yapılan çalışmanın amacı çok serbestlik dereceli yapısal sistemlerin dinamik davranışlarının zaman tanım aralığında incelenmesidir. Bu amaçla, güçlü yer ivmeleri etkisindeki çerçeve sistemlerin zaman tanımlı zaman tanım aralığında dinamik analizleri için bilgisayar programı geliştirilmiş ve elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

Anahtar sözcükler: Çok serbestlik dereceli sistemler, zaman tanım aralığında dinamik analiz, doğrudan integrasyon metotları, mod birleştirme yöntemi.

DYNAMIC ANALYSIS THROUGH THE TIME DOMAIN OF MULTI DEGREE OF FREEDOM SYSTEMS

ABSTRACT

In dynamic response analysis of multi degree of freedom structural systems, analytical solution of the equations of motion for these systems is not possible if the excitation varies arbitrarily with time or if the system is nonlinear. Such cases requires numerical solution of equations of motion in the time domain.

In this study, two different approaches were examined for the numerical solution of the equations of motion of the multi degree of freedom systems in the time domain: direct integration methods and mode superposition method. Each approach has advantages and disadvantages that depend on the type of system and loading. The aim of this study is investigation of the dynamic behavior of the multi degree of freedom structural systems in the time domain. For this purpose, computer program for the dynamic time history analysis of the frame systems subjected to strong ground motions was developed and the results were discussed.

Keywords: Multi degree of freedom systems, dynamic time history analysis, direct integration methods, mode superposition method.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÖZ	iv
ABSTRACT	v

BÖLÜM BİR – GİRİŞ

1.1 Giriş	1
1.2 Literatürde Konu İle İlgili Yapılmış Çalışmalar	2
1.3 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı	3
1.4 Çalışmada Yapılan Kabuller	3

BÖLÜM İKİ – ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERİN ZAMAN TANIM ARALIĞINDA DİNAMİK ANALİZİ

2.1 Modların Birleştirilmesi Yöntemi ile Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analiz	4
2.1.1 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Sönümsüz Serbest Titreşiminin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi	6
2.1.2 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Sönümlü Serbest Titreşiminin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi	11
2.1.3 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Sönümsüz Zorlanmış Titreşiminin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi	15
2.1.4 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Sönümlü Zorlanmış Titreşiminin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi	22
2.1.5 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Güçlü Yer İvmeleri Etkisindeki Zorlanmış Titreşimlerinin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi	28

2.1.6 Modların Birleştirilmesi Yöntemi ile Zaman Tanım Aralığında	
Dinamik Analizde Özel Analiz Metotları	32
2.1.6.1 Statik Düzeltme Metodu	36
2.1.6.1 Mod İvme Süperpozisyon Metodu	38
2.2 Doğrudan İntegrasyon Metotları ile Zaman Tanım Aralığında Dinamik	
Analiz	41
2.2.1 Newmark Metodu	44
2.2.1.1 Metodun Stabilite Analizi	49
2.2.2 Wilson θ Metodu	63
2.2.2.1 Metodun Stabilite Analizi	66
2.2.3 Hilber - Hughes - Taylor α Metodu	73
2.2.3.1 Metodun Stabilite Analizi	75
2.2.4 Wood - Bossak - Zienkiewicz α Metodu	83
2.2.4.1 Metodun Stabilite Analizi	86
2.2.5 Chung - Hulbert Genelleştirmiş α Metodu	88
2.2.5.1 Metodun Stabilite Analizi	92
2.2.6 Doğrudan İntegrasyon Metotlarına Genel Bakış	101

**BÖLÜM ÜÇ – ZAMAN TANIM ARALIĞINDA DİNAMİK ANALİZDE
KULLANILACAK GÜÇLÜ YER İVMELERİNİN
ÖZELLİKLERİ108**

3.1 DBYBHY 2007'ye Göre Zaman Tanım Alanında Hesapta Kullanılacak İvme	
Kayıtlarının Seçilme Koşulları	108
3.2 Sayısal Uygulamada Kullanılan İvme Kayıtlarının Özellikleri	109
3.2.1 Erzincan Depremi 13/03/1992	110
3.2.2 Kocaeli Depremi 17/08/1999	116
3.2.3 Düzce Depremi 12/11/1999	122
3.2.4 Düzce (Bolu) Depremi 12/11/1999	128
3.2.5 Bingöl Depremi 01/05/2003	134

BÖLÜM DÖRT – SAYISAL UYGULAMAR	140
4.1 Düzlem Çerçeve Sistem Model-1	140
4.1.1 Erzincan Depremi 13/03/1992	145
4.1.2 Kocaeli Depremi 17/08/1999	150
4.1.3 Düzce Depremi 12/11/1999	155
4.1.4 Düzce (Bolu) Depremi 12/11/1999	160
4.1.5 Bingöl Depremi 01/05/2003	165
4.2 Düzlem Çerçeve Sistem Model-2	170
4.2.1 Kocaeli Depremi 17/08/1999	174
4.2.2 Düzce Depremi 12/11/1999	183
4.3 Yapısal Sistemlerde Rijit Diyafram Davranışının Araştırılması	192
BÖLÜM BEŞ – SONUÇLAR	204
KAYNAKLAR	206
EKLER	211
EK 1 Güçlü Yer İvmeleri Etkisindeki Düzlem Çerçeve Sistemlerin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi İçin Geliştirilmiş Bilgisayar Programı (ZA_TA)	211
A Düzlem Çerçeve Sistem Model-1'in Programa Tanımlanması ve Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi	235
B Düzlem Çerçeve Sistem Model-1RD'nin Programa Tanımlanması ve Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi	247
EK 2 Doğrudan İntegrasyon Metotlarının Stabilite Analizleri İçin Geliştirilmiş Bilgisayar Programları	258
A Newmark Metodunun Stabilite Analiz Programı	258
B1 Wilson θ Metodunun Stabilite Analiz Programı 1	260
B2 Wilson θ Metodunun Stabilite Analiz Programı 2	261

C Hilber - Hughes - Taylor α Metodunun Stabilite Analiz Programı262
D Wood - Bossak - Zienkiewicz α Metodunun Stabilite Analiz Programı263
E Genelleştirmiş α Metodunun Stabilite Analiz Programı264
EK 3 Tepki Spektrumlarının Hesaplanması İçin Geliştirilmiş Bilgisayar Programı265

BÖLÜM BİR

GİRİŞ

1.1 Giriş

Yapı ve deprem mühendisliğinde, yapısal sistemlerin belirli idealleştirmeler ve kabuller yapılarak matematik modellerinin oluşturulması ve seçilecek analiz yöntemi ile bu modellerin statik ve dinamik dış yükler altındaki tepkilerinin, göz önüne alınan gerçek sistemin tepkilerine kıyasla yeterli yaklaşıklıkla elde edilmesi büyük önem taşımaktadır. Nitekim, bu sistemlerin statik yüklere veya zamanın fonksiyonu olarak tanımlanabilen, basit formlardaki dinamik dış yüklere vereceği tepkiler sistemlerin denge denklemlerinin analitik çözümü ile hesaplanabilirse de, dış yükler zamansal ve uzaysal değişimleri düzensiz olan patlama, deprem vb. dinamik yükler olduğunda çözüm için zaman tanım aralığında dinamik analiz metotları kullanılır. Gerçek yapısal sistemlerin ekonomik ömürleri boyunca maruz kalacakları en hasar verici yüklerinde, deprem yükleri gibi zamanın fonksiyonu olarak ifade edilemeyen yükler olduğu göz önüne alınırsa, zaman tanım aralığında dinamik analizin nedenli önemli olduğu daha iyi anlaşılır. Ayrıca, araştırmacılar tarafından uzun süredir devam eden zaman tanım aralığında analiz için kullanılacak güvenilir bir metot geliştirme çabalarında bu önemin diğer bir göstergesidir.

Türkiye Deprem Yönetmeliği'nde (DBYBHY, 2007) deprem etkisi altındaki bina ve bina türünden yapıların taşıyıcı sisteminde boyutlandırmaya esas olacak deprem yüklerinin bulunmasında kullanılacak üç çözümlene yöntemi belirtilmiştir. Bu yöntemler; eşdeğer deprem yükü yöntemi, mod birleştirme yöntemi ve zaman tanım alanında hesap yöntemleridir. DBYBHY 2007'de eşdeğer deprem yükü yönteminin uygulanabilirliği için birtakım kısıtlamalar getirilmekle beraber, mod birleştirme yönteminin ve zaman tanım alanında hesap yöntemlerinin tüm bina ve bina türünden yapıların dinamik analizinde kullanılacak yöntemler olduğu belirtilmiştir. Ayrıca, özel sorumlulukları olan, hidroelektrik santraller, nükleer santraller, köprüler, yüksek yapılar vb. yapıların dinamik analizlerinin zaman tanım alanında hesap yöntemleri ile yapılması zorunludur (Kasımzade, 2004).

1.2 Literatürde Konu İle İlgili Yapılmış Çalışmalar

Doğrudan integrasyon metotlarının geliştirilmesi ile ilgili daha önce yapılan çalışmalar aşağıda özetlenmiştir.

Newmark tarafından, davranışı doğrusal ve doğrusal olmayan çeşitli yapısal sistemlerin patlama, deprem yükü vb. dinamik yükleme durumlarındaki hareket denklemlerinin çözümü için doğrudan integrasyon metodu geliştirilmiştir. Newmark çalışmasında, metodun karakteristik yapısını belirleyen parametre değerlerinin (γ , β) sistemin ivme, hız ve deplasman tepkilerinin hesaplanmasındaki etkilerini incelemiş, metodun stabilitesi ve parametrelerin seçimi üzerine çalışmalar yapmıştır (Newmark, 1959). Wilson tarafından, ikinci mertebeden doğruluğa (*order of accuracy*) sahip algoritmik sönüm özelliği olan koşulsuz stabil integrasyon metodu geliştirilmiş ve parametre seçimi (θ) üzerine çalışmalar yapılmıştır (Wilson, 1968). Bathe ve Wilson, çalışmalarında doğrusal sistemler için Newmark, Houbolt ve Wilson θ metotlarının parametrelere değerlerine ve zaman adımı büyüklüğüne bağlı stabilite ve doğruluk analizlerini (*period elongation, amplitude decay*) yapmışlar, integrasyon metotlarının mod birleştirme yöntemi ile olan ilişkisini irdelemişlerdir (Bathe ve Wilson, 1973b). Hilber, Hughes ve Taylor tarafından, ikinci mertebeden doğruluğa sahip olan ve metodun algoritmik sönüm özelliklerinin düşük ve yüksek frekanslı modlar için parametre ile kontrol edilebildiği koşulsuz stabil integrasyon metodu geliştirilmiş (HHT- α) ve metodun yapısal özellikleri Newmark, Houbolt ve Wilson θ metotlarıyla kıyaslanmıştır (Hilber, Hughes ve Taylor, 1977). Hilber ve Hughes tarafından, Newmark ve Wilson θ metotlarının birleştirilmesine dayanan integrasyon metodu (*Collocation methods*) geliştirilmiştir. Hilber ve Hughes çalışmalarında, metodun karakteristik özelliklerini diğer metotlar (Newmark, Houbolt, Park, Wilson θ , HHT- α) ile karşılaştırmışlar ve metodun dinamik tepkileri hesaplamadaki başarısını özel analiz metotları (*overshoot analysis*) ile incelemişlerdir (Hilber ve Hughes, 1978). Wood, Bossak ve Zienkiewicz tarafından geliştirilen α metodu (WBZ- α) HHT- α metodu ile aynı amacı paylaşmakla beraber Newmark metodunun karakteristik yapısının geliştirilmesi üzerine kuruludur. WBZ- α metodunda da, HHT- α metodunda olduğu gibi Newmark metodunun sönüm özelliklerini kontrol etmek için denge

denklemine ek parametre yerleştirilerek ikinci mertebeden doğruluğa sahip pozitif algoritmik sönüm özelliği olan koşulsuz stabil integrasyon metodu elde edilmiştir (Wood, Bossak ve Zienkiewicz, 1981). Chung ve Hulbet, dinamik problemlerinin zaman tanım aralığında çözümü için HHT- α ve WBZ- α metotlarının birleştirilmesi ve genelleştirilmesine dayanan doğrudan integrasyon metodu (*generalized- α method*) geliştirmişler ve metodun karakteristik özelliklerini diğer integrasyon metotları ile karşılaştırmışlardır (Chung ve Hulbet, 1993).

Yukarıda özetlenen doğrudan integrasyon metotlarının dışında literatürde, Bazzi ve Anderheggen tarafından geliştirilmiş ρ metodu (Bazzi ve Anderheggen, 1982) ve Hoff ve Pahl tarafından geliştirilmiş θ_1 metodu da (Hoff ve Pahl, 1988) incelenmiştir.

1.3 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Çalışma kapsamında, çok serbestlik dereceli sistemlerin zaman tanım aralığında dinamik analizlerinde kullanılan mod birleştirme yöntemi ve doğrudan integrasyon metotları teorik açıdan incelenmiş ve güçlü yer ivmeleri etkisindeki yapısal sistemlerin dinamik davranışlarının belirlenmesi ve deprem yapı etkileşimi hakkında bir sonuca varılması amaçlanmıştır. Çalışmada ayrıca, yapısal sistemlerin rijit diyafram davranışına ne ölçüde sahip olduğu zaman tanım aralığında dinamik analizler ile araştırılmıştır.

1.4 Çalışmada Yapılan Kabuller

Çalışması kapsamında aşağıdaki kabuller yapılmıştır:

1. Malzeme doğrusal elastik davranış göstermektedir.
2. İkinci mertebeye etkiler ihmal edilmiştir.
3. Birleşim bölgelerinde meydana gelen sonsuz rijit bölgeler ihmal edilmiştir.

BÖLÜM İKİ

ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERİN ZAMAN TANIM ARALIĞINDA DİNAMİK ANALİZİ

2.1 Modların Birleştirilmesi Yöntemi ile Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analiz

Dinamik yükler etkisindeki çok serbestlik dereceli sistemlerin hareket denklemi ve çözümünde göz önüne alınacak başlangıç koşulları aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{k} \mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (2.1)$$

$$\mathbf{u}(0) = \mathbf{u}, \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \dot{\mathbf{u}} \quad (2.2)$$

Burada \mathbf{m} , \mathbf{c} ve \mathbf{k} , sırası ile kütle, sönüm ve rijitlik matrisini; $\mathbf{p}(t)$ dış yük vektörünü; $\mathbf{u}(t)$ yerdeğiştirme vektörünü; $\dot{\mathbf{u}}(t)$ üzerindeki noktalar zamana göre türevleri; \mathbf{u} ve $\dot{\mathbf{u}}$, $t = 0$ 'daki başlangıç koşullarını göstermektedir. (2.1) numaralı hareket denkleminde yerdeğiştirme vektörü, aşağıda verilen dönüşümle N adet bağımsız vektörün toplamı olarak yazılabilir (Chopra, 1995, Clough ve Penzien, 2003).

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_r q_r(t) \quad (2.3)$$

Burada N , sistemin serbestlik derecesini; $\boldsymbol{\phi}_r$, sistemin serbest titreşim analizinden elde edilen mod vektörlerini; $q_r(t)$, mod vektörlerinin yerdeğiştirme vektörüne olan katkılarını belirleyen skaler çarpanları göstermekte olup modal koordinatlar olarak adlandırılırlar. (2.3) numaralı bağıntı, geometrik koordinatlar ile modal koordinatlar arasındaki bağlantıyı sağlamakla beraber modların birleştirilmesi yöntemi ile zaman tanım aralığında dinamik analizin temelini oluşturur.

(2.3) numaralı bağıntı ele alındığı takdirde belirli bir yerdeğiştirme vektörü için sistemin tüm serbest titreşim modlarının dikkate alınması gerektiği düşünülebilir; fakat söz konusu mod vektörüne karşı gelen serbest titreşim frekansı arttıkça modal

koordinatlar büyüklük olarak azalır. Bu sebeple yalnızca düşük frekanslara karşı gelen titreşim modları dinamik analizde etkili olmaktadır. Ayrıca, sürekli parametrelili sistemlerin uzaysal olarak ayrıklaştırılması ile elde edilen çok serbestlik dereceli sistemlerin yüksek frekanslara karşı gelen mod vektörleri ve titreşim frekansları yeterli doğrulukla elde edilememektedir; çünkü ayrıklaştırma için kullanılan sonlu elemanlar metodu yalnızca düşük frekanslara yakınsamaktadır (Bathe, 1996, Cook, 1996, Zienkiewicz, Taylor ve Zhu, 2005). Bu bakımdan çok serbestlik dereceli sistemlerin dinamik analizinde sistemin ilk d modunu ($d \ll N$) göz önüne alarak hesap yapmak hem yeterli yaklaşımı sağlayacak hem de hesap hacmini azaltacaktır (Bathe ve Wilson, 1972, 1973a, Chopra, 1995, Gatti ve Ferrari, 2003, Clough ve Penzien, 2003). Burada d ile simgelenen göz önüne alınacak mod sayısı, çalışmanın sayısal uygulamalar bölümünde kapsamlı olarak inceleneceği üzere, söz konusu sisteme ve sistemin maruz kaldığı dinamik yükün frekans içeriğine bağlı olarak değişir (Bathe ve Wilson, 1973b, Bathe, 1996).

Aynı zamanda, modal koordinatları yerdeğiştirme vektörüne bağlı olarak ifade etmek de mümkündür. Bu amaç doğrultusunda (2.3) numaralı bağıntıdaki eşitlik her iki yanından $\Phi_n^T \mathbf{m}$ ile çarpılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\Phi_n^T \mathbf{m} \mathbf{u}(t) = \sum_{r=1}^N (\Phi_n^T \mathbf{m} \Phi_r) q_r(t) \quad (2.4)$$

(2.4) numaralı bağıntıda mod vektörlerinin kütle matrisine göre olan ortogonallik özelliği ($\Phi_n^T \mathbf{m} \Phi_r = 0$) dikkate alınır ve elde edilen bağıntı aşağıda verilen şekilde düzenlenirse, modal koordinatların yerdeğiştirme vektörüne bağlı olarak zamansal değişimini veren bağıntı elde edilmiş olur.

$$q_n(t) = \frac{\Phi_n^T \mathbf{m} \mathbf{u}(t)}{\Phi_n^T \mathbf{m} \Phi_n} \quad (2.5)$$

2.1.1 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Sönümsüz Serbest Titreşiminin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi

Çok serbestlik dereceli sistemlerin sönümsüz serbest titreşim hareket denklemi ve bu denklemin çözümünde göz önüne alınacak başlangıç koşulları aşağıdaki şekilde yazılabilir (Chopra, 1995, Clough ve Penzien, 2003, Çatal, 2005).

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{k} \mathbf{u}(t) = 0 \quad (2.6)$$

$$\mathbf{u}(0) = \mathbf{u}, \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \dot{\mathbf{u}} \quad (2.7)$$

Sistemin sönümsüz serbest titreşimi, 2. mertebeden homojen diferansiyel denklemler sistemi olarak ele alınabilecek olan (2.6) numaralı bağıntının, (2.7) numaralı bağıntı ile tanımlanan başlangıç koşullarını sağlayan çözümüdür. Modların birleştirilmesi yöntemi ile elde edilecek olan bu çözüme geçmeden önce sistemin serbest titreşim frekansları ve karşı gelen mod vektörleri hesaplanmalıdır.

Çok serbestlik dereceli sistemlerin sönümsüz serbest titreşimi ele alındığında yerdeğiştirme vektörünün zamansal değişimi için (2.8) numaralı bağıntıda verilen basit harmonik hareket kabulü yapılabilir (Celep ve Kumbasar, 2001, Clough ve Penzien, 2003, Çatal, 2005).

$$\mathbf{u}(t) = \hat{\mathbf{u}} \sin(\omega t + \theta) \quad (2.8)$$

Burada $\hat{\mathbf{u}}$, genlik vektörünü; ω , sönümsüz serbest titreşim frekansını; θ , faz açısını göstermektedir. (2.8) numaralı bağıntı ve ivme vektörü için bu bağıntının zamana göre ikinci türevi (2.6) numaralı bağıntıda yerlerine yazılırsa, bağıntı aşağıdaki şekli alır.

$$\left[-\omega^2 \mathbf{m} \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \hat{\mathbf{u}} \right] \sin(\omega t + \theta) = 0 \quad (2.9)$$

(2.9) numaralı bağıntıyı sağlayan 2 adet çözüm vardır. Bu çözümlerden birincisi $\sin(\omega t + \theta) = 0$ olması durumudur ki, bu sistemin hareket etmediği anlamına gelir ve

serbest titreşim analizinde aranan çözüm değildir; çünkü yerdeğiştirme vektörünün zamansal değişimini bu terim sağlamaktadır. İkinci çözüm ise aşağıda verilen ve matris özdeğer problemi olarak adlandırılan bağıntının çözümüdür.

$$[\mathbf{k} - w^2 \mathbf{m}] \hat{\mathbf{u}} = 0 \quad (2.10)$$

Literatürde (2.10) numaralı bağıntı ile verilen özdeğer probleminin çözümü için kütle ve rijitlik matrislerinin kendine özgü birtakım özelliklerinden faydalanmak üzerine geliştirilmiş ya da problemi farklı formlara dönüştürerek daha etkin şekilde çözmeyi amaçlayan çok sayıda algoritma mevcuttur (Wilkinson, 1965, Bathe ve Wilson, 1972, 1973a, Meirovitch, 1980, Wan Kim, 2003).

(2.10) numaralı bağıntı ile verilen özdeğer probleminin çözümünden sistemin serbestlik derecesi kadar serbest titreşim frekansı elde edilir ve sonrasında, $w = w_i$ şeklinde her serbest titreşim frekansı için ayrı ayrı $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{\Phi}_i$ alınarak çözümlerse, bu frekanslara karşı gelen serbest titreşim mod şekilleri elde edilmiş olur. Buradaki $\mathbf{\Phi}_i$ vektörünün elemanları yerdeğiştirmelere karşı geldiği için mod şekli, sistemin karşı gelen frekansla titreşimi sırasında aldığı konumu verir (Celep ve Kumbasar, 2001). (2.10) numaralı bağıntının çözümünden elde edilen özdeğerlerin (w_n^2) diyagonal bir matrisin köşegeni üzerine yerleştirilmesi ile elde edilen matris spektral matris, bu özdeğerlere karşı gelen mod şekillerinin kare bir matrisin kolonlarına yerleştirilmesi ile elde edilen matris ise modal matris adı verilir (Chopra, 1995, Clough ve Penzien, 2003, Çatal, 2005). Bu matrisler aşağıdaki bağıntılarda gösterilmiştir.

$$\mathbf{\Omega}^2 = \begin{bmatrix} w_1^2 & & & \\ & w_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & w_N^2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \cdots & \phi_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Burada ϕ_{jn} ile gösterilen modal matrisin elemanları için n indisi mod sayısını; j indisi ise n . moddaki j . serbestlik derecesinin genliğini göstermektedir. Spektral matrisin ve modal matrisin tanımlanması ile sistemin N adet serbest titreşim modu için aşağıda verilen, matris formdaki bağıntıyı yazmak mümkün olur.

$$\mathbf{k} \Phi = \mathbf{m} \Phi \Omega^2 \quad (2.13)$$

Serbest titreşim frekanslarının ve karşı gelen mod vektörlerinin hesaplanmasının ardından, sistemin serbest titreşim hareketinin çözümünü modların birleştirilmesi yöntemi ile elde etmek için yerdeğiştirme vektörü yerine, bu vektörün (2.3) numaralı bağıntı ile verilen ifadesi kullanılır. Bu amaç doğrultusunda öncelikle (2.3) numaralı bağıntıdaki modal koordinatların zamansal değişimlerinin tanımlanması gerekir. Modal koordinatların zamansal değişimlerini, (2.14) numaralı bağıntıda verilen şekilde, modal koordinatları basit harmonik fonksiyonların toplamı olarak kabul ederek göz önüne almak mümkündür (Chopra, 1995).

$$q_n(t) = A_n \cos(w_n t) + B_n \sin(w_n t) \quad (2.14)$$

Çok serbestlik dereceli sistemin n . moduna ait modal koordinatların (bundan sonra modal yerdeğiştirme olarak adlandırılacaktır) zamansal değişimleri için önerilen bu ifade (2.3) numaralı bağıntıda yerine yazılırsa, bağıntı aşağıdaki şekli alır.

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n q_n(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n (A_n \cos(w_n t) + B_n \sin(w_n t)) \quad (2.15)$$

Burada A_n ve B_n integrasyon sabitlerini göstermektedir. Bu sabitleri belirlemek için ayrıca, (2.15) numaralı bağıntının zamana göre birinci türevinin alınmasıyla elde edilebilen hız vektörünün modal koordinatlardaki ifadesine (bundan sonra modal hız olarak adlandırılacaktır) ihtiyaç vardır.

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n \dot{q}_n(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n (-A_n w_n \sin(w_n t) + B_n w_n \cos(w_n t)) \quad (2.16)$$

$t = 0$ zamanı için (2.15) ve (2.16) numaralı bağıntılar aşağıdaki şekli alır.

$$\mathbf{u}(0) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n A_n, \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n w_n B_n \quad (2.17)$$

Diğer yandan (2.3) numaralı bağıntı ve zamana göre birinci türevi $t = 0$ için aşağıdaki şekli alır.

$$\mathbf{u}(0) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n q_n(0), \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n \dot{q}_n(0) \quad (2.18)$$

(2.17) ve (2.18) numaralı bağıntılardaki modal yerdeğiştirme ve modal hız ifadeleri eşitlenirse, A_n ve B_n sabitleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$A_n = q_n(0), \quad B_n = \dot{q}_n(0)/w_n \quad (2.19)$$

Bu sabitler (2.15) numaralı bağıntıda yerlerine yazılırsa, başlangıç koşullarına bağlı olarak (2.6) numaralı sönümsüz serbest titreşim hareket denklemini sağlayan $\mathbf{u}(t)$ vektörü modların birleştirilmesi yöntemi ile elde edilmiş olur.

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n \left(q_n(0) \cos(w_n t) + \frac{\dot{q}_n(0)}{w_n} \sin(w_n t) \right) \quad (2.20)$$

Burada $q_n(0)$ ve $\dot{q}_n(0)$, modal koordinatlardaki başlangıç koşulları olup bu değerler (2.5) numaralı bağıntı ve zamana göre birinci türevi ile, $\mathbf{u}(0)$ ve $\dot{\mathbf{u}}(0)$ vektörlerine bağlı olarak aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$q_n(0) = \frac{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \mathbf{u}(0)}{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n}, \quad \dot{q}_n(0) = \frac{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \dot{\mathbf{u}}(0)}{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n} \quad (2.21)$$

Nitekim, önceki bölümlerde bahsedildiği üzere çok serbestlik dereceli sistemlerin dinamik analizinde sistemin ilk d modunu göz önüne alarak hesap yapmak sistemin

hareket denkleminin yaklaşık çözümü için yeterli olmaktadır. Bu durumda, ilk d mod ($d \ll N$) göz önüne alınarak çok serbestlik dereceli sönümsüz sistemler için yaklaşık yerdeğiştirme bağıntısı aşağıdaki şekilde yazılabilir (Chopra, 1995, Gatti ve Ferrari, 2003, Clough ve Penzien, 2003).

$$\mathbf{u}_d(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n \left(q_n(0) \cos(w_n t) + \frac{\dot{q}_n(0)}{w_n} \sin(w_n t) \right) \quad (2.22a)$$

Hız ve ivme vektörlerinin zamansal değişimlerini veren bağıntılar (2.22a) numaralı bağıntının zamana göre birinci ve ikinci türevlerinin alınması ile elde edilebilir.

$$\dot{\mathbf{u}}_d(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n \dot{q}_n(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n (-q_n(0) w_n \sin(w_n t) + \dot{q}_n(0) \cos(w_n t)) \quad (2.22b)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_d(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n \ddot{q}_n(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n w_n (-q_n(0) w_n \cos(w_n t) - \dot{q}_n(0) \sin(w_n t)) \quad (2.22c)$$

Çok serbestlik dereceli sistemlerin sönümsüz serbest titreşimi için (2.22a)-(2.22c) numaralı bağıntıların kullanılmasının hesapsal verimlilik sağlayacağı açıktır; fakat bu bağıntılar ile ilk d mod için hesaplanan yerdeğiştirme ve ivme vektörlerinin sistemin hareket denklemini sağlamadığıda göz önünde bulundurulmalıdır. Tüm modlarının göz önüne alınmamasından doğan bu hatanın sayısal değeri ilk d mod için aşağıdaki bağıntı ile hesaplanabilir.

$$\epsilon_d = \left\| \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}_d(t) + \mathbf{k} \mathbf{u}_d(t) \right\|_2 \quad (2.23)$$

Sistemin hareket denkleminin yeterli doğrulukta yaklaşık çözümü için bu hatanın sayısal değerinin tüm t zamanlarında sistemin dinamik tepkilerine kıyasla oldukça küçük değerlerde olması gerekir. Fakat, yeterince büyük d seçildiği takdirde tüm modların göz önüne alınmamasından doğan hatanın normu küçültülebilir. Eğer ϵ_d kabul edilemeyecek kadar büyük değerlerde ise, analizde göz önüne alınan mod sayısı artırılmalıdır (Bathe ve Gracewski, 1981).

2.1.2 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Sönümlü Serbest Titreşiminin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi

Çok serbestlik dereceli sistemlerin sönümlü serbest titreşim hareket denklemi ve bu denklemin çözümünde göz önüne alınacak başlangıç koşulları aşağıdaki şekilde yazılabilir (Chopra, 1995, Clough ve Penzien, 2003, Çatal, 2005).

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{k} \mathbf{u}(t) = 0 \quad (2.24)$$

$$\mathbf{u}(0) = \mathbf{u}, \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \dot{\mathbf{u}} \quad (2.25)$$

(2.24) numaralı sönümlü serbest titreşim hareket denkleminin, (2.25) numaralı bağıntı ile tanımlanan başlangıç koşullarına bağlı çözümünü modların birleştirilmesi yöntemi ile yapabilmek için (2.3) numaralı bağıntı ve zamana göre ardışık türevleri hareket denkleminde yerlerine yazılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\mathbf{m} \sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_r \ddot{q}_r(t) + \mathbf{c} \sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_r \dot{q}_r(t) + \mathbf{k} \sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_r q_r(t) = 0 \quad (2.26)$$

Yukarıda verilen bağıntıdaki tüm terimler sol yanından $\boldsymbol{\Phi}_n^T$ vektörü ile çarpılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\sum_{r=1}^N (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_r) \ddot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{c} \boldsymbol{\phi}_r) \dot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_r) q_r(t) = 0 \quad (2.27)$$

(2.27) numaralı bağıntıdaki toplamlarda, mod vektörlerinin kütle, sönüm ve rijitlik matrislerine göre olan ortogonalite özelliğinden dolayı sadece $r = n$ indisli terimler kalacağından bağıntı aşağıdaki şekli alır.

$$(\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n) \ddot{q}_n(t) + (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{c} \boldsymbol{\phi}_n) \dot{q}_n(t) + (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_n) q_n(t) = 0 \quad (2.28)$$

Çok serbestlik dereceli sistemin tek bir modunun modal koordinatlardaki sönümlü serbest titreşimini ifade eden (2.28) numaralı bağıntı, N adet serbest titreşim modu için matris formda aşağıdaki şekilde yazılabilir (Chopra, 1995, Clough ve Penzien, 2003, Çatal, 2005).

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{q}(t) = 0 \quad (2.29)$$

Burada,

$$\mathbf{M} = \Phi^T \mathbf{m} \Phi, \quad \mathbf{C} = \Phi^T \mathbf{c} \Phi, \quad \mathbf{K} = \Phi^T \mathbf{k} \Phi$$

(2.29) numaralı bağıntıdaki diyagonal formda olan \mathbf{M} ve \mathbf{K} , genelleştirilmiş kütle ve rijitlik matrisleri olarak adlandırılıp bu matrislerin köşegenleri üzerindeki elemanlara ise genelleştirilmiş kütle (M_n) ve genelleştirilmiş rijitlik (K_n) değerleri adı verilir. Bu değerler aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanırlar.

$$M_n = \phi_n^T \mathbf{m} \phi_n, \quad K_n = \phi_n^T \mathbf{k} \phi_n \quad (2.30)$$

Şayet, (2.24) numaralı bağıntı ile verilen hareket denklemindeki \mathbf{c} matrisi, (2.26) ve (2.27) numaralı bağıntılarda uygulanan işlemler ile diyagonal formdaki \mathbf{C} matrisine dönüştürülebiliyorsa, bu sistemlere klasik sönümlü sistem adı verilir ve bu sistemler tüm matrislerinin (\mathbf{m} , \mathbf{c} , \mathbf{k}) diyagonal forma dönüştürülebilmesi dolayısı ile serbest titreşim modlarına ayrıklaştırılabilir. Burada \mathbf{C} matrisine genelleştirilmiş sönüm matrisi, bu matrisin köşegeni üzerindeki elemanlara genelleştirilmiş sönüm değerleri (C_n) adı verilir. Bu değerler aşağıdaki bağıntı ile hesaplanırlar.

$$C_n = \phi_n^T \mathbf{c} \phi_n \quad (2.31)$$

Eğer, (2.24) numaralı bağıntı ile verilen hareket denklemindeki \mathbf{c} matrisi, sönümün sistem içindeki dağılımına veya ele alınan problemin yapısına bağlı olmakla beraber diyagonal forma dönüştürülemiyor ise, bu sistemlere klasik olmayan sönümlü sistem

adı verilir. Klasik olmayan sönümlü sistemlerde, sistemin serbest titreşim modlarına ayrıklaştırılmamasından dolayı (2.24) numaralı matris formda verilen diferansiyel denklemler sistemini başlangıç koşullarını da göz önüne alarak eş zamanlı çözmek gerekir ki böyle bir çözüm doğrudan integrasyon metotları ile mümkündür (Chopra, 1995, Kasımcı, 2004).

Klasik sönümlü çok serbestlik dereceli sistemin n . modunun serbest titreşiminin hareket denklemi (2.29) numaralı matris formdaki bağıntının tek bir satırının ele alınmasıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$M_n \ddot{q}_n(t) + C_n \dot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = 0 \quad (2.32)$$

(2.32) numaralı bağıntıdaki tüm terimler M_n değerine bölünürse, bağıntı aşağıdaki şekli alır.

$$\ddot{q}_n(t) + 2 \zeta_n w_n \dot{q}_n(t) + w_n^2 q_n(t) = 0 \quad (2.33)$$

Burada ζ_n , n . moda ait sönüm oranını göstermektedir. (2.33) numaralı, 2. mertebeden sabit katsayılı diferansiyel denklemin genel çözümü aşağıdaki bağıntıda verilmiştir (Chopra, 1995, Clough ve Penzien, 2003).

$$q_n(t) = e^{-\zeta_n w_n t} \left(q_n(0) \cos(w_{nD} t) + \frac{\dot{q}_n(0) + \zeta_n w_n q_n(0)}{w_{nD}} \sin(w_{nD} t) \right) \quad (2.34)$$

Burada w_{nD} , n . moda ait sönümlü açısal frekansı göstermekte olup aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$w_{nD} = w_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} \quad (2.35)$$

(2.34) numaralı bağıntı, modal koordinatların zamansal değişimini veren bağıntı olarak (2.3) numaralı bağıntıda yerine yazılır ise, modların birleştirilmesi yöntemi ile

klasik sönümlü çok serbestlik dereceli sistemlerin başlangıç koşullarına bağlı serbest titreşimini veren bağıntı aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n e^{-\zeta_n w_n t} \left(q_n(0) \cos(w_{nD} t) + \frac{\dot{q}_n(0) + \zeta_n w_n q_n(0)}{w_{nD}} \sin(w_{nD} t) \right) \quad (2.36)$$

Yerdeğiştirme vektörünün zamansal değişimini veren bu bağıntı sistemin ilk d modu için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathbf{u}_d(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n e^{-\zeta_n w_n t} \left(q_n(0) \cos(w_{nD} t) + \frac{\dot{q}_n(0) + \zeta_n w_n q_n(0)}{w_{nD}} \sin(w_{nD} t) \right) \quad (2.37a)$$

Hız ve ivme vektörlerinin zamansal değişimlerini veren bağıntılar içinse (2.37a) numaralı bağıntının zamana göre ardışık türevlerinin alınması yeterlidir.

$$\dot{\mathbf{u}}_d(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n \dot{q}_n(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n e^{-\zeta_n w_n t} \left(\dot{q}_n(0) \cos(w_{nD} t) - \frac{w_n q_n(0) + \zeta_n \dot{q}_n(0)}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} t) \right) \quad (2.37b)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{u}}_d(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n \ddot{q}_n(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n e^{-\zeta_n w_n t} & \left[-(w_n^2 q_n(0) + 2 \zeta_n w_n \dot{q}_n(0)) \cos(w_{nD} t) \rightarrow \right. \\ & \left. + \frac{\zeta_n w_n^2 q_n(0) + (2 \zeta_n^2 - 1) w_n \dot{q}_n(0)}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} t) \right] \end{aligned} \quad (2.37c)$$

Çok serbestlik dereceli sistemlerin sönümlü serbest titreşim analizinde sistemin tüm titreşim modları yerine ilk d modun göz önüne alınmasından kaynaklanan hatanın sayısal değeri aşağıdaki bağıntı ile hesaplanabilir.

$$\epsilon_d = \|\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}_d(t) + \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}}_d(t) + \mathbf{k} \mathbf{u}_d(t)\|_2 \quad (2.38)$$

2.1.3 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Sönümsüz Zorlanmış Titreşiminin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi

Çok serbestlik dereceli sistemlerin sönümsüz zorlanmış titreşim hareket denklemi ve bu denklemin çözümünde göz önüne alınacak başlangıç koşulları aşağıdaki şekilde yazılabilir (Chopra, 1995, Clough ve Penzien, 2003, Çatal, 2005).

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{k} \mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (2.39)$$

$$\mathbf{u}(0) = \mathbf{u}, \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \dot{\mathbf{u}} \quad (2.40)$$

Sistemin (2.39) numaralı zorlanmış titreşim hareket denkleminin, (2.40) numaralı bağıntı ile tanımlanan başlangıç koşullarına bağlı çözümünü modların birleştirilmesi yöntemi ile yapabilmek için (2.3) numaralı bağıntı ve zamana göre ikinci türevi hareket denkleminde yerlerine yazılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\mathbf{m} \sum_{r=1}^N \phi_r \ddot{q}_r(t) + \mathbf{k} \sum_{r=1}^N \phi_r q_r(t) = \mathbf{p}(t) \quad (2.41)$$

Yukarıda verilen bağıntıdaki tüm terimler sol yanından ϕ_n^T vektörü ile çarpılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\sum_{r=1}^N (\phi_n^T \mathbf{m} \phi_r) \ddot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N (\phi_n^T \mathbf{k} \phi_r) q_r(t) = \phi_n^T \mathbf{p}(t) \quad (2.42)$$

(2.42) numaralı bağıntıdaki toplamlarda, mod vektörlerinin kütle ve rijitlik matrisine göre olan ortogonalite özelliğinden dolayı sadece $r = n$ indisli terimler kalacağından bağıntı aşağıdaki şekli alır.

$$(\phi_n^T \mathbf{m} \phi_n) \ddot{q}_n(t) + (\phi_n^T \mathbf{k} \phi_n) q_n(t) = \phi_n^T \mathbf{p}(t) \quad (2.43)$$

(2.43) numaralı bağıntı N adet serbest titreşim modu için matris formda aşağıdaki şekilde yazılabilir (Chopra, 1995, Clough ve Penzien, 2003, Çatal, 2005).

$$\mathbf{M}.\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}.\mathbf{q}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (2.44)$$

Burada,

$$\mathbf{M} = \Phi^T \mathbf{m} \Phi, \quad \mathbf{K} = \Phi^T \mathbf{k} \Phi, \quad \mathbf{P} = \Phi^T \mathbf{p}(t)$$

(2.44) numaralı bağıntıda \mathbf{P} , elemanları, n . moda ait genelleştirilmiş yük değerleri olarak adlandırılan genelleştirilmiş yük vektörünü göstermektedir. Genelleştirilmiş yük değerleri (P_n) zamanın fonksiyonu olarak aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

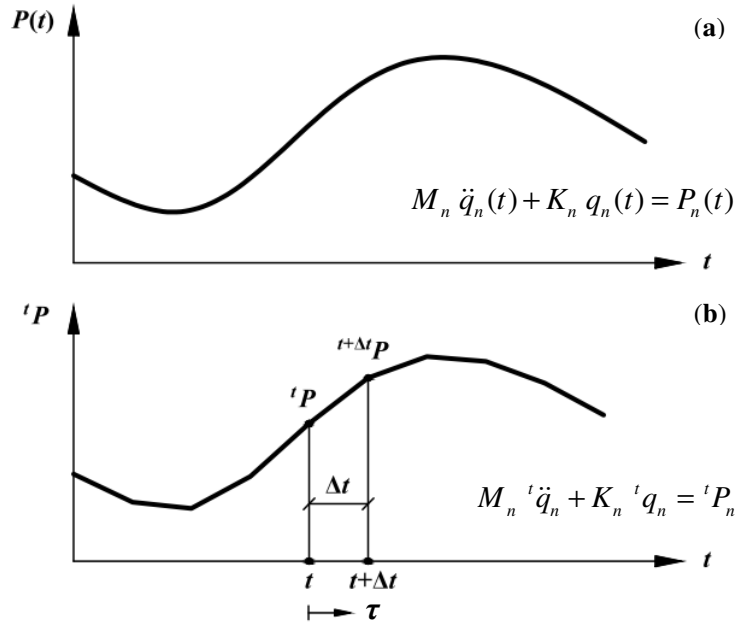
$$P_n(t) = \phi_n^T \mathbf{p}(t) \quad (2.45)$$

Böylece, sönümsüz çok serbestlik dereceli sistemin modal koordinatlar cinsinden zorlanmış titreşimini veren hareket denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$M_n \ddot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = P_n(t) \quad (2.46)$$

Sönümsüz çok serbestlik dereceli sistemlerin dış yükler etkisindeki zorlanmış titreşimlerinin modların birleştirilmesi yöntemi ile zaman tanım aralığında analizi, (2.46) numaralı hareket denkleminin sistemin ilk d modu için çözülmesi ve bu çözümlerin süperpoze edilmesine dayanmaktadır. Nitekim bu çözümler, n . moda ait genelleştirilmiş yük değerlerinin zamanın fonksiyonu olduğu durumlarda analitik olarak elde edilebilirse de, bu değerlerin fonksiyon olmadığı durumlarda çözüm sayısal olarak yapılır. Bu bakımdan (2.46) numaralı denklemin değişken dinamik yükleme durumlarındaki sayısal çözümünde kullanılabilecek genel amaçlı bir metot gereklidir. Böyle bir metot olarak yük fonksiyonunun doğrusal interpolasyonuna dayanan metot (*piecewise exact method*) gösterilmektedir (Nigam ve Jennings, 1968, Chopra, 1995, Wilson, 2002). Bu metot, temelde küçük zaman adımları (Δt) için

modal yük fonksiyonunun zamansal değişimine doğrusal interpolasyon yolu ile yaklaşılması ve denklemin parçalı doğrularla tanımlanan bu yük fonksiyonları için kesin çözümünün yapılması üzerine kuruludur.



Şekil 2.1 a. Modal yük fonksiyonu b. Modal yük fonksiyonunun doğrusal interpolasyonu

$0 \leq \tau \leq \Delta t$ olmak üzere, Δt zaman aralığı boyunca zamansal değişimi doğrusal interpolasyon ile tanımlanan n . moda ait modal yük fonksiyonu için aşağıdaki bağıntı yazılabilir (Nigam ve Jennings, 1968, Chopra, 1995).

$$P_n(\tau) = {}^tP_n + \frac{{}^{t+\Delta t}P_n - {}^tP_n}{\Delta t} \tau = {}^tP_n + \frac{{}^t\Delta P_n}{\Delta t} \tau \quad (2.47)$$

Bağıntıdaki terimlerin sol üst indisleri ayrık zaman noktalarını göstermektedir. (2.47) numaralı bağıntı ile tanımlanan modal yük değeri, $\tau = 0$ için tP_n ve $\tau = \Delta t$ için ${}^{t+\Delta t}P_n$ değerlerini alır. Bu bağıntıdaki ayrık zaman noktaları arasındaki zamansal sürekliliği τ zaman değişkeni sağlamaktadır.

(2.47) numaralı bağıntıdan görüleceği üzere doğrusal interpolasyon yaklaşımı ile x . mertebeden ($1 < x$) olan modal yük fonksiyonu, analitik çözümleri bilinen 2

fonksiyona; dikdörtgen yük fonksiyonuna ve üçgen yük fonksiyonuna ayrılmış olur. Böyle bir yaklaşım yüksek mertebeden yük fonksiyonları için kullanılan zaman adımı büyüklüğüne bağlı olarak hata içerse de, güçlü yer ivmeleri gibi zamansal değişimi doğrusal olan yük fonksiyonları söz konusu olduğunda bu yaklaşımla kesin çözümler elde edilebilir; çünkü doğrusal değişen yük fonksiyonları zaten şekil b'de gösterilen formdadır. Böylece, zamansal değişimi doğrusal interpolasyon yaklaşımı ile yeniden tanımlanan modal yük fonksiyonu için (2.45) numaralı bağıntı aşağıdaki şekli alır.

$$M_n \ddot{q}_n(\tau) + K_n q_n(\tau) = {}^t P_n + \frac{{}^t \Delta P_n}{\Delta t} \tau \quad (2.48)$$

Yukarıda verilen bağıntının sağ yanındaki ilk terim dikdörtgen yük fonksiyonunu, ikinci terim ise üçgen yük fonksiyonunu temsil etmektedir. (2.48) numaralı bağıntı ile elde edilecek olan, modal koordinatların Δt zaman aralığı boyunca olan zamansal değişiminin hesabı aşağıdaki bağıntılar ile verilen üç bağımsız problemin çözümünü gerektirir.

A. $M_n \ddot{q}_n(\tau) + K_n q_n(\tau) = 0$ denkleminin $\tau = 0$ 'daki başlangıç koşulları için çözümü:

$$q_n(\tau) = {}^t q_n \cos(w_n \tau) + \frac{{}^t \dot{q}_n}{w_n} \sin(w_n \tau) \quad (q_n(0) = {}^t q_n, \quad \dot{q}_n(0) = {}^t \dot{q}_n) \quad (2.49)$$

B. $M_n \ddot{q}_n(\tau) + K_n q_n(\tau) = {}^t P_n$ denkleminin çözümü:

$$q_n(\tau) = \frac{{}^t P_n}{K_n} (1 - \cos(w_n \tau)) \quad (2.50)$$

C. $M_n \ddot{q}_n(\tau) + K_n q_n(\tau) = \frac{{}^t \Delta P_n}{\Delta t} \tau$ denkleminin çözümü:

$$q_n(\tau) = \frac{{}^t \Delta P_n}{K_n} \left(\frac{\tau}{\Delta t} - \frac{\sin(w_n \tau)}{w_n \Delta t} \right) \quad (2.51)$$

(2.49)-(2.51) numaralı analitik çözümlerin süperpozisyonu ile elde edilen n . moda ait modal yerdeğiştirme bağıntısı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$q_n(\tau) = {}^t q_n \cos(w_n \tau) + \frac{{}^t \dot{q}_n}{w_n} \sin(w_n \tau) + \frac{{}^t P_n}{K_n} (1 - \cos(w_n \tau)) + \frac{{}^t \Delta P_n}{K_n} \left(\frac{\tau}{\Delta t} - \frac{\sin(w_n \tau)}{w_n \Delta t} \right) \quad (2.52)$$

Yukarıda verilen bağıntıda ${}^t \Delta P_n$ 'nin yerine $({}^{t+\Delta t} P_n - {}^t P_n)$ yazılırsa ve bağıntıdaki değişkenler düzenlenirse, modal yerdeğiştirme bağıntısı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$q_n(\tau) = A_1(\tau) {}^t q_n + A_2(\tau) {}^t \dot{q}_n + A_3(\tau) {}^t P_n + A_4(\tau) {}^{t+\Delta t} P_n \quad (2.53a)$$

Burada,

$$A_1(\tau) = \cos(w_n \tau) \quad A_2(\tau) = \frac{1}{w_n} \sin(w_n \tau)$$

$$A_3(\tau) = \frac{1}{K_n} \left(1 - \frac{\tau}{\Delta t} + \frac{1}{w_n \Delta t} \sin(w_n \tau) - \cos(w_n \tau) \right) \quad A_4(\tau) = \frac{1}{K_n} \left(\frac{\tau}{\Delta t} - \frac{1}{w_n \Delta t} \sin(w_n \tau) \right)$$

Modal hız ve modal ivme bağıntıları için (2.53a) numaralı bağıntıdaki fonksiyonların τ değişkenine göre birinci ve ikinci türevleri alınır, aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\dot{q}_n(\tau) = \dot{A}_1(\tau) {}^t q_n + \dot{A}_2(\tau) {}^t \dot{q}_n + \dot{A}_3(\tau) {}^t P_n + \dot{A}_4(\tau) {}^{t+\Delta t} P_n \quad (2.53b)$$

$$\ddot{q}_n(\tau) = \ddot{A}_1(\tau) {}^t q_n + \ddot{A}_2(\tau) {}^t \dot{q}_n + \ddot{A}_3(\tau) {}^t P_n + \ddot{A}_4(\tau) {}^{t+\Delta t} P_n \quad (2.53c)$$

Burada,

$$\dot{A}_1(\tau) = -w_n \sin(w_n \tau) \quad \dot{A}_2(\tau) = \cos(w_n \tau)$$

$$\dot{A}_3(\tau) = \frac{1}{K_n} \left(-\frac{1}{\Delta t} + w_n \sin(w_n \tau) + \frac{1}{\Delta t} \cos(w_n \tau) \right) \quad \dot{A}_4(\tau) = \frac{1}{K_n} \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta t} \cos(w_n \tau) \right)$$

$$\begin{aligned}\ddot{A}_1(\tau) &= -w_n^2 \cos(w_n \tau) & \ddot{A}_2(\tau) &= -w_n \sin(w_n \tau) \\ \ddot{A}_3(\tau) &= \frac{1}{K_n} \left(-\frac{w_n}{\Delta t} \sin(w_n \tau) + w_n^2 \cos(w_n \tau) \right) & \ddot{A}_4(\tau) &= \frac{w_n}{K_n \Delta t} \sin(w_n \tau)\end{aligned}$$

(2.53a)-(2.53c) numaralı bağıntılarda τ yerine Δt yazılırsa, $t+\Delta t$ zamanına ait modal yerdeğiştirme, hız ve ivmeyi veren bağıntılar aşağıdaki şekilde elde edilir.

$${}^{t+\Delta t}q_n = A_1 {}^tq_n + A_2 {}^t\dot{q}_n + A_3 {}^tP_n + A_4 {}^{t+\Delta t}P_n \quad (2.54a)$$

$${}^{t+\Delta t}\dot{q}_n = A_5 {}^tq_n + A_6 {}^t\dot{q}_n + A_7 {}^tP_n + A_8 {}^{t+\Delta t}P_n \quad (2.54b)$$

$${}^{t+\Delta t}\ddot{q}_n = A_9 {}^tq_n + A_{10} {}^t\dot{q}_n + A_{11} {}^tP_n + A_{12} {}^{t+\Delta t}P_n \quad (2.54c)$$

Burada,

$$\begin{aligned}A_1 &= \cos(w_n \Delta t) & A_2 &= \frac{1}{w_n} \sin(w_n \Delta t) \\ A_3 &= \frac{1}{K_n} \left(\frac{1}{w_n \Delta t} \sin(w_n \Delta t) - \cos(w_n \Delta t) \right) & A_4 &= \frac{1}{K_n} \left(1 - \frac{1}{w_n \Delta t} \sin(w_n \Delta t) \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_5 &= -w_n \sin(w_n \Delta t) & A_6 &= \cos(w_n \Delta t) \\ A_7 &= \frac{1}{K_n} \left(-\frac{1}{\Delta t} + w_n \sin(w_n \Delta t) + \frac{1}{\Delta t} \cos(w_n \Delta t) \right) & A_8 &= \frac{1}{K_n \Delta t} (1 - \cos(w_n \Delta t))\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_9 &= -w_n^2 \cos(w_n \Delta t) & A_{10} &= -w_n \sin(w_n \Delta t) \\ A_{11} &= \frac{1}{K_n} \left(-\frac{w_n}{\Delta t} \sin(w_n \Delta t) + w_n^2 \cos(w_n \Delta t) \right) & A_{12} &= \frac{w_n}{K_n \Delta t} \sin(w_n \Delta t)\end{aligned}$$

(2.54a)-(2.54c) numaralı bağıntılar kullanılarak çok serbestlik dereceli sönümsüz sistemin modal yerdeğiştirme, hız ve ivme değerleri, $t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, t_{son}$ ayrık zaman noktalarında hesaplanabilir. Bu bağıntılar kullanılarak, ilk d mod için sistemin dinamik tepki vektörleri aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanabilir.

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{u}_d = \sum_{n=1}^d \phi_n {}^{t+\Delta t}q_n = \sum_{n=1}^d \phi_n \left(A_1 {}^tq_n + A_2 {}^t\dot{q}_n + A_3 {}^tP_n + A_4 {}^{t+\Delta t}P_n \right) \quad (2.55a)$$

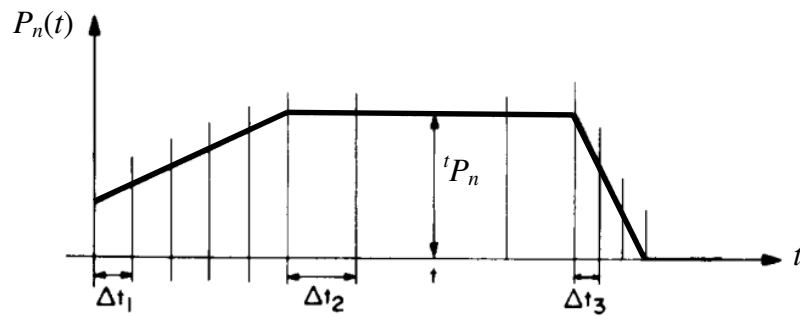
$${}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{u}}_d = \sum_{n=1}^d \phi_n {}^{t+\Delta t}\dot{q}_n = \sum_{n=1}^d \phi_n \left(A_5 {}^tq_n + A_6 {}^t\dot{q}_n + A_7 {}^tP_n + A_8 {}^{t+\Delta t}P_n \right) \quad (2.55b)$$

$${}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{u}}_d = \sum_{n=1}^d \phi_n {}^{t+\Delta t}\ddot{q}_n = \sum_{n=1}^d \phi_n \left(A_9 {}^tq_n + A_{10} {}^t\dot{q}_n + A_{11} {}^tP_n + A_{12} {}^{t+\Delta t}P_n \right) \quad (2.55c)$$

Çok serbestlik dereceli sistemlerin sönümsüz zorlanmış titreşim analizinde ilk d modun göz önüne alınmasından kaynaklanan hatanın sayısal değeri aşağıdaki bağıntı ile hesaplanabilir (Bathe, 1996).

$$\epsilon_d = \frac{\left\| {}^t\mathbf{p} - \left(\mathbf{m} {}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{u}}_d + \mathbf{k} {}^{t+\Delta t}\mathbf{u}_d \right) \right\|_2}{\left\| {}^t\mathbf{p} \right\|_2}, \quad \left\| {}^t\mathbf{p} \right\|_2 \neq 0 \quad (2.56)$$

Sistemin dinamik tepki vektörlerinin hesaplanacağı ayrık zaman noktalarını yük fonksiyonunun zamansal ayrıklaştırılmasında kullanılan zaman adımı büyüklükleri belirler. Bu büyüklükler fonksiyonun zaman tanım aralığı boyunca aynı olabileceği gibi yük fonksiyonunun zamansal değişimini yakalamak amacı ile şekil 2.2'deki gibi değişken değerlerde de olabilir (Bathe ve Cimento, 1980).



Şekil 2.2 Modal yük fonksiyonunun zamansal ayrıklaştırılması

Diğer bir yandan, zaman adımı büyüklükleri her bir mod için belirli bir doğruluk düzeyini hedef olarak seçilmelidir. Çok serbestlik dereceli sistemlerin n . modu için bu değer $\Delta t/T_n \leq 0,1$ olarak önerilmektedir (Chopra, 1995, Bathe, 1996, Celep ve Kumbasar, 2001, Clough ve Penzien, 2003).

2.1.4 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Sönümlü Zorlanmış Titreşiminin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi

Çok serbestlik dereceli sistemlerin sönümlü zorlanmış titreşim hareket denklemi ve bu denklemin çözümünde göz önüne alınacak başlangıç koşulları aşağıdaki şekilde yazılabilir (Chopra, 1995, Clough ve Penzien, 2003, Çatal, 2005).

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{k} \mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (2.57)$$

$$\mathbf{u}(0) = \mathbf{u}, \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \dot{\mathbf{u}} \quad (2.58)$$

(2.57) numaralı hareket denkleminin (2.58) ile tanımlanan başlangıç koşullarına bağlı çözümü için (2.3) numaralı bağıntı ve zamana göre ardışık türevleri (2.57) numaralı hareket denkleminde yerlerine yazılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\mathbf{m} \sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_r \ddot{q}_r(t) + \mathbf{c} \sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_r \dot{q}_r(t) + \mathbf{k} \sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_r q_r(t) = \mathbf{p}(t) \quad (2.59)$$

Yukarıda verilen bağıntıdaki tüm terimler sol yanından $\boldsymbol{\Phi}_n^T$ vektörü ile çarpılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\sum_{r=1}^N (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_r) \ddot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{c} \boldsymbol{\phi}_r) \dot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_r) q_r(t) = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{p}(t) \quad (2.60)$$

Yukarıda verilen bağıntıdaki toplamlarda, mod vektörlerinin kütle, sönüm ve rijitlik matrislerine göre olan ortogonallik özelliğinden dolayı klasik sönümlü sistemlerde sadece $r = n$ indisli terimler kalacağından bağıntı aşağıdaki şekli alır.

$$(\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n) \ddot{q}_n(t) + (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{c} \boldsymbol{\phi}_n) \dot{q}_n(t) + (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_n) q_n(t) = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{p}(t) \quad (2.61)$$

(2.61) numaralı bağıntının, N adet serbest titreşim modu için matris formda ifadesi aşağıdaki şekilde yazılabilir (Chopra, 1995, Clough ve Penzien, 2003, Çatal, 2005).

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{q}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (2.62)$$

Burada,

$$\mathbf{M} = \Phi^T \mathbf{m} \Phi, \quad \mathbf{C} = \Phi^T \mathbf{c} \Phi, \quad \mathbf{K} = \Phi^T \mathbf{k} \Phi, \quad \mathbf{P} = \Phi^T \mathbf{p}(t)$$

Klasik sönümlü sistemlerin mod birleştirme yöntemi ile zaman tanım aralığında dinamik analizleri için de modal yük fonksiyonunun doğrusal interpolate edilmiş formunun kullanılması uygundur. Bu amaç doğrultusunda göz önüne alınacak (2.61) numaralı bağıntı aşağıda verilen şekilde yazılabilir.

$$M_n \ddot{q}_n(\tau) + C_n \dot{q}_n(\tau) + K_n q_n(\tau) = {}^t P_n + \frac{{}^{t+\Delta t} P_n - {}^t P_n}{\Delta t} \tau = {}^t P_n + \frac{{}^t \Delta P_n}{\Delta t} \tau \quad (2.63)$$

$0 \leq \tau \leq \Delta t$ olmak üzere, yukarıda verilen modal koordinatlardaki hareket denkleminin çözümü için ele alınacak problemler ve analitik çözümleri aşağıdaki bağıntılar ile verilmiştir.

A. $M_n \ddot{q}_n(\tau) + C_n \dot{q}_n(\tau) + K_n q_n(\tau) = 0$ denkleminin başlangıç koşulları için çözümü:

$$q_n(\tau) = e^{-\zeta_n w_n \tau} \left({}^t q_n \cos(w_{nD} \tau) + \frac{{}^t \dot{q}_n + \zeta_n w_n {}^t q_n}{w_{nD}} \sin(w_{nD} \tau) \right) \quad \begin{pmatrix} q_n(0) = {}^t q_n \\ \dot{q}_n(0) = {}^t \dot{q}_n \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

B. $M_n \ddot{q}_n(\tau) + C_n \dot{q}_n(\tau) + K_n q_n(\tau) = {}^t P_n$ denkleminin çözümü:

$$q_n(\tau) = \frac{{}^t P_n}{K_n} \left[1 - e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\cos(w_{nD} \tau) + \frac{\zeta_n}{\sqrt{1 - \zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \tau) \right) \right] \quad (2.65)$$

C. $M_n \ddot{q}_n(\tau) + C_n \dot{q}_n(\tau) + K_n q_n(\tau) = \frac{{}^t \Delta P_n}{\Delta t} \tau$ denkleminin çözümü:

$$q_n(\tau) = \frac{{}^t \Delta P_n}{K_n} \left[\frac{\tau}{\Delta t} - \frac{2 \zeta_n}{w_n \Delta t} + e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\frac{2 \zeta_n}{w_n \Delta t} \cos(w_{nD} \tau) + \frac{2 \zeta_n^2 - 1}{w_{nD} \Delta t} \sin(w_{nD} \tau) \right) \right] \quad (2.66)$$

(2.64)-(2.66) numaralı analitik çözümlerin süperpozisyonu ile elde edilecek, n . moda ait modal yerdeğiştirme bağıntısı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} q_n(\tau) = & e^{-\zeta_n w_n \tau} \left({}^t q_n \cos(w_{nD} \tau) + \frac{{}^t \dot{q}_n + \zeta_n w_n {}^t q_n}{w_{nD}} \sin(w_{nD} \tau) \right) \\ & + \frac{{}^t P_n}{K_n} \left[1 - e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\cos(w_{nD} \tau) + \frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \tau) \right) \right] \\ & + \frac{{}^t \Delta P_n}{K_n} \left[\frac{\tau}{\Delta t} - \frac{2 \zeta_n}{w_n \Delta t} + e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\frac{2 \zeta_n}{w_n \Delta t} \cos(w_{nD} \tau) + \frac{2 \zeta_n^2 - 1}{w_{nD} \Delta t} \sin(w_{nD} \tau) \right) \right] \end{aligned} \quad (2.67)$$

Yukarıda verilen bağıntıda ${}^t \Delta P_n$ 'nin yerine $({}^{t+\Delta t} P_n - {}^t P_n)$ yazılırsa ve bağıntıdaki değişkenler düzenlenirse, modal yerdeğiştirme bağıntısı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$q_n(\tau) = B_1(\tau) {}^t q_n + B_2(\tau) {}^t \dot{q}_n + B_3(\tau) {}^t P_n + B_4(\tau) {}^{t+\Delta t} P_n \quad (2.68a)$$

Burada,

$$\begin{aligned} B_1(\tau) &= e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \tau) + \cos(w_{nD} \tau) \right) \\ B_2(\tau) &= e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\frac{1}{w_{nD}} \sin(w_{nD} \tau) \right) \\ B_3(\tau) &= \frac{1}{K_n} \left\{ 1 - \frac{\tau}{\Delta t} + \frac{2 \zeta_n}{w_n \Delta t} + e^{-\zeta_n w_n \tau} \left[\left(\frac{1-2 \zeta_n^2}{w_{nD} \Delta t} - \frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \right) \sin(w_{nD} \tau) \rightarrow \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \left(1 + \frac{2 \zeta_n}{w_n \Delta t} \right) \cos(w_{nD} \tau) \right] \right\} \\ B_4(\tau) &= \frac{1}{K_n} \left[\frac{\tau}{\Delta t} - \frac{2 \zeta_n}{w_n \Delta t} + e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\frac{2 \zeta_n^2 - 1}{w_{nD} \Delta t} \sin(w_{nD} \tau) + \frac{2 \zeta_n}{w_n \Delta t} \cos(w_{nD} \tau) \right) \right] \end{aligned}$$

Modal hız ve modal ivme bağıntıları için (2.68a) numaralı bağıntıdaki fonksiyonların τ değişkenine göre birinci ve ikinci türevleri alınırsa, aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\dot{q}_n(\tau) = \dot{B}_1(\tau)^t q_n + \dot{B}_2(\tau)^t \dot{q}_n + \dot{B}_3(\tau)^t P_n + \dot{B}_4(\tau)^{t+\Delta t} P_n \quad (2.68b)$$

$$\ddot{q}_n(\tau) = \ddot{B}_1(\tau)^t q_n + \ddot{B}_2(\tau)^t \dot{q}_n + \ddot{B}_3(\tau)^t P_n + \ddot{B}_4(\tau)^{t+\Delta t} P_n \quad (2.68c)$$

Burada,

$$\dot{B}_1(\tau) = -e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\frac{w_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \tau) \right)$$

$$\dot{B}_2(\tau) = e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\cos(w_{nD} \tau) - \frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \tau) \right)$$

$$\dot{B}_3(\tau) = \frac{1}{K_n} \left\{ -\frac{1}{\Delta t} + e^{-\zeta_n w_n \tau} \left[\left(\frac{w_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} + \frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2} \Delta t} \right) \sin(w_{nD} \tau) + \frac{1}{\Delta t} \cos(w_{nD} \tau) \right] \right\}$$

$$\dot{B}_4(\tau) = \frac{1}{K_n \Delta t} \left[1 - e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \tau) + \cos(w_{nD} \tau) \right) \right]$$

$$\ddot{B}_1(\tau) = w_n^2 e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \tau) - \cos(w_{nD} \tau) \right)$$

$$\ddot{B}_2(\tau) = w_n e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\frac{2\zeta_n^2 - 1}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \tau) - 2\zeta_n \cos(w_{nD} \tau) \right)$$

$$\ddot{B}_3(\tau) = \frac{w_n}{K_n} e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(-\frac{\zeta_n w_n \Delta t + 1}{\sqrt{1-\zeta_n^2} \Delta t} \sin(w_{nD} \tau) + w_n \cos(w_{nD} \tau) \right)$$

$$\ddot{B}_4(\tau) = \frac{1}{K_n \Delta t} e^{-\zeta_n w_n \tau} \left(\frac{w_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \tau) \right)$$

(2.68a)-(2.68c) numaralı bağıntılarda τ yerine Δt yazılırsa, $t+\Delta t$ zamanına ait modal yerdeğiştirme, hız ve ivmeyi veren bağıntılar aşağıdaki şekilde elde edilir.

$${}^{t+\Delta t}q_n = B_1 {}^tq_n + B_2 {}^t\dot{q}_n + B_3 {}^tP_n + B_4 {}^{t+\Delta t}P_n \quad (2.69a)$$

$${}^{t+\Delta t}\dot{q}_n = B_5 {}^tq_n + B_6 {}^t\dot{q}_n + B_7 {}^tP_n + B_8 {}^{t+\Delta t}P_n \quad (2.69b)$$

$${}^{t+\Delta t}\ddot{q}_n = B_9 {}^tq_n + B_{10} {}^t\dot{q}_n + B_{11} {}^tP_n + B_{12} {}^{t+\Delta t}P_n \quad (2.69c)$$

Burada,

$$B_1 = e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left(\frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \Delta t) + \cos(w_{nD} \Delta t) \right)$$

$$B_2 = e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left(\frac{1}{w_{nD}} \sin(w_{nD} \Delta t) \right)$$

$$B_3 = \frac{1}{K_n} \left\{ \frac{2\zeta_n}{w_n \Delta t} + e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left[\left(\frac{1-2\zeta_n^2}{w_{nD} \Delta t} - \frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \right) \sin(w_{nD} \Delta t) \rightarrow \right. \right. \\ \left. \left. - \left(1 + \frac{2\zeta_n}{w_n \Delta t} \right) \cos(w_{nD} \Delta t) \right] \right\}$$

$$B_4 = \frac{1}{K_n} \left[1 - \frac{2\zeta_n}{w_n \Delta t} + e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left(\frac{2\zeta_n^2 - 1}{w_{nD} \Delta t} \sin(w_{nD} \Delta t) + \frac{2\zeta_n}{w_n \Delta t} \cos(w_{nD} \Delta t) \right) \right]$$

$$B_5 = -e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left(\frac{w_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \Delta t) \right)$$

$$B_6 = e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left(\cos(w_{nD} \Delta t) - \frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \Delta t) \right)$$

$$B_7 = \frac{1}{K_n} \left\{ -\frac{1}{\Delta t} + e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left[\left(\frac{w_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} + \frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2} \Delta t} \right) \sin(w_{nD} \Delta t) + \frac{1}{\Delta t} \cos(w_{nD} \Delta t) \right] \right\}$$

$$B_8 = \frac{1}{K_n \Delta t} \left[1 - e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left(\frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \Delta t) + \cos(w_{nD} \Delta t) \right) \right]$$

$$B_9 = w_n^2 e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left(\frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \Delta t) - \cos(w_{nD} \Delta t) \right)$$

$$B_{10} = w_n e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left(\frac{2\zeta_n^2 - 1}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \Delta t) - 2\zeta_n \cos(w_{nD} \Delta t) \right)$$

$$B_{11} = \frac{w_n}{K_n} e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left(-\frac{\zeta_n w_n \Delta t + 1}{\sqrt{1-\zeta_n^2} \Delta t} \sin(w_{nD} \Delta t) + w_n \cos(w_{nD} \Delta t) \right)$$

$$B_{12} = \frac{1}{K_n \Delta t} e^{-\zeta_n w_n \Delta t} \left(\frac{w_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin(w_{nD} \Delta t) \right)$$

İlk d mod için sistemin dinamik tepki vektörleri ayırık zaman noktalarında aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanabilir.

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{u}_d = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} q_n = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n (B_1 {}^t q_n + B_2 {}^t \dot{q}_n + B_3 {}^t P_n + B_4 {}^{t+\Delta t} P_n) \quad (2.70a)$$

$${}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{u}}_d = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} \dot{q}_n = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n (B_5 {}^t q_n + B_6 {}^t \dot{q}_n + B_7 {}^t P_n + B_8 {}^{t+\Delta t} P_n) \quad (2.70b)$$

$${}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{u}}_d = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} \ddot{q}_n = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n (B_9 {}^t q_n + B_{10} {}^t \dot{q}_n + B_{11} {}^t P_n + B_{12} {}^{t+\Delta t} P_n) \quad (2.70c)$$

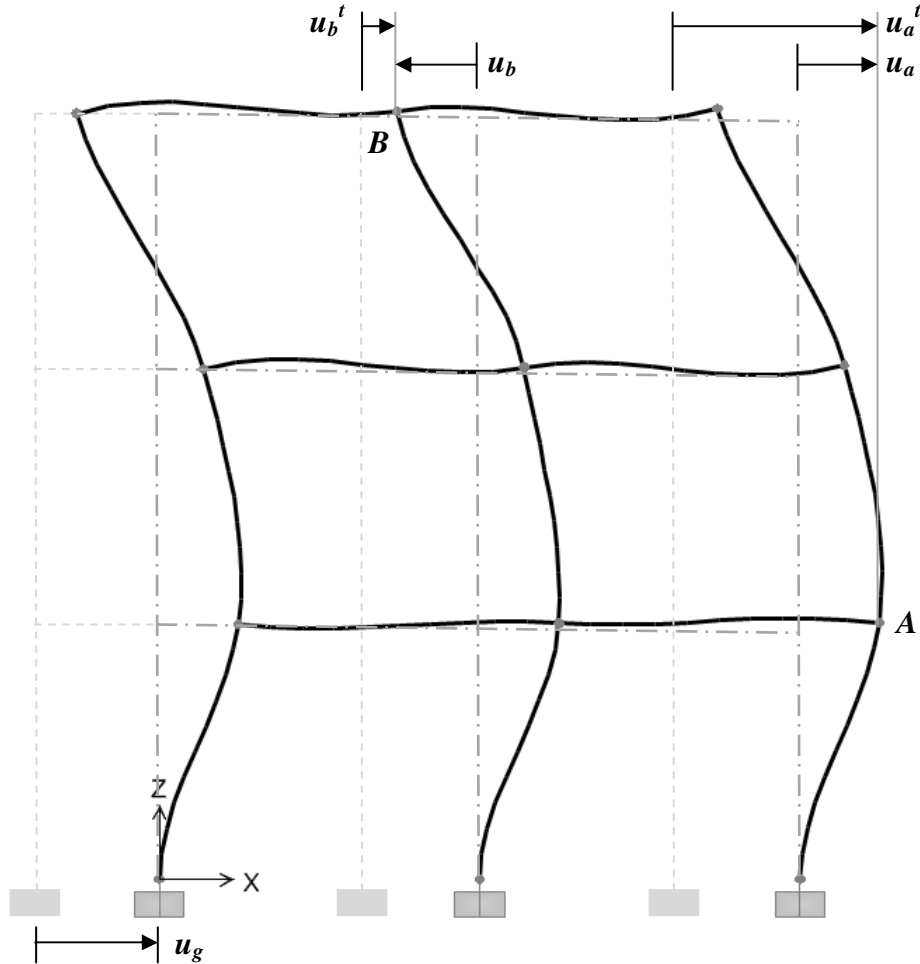
Klasik sönümlü çok serbestlik dereceli sistemlerin zorlanmış titreşim analizinde ilk d modun göz önüne alınmasından kaynaklanan hatanın sayısal değeri aşağıdaki bağıntı ile hesaplanabilir.

$$\epsilon_d = \frac{\| {}^t \mathbf{p} - (\mathbf{m} {}^t \ddot{\mathbf{u}}_d + \mathbf{c} {}^t \dot{\mathbf{u}}_d + \mathbf{k} {}^t \mathbf{u}_d) \|_2}{\| {}^t \mathbf{p} \|_2}, \quad \| {}^t \mathbf{p} \|_2 \neq 0 \quad (2.71)$$

2.1.5 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Güçlü Yer İvmeleri Etkisindeki Zorlanmış Titreşimlerinin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi

Yatay yer hareketi etkisindeki çok serbestlik dereceli sistemlerin zorlanmış titreşim hareketinin t anında, sistemin j . serbestlik derecesinde toplanmış m_j kütlelerinin yatay yerdeğiştirme değeri aşağıdaki şekilde ifade edilebilir. Bağlıda u_g , yer hareketini; u_j^t , kütlelerin mutlak yerdeğiştirmesini; u_j ise kütlelerin yere göre olan relatif yerdeğiştirmesini göstermektedir (Chopra, 1995).

$$u_j^t(t) = u_j(t) + u_g(t) \quad (2.72)$$



Şekil 2.3 Yatay yer hareketi etkisindeki düzlemsel çerçeve sistemin A. ve B. serbestlik derecelerindeki kütlelerin relatif ve mutlak yerdeğiştirmeleri

(2.72) numaralı bağıntı ile tanımlanan, m_j kütlelerinin mutlak yerdeğiştirme değeri kütlelerin yere göre olan relatif yerdeğiştirme değeri ile yer hareketinin cebirsel toplamı olarak göz önüne alınmalıdır; çünkü kütlelerin relatif yerdeğiştirmeleri, seçilen referans eksenine göre hem pozitif hem negatif değerler alabilir (şekil 2.3). (2.72) numaralı bağıntı sistemin serbestlik derecelerinde topraklanmış tüm kütleler için genelleştirilecek olursa, mutlak yerdeğiştirme vektörü için aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$\mathbf{u}^t(t) = \mathbf{u}(t) + \mathbf{1} u_g(t) \quad (2.73)$$

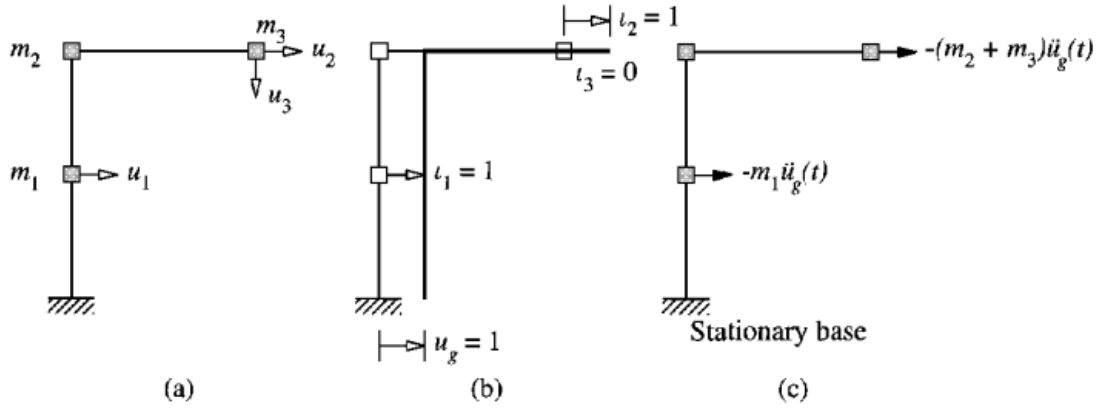
Burada \mathbf{u}^t , mutlak yerdeğiştirme vektörünü ve $\mathbf{1}$, etki vektörünü göstermektedir. Etki vektörü $\mathbf{1}$, statik olarak uygulanan birim yer hareketi için serbestlik derecelerinin yerdeğiştirmelerini gösterir (Chopra, 1995, Clough ve Penzien, 2003).

(2.73) numaralı bağıntı ile verilen mutlak yerdeğiştirme vektörünün zamana göre ikinci türevi, sistemin serbestlik derecelerine doğrudan etkiyen bir dış yük olmaması dolayısı ile sağ yansız hareket denkleminde ivme vektörü olarak yerine yazılırsa ve bağıntı düzenlenirse, çok serbestlik dereceli sistemlerin yatay yer hareketi etkisindeki zorlanmış titreşim hareketini tanımlayan aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{k} \mathbf{u}(t) = -\mathbf{m} \mathbf{1} \ddot{u}_g(t) \quad (2.74)$$

Yukarıda verilen hareket denkleminde, mutlak yerdeğiştirme vektörünün sadece ivme vektörü olarak dikkate alınmasının sebebi yalnızca atalet kuvvetlerinin mutlak yerdeğiştirmeler ile orantılı olmasından dolayıdır. Sistemde meydana gelen sönüm kuvvetleri ve elastik kuvvetler ise relatif hızlara ve relatif yerdeğiştirmelere bağlıdır (Chopra, 1995, Celep ve Kumbasar, 2001). (2.74) numaralı bağıntıda, eşitliğin sol yanındaki $-\mathbf{m} \mathbf{1} \ddot{u}_g(t)$ vektörünün elemanları efektif deprem yükleri olarak adlandırılır ve bu vektör yer ivmelerinin sistem içindeki uzaysal dağılımını simgelemektedir.

Etki vektörüne ve efektif deprem yüklerine örnek olması bakımından şekil 2.4'de verilen çok serbestlik dereceli düzlemsel çerçeve sistemi ele alalım (Chopra, 1995).



Şekil 2.4 a. L formundaki düzlemsel çerçeve sistem b. Etki vektörü c. Efektif deprem yükleri

Şekil 2.4b'den görüleceği üzere yatay birim yer hareketi için etki vektörünün u_1 ve u_2 yatay serbestlik derecelerine karşı gelen elemanları 1, düşey serbestlik derecesi olan u_3 'e karşı gelen elemanı ise 0 olmaktadır ($\mathbf{t} = [1, 1, 0]^T$). Bu durum sistemde dönme serbestlik derecelerinin bulunması durumu için de geçerlidir. Kısaca, yatay birim yer hareketi için çok serbestlik dereceli sistemlerde etki vektörünün yalnızca sistemin yatay serbestlik derecelerine karşı gelen değerlerinin 1 olacağı söylenebilir. Şekil 2.4c'de sistemde tanımlı elemanların aksenal olarak sonsuz rijit olduğu kabulü için efektif deprem yüklerinin sistem içindeki dağılımı gösterilmektedir. Böyle bir kabul doğrultusunda, u_2 serbestlik derecesi için m_2 ve m_3 topaklanmış kütleleri aynı ivme ile hareket edecektir ki, bu durum rijit diyafram davranışına (kabulüne) karşılık gelmektedir. Çalışmanın sayısal uygulamalar bölümünde yapısal sistemlerde rijit diyafram davranışı güçlü yer ivmeleri etkisindeki düzlem çerçeve sistem modelleri üzerinden ile zaman tanım aralığında dinamik analizler ile araştırılacaktır.

(2.74) numaralı bağıntının sağ yanında bulunan ve yer ivmelerinin çarpanı olan $\mathbf{m} \mathbf{t}$ vektörü, yerdeğiştirme vektörü gibi N adet doğrusal bağımsız vektörün toplamı olarak ayrıştırılabilir. Böyle bir ayrıştırma ile yer ivmelerinin genliklerinin hem sistemin serbestlik derecelerine göre olan dağılımı hem de serbest titreşim modlarına göre olan dağılımı hakkında bilgi edinmek mümkün olur. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki bağıntı yazılabilir (Chopra, 1995).

$$\mathbf{m} \mathbf{t} = \sum_{r=1}^N \Gamma_r \mathbf{m} \phi_r \quad (2.75)$$

(2.75) numaralı bağıntı her iki yanından $\mathbf{\Phi}_n^T$ vektörü ile çarpılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\mathbf{\Phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota} = \sum_{r=1}^N \Gamma_r (\mathbf{\Phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_r) \quad (2.76)$$

Yukarıda verilen bağıntıda mod vektörlerinin kütle matrisine göre olan ortogonalite özelliği dikkate alınır ise, bağıntı aşağıdaki şekli alır.

$$\Gamma_n = \frac{\mathbf{\Phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota}}{\mathbf{\Phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n} = \frac{\mathbf{\Phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota}}{M_n} \quad (2.77)$$

(2.77) numaralı bağıntı ile tanımlanan Γ_n , modal katılım çarpanı olarak adlandırılır ve bu çarpan, n . modun sistemin dinamik tepkilerine yaptığı katılımın bir göstergesi olarak görülebilir. Fakat bu çarpan, hesaplanmasında kullanılan mod vektörlerinin normleştirilmesi için seçilen yöntemle ilgili olduğu için sadece mutlak büyüklük olarak görülmelidir. Modal katılım çarpanı, farklı modlar için hem pozitif hem de negatif değerler alabilirse de yüksek modlara doğru mutlak büyüklüğü azalır. Bu bakımdan, genel formdaki bir dinamik yük için ya da deprem yükleri söz konusu olduğu zaman çok serbestlik dereceli sistemler 1. modda titreşme eğilimi gösterirler.

(2.77) numaralı bağıntı ile tanımlanan modal katılım çarpanı, güçlü yer ivmeleri etkisindeki çok serbestlik dereceli sistemin n . modunun zorlanmış titreşim hareket denkleminde yerine yazılır ve elde edilen bağıntı düzenlenirse, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\ddot{q}_n(t) + 2 \zeta_n w_n \dot{q}_n(t) + w_n^2 q_n(t) = -\Gamma_n \ddot{u}_g(t) \quad (2.78)$$

(2.78) numaralı bağıntıdaki tüm terimler Γ_n değerine bölünürse, bağıntı aşağıdaki şekli alır (Chopra, 1995).

$$\ddot{D}_n(t) + 2 \zeta_n w_n \dot{D}_n(t) + w_n^2 D_n(t) = -\ddot{u}_g(t) \quad (2.79)$$

Burada,

$$q_n(t) = \Gamma_n D_n(t), \quad \dot{q}_n(t) = \Gamma_n \dot{D}_n(t), \quad \ddot{q}_n(t) = \Gamma_n \ddot{D}_n(t)$$

(2.79) numaralı bağıntıdan, önceki bölümde anlatılan sayısal çözüm metodu ile tüm modlar için D_n değerleri bulunur ve ardından (2.80) numaralı bağıntılarda verilen şekilde, önce modal koordinatlara daha sonrada geometrik koordinatlara geçilirse, güçlü yer ivmeleri etkisindeki çok serbestlik dereceli sistemlerin zaman tanım aralığında dinamik analizi tamamlanmış olur. İlk d mod için sistemin dinamik tepki vektörleri ayrık zaman noktalarında aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanabilir.

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{u}_d = \sum_{n=1}^d \phi_n {}^{t+\Delta t} q_n = \sum_{n=1}^d \phi_n \Gamma_n (B_1 {}^t D_n + B_2 {}^t \dot{D}_n + B_3 {}^t P_n + B_4 {}^{t+\Delta t} P_n) \quad (2.80a)$$

$${}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{u}}_d = \sum_{n=1}^d \phi_n {}^{t+\Delta t} \dot{q}_n = \sum_{n=1}^d \phi_n \Gamma_n (B_5 {}^t D_n + B_6 {}^t \dot{D}_n + B_7 {}^t P_n + B_8 {}^{t+\Delta t} P_n) \quad (2.80b)$$

$${}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{u}}_d = \sum_{n=1}^d \phi_n {}^{t+\Delta t} \ddot{q}_n = \sum_{n=1}^d \phi_n \Gamma_n (B_9 {}^t D_n + B_{10} {}^t \dot{D}_n + B_{11} {}^t P_n + B_{12} {}^{t+\Delta t} P_n) \quad (2.80c)$$

Çalışmanın sayısal uygulamalar bölümünde, güçlü yer ivmeleri etkisindeki düzlem çerçeve sistem modellerinin zaman tanım aralığında dinamik analizinde kullanılmak üzere geliştirilen bilgisayar programı ZA_TA (Ek1), mod birleştirme yöntemi için (2.80a)-(2.80c) numaralı bağıntıları kullanmaktadır.

2.1.6 Modların Birleştirilmesi Yöntemi ile Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizde Özel Analiz Metotları

Önceki bölümlerde bahsedildiği üzere çok serbestlik dereceli sistemlerin dinamik analizlerinde, sistemin tüm serbest titreşim modlarının hesaba katılmaması göz önüne alınan mod sayısına bağlı olmakla beraber belirli bir hata yaratır. Bu hatanın sayısal değerinin azaltılması ya da ortadan kaldırılması için statik düzeltme metodu ve mod ivme süperpozisyon metodu olarak adlandırılan 2 metot mevcuttur. Bu

metotların dayandığı teorik yapı aşağıda verilen parametreler ile yakından ilişkilidir (Clough ve Penzien, 2003).

1. Dinamik dış yükün uzaysal dağılımı ile mod şeklinin etkileşimi sayılabilecek olan modal katılım çarpanı
2. Dinamik dış yükün frekans içeriğine ve söz konusu modun serbest titreşim frekansına bağlı olan dinamik büyütme çarpanı

Bu parametrelerden modal katılım çarpanı önceki bölümlerde ele alınmıştı. Dinamik büyütme çarpanının dayandığı teori için, (2.81) numaralı bağıntı ile verilen harmonik yük etkisindeki sönümlü çok serbestlik dereceli sistemin n . modunun zorlanmış titreşim hareket denklemini ele alalım.

$$\ddot{q}_n(t) + 2 \zeta_n w_n \dot{q}_n(t) + w_n^2 q_n(t) = \frac{P_0}{M_n} \sin(\bar{w} t) \quad (2.81)$$

Burada P_0 , harmonik yük fonksiyonunun n . moddaki genliğini; \bar{w} fonksiyonunun açısal frekansını göstermektedir. (2.81) numaralı bağıntının genel çözümü aşağıdaki bağıntıda verilmiştir (Chopra, 1995, Celep ve Kumbasar, 2001, Kasımcı, 2004).

$$q_n(t) = e^{-\zeta_n w_n t} (A_n \cos(w_{nD} t) + B_n \sin(w_{nD} t)) + \frac{P_0}{K_n} \frac{1}{(1 - \Psi^2)^2 + (2 \zeta_n \Psi)^2} \left[(1 - \Psi^2) \sin(\bar{w} t) - 2 \zeta_n \Psi \cos(\bar{w} t) \right] \quad (2.82)$$

Burada $\Psi = \bar{w}/w_n$ olmak üzere, Ψ frekans oranını göstermektedir. Bu bağıntıdaki A_n ve B_n sabitleri başlangıç koşullarına bağlı olarak hesaplanabilir. (2.82) numaralı bağıntı ile verilen çözümün ilk parçasının modun davranışına olan etkisi üstel fonksiyondan dolayı zamanla azalır, bu nedenle bu parça geçici titreşim olarak isimlendirilir. İkinci parça ise dış yük ile aynı frekansta olan kararlı titreşimi temsil eder (Celep ve Kumbasar, 2001). (2.82) numaralı bağıntı, geçici titreşimin zamanla sönümlenmesi dolayısıyla ile yalnızca kararlı titreşim esas alınarak aşağıdaki şekilde yazılabilir. Bağıntıdaki p indisi özel çözümü simgelemektedir.

$$(q_n)_p(t) = \frac{P_0}{K_n} \frac{1}{\sqrt{(1-\Psi^2)^2 + (2\zeta_n\Psi)^2}} (\sin(\bar{w}t) - \theta) \quad (2.83)$$

Burada θ , modal yerdeğiştirmenin kararlı titreşiminin dış kuvveti izlemekteki faz farkını göstermektedir. Faz farkının değişimi $0 < \theta < 180$ aralığı ile sınırlıdır.

$$\theta = \arctan\left(\frac{2\zeta_n\Psi}{1-\Psi^2}\right) \quad (2.84)$$

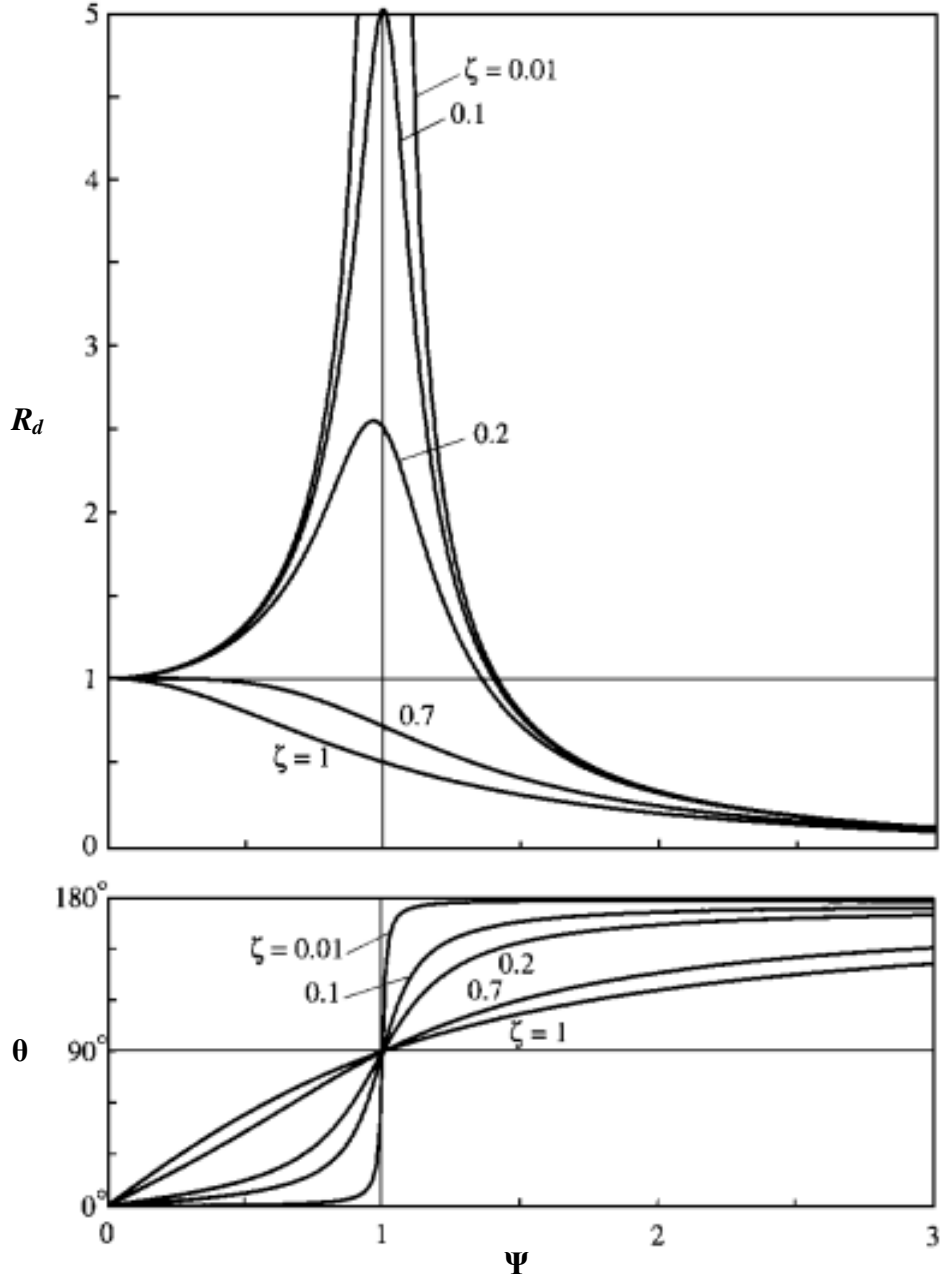
Yerdeğiştirmenin kararlı titreşimin genliğinin, harmonik yükün P_0 genliğinden dolayı oluşan statik yerdeğiştirmelere oranı dinamik büyütme çarpanı olarak isimlendirilir. Dinamik büyütme çarpanı çok serbestlik dereceli sistemin n . modu için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$(R_d)_n = \frac{(q_n)_p}{(q_n)_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\Psi^2)^2 + (2\zeta_n\Psi)^2}} \quad (2.85)$$

(2.84) ve (2.85) numaralı bağıntılar ile verilen θ ve R_d parametrelerinin frekans ve sönüm oranlarına göre olan değişimleri şekil 2.5'de gösterilmiştir (Chopra, 1996). (2.85) numaralı bağıntı ile verilen dinamik büyütme çarpanı ele alınır ise, frekans oranı 0'a giderken ($\bar{w}/w_n \ll 1$) bu çarpanın sönümden bağımsız olarak 1 değerine yaklaştığı görülür. Bu durumda n . modun kararlı titreşimdeki modal yerdeğiştirme değeri, n . modun statik yerdeğiştirme değeri olan P_0/K_n değerine eşit olur. Bu bakımdan belirli bir dinamik yük fonksiyonu için yüksek modların ($\Psi < 0,25$) statik davranış gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır (Bathe, 1996). Bu sonuç statik düzeltme metodu ve mod ivme süperpozisyon metodunun çıkış noktasıdır. Söz konusu modun titreşim frekansının dinamik yükün açısai frekansına eşit olduğu durumda ise (rezonans frekansı olarak adlandırılır), modal yerdeğiştirme değerleri en büyük olur.

Çok serbestlik dereceli sistemler için dinamik büyütme çarpanı her ne kadar modların dinamik davranışı hakkında bir gösterge olarak görülebilirse de tek başına

modal etkinlik üzerinde belirleyici değildir. Bu faktörün modal katılım çarpanı ile birlikte değerlendirilmesi gerekir; çünkü sistemin herhangi bir modunun dinamik büyütme çarpanı diğer modlara göre yüksek de olsa, modal katılım çarpanı mutlak olarak büyük olmadığı zaman mod, sistemin dinamik tepkilerine önemli bir katkı yapamaz.



Şekil 2.5 Dinamik büyütme çarpanının ve faz açısının sönüm ve frekans oranlarına göre değişimi

2.1.6.1 Statik Düzeltme Metodu

Dinamik yükler etkisindeki çok serbestlik dereceli sistemlerin yüksek modlarının statik davranış gösterdiği ve dolayısı ile bu modların tepkilerinin statik analiz ile hesaplanabileceği düşüncesinden yola çıkarak, geometrik koordinatlar ile modal koordinatlar arasındaki dönüşümü sağlayan (2.3) numaralı bağıntı aşağıdaki şekilde yazılabilir (Clough ve Penzien, 2003).

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_d(t) + \mathbf{u}_s(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) + \sum_{n=d+1}^N \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) \quad (2.86)$$

Bağıntıdaki toplamda d indisi ile gösterilen terim düşük frekans değerlerine karşı gelen modların yerdeğiştirme vektörüne olan katkılarını, s indisli terim ise dinamik büyütme çarpanının etkisinin ihmal edilebileceği yüksek modları temsil etmektedir. (2.86) numaralı bağıntıdaki ilk d modun dinamik tepkileri daha önceki bölümlerde anlatılan metot ile hesaplanabilir. Geri kalan $N - d$ modun, yük fonksiyonunun tanımlı olduğu zaman aralığı boyunca olan tepkileri ise statik analiz yaklaşımı ile aşağıdaki şekilde hesaplanabilir (Clough ve Penzien, 2003).

$$(q_n)_{st} = \frac{P_n(t)}{K_n} = \frac{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{p}(t)}{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_n} \quad (2.87)$$

Burada $(q_n)_{st}$, çok serbestlik dereceli sistemin n . modunun statik olarak hesaplanan modal yerdeğiştirme değerini göstermektedir. (2.87) numaralı bağıntının $\boldsymbol{\phi}_n$ vektörü ile çarpılması ile n . modun, yerdeğiştirme vektörüne statik katkısı olan $(\mathbf{u}_n)_{st}$ vektörü aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$(\mathbf{u}_n)_{st}(t) = \boldsymbol{\phi}_n (q_n)_{st} = \frac{\boldsymbol{\phi}_n \boldsymbol{\phi}_n^T}{K_n} \mathbf{p}(t) \quad (2.88)$$

(2.88) numaralı bağıntı daha sade bir formda, aşağıdaki şekilde yazılabilir (Clough ve Penzien, 2003).

$$(\mathbf{u}_n)_{st}(t) = \mathbf{F}_n \mathbf{p}(t) \quad (2.89)$$

Burada,

$$\mathbf{F}_n = \frac{\boldsymbol{\phi}_n \boldsymbol{\phi}_n^T}{K_n}$$

Bu bağıntıda \mathbf{F}_n , modal esneklik (*fleksibilite*) matrisi olarak adlandırılır. Bu durumda yüksek modların statik tepkileri için aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$\mathbf{u}_s(t) = \sum_{n=d+1}^N \mathbf{F}_n \mathbf{R} f(t) \quad (2.90)$$

Burada \mathbf{R} , yük dağılım vektörünü; $f(t)$ ise genlik fonksiyonunu göstermektedir. Örnek olarak $\mathbf{R}f(t)$, yer ivmeleri etkisindeki çok serbestlik dereceli sistemler için $\mathbf{m} \mathbf{t} \ddot{u}_g(t)$ 'ye denk düşmektedir. Böylece, tepkileri dinamik ve statik olarak hesaplanan tüm modların birleştirilmesi ile yerdeğiştirme vektörü için aşağıdaki bağıntı elde edilir (Clough ve Penzien, 2003).

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) + \sum_{n=d+1}^N \mathbf{F}_n \mathbf{R} f(t) \quad (2.91)$$

(2.91) numaralı bağıntı, mevcut şekli ile henüz bir avantaj getirmemektedir; çünkü tüm modların mod vektörlerinin hesaplanmasını gerektirir ve bu gereklilik, söz konusu sistemin serbestlik derecesi çok büyük olduğunda zaman alıcı olabilir. Bu bakımdan, (2.92) numaralı bağıntıda verilen şekilde, sistemin rijitlik matrisinin tersi kullanılarak hesaplanan toplam tepki vektöründen ilk d mod için hesaplanan dinamik tepki vektörünün çıkarılması ile statik tepki vektörü elde edilerek yüksek modların mod vektörlerinin hesaplanması gerekliliği ortadan kaldırılabilir (Clough ve Penzien, 2003).

$$\mathbf{u}_s(t) = \mathbf{k}^{-1} \mathbf{R} f(t) - \sum_{n=1}^d \mathbf{F}_n \mathbf{R} f(t) \quad (2.92)$$

Böylece statik düzeltme metodunun son hali aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^d \phi_n q_n(t) + \left[\mathbf{k}^{-1} - \sum_{n=1}^d \mathbf{F}_n \right] \mathbf{R} f(t) \quad (2.93)$$

(2.93) numaralı bağıntıda, eşitliğin sağ yanındaki ilk kısım ilk d mod için yapılan dinamik hesabı, ikinci kısım ise geri kalan $N - d$ mod için yapılan statik düzeltmeyi göstermektedir. Bu bakımdan metot statik düzeltme metodu olarak adlandırılır. Statik düzeltme metodu olarak önerilen bu yaklaşımın çok sayıda modun göz önüne alınması gerektiği durumlarda hesapsal verimlilik sağlayacağı şüphesizdir.

2.1.6.2 Mod İvme Süperpozisyon Metodu

Mod ivme süperpozisyon metodu temelde statik düzeltme metodu ile aynı ilkeleri paylaşmakla beraber, modal hareket denkleminde elde edilen modal yerdeğiştirme değerinin, (2.3) numaralı modal koordinat dönüşüm bağıntısı ile birleştirilmesine dayanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda kullanılacak, çok serbestlik dereceli sönümlü sistemin n . modunun hareket denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$M_n \ddot{q}_n(t) + C_n \dot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = P_n(t) \quad (2.94)$$

(2.94) numaralı bağıntıdan modal yerdeğiştirme değeri çekilirse, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$q_n(t) = \frac{P_n(t)}{K_n} - \frac{1}{w_n^2} \ddot{q}_n(t) - \frac{2\zeta_n}{w_n} \dot{q}_n(t) \quad (2.95)$$

(2.95) numaralı modal yerdeğiştirme bağıntısı (2.3) numaralı bağıntıda yerine yazılır ise, çok serbestlik dereceli sistemin dinamik tepki vektörü $\mathbf{u}(t)$ aşağıdaki şeklide elde edilir (Clough ve Penzien, 2003).

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n \frac{P_n(t)}{K_n} - \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n \left[\frac{1}{w_n^2} \ddot{q}_n(t) + \frac{2\zeta_n}{w_n} \dot{q}_n(t) \right] \quad (2.96)$$

Yukarıda verilen bağıntının sağ yanındaki ilk toplam, statik düzeltme metodundaki gibi aşağıdaki şeklide yazılabilir.

$$\sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n \frac{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{p}(t)}{K_n} = \sum_{n=1}^N \mathbf{F}_n \mathbf{p}(t) \equiv \mathbf{k}^{-1} \mathbf{R} f(t) \quad (2.97)$$

(2.97) numaralı bağıntıdan görüleceği üzere modal esneklik matrislerinin toplamı sistemin esneklik matrisine eşittir. (2.96) numaralı bağıntının sağ yanındaki ikinci toplam ise dinamik büyütme çarpanı ile ilişkilidir ve bu değer de dinamik büyütme çarpanı gibi yüksek modlar için küçülür; çünkü modun titreşim frekansı paydada yer almaktadır. (2.96) numaralı bağıntının sağ yanındaki ikinci toplamın üst sınırı d olarak değiştirilirse, metodunun son şekli aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{k}^{-1} \mathbf{R} f(t) - \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n \left[\frac{1}{w_n^2} \ddot{q}_n(t) + \frac{2\zeta_n}{w_n} \dot{q}_n(t) \right] \quad (2.98)$$

Bağıntının sağ yanındaki parantez içinden görüleceği üzere, metodun mod ivme süperpozisyon metodu olarak adlandırılmasının nedeni modal yerdeğiştirmeler yerine modal ivme (ve hızların) değerlerinin süperpozisyonuna dayanıyor olmasından ileri gelmektedir (Chopra, 1996). Mod ivme süperpozisyon metodunun statik düzeltme metodu ile olan ilişkisini araştırmak için statik düzeltme metodunun son şekli olan (2.93) numaralı bağıntı üzerinde şekil 2.6'da özetlenen düzenlemeler yapılırsa, iki metodunda aynı sonuca ulaşıldığı görülür. Bu bakımdan yüksek modlar için yapılacak düzeltmelerde metot seçimi bir fark yaratmayacaktır; ancak araştırmacılar tarafından

statik düzeltme metodunun doğrudan yaklaşımının bu metodu mod ivme metoduna kıyasla daha kullanılabilir kıldığını belirtmektedir. (Clough ve Penzien, 2003).

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}(t) &= \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n q_n(t) + \left[\mathbf{k}^{-1} - \sum_{n=1}^d \mathbf{F}_n \right] \mathbf{R} f(t) && \longleftarrow \text{Statik Düzeltme Metodu} \\
 &\downarrow \\
 \mathbf{u}(t) &= \mathbf{k}^{-1} \mathbf{R} f(t) + \sum_{n=1}^d (\boldsymbol{\phi}_n q_n(t) - \mathbf{F}_n \mathbf{R} f(t)) \\
 &\downarrow \\
 \mathbf{u}(t) &= \mathbf{k}^{-1} \mathbf{R} f(t) + \sum_{n=1}^d \left(\boldsymbol{\phi}_n q_n(t) - \frac{\boldsymbol{\phi}_n \boldsymbol{\phi}_n^T}{K_n} \mathbf{p}(t) \right) \\
 &\downarrow \\
 \mathbf{u}(t) &= \mathbf{k}^{-1} \mathbf{R} f(t) + \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n \left(q_n(t) - \frac{P_n(t)}{K_n} \right) \\
 &\downarrow \\
 \mathbf{u}(t) &= \mathbf{k}^{-1} \mathbf{R} f(t) - \sum_{n=1}^d \boldsymbol{\phi}_n \left(\frac{1}{w_n^2} \ddot{q}_n(t) + \frac{2\zeta_n}{w_n} \dot{q}_n(t) \right) && \longleftarrow \text{Mod İvme Süperpozisyon Metodu}
 \end{aligned}$$

Şekil 2.6 Mod ivme süperpozisyon metodunun statik düzeltme metodu ile olan ilişkisi

2.2 Doğrudan İntegrasyon Metotları ile Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analiz

Çok serbestlik dereceli sistemlerin hareket denklemlerinin zaman tanım aralığında çözümü için modların birleştirilmesi yöntemine alternatif olarak kullanılabilir diğer bir yöntem doğrudan integrasyon metotlarıdır. İntegrasyon metotlarında adım integrasyon (2.1) numaralı hareket denkleminin doğrudan uygulanır, diğer bir deyişle hareket denklemi modların birleştirilmesi yönteminde olduğu gibi başka bir forma dönüştürülmez. Böylece modların birleştirilmesi yönteminin en zaman alıcı noktası olan özdeğer analizinin yapılmasında gerek kalmaz. Bu bakımdan, özellikle incelenecek sistemlerin serbestlik derecesi çok büyük olduğunda ve dinamik yükün zaman tanım aralığı uzun olmadığı durumlarda integrasyon metotlarının çözüm için doğrudan yaklaşımı avantaj sağlamaktadır. Bu metotların diğer bir avantajı ve hatta en önemli özelliği ise kompleks dinamik yükler etkisindeki hem doğrusal hem de doğrusal olmayan yapısal sistemlerin dinamik analizlerinde kullanılabilir etkili yöntemler olmalarıdır (Bathe ve Wilson, 1973b, 1974, Bathe, 1996, Gatti ve Ferrari, 2003).

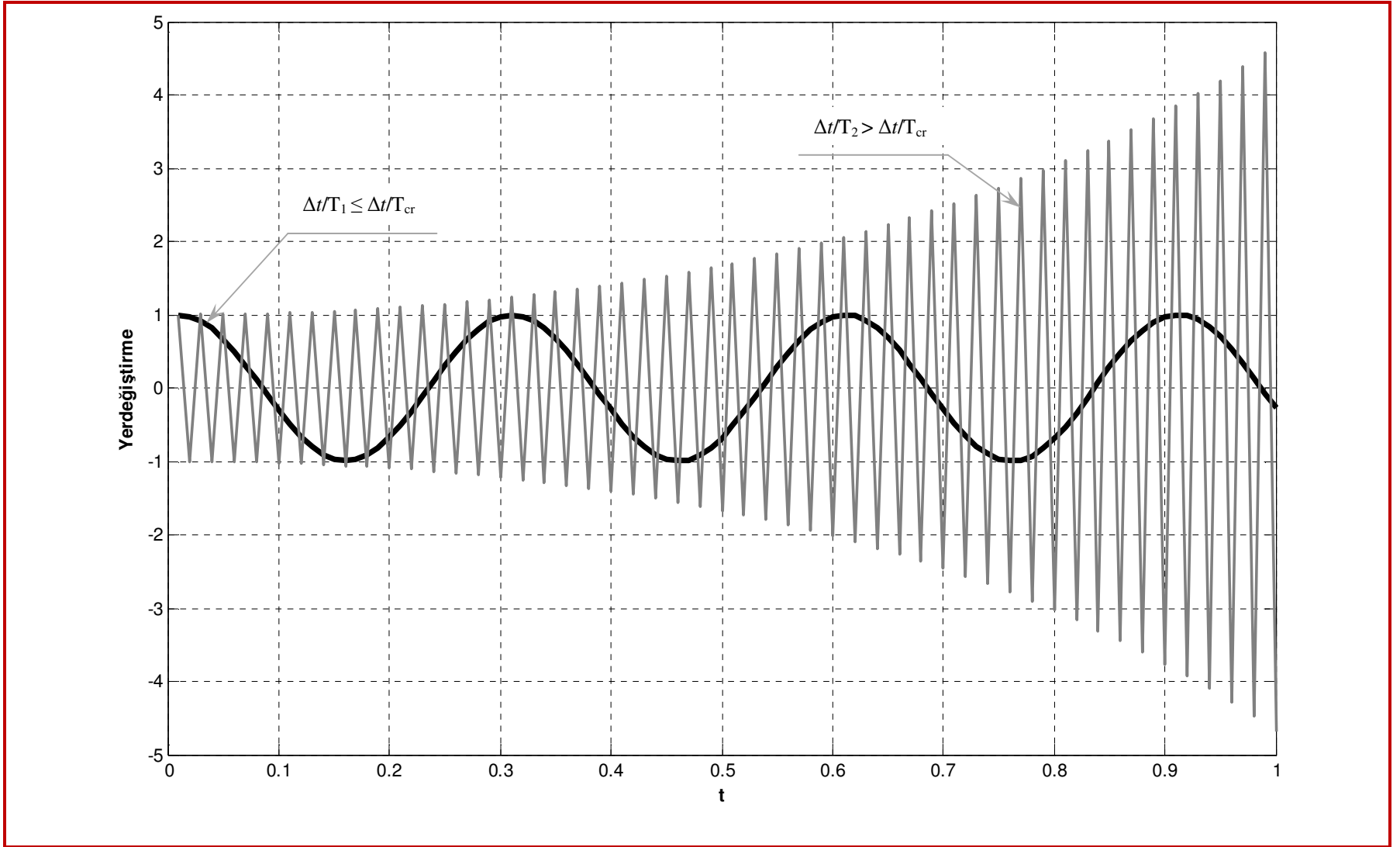
Çok serbestlik dereceli sistemlerin zaman tanım aralığında dinamik analizinde kullanılabilir güvenilir bir integrasyon metodunun aşağıdaki özelliklere sahip olması beklenir (Hilber, Hughes ve Taylor, 1977).

- A. Doğrusal sistemlere uygulandığında koşulsuz stabil olmalıdır.
- B. Analizde kullanılan zaman adımı büyüklüğünden ziyade parametre ile kontrol edilebilen algoritmik sönüm özelliği olmalıdır ve istendiği takdirde metot algoritmik sönüm olarak kullanılabilir.
- C. Algoritmik sönüm düşük frekanslı modları çok fazla etkilememelidir.

Doğrudan integrasyon metotlarının stabilitesi, söz konusu hareket denklemlerinin sayısal çözümünde göz önüne alınan başlangıç koşullarının analiz boyunca olan değişimleri ile ilişkilendirilmiştir (Bathe ve Wilson, 1973b, Bathe, 1996). Stabilitate kavramı esas alındığında doğrudan integrasyon metotları, koşullu stabil metotlar (*conditionally stable*) ve koşulsuz stabil metotlar (*unconditionally stable*) olmak

üzere 2'ye ayrılır. Koşullu stabil metotlar belirli bir $\Delta t/T$ değerinden ($\Delta t/T_{cr}$) sonraki değerler için stabilitesini kaybeder ve buna bağlı olarak çözümde göz önüne alınan başlangıç koşulları ve sistemin dinamik tepkilerinde mevcut olan hatalar (yuvarlatma hataları vb.) zamana bağlı olarak büyür. Örnek olarak şekil 2.7'de iki farklı $\Delta t/T$ değeri için ($\Delta t/T_1 \leq \Delta t/T_{cr}$, $\Delta t/T_2 > \Delta t/T_{cr}$) koşullu stabil metot ile elde edilen, çok serbestlik dereceli sistemin n . modunun sönümsüz serbest titreşimleri gösterilmiştir. Şekilden görüleceği üzere metodun stabil olarak çalışmadığı $\Delta t/T_2$ 'değeri için başlangıç koşulları zamanla büyümektedir. Çok serbestlik dereceli sistemler söz konusu olduğunda koşullu stabil metotlar ile yapılan serbest titreşim ve zorlanmış titreşim analizleri stabilite açısından analize katılan en yüksek frekanslı modun titreşim periyoduna bağlı zaman adımı büyüklüğü seçimi gerektirir ve bu kriter yalnızca ilk birkaç mod ile elde edilebilecek yeterli yaklaşıklıkta çözümler için çok ağır bir kısıtlamadır (Hilber ve diğer., 1977). Koşulsuz stabil metotlarda ise bu tip stabilite bozuklukları yoktur, diğer bir deyişle çalışılan zaman büyüklüğü stabilite açısından bir kriter değildir. Bu bakımdan koşulsuz stabil metotlarda yalnızca düşük modların yeterli doğrulukta dinamik tepkileri esas alınarak uygun bir zaman adımı büyüklüğü seçilebilir. Bu sebeple çok serbestlik dereceli sistemlerin integrasyon metotları ile yapılacak dinamik analizlerinde koşulsuz stabil metotlar tercih edilir.

Algortimik sönüm, fiziksel sönümden (viskoz sönüm vb.) farklı olarak metodun yapısından kaynaklanan bir olgudur. Doğrudan integrasyon metotları ile yapı dinamiği problemlerinin çözümünde yüksek frekanslı modlar için kontrol edilebilir bir algoritmik sönümün gerekliliği uzun süre önce fark edilmiştir; çünkü sürekli sistemlerin uzaysal olarak ayrıklaştırılması ile elde edilen çok serbestlik dereceli sistemlerin yüksek modlarının dinamik davranışı ayrıklaştırılan sürekli sistemi temsil etmekten uzaktır. Bu bakımdan, yüksek frekanslar için uygulanacak bir sönümle bu modların dinamik tepkilerinin sönümlenerek ortadan kaldırılması daha uygundur (Chung ve Hulbert, 1993, Broderick, Elnashai ve İzzuddin, 1994). Yüksek frekanslı modların sönümlenmesi için sönüm modelleri yerine (Rayleigh ve Caughey sönüm modelleri vb.) algoritmik sönümün kullanılmasının sebebi fiziksel sönümün yüksek frekanslarda etkisini yitirmesinden dolayıdır. Çalışmada incelenen veya literatürde mevcut olan tüm integrasyon metotlarında bu durum görülmektedir.



Şekil 2.7 Stabil olan ve olmayan dinamik tepkiler

2.2.1 Newmark Metodu

Newmark tarafından, davranışı doğrusal ve doğrusal olmayan çeşitli yapısal sistemlerin patlama, deprem yükü vb. dinamik yükleme durumlarındaki hareket denklemlerinin çözümü için doğrudan integrasyon metodu geliştirilmiştir (Newmark, 1959). Bu metod uzun yıllar boyunca çok sayıda dinamik problemin çözümü için kullanılmış ve birçok metodun geliştirilmesine de katkıda bulunmuştur. Newmark metodunun (2.1) numaralı bağıntı ile verilen, çok serbestlik dereceli sistemin hareket denkleminin yaklaşık çözümü için kullandığı bağıntılar aşağıda verilmiştir (Hughes, 1987).

$$\mathbf{m} \mathbf{a}^{t+\Delta t} + \mathbf{c} \mathbf{v}^{t+\Delta t} + \mathbf{k} \mathbf{d}^{t+\Delta t} = \mathbf{p}^{t+\Delta t} \quad (2.99)$$

$$\mathbf{d}^{t+\Delta t} = \mathbf{d}^t + \Delta t \mathbf{v}^t + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \mathbf{a}^t + \beta \mathbf{a}^{t+\Delta t} \right] \quad (2.100a)$$

$$\mathbf{v}^{t+\Delta t} = \mathbf{v}^t + \Delta t \left[(1 - \gamma) \mathbf{a}^t + \gamma \mathbf{a}^{t+\Delta t} \right] \quad (2.100b)$$

$${}^0\mathbf{d} = \mathbf{u}(0), \quad {}^0\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}(0), \quad {}^0\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{u}}(0) \quad (2.101)$$

Burada ${}^t\mathbf{d}$, ${}^t\mathbf{v}$ ve ${}^t\mathbf{a}$ vektörleri sırasıyla t zamanındaki $\mathbf{u}(t)$, $\dot{\mathbf{u}}(t)$ ve $\ddot{\mathbf{u}}(t)$ vektörlerine olan yaklaşımları; ${}^t\mathbf{p}$, dinamik yük vektörünü; γ ve β metodun karakteristik yapısını belirleyen parametreleri göstermekte olup bu parametrelerin seçimi için aşağıdaki bağıntılar önerilmiştir (Hughes, 1987, Chopra, 1995, Bathe, 1996).

$$\gamma \geq \frac{1}{2}, \quad \beta \geq \frac{1}{4} \left(\gamma + \frac{1}{2} \right)^2 \quad (2.102)$$

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\gamma - 2\beta}} \quad (2.103)$$

γ ve β parametrelerinin seçimi ve metodun karakteristik özellikleri üzerindeki etkileri metodun stabilite analizi başlığı altında ele alınacaktır. (2.99) numaralı bağıntı, basit bir yaklaşımla (2.1) numaralı hareket denkleminin yaklaşık çözüm cinsinden ifadesi ve (2.100a)-(2.100b) numaralı bağıntılar ise bu yaklaşık çözümün elde edilmesinde

kullanılacak bağıntılar olarak görülebilir (Hughes, 1987). Bu bağıntılardaki γ ve β parametrelerinin çıkış noktaları ${}^{t+\Delta t} \mathbf{d}$ ve ${}^{t+\Delta t} \mathbf{v}$ vektörlerinin t civarındaki Taylor serisi açılımına dayanmaktadır (Chung ve Hulbert, 1993, Wilson, 2002). Bu vektörlerin Taylor serisi açılımı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^t \mathbf{d} + \Delta t {}^t \dot{\mathbf{d}} + \frac{\Delta t^2}{2} {}^t \ddot{\mathbf{d}} + \frac{\Delta t^3}{6} {}^t \dddot{\mathbf{d}} + \dots \quad (2.104a)$$

$${}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{d}} = {}^t \dot{\mathbf{d}} + \Delta t {}^t \ddot{\mathbf{d}} + \frac{\Delta t^2}{2} {}^t \dddot{\mathbf{d}} + \dots \quad (2.104b)$$

Bu bağıntılardaki yüksek mertebeden türevler ihmal edilirse, bağıntılar aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Wilson, 2002).

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^t \mathbf{d} + \Delta t {}^t \dot{\mathbf{d}} + \frac{\Delta t^2}{2} {}^t \ddot{\mathbf{d}} + \beta \Delta t^3 \ddot{\mathbf{d}} \quad (2.105a)$$

$${}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{d}} = {}^t \dot{\mathbf{d}} + \Delta t {}^t \ddot{\mathbf{d}} + \gamma \Delta t^2 \ddot{\mathbf{d}} \quad (2.105b)$$

Eğer ivmenin zaman adımı içinde doğrusal değiştiği varsayılırsa, aşağıdaki bağıntı yazılabilir (Wilson, 2002).

$$\ddot{\mathbf{d}} = \frac{({}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{d}} - {}^t \ddot{\mathbf{d}})}{\Delta t} \quad (2.106)$$

Bu bağıntı (2.105a) ve (2.105b)'de yerine yazılır ise, (2.100a) ve (2.100b) numaralı yerdediştirme ve hız bağıntılarına ulaşılır.

Metodun, çok serbestlik dereceli sistemlerin sayısal çözümü için dögüsel bir algoritma şekline getirilmesi gerekir. Bu amaç doğrultusunda, öncelikle (2.100a) numaralı bağıntıdan ${}^{t+\Delta t} \mathbf{a}$ vektörü çekilirse, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{a} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} ({}^{t+\Delta t} \mathbf{d} - {}^t \mathbf{d}) - \frac{1}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{v} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) {}^t \mathbf{a} \quad (2.107)$$

Bu vektör (2.100b)'de yerine yazılırsa, hız vektörü aşağıdaki şekilde elde edilir.

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{v} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} ({}^{t+\Delta t} \mathbf{d} - {}^t \mathbf{d}) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) {}^t \mathbf{v} + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \Delta t {}^t \mathbf{a} \quad (2.108)$$

(2.107) ve (2.108) numaralı bağıntılar $t+\Delta t$ zamanına ait (2.99) numaralı dinamik denge denkleminde yerlerine yazılırsa, ${}^{t+\Delta t} \mathbf{d}$ vektörü için çözülecek bağıntı aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{m} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{c} + \mathbf{k} \right) {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = & {}^{t+\Delta t} \mathbf{p} + \mathbf{m} \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} {}^t \mathbf{d} + \frac{1}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{v} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) {}^t \mathbf{a} \right] \\ & + \mathbf{c} \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{d} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) {}^t \mathbf{v} + \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \Delta t {}^t \mathbf{a} \right] \end{aligned} \quad (2.109)$$

Bu bağıntı $\hat{\mathbf{K}}$, etkin rijitlik matrisini ve ${}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}}$, $t+\Delta t$ zamandaki etkin yük vektörünü göstermek üzere aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Bathe, 1996).

$$\hat{\mathbf{K}} {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}} \quad (2.110)$$

Burada,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{K}} &= \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{m} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{c} + \mathbf{k} \\ {}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}} &= {}^{t+\Delta t} \mathbf{p} + \mathbf{m} \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} {}^t \mathbf{d} + \frac{1}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{v} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) {}^t \mathbf{a} \right] + \mathbf{c} \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{d} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) {}^t \mathbf{v} \right. \\ & \quad \left. + \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \Delta t {}^t \mathbf{a} \right] \end{aligned}$$

(2.110) numaralı bağıntıdan ${}^{t+\Delta t} \mathbf{d}$ vektörünün hesaplanmasının ardından bu vektör (2.107) ve (2.108) numaralı bağıntılarda yerine yazılırsa, $t+\Delta t$ zamanına ait tüm tepki vektörleri (${}^{t+\Delta t} \mathbf{d}$, ${}^{t+\Delta t} \mathbf{v}$, ${}^{t+\Delta t} \mathbf{a}$) hesaplanmış olur. Bağıntılardan görüleceği üzere $t+\Delta t$ zamanına ait tüm dinamik tepkiler $t+\Delta t$ zamanına ait denge koşullarına bağlı olarak

elde edilmiştir. Bu tip integrasyon metotlarına implicit integrasyon metotları adı verilir. Diğer yandan, $t+\Delta t$ zamanına ait tepkilerin t zamanına ait denge koşullarından hesaplandığı integrasyon metotlarına ise explicit integrasyon metotları adı verilir. Explicit integrasyon metotlarının genel olarak koşullu stabil metotlar olması dolayısı ile dinamik problemlerin sayısal çözümünde en çok tercih edilen metotlar implicit integrasyon metotları olmaktadır. (Bathe, 1996).

(2.110) numaralı bağıntıdan görüleceği üzere etkin rijitlik matrisi yalnızca γ , β ve Δt değişkenlerine bağlı olup sabit zaman adımı büyüklüğü seçildiği takdirde çözüm süreci boyunca aynı kalmaktadır. Ayrıca, etkin rijitlik matrisini (2.110) numaralı denklem sisteminin çözümünde kolaylık sağlayacak bir forma (\mathbf{LDL}^T , \mathbf{LU}) ayrıştırmak bir çok çözüm algoritmasında (*Linear Eq. Solvers, Skyline solvers* vb) süre ve işlem hacmi bakımından hesapsal verimlilik sağlamaktadır (Bathe ve Wilson, 1974, Hughes, 1987, Bathe, 1996, Zienkiewicz, Taylor ve Zhu, 2005). Örnek olarak herhangi bir doğrusal denklem sisteminin çözümünü, \mathbf{L} alt üçgen matrisi, \mathbf{D} köşegen matrisi göstermek üzere, ileri ve geri yerleştirmelerle bir köşegen ve iki üçgensel sistemin çözümüne indirgemek mümkündür. Bu yaklaşımda hareket denkleminin integrasyonu için sabit zaman adımı büyüklüğü kullanılırsa, sağ yanı değişken olan denklem sistemlerinin çözümünde \mathbf{L} ve \mathbf{D} matrislerinin bir kez hesaplanması yeterli olmaktadır. Fakat, bir çok sistemin sayısal çözümünde ayrıştırma yaklaşımı hesapsal verimlilik sağlasa da, ayrıştırılan matrisin boyutları büyük olduğu zaman bu işlem hesapsal açıdan maliyetli olmakta ve integrasyonun her adımında denklem sisteminin doğrudan çözümü daha mantıklı olmaktadır. Şekil 2.9'da Newmark metodunun çok serbestlik dereceli sistemler için akış diyagramı verilmiştir.

$$\hat{\mathbf{K}}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}} \Rightarrow \mathbf{LDL}^T {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{L} \mathbf{x} = {}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}} & (\mathbf{x} = \mathbf{DL}^T {}^{t+\Delta t} \mathbf{d}) \\ \mathbf{D} \mathbf{y} = \mathbf{x} & (\mathbf{y} = \mathbf{L}^T {}^{t+\Delta t} \mathbf{d}) \\ \mathbf{L}^T {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = \mathbf{y} \end{cases}$$

Şekil 2.8 Doğrusal denklem sisteminin çözümünde \mathbf{LDL}^T ayrıştırılmasının kullanımı

1. Başlangıç hesaplamaları

1.1 Başlangıç koşullarının tanımlanması

$${}^0\mathbf{d} = \mathbf{u}(0), \quad {}^0\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}(0), \quad {}^0\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{u}}(0)$$

1.2 Parametrelerin seçimi

$$\gamma, \beta, \Delta t$$

1.3 İntegrasyon sabitlerinin hesaplanması

$$x_1 = \frac{1}{\beta \Delta t^2}; \quad x_2 = \frac{\gamma}{\beta \Delta t}; \quad x_3 = \frac{1}{\beta \Delta t}; \quad x_4 = \frac{1}{2\beta} - 1; \quad x_5 = \frac{\gamma}{\beta} - 1$$

$$x_6 = \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \Delta t$$

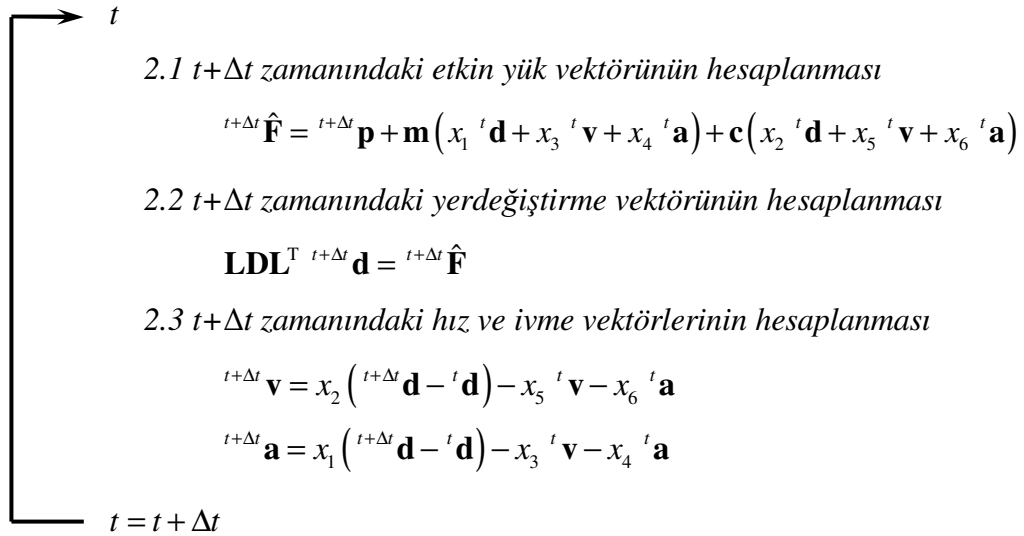
1.4 Etkin rijitlik matrisinin oluşturulması

$$\hat{\mathbf{K}} = x_1 \mathbf{m} + x_2 \mathbf{c} + \mathbf{k}$$

1.5 Etkin rijitlik matrisinin ayrıştırılması

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{LDL}^T$$

2. Tüm zaman adımları için yapılacak hesaplamalar



Şekil 2.9 Newmark metodunun akış diyagramı

2.2.1.1 Metodun Stabilité Analizi

Doğrudan integrasyon metotlarının stabilite analizleri, çok serbestlik dereceli sistemlerin modal koordinatlara ayrıklaştırılmış hareket denklemleri üzerinden yapılır; çünkü integrasyon metotları ile ele alınan çok serbestlik dereceli sistemlerin tüm modları aynı zaman adımı büyüklüğü ile integre edildiğinden dolayı metodun stabilitesini incelemek için sistemin tümünü ele almak ile tek bir modal koordinat denklemini ele almak fark yaratmamaktadır (Bathe, 1996). Bu yaklaşımla metotların stabilite analizlerinde göz önüne alınması gereken değişkenler kütle, sönüm ve rijitlik matrislerinin tüm elemanları yerine tek bir modal koordinat denklemindeki Δt , w_n , ζ_n değişkenleri olmaktadır (Bathe ve Wilson 1973b, Hilber ve diğer., 1977, Hilber ve Hughes, 1978, Hughes, 1987, Chung ve Hulbert, 1993).

Newmark metodunun (2.99) numaralı denge denkleminin ve (2.100a)-(2.100b) numaralı çözüm bağıntılarının modal koordinat dönüşümü ile ayrıklaştırılması şekil 2.10 ve 2.11'de özetlenmiştir. Burada ${}^t d_n$, ${}^t v_n$, ${}^t a_n$ skalerleri modal koordinatlara ($q_n(t)$, $\dot{q}_n(t)$, $\ddot{q}_n(t)$) olan yaklaşımları göstermektedir; çünkü integrasyon metotları ile yapılan sayısal çözümlerde bu değerler kesin olarak elde edilemeyeceği için ancak yaklaşımda bulunulabilir. Ayrıklaştırma işlemleri doğrudan integrasyon metotlarının çözüm bağıntılarının hem çok serbestlik dereceli sistemler hem de tek serbestlik dereceli sistemler için aynı şekilde uygulanabileceğini göstermektedir.

$$\begin{array}{c}
 \underbrace{{}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = \sum_{n=1}^N \phi_n {}^{t+\Delta t} d_n \quad {}^{t+\Delta t} \mathbf{v} = \sum_{n=1}^N \phi_n {}^{t+\Delta t} v_n \quad {}^{t+\Delta t} \mathbf{a} = \sum_{n=1}^N \phi_n {}^{t+\Delta t} a_n}_{\text{Modal Koordinat Dönüşümü}} \\
 \downarrow \\
 \mathbf{m} {}^{t+\Delta t} \mathbf{a} + \mathbf{c} {}^{t+\Delta t} \mathbf{v} + \mathbf{k} {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{p} \quad \longrightarrow \quad \left(\begin{array}{l}
 {}^{t+\Delta t} a_1 + 2 \zeta_1 w_1 {}^{t+\Delta t} v_1 + w_1^2 {}^{t+\Delta t} d_1 = \frac{{}^{t+\Delta t} P_1}{M_1} \\
 {}^{t+\Delta t} a_2 + 2 \zeta_2 w_2 {}^{t+\Delta t} v_2 + w_2^2 {}^{t+\Delta t} d_2 = \frac{{}^{t+\Delta t} P_2}{M_2} \\
 \vdots \\
 {}^{t+\Delta t} a_n + 2 \zeta_n w_n {}^{t+\Delta t} v_n + w_n^2 {}^{t+\Delta t} d_n = \frac{{}^{t+\Delta t} P_n}{M_n}
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Şekil 2.10 Newmark metodunun denge denkleminin modal koordinatlara ayrıklaştırılması

$$\begin{aligned}
{}^{t+\Delta t} \mathbf{d} &= {}^t \mathbf{d} + \Delta t {}^t \mathbf{v} + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) {}^t \mathbf{a} + \beta {}^{t+\Delta t} \mathbf{a} \right] & \text{(a)} \\
&\downarrow \\
\sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} d_n &= \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n {}^t d_n + \Delta t \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n {}^t v_n \\
&\quad + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n {}^t a_n + \beta \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} a_n \right] \\
&\downarrow \\
\sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_r^T \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} d_n &= \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_r^T \boldsymbol{\phi}_n {}^t d_n + \Delta t \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_r^T \boldsymbol{\phi}_n {}^t v_n \\
&\quad + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_r^T \boldsymbol{\phi}_n {}^t a_n + \beta \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_r^T \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} a_n \right] \\
&\downarrow \\
\boldsymbol{\phi}_n^T \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} d_n &= \boldsymbol{\phi}_n^T \boldsymbol{\phi}_n \left\{ {}^t d_n + \Delta t {}^t v_n + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) {}^t a_n + \beta {}^{t+\Delta t} a_n \right] \right\} \\
&\downarrow \\
{}^{t+\Delta t} d_n &= {}^t d_n + \Delta t {}^t v_n + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) {}^t a_n + \beta {}^{t+\Delta t} a_n \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{t+\Delta t} \mathbf{v} &= {}^t \mathbf{v} + \Delta t \left[(1 - \gamma) {}^t \mathbf{a} + \gamma {}^{t+\Delta t} \mathbf{a} \right] & \text{(b)} \\
&\downarrow \\
\sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} v_n &= \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n {}^t v_n \\
&\quad + \Delta t \left[(1 - \gamma) \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n {}^t a_n + \gamma \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} a_n \right] \\
&\downarrow \\
\sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_r^T \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} v_n &= \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_r^T \boldsymbol{\phi}_n {}^t v_n \\
&\quad + \Delta t \left[(1 - \gamma) \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_r^T \boldsymbol{\phi}_n {}^t a_n + \gamma \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_r^T \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} a_n \right] \\
&\downarrow \\
\boldsymbol{\phi}_n^T \boldsymbol{\phi}_n {}^{t+\Delta t} v_n &= \boldsymbol{\phi}_n^T \boldsymbol{\phi}_n \left\{ {}^t v_n + \Delta t \left[(1 - \gamma) {}^t a_n + \gamma {}^{t+\Delta t} a_n \right] \right\} \\
&\downarrow \\
{}^{t+\Delta t} v_n &= {}^t v_n + \Delta t \left[(1 - \gamma) {}^t a_n + \gamma {}^{t+\Delta t} a_n \right]
\end{aligned}$$

Şekil 2.11 Newmark metodunun vektörel formdaki (2.100a) ve (2.100b) numaralı bağıntılarının modal koordinatlara ayrıştırılması

Metodun stabilite analizine geçmeden önce, metodun algoritmik sönüm özelliği üzerinde doğrudan etkisi olan γ parametresinin incelenmesi uygun olacaktır. Bu amaç doğrultusunda çok serbestlik dereceli sistemin n . modunun sönümsüz serbest titreşim denklemini ele alınabilir; çünkü metodun bu denklem için göstereceği herhangi bir sönüm, fiziksel sönümden farklı olarak metodun yapısından kaynaklanan (yapay) sönüm olacaktır.

$${}^{t+\Delta t}a_n + w_n^2 {}^{t+\Delta t}d_n = 0 \quad (2.111)$$

Newmark metodunun (2.100a) ve (2.100b) numaralı yerdeğiştirme ve hız bağıntıları modal koordinatlar cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir (Hughes, 1987).

$${}^{t+\Delta t}d_n = {}^t d_n + \Delta t {}^t v_n + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) {}^t a_n + \beta {}^{t+\Delta t} a_n \right] \quad (2.112a)$$

$${}^{t+\Delta t}v_n = {}^t v_n + \Delta t \left[(1 - \gamma) {}^t a_n + \gamma {}^{t+\Delta t} a_n \right] \quad (2.112b)$$

(2.112a) numaralı, $t+\Delta t$ zamanı için yazılan modal yerdeğiştirme bağıntısından, t zamanı için yazılacak modal yerdeğiştirme bağıntısı çıkarılırsa, çoklu zaman adımını içeren bağıntı aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}d_n - 2 {}^t d_n + {}^{t-\Delta t}d_n &= \Delta t ({}^t v_n - {}^{t-\Delta t} v_n) \\ &+ \Delta t^2 \left[\beta {}^{t+\Delta t} a_n + \left(\frac{1}{2} - 2\beta \right) {}^t a_n + \left(\beta - \frac{1}{2} \right) {}^{t-\Delta t} a_n \right] \end{aligned} \quad (2.113)$$

Diğer yandan, (2.112b) numaralı bağıntı t zamanı için yazılır ve aşağıdaki şekilde düzenlenirse, (2.113) numaralı bağıntıda verilen eşitliğin sağ yanındaki ilk kısım için aşağıdaki ifade elde edilir.

$${}^t v_n - {}^{t-\Delta t} v_n = \Delta t \left[(1 - \gamma) {}^{t-\Delta t} a_n + \gamma {}^t a_n \right] \quad (2.114)$$

Ayrıca (2.111) numaralı, modal koordinatlardaki serbest titreşim denkleminde yola çıkarak aşağıdaki eşitlikleri yazmak mümkündür.

$${}^{t+\Delta t}a_n = -w_n^2 {}^{t+\Delta t}d_n \quad (2.115a)$$

$${}^t a_n = -w_n^2 {}^t d_n \quad (2.115b)$$

$${}^{t-\Delta t}a_n = -w_n^2 {}^{t-\Delta t}d_n \quad (2.115c)$$

(2.114)-(2.115c) numaralı bağıntılar (2.113) numaralı bağıntıda yerlerine yazılırsa, Newmark metodunun sayısal çözümde gösterdiği algoritmik sönümün teorik olarak inceleneceği bağıntıya ulaşılır.

$${}^{t+\Delta t}d_n - \left(2 - \frac{w_n^2 \Delta t^2}{1 + \beta w_n^2 \Delta t^2}\right) {}^t d_n + {}^{t-\Delta t}d_n + \underbrace{\left(\gamma - \frac{1}{2}\right) \frac{w_n^2 \Delta t^2}{\Delta t \left(\frac{1}{\Delta t^2} + \beta w_n^2\right)}}_{\bar{c} \cdot {}^t v_n} \frac{({}^t d_n - {}^{t-\Delta t}d_n)}{\Delta t} = 0 \quad (2.116)$$

(2.116) numaralı bağıntıdaki eşitliğin son kısmındaki modal hız değerinin çarpanı olan \bar{c} , metodun çok serbestlik dereceli sönümsüz sistemin n . moduna uyguladığı hız ile orantılı viskoz sönüm gibi düşünülebilir. Bağıntıdan görüleceği üzere \bar{c} çarpanı, γ , β , w_n ve Δt değişkenlerinin fonksiyonudur. Bu çarpan γ parametresine bağlı olarak aşağıdaki durumları alır.

- A. $\gamma < 1/2$ olması durumunda \bar{c} çarpanının işaretinin negatif olmasından dolayı sistemde negatif sönüm oluşmaktadır ki, bu olgu hem sönümsüz hem de sönümlü sistemler için anlamsızdır.
- B. $\gamma > 1/2$ olması durumunda ise γ parametresinin artan değerleri için \bar{c} çarpanı da artmakta, sistemde fiziksel sönümden farklı olarak metodun yapısından kaynaklanan sönüm oluşmaktadır.
- C. $\gamma = 1/2$ için \bar{c} çarpanı yok olur ve metot β parametresine bağlı olarak farklı karakteristik özellikler sergiler.

Bu sonuçlardan Newmark metodu ile yapılan sayısal çözümlerin anlamlı sonuçlar vermesi için $\gamma \geq 1/2$ olması gerektiği görülmektedir. (2.116) numaralı bağıntıdaki \bar{c} çarpanı ile algoritmik sönümün farklı kavramlar olduğu belirtilmelidir; fakat \bar{c} çarpanı ile algoritmik sönümün benzer davranışa sahip olması bakımından bu çarpan algoritmik sönümün teorik açıklamasında kullanılabilen bir kavramdır (Newmark, 1959). Çalışmanın ileriki bölümlerinde algoritmik sönümün analitik olarak ifade edilen bağıntıları verilecektir.

Doğrudan integrasyon metotlarının stabilitesi, değişken başlangıç koşullarının sayısal çözümdeki davranışını incelemekle belirlenebilir (Bathe, 1996). Bu bakımdan integrasyon metotlarının stabilite analizleri için çok serbestlik dereceli sistemin n . modunun dış yüksüz integrasyonu ele alınır. Böylece, Newmark metodunun stabilite analizinde göz önüne alınacak, $t+\Delta t$ zamanına ait, n . modun denge denklemi serbest titreşim durumu için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$${}^{t+\Delta t}a_n + 2 \zeta_n w_n {}^{t+\Delta t}v_n + w_n^2 {}^{t+\Delta t}d_n = 0 \quad (2.117)$$

Yukarıda verilen denklemde (2.112a) - (2.112b) numaralı bağıntılar yerlerine yazılır ve elde edilen bağıntıdan ${}^{t+\Delta t}a_n$ çekilirse, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\begin{aligned} (1 + 2 \gamma \zeta_n w_n \Delta t + \beta w_n^2 \Delta t^2) {}^{t+\Delta t}a_n = & \left[-\left(\frac{1}{2} - \beta\right) w_n^2 \Delta t^2 - 2(1 - \gamma) \zeta_n w_n \Delta t \right] {}^t a_n \\ & + (-w_n^2 \Delta t - 2 \zeta_n w_n) {}^t v_n - w_n^2 {}^t d_n \end{aligned} \quad (2.118)$$

(2.118) numaralı bağıntıdaki değişkenler düzenlenirse, bağıntıyı aşağıdaki şekilde yazmak mümkün olur.

$${}^{t+\Delta t}a_n = \left[-\left(\frac{1}{2} - \beta\right) \eta - 2(1 - \gamma) \mu \right] {}^t a_n + \frac{1}{\Delta t} (-\eta - 2 \mu) {}^t v_n + \frac{1}{\Delta t^2} (-\eta) {}^t d_n \quad (2.119a)$$

Burada,

$$\eta = \left(\frac{w_n^2 \Delta t^2}{1 + 2\gamma \zeta_n w_n \Delta t + \beta w_n^2 \Delta t^2} \right) \text{ ve } \mu = \frac{\zeta_n \eta}{w_n \Delta t}$$

(2.119a) ile verilen ${}^{t+\Delta t} a_n$, (2.112a) ve (2.112b)'de yerine yazılırsa, ${}^{t+\Delta t} d_n$ ve ${}^{t+\Delta t} v_n$ için de η ve μ cinsinden ifade edilen aşağıdaki bağıntılara ulaşılır.

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t} v_n &= \Delta t \left[1 - \gamma - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \gamma \eta - 2(1 - \gamma) \gamma \mu \right] {}^t a_n + (1 - \gamma \eta - 2 \gamma \mu) {}^t v_n \\ &\quad + \frac{1}{\Delta t} (-\gamma \eta) {}^t d_n \end{aligned} \quad (2.119b)$$

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t} d_n &= \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) (1 - \beta \eta) - 2(1 - \gamma) \beta \mu \right] {}^t a_n + \Delta t (1 - \beta \eta - 2 \beta \mu) {}^t v_n \\ &\quad + (1 - \beta \eta) {}^t d_n \end{aligned} \quad (2.119c)$$

(2.119a)-(2.119c) numaralı bağıntıların matris gösterimi (2.120) numaralı bağıntı ile verilmiştir. (2.120) numaralı bağıntıdaki \mathbf{A} matrisi integrasyon yaklaşım operatörü olarak adlandırılır ve bu matris metodun karakteristik yapısını belirler (Bathe ve Wilson, 1973b, Bathe, 1996).

$$\begin{bmatrix} {}^{t+\Delta t} a_n \\ {}^{t+\Delta t} v_n \\ {}^{t+\Delta t} d_n \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} {}^t a_n \\ {}^t v_n \\ {}^t d_n \end{bmatrix} \quad (2.120)$$

Burada,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \eta - 2(1 - \gamma) \mu & \frac{1}{\Delta t} (-\eta - 2 \mu) & \frac{1}{\Delta t^2} (-\eta) \\ \Delta t \left[1 - \gamma - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \gamma \eta - 2(1 - \gamma) \gamma \mu \right] & 1 - \gamma \eta - 2 \gamma \mu & \frac{1}{\Delta t} (-\gamma \eta) \\ \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) (1 - \beta \eta) - 2(1 - \gamma) \beta \mu \right] & \Delta t (1 - \beta \eta - 2 \beta \mu) & 1 - \beta \eta \end{bmatrix}$$

Doğrudan integrasyon metotları için stabilite kriterleri, \mathbf{A} matrisine bağlı olarak aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır. Burada $\rho(\mathbf{A})$, \mathbf{A} matrisinin en büyük özdeğerinin mutlak değeri olan matrisin spektral yarıçapını göstermektedir (Hilber ve Hughes, 1978, Hughes, 1987).

1. Eğer matrisin tüm özdeğerleri birbirinden ayrıksa (*distinct*), $\rho(\mathbf{A}) \leq 1$ olmalıdır.
2. Eğer matrisin tekrar eden özdeğerleri (*multiple eigenvalues*) varsa, bunların tümünün mutlak değeri 1'den küçük olmalıdır. ($|\lambda| < 1$)

Yukarıda verilen kriterler doğrultusunda \mathbf{A} matrisinin özdeğerlerini hesaplamaya geçmeden önce matrise, \mathbf{H} , elemanları $h_{ii} = (\Delta t)^i$ olan köşegen matrisi göstermek üzere, $\mathbf{H}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{H}$ şeklinde benzerlik dönüşümü olarak adlandırılan dönüşüm uygulanırsa matrisinin spektral yarıçapı Δt 'den ziyade $\Delta t/T$ 'ye bağlı hale getirilmiş olur (Bathe, 1996). Benzerlik dönüşümünün teorik yapısı aşağıdaki bağıntılarla özetlenmiştir.

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \lambda \mathbf{x} \quad (2.121a)$$

$$\mathbf{H}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x} = \lambda \mathbf{H}^{-1} \mathbf{x} \quad (2.121b)$$

$$\mathbf{H}^{-1} \mathbf{A} (\mathbf{H} \mathbf{H}^{-1}) \mathbf{x} = \lambda \mathbf{H}^{-1} \mathbf{x} \quad \rightarrow \quad (\mathbf{H}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H}) (\mathbf{H}^{-1} \mathbf{x}) = \lambda (\mathbf{H}^{-1} \mathbf{x}) \quad (2.121c)$$

$$\tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{x}} = \lambda \tilde{\mathbf{x}}$$

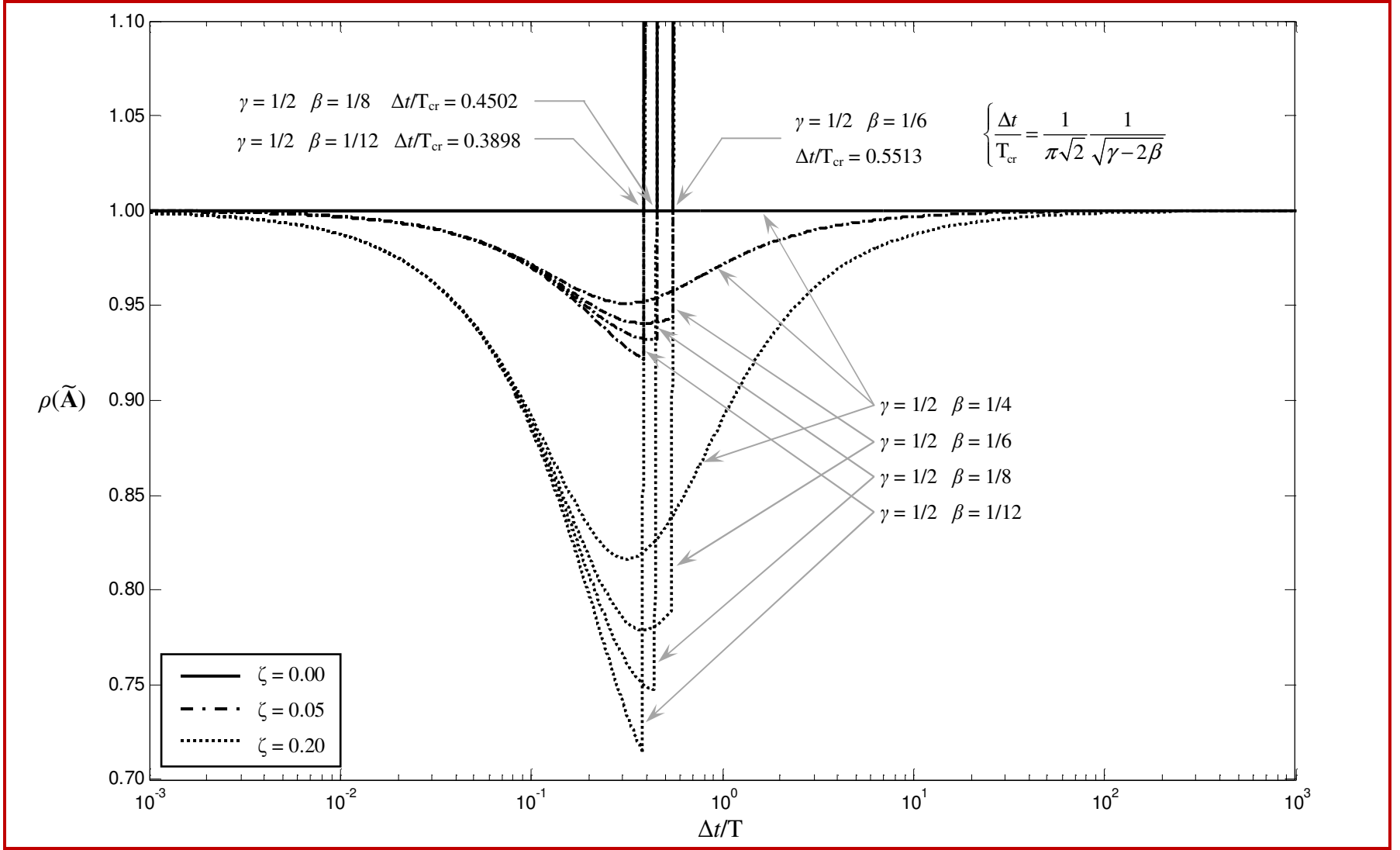
Burada \mathbf{H} tekil olmayan herhangi bir matrisi göstermektedir. Bağıntılardan benzerlik dönüşümünde matrisin özdeğerlerinin korunduğu, fakat matrisin özvektörlerinin \mathbf{H}^{-1} ile çarpıldığı görülmektedir (Wilkinson, 1965). Newmark metodunun stabilite analizi için \mathbf{A} matrisine benzerlik dönüşümü uygulanırsa, matris aşağıdaki şekli alır.

$$\mathbf{H}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{H} = \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{2} - \beta\right)\eta - 2(1-\gamma)\mu & -\eta - 2\mu & -\eta \\ 1 - \gamma - \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\gamma\eta - 2(1-\gamma)\gamma\mu & 1 - \gamma\eta - 2\gamma\mu & -\gamma\eta \\ \left(\frac{1}{2} - \beta\right)(1 - \beta\eta) - 2(1-\gamma)\beta\mu & 1 - \beta\eta - 2\beta\mu & 1 - \beta\eta \end{bmatrix} \quad (2.122)$$

Ek2A'da Newmark metodunun stabilite analizi için Matlab programlama dili kullanılarak geliştirilen bilgisayar programı verilmiştir. Programda, $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin stabilite analizi için $\Delta t/T$ değerinin değişim aralığı $[0, 10^3]$ olarak alınmıştır ki, bu değerler düşük frekanslı ve yüksek frekanslı modların temsil edilmesi için uygun değerlerdir. Ayrıca, metodun stabilite analizindeki kritik noktaların yakalanabilmesi amacı ile periyot artım değeri 10^{-3} alınmış ve böylece her $\rho(\tilde{\mathbf{A}})$ eğrisi 10^6 ayırık $\Delta t/T$ değeri ile oluşturulmuştur.

Bir integrasyon metodu, Ω_{cr} pozitif bir değer olmak üzere, $\Omega \in [0, \Omega_{cr}]$ için stabilse koşullu stabil, $\Omega \in [0, \infty)$ için stabilse koşulsuz stabil metot adını alır. Şekil 2.12'den görüleceği üzere Newmark metodu sönümsüz ve sönümlü ($\zeta_n = 0,05 / 0,20$) sistemler için $\gamma = 1/2$ seçilmesi durumunda yalnızca $\beta = 1/4$ (sabit ortalama ivme metodu) için koşulsuz stabil olmaktadır. β parametresinin $1/4$ 'den küçük değerlerinde ise ($\beta = 1/6, 1/8, 1/12$) metot, sistemin sönümlü ya da sönümsüz oluşundan bağımsız olarak Ω_{cr} gibi bir değerde stabilitesini yitirmektedir. Örnek olarak $\gamma = 1/2 - \beta = 1/6$ (doğrusal ivme metodu) için metot, $\Delta t/T_{cr} = 0,5513$ değerinde stabilitesini kaybetmektedir. Ayrıca, koşullu stabil metotlar kullanıldığı takdirde tek serbestlik dereceli sistemler için Ω_{cr} değerini göz önüne alarak uygun bir zaman adımı büyüklüğü seçmek ve metodun stabil olduğu bir değerde çalışmak kolay olsa da, çok serbestlik dereceli sistemler söz konusu olduğunda yüksek modların bir çoğunun Ω_{cr} değerinin ilerisine düşmesi kaçınılmazdır. Böyle bir durumda ise, Ω_{cr} değerinden sonraki frekanslara karşı gelen modların dinamik tepkileri metodun stabilitesini kaybetmesi dolayısıyla stabil olarak hesaplanamayacaktır. Bu bakımdan çok serbestlik dereceli sistemler için koşulsuz stabil metotları kullanmak bir seçimden çok bir zorunluluktur.

Doğrudan integrasyon metotlarında algoritmik sönüm, sistemin sönümsüz olması durumu için elde edilen $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin özdeğerleri ile hesaplanır. $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin $\zeta_n = 0$ için hesaplanan özdeğerleri (2.123) numaralı bağıntıda verilmiştir. Yazar, doğrudan integrasyon metotlarının stabilite analizleri için gerekli özdeğerleri analitik olarak hesaplamakta Matlab programının "Symbolic Math" modülünün kullanılmasını önermektedir.



Şekil 2.12 \tilde{A} matrisinin spektral yarıçapının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişimi

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 + \Omega^2 \beta - \frac{\Omega^2}{2} \left(\gamma + \frac{1}{2} \right)}{1 + \Omega^2 \beta} \pm \frac{\Omega \sqrt{1 + \Omega^2 \beta - \frac{\Omega^2}{4} \left(\gamma + \frac{1}{2} \right)^2}}{1 + \Omega^2 \beta} i, \quad \lambda_3 = 0 \quad (2.123)$$

Bu bağıntıda $\Omega = w_n \Delta t$ ve $i = \sqrt{-1}$ 'i göstermektedir. (2.123) numaralı bağıntıdan görüleceği üzere $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin $\lambda_{1,2}$ karmaşık eşlenik özdeğerleri (*principal roots*) ve $\lambda_3 = 0$ özdeğeri (*spurious root*) vardır ve genel olarak, integrasyon metodlarında düşük frekans değerleri için $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ özdeğerleri $|\lambda_3| \leq |\lambda_{1,2}| \leq 1$ koşulunu sağlamaktadır. (Newmark metodunda λ_3 özdeğeri 0 olarak hesaplandıysa da, birçok integrasyon metodunda λ_3 özdeğeri 0'dan farklı değerler almaktadır) Literatürde kullanılan kök (*root*) ifadesi $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin karakteristik denkleminin ($\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})$) köklerine ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) itafen kullanılmaktadır. (2.123) numaralı bağıntı ile verilen $\lambda_{1,2}$ karmaşık eşlenik özdeğerleri aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Chang, 2008).

$$\lambda_{1,2} = e^{-\bar{\zeta} \bar{\Omega}} e^{\pm i \bar{\Omega}} \quad (2.124)$$

Burada,

$$e^{-\bar{\zeta} \bar{\Omega}} = \sqrt{\frac{1 + \Omega^2 \beta - \Omega^2 \left(\gamma - \frac{1}{2} \right)}{1 + \Omega^2 \beta}}$$

$$\cos \bar{\Omega} = \frac{1 + \Omega^2 \beta - \frac{\Omega^2}{2} \left(\gamma + \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{1 + \Omega^2 \beta} \sqrt{1 + \Omega^2 \beta - \Omega^2 \left(\gamma - \frac{1}{2} \right)}}, \quad \sin \bar{\Omega} = \frac{\Omega \sqrt{1 + \Omega^2 \beta - \frac{\Omega^2}{4} \left(\gamma + \frac{1}{2} \right)^2}}{\sqrt{1 + \Omega^2 \beta} \sqrt{1 + \Omega^2 \beta - \Omega^2 \left(\gamma - \frac{1}{2} \right)}}$$

Bu bağıntılardaki $\bar{\Omega}$ ve \bar{w} , sayısal çözümde Ω ve w 'ye karşı gelen büyükler olarak düşünülebilir. İntegrasyon metodlarında algoritmik sönüm oranı ($\bar{\zeta}$), aşağıda verilen bağıntılar ile hesaplanır (Hilber ve diğer., 1977).

$$\lambda_{1,2} = A(\Omega) \pm B(\Omega) i = \exp \left[\bar{\Omega} (-\bar{\zeta} \pm i) \right] \quad (2.125)$$

$$\bar{\Omega} = \arctan(B/A) \quad (2.126)$$

$$\bar{w} = \bar{\Omega} / \Delta t \quad (2.127)$$

$$\bar{\zeta} = -\ln(A^2 + B^2) / 2 \bar{\Omega} \quad (2.128)$$

Bir integrasyon metodunda yüksek frekanslar için algoritmik sönümün en büyük değeri Ω artarken $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin $\lambda_{1,2}$ özdeğerlerinin karmaşık eşlenik formda kalmasını sağlamakla mümkündür (Hilber ve Hughes, 1978, Hughes, 1987, Chung ve Hulbert, 1993). Eğer, bir Ω değeri (Ω_{bif}) için $\lambda_{1,2}$ özdeğerleri karmaşık eşlenik formdan, gerçek, ayırık özdeğerlere dönerse (*bifurcation*) bu özdeğerlerden bir tanesi Ω ile birlikte artmaya başlar. Bu durum spektral yarıçapında artmasına yol açar ve dolayısı ile yüksek frekanslar için algoritmik sönüm azalır. Bu bakımdan spektral yarıçap algoritmik sönümün bir ölçütü olarak görülebilir (Chung ve Hulbert, 1993). Örnek olarak daha küçük $\rho(\tilde{\mathbf{A}})$ değeri daha büyük algoritmik sönüm değerine karşılık gelmektedir. Newmark metodu için Ω_{bif} değeri sönümlü sistemler için (2.129), sönümsüz sistemler için (2.130) numaralı bağıntı ile hesaplanabilir (Hughes, 1987).

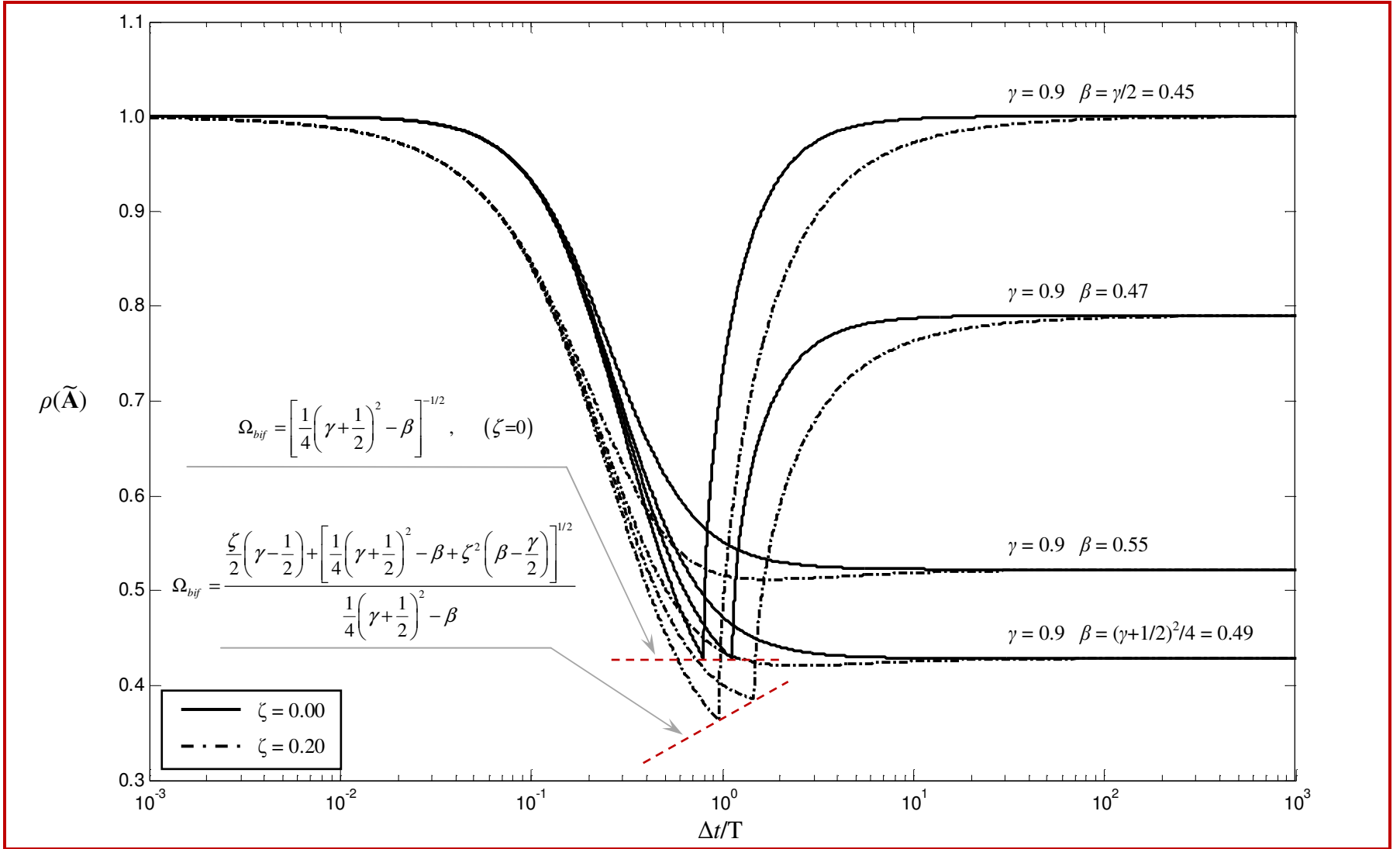
$$\Omega_{bif} = \frac{\frac{\zeta}{2} \left(\gamma - \frac{1}{2} \right) + \left[\frac{1}{4} \left(\gamma + \frac{1}{2} \right)^2 - \beta + \zeta^2 \left(\beta - \frac{\gamma}{2} \right) \right]^{1/2}}{\frac{1}{4} \left(\gamma + \frac{1}{2} \right)^2 - \beta} \quad (2.129)$$

$$\Omega_{bif} = \left[\frac{1}{4} \left(\gamma + \frac{1}{2} \right)^2 - \beta \right]^{-1/2} \quad (2.130)$$

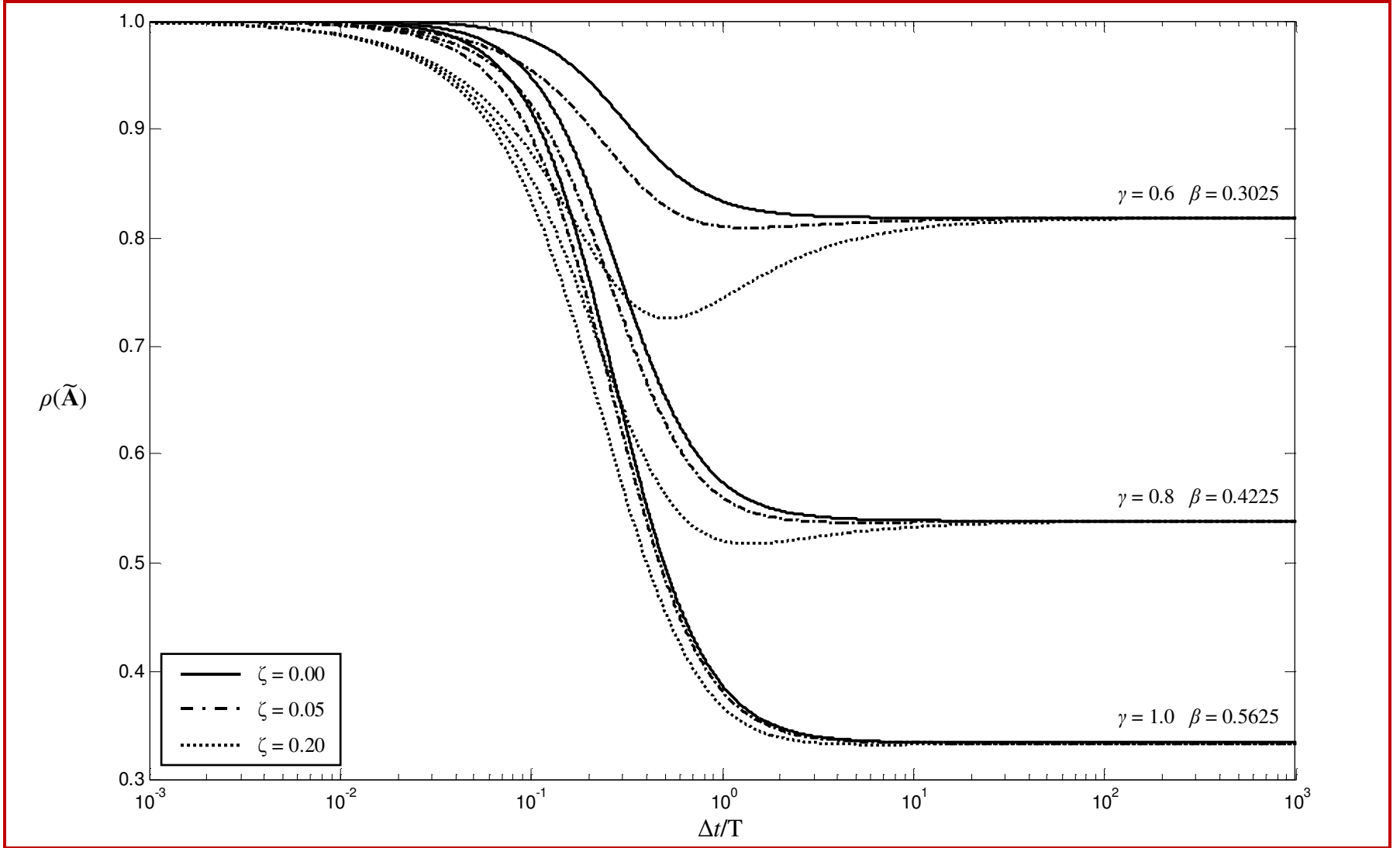
Sistemin sönümsüz olması durumunda $\lambda_{1,2}$ özdeğerlerinin karmaşık eşlenik formdan gerçek özdeğerlere döndüğü değeri veren (2.130) numaralı bağıntı, (2.123) numaralı bağıntıdaki kök içinde yer alan ifadedir ($i = \sqrt{-1}$) ve bağıntıdan görüleceği üzere bu ifade 0 olursa, $\lambda_{1,2}$ gerçek değerler alır. Benzer şekilde (2.129) numaralı bağıntıda $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin $\lambda_{1,2}$ özdeğerleri üzerinden hesaplanabilir. Bu noktadan yola çıkarak yüksek frekanslarda maksimum algoritmik sönüm değerinin $\lim_{\Omega \rightarrow \infty} B(\Omega) = 0$ olması durumunda elde edilebileceği sonucuna ulaşılır. Newmark metodunda yüksek frekanslar için algoritmik sönümün en büyük değeri, (2.130) numaralı bağıntıdan da

görülebileceği üzere $\beta = (\gamma + 1/2)^2/4$ seçilmesiyle gerçekleşir. Bu görüşü desteklemek için oluşturulan şekil 2.13 ele alınır, örnek olarak seçilen $\gamma = 0,9$ değeri için maksimum algoritmik sönümün $\beta = (0,9 + 1/2)^2/4 = 0,49$ için elde edildiği görülür. $\beta = (\gamma + 1/2)^2/4$ 'ün dışındaki eşitlikler içinse yüksek frekanslar için algoritmik sönüm azalmaktadır. Ayrıca, şekilden metodun koşulsuz stabil olması için seçilebilecek en küçük β değerinin $\gamma/2$ olduğu görülmektedir ki, bu durum farklı γ, β değerleri için de geçerlidir. Sonuç olarak $\gamma/2 < \beta < (\gamma + 1/2)^2/4$ seçilmesi durumunda belirli bir $\Delta t/T$ değerinden sonra $\lambda_{1,2}$ özdeğerleri karmaşık eşlenik formdan gerçek, ayrık özdeğerlere dönecek ve dolayısıyla algoritmik sönüm azalacaktır (Hughes, 1987). Diğer yandan yüksek frekanslar için elde edilecek maksimum algoritmik sönümün düşük frekanslı modları az etkilemesi gerekir; çünkü zaman tanım aralığında aranan dinamik tepkiler bu modların dinamik tepkileridir. Bu bakımdan algoritmik sönüm oranının mümkün olduğunca düşük frekanslarda sıfıra yakın olması istenir ve integrasyon metotlarında bu hedef $\lim_{\Omega \rightarrow 0} \lambda_{1,2}(\Omega) = |1|$ olması ile gerçekleşir; çünkü $\rho(\tilde{\mathbf{A}}) = |1|$ olması algoritmik sönüm oranının 0 olduğu anlamına gelir. Ayrıca, doğrudan integrasyon metotları üzerine yapılan çalışmalar λ_3 özdeğeri düşük frekanslarda 0 ya da küçük değerlerde olan metotların daha doğru (*accurate*) sonuçlar verdiğini göstermektedir (Hilber ve diğer., 1977). Bu bakımdan düşük frekans değerlerinde aynı zamanda $\lim_{\Omega \rightarrow 0} \lambda_3(\Omega) \cong 0$ olmalıdır. Birçok integrasyon metodu bu kriterler ($\lim_{\Omega \rightarrow 0} \lambda_{1,2}(\Omega) = |1|$, $\lim_{\Omega \rightarrow 0} \lambda_3(\Omega) \cong 0$, $\lim_{\Omega \rightarrow \infty} B(\Omega) = 0$) esas alınarak geliştirilmiştir.

Şekil 2.14'de $\gamma > 1/2$ olmak üzere γ 'nın artan değerleri için $\rho(\tilde{\mathbf{A}})$ 'nin sönümsüz ve sönümlü sistemlerdeki değişim eğrileri gösterilmektedir. Şekilden görüleceği üzere γ 'nın artan değerleri için algoritmik sönümde artmaktadır. Şekil 2.12, 2.13 ve 2.14 den fiziksel sönümün yüksek frekans değerlerinde etkisini yitirdiği ve $\Omega \rightarrow \infty$ için $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin fiziksel sönümlü spektral yarıçapının sönümsüz sistemin (algoritmik sönümlü) spektral yarıçapına eşitlendiği görülmektedir. Ayrıca, bu durum çalışmada incelenen diğer metotlarda da görülmüştür. Bu sebepten dolayı doğrudan integrasyon metotları ile yapılan zaman tanım aralığında dinamik analizlerde sönümlü sistemler için düşük frekanslarda fiziksel sönüm modellerinin (Rayleigh ve Caughey sönüm modelleri vb.), yüksek frekanslı modların sönümlenmesi içinse metotların algoritmik sönüm özelliklerinin kullanılmasının kaçınılmaz olduğu sonuna varılmaktadır.



Şekil 2.13 $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin spektral yarıçapının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişimi



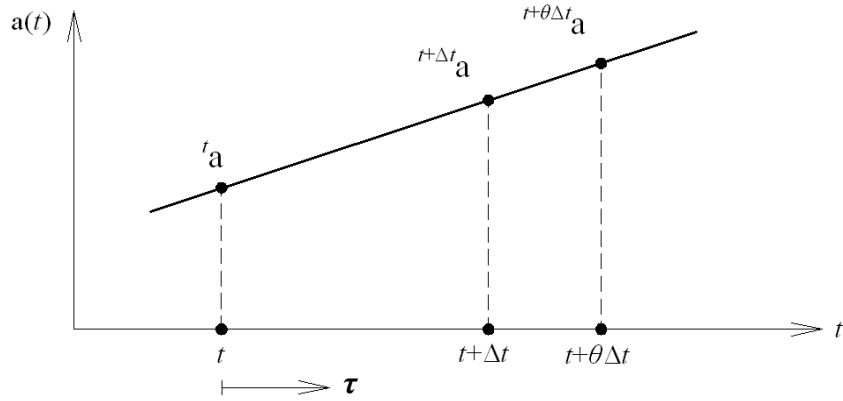
Şekil 2.14 \tilde{A} matrisinin spektral yarıçapının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişimi

Newmark metodunun algoritmik sönüm özelliğine sahip olması için $\gamma > 1/2$ seçileceği durumlarda, metodunun yalnızca $\gamma = 1/2$ değeri için ikinci mertebeden doğruluğa (*order of accuracy*, $O(\Delta t^k)$) sahip olduğuda göz önünde bulundurulmalıdır (Hughes, 1987, Chang, 2004). Newmark metodu $\gamma \neq 1/2$ olması durumunda ise birinci mertebeden doğruluğa düşmektedir. Bir integrasyon metodunun doğruluk mertebesi kısaca Δt sıfıra giderken metodun kesin çözüme yaklaşma hızı olarak tanımlanabilir. Örnek olarak Δt sıfıra giderken ikinci mertebeden doğruluğa sahip metotlardaki hatalar (*local truncation errors*), birinci mertebeden doğruluğa sahip metotlardaki hatalara kıyasla sıfıra daha çok yaklaşır. Bu bakımdan zaman tanım aralığında analizlerde ikinci mertebeden doğruluğa sahip metotlar tercih edilir. Newmark metodunun ise hem ikinci mertebeden doğruluğa hem de algoritmik sönüme aynı anda sahip olamaması, araştırmacıları zaman içinde daha gelişmiş integrasyon metotları geliştirmeye yöneltmiştir.

2.2.2 Wilson θ Metodu

Wilson θ metodu, çok serbestlik dereceli sistemlerin sayısal çözümünde ayırık zaman noktalarında çözülen dinamik denge denkleminin, zaman aralığının içindeki bir noktada, θ noktasında ele alınması durumunda yüksek modlardan kaynaklanan stabil olmayan çözümlerin etkilerinin azaltılabileceği düşüncesinden yola çıkılarak geliştirilmiştir (Wilson 1968, Wilson, Farhoomand ve Bathe, 1973, Hilber ve Hughes 1978, Wilson 2002). Wilson θ metodunda, $\theta \geq 1$ olmak üzere, ivmenin $[t, t+\theta\Delta t]$ zaman aralığı boyunca doğrusal değiştiği kabulü yapılır (şekil 2.15). $\theta = 1$ için Wilson θ metodu Newmark $\gamma = 1/2 - \beta = 1/6$ metoduna dönüşmektedir fakat metodun koşulsuz stabil oluşu, metodun stabilite analizi başlığı altında gösterileceği üzere $\theta \geq 1,366025$ ile mümkündür. Wilson θ metodu, Newmark metodunun aksine seçilen parametreden bağımsız olarak ikinci mertebeden doğruluğa sahiptir (Ebeling, 1992).

$0 \leq \tau \leq \theta\Delta t$ olup τ zaman değişkenini göstermek üzere, $[t, t+\theta\Delta t]$ zaman aralığında ivme vektörünün zamansal değişiminin doğrusal olduğu kabulünden yola çıkarak (2.131a) numaralı bağıntı yazılabilir (Bathe, 1996).



Şekil 2.15 Wilson θ metodunda doğrusal ivme değişimi kabulü

$${}^{t+\tau} \mathbf{a} = {}^t \mathbf{a} + \frac{\tau}{\theta \Delta t} \left({}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{a} - {}^t \mathbf{a} \right) \quad (2.131a)$$

Yukarıdaki bağıntının art arda integrasyonu alınır, τ değişkenine bağlı olan hız ve yerdeğiştirme vektörleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$${}^{t+\tau} \mathbf{v} = {}^t \mathbf{v} + \tau {}^t \mathbf{a} + \frac{\tau^2}{2 \theta \Delta t} \left({}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{a} - {}^t \mathbf{a} \right) \quad (2.131b)$$

$${}^{t+\tau} \mathbf{d} = {}^t \mathbf{d} + \tau {}^t \mathbf{v} + \frac{1}{2} \tau^2 {}^t \mathbf{a} + \frac{\tau^3}{6 \theta \Delta t} \left({}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{a} - {}^t \mathbf{a} \right) \quad (2.131c)$$

$t + \theta \Delta t$ zamanına ait hız ve yerdeğiştirme vektörleri için (2.131b) ve (2.131c) numaralı bağıntılarda $\tau = \theta \Delta t$ yazılırsa, bu bağıntılar aşağıdaki şekli alır.

$${}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{v} = {}^t \mathbf{v} + \frac{\theta \Delta t}{2} \left({}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{a} + {}^t \mathbf{a} \right) \quad (2.132)$$

$${}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{d} = {}^t \mathbf{d} + \theta \Delta t {}^t \mathbf{v} + \frac{\theta^2 \Delta t^2}{6} \left({}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{a} + 2 {}^t \mathbf{a} \right) \quad (2.133)$$

(2.132) ve (2.133) numaralı bağıntılar sağ yanlarındaki tek bilinmeyen ${}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{d}$ olacak şekilde düzenlenirse, $t + \theta \Delta t$ zamanına ait denge denkleminde yerlerine yazılacak olan ivme ve hız bağıntıları aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur.

$${}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{a} = \frac{6}{\theta^2\Delta t^2}({}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{d} - {}^t\mathbf{d}) - \frac{6}{\theta\Delta t}{}^t\mathbf{v} - 2{}^t\mathbf{a} \quad (2.134)$$

$${}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{v} = \frac{3}{\theta\Delta t}({}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{d} - {}^t\mathbf{d}) - 2{}^t\mathbf{v} - \frac{\theta\Delta t}{2}{}^t\mathbf{a} \quad (2.135)$$

Metotta, $t+\Delta t$ zamanındaki tepki vektörleri için $t+\theta\Delta t$ zamanındaki dinamik denge esas alınır. Bu amaç doğrultusunda ${}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{a}$ ve ${}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{v}$ vektörleri elde edildiyse de, $t+\Delta t$ için tanımlı olan yük vektörünün de $t+\theta\Delta t$ zamanı için tanımlanması gerekir. Bu amaç için gerekli $t+\theta\Delta t$ zamanına ait yük vektörü, doğrusal extrapolasyon yaklaşımı ile aşağıdaki şekilde elde edilir (Bathe, 1996, Wilson, 2002).

$${}^{t+\theta\Delta t}\bar{\mathbf{p}} = {}^t\mathbf{p} + \theta({}^{t+\Delta t}\mathbf{p} - {}^t\mathbf{p}) \quad (2.136)$$

$t+\theta\Delta t$ zamanı için tanımlı tüm vektörler aşağıda verilen dinamik denge denkleminde yerlerine yazılırsa, ${}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{d}$ vektörü için çözülecek (2.138) numaralı bağıntı elde edilir.

$$\mathbf{m} {}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{a} + \mathbf{c} {}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{v} + \mathbf{k} {}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{d} = {}^{t+\theta\Delta t}\bar{\mathbf{p}} \quad (2.137)$$

$$\left(\frac{6}{\theta^2\Delta t^2}\mathbf{m} + \frac{3}{\theta\Delta t}\mathbf{c} + \mathbf{k}\right){}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{d} = {}^{t+\theta\Delta t}\bar{\mathbf{p}} + \mathbf{m}\left(\frac{6}{\theta^2\Delta t^2}{}^t\mathbf{d} + \frac{6}{\theta\Delta t}{}^t\mathbf{v} + 2{}^t\mathbf{a}\right) + \mathbf{c}\left(\frac{3}{\theta\Delta t}{}^t\mathbf{d} + 2{}^t\mathbf{v} + \frac{\theta\Delta t}{2}{}^t\mathbf{a}\right) \quad (2.138)$$

Bu bağıntı $\hat{\mathbf{K}}$, etkin rijitlik matrisini ve ${}^{t+\theta\Delta t}\hat{\mathbf{F}}$, $t+\theta\Delta t$ zamandaki etkin yük vektörünü göstermek üzere aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Bathe, 1996).

$$\hat{\mathbf{K}} {}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{d} = {}^{t+\theta\Delta t}\hat{\mathbf{F}} \quad (2.139)$$

Burada,

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{6}{\theta^2\Delta t^2}\mathbf{m} + \frac{3}{\theta\Delta t}\mathbf{c} + \mathbf{k}$$

$${}^{t+\theta \Delta t} \hat{\mathbf{F}} = {}^{t+\theta \Delta t} \bar{\mathbf{p}} + \mathbf{m} \left(\frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} {}^t \mathbf{d} + \frac{6}{\theta \Delta t} {}^t \mathbf{v} + 2 {}^t \mathbf{a} \right) + \mathbf{c} \left(\frac{3}{\theta \Delta t} {}^t \mathbf{d} + 2 {}^t \mathbf{v} + \frac{\theta \Delta t}{2} {}^t \mathbf{a} \right)$$

(2.139) ile verilen denklem sisteminin çözümünüyle ${}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{d}$ vektörü hesaplandıktan sonra, $t+\Delta t$ zamanına ait tepki vektörlerini elde etmek için $t+\theta \Delta t$ zamanından $t+\Delta t$ zamanına geçilmesi gerekir. Bu amaç doğrultusunda öncelikle, $\tau = \Delta t$ için yeniden yazılacak (2.131a) numaralı bağıntıdan ${}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{a}$ vektörü çekilirse, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$${}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{a} = (1-\theta) {}^t \mathbf{a} + \theta {}^{t+\Delta t} \mathbf{a} \quad (2.140)$$

Sonrasında bu vektör (2.133) numaralı bağıntıda yerine yazılırsa, ${}^{t+\Delta t} \mathbf{a}$ vektörü, ${}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{d}$ vektörüne bağlı olarak aşağıdaki şekilde elde edilir.

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{a} = \frac{6}{\theta^3 \Delta t^2} ({}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{d} - {}^t \mathbf{d}) - \frac{6}{\theta^2 \Delta t} {}^t \mathbf{v} + \left(1 - \frac{3}{\theta}\right) {}^t \mathbf{a} \quad (2.141a)$$

$t+\Delta t$ zamanına ait hız ve yerdeğiştirme vektörleri ise $\tau = \Delta t$ için yeniden yazılacak (2.131b) ve (2.131c) numaralı bağıntılarda, (2.140) numaralı bağıntı ile verilen ${}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{a}$ vektörünün yerine yazılmasıyla aşağıdaki şekilde elde edilir.

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{v} = {}^t \mathbf{v} + \frac{\Delta t}{2} ({}^t \mathbf{a} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{a}) \quad (2.141b)$$

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^t \mathbf{d} + \Delta t {}^t \mathbf{v} + \frac{\Delta t^2}{6} (2 {}^t \mathbf{a} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{a}) \quad (2.141c)$$

2.2.2.1 Metodun Stabilite Analizi

Wilson θ metodunda ivmenin doğrusal değiştiği kabulünden yola çıkarak ivme, hız ve yerdeğiştirme bağıntıları modal koordinatlar cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir (Bathe, 1996).

1. Başlangıç hesaplamaları

1.1 Başlangıç koşullarının tanımlanması

$${}^0\mathbf{d} = \mathbf{u}(0), \quad {}^0\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}(0), \quad {}^0\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{u}}(0)$$

1.2 Parametrelerin seçimi

$$\theta, \Delta t$$

1.3 İntegrasyon sabitlerinin hesaplanması

$$x_1 = \frac{6}{(\theta \Delta t)^2}; \quad x_2 = \frac{3}{\theta \Delta t}; \quad x_3 = 2x_2; \quad x_4 = \frac{\theta \Delta t}{2}; \quad x_5 = \frac{x_1}{\theta}$$

$$x_6 = -\frac{x_3}{\theta}; \quad x_7 = 1 - \frac{3}{\theta}; \quad x_8 = \frac{\Delta t}{2}; \quad x_9 = \frac{\Delta t^2}{6}$$

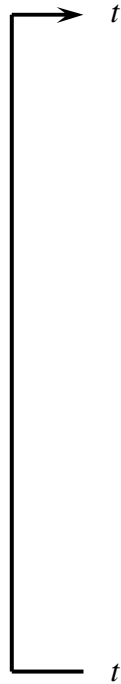
1.4 Etkin rijitlik matrisinin oluşturulması

$$\hat{\mathbf{K}} = x_1 \mathbf{m} + x_2 \mathbf{c} + \mathbf{k}$$

1.5 Etkin rijitlik matrisinin ayrıştırılması

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{LDL}^T$$

2. Tüm zaman adımları için yapılacak hesaplamalar



2.1 $t + \theta \Delta t$ zamanındaki etkin yük vektörünün hesaplanması

$${}^{t+\theta \Delta t} \hat{\mathbf{F}} = {}^t \mathbf{p} + \theta ({}^{t+\Delta t} \mathbf{p} - {}^t \mathbf{p}) + \mathbf{m} (x_1 {}^t \mathbf{d} + x_3 {}^t \mathbf{v} + 2 {}^t \mathbf{a}) \\ + \mathbf{c} (x_2 {}^t \mathbf{d} + 2 {}^t \mathbf{v} + x_4 {}^t \mathbf{a})$$

2.2 $t + \theta \Delta t$ zamanındaki yerdeğiştirme vektörünün hesaplanması

$$\mathbf{LDL}^T {}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{d} = {}^{t+\theta \Delta t} \hat{\mathbf{F}}$$

2.3 $t + \Delta t$ zamanındaki tepki vektörlerinin hesaplanması

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{a} = x_5 ({}^{t+\theta \Delta t} \mathbf{d} - {}^t \mathbf{d}) + x_6 {}^t \mathbf{v} + x_7 {}^t \mathbf{a}$$

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{v} = {}^t \mathbf{v} + x_8 ({}^{t+\Delta t} \mathbf{a} + {}^t \mathbf{a})$$

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^t \mathbf{d} + \Delta t {}^t \mathbf{v} + x_9 ({}^{t+\Delta t} \mathbf{a} + 2 {}^t \mathbf{a})$$

Şekil 2.16 Wilson θ metodunun akış diyagramı

$${}^{t+\tau}a_n = {}^t a_n + \frac{\tau}{\Delta t} ({}^{t+\Delta t}a_n - {}^t a_n) \quad (2.142a)$$

$${}^{t+\tau}v_n = {}^t v_n + \tau {}^t a_n + \frac{\tau^2}{2 \Delta t} ({}^{t+\Delta t}a_n - {}^t a_n) \quad (2.142b)$$

$${}^{t+\tau}d_n = {}^t d_n + \tau {}^t v_n + \frac{1}{2} \tau^2 {}^t a_n + \frac{\tau^3}{6 \Delta t} ({}^{t+\Delta t}a_n - {}^t a_n) \quad (2.142c)$$

Metotta, $t+\Delta t$ zamanındaki tepki vektörleri $t+\theta\Delta t$ zamanındaki denge koşulları esas alınarak hesaplanır. Bu bakımdan (2.142a)-(2.142c) numaralı bağıntılarda $\tau = \theta\Delta t$ yazılırsa, bağıntılar aşağıdaki şekli alır.

$${}^{t+\theta\Delta t}a_n = {}^t a_n + \theta ({}^{t+\Delta t}a_n - {}^t a_n) \quad (2.143a)$$

$${}^{t+\theta\Delta t}v_n = {}^t v_n + \theta \Delta t {}^t a_n + \frac{\theta^2 \Delta t}{2} ({}^{t+\Delta t}a_n - {}^t a_n) \quad (2.143b)$$

$${}^{t+\theta\Delta t}d_n = {}^t d_n + \theta \Delta t {}^t v_n + \frac{\theta^2 \Delta t^2}{2} {}^t a_n + \frac{\theta^3 \Delta t^2}{6} ({}^{t+\Delta t}a_n - {}^t a_n) \quad (2.143c)$$

Metodun stabilite analizinde göz önüne alınacak n . modun dinamik denge denklemi serbest titreşim durumu için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$${}^{t+\theta\Delta t}a_n + 2 \zeta_n w_n {}^{t+\theta\Delta t}v_n + w_n^2 {}^{t+\theta\Delta t}d_n = 0 \quad (2.144)$$

$t+\theta\Delta t$ zamanı için tanımlanan (2.143a)-(2.143c) numaralı bağıntılar dinamik denge denklemine yerlerine yazılır ve elde edilen bağıntı tek bilinmeyen skaler olan ${}^{t+\Delta t}a_n$ için düzenlenirse, aşağıda verilen bağıntı elde edilir.

$$\left(\theta + \theta^2 \zeta_n w_n \Delta t + \frac{\theta^3 w_n^2 \Delta t^2}{6} \right) {}^{t+\Delta t}a_n = \left(-1 + \theta - 2 \theta \zeta_n w_n \Delta t + \theta^2 \zeta_n w_n \Delta t - \frac{\theta^2 w_n^2 \Delta t^2}{2} \rightarrow \right. \\ \left. + \frac{\theta^3 w_n^2 \Delta t^2}{6} \right) {}^t a_n + (-2 \zeta_n w_n - \theta w_n^2 \Delta t) {}^t v_n - w_n^2 {}^t d_n \quad (2.145)$$

(2.145) numaralı bağıntıdaki değişkenler düzenlenirse, bağıntıyı aşağıdaki şekilde yazmak mümkün olur.

$${}^{t+\Delta t}a_n = \left(1 - \frac{\theta^2}{3}\eta - \frac{1}{\theta} - \theta\mu\right) {}^t a_n + \frac{1}{\Delta t}(-\theta\eta - 2\mu) {}^t v_n + \frac{1}{\Delta t^2}(-\eta) {}^t d_n \quad (2.146a)$$

Burada,

$$\eta = \frac{w_n^2 \Delta t^2}{\left(\theta + \theta^2 \zeta_n w_n \Delta t + \frac{\theta^3 w_n^2 \Delta t^2}{6}\right)} \text{ ve } \mu = \frac{\zeta_n \eta}{w_n \Delta t}$$

(2.146a) numaralı bağıntı, $\tau = \Delta t$ için yeniden yazılacak olan (2.142b) ve (2.142c)'de yerine yazılırsa, hız ve yerdeğiştirme için aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$${}^{t+\Delta t}v_n = \Delta t \left(1 - \frac{1}{2\theta} - \frac{\theta^2}{6}\eta - \frac{\theta}{2}\mu\right) {}^t a_n + \left(1 - \frac{\theta}{2}\eta - \mu\right) {}^t v_n + \frac{1}{\Delta t} \left(-\frac{1}{2}\eta\right) {}^t d_n \quad (2.146b)$$

$${}^{t+\Delta t}d_n = \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6\theta} - \frac{\theta^2}{18}\eta - \frac{\theta}{6}\mu\right) {}^t a_n + \Delta t \left(1 - \frac{\theta}{6}\eta - \frac{1}{3}\mu\right) {}^t v_n + \left(1 - \frac{1}{6}\eta\right) {}^t d_n \quad (2.146c)$$

(2.146a)-(2.146c) numaralı bağıntıların matris formda yazılmasıyla elde edilen bağıntıdaki \mathbf{A} matrisi aşağıda verilmiştir.

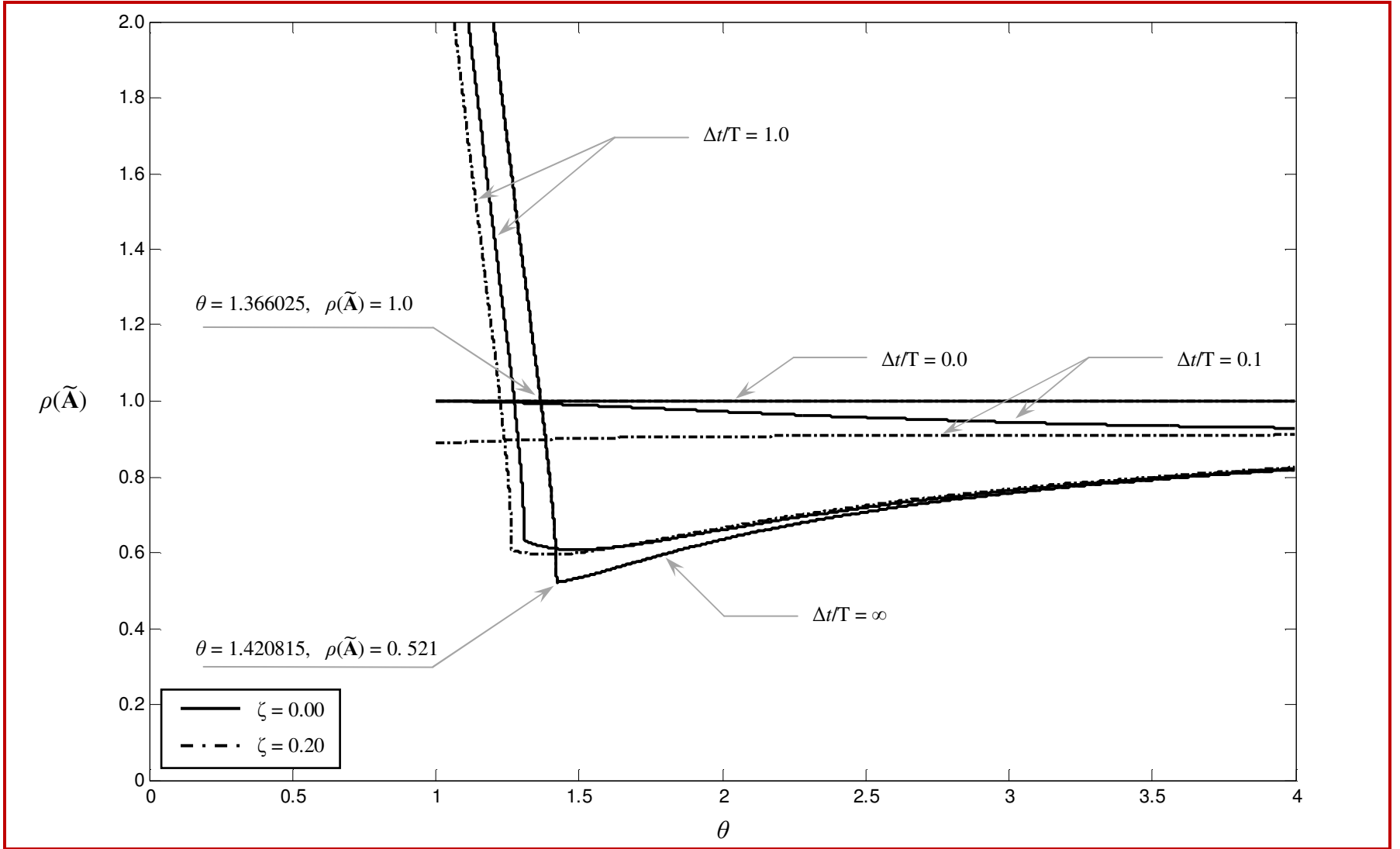
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\theta^2}{3}\eta - \frac{1}{\theta} - \theta\mu & \frac{1}{\Delta t}(-\theta\eta - 2\mu) & \frac{1}{\Delta t^2}(-\eta) \\ \Delta t \left(1 - \frac{1}{2\theta} - \frac{\theta^2}{6}\eta - \frac{\theta}{2}\mu\right) & 1 - \frac{\theta}{2}\eta - \mu & \frac{1}{\Delta t} \left(-\frac{1}{2}\eta\right) \\ \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6\theta} - \frac{\theta^2}{18}\eta - \frac{\theta}{6}\mu\right) & \Delta t \left(1 - \frac{\theta}{6}\eta - \frac{1}{3}\mu\right) & 1 - \frac{1}{6}\eta \end{bmatrix} \quad (2.147)$$

Son olarak \mathbf{A} matrisine benzerlik dönüşümü ($\mathbf{H}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{H}$) uygulanırsa, stabilite analizi için incelenecek matris aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur.

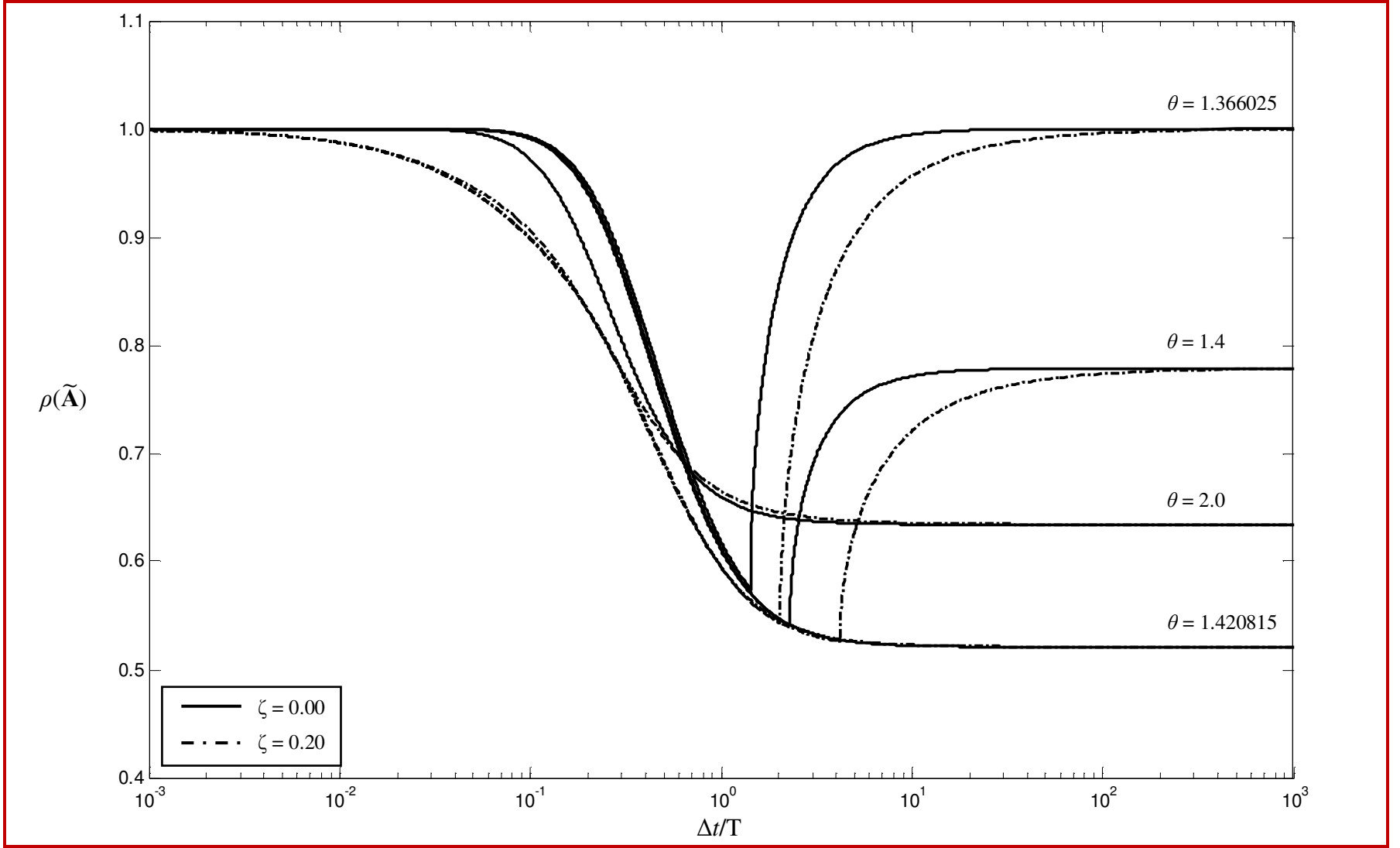
$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\theta^2}{3}\eta - \frac{1}{\theta} - \theta\mu & -\theta\eta - 2\mu & -\eta \\ 1 - \frac{1}{2\theta} - \frac{\theta^2}{6}\eta - \frac{\theta}{2}\mu & 1 - \frac{\theta}{2}\eta - \mu & -\frac{1}{2}\eta \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{6\theta} - \frac{\theta^2}{18}\eta - \frac{\theta}{6}\mu & 1 - \frac{\theta}{6}\eta - \frac{1}{3}\mu & 1 - \frac{1}{6}\eta \end{bmatrix} \quad (2.148)$$

Şekil 2.17’de, Wilson θ metodunun stabilite analizi için geliştirilen program (Ek2B) ile elde edilen, $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin 4 farklı $\Delta t/T$ değeri için sönümsüz ve sönümlü ($\zeta_n = 0,20$) sistemlerdeki spektral yarıçapının değişim grafikleri gösterilmiştir (Bathe ve Wilson, 1973b). Bu $\Delta t/T$ değerlerinden $\Delta t/T = \infty$ yüksek frekanslı modları temsil etmekle birlikte bu değer için $\Delta t = 1$, $T = 10^3$ alınmıştır. Önceki bölümlerde de değinildiği üzere $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisine Δt için benzerlik dönüşümü uygulandığından dolayı matrisin spektral yarıçap değişim değerleri yalnızca $\Delta t/T$ oranlarına bağlıdır. Şekil’den görüleceği üzere metot $\Delta t/T = \infty$ için sönümden bağımsız olarak θ ’nın 1,366025 değerinden büyük olması durumunda koşulsuz stabil olmaktadır. Diğer bir değişle metodun yüksek frekans değerleri için stabil olması $\theta \geq 1,366025$ seçilmesine bağlıdır. Ayrıca, $\Delta t/T = \infty$ değeri için metodun koşulsuz stabil olarak maksimum algoritmik sönümü $\theta = 1,420815$ değeri için gösterdiği görülmektedir. Bu bakımdan θ parametresinin seçimi için $\theta \geq 1,366025$ önerilmekle beraber θ ’nın optimum değeri 1,420815 olarak belirlenmiştir. Ayrıca, şekilden $\Delta t/T = \infty$ için spektral yarıçap değişim eğrilerinin sönümden etkilenmediği görülmektedir ve bu durum fiziksel sönümün yüksek frekanslarda etkisini yitirdiğinin bir göstergesidir.

Şekil 2.18’de θ parametresinin 4 farklı değeri için, $[0, 10^3]$ aralığında değişen $\Delta t/T$ değerine karşılık gelen $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin spektral yarıçap değişim grafikleri verilmiştir (Hilber ve Hughes, 1978). Seçilen parametreler, şekil 2.17’den saptanan ve metodun koşulsuz stabil olması için seçilmesi gereken en küçük değer olan 1,366025 ($\rho_\infty = 1$); uygulamalarda sıkça kullanılan 1,4; $\rho_\infty = \lim_{\Delta t/T \rightarrow \infty} \rho(\tilde{\mathbf{A}})$ ’nın minimum değeri için belirlenen 1,420815 ve θ ’nın yüksek bir değeri için seçilen 2’dir. Şekilden görüleceği üzere $\theta = 1,366025$ ve $\theta = 1,4$ değerleri için $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin $\lambda_{1,2}$ özdeğerleri Ω_{bif} gibi bir değerde karmaşık eşlenik formdan gerçek özdeğerlere dönmekte ve dolayısıyla bu değerden sonra algoritmik sönüm azalmaktadır. Bu bakımdan yüksek frekanslar için



Şekil 2.17 $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin spektral yarıçapının θ parametresine göre değişimi



Şekil 2.18 \tilde{A} matrisinin spektral yarıçapının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişimi

algoritmik sönümün en büyük değeri Ω artarken $\lambda_{1,2}$ özdeğerlerinin karmaşık eşlenik olarak kalmasını sağlamakla mümkün olmaktadır. Şekilden görüleceği üzere bu olgu bir doğrudan integrasyon metodunun geliştirilmesinde önemli bir kriterdir. Şekil 2.18'den algoritmik sönüm karakteristiği açısından en olumlu $\rho(\tilde{\mathbf{A}})$ değişim eğrisinin $\theta = 1,420815$ değeri için olduğu görülmektedir. θ parametresi için bu değerden farklı bir değer seçilmesi durumunda ise algoritmik sönüm hem düşük frekans değerleri için daha yüksek hem de yüksek frekanslar için daha düşük olacaktır. Ayrıca, şekil 2.18 integrasyon parametrelerin seçiminde ve tanımlanmasında hassasiyetin önemini göstermektedir. Örnek olarak, metodun $\theta = 1,4$ için gösterdiği karakteristik yapı ile $\theta = 1,420815$ değeri için gösterdiği karakteristik yapı karşılaştırılırsa, birbirinden oldukça farklı oldukları görülecektir.

2.2.3 Hilber - Hughes - Taylor α Metodu

Newmark metodunda algoritmik sönüm metodun doğruluk mertebesi azalmadan elde edilememektedir. Hilber, Hughes ve Taylor, Newmark metodundaki bu durum üzerine odaklanarak α metodunu geliştirmişlerdir (Hilber ve diğer., 1977). Hilber, Hughes ve Taylor tarafından geliştirilen α metodu (bundan sonra HHT- α metodu olarak adlandırılacaktır), (2.1) numaralı hareket denkleminin yaklaşık çözümü için Newmark metodunun (2.100a) ve (2.100b) numaralı bağıntılarının aşağıda verilen zamansal ayırık dinamik denge denklemine uygulanmasına dayanmaktadır (Hughes, 1987, Broderick, Elnashai ve İzzuddin, 1994, Wilson, 2002).

$$\mathbf{m}^{t+\Delta t} \mathbf{a} + (1 + \alpha) \mathbf{c}^{t+\Delta t} \mathbf{v} - \alpha \mathbf{c}^t \mathbf{v} + (1 + \alpha) \mathbf{k}^{t+\Delta t} \mathbf{d} - \alpha \mathbf{k}^t \mathbf{d} = (1 + \alpha)^{t+\Delta t} \mathbf{p} - \alpha^t \mathbf{p} \quad (2.149)$$

α , γ ve β metodun karakteristik özelliklerini belirleyen parametreleri göstermekte olup metot $\alpha = 0$ için Newmark metoduna dönüşmektedir. Şayet, bu parametreler (2.150) numaralı bağıntıda önerilen şekilde seçilirse, HHT- α metodu ikinci mertebeden doğruluğa sahip, algoritmik sönümlü, koşulsuz stabil olur ki, metodun geliştirilmesindeki esas amaçta Newmark metoduna bu 3 özelliği aynı anda kazandırmaktır (Hughes, 1987). Metodun stabilite analizi başlığı altında inceleneceği

üzere α parametresinin azalan değeri için metodun algoritmik sönümü α 'ya bağlı olarak artar.

$$\alpha \in \left[-\frac{1}{3}, 0 \right], \quad \gamma = \frac{1}{2} - \alpha, \quad \beta = \frac{1}{4}(1 - \alpha)^2 \quad (2.150)$$

Metodu dögüsel bir algoritma şekline getirmek için öncelikle, (2.149) numaralı denge denklemindeki tüm terimler $(1 + \alpha)$ katsayısına bölünürse, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\frac{1}{1 + \alpha} \mathbf{m} \, {}^{t+\Delta t} \mathbf{a} + \mathbf{c} \, {}^{t+\Delta t} \mathbf{v} + \mathbf{k} \, {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{p} - \frac{\alpha}{1 + \alpha} ({}^t \mathbf{p} - \mathbf{c} \, {}^t \mathbf{v} - \mathbf{k} \, {}^t \mathbf{d}) \quad (2.151)$$

Newmark metodunda (2.107) ve (2.108) numaralı bağıntılar ile tanımlanan ${}^{t+\Delta t} \mathbf{a}$ ve ${}^{t+\Delta t} \mathbf{v}$ vektörleri (2.151) numaralı bağıntıda yerlerine yazılırsa, ${}^{t+\Delta t} \mathbf{d}$ için çözülecek bağıntı aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{(1 + \alpha) \beta \Delta t^2} \mathbf{m} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{c} + \mathbf{k} \right) {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = & {}^{t+\Delta t} \mathbf{p} - \frac{\alpha}{1 + \alpha} ({}^t \mathbf{p} - \mathbf{c} \, {}^t \mathbf{v} - \mathbf{k} \, {}^t \mathbf{d}) \\ & + \mathbf{m} \left\{ \frac{1}{1 + \alpha} \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} {}^t \mathbf{d} + \frac{1}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{v} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) {}^t \mathbf{a} \right] \right\} \\ & + \mathbf{c} \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{d} - \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) {}^t \mathbf{v} - \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \Delta t \, {}^t \mathbf{a} \right] \end{aligned} \quad (2.152)$$

Bu bağıntı $\hat{\mathbf{K}}$, etkin rijitlik matrisini ve ${}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}}$, $t + \Delta t$ zamandaki etkin yük vektörünü göstermek üzere aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\hat{\mathbf{K}} \, {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}} \quad (2.153)$$

Burada,

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{1}{(1+\alpha)\beta\Delta t^2}\mathbf{m} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\mathbf{c} + \mathbf{k}$$

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{F}} = & {}^{t+\Delta t}\mathbf{p} - \frac{\alpha}{1+\alpha}({}^t\mathbf{p} - \mathbf{c}^t\mathbf{v} - \mathbf{k}^t\mathbf{d}) + \mathbf{m} \left\{ \frac{1}{1+\alpha} \left[\frac{1}{\beta\Delta t^2} {}^t\mathbf{d} + \frac{1}{\beta\Delta t} {}^t\mathbf{v} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) {}^t\mathbf{a} \right] \right\} \\ & + \mathbf{c} \left[\frac{\gamma}{\beta\Delta t} {}^t\mathbf{d} - \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) {}^t\mathbf{v} - \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \Delta t {}^t\mathbf{a} \right] \end{aligned}$$

(2.153) numaralı bağıntıdan ${}^{t+\Delta t}\mathbf{d}$ vektörünün hesaplanmasının ardından bu vektör (2.107) ve (2.108) numaralı bağıntılarda yerine yazılırsa, $t+\Delta t$ zamanındaki hız ve ivme vektörleri de elde edilmiş olur.

2.2.3.1 Metodun Stabilité Analizi

HHT- α metodunun stabilite analizinde göz önüne alınacak, n . moda ait dinamik denge denklemi serbest titreşim durumu için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$${}^{t+\Delta t}a_n + 2(1+\alpha)\zeta_n w_n {}^{t+\Delta t}v_n - 2\alpha\zeta_n w_n {}^tv_n + (1+\alpha)w_n^2 {}^{t+\Delta t}d_n - \alpha w_n^2 {}^td_n = 0 \quad (2.154)$$

Newmark metodunun modal koordinatlar cinsinden ifade edilen (2.112a)-(2.112b) numaralı yerdeğiştirme ve hız bağıntıları yukarıdaki denge denkleminde yerlerine yazılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\begin{aligned} (1 + 2(1+\alpha)\gamma\zeta_n w_n \Delta t + (1+\alpha)\beta w_n^2 \Delta t^2) {}^{t+\Delta t}a_n = \\ \left[2(1+\alpha)(\gamma-1)\zeta_n w_n \Delta t + (1+\alpha)\left(\beta - \frac{1}{2}\right)w_n^2 \Delta t^2 \right] {}^ta_n \\ + (2\alpha\zeta_n w_n - 2(1+\alpha)\zeta_n w_n - (1+\alpha)w_n^2 \Delta t) {}^tv_n \\ + (\alpha w_n^2 - (1+\alpha)w_n^2) {}^td_n \end{aligned} \quad (2.155)$$

(2.155) numaralı bağıntıdaki değişkenler düzenlenirse, bağıntı (2.156a)'da verilen şekilde ifade edilebilir.

1. Başlangıç hesaplamaları

1.1 Başlangıç koşullarının tanımlanması

$${}^0\mathbf{d} = \mathbf{u}(0), \quad {}^0\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}(0), \quad {}^0\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{u}}(0)$$

1.2 Parametrelerin seçimi

$$\alpha, \gamma, \beta, \Delta t$$

1.3 İntegrasyon sabitlerinin hesaplanması

$$x_1 = \frac{1}{(1+\alpha)\beta\Delta t^2}; \quad x_2 = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}; \quad x_3 = \frac{\alpha}{1+\alpha}; \quad x_4 = x_1\Delta t$$

$$x_5 = \frac{1}{1+\alpha}\left(\frac{1}{2\beta}-1\right); \quad x_6 = \frac{\gamma}{\beta}-1; \quad x_7 = \left(\frac{\gamma}{2\beta}-1\right)\Delta t$$

$$x_8 = \frac{1}{\beta\Delta t^2}; \quad x_9 = -x_8\Delta t; \quad x_{10} = 1 - \frac{1}{2\beta}$$

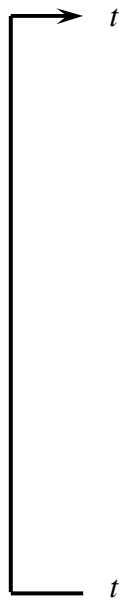
1.4 Etkin rijitlik matrisinin oluşturulması

$$\hat{\mathbf{K}} = x_1 \mathbf{m} + x_2 \mathbf{c} + \mathbf{k}$$

1.5 Etkin rijitlik matrisinin ayrıştırılması

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{LDL}^T$$

2. Tüm zaman adımları için yapılacak hesaplamalar



2.1 $t+\Delta t$ zamanındaki etkin yük vektörünün hesaplanması

$${}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{F}} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{p} - x_3 \left({}^t\mathbf{p} - \mathbf{c} {}^t\mathbf{v} - \mathbf{k} {}^t\mathbf{d} \right) + \mathbf{m} \left(x_1 {}^t\mathbf{d} + x_4 {}^t\mathbf{v} + x_5 {}^t\mathbf{a} \right) + \mathbf{c} \left(x_2 {}^t\mathbf{d} + x_6 {}^t\mathbf{v} + x_7 {}^t\mathbf{a} \right)$$

2.2 $t+\Delta t$ zamanındaki yerdeğiştirme vektörünün hesaplanması

$$\mathbf{LDL}^T {}^{t+\Delta t}\mathbf{d} = {}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{F}}$$

2.3 $t+\Delta t$ zamanındaki hız ve ivme vektörlerinin hesaplanması

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{v} = x_2 \left({}^{t+\Delta t}\mathbf{d} - {}^t\mathbf{d} \right) - x_6 {}^t\mathbf{v} - x_7 {}^t\mathbf{a}$$

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{a} = x_8 \left({}^{t+\Delta t}\mathbf{d} - {}^t\mathbf{d} \right) + x_9 {}^t\mathbf{v} + x_{10} {}^t\mathbf{a}$$

Şekil 2.19 HHT- α metodunun akış diyagramı

$${}^{t+\Delta t}a_n = \left[(1+\alpha) \left(\beta - \frac{1}{2} \right) \eta + 2(1+\alpha)(\gamma-1)\mu \right] {}^t a_n + \frac{1}{\Delta t} (-(1+\alpha)\eta - 2\mu) {}^t v_n + \frac{1}{\Delta t^2} (-\eta) {}^t d_n \quad (2.156a)$$

Burada,

$$\eta = \left(\frac{w_n^2 \Delta t^2}{1 + 2(1+\alpha)\gamma \zeta_n w_n \Delta t + (1+\alpha)\beta w_n^2 \Delta t^2} \right) \text{ ve } \mu = \frac{\zeta_n \eta}{w_n \Delta t}$$

(2.156a) numaralı bağıntı ile verilen ${}^{t+\Delta t}a_n$, (2.112a) ve (2.112b)'de yerine yazılırsa, yerdeğiştirme ve hız için aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$${}^{t+\Delta t}v_n = \Delta t \left[1 - \gamma + (1+\alpha) \left(\beta - \frac{1}{2} \right) \gamma \eta + 2(1+\alpha)(\gamma-1)\gamma\mu \right] {}^t a_n + (1 - (1+\alpha)\gamma\eta - 2\gamma\mu) {}^t v_n + \frac{1}{\Delta t} (-\gamma\eta) {}^t d_n \quad (2.156b)$$

$${}^{t+\Delta t}d_n = \Delta t^2 \left[\frac{1}{2} - \beta + (1+\alpha) \left(\beta - \frac{1}{2} \right) \beta \eta + 2(1+\alpha)(\gamma-1)\beta\mu \right] {}^t a_n + \Delta t (1 - (1+\alpha)\beta\eta - 2\beta\mu) {}^t v_n + (1 - \beta\eta) {}^t d_n \quad (2.156c)$$

(2.156a)-(2.156c) numaralı bağıntıların matris formda yazılmasıyla elde edilen bağıntıdaki **A** matrisi aşağıda verilmiştir.

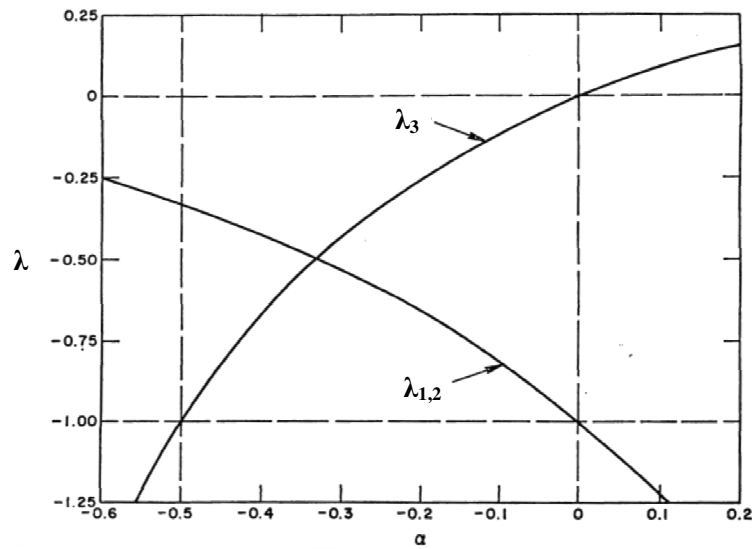
A =

$$\begin{bmatrix} (1+\alpha) \left(\beta - \frac{1}{2} \right) \eta + 2(1+\alpha)(\gamma-1)\mu & \frac{1}{\Delta t} (-(1+\alpha)\eta - 2\mu) & \frac{1}{\Delta t^2} (-\eta) \\ \Delta t \left[1 - \gamma + (1+\alpha) \left(\beta - \frac{1}{2} \right) \gamma \eta + 2(1+\alpha)(\gamma-1)\gamma\mu \right] & 1 - (1+\alpha)\gamma\eta - 2\gamma\mu & \frac{1}{\Delta t} (-\gamma\eta) \\ \Delta t^2 \left[\frac{1}{2} - \beta + (1+\alpha) \left(\beta - \frac{1}{2} \right) \beta \eta + 2(1+\alpha)(\gamma-1)\beta\mu \right] & \Delta t (1 - (1+\alpha)\beta\eta - 2\beta\mu) & 1 - \beta\eta \end{bmatrix} \quad (2.157)$$

Son olarak \mathbf{A} matrisine benzerlik dönüşümü ($\mathbf{H}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{H}$) uygulanırsa, stabilite analizi için incelenecek matris aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur.

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} (1+\alpha)\left(\beta - \frac{1}{2}\right)\eta + 2(1+\alpha)(\gamma-1)\mu & -(1+\alpha)\eta - 2\mu & -\eta \\ 1-\gamma + (1+\alpha)\left(\beta - \frac{1}{2}\right)\gamma\eta + 2(1+\alpha)(\gamma-1)\gamma\mu & 1-(1+\alpha)\gamma\eta - 2\gamma\mu & -\gamma\eta \\ \frac{1}{2} - \beta + (1+\alpha)\left(\beta - \frac{1}{2}\right)\beta\eta + 2(1+\alpha)(\gamma-1)\beta\mu & 1-(1+\alpha)\beta\eta - 2\beta\mu & 1-\beta\eta \end{bmatrix} \quad (2.158)$$

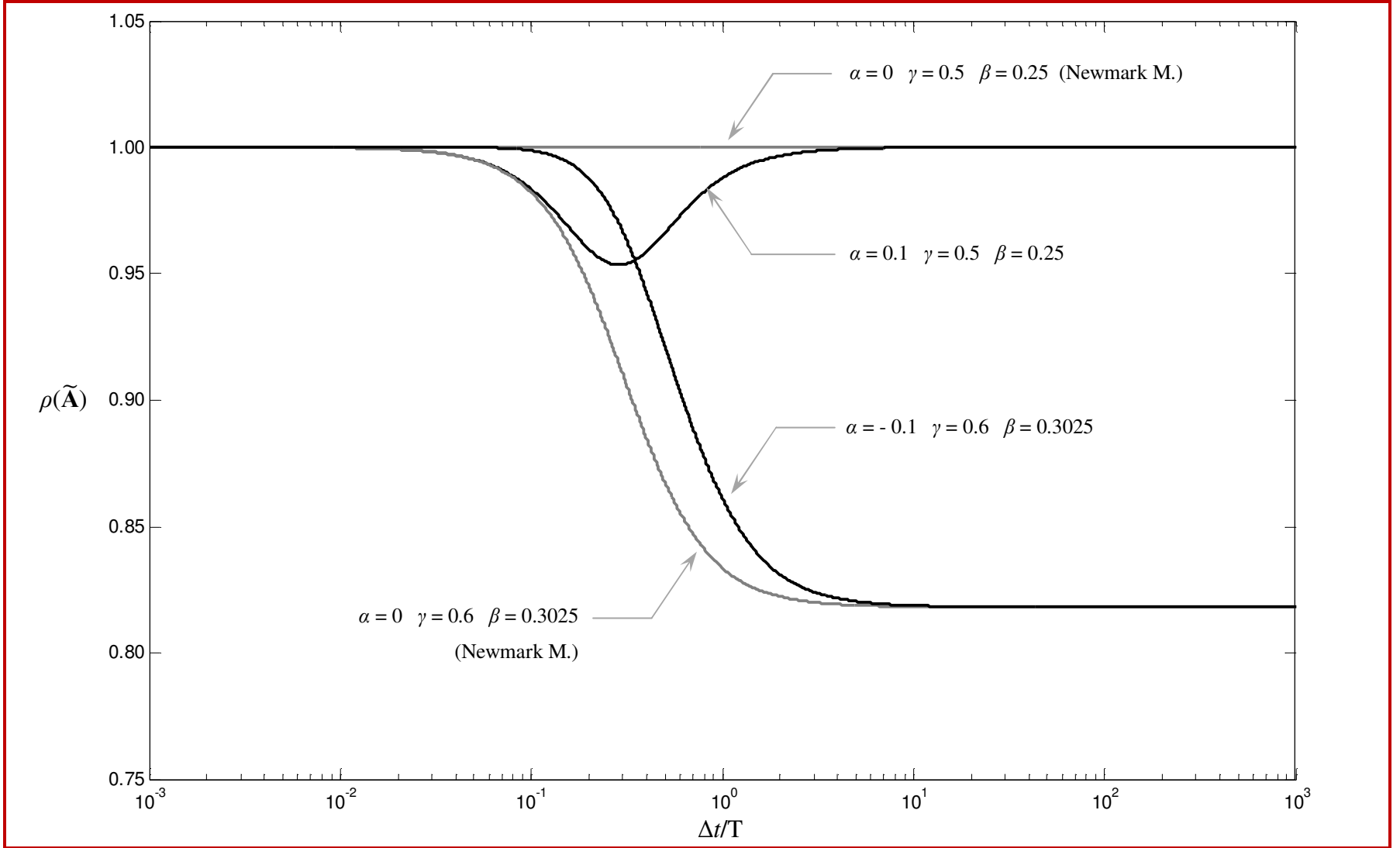
γ ve β parametreleri (2.150) numaralı bağıntıda önerilen şekilde seçilir ve $\zeta_n = 0$ için matrisinin $\lambda_{1,2}$ kompleks eşlenik özdeğerleri ve λ_3 özdeğeri hesaplanırsa, bu özdeğerler için $\lim_{\Omega \rightarrow 0} \lambda_{1,2} = 1$ ve $\lim_{\Omega \rightarrow 0} \lambda_3 = 0$ olduğu görülür. Diğer yandan şekil 2.20'de, $\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \lambda_{1,2}$ ve $\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \lambda_3$ için $\lambda_{1,2}$ ve λ_3 özdeğerlerinin α parametresine bağlı olarak değişimi gösterilmiştir (Hilber ve diğer., 1977). Şekilden görüleceği üzere $\Delta t/T \rightarrow \infty$ için metot $-1/2 \leq \alpha \leq 0$ aralığında stabildir. Ayrıca, $[-1/3, 0]$ aralığında $\lambda_{1,2}$ kompleks eşlenik özdeğerleri mutlak büyüklükçe -1 değerinden $-0,50$ değerine doğru azalmakta ve buna bağlı olarak algoritmik sönüm artmakta, $\alpha < -1/3$ içinse $\rho(\cdot)$ 'nin artması dolayısıyla algoritmik sönüm yüksek modlar için azalmaktadır. Bu bakımdan α parametresinin optimum seçim aralığı $-1/3 \leq \alpha \leq 0$ olarak belirlenmiştir.



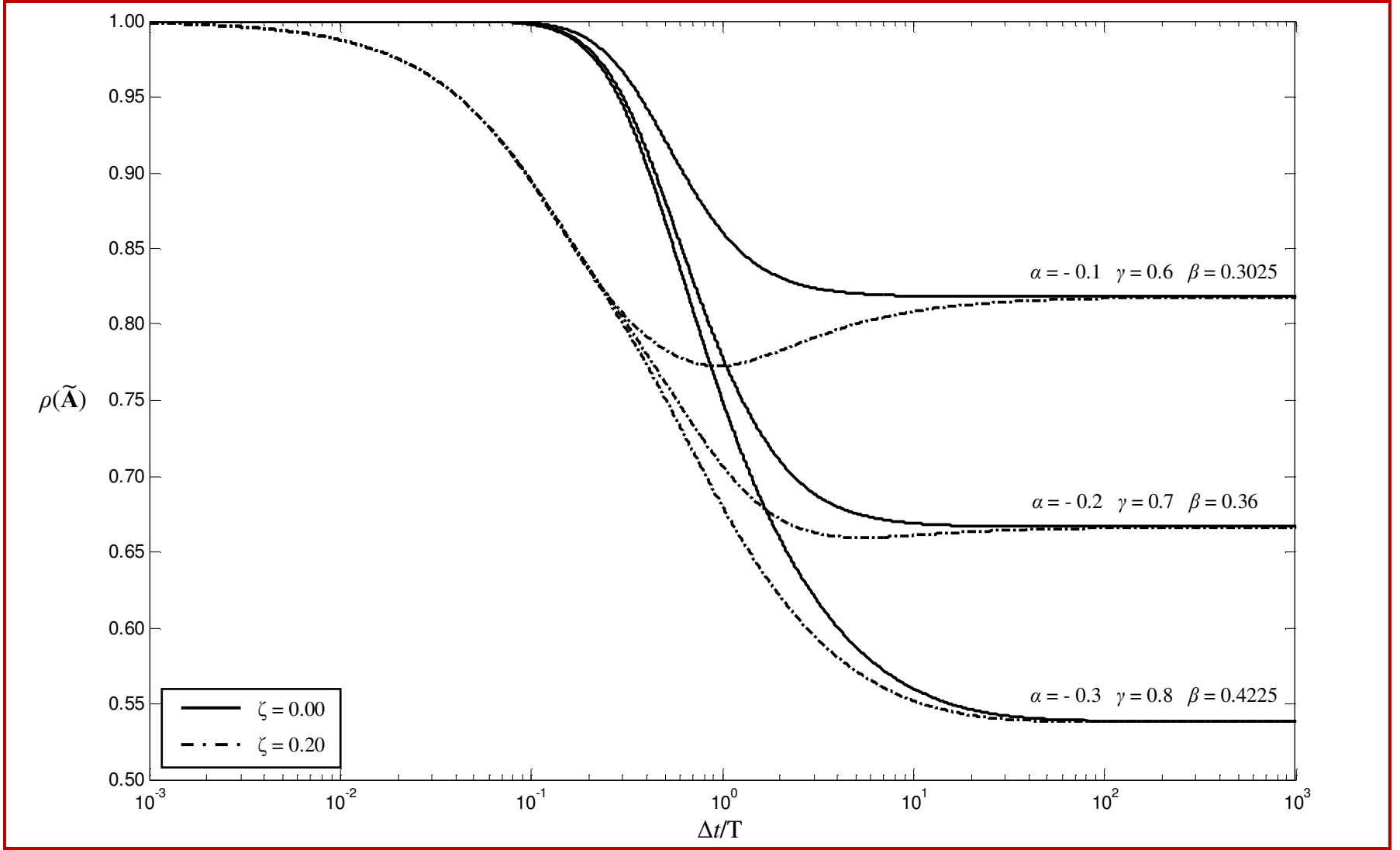
Şekil 2.20 $\Delta t/T \rightarrow \infty$ için matrisinin özdeğerlerinin α 'ya bağlı değişimleri

Şekil 2.21’de, HHT- α metodunun stabilite analizi için geliştirilen program (Ek2C) ile elde edilen ve (2.150) numaralı bağıntı doğrultusunda seçilen α , γ , β parametreleri için $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin spektral yarıçapının değişim grafikleri verilmiştir (Hilber ve diğer., 1977). Algoritmik sönüm özelliği bulumayan $\alpha = 0 - \gamma = 1/2 - \beta = 1/4$ (sabit ortalama ivme metodu) için elde edilen $\rho(\tilde{\mathbf{A}})$ değişim eğrisi ile $\alpha = 0,1 - \gamma = 1/2 - \beta = 1/4$ için elde edilen $\rho(\tilde{\mathbf{A}})$ karşılaştırıldığında, α parametresinin tek başına yalnızca fiziksel sönüm gibi davrandığı görülmektedir. Ayrıca, yüksek frekanslar için $\alpha = 0 - \gamma = 0,6 - \beta = 0,3025$ ile $\alpha = -0,1 - \gamma = 0,6 - \beta = 0,3025$ eğrileri aynı olsa da, HHT- α metodunun spektral yarıçapı $\Delta t/T$ değerinin daha geniş aralığı için 1’e yakın kalmakta diğer bir değişle HHT- α metodu, Newmark $\gamma = 0,6 - \beta = 0,3025$ metoduna göre algoritmik sönüm uygulamaya daha yüksek modlarda başlamaktadır.

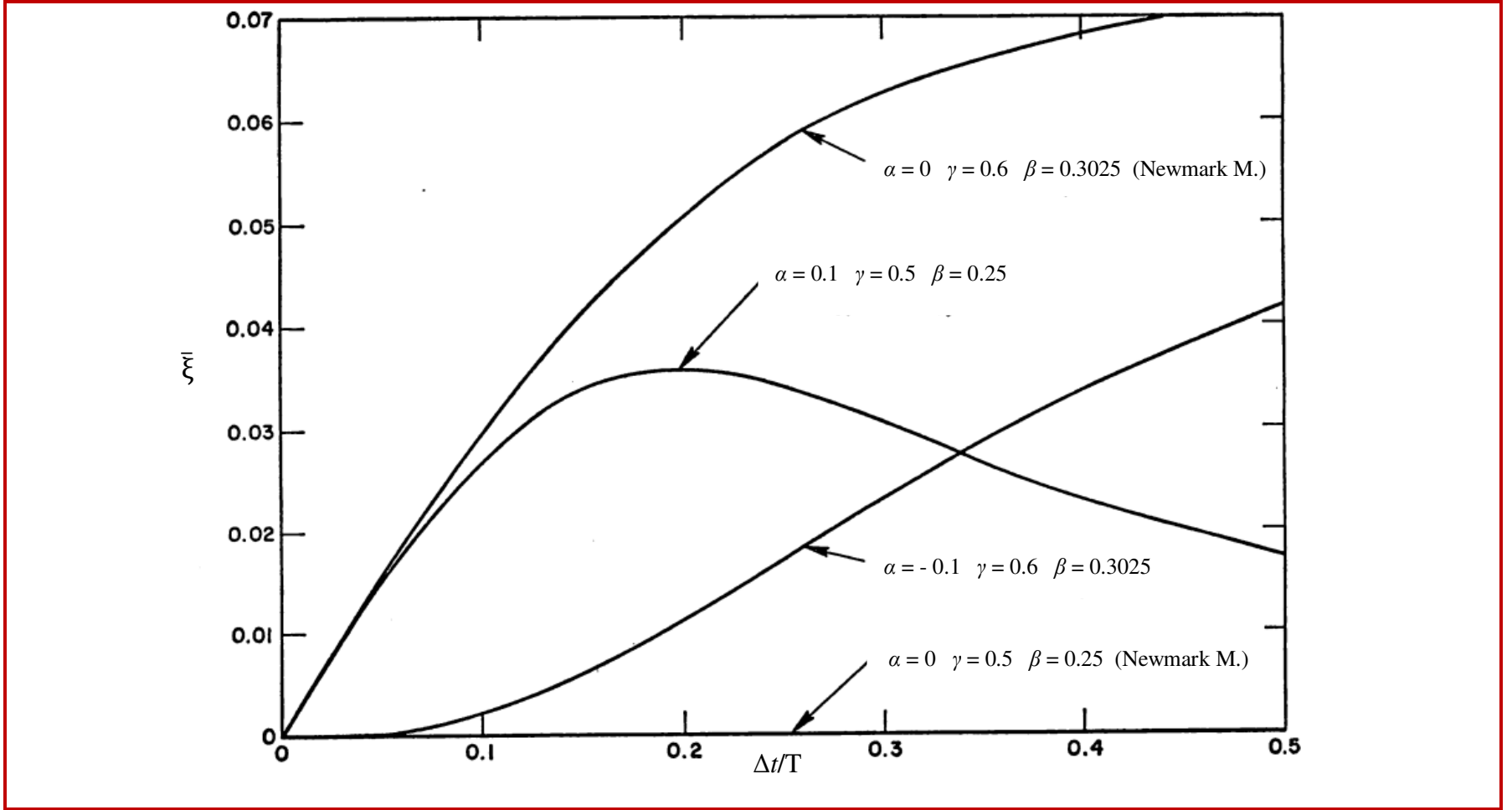
Şekil 2.22’de α ’nın azalan değerleri için $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin spektral yarıçapının değişim grafikleri verilmiştir. Şekilden görüleceği üzere α parametresinin $-1/3 \leq \alpha \leq 0$ aralığında azalan değerleri için metodun yüksek modlara uyguladığı algoritmik sönüm α ’ya bağlı olarak artmaktadır; fakat önceki bölümlerde de değinildiği üzere yüksek modlara uygulanacak algoritmik sönüme karar verilirken düşük modlarda göz önüne alınmalıdır. Örnek olarak, şekil 2.23’de verilen, HHT- α metodunun değişen $\Delta t/T$ değeri için (2.125)-(2.128) numaralı bağıntılar ile hesaplanan algoritmik sönüm oranı değişim grafiğini ele alalım (Hilber ve diğer, 1977). Dinamik yükler etkisindeki çok serbestlik dereceli sistemlerin tüm hakim modları $\Delta t/T$ değeri için yaklaşık olarak $[0, 0.5]$ aralığına düştüğünden genelde integrasyon metotlarının algoritmik sönüm oranları bu sınır değerler içinde hesaplanır. HHT- α metodunu algoritmik sönüm açısından Newmark metodu ile kıyaslamak için oluşturulan bu grafik ele alınırsa, Newmark metodunun algoritmik sönüm açısından neden terk edildiği daha iyi anlaşılabilir. Newmark metodu $\gamma = 0,6$ değeri için küçük $\Delta t/T$ değerinde dahi hissedilir seviyede algoritmik sönüm uygulamaktadır ki, bu değerler γ ’nın artmasıyla ($\gamma > 1/2$) daha da büyüyecektir. Diğer yandan HHT- α metodunun düşük modlara uyguladığı sönüm ise makul değerlerdedir ($\zeta_n < 0,01$). Ayrıca, bu şekil α ’nın pozitif değerleri için elde edilen sönümün yalnızca belirli frekansa kadar etkili olan fiziksel sönüm gibi davrandığının diğer bir göstergesidir.



Şekil 2.21 $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin spektral yarıçapının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişimi



Şekil 2.22 \tilde{A} matrisinin spektral yarıçapının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişimi



Şekil 2.23 Algoritmik sönüm oranının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişimi

2.2.4 Wood - Bossak - Zienkiewicz α Metodu

Wood, Bossak ve Zienkiewicz tarafından geliştirilen α metodu (bundan sonra WBZ- α olarak adlandırılacaktır) temelde HHT- α metodu ile aynı amacı paylaşmakla beraber Newmark metodunun karakteristik yapısının geliştirilmesi üzerine kuruludur. WBZ- α metodunda da, HHT- α metodunda olduğu gibi Newmark metodunun sönüm özelliklerini kontrol etmek için denge denklemine ek parametre (α) yerleştirilerek 2. mertebeden doğruluğa sahip, pozitif algoritmik sönümlü, koşulsuz stabil metot elde edilmiştir. WBZ- α metodu, (2.1) numaralı hareket denkleminin yaklaşık çözümü için Newmark metodunun (2.100a) ve (2.100b) numaralı bağıntılarını ve aşağıda verilen zamansal ayırık dinamik denge denklemini kullanır (Wood, Bossak ve Zienkiewicz, 1981, Hughes, 1987).

$$(1 - \alpha_B) \mathbf{m} \mathbf{a}^{t+\Delta t} + \alpha_B \mathbf{m} \mathbf{a}^t + \mathbf{c} \mathbf{v}^{t+\Delta t} + \mathbf{k} \mathbf{d}^{t+\Delta t} = \mathbf{p}^{t+\Delta t} \quad (2.159)$$

Burada α_B , γ ve β metodun stabilite, doğruluk ve algoritmik sönüm karakteristiklerini belirleyen parametreleri göstermektedir. Bağıntıda B alt indisi Bossak parametresini simgelemekte olup $\alpha_B = 0$ için metot Newmark metoduna dönüşmektedir. WBZ- α metodunun ikinci mertebeden doğruluğa sahip, algoritmik sönümlü, koşulsuz stabil olması için α_B , γ , β parametreleri aşağıda önerilen bağıntılara uygun seçilmelidir (Hughes, 1987).

$$\alpha_B \leq 0, \quad \gamma = \frac{1}{2} - \alpha_B, \quad \beta = \frac{1}{4} (1 - \alpha_B)^2 \quad (2.160)$$

Metodu dögüsel bir algoritma şekline getirmek için, Newmark metodunun (2.107) ve (2.108) numaralı bağıntıları (2.159) numaralı bağıntıda yerlerine yazılırsa, $\mathbf{d}^{t+\Delta t}$ vektörü için çözülecek bağıntı aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \left((1-\alpha_B) \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{m} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{c} + \mathbf{k} \right)^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{p} \\
& + \mathbf{m} \left\{ (1-\alpha_B) \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} {}^t \mathbf{d} + \frac{1}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{v} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 - \frac{\alpha_B}{(1-\alpha_B)} \right) {}^t \mathbf{a} \right] \right\} \\
& + \mathbf{c} \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{d} - \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) {}^t \mathbf{v} - \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \Delta t {}^t \mathbf{a} \right]
\end{aligned} \tag{2.161}$$

Bu bağıntı $\hat{\mathbf{K}}$, etkin rijitlik matrisini ve ${}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}}$, $t+\Delta t$ zamanındaki etkin yük vektörünü göstermek üzere aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\hat{\mathbf{K}} {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = {}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}} \tag{2.162}$$

Burada,

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{K}} &= (1-\alpha_B) \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{m} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{c} + \mathbf{k} \\
{}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}} &= {}^{t+\Delta t} \mathbf{p} + \mathbf{m} \left\{ (1-\alpha_B) \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} {}^t \mathbf{d} + \frac{1}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{v} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 - \frac{\alpha_B}{(1-\alpha_B)} \right) {}^t \mathbf{a} \right] \right\} \\
&+ \mathbf{c} \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{d} - \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) {}^t \mathbf{v} - \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \Delta t {}^t \mathbf{a} \right]
\end{aligned}$$

(2.162) numaralı bağıntıdan ${}^{t+\Delta t} \mathbf{d}$ vektörünün hesaplanmasının ardından, bu vektör (2.107) ve (2.108) numaralı bağıntılarda yerine yazılırsa, $t+\Delta t$ zamanındaki ivme ve hız vektörleri de elde edilir.

Bağıntılardan görüleceği üzere WBZ- α metodunda da çalışmada incelenen diğer metotlarda olduğu gibi iki zaman seviyesi (*time-level*) kullanılmaktadır, yani $t+\Delta t$ zamanındaki dinamik tepkiler (${}^{t+\Delta t} \mathbf{d}$, ${}^{t+\Delta t} \mathbf{v}$, ${}^{t+\Delta t} \mathbf{a}$) yalnızca t zamanındaki tepkilere bağlıdır. Ve böyle bir özellik doğrusal olmayan problemlerin iteratif şekilde ele alınabilmesi için gereklidir (Wood ve diğer., 1981).

1. Başlangıç hesaplamaları

1.1 Başlangıç koşullarının tanımlanması

$${}^0\mathbf{d} = \mathbf{u}(0), \quad {}^0\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}(0), \quad {}^0\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{u}}(0)$$

1.2 Parametrelerin seçimi

$$\alpha_B, \gamma, \beta, \Delta t$$

1.3 İntegrasyon sabitlerinin hesaplanması

$$\begin{aligned} x_1 &= 1 - \alpha_B; & x_2 &= x_1 \frac{1}{\beta \Delta t^2}; & x_3 &= \frac{\gamma}{\beta \Delta t}; & x_4 &= x_2 \Delta t \\ x_5 &= x_1 \left(\frac{1}{2\beta} - 1 - \frac{\alpha_B}{x_1} \right); & x_6 &= \frac{\gamma}{\beta} - 1; & x_7 &= \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \Delta t \\ x_8 &= \frac{1}{\beta \Delta t^2}; & x_9 &= -x_8 \Delta t; & x_{10} &= 1 - \frac{1}{2\beta} \end{aligned}$$

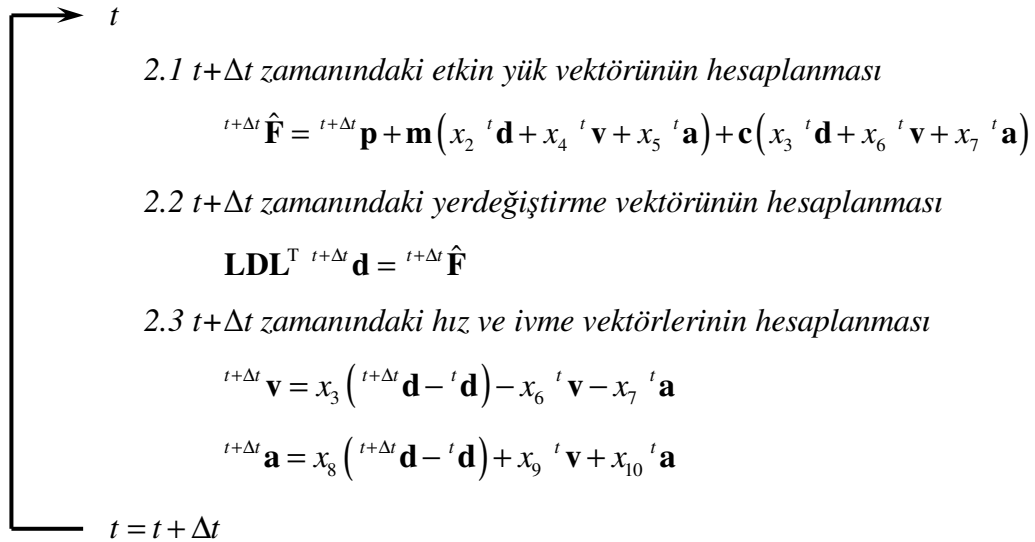
1.4 Etkin rijitlik matrisinin oluşturulması

$$\hat{\mathbf{K}} = x_2 \mathbf{m} + x_3 \mathbf{c} + \mathbf{k}$$

1.5 Etkin rijitlik matrisinin ayrıştırılması

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{LDL}^T$$

2. Tüm zaman adımları için yapılacak hesaplamalar



Şekil 2.24 WBZ- α metodunun akış diyagramı

2.2.4.1 Metodun Stabilite Analizi

WBZ- α metodunun stabilite analizinde göz önüne alınacak, n . moda ait dinamik denge denklemi serbest titreşim durumu için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$(1 - \alpha_B)^{t+\Delta t} a_n + \alpha_B {}^t a_n + 2 \zeta_n w_n {}^{t+\Delta t} v_n + w_n^2 {}^{t+\Delta t} d_n = 0 \quad (2.163)$$

Newmark metodunun modal koordinatlar cinsinden ifade edilen (2.112a)-(2.112b) numaralı yerdeğiştirme ve hız bağıntıları (2.163) numaralı bağıntı ile verilen denge denkleminde yerlerine yazılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$(1 - \alpha_B + 2 \gamma \zeta_n w_n \Delta t + \beta w_n^2 \Delta t^2)^{t+\Delta t} a_n = \left[-\alpha_B - 2(1 - \gamma) \zeta_n w_n \Delta t - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) w_n^2 \Delta t^2 \right] {}^t a_n + (-2 \zeta_n w_n - w_n^2 \Delta t) {}^t v_n - w_n^2 {}^t d_n \quad (2.164)$$

(2.164) numaralı bağıntıdaki değişkenler düzenlenirse, bağıntı aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$${}^{t+\Delta t} a_n = \left(1 - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \eta - \frac{1}{2} \eta - 2 \mu \right) {}^t a_n + \frac{1}{\Delta t} (-\eta - 2 \mu) {}^t v_n + \frac{1}{\Delta t^2} (-\eta) {}^t d_n \quad (2.165a)$$

Burada,

$$\eta = \left(\frac{w_n^2 \Delta t^2}{1 - \alpha_B + 2 \gamma \zeta_n w_n \Delta t + \beta w_n^2 \Delta t^2} \right) \text{ ve } \mu = \frac{\zeta_n \eta}{w_n \Delta t}$$

(2.165a) ile verilen ${}^{t+\Delta t} a_n$, (2.112a) ve (2.112b)'de yerine yazılırsa, yerdeğiştirme ve hız bağıntıları aşağıdaki şekilde elde edilir.

$${}^{t+\Delta t}v_n = \Delta t \left(1 - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \gamma \eta - \frac{1}{2} \gamma \eta - 2 \gamma \mu \right) {}^t a_n + (1 - \gamma \eta - 2 \gamma \mu) {}^t v_n + \frac{1}{\Delta t} (-\gamma \eta) {}^t d_n \quad (2.165b)$$

$${}^{t+\Delta t}d_n = \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \beta \eta - \frac{1}{2} \beta \eta - 2 \beta \mu \right) {}^t a_n + \Delta t (1 - \beta \eta - 2 \beta \mu) {}^t v_n + (1 - \beta \eta) {}^t d_n \quad (2.165c)$$

(2.165a)-(2.165c) numaralı bağıntıların matris formda yazılması ile elde edilen bağıntıdaki \mathbf{A} matrisi aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \eta - \frac{1}{2} \eta - 2 \mu & \frac{1}{\Delta t} (-\eta - 2 \mu) & \frac{1}{\Delta t^2} (-\eta) \\ \Delta t \left(1 - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \gamma \eta - \frac{1}{2} \gamma \eta - 2 \gamma \mu \right) & 1 - \gamma \eta - 2 \gamma \mu & \frac{1}{\Delta t} (-\gamma \eta) \\ \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \beta \eta - \frac{1}{2} \beta \eta - 2 \beta \mu \right) & \Delta t (1 - \beta \eta - 2 \beta \mu) & 1 - \beta \eta \end{bmatrix} \quad (2.166)$$

Son olarak \mathbf{A} matrisine benzerlik dönüşümü ($\mathbf{H}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H}$) uygulanırsa, stabilite analizi için incelenecek matris aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur.

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \eta - \frac{1}{2} \eta - 2 \mu & -\eta - 2 \mu & -\eta \\ 1 - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \gamma \eta - \frac{1}{2} \gamma \eta - 2 \gamma \mu & 1 - \gamma \eta - 2 \gamma \mu & -\gamma \eta \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \beta \eta - \frac{1}{2} \beta \eta - 2 \beta \mu & 1 - \beta \eta - 2 \beta \mu & 1 - \beta \eta \end{bmatrix}$$

Şekil 2.25'de WBZ- α metodunun stabilite analizi için geliştirilen program (Ek2D) ile elde edilen ve (2.160) numaralı bağıntı doğrultusunda seçilen α_B , γ , β için $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin spektral yarıçapının değişim grafikleri verilmiştir. Şekilden görüleceği üzere α_B 'nin pozitif değerleri algoritmik sönümü düşük frekanslara çekmektedir. Bu

bakımdan $\alpha_B \leq 0$ olmalıdır. Aynı zamanda, $\alpha_B = -0,1 - \gamma = 0,6 - \beta = 0,5$ ile elde edilen $\rho(\tilde{\mathbf{A}})$ değişim eğrisi ile $\alpha_B = -0,1 - \gamma = 0,6 - \beta = 0,3025$ karşılaştırıldığında, yüksek frekanslar için optimum algoritmik sönümün γ ve β 'nin (2.160) numaralı bağıntıya uygun seçilmeleriyle elde edilebildiği görülmektedir.

Şekil 2.26'da, $\alpha_B \leq 0$ olmak üzere, α_B 'nin azalan değerleri için $\rho(\tilde{\mathbf{A}})$ 'nin sönümsüz ve sönümlü ($\zeta_n = 0,20$) sistemlerdeki değişim eğrileri gösterilmektedir. Sonuç olarak WBZ- α metoduyla da (HHT- α metodundaki gibi) Newmark metoduna kıyasla daha olumlu algoritmik sönüm karakteristiği olan, ikinci metebeden doğruluğa sahip koşulsuz stabil metot elde edilmiştir.

2.2.5 Chung - Hulbert Genelleştirilmiş α Metodu

Düşük ve yüksek modlar için optimum algoritmik sönüm karakteristiği elde etmek üzerine tasarlanan genelleştirilmiş α metodu, Hilber, Hughes ve Taylor tarafından geliştirilen HHT- α ve Wood, Bossak ve Zienkiewicz tarafından geliştirilen WBZ- α metotlarının birleştirilmesine dayanmaktadır. Genelleştirilmiş α metodu da, HHT- α ve WBZ- α metotlarındaki gibi, $t+\Delta t$ zamanındaki hız ve yerdeğiştirme bağıntıları için Newmark metodunun (2.100a) ve (2.100b) numaralı bağıntılarını kullanılır. Metodun (2.1) numaralı hareket denkleminin yaklaşık çözümü için göz önüne aldığı zamansal ayırık denge denklemi aşağıda verilmiştir (Chung ve Hulbert, 1993).

$$\mathbf{m}^{t+\Delta t-\alpha_m} \mathbf{a} + \mathbf{c}^{t+\Delta t-\alpha_f} \mathbf{v} + \mathbf{k}^{t+\Delta t-\alpha_f} \mathbf{d} = {}^{t+\Delta t-\alpha_f} \mathbf{p} \quad (2.167)$$

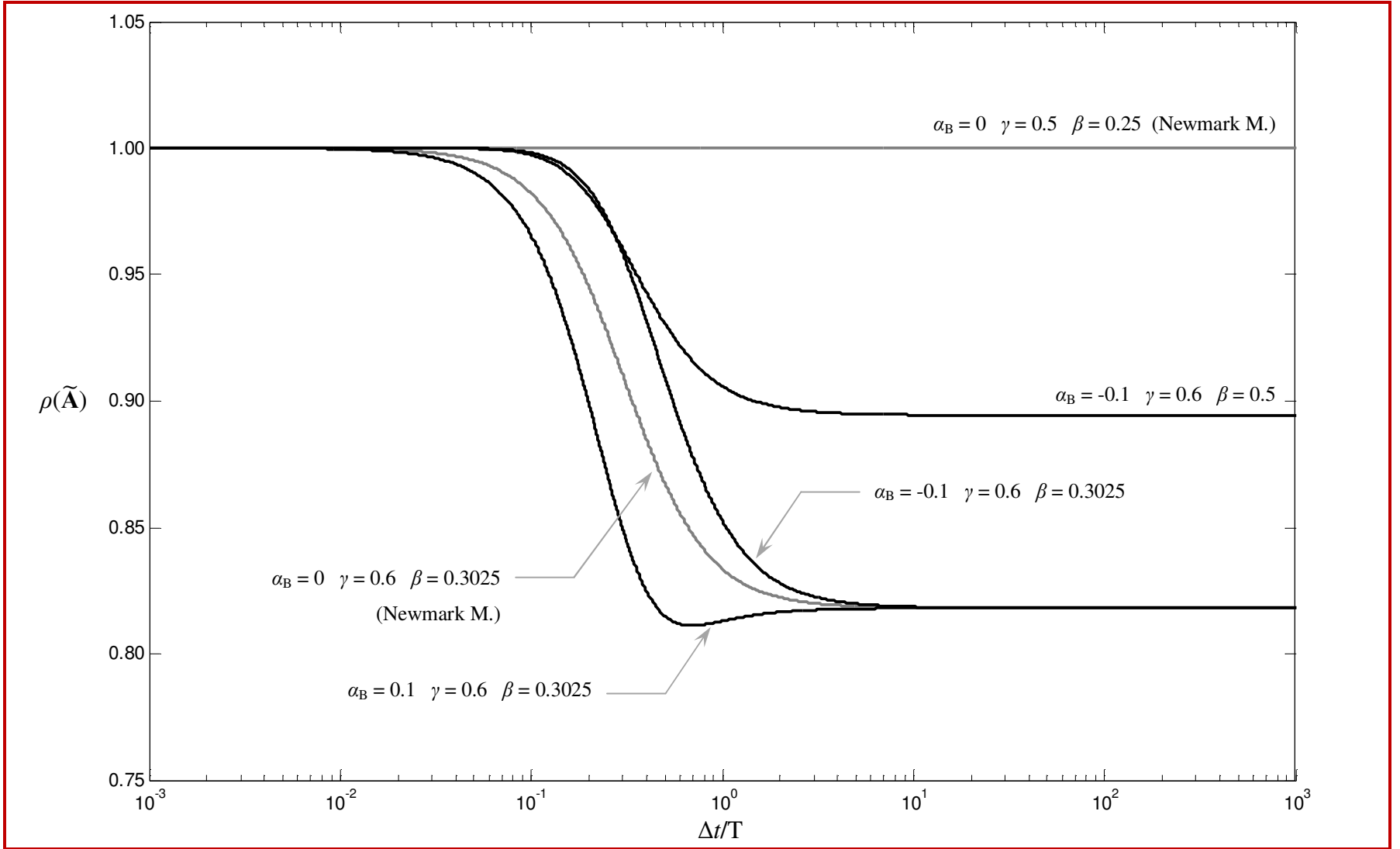
Burada,

$${}^{t+\Delta t-\alpha_f} \mathbf{d} = (1 - \alpha_f) {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} + \alpha_f {}^t \mathbf{d} \quad (2.168a)$$

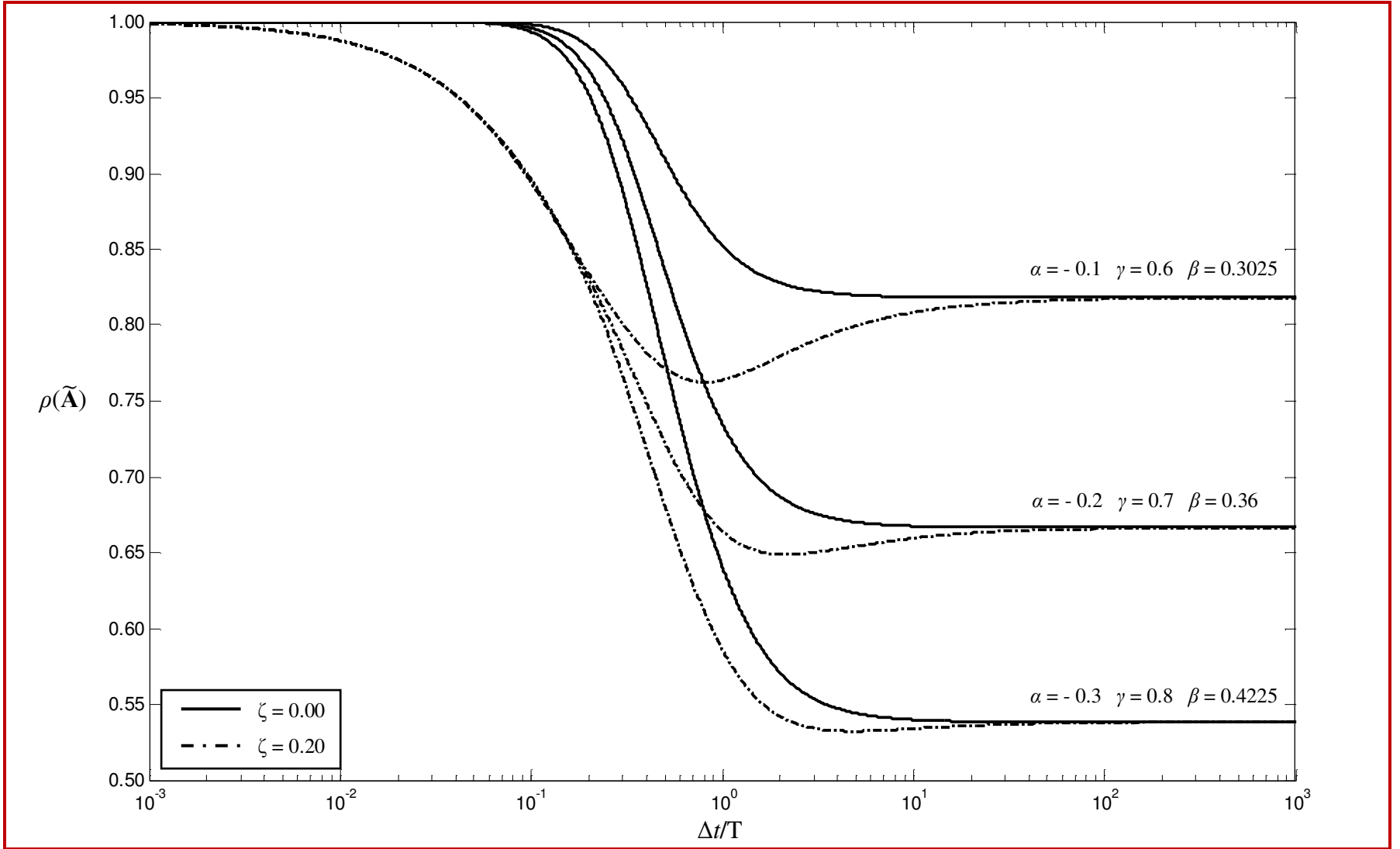
$${}^{t+\Delta t-\alpha_f} \mathbf{v} = (1 - \alpha_f) {}^{t+\Delta t} \mathbf{v} + \alpha_f {}^t \mathbf{v} \quad (2.168b)$$

$${}^{t+\Delta t-\alpha_m} \mathbf{a} = (1 - \alpha_m) {}^{t+\Delta t} \mathbf{a} + \alpha_m {}^t \mathbf{a} \quad (2.168c)$$

$$t + \Delta t - \alpha_f = (1 - \alpha_f)(t + \Delta t) + \alpha_f t \quad (2.169)$$



Şekil 2.25 $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin spektral yarıçapının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişimi



Şekil 2.26 \tilde{A} matrisinin spektral yarıçapının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişimi

α_f , α_m , γ ve β metodun stabilite, doğruluk ve algoritmik sönüm karakteristiklerini belirleyen parametreleri göstermekte olup $\alpha_m = 0$ için metot HHT- α metoduna, $\alpha_f = 0$ için WBZ- α metoduna, $\alpha_m = \alpha_f = 0$ içinse Newmark metoduna dönüşmektedir. Genelleştirilmiş α metodunun ikinci mertebeden doğruluğa sahip olarak algoritmik sönümlü, koşulsuz stabil olması için α_f , α_m , γ ve β parametreleri aşağıda önerilen bağıntılara uygun seçilmelidir (Chung ve Hulbert, 1993). Bu bağıntılarda ρ_∞ yüksek frekanslar için tanımlanacak spektral yarıçapı göstermektedir.

$$\alpha_m = \frac{2\rho_\infty - 1}{\rho_\infty + 1}, \quad \alpha_f = \frac{\rho_\infty}{\rho_\infty + 1}, \quad \gamma = \frac{1}{2} - \alpha_m + \alpha_f, \quad \beta = \frac{1}{4} (1 - \alpha_m + \alpha_f)^2 \quad (2.170)$$

Metodu dögüsel bir algoritma şekline getirmek için, öncelikle (2.168a)-(2.168c) numaralı bağıntılar ile verilen ${}^{t+\Delta t-\alpha_f} \mathbf{d}$, ${}^{t+\Delta t-\alpha_f} \mathbf{v}$ ve ${}^{t+\Delta t-\alpha_m} \mathbf{a}$ vektörleri (2.167) numaralı dinamik denge denkleminde yerlerine yazılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\begin{aligned} (1 - \alpha_m) \mathbf{m} {}^{t+\Delta t} \mathbf{a} + \alpha_m \mathbf{m} {}^t \mathbf{a} + (1 - \alpha_f) \mathbf{c} {}^{t+\Delta t} \mathbf{v} + \alpha_f \mathbf{c} {}^t \mathbf{v} \\ + (1 - \alpha_f) \mathbf{k} {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} + \alpha_f \mathbf{k} {}^t \mathbf{d} = (1 - \alpha_f) {}^{t+\Delta t} \mathbf{p} + \alpha_f {}^t \mathbf{p} \end{aligned} \quad (2.171)$$

Sonrasında, Newmark metodunun (2.107) ve (2.108) numaralı bağıntıları yukarıda verilen bağıntıda yerlerine yazılırsa, ${}^{t+\Delta t} \mathbf{d}$ vektörü için çözülecek bağıntı aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} \left((1 - \alpha_m) \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{m} + (1 - \alpha_f) \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{c} + (1 - \alpha_f) \mathbf{k} \right) {}^{t+\Delta t} \mathbf{d} = (1 - \alpha_f) {}^{t+\Delta t} \mathbf{p} + \alpha_f {}^t \mathbf{p} \\ + \mathbf{m} \left\{ (1 - \alpha_m) \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} {}^t \mathbf{d} + \frac{1}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{v} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 - \frac{\alpha_m}{1 - \alpha_m} \right) {}^t \mathbf{a} \right] \right\} \\ + \mathbf{c} \left\{ (1 - \alpha_f) \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} {}^t \mathbf{d} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 - \frac{\alpha_f}{1 - \alpha_f} \right) {}^t \mathbf{v} - \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \Delta t {}^t \mathbf{a} \right] \right\} \\ - \alpha_f \mathbf{k} {}^t \mathbf{d} \end{aligned} \quad (2.172)$$

Bu bağıntı $\hat{\mathbf{K}}$, etkin rijitlik matrisini ve ${}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{F}}$, $t+\Delta t$ zamanındaki etkin yük vektörünü göstermek üzere aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\hat{\mathbf{K}} {}^{t+\Delta t}\mathbf{d} = {}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{F}} \quad (2.173)$$

Burada,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{K}} &= (1-\alpha_m) \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{m} + (1-\alpha_f) \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{c} + (1-\alpha_f) \mathbf{k} \\ {}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{F}} &= (1-\alpha_f) {}^{t+\Delta t}\mathbf{p} + \alpha_f {}^t\mathbf{p} + \mathbf{m} \left\{ (1-\alpha_m) \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} {}^t\mathbf{d} + \frac{1}{\beta \Delta t} {}^t\mathbf{v} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 - \frac{\alpha_m}{1-\alpha_m} \right) {}^t\mathbf{a} \right] \right\} \\ &\quad + \mathbf{c} \left\{ (1-\alpha_f) \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} {}^t\mathbf{d} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 - \frac{\alpha_f}{1-\alpha_f} \right) {}^t\mathbf{v} - \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \Delta t {}^t\mathbf{a} \right] \right\} - \alpha_f \mathbf{k} {}^t\mathbf{d} \end{aligned}$$

(2.173) numaralı bağıntıdan ${}^{t+\Delta t}\mathbf{d}$ vektörünün hesaplanmasının ardından, bu vektör Newmark metodunun (2.107) ve (2.108) numaralı bağıntılarında yerine yazılırsa, $t+\Delta t$ zamanındaki hız ve ivme vektörleri de elde edilir.

2.2.5.1 Metodun Stabilite Analizi

Genelleştirilmiş α metodunun stabilite analizinde göz önüne alınacak, n . moda ait dinamik denge denklemleri serbest titreşim durumu için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$${}^{t+\Delta t-\alpha_m} a_n + 2 \zeta_n w_n {}^{t+\Delta t-\alpha_f} v_n + w_n^2 {}^{t+\Delta t-\alpha_f} d_n = 0 \quad (2.174)$$

Yukarıda verilen bağıntıda yerlerine yazılacak olan, modal koordinatlardaki ivme, hız ve yerdeğiştirme bağıntıları aşağıda verilmiştir.

$${}^{t+\Delta t-\alpha_f} d_n = (1-\alpha_f) {}^{t+\Delta t} d_n + \alpha_f {}^t d_n \quad (2.175a)$$

$${}^{t+\Delta t-\alpha_f} v_n = (1-\alpha_f) {}^{t+\Delta t} v_n + \alpha_f {}^t v_n \quad (2.175b)$$

$${}^{t+\Delta t-\alpha_m} a_n = (1-\alpha_m) {}^{t+\Delta t} a_n + \alpha_m {}^t a_n \quad (2.175c)$$

1. Başlangıç hesaplamaları

1.1 Başlangıç koşullarının tanımlanması

$${}^0\mathbf{d} = \mathbf{u}(0), \quad {}^0\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}(0), \quad {}^0\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{u}}(0)$$

1.2 Parametrelerin seçimi

$$\rho_\infty, \alpha_m, \alpha_f, \gamma, \beta, \Delta t$$

1.3 İntegrasyon sabitlerinin hesaplanması

$$\begin{aligned} x_1 &= 1 - \alpha_m; & x_2 &= 1 - \alpha_f; & x_3 &= x_1 \frac{1}{\beta \Delta t^2}; & x_4 &= x_2 \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \\ x_5 &= x_3 \Delta t; & x_6 &= x_1 \left(\frac{1}{2\beta} - 1 - \frac{\alpha_m}{x_1} \right); & x_7 &= x_2 \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 - \frac{\alpha_f}{x_2} \right) \\ x_8 &= x_2 \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \Delta t; & x_9 &= \frac{x_4}{x_2}; & x_{10} &= 1 - \frac{\gamma}{\beta}; & x_{11} &= -\frac{x_8}{x_2} \\ x_{12} &= \frac{x_3}{x_1}; & x_{13} &= -x_{12} \Delta t; & x_{14} &= 1 - \frac{1}{2\beta} \end{aligned}$$

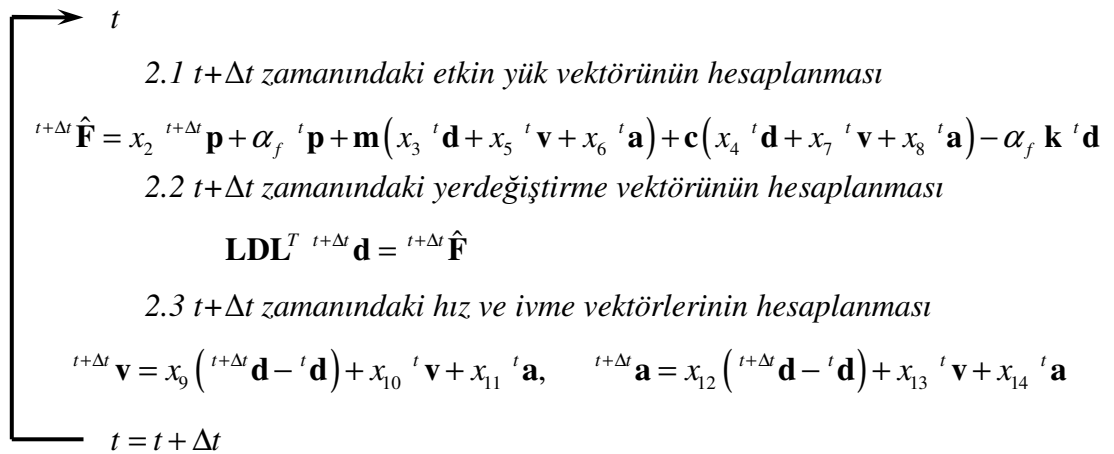
1.4 Etkin rijitlik matrisinin oluşturulması

$$\hat{\mathbf{K}} = x_3 \mathbf{m} + x_4 \mathbf{c} + x_2 \mathbf{k}$$

1.5 Etkin rijitlik matrisinin ayrıştırılması

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{L}\mathbf{D}\mathbf{L}^T$$

2. Tüm zaman adımları için yapılacak hesaplamalar



Şekil 2.27 Genelleştirilmiş α metodunun akış diyagramı

(2.175a)-(2.175c) numaralı bağıntılar (2.174) numaralı dinamik denge denkleminde yerlerine yazılırsa, bağıntı aşağıdaki şekli alır.

$$(1-\alpha_m)^{t+\Delta t} a_n + \alpha_m^t a_n + 2(1-\alpha_f) \zeta_n w_n^{t+\Delta t} v_n + 2\alpha_f \zeta_n w_n^t v_n + (1-\alpha_f) w_n^2{}^{t+\Delta t} d_n + \alpha_f w_n^2{}^t d_n = 0 \quad (2.176)$$

Newmark metodunun modal koordinatlar cinsinden ifade edilen (2.112a)-(2.112b) numaralı bağıntıları yukarıda verilen bağıntıda yerlerine yazılırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$(1-\alpha_m + 2(1-\alpha_f) \gamma \zeta_n w_n \Delta t + (1-\alpha_f) \beta w_n^2 \Delta t^2)^{t+\Delta t} a_n = \left[-\alpha_m - 2(1-\alpha_f)(1-\gamma) \zeta_n w_n \Delta t - (1-\alpha_f) \left(\frac{1}{2} - \beta \right) w_n^2 \Delta t^2 \right]^t a_n + (-2(1-\alpha_f) \zeta_n w_n - 2\alpha_f \zeta_n w_n - (1-\alpha_f) w_n^2 \Delta t)^t v_n + (-(1-\alpha_f) w_n^2 - \alpha_f w_n^2)^t d_n \quad (2.177)$$

(2.177) numaralı bağıntıdaki değişkenler düzenlenirse, bağıntı aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$${}^{t+\Delta t} a_n = \left(1 - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \eta + \frac{(\alpha_f - 1)}{2} \eta + 2(\alpha_f - 1) \mu \right)^t a_n + \frac{1}{\Delta t} ((\alpha_f - 1) \eta - 2\mu)^t v_n + \frac{1}{\Delta t^2} (-\eta)^t d_n \quad (2.178a)$$

Burada,

$$\eta = \left(\frac{w_n^2 \Delta t^2}{1 - \alpha_m + 2(1-\alpha_f) \gamma \zeta_n w_n \Delta t + (1-\alpha_f) \beta w_n^2 \Delta t^2} \right) \text{ ve } \mu = \frac{\zeta_n \eta}{w_n \Delta t}$$

(2.178a) ile verilen ${}^{t+\Delta t} a_n$, (2.112a) ve (2.112b)'de yerine yazılırsa, yerdeğiştirme ve hız için aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$${}^{t+\Delta t} v_n = \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{w_n^2 \Delta t^2} \eta + \frac{(\alpha_f - 1) \gamma}{2} \eta + 2(\alpha_f - 1) \gamma \mu \right) {}^t a_n + (1 + (\alpha_f - 1) \gamma \eta - 2 \gamma \mu) {}^t v_n + \frac{1}{\Delta t} (-\gamma \eta) {}^t d_n \quad (2.178b)$$

$${}^{t+\Delta t} d_n = \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\beta}{w_n^2 \Delta t^2} \eta + \frac{(\alpha_f - 1) \beta}{2} \eta + 2(\alpha_f - 1) \beta \mu \right) {}^t a_n + \Delta t (1 + (\alpha_f - 1) \beta \eta - 2 \beta \mu) {}^t v_n + (1 - \beta \eta) {}^t d_n \quad (2.178c)$$

(2.178a)-(2.178c) numaralı bağıntıların matris formda yazılması ile elde edilen bağıntıdaki **A** matrisi aşağıda verilmiştir.

A =

$$\begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \eta + \frac{(\alpha_f - 1)}{2} \eta + 2(\alpha_f - 1) \mu & \frac{1}{\Delta t} ((\alpha_f - 1) \eta - 2 \mu) & \frac{1}{\Delta t^2} (-\eta) \\ \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{w_n^2 \Delta t^2} \eta + \frac{(\alpha_f - 1) \gamma}{2} \eta + 2(\alpha_f - 1) \gamma \mu \right) & 1 + (\alpha_f - 1) \gamma \eta - 2 \gamma \mu & \frac{1}{\Delta t} (-\gamma \eta) \\ \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\beta}{w_n^2 \Delta t^2} \eta + \frac{(\alpha_f - 1) \beta}{2} \eta + 2(\alpha_f - 1) \beta \mu \right) & \Delta t (1 + (\alpha_f - 1) \beta \eta - 2 \beta \mu) & 1 - \beta \eta \end{bmatrix} \quad (2.179)$$

Son olarak **A** matrisine benzerlik dönüşümü ($\mathbf{H}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H}$) uygulanırsa, stabilite analizi için incelenecek matris aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur.

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{w_n^2 \Delta t^2} \eta + \frac{(\alpha_f - 1)}{2} \eta + 2(\alpha_f - 1) \mu & (\alpha_f - 1) \eta - 2 \mu & -\eta \\ 1 - \frac{\gamma}{w_n^2 \Delta t^2} \eta + \frac{(\alpha_f - 1) \gamma}{2} \eta + 2(\alpha_f - 1) \gamma \mu & 1 + (\alpha_f - 1) \gamma \eta - 2 \gamma \mu & -\gamma \eta \\ \frac{1}{2} - \frac{\beta}{w_n^2 \Delta t^2} \eta + \frac{(\alpha_f - 1) \beta}{2} \eta + 2(\alpha_f - 1) \beta \mu & 1 + (\alpha_f - 1) \beta \eta - 2 \beta \mu & 1 - \beta \eta \end{bmatrix} \quad (2.180)$$

(2.180) numaralı $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin $\lambda_{1,2}$ ve λ_3 özdeğerleri hesaplanırsa, genelleştirilmiş α metodunun aşağıdaki bağıntılarda verilen kriterler için koşulsuz stabil olduğu görülür (Chung ve Hulbert, 1993).

$$\alpha_m \leq \alpha_f \leq \frac{1}{2}, \quad \beta \geq \frac{1}{4} + \frac{1}{2}(\alpha_f - \alpha_m) \quad (2.181)$$

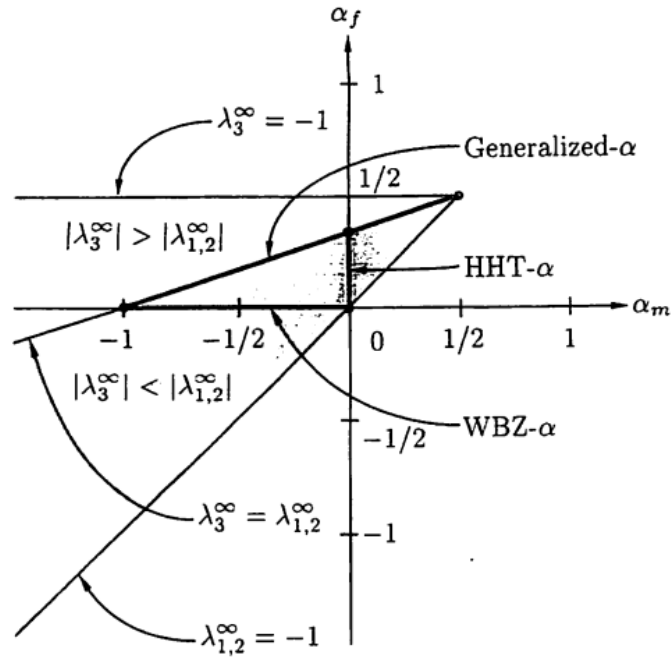
Diğer yandan, metodun ikinci mertebeden doğruluğa sahip olması için γ parametresi (2.170) numaralı bağıntıda da belirtildiği üzere aşağıdaki koşulu sağlamalıdır.

$$\gamma = \frac{1}{2} - \alpha_m + \alpha_f \quad (2.182)$$

Önceki bölümlerde değinildiği üzere, bir Ω değeri (Ω_{bif}) için $\lambda_{1,2}$ özdeğerleri karmaşık eşlenik formdan, gerçek, ayrık özdeğerlere dönerse, bu özdeğerlerden bir tanesi büyüklük olarak Ω ile birlikte artmaya başlar. Bu durum spektral yarıçapında artmasına yol açar ve dolayısı ile yüksek frekanslar için algoritmik sönüm azalır. Bu bakımdan $\lambda_{1,2}$ özdeğerlerinin ancak yüksek frekanslarda gerçek değerlere dönmesi gerekir. Bu hedef, $\lambda_{1,2}(\Omega) = A(\Omega) \pm i.B(\Omega)$ olduğu düşünülürse, $\lim_{\Omega \rightarrow \infty} B(\Omega) = 0$ için gerçekleşir. Genelleştirilmiş α metodunda bu koşul, β parametresinin aşağıda verilen bağıntıya uygun seçilmesi durumunda sağlanır.

$$\beta = \frac{1}{4} (1 - \alpha_m + \alpha_f)^2 \quad (2.183)$$

Chung ve Hulbert çalışmasında (1993), (2.181)-(2.183) numaralı bağıntılar ile verilen koşulları göz önüne alarak seçilmesi gereken α_m ve α_f parametrelerini şekil 2.28 üzerinde tanımlamıştır. Genelleştirilmiş α metodunun stabil olduğu bölgeler şekilden de görüleceği üzere, (2.181) numaralı bağıntıdaki $\alpha_m \leq \alpha_f$ koşulu için gerekli $\lambda_{1,2}^\infty = -1$ çizgisi ve $\alpha_f \leq 1/2$ koşulu için gerekli $\lambda_3^\infty = -1$ çizgisi ile sınırlıdır. Buradaki ∞ üst indisi özdeğerin yüksek frekans limiti için değerini simgelemektedir.



Şekil 2.28 $\alpha_m - \alpha_f$ uzayında genelleştirilmiş α metodu

$\rho_\infty = |\lambda_{1,2}^\infty|$ için $\lambda_{1,2}^\infty$ ve λ_3^∞ değerleri aşağıdaki bağıntı ile, α_m ve α_f parametreleri cinsinden ifade edilebilir (Chung ve Hulbert, 1993).

$$\lambda_{1,2}^\infty = \frac{\alpha_f - \alpha_m - 1}{\alpha_f - \alpha_m + 1}, \quad \lambda_3^\infty = \frac{\alpha_f}{\alpha_f - 1} \quad (2.184)$$

Böylece, yukarıda verilen bağıntı yardımıyla ($\rho_\infty = |\lambda_{1,2}^\infty|$), verilen bir ρ_∞ değeri için α_m ve α_f parametrelerini ρ_∞ cinsinden ifade etmek mümkün olur. Örnek olarak, belirli bir ρ_∞ değeri için genelleştirilmiş α metodu kullanılarak, HHT- α metodu aşağıdaki bağıntı ile elde edilebilir.

$$\alpha_m = 0, \quad \alpha_f = \frac{1 - \rho_\infty}{1 + \rho_\infty} \quad (\rho_\infty \in [1, 1/2]) \quad (2.185)$$

WBZ- α metoduda benzer şekilde ρ_∞ cinsinden aşağıdaki bağıntı ile elde edilebilir.

$$\alpha_f = 0, \quad \alpha_m = \frac{\rho_\infty - 1}{\rho_\infty + 1} \quad (\rho_\infty \in [1, 0]) \quad (2.186)$$

Genelleştirilmiş α metodu kullanılarak elde edilebilecek olan HHT- α ve WBZ- α metodlarının ρ_∞ cinsinden ifadeleri şüphesizki çok daha kullanışlıdır; çünkü (2.185) ve (2.186) numaralı bağıntılar, tanımlanacak bir ρ_∞ değeri ile yüksek frekanslardaki spektral yarıçap üzerinde kontrol imkanı sağlamaktadır.

Chung ve Hulbert tarafından fark edilen diğer bir olgu ise yüksek frekanslardaki belirli bir spektral yarıçap değeri için düşük frekanslardaki algoritmik sönümün $\lambda_3^\infty = \lambda_{1,2}^\infty$ olması ile minimize edilebileceğidir. Genelleştirilmiş α metodunda $\lambda_3^\infty = \lambda_{1,2}^\infty$ için aşağıda verilen $\alpha_m - \alpha_f$ ilişkisi elde edilir.

$$\alpha_f = \frac{1}{3}(\alpha_m + 1) \quad (2.187)$$

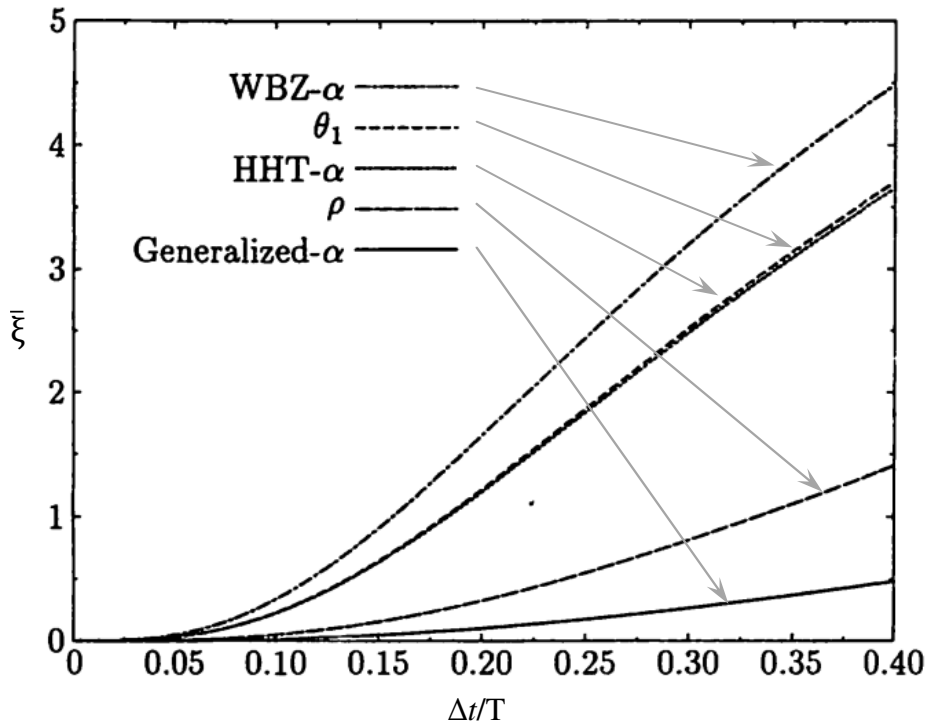
Yukarıda verilen ve optimum algoritmik sönüm karakteristiği için elde edilen (2.187) numaralı bağıntı yardımıyla α_m ve α_f parametreleri ρ_∞ cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Chung ve Hulbert, 1993).

$$\alpha_m = \frac{2\rho_\infty - 1}{\rho_\infty + 1}, \quad \alpha_f = \frac{\rho_\infty}{\rho_\infty + 1} \quad (2.188)$$

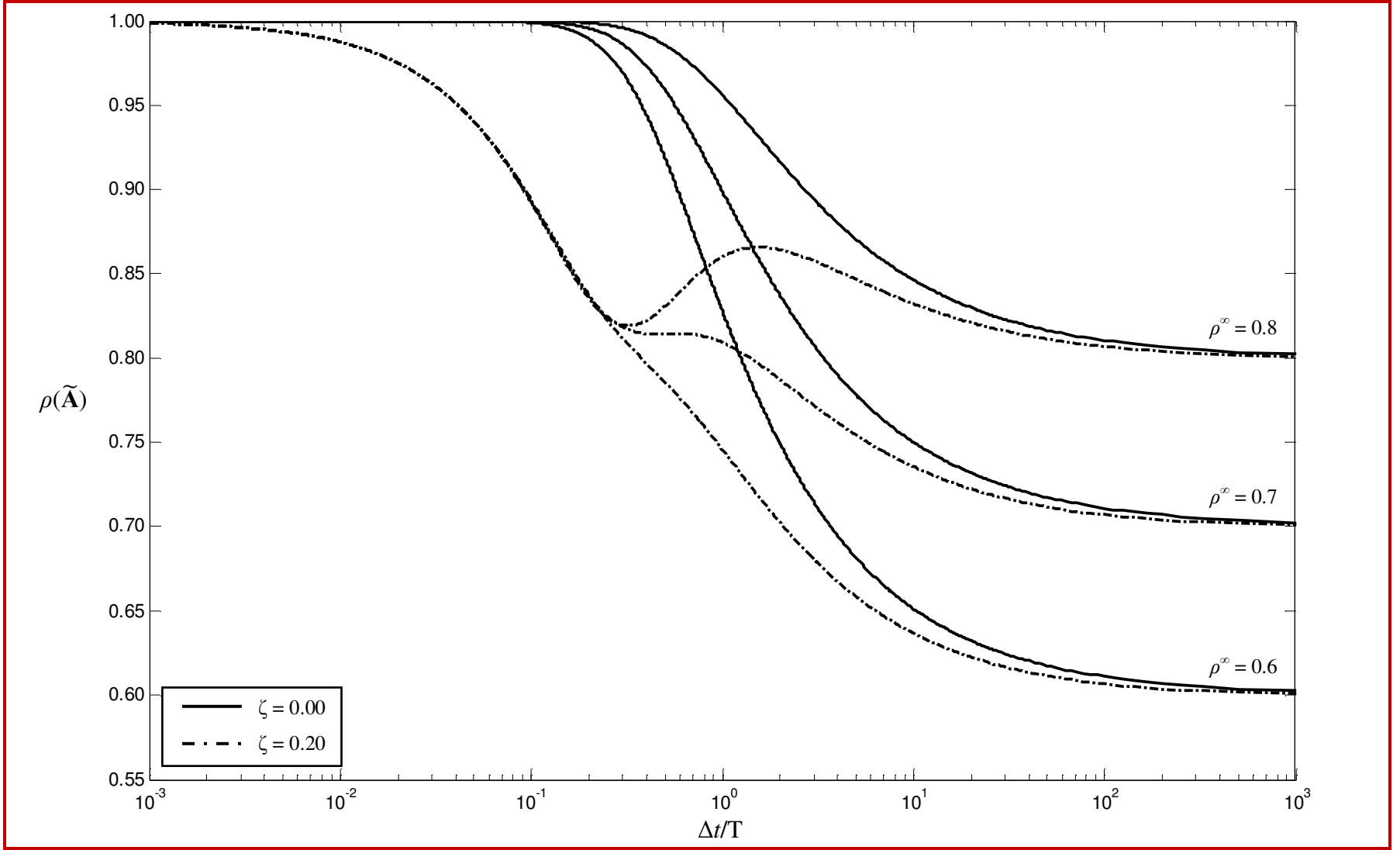
Böylece tanımlanacak bir ρ_∞ değeri için, α_m , α_f , γ ve β parametreleri (2.182), (2.183) ve (2.188) numaralı bağıntılara uygun seçildiği takdirde, optimum algoritmik sönüm karakteristiğine ve ikinci mertebeden doğruluğa sahip koşulsuz stabil bir metot elde edilmiş olur.

Şekil 2.29'da, geliştirilmiş α metodunun stabilite analizi için geliştirilen program (Ek2E) ile elde edilen, sönümsüz ve sönümlü ($\zeta_n = 0,20$) sistemlerdeki $\tilde{\mathbf{A}}$ matrisinin spektral yarıçapının üç farklı ρ_∞ değeri için değişim grafikleri verilmiştir. Şekilden görüleceği üzere metodun spektral yarıçapı tanımlanan ρ_∞ değerine doğru düzgün bir şekilde azalmakta ve dolayısıyla algoritmik sönüm artmaktadır.

Şekil 2.30'da $\rho_\infty = 0,8$ için Chung ve Hulbert tarafından hesaplanmış, çeşitli integrasyon metotlarının algoritmik sönüm oranının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişim grafiği verilmiştir. Grafikten, çok serbestlik dereceli sistemlerin dinamik analizleri için araştırmacılar tarafından tercih edilen doğrudan integrasyon metotları arasında düşük frekanslı modlar için en düşük algoritmik sönüm oranını geliştirilmiş α metodunun gösterdiği görülmektedir. Örnek olarak güçlü yer ivmelerinin 0,005-0,02 sn aralıklarla kaydedildiği düşünüldüğünde güçlü yer ivmeleri etkisindeki yapısal sistemlerin dinamik davranışlarında etkin rol oynayan modların %1'den daha düşük algoritmik sönüme maruz kalacakları söylenebilir. Yüksek modlar içinse algoritmik sönüm oranı spektral yarıçapı azalması ile artmaktadır.



Şekil 2.30 Doğrudan integrasyon metotlarının algoritmik sönüm oranlarının $\Delta t/T$ değerine göre değişimleri



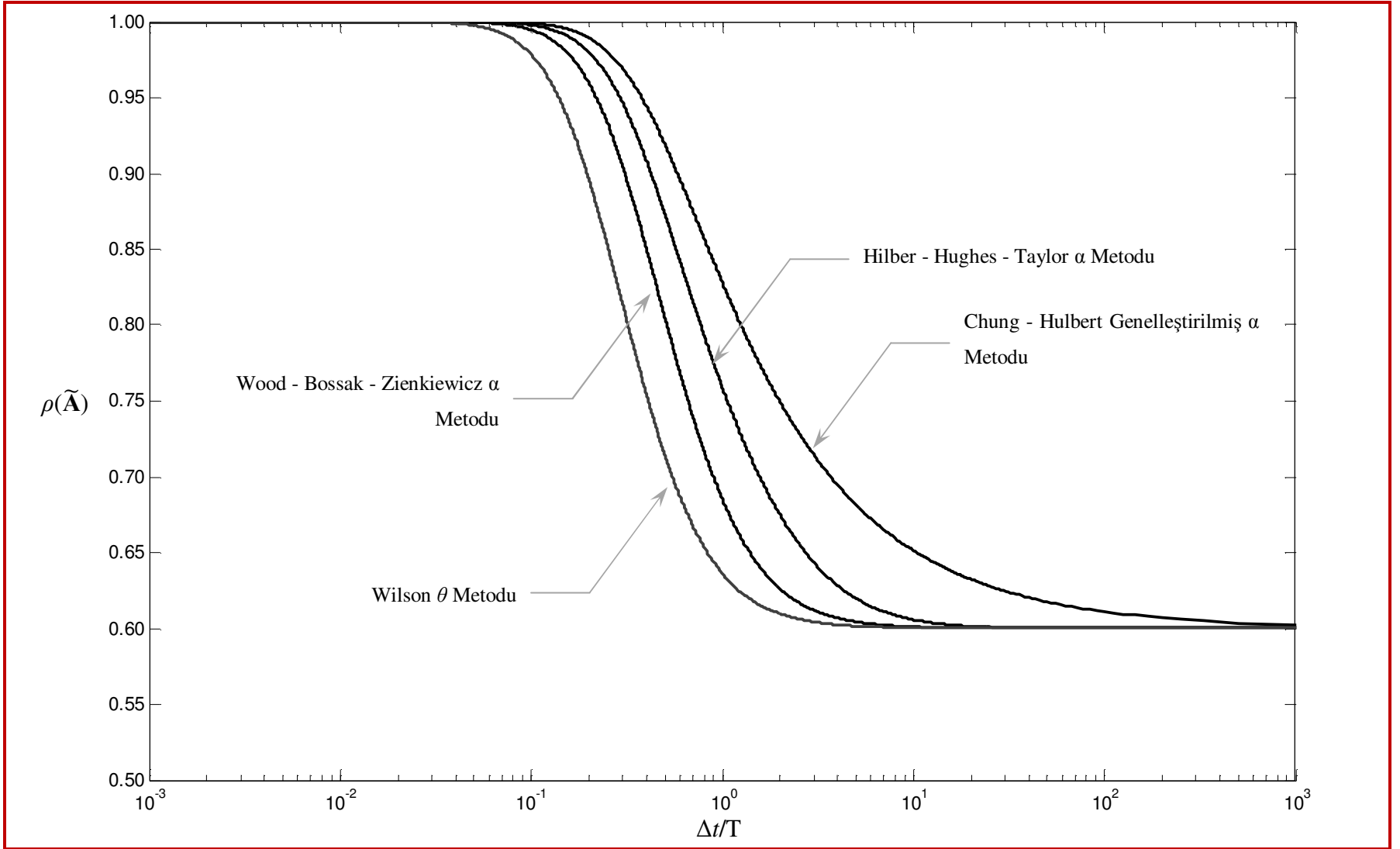
Şekil 2.29 \tilde{A} matrisinin spektral yarıçapının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişimi

2.2.6 Doğrudan İntegrasyon Metotlarına Genel Bakış

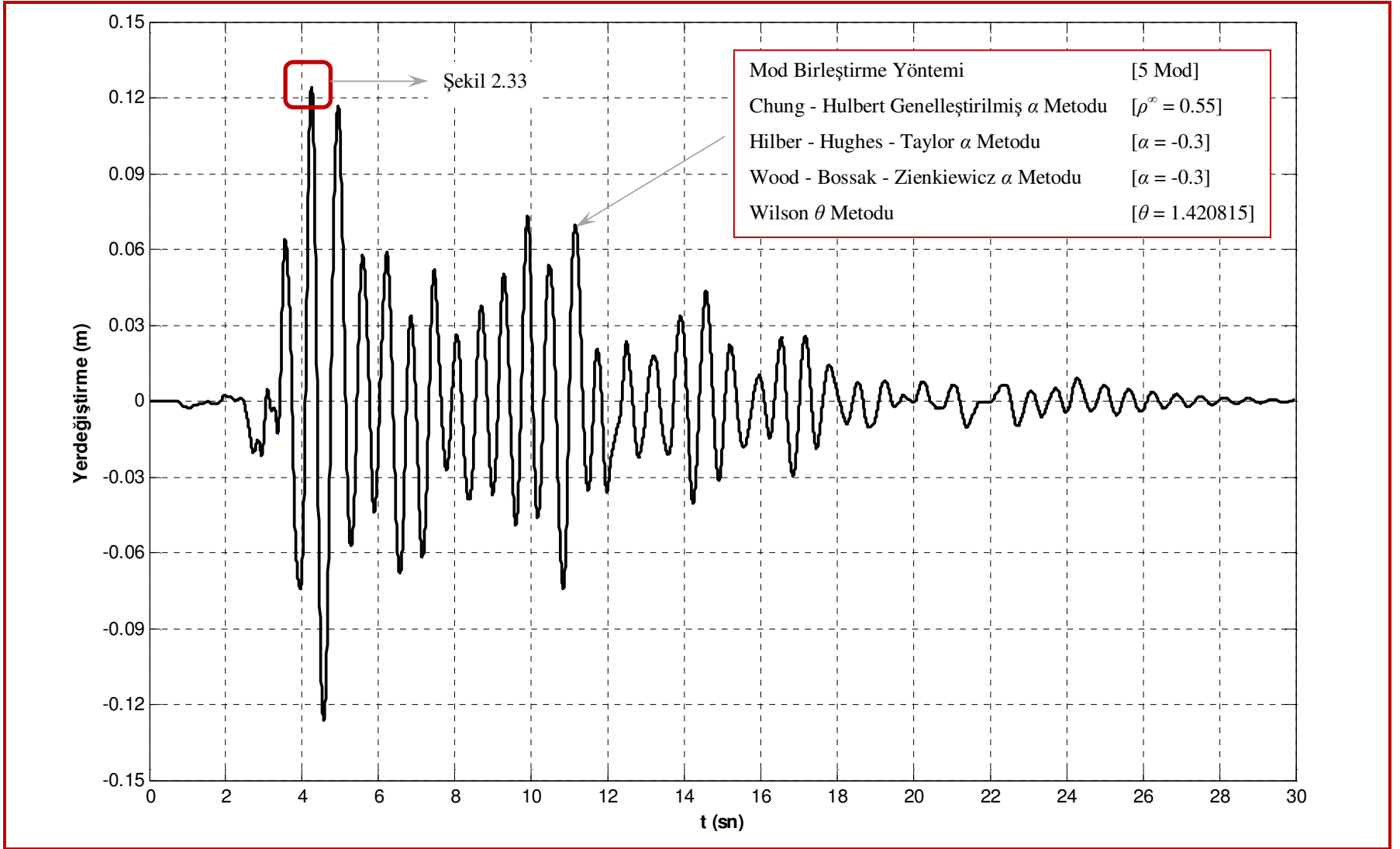
Çalışmada incelenen doğrudan integrasyon metotlarının stabilite analizlerinden elde edilen sonuçlar değerlendirildiği takdirde, araştırmacıların kontrol edilebilir algoritmik sönüm özelliği olan, ikinci mertebeden doğruluğa sahip koşulsuz stabil metot geliştirme çabalarının başarıyla sonuçlandığı görülmektedir. Çalışmada genel olarak stabilite ve algoritmik sönüm kavramları üzerinden ele alınan bu metotlar için literatürde farklı analiz (*overshoot analysis*) ve karşılaştırma yöntemleri de (*period elongation, amplitude decay*) mevcuttur. Fakat, yazar tarafından bu denli hassas analizlerin yapılmasına gerek görülmemektedir; çünkü yapı mühendisliğinde yapısal sistemlerin boyutlandırılmasında kullanılan yük, malzeme ve güvenlik katsayıları zaten yüksek hassasiyetle çalışılmasını gerektirmemektedir. Bu bakımdan yapılan çalışma kapsamında metotlar için verilen parametre değerleri ve bağıntılar, daha çok yapı ve deprem mühendisliği için önem taşıyan stabilite kriterleri esas alınarak önerilmiştir.

Şekil 2.31’de çalışmada incelenen ikinci mertebeden doğruluğa sahip koşulsuz stabil integrasyon metotlarının stabilite karakteristikleri karşılaştırılmıştır. (Newmark metodunun algoritmik sönümlü formunun birinci mertebeden doğruluğa sahip olması bakımından bu metot kıyaslamada dikkate alınmamıştır). Kıyaslama için metotların parametrelerinin değerleri $\rho^\infty = 0,8$ esas alınarak seçilmiştir. Şekilden görüleceği üzere bu metotlar arasında aranan yapısal özelliklere (Hilber ve diğer., 1977) sahip olma açısından en yakın olan genelleştirilmiş α metodudur.

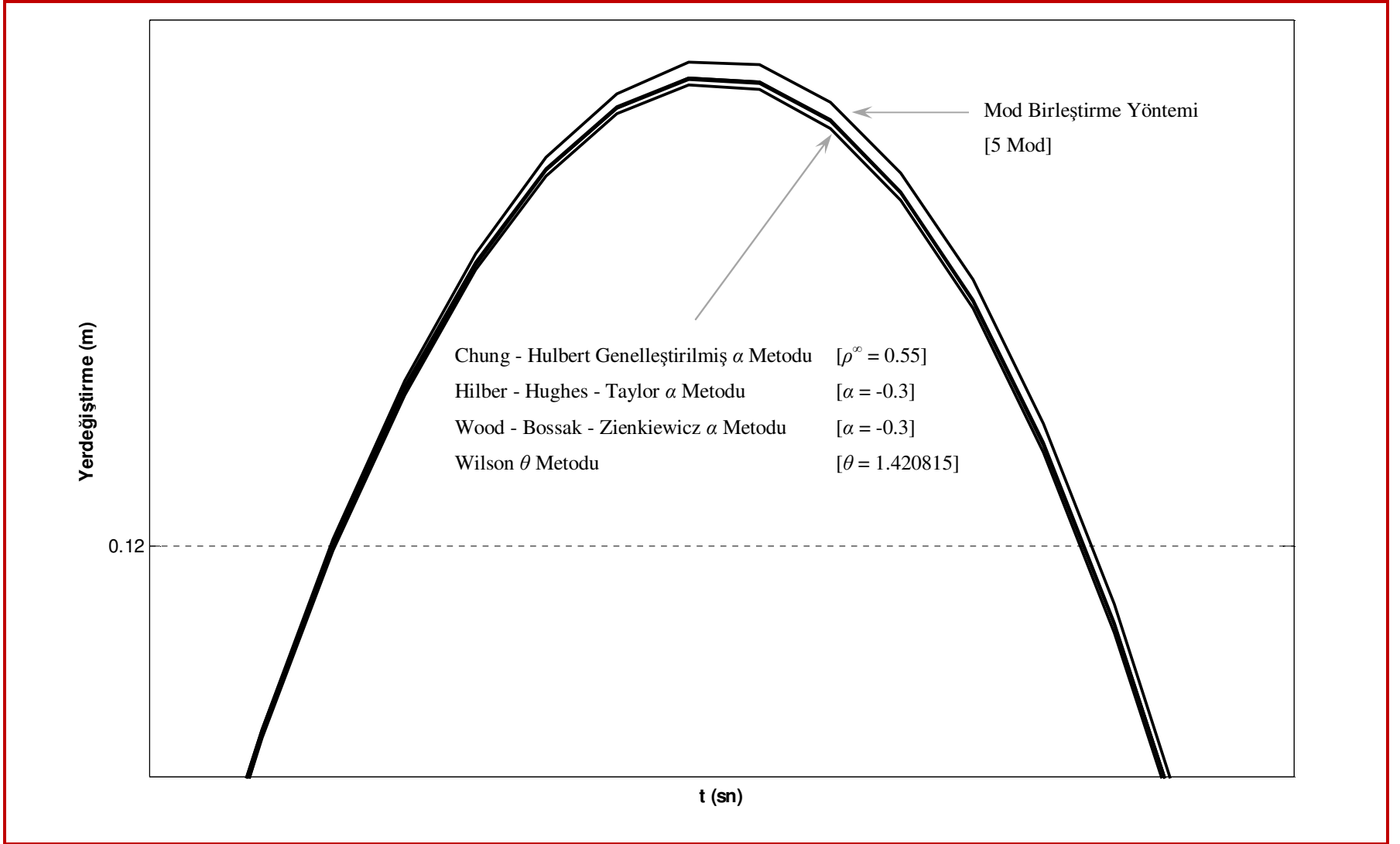
Bu noktada teorik açıdan karşılaştırılan bu metotların sayısal uygulamada yaratacağı farkın ne olacağı sorusu doğabilir. Bu sorunun cevabı olarak çalışmanın sayısal uygulamalar bölümünde incelenen, güçlü yer ivmeleri etkisindeki yapısal sistemleri temsilen oluşturulan model 1’in (şekil 4.1) en üst kat kütle merkezinin (58 numaralı serbestlik derecesi) çeşitli metotlar ile elde edilmiş, Düzce depremindeki yerdeğiştirme-zaman geçmişi grafiğini (şekil 2.32) ele alalım.



Şekil 2.31 \tilde{A} matrisinin spektral yarıçapının $\Delta t/T$ değerlerine göre değişimi

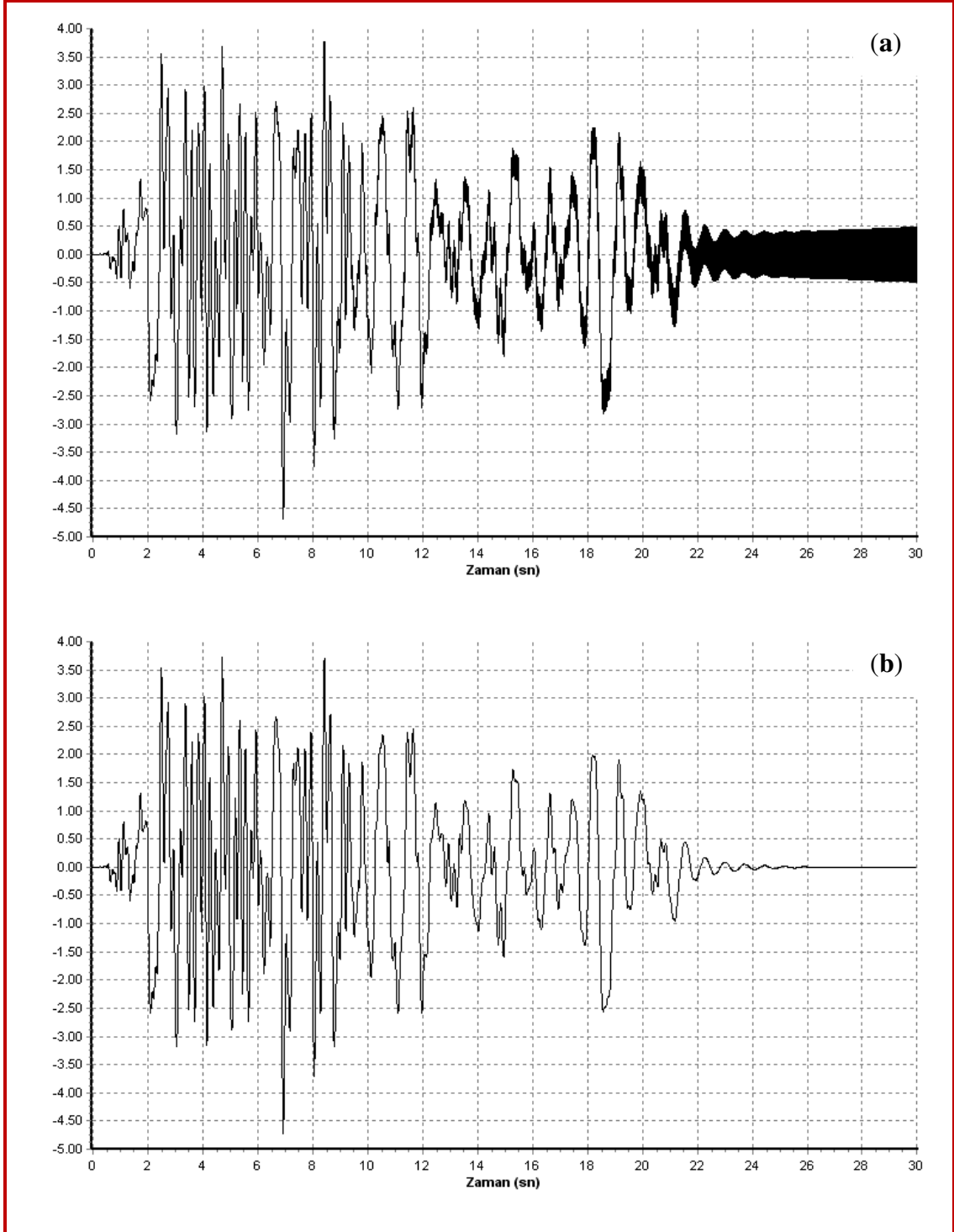


Şekil 2.32 Model 1'in Düzce depremindeki en üst kat kütle merkezinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi

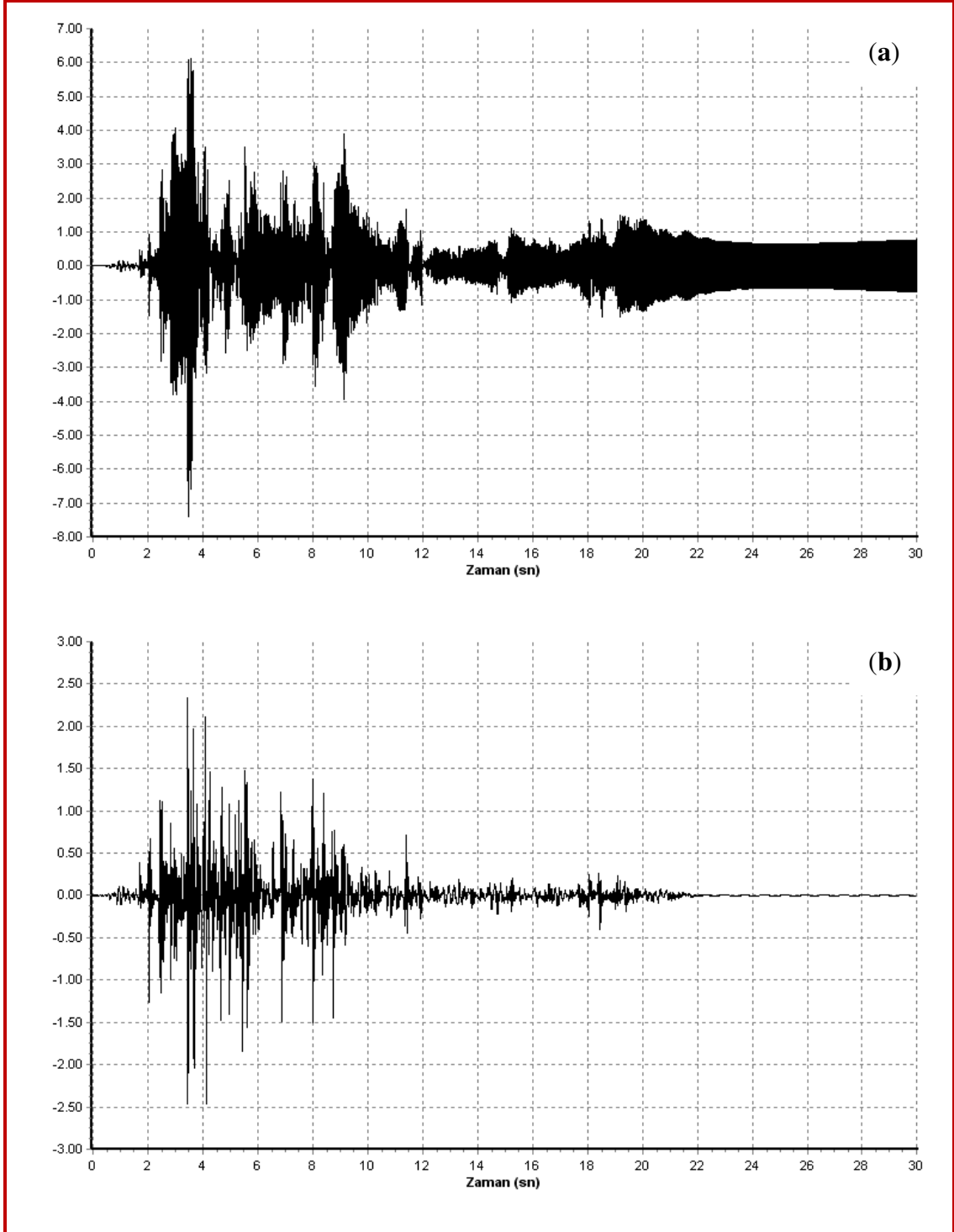


Şekil 2.33 Model 1'in Düzce depremindeki en üst kat kütle merkezinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi

Şekil 2.32 ve 2.33'den, mod birleştirme yönteminin ve yaklaşık olarak aynı ρ^∞ değeri için ele alınan doğrudan integrasyon metotlarının güçlü yer ivmeleri gibi karmaşık yükleme durumlarında dahi birbirlerine çok yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Bu denli yakın sonuçların elde edilmesinin nedeni birçok integrasyon metodunun $\Delta t/T < 0,1$ için (şekil 2.30) aynı karakteristik özellikleri göstermesinden dolayıdır. Dinamik yükler etkisindeki çok serbestlik dereceli sistemlerin tüm hakim modları için $\Delta t/T_n$ değerinin 0,1'den küçük olduğu göz önüne alırsa, zaman tanım aralığında dinamik analiz için seçilecek integrasyon metodunun sonuçlar üzerinde önemli bir fark yaratmayacağı söylenebilir. Lakin, bu görüş yalnızca doğrusal davranış içerisinde geçerlidir. Doğrusal olmayan sistemlerin dinamik analizlerinde ise integrasyon metodunun seçimi ve metodun sahip olduğu özellikler son derece önemlidir. Örnek olarak doğrusal olmayan malzeme modelleri kullanılarak elde edilen, şekil 2.34 ve 2.35'de verilen ivme zaman geçmişleri ele alırsa, metotların karakteristik yapılarından kaynaklanan farklılıklar ve algoritmik sönümün gerekliliği açıkça görülecektir. Sonuç olarak doğrusal olmayan zaman tanım aralığında dinamik analizlerde integrasyon metotlarının algoritmik sönüm özelliği hem yüksek frekanslı modların stabil olarak hesaplanamayan dinamik tepkilerinin sönümlenmesi hem de iteratif çözümün yakınsaması için gereklidir (CSI, 2009).



Şekil 2.34 İvme (ötelenme) - zaman geçmişi a. Newmark metodu $\gamma = 0,5$ - $\beta = 0,25$ b. Hilber - Hughes
- Taylor α metodu $\alpha = -0,1$ - $\gamma = 0,6$ - $\beta = 0,3025$



Şekil 2.35 İvme (dönme) - zaman geçmişi a. Newmark metodu $\gamma = 0,5$ - $\beta = 0,25$ b. Hilber - Hughes - Taylor $\alpha = -0,1$ - $\gamma = 0,6$ - $\beta = 0,3025$

BÖLÜM ÜÇ

ZAMAN TANIM ARALIĞINDA DİNAMİK ANALİZDE KULLANILACAK GÜÇLÜ YER İVMELERİNİN ÖZELLİKLERİ

Çalışmanın bu bölümünde, öncelikle Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik 2007'ye göre zaman tanım aralığında analizde kullanılacak ivme kayıtlarının seçilme koşulları verilmiş sonrasında sayısal uygulamalarda kullanılmak üzere seçilen güçlü yer ivmelerinin özellikleri, bu ivmelerinin yapı ve deprem mühendisliği açısından değerlendirilmesinde kullanılan bazı parametreler, ivme kayıtlarının tepki spektrumları ve güçlü yer ivmelerinin genliklerinin frekansa göre dağılımını gösteren Fourier genlik spektrumları verilmiştir.

3.1 DBYBHY 2007'ye Göre Zaman Tanım Alanında Hesapta Kullanılacak İvme Kayıtlarının Seçilme Koşulları

Deprem Yönetmeliğin'de, bina ve bina türü yapıların zaman tanım alanında doğrusal veya doğrusal olmayan deprem hesabı için yapay yollarla üretilen, daha önce kaydedilmiş veya benzeştirilmiş deprem yer hareketi kayıtlarının kullanımına izin verilmektedir. Kullanılacak kayıtlarının aşağıda verilen özellikleri taşıması istenir:

A. Kuvvetli yer hareketi kısmının süresi, binanın birinci doğal titreşim periyodunun 5 katından ve 15 saniyeden daha kısa olmayacaktır.

B. Kullanılacak deprem yer hareketinin sıfır periyoda karşı gelen spektral ivme değerlerinin ortalaması $A_0.g$ 'den daha küçük olmayacaktır.

C. Yapay olarak üretilen her bir ivme kaydına göre %5 sönüm oranı için yeniden bulunacak spektral ivme değerlerinin ortalaması, deprem doğrultusundaki birinci periyot T_1 'e göre $0.2T_1$ ile $2T_1$ arasındaki periyotlar için, yönetmelikte tanımlanan $S_{ac}(T)$ elastik spektral ivmelerinin %90'ından daha az olmayacaktır.

3.2 Sayısal Uygulamada Kullanılan İvme Kayıtlarının Özellikleri

Çalışmanın sayısal uygulamalar bölümünde kullanılmak üzere seçilen güçlü yer ivme kayıtlarının tümü yurdumuzda meydana gelen önemli depremlere ait olmakla beraber, bu depremlerin düzeltilmiş ivme kayıtları kyh.deprem.gov.tr sitesinden alınmıştır. Çalışmada ivme kayıtlarının yapı ve deprem mühendisliği açısından değerlendirilmesinde kullanılmak üzere aşağıda açıklanan parametreler seçilmiştir. Bu parametrelerin hesaplanmasında SeismoSignal bilgisayar programı kullanılmıştır.

A. Kümülatif Mutlak Hız, CAV (*Cumulative Absolute Velocity*)

Kümülatif mutlak hız mutlak akselerogramın (ivme kaydı) altındaki alandır.

B. İvme Spektrum Şiddeti, ASI (*Acceleration Spectrum Intensity*)

0,1 sn ile 0,5 sn periyotları arasındaki % 5 sönüm oranı ile hesaplanmış ivme tepki spektrumunun altındaki alandır.

C. Devamlı Maksimum İvme, SMA (*Sustained Maximum Acceleration*)

İvmenin zamana bağlı değişiminin üç devrinin üçüncü en büyük (mutlak) değeridir.

D. T_p (*Predominant Period*)

% 5 sönüm oranı ile hesaplanmış ivme tepki spektrumundaki maksimum spektral ivmenin meydana geldiği periyot olarak tanımlanmaktadır.

E. T_m (*Mean Period*)

Fourier genlik spektrumunda en büyük değere karşılık gelen titreşim periyodu olarak tanımlanmaktadır.

Çalışmada, ivme kayıtlarının etkin süresinin belirlenmesi için belirli bir eşik ivme değerinin (0,05.PGA) ilk ve son aşılması arasındaki geçen süre olarak tanımlanan Zarf Süre (*Bracketed Duration*) referans olarak kullanılmıştır.

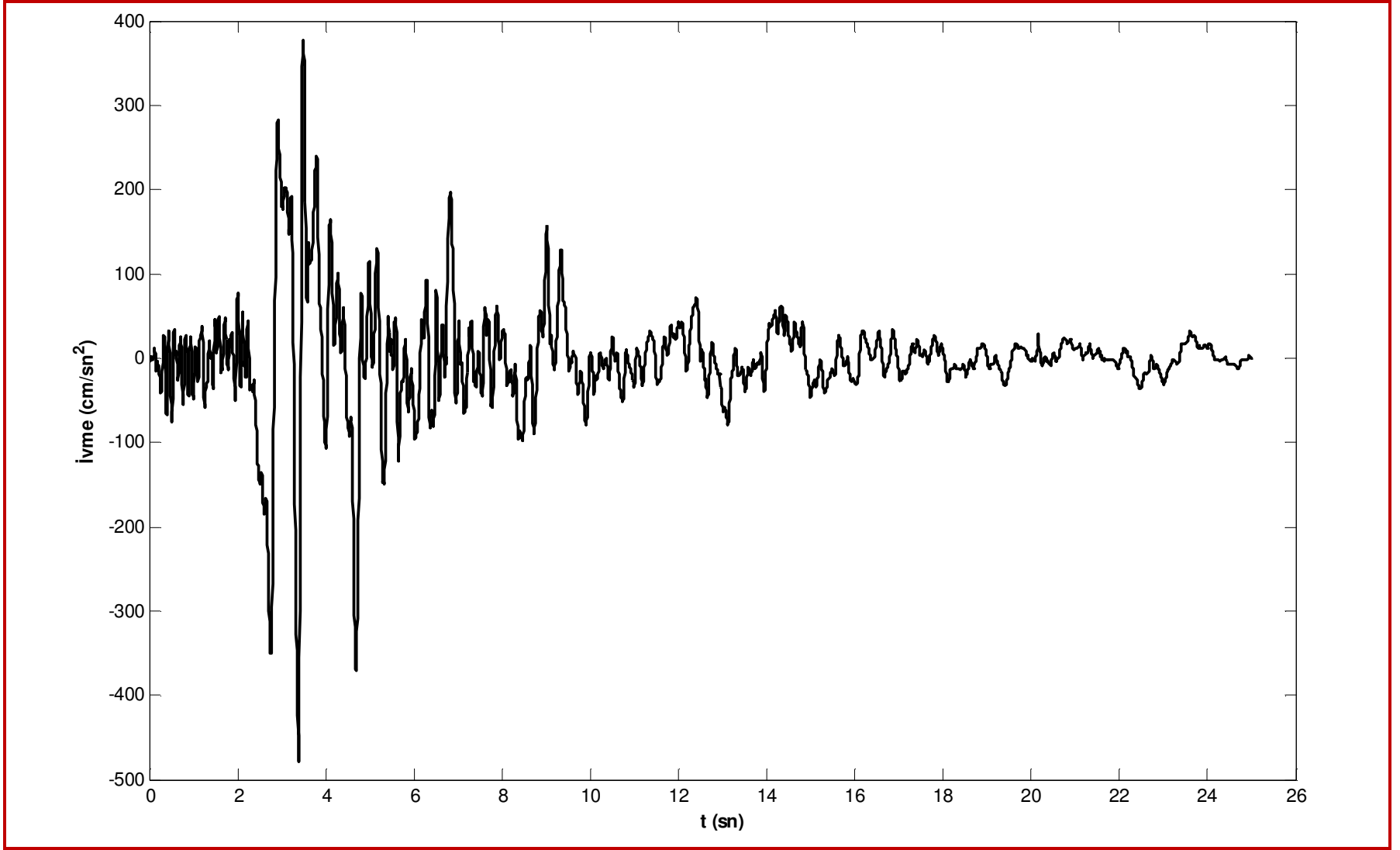
3.2.1 Erzincan Depremi 13/03/1992

Şekil 3.1’de doğu-batı bileşeninin ivme kaydı verilen Erzincan depremi için Tablo 3.1’de SeismoSignal programı ile hesaplanmış parametre değerleri; şekil 3.2, 3.3 ve 3.4’de depremin Ek3’de verilen bilgisayar programı ile elde edilmiş ivme, hız, yerdeğiştirme spektrumları ve şekil 3.5’de depremin Fourier spektrumu verilmiştir.

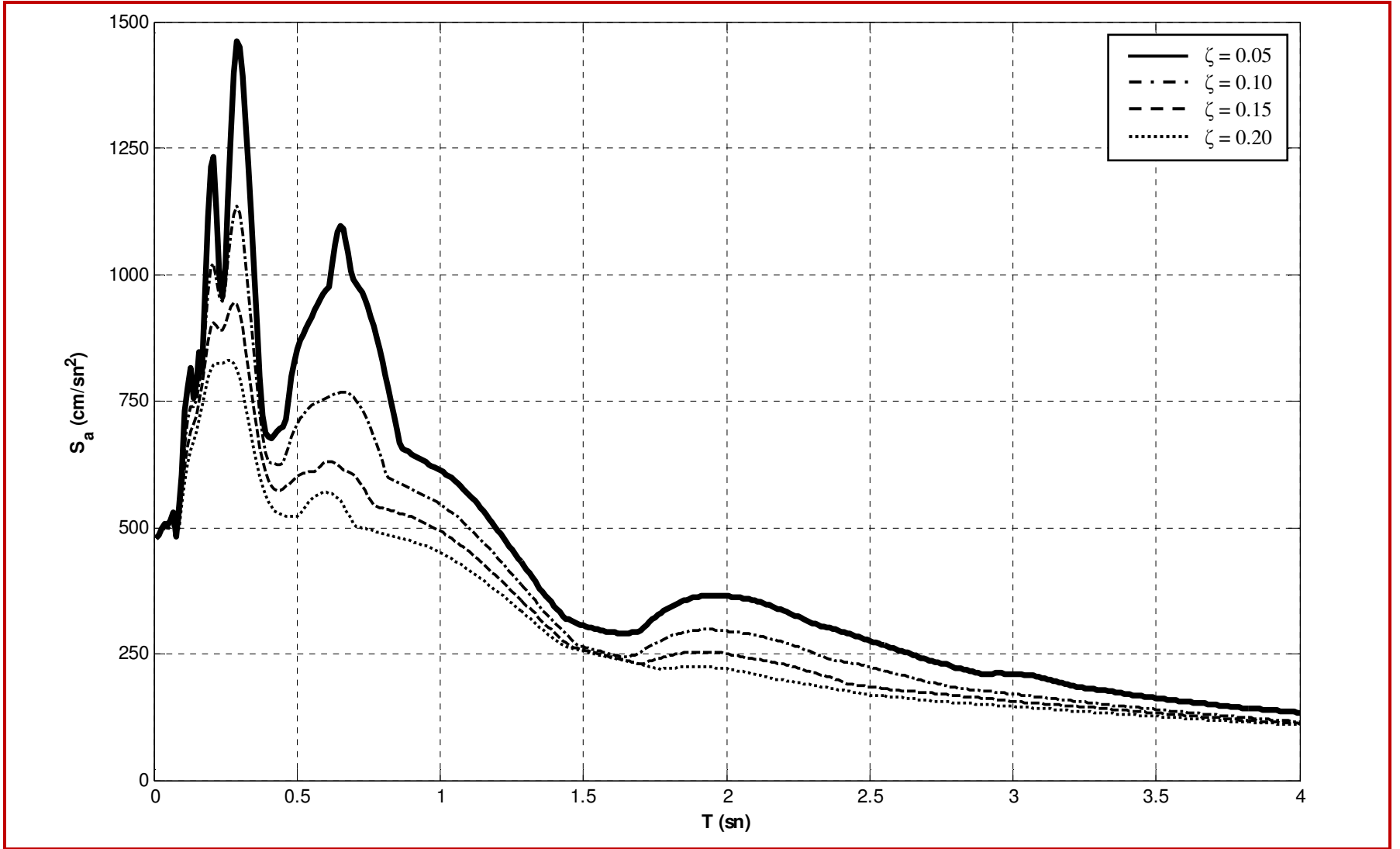
Tablo 3.1 Erzincan depremine ait bilgiler

Tarih	: 13/03/1992 17:18:39.40 (GMT)
İstasyon kodu	: 2402
İstasyon yeri	: Erzincan Merkez Meteoroloji Müdürlüğü
İstasyon koordinatları	: 39.75200N-39.48700E
Depremin büyüklüğü	: 6.1ML
Episantr koordinatları	: 39.72000N-39.63000E
PGA değerleri (gal)	: (N-S) 403,960 / (E-W) 478,770 / (U-D) 240,890
PGV değerleri (cm/sn)	: (N-S) 108,430 / (E-W) 78,223 / (U-D) 22,032
PGD değerleri (cm)	: (N-S) 34,417 / (E-W) 29,495 / (U-D) 7,929
Doğu-batı (E-W) bileşenine ait değerler	

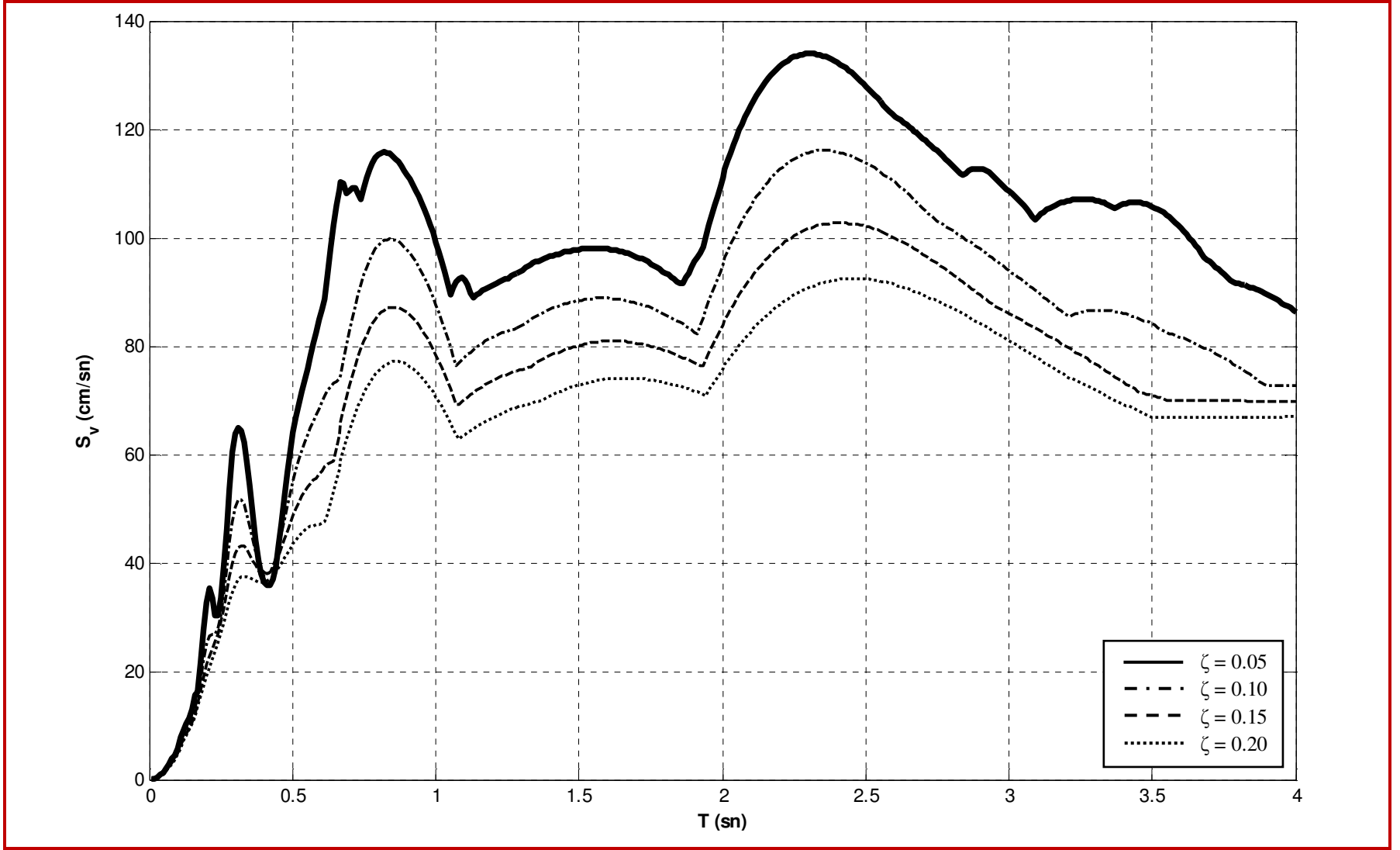
Kümülatif mutlak hız (CAV)	: 952,177 cm/sn
İvme spektrum şiddeti (ASI)	: 379,476 cm/sn
Devamlı maksimum ivme (SMA)	: 349,700 cm/sn ²
T _p	: 0,300 sn
T _m	: 0,831 sn
Zarf süre	: 23,495 sn



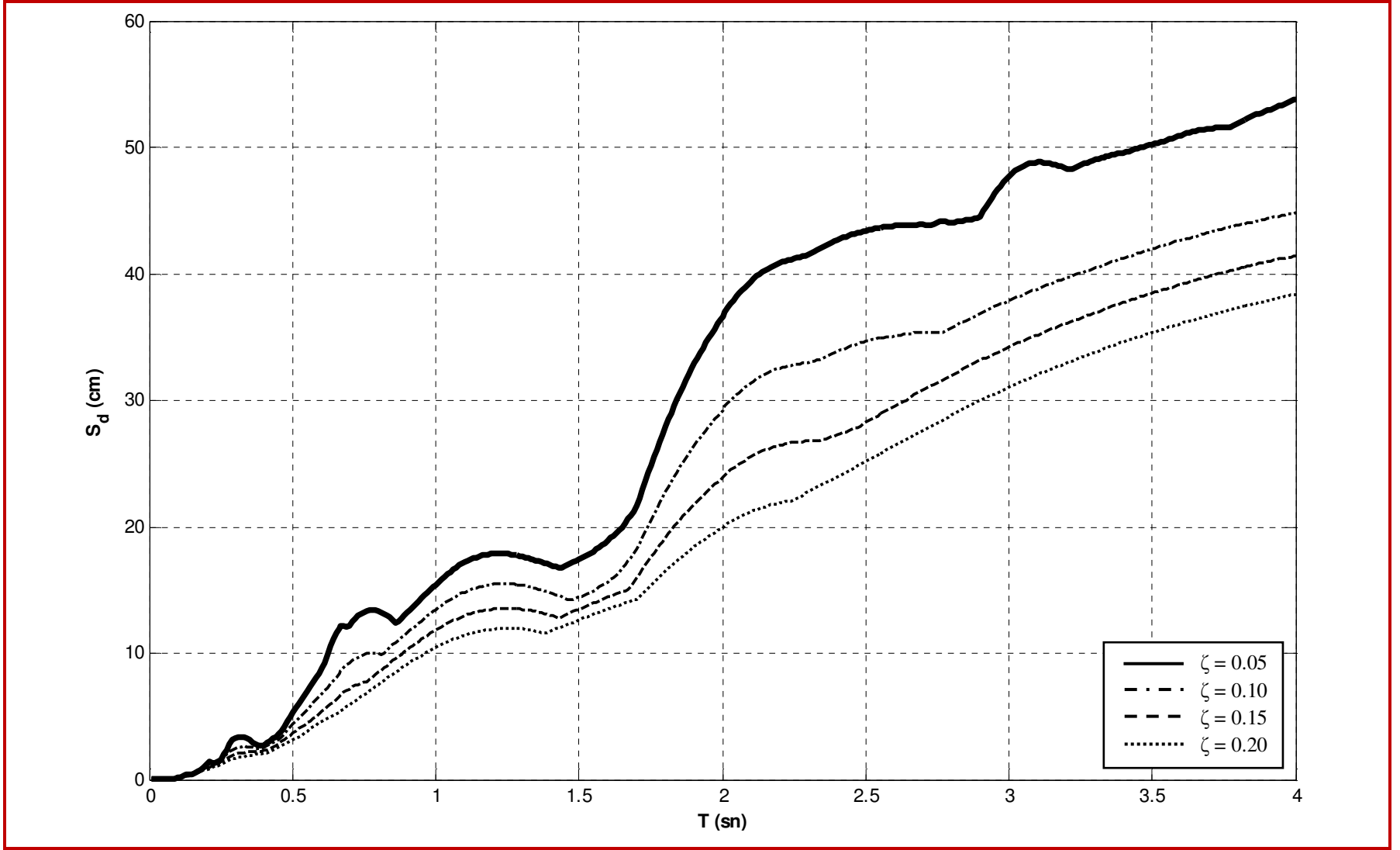
Şekil 3.1 Erzincan depreminin (1992) doğu-batı bileşeninin ivme kaydı



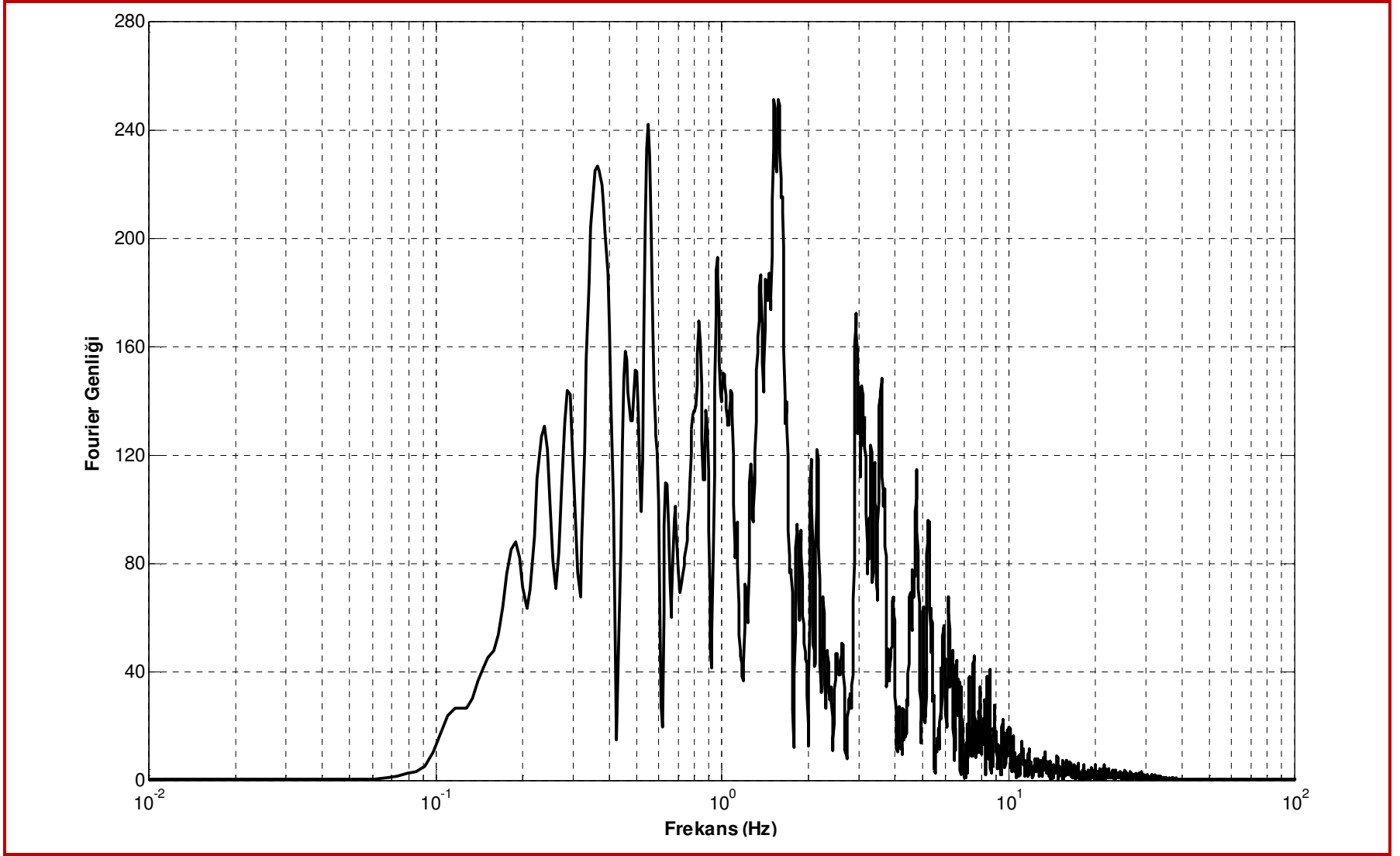
Şekil 3.2 Erzincan depreminin (1992) doğu-batı bileşeninin ivme spektrum eğrileri



Şekil 3.3 Erzincan depreminin (1992) doğu-batı bileşeninin hız spektrum eğrileri



Şekil 3.4 Erzincan depreminin (1992) doğu-batı bileşeninin yerdeğiştirme spektrum eğrileri



Şekil 3.5 Erzincan depreminin (1992) doğu-batı bileşeninin Fourier spektrumu

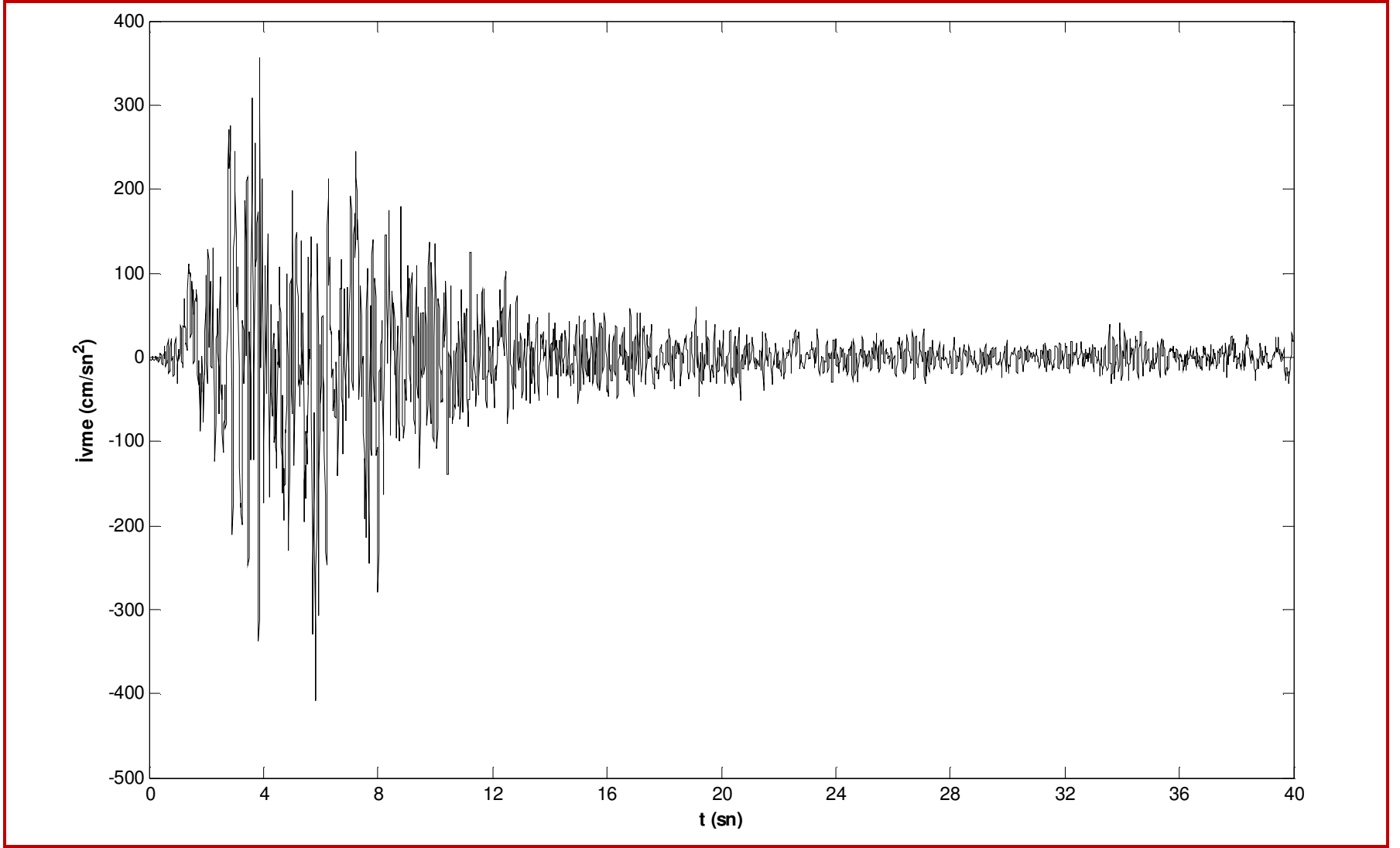
3.2.2 Kocaeli Depremi 17/08/1999

Şekil 3.6’da doğu-batı bileşeninin ivme kaydı verilen Kocaeli depremi için Tablo 3.2’de SeismoSignal programı ile hesaplanmış parametre değerleri; şekil 3.7, 3.8 ve 3.9’da depremin Ek3’de verilen bilgisayar programı ile elde edilmiş ivme, hız, yerdeğiştirme spektrumları ve şekil 3.10’da depremin Fourier spektrumu verilmiştir.

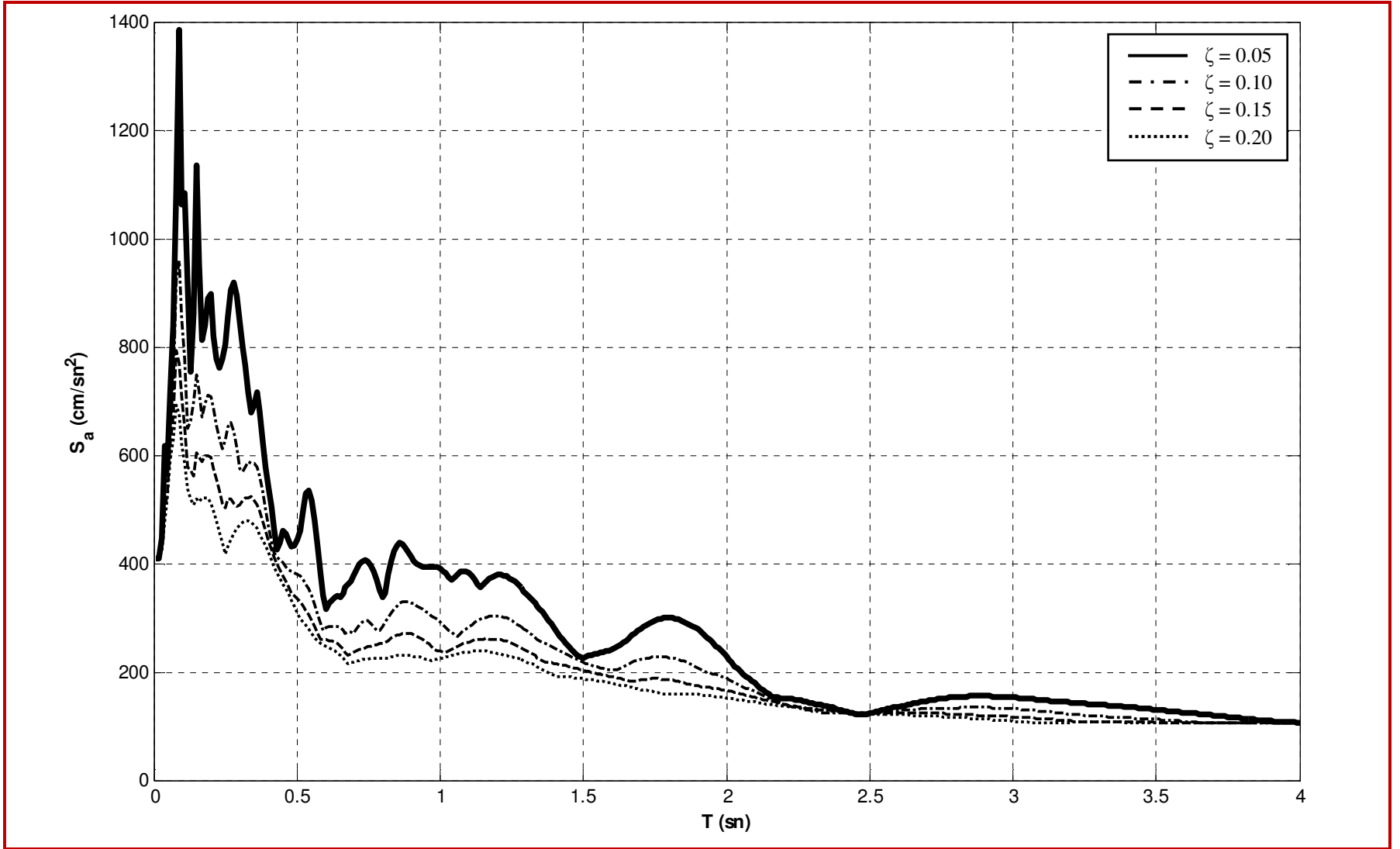
Tablo 3.2 Kocaeli depremine ait bilgiler

Tarih	: 17/08/1999 00:01:39.07 (GMT)
İstasyon kodu	: 5401
İstasyon yeri	: Sakarya Merkez Bayındırlık ve İskan Müdürlüğü
İstasyon koordinatları	: 40.73707N-30.38005E
Depremin büyüklüğü	: 7.4Md
Episantr koordinatları	: 40.70000N-29.91000E
PGA değerleri (gal)	: (N-S) 0,171 / (E-W) 408,740 / (U-D) 255,280
PGV değerleri (cm/sn)	: (N-S) 0,049 / (E-W) 70,991 / (U-D) 42,664
PGD değerleri (cm)	: (N-S) 0,026 / (E-W) 90,694 / (U-D) 32,456
Doğu-batı (E-W) bileşenine ait değerler	

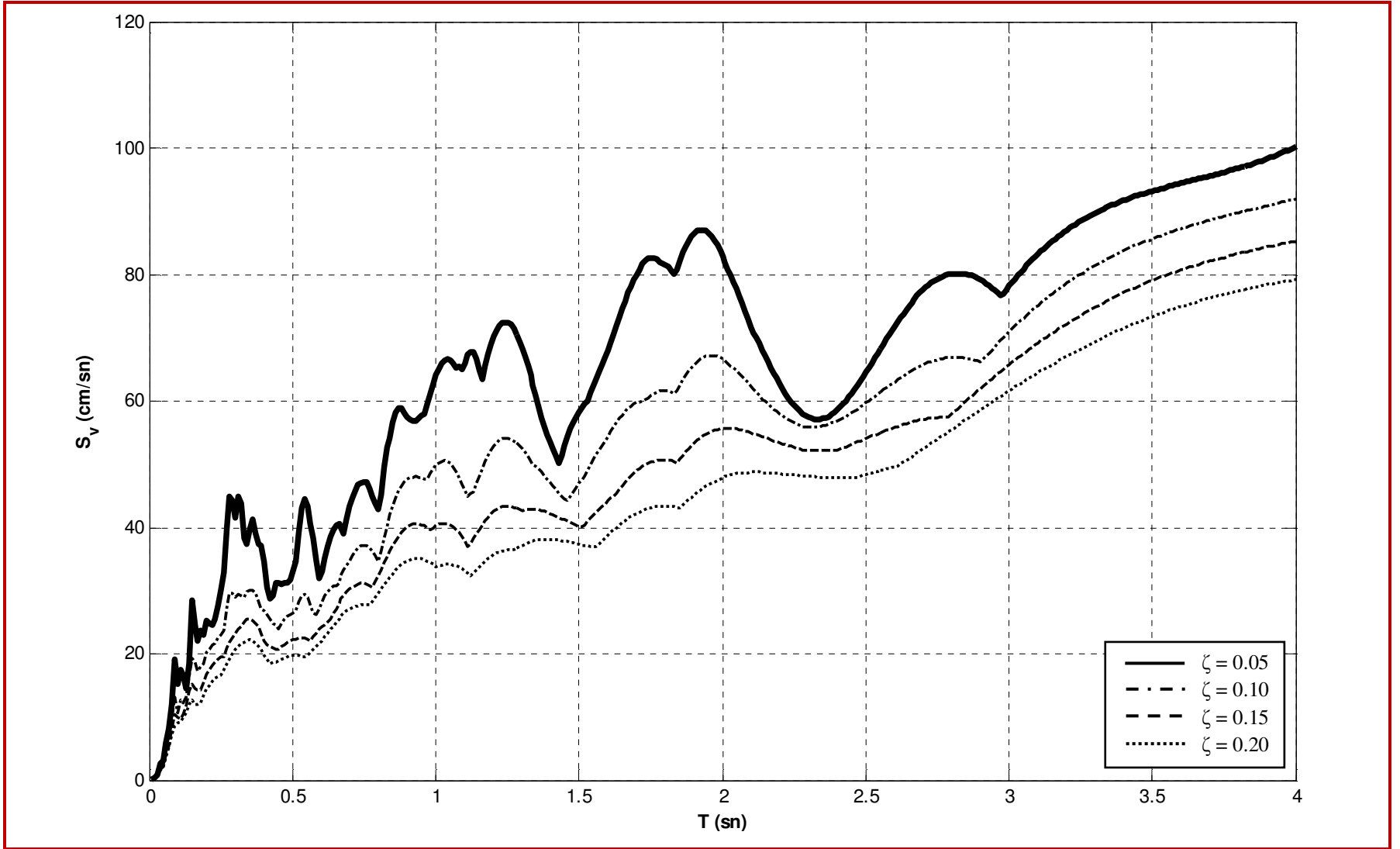
Kümülatif mutlak hız (CAV)	: 1229,153 cm/sn
İvme spektrum şiddeti (ASI)	: 291,517 cm/sn
Devamlı maksimum ivme (SMA)	: 307.820 cm/sn ²
T _p	: 0,080 sn
T _m	: 0,407 sn
Zarf süre	: 39,310 sn



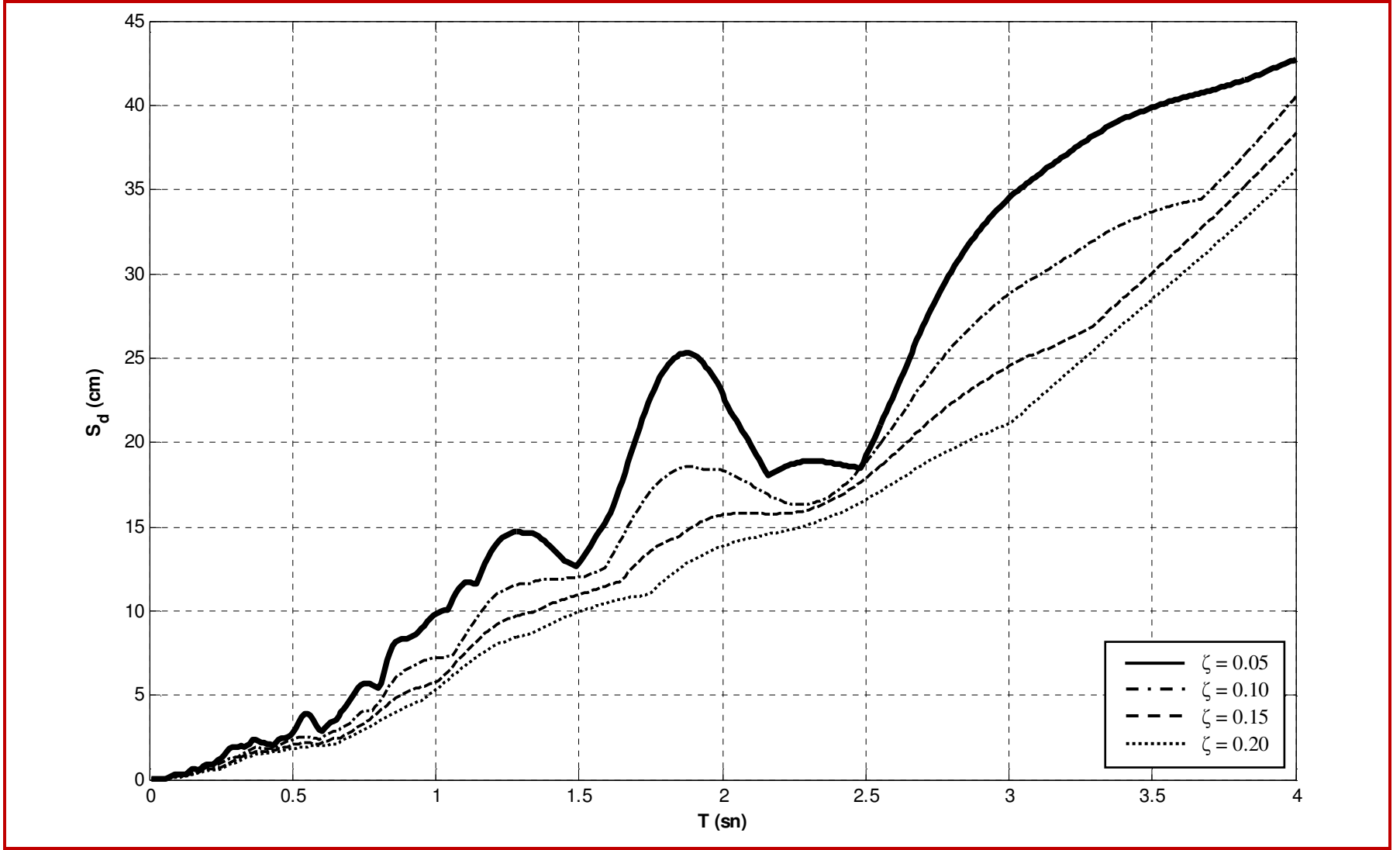
Şekil 3.6 Kocaeli depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin ivme kaydı



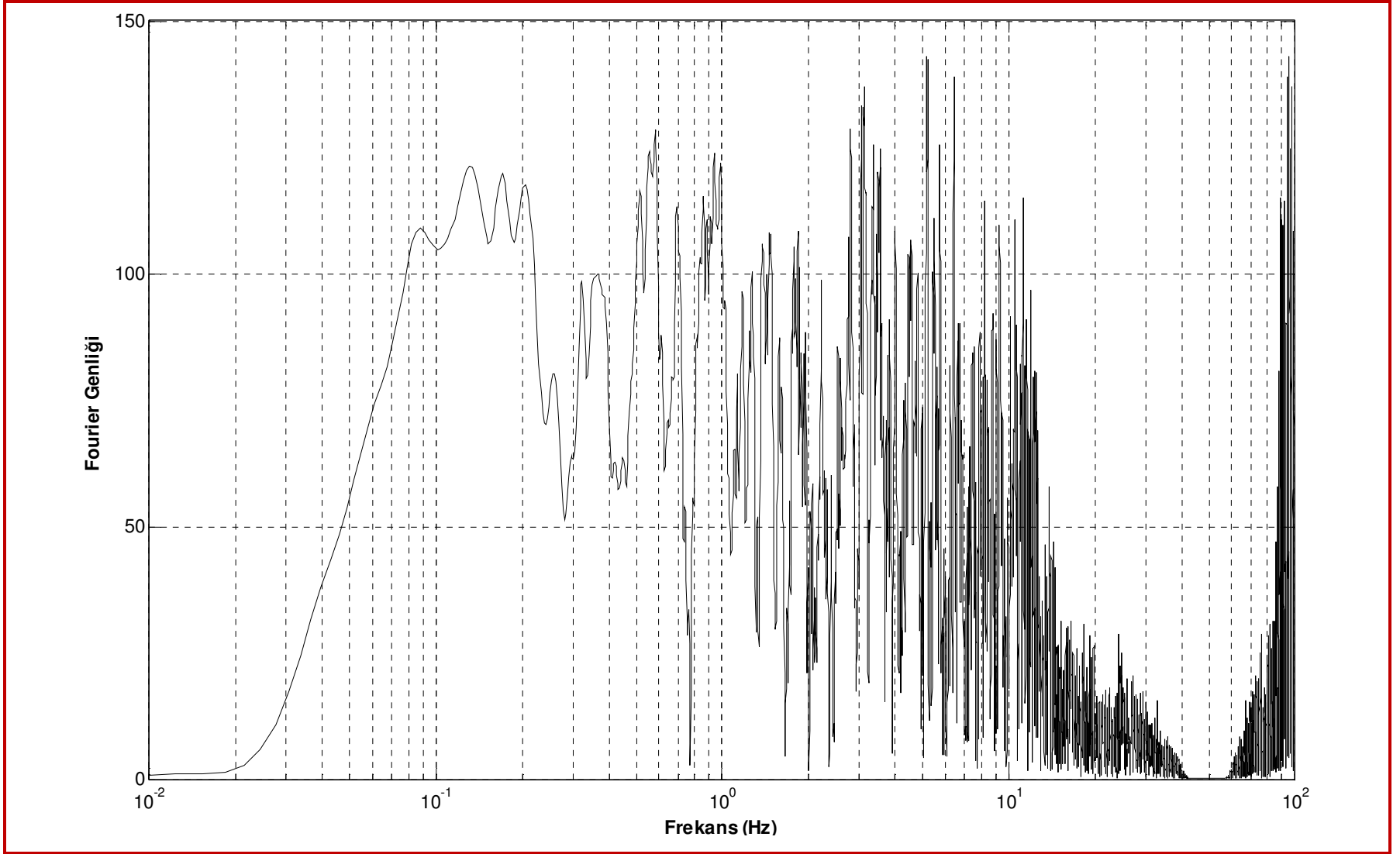
Şekil 3.7 Kocaeli depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin ivme spektrum eğrileri



Şekil 3.8 Kocaeli depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin hız spektrum eğrileri



Şekil 3.9 Kocaeli depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin yerdeğiştirme spektrum eğrileri



Şekil 3.10 Kocaeli depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin Fourier spektrumu

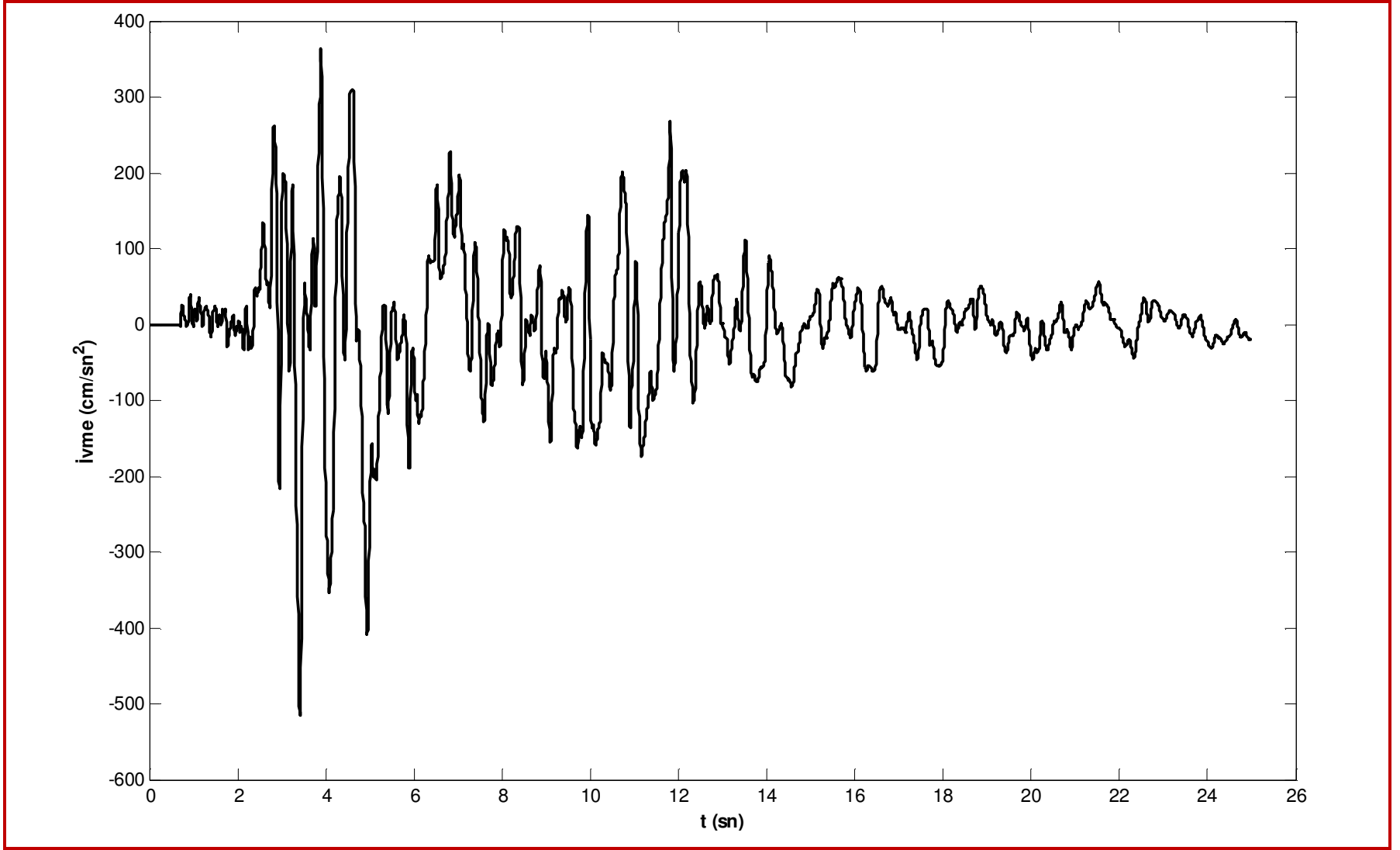
3.2.3 Düzce Depremi 12/11/1999

Şekil 3.11’de doğu-batı bileşenin ivme kaydı verilen Düzce depremi için Tablo 3.3’de SeismoSignal programı ile hesaplanmış parametre değerleri; şekil 3.12, 3.13 ve 3.14’de depremin Ek3’de verilen bilgisayar programı ile elde edilmiş ivme, hız, yerdeğiştirme spektrumları ve şekil 3.15’de depremin Fourier spektrumu verilmiştir.

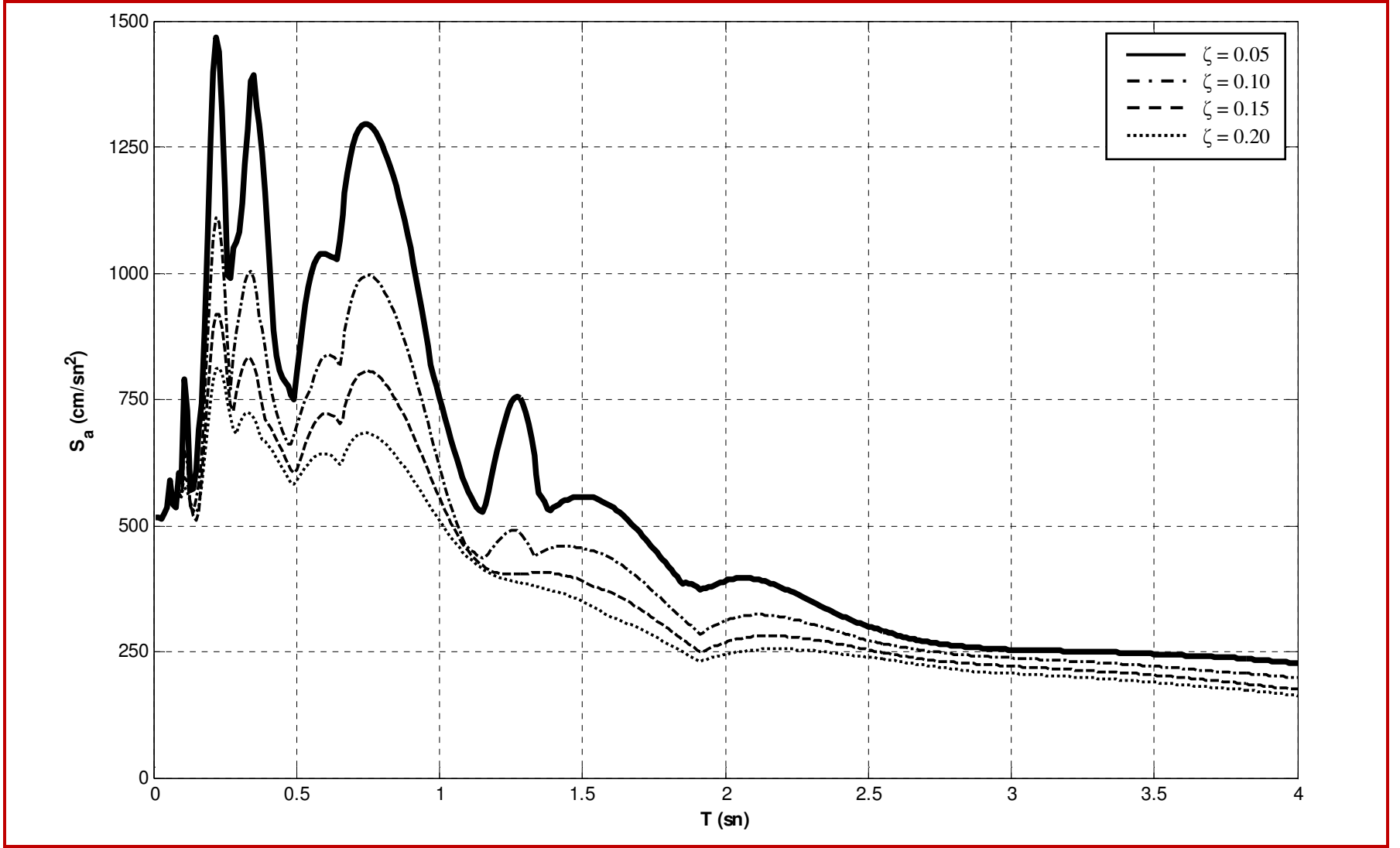
Tablo 3.3 Düzce depremine ait bilgiler

Tarih	: 12/11/1999 16:57:21.41 (GMT)
İstasyon kodu	: 8101
İstasyon yeri	: Düzce Merkez Meteoroloji İstasyon Müdürlüğü
İstasyon koordinatları	: 40.84364N-31.14888E
Deprem büyüklüğü	: 7.2Md
Episantr koordinatları	: 40.79000N-31.21000E
PGA değerleri (gal)	: (N-S) 406,160 / (E-W) 514,690 / (U-D) 353,790
PGV değerleri (cm/sn)	: (N-S) 68,573 / (E-W) 81,101 / (U-D) 23,657
PGD değerleri (cm)	: (N-S) 48,266 / (E-W) 59,874 / (U-D) 17,761
Doğu-batı (E-W) bileşenine ait değerler	

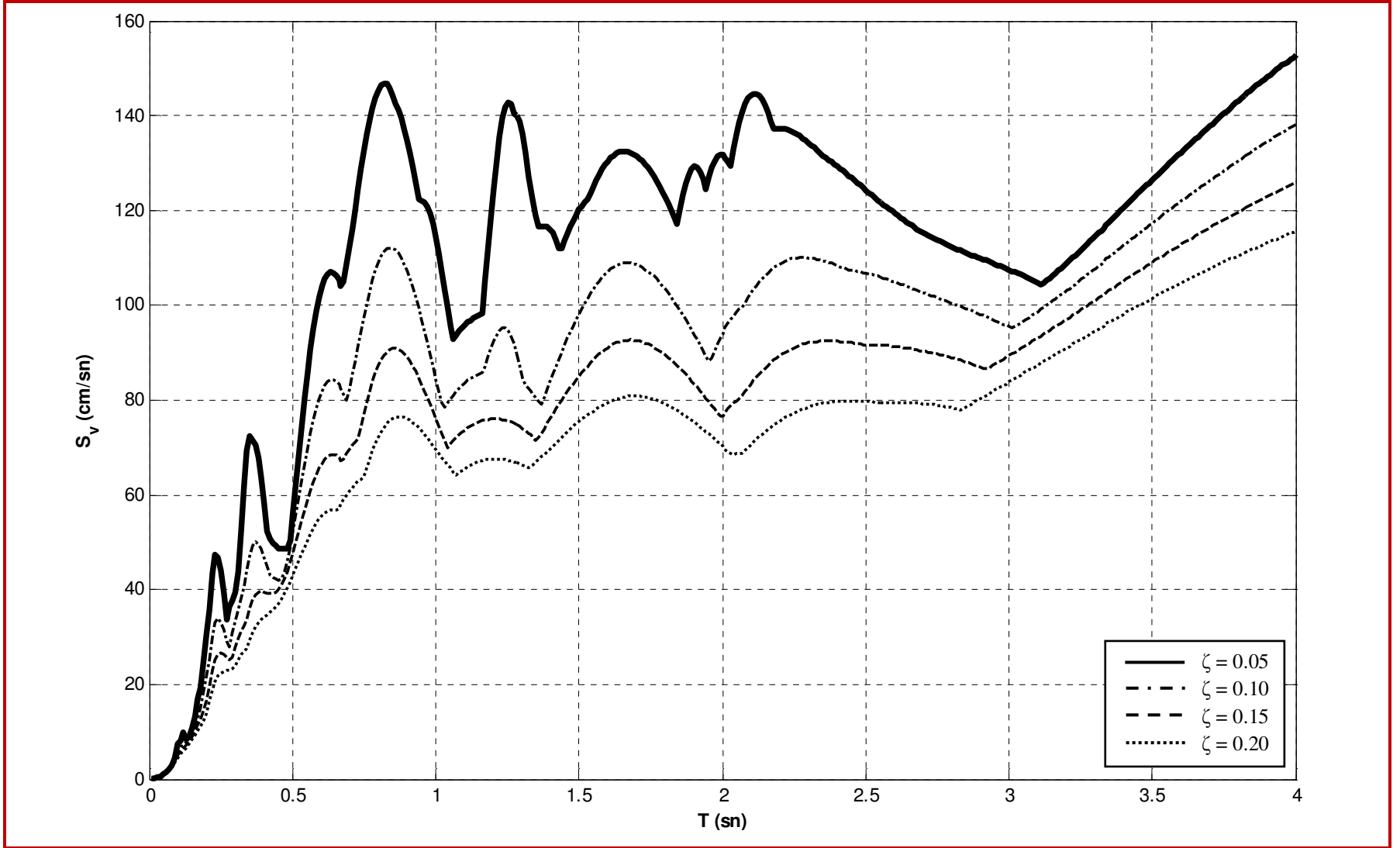
Kümülatif mutlak hız (CAV)	: 1393,508 cm/sn
İvme spektrum şiddeti (ASI)	: 404,486 cm/sn
Devamlı maksimum ivme (SMA)	: 362,380 cm/sn ²
T _p	: 0,220 sn
T _m	: 0,835 sn
Zarf süre	: 23,655 sn



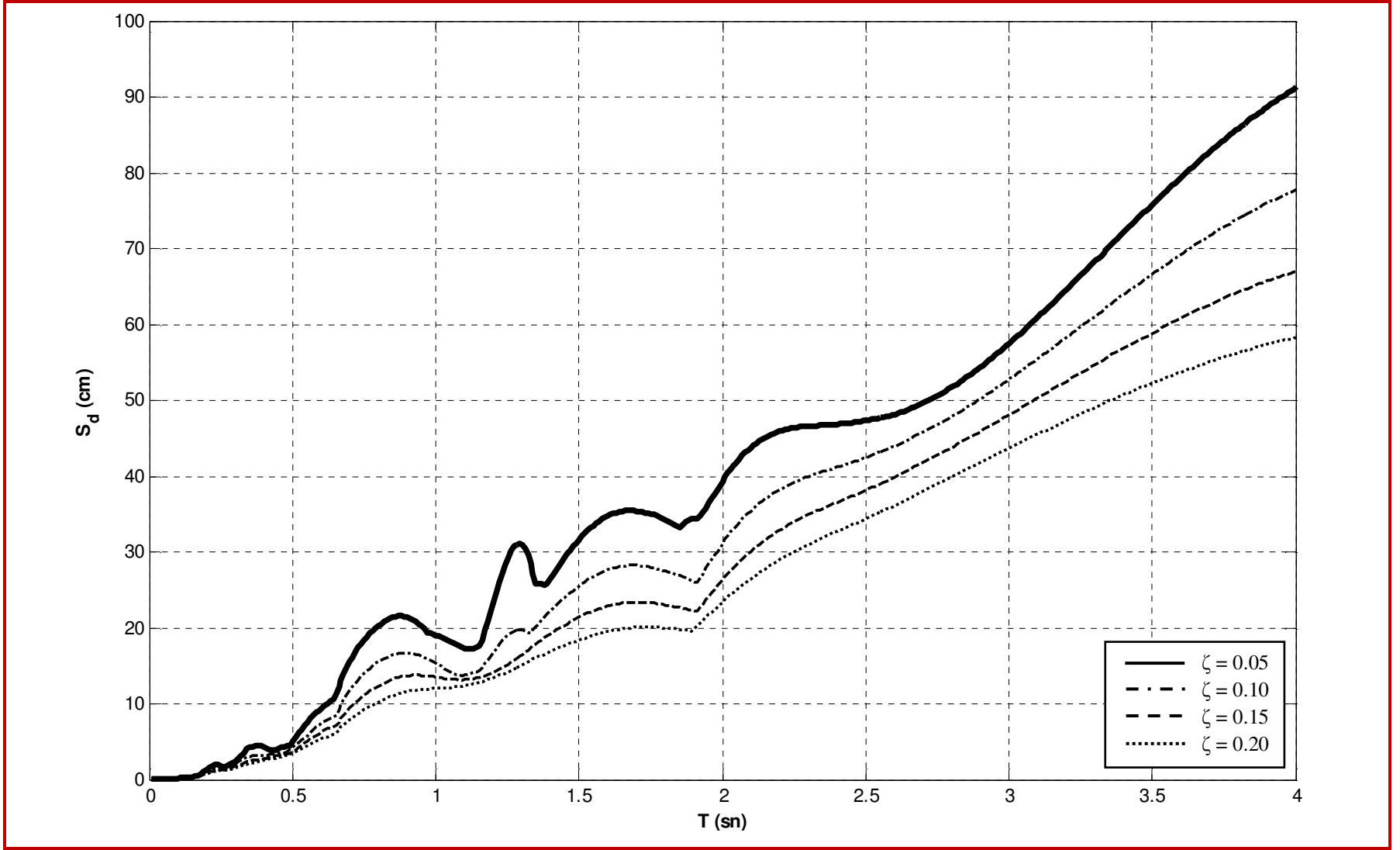
Şekil 3.11 Düzce depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin ivme kaydı



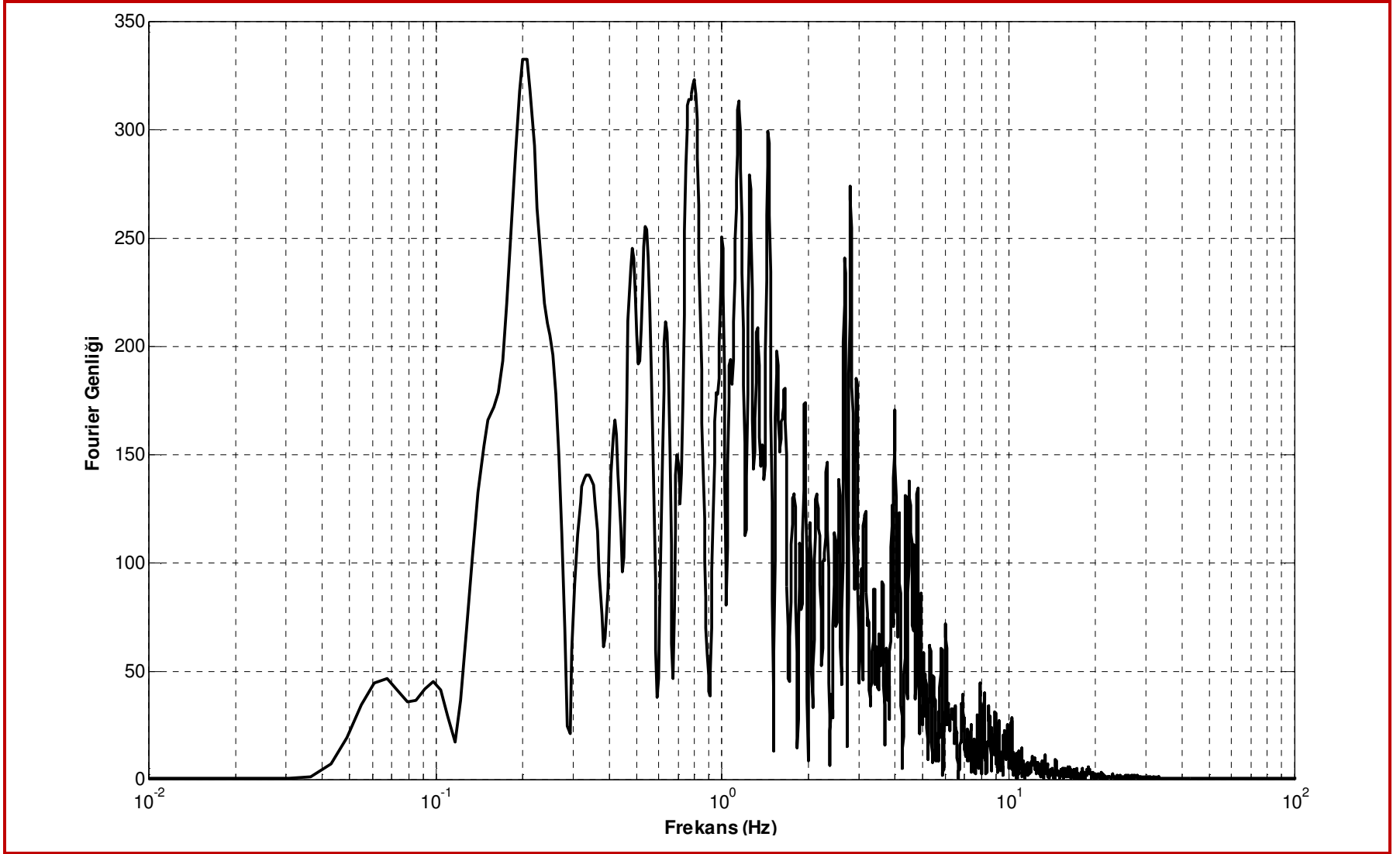
Şekil 3.12 Düzce depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin ivme spektrum eğrileri



Şekil 3.13 Düzce depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin hız spektrum eğrileri



Şekil 3.14 Düzce depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin yerdeğiştirme spektrum eğrileri



Şekil 3.15 Düzce depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin Fourier spektrumu

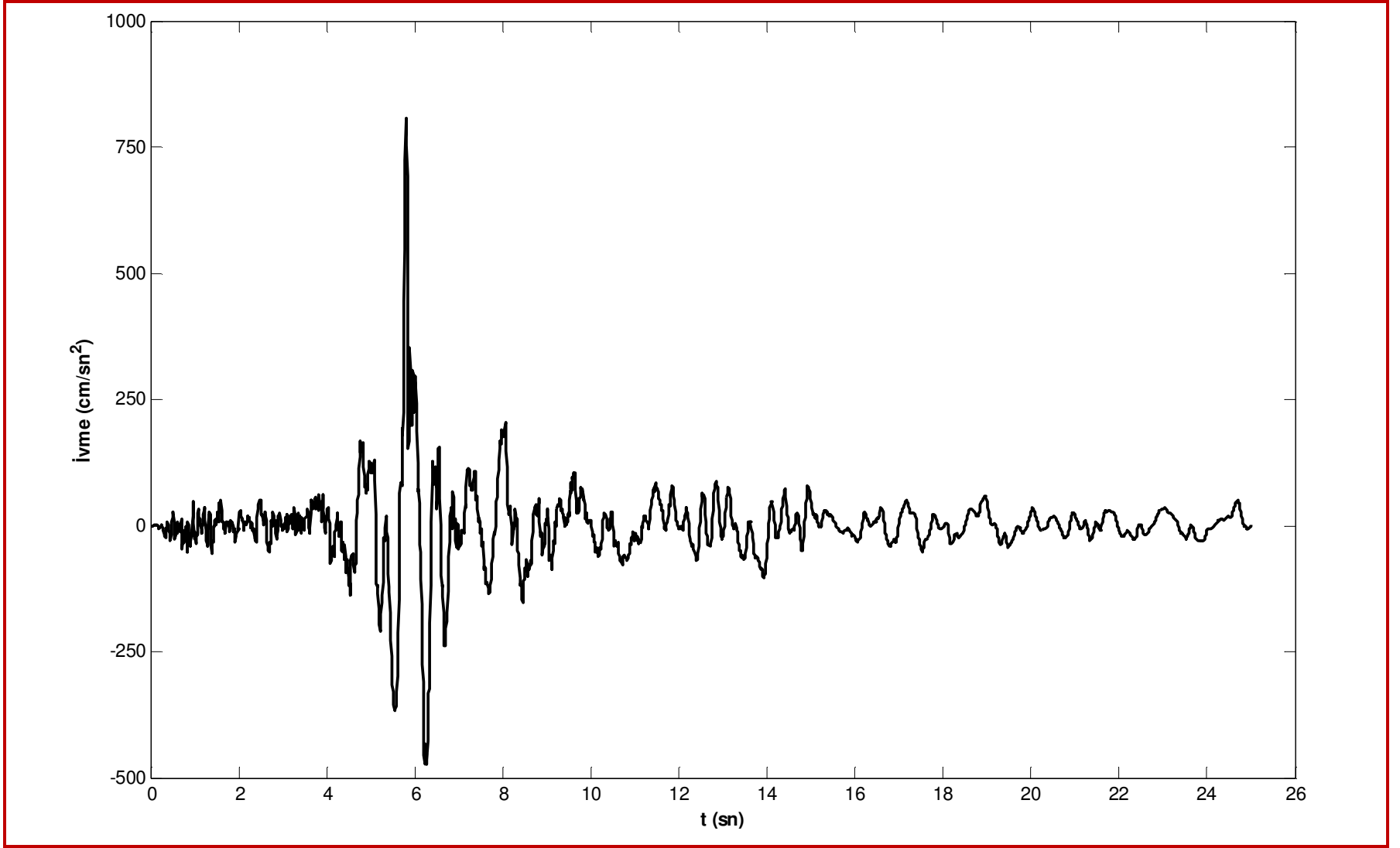
3.2.4 Düzce (Bolu) Depremi 12/11/1999

Şekil 3.16'de doğu-batı bileşeninin ivme kaydı verilen Düzce depreminin Bolu kaydı için Tablo 3.4'de SeismoSignal programı ile hesaplanmış parametre değerleri; şekil 3.17, 3.18 ve 3.19'de depremin Ek3'de verilen bilgisayar programı ile elde edilmiş ivme, hız yerdeğiştirme spektrumları ve şekil 3.20'de depremin Fourier spektrumu verilmiştir.

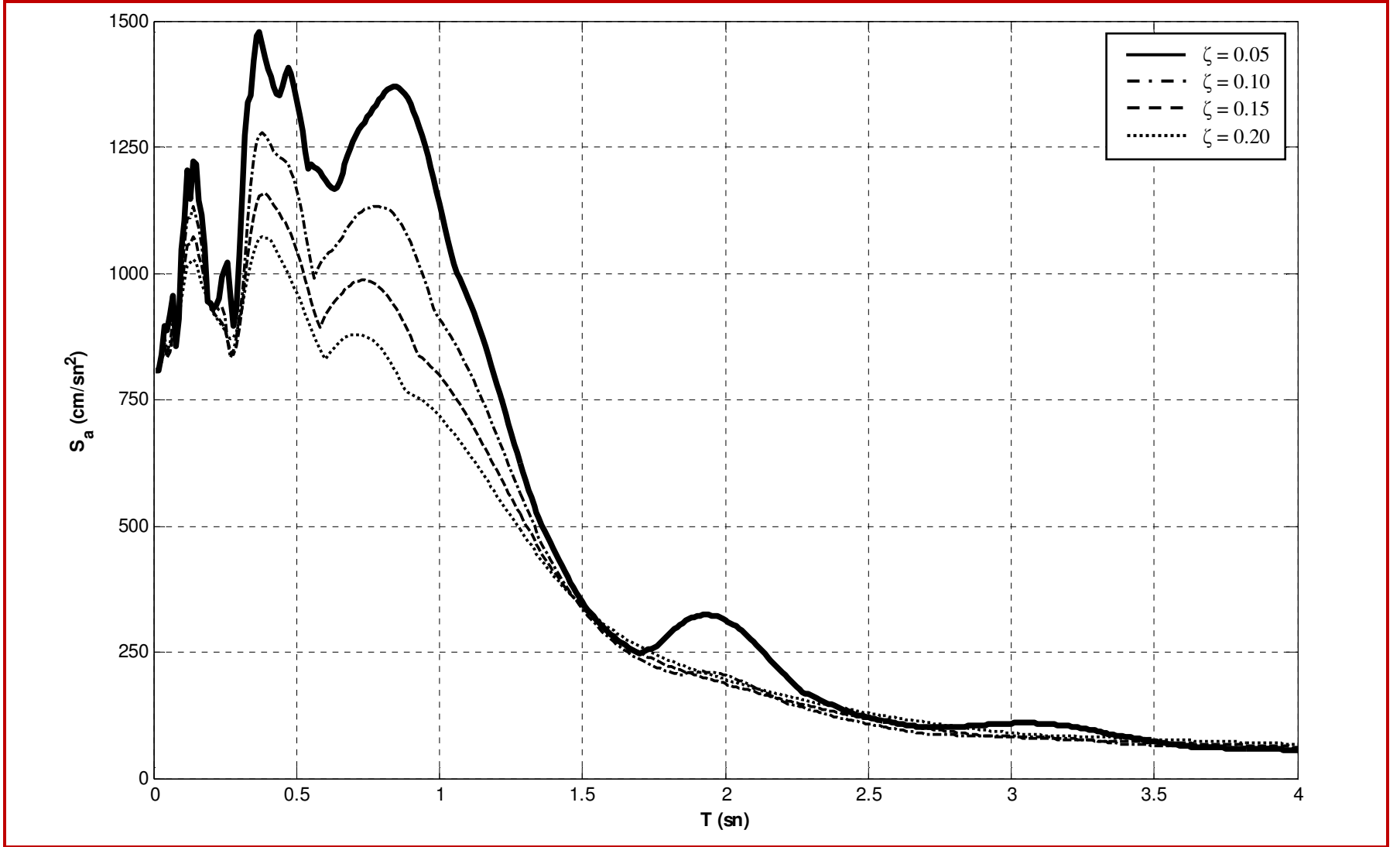
Tablo 3.4 Düzce (Bolu) depremine ait bilgiler

Tarih	: 12/11/1999 16:57:21.41 (GMT)
İstasyon kodu	: 1401
İstasyon yeri	: Bolu Merkez Bayındırlık ve İskan Müdürlüğü
İstasyon koordinatları	: 40.74567N-31.60732E
Depremin büyüklüğü	: 7.2Md
Episantr koordinatları	: 40.79000N-31.21000E
PGA değerleri (gal)	: (N-S) 744,720 / (E-W) 806,570 / (U-D) 199,540
PGV değerleri (cm/sn)	: (N-S) 56,611 / (E-W) 66,896 / (U-D) 23,490
PGD değerleri (cm)	: (N-S) 25,163 / (E-W) 12,839 / (U-D) 13,307
<hr/>	
Doğu-batı (E-W) bileşenine ait değerler	

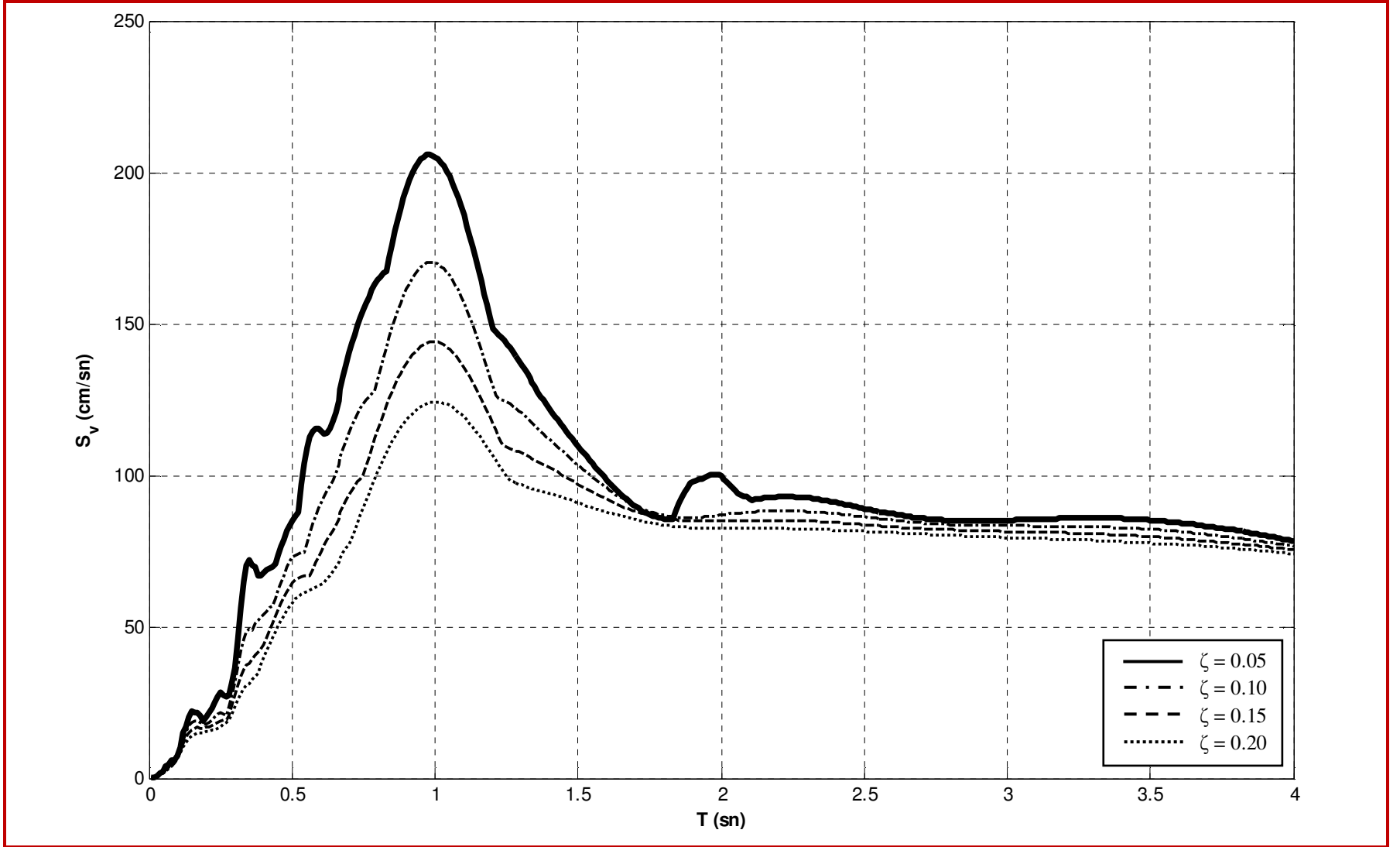
Kümülatif mutlak hız (CAV)	: 1197,183 cm/sn
İvme spektrum şiddeti (ASI)	: 482,369 cm/sn
Devamlı maksimum ivme (SMA)	: 367,180 cm/sn ²
T _p	: 0,360 sn
T _m	: 0,782 sn
Zarf süre	: 24,020 sn



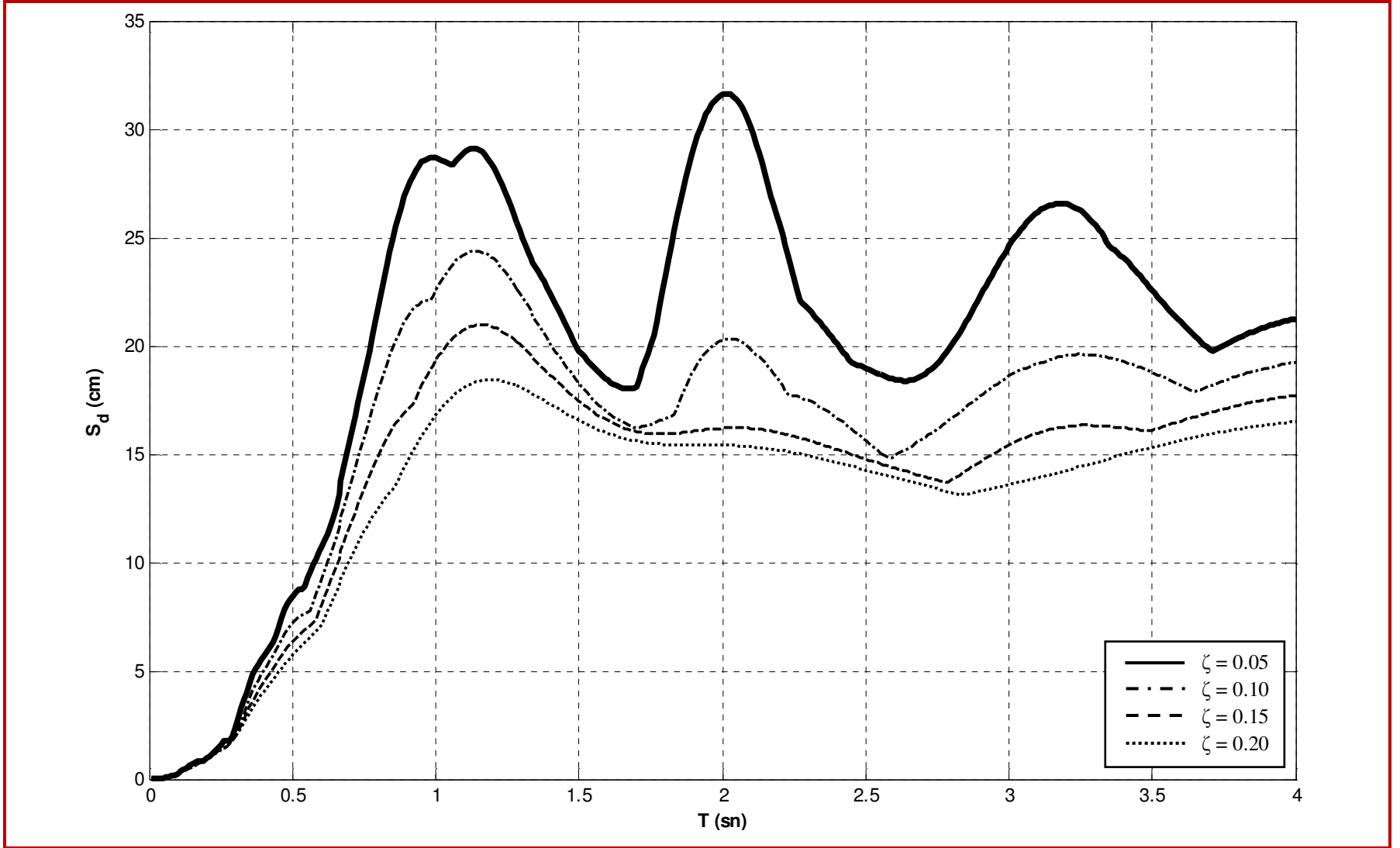
Şekil 3.16 Düzce (Bolu) depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin ivme kaydı



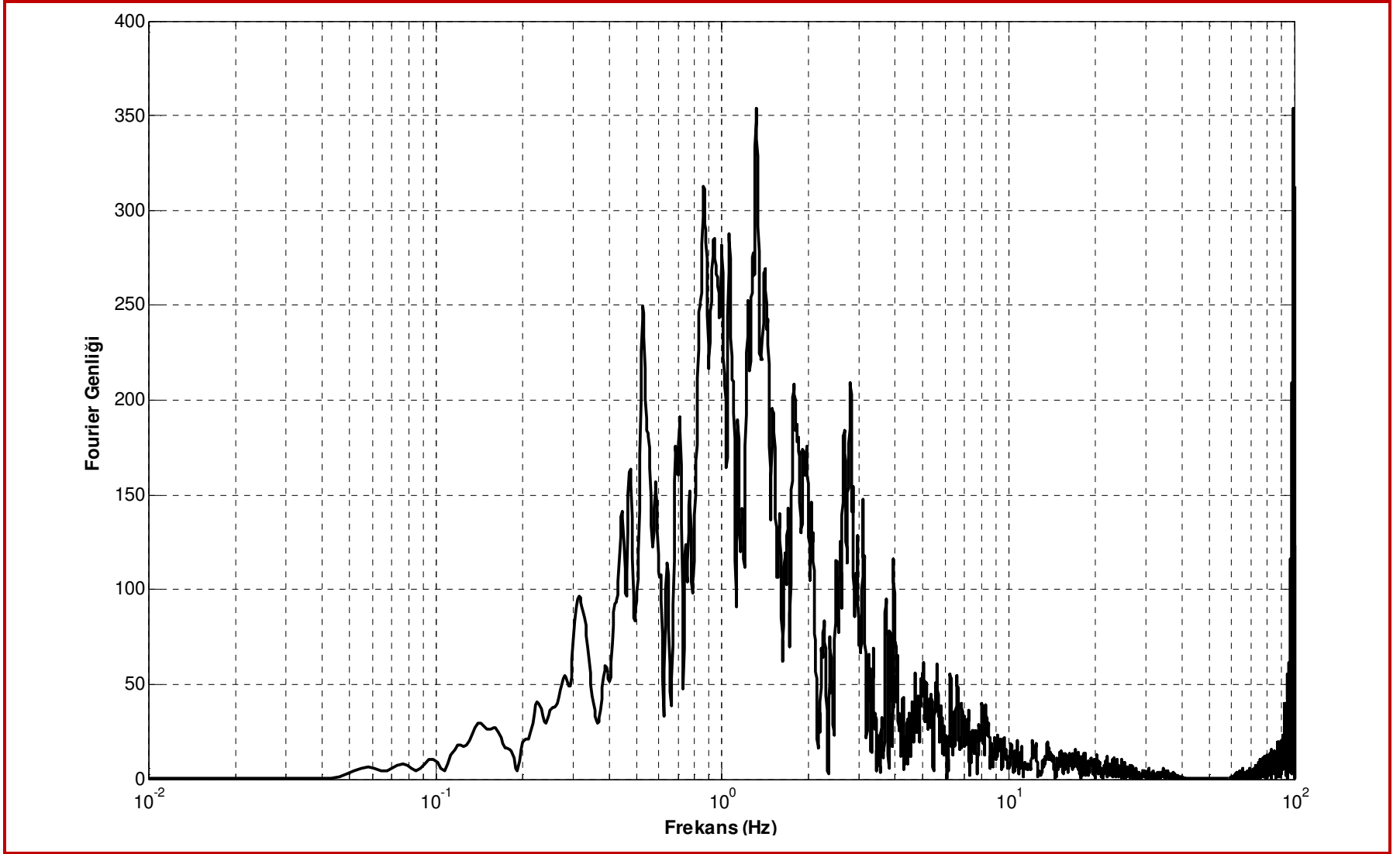
Şekil 3.17 Düzce (Bolu) depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin ivme spektrum eğrileri



Şekil 3.18 Düzce (Bolu) depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin hız spektrum eğrileri



Şekil 3.19 Düzce (Bolu) depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin yerdeğiştirme spektrum eğrileri



Şekil 3.20 Düzce (Bolu) depreminin (1999) doğu-batı bileşeninin Fourier spektrumu

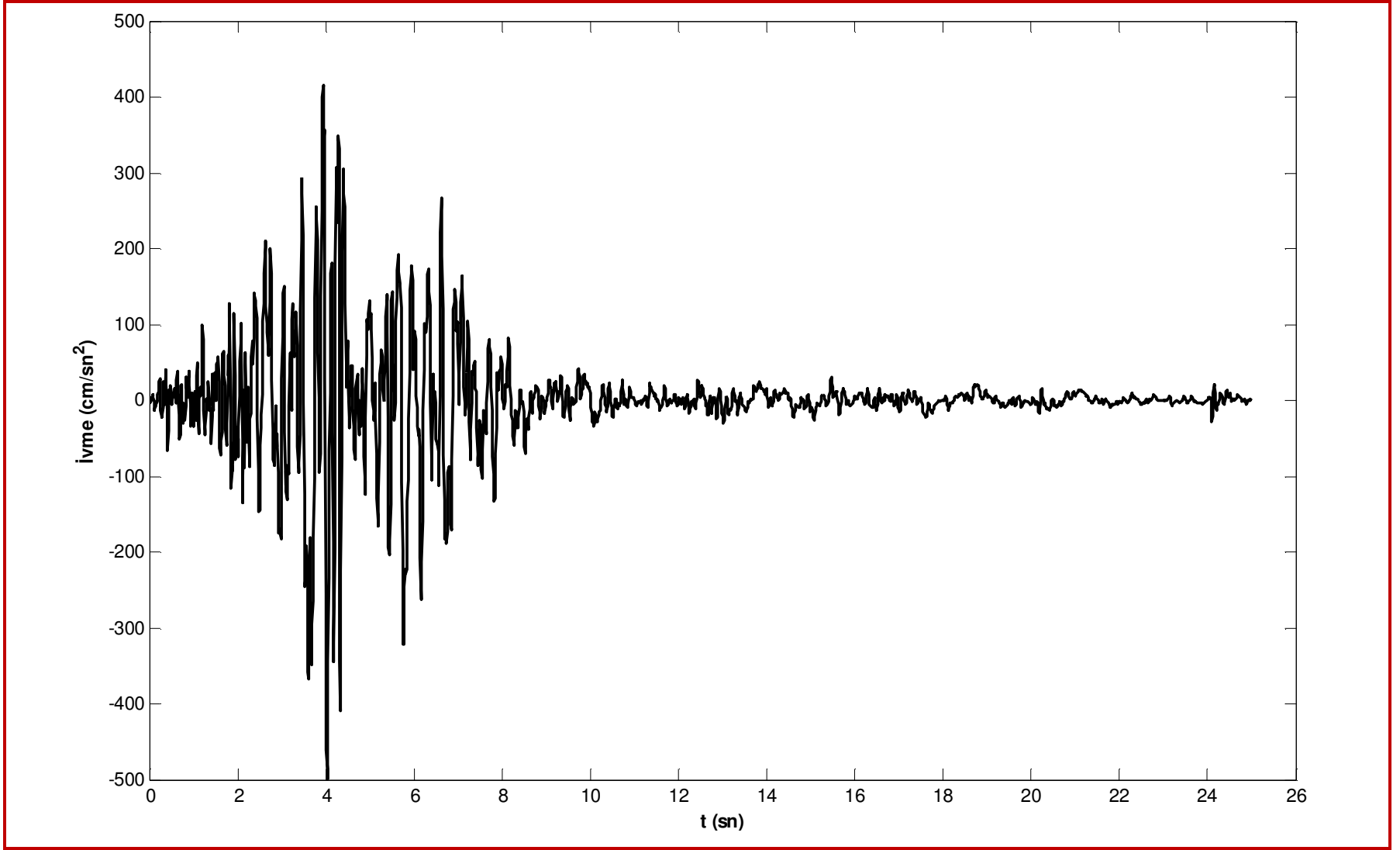
3.2.5 Bingöl Depremi 01/05/2003

Şekil 3.21’de doğu-batı bileşenin ivme kaydı verilen Bingöl depremi için Tablo 3.5’de SeismoSignal programı ile hesaplanmış parametre değerleri; şekil 3.22, 3.23 ve 3.24’de depremin Ek3’de verilen bilgisayar programı ile elde edilmiş ivme, hız, yerdeğiştirme spektrumları ve şekil 3.25’de depremin Fourier spektrumu verilmiştir.

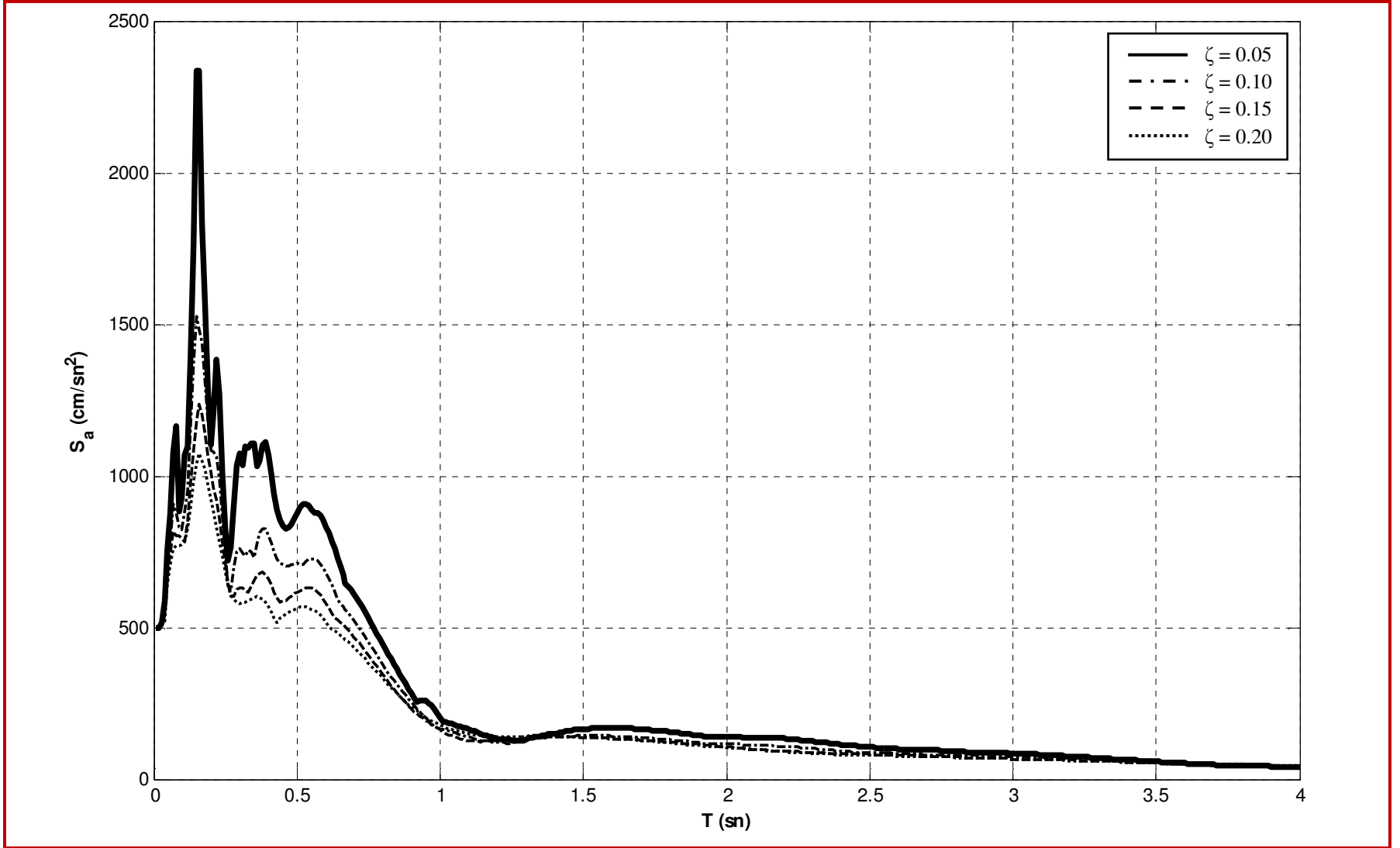
Tablo 3.5 Bingöl depremine ait bilgiler

Tarih	: 01/05/2003 00:27:04.68 (GMT)
İstasyon kodu	: 1201
İstasyon yeri	: Bingöl Merkez Bayındırlık ve İskan Müdürlüğü
İstasyon koordinatları	: 38.89708N-40.50320E
Deprem büyüklüğü	: 6.1Md
Episantr koordinatları	: 38.94000N-40.51000E
PGA değerleri (gal)	: (N-S) 499,720 / (E-W) 296,040 / (U-D) 467,590
PGV değerleri (cm/sn)	: (N-S) 34,484 / (E-W) 21,874 / (U-D) 11,825
PGD değerleri (cm)	: (N-S) 10,149 / (E-W) 5,050 / (U-D) 2,167
Kuzey-güney (N-S) bileşenine ait değerler	

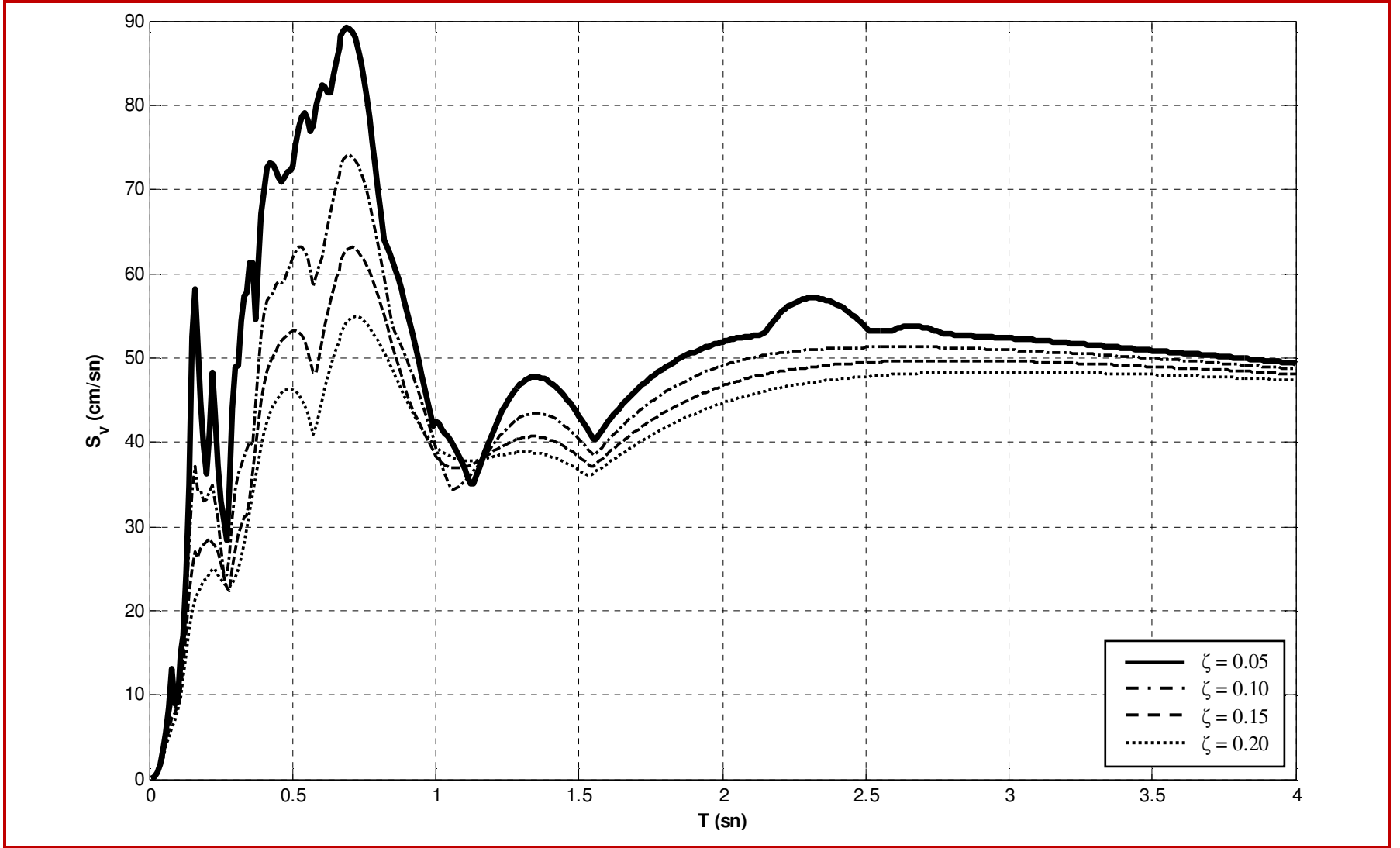
Kümülatif mutlak hız (CAV)	: 874,431 cm/sn
İvme spektrum şiddeti (ASI)	: 455,232 cm/sn
Devamlı maksimum ivme (SMA)	: 367,840 cm/sn ²
T _p	: 0,160 sn
T _m	: 0,338 sn
Zarf süre	: 23,890 sn



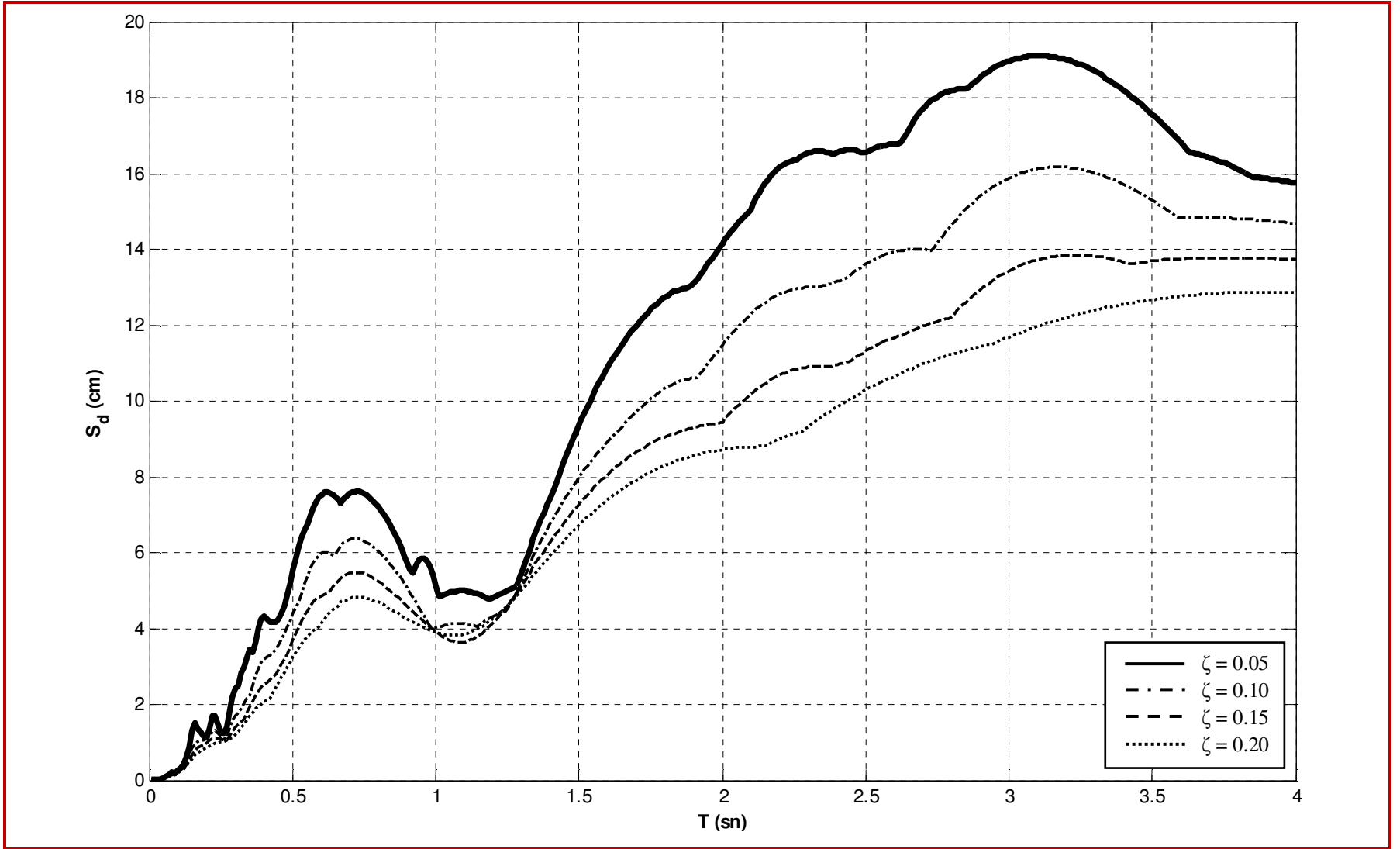
Şekil 3.21 Bingöl depreminin (2003) kuzey-güney bileşeninin ivme kaydı



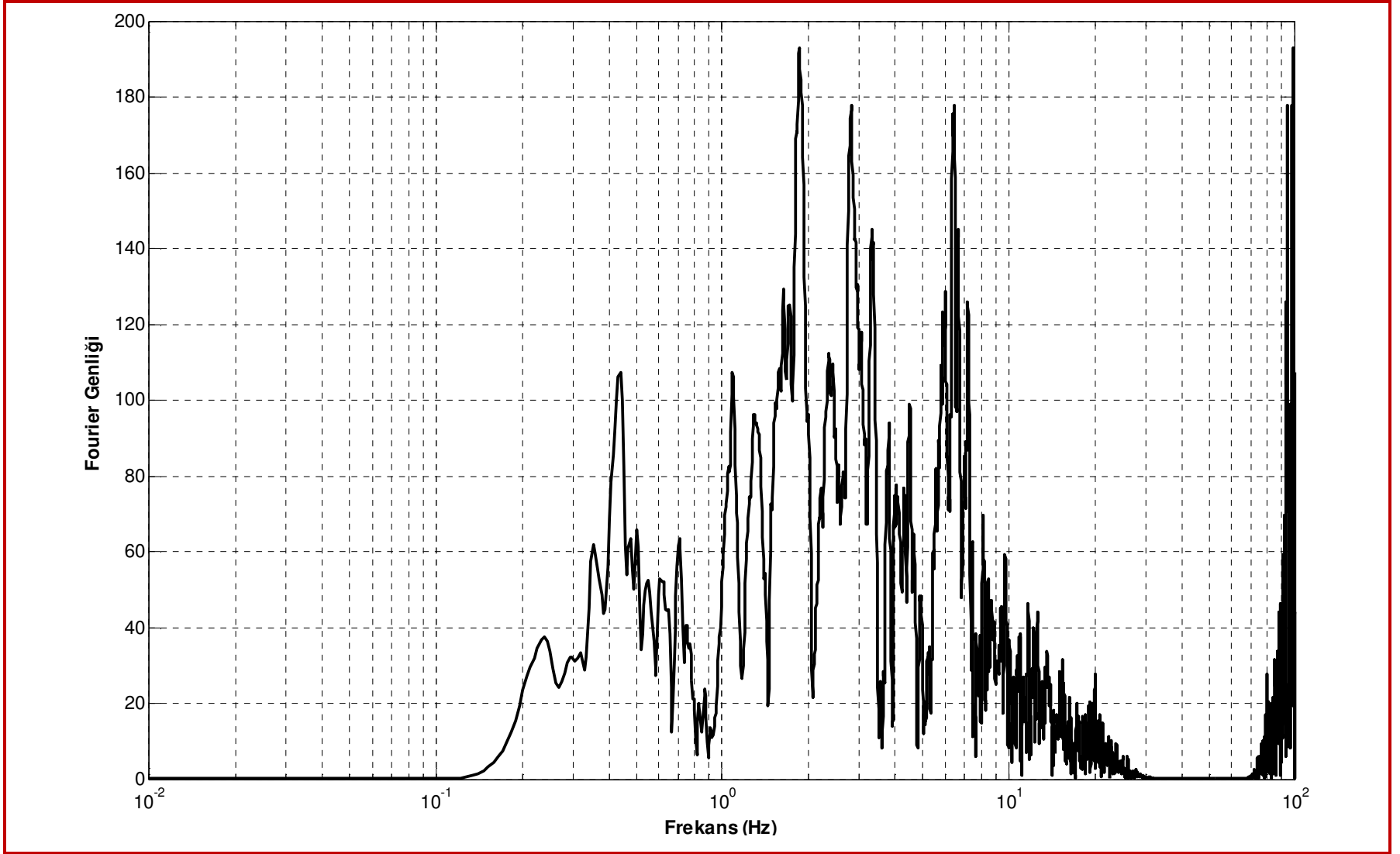
Şekil 3.22 Bingöl depreminin (2003) kuzey-güney bileşeninin ivme spektrum eğrileri



Şekil 3.23 Bingöl depreminin (2003) kuzey-güney bileşeninin hız spektrum eğrileri



Şekil 3.24 Bingöl depreminin (2003) kuzey-güney bileşeninin yerdeğiştirme spektrum eğrileri



Şekil 3.25 Bingöl depreminin (2003) kuzey-güney bileşeninin Fourier spektrumu

BÖLÜM DÖRT

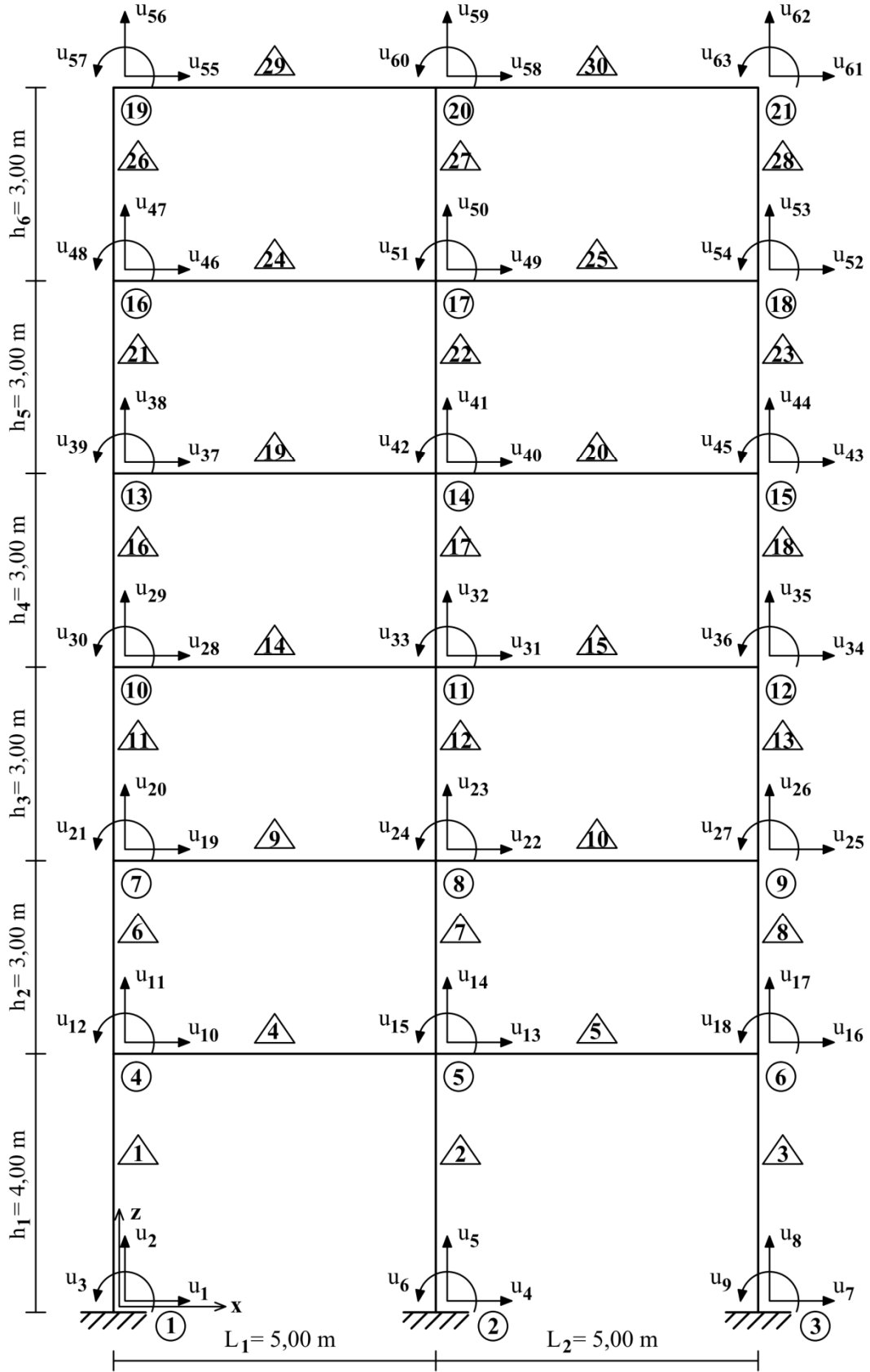
SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde, çalışmanın üçüncü bölümünde özellikleri verilen güçlü yer ivmeleri kullanılarak çok serbestlik dereceli sistemlerin zaman tanım aralığındaki dinamik davranışları yapısal sistemleri temsilen oluşturulan düzlem çerçeve sistem modelleri üzerinden araştırılacaktır. Bu analizlerin yapılmasındaki amaç güçlü yer ivmeleri ile yapısal sistemlerin arasındaki etkileşimi ortaya koymaktır. Bu amaç doğrultusunda çalışmanın üçüncü bölümde Fourier analizleri kullanılarak elde edilen güçlü yer ivmelerinin frekans içerikleri ile bu ivmeler etkisindeki çerçeve sistem modellerinin referans olarak seçilen serbestlik derecelerinin ivme zaman geçmişlerinin frekans içeriği karşılaştırılarak güçlü yer ivmeleri ile sistemin hangi modlarının ne ölçüde etkileşime girdiği incelenecektir. Bölümün ikinci yarısında ise yapısal sistemlerin rijit diyafram davranışına ne ölçüde sahip olduğu zaman tanım aralığında dinamik analizler ile araştırılacaktır.

4.1 Düzlem Çerçeve Sistem Model-1

Şekil 4.1’de hesap modeli verilen, 2 açıklıklı, 6 katlı düzlem çerçeve sistemin global kütle ve global rijitlik matrisleri, Ek1’de verilen, Matlab programlama dili kullanılarak geliştirilmiş ZA_TA programının birinci bölümü ile oluşturulmuştur. Sistemdeki tüm kolonlar 0,40m/0,40m, kirişler 0,25m/0,50m boyutlarındadır. Ayrıca, programda tüm kirişlerin üzerine dış yükleri temsilen 0,800 tf/m düzgün yayılı yük tanımlanmıştır. Kullanılan malzemenin elastisite modülü $3,10^6$ tf/m² (\cong C25), birim hacim ağırlığı 2,5 tf/m³ olarak tanımlanmıştır. Tablo 4.1’de bu sistemin ZA_TA programının ikinci bölümü ile elde edilen dinamik analiz sonuçları verilmiştir.

Literatürde zaman tanım aralığında dinamik analizlerde kullanılabilecek klasik sönüm matrislerinin oluşturulması için Rayleigh ve Caughey sönüm modelleri önerilmektedir. Çalışmada bu modellerden Rayleigh sönüm modeli kullanılmıştır; çünkü Caughey sönüm modelinin aksine Rayleigh sönüm modeli ile oluşturulan sönüm matrisi sistemin kütle ve rijitlik matrisleri ile aynı band genişliğine sahiptir.



Şekil 4.1 Düzlem çerçeve sistem model-1'in hesap modeli

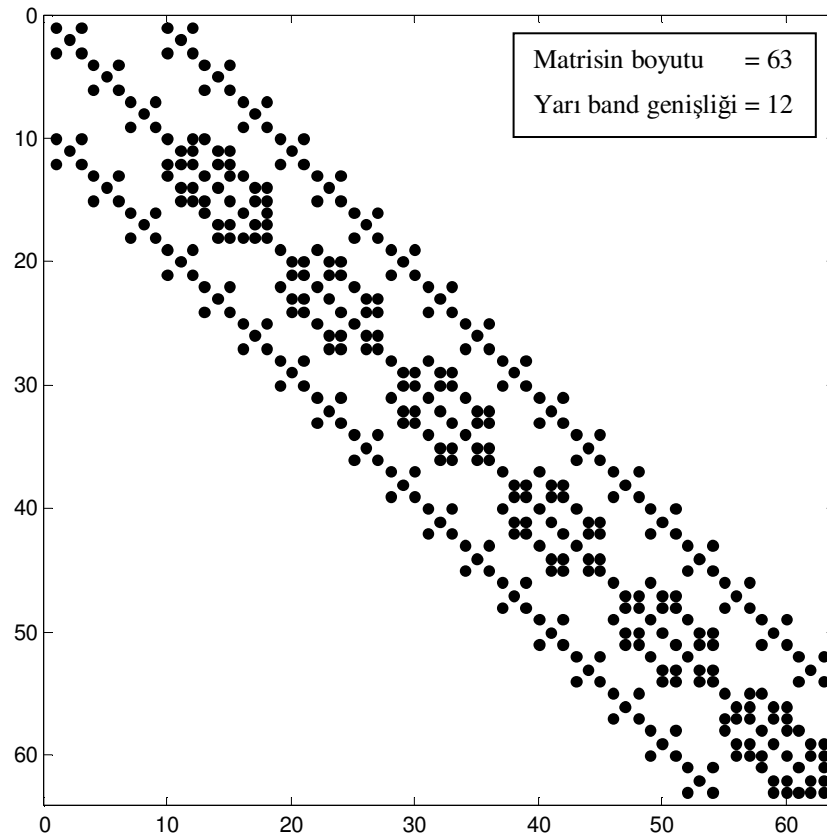
Tablo 4.1 Model-1'in dinamik analiz sonuçları

Modal Periyot ve Frekanslar				
=====				
1. Mod: EV = 1.002498e+002 rad2/sn2, w = 10.012482 rad/sn, f = 1.593536 Hz, T = 0.627535 sn				
2. Mod: EV = 9.876418e+002 rad2/sn2, w = 31.426769 rad/sn, f = 5.001726 Hz, T = 0.199931 sn				
3. Mod: EV = 3.231818e+003 rad2/sn2, w = 56.849078 rad/sn, f = 9.047812 Hz, T = 0.110524 sn				
4. Mod: EV = 7.455272e+003 rad2/sn2, w = 86.343919 rad/sn, f = 13.742061 Hz, T = 0.072769 sn				
5. Mod: EV = 1.406117e+004 rad2/sn2, w = 118.579818 rad/sn, f = 18.872564 Hz, T = 0.052987 sn				
6. Mod: EV = 1.447724e+004 rad2/sn2, w = 120.321410 rad/sn, f = 19.149747 Hz, T = 0.052220 sn				
7. Mod: EV = 2.163148e+004 rad2/sn2, w = 147.076436 rad/sn, f = 23.407942 Hz, T = 0.042721 sn				
8. Mod: EV = 2.284998e+004 rad2/sn2, w = 151.162110 rad/sn, f = 24.058197 Hz, T = 0.041566 sn				
9. Mod: EV = 3.277057e+004 rad2/sn2, w = 181.026438 rad/sn, f = 28.811253 Hz, T = 0.034709 sn				
	M.K.Ç.	E.M.K.	E.M.K.O.	K.TOP.

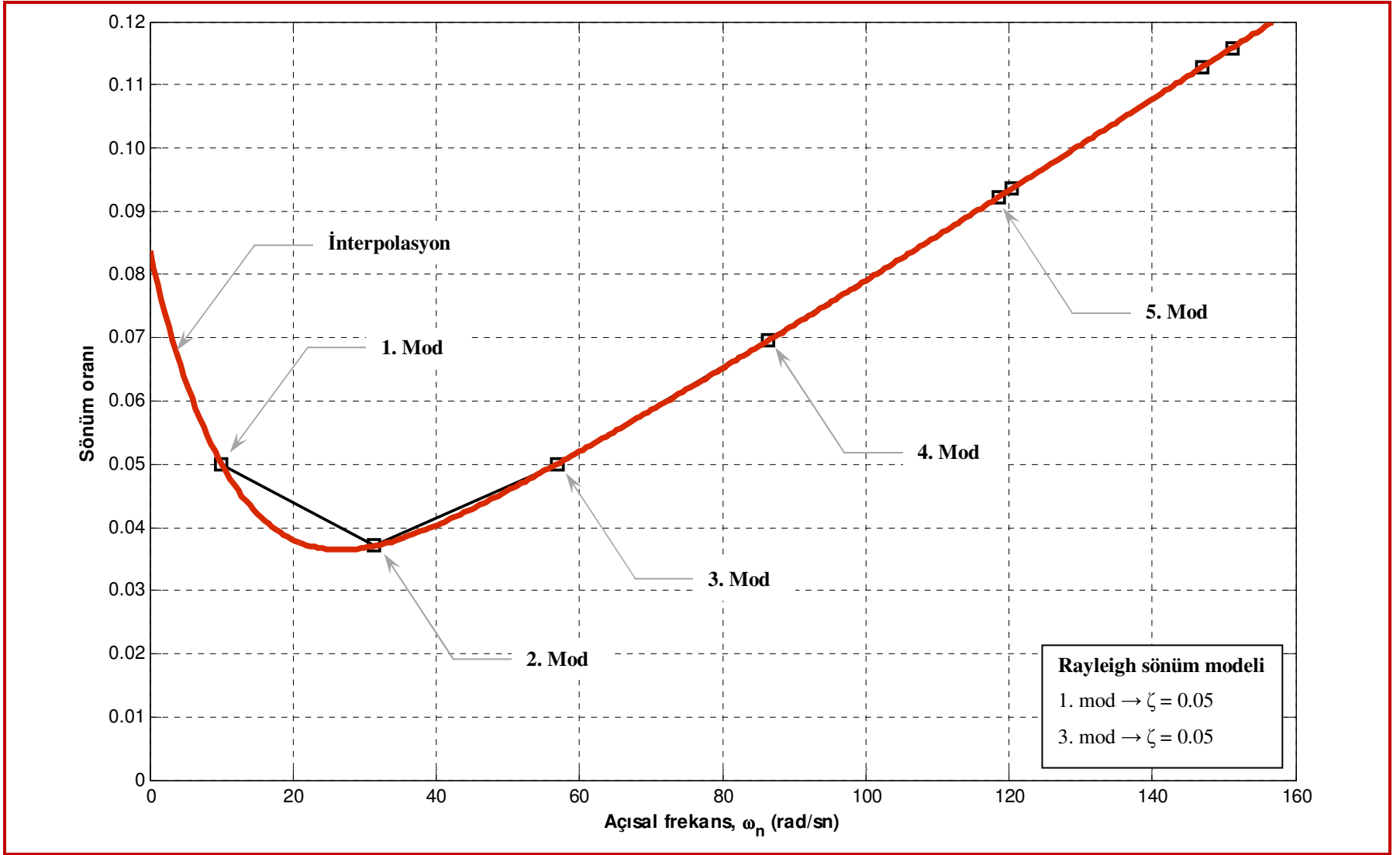
1. Mod: T = 0.627535 sn, 2.799334	7.836272	85.818332	85.818332	
2. Mod: T = 0.199931 sn, -0.882785	0.779309	8.534542	94.352874	
3. Mod: T = 0.110524 sn, -0.459151	0.210819	2.308772	96.661646	
4. Mod: T = 0.072769 sn, 0.277927	0.077244	0.845928	97.507574	
5. Mod: T = 0.052987 sn, -0.168831	0.028504	0.312160	97.819734	
6. Mod: T = 0.052220 sn, 0.000000	0.000000	0.000000	97.819734	
7. Mod: T = 0.042721 sn, -0.081510	0.006644	0.072759	97.892493	
8. Mod: T = 0.041566 sn, 0.026957	0.000727	0.007958	97.900451	
9. Mod: T = 0.034709 sn, -0.010810	0.000117	0.001280	97.901731	
Sitemin toplam kütlesi = 9.131233				
Sitemin toplam kütlesi x 0.90 = 8.218110 <= Toplam etkin modal kütle = 8.939635				
Mod sayısı yeterli.				

M.K.Ç. : Modal Katılım Çarpanı
 E.M.K. : Etkin Modal Kütle
 E.M.K.O. : Etkin Modal Kütle Oranları
 K.TOP. : Etkin Modal Kütle Oranlarının
 Kümülatif Toplamı

Şekil 4.3’de model-1’in zaman tanım aralığında dinamik analizleri için ZA_TA programının üçüncü bölümü ile oluşturulmuş Rayleigh sönüm modeli gösterilmiştir. Bu modelde 1. ve 3. modlar için 0,05 sönüm oranı seçilmiş ve program tarafından diğer modların sönüm oranları bu orana göre hesaplanmıştır. Şekil 4.4 ile 4.28 arasında düzlem çerçeve sistemin 58 numaralı serbestlik derecesinin genelleştirilmiş α metodu kullanılarak ZA_TA programı ile hesaplanmış güçlü yer ivmeleri etkisindeki dinamik tepkileri verilmiştir. Genelleştirilmiş α metodunun parametreleri $\rho^\infty = 0,7$ için (2.170) numaralı bağıntı kullanılarak hesaplanmıştır.

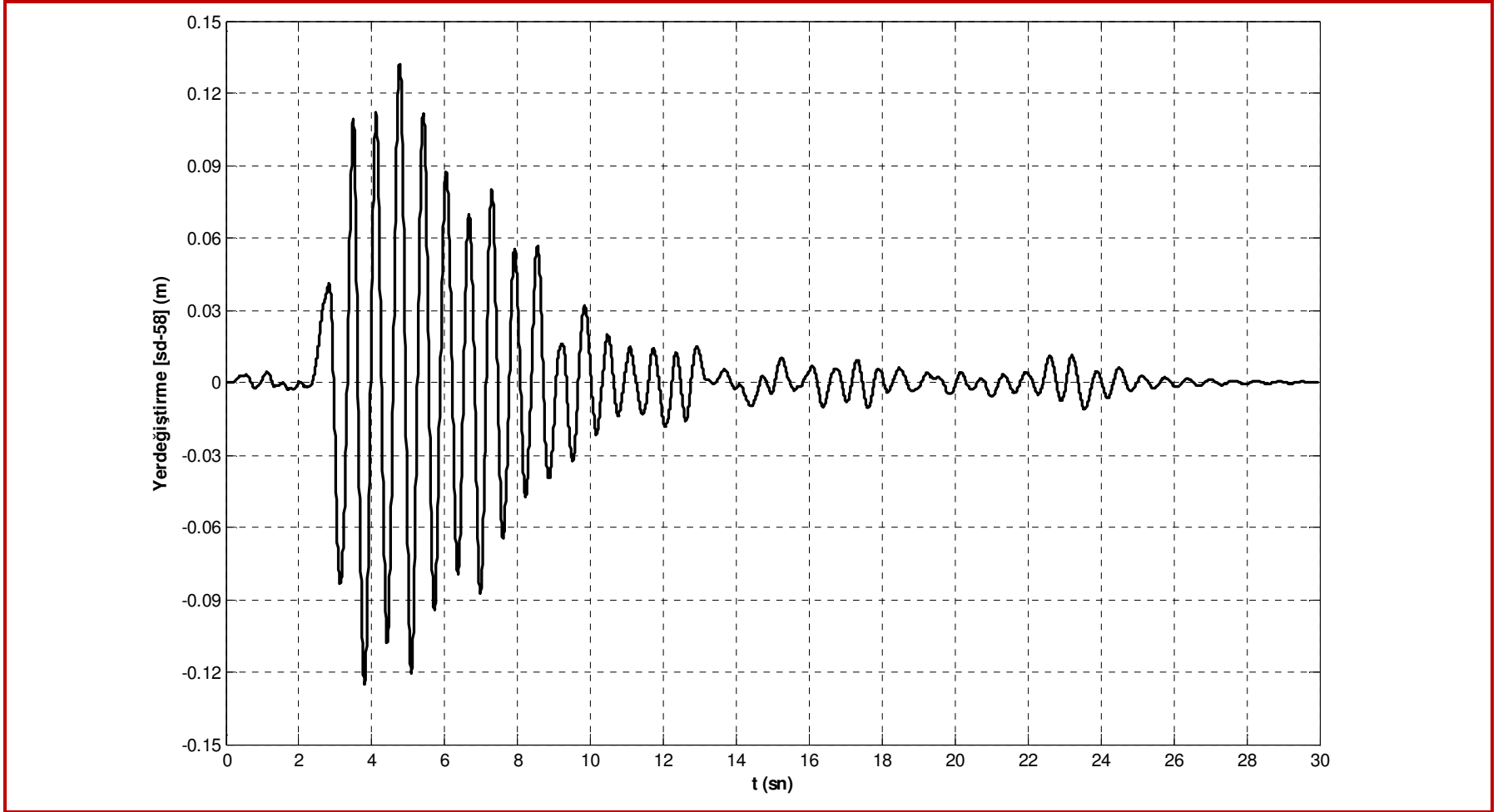


Şekil 4.2 Model-1'in kütle, sönüm (Rayleigh modeli) ve rijitlik matrislerinin sembolik gösterimi

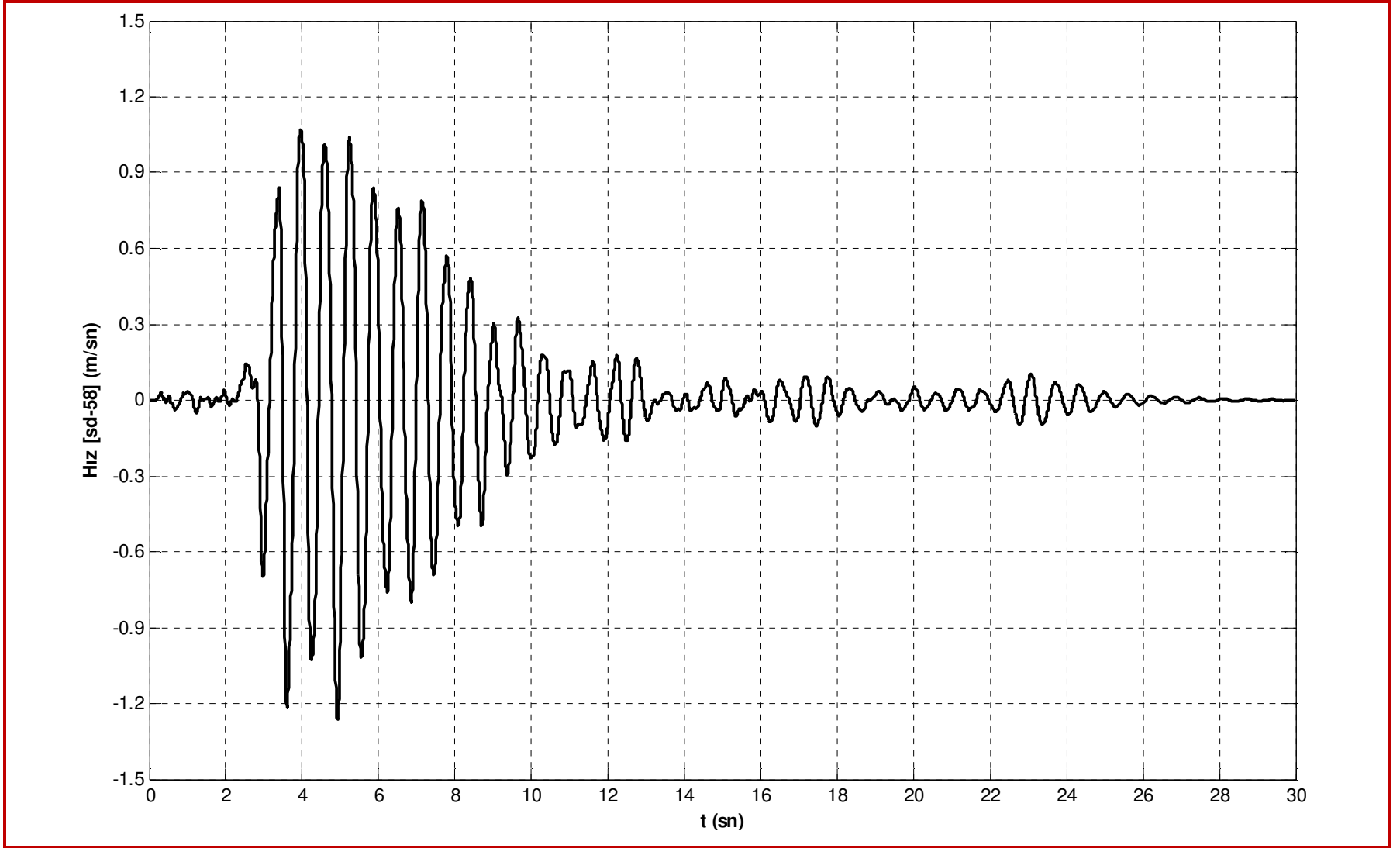


Şekil 4.3 Rayleigh sönüm modeli ve modlara ait sönüm oranları

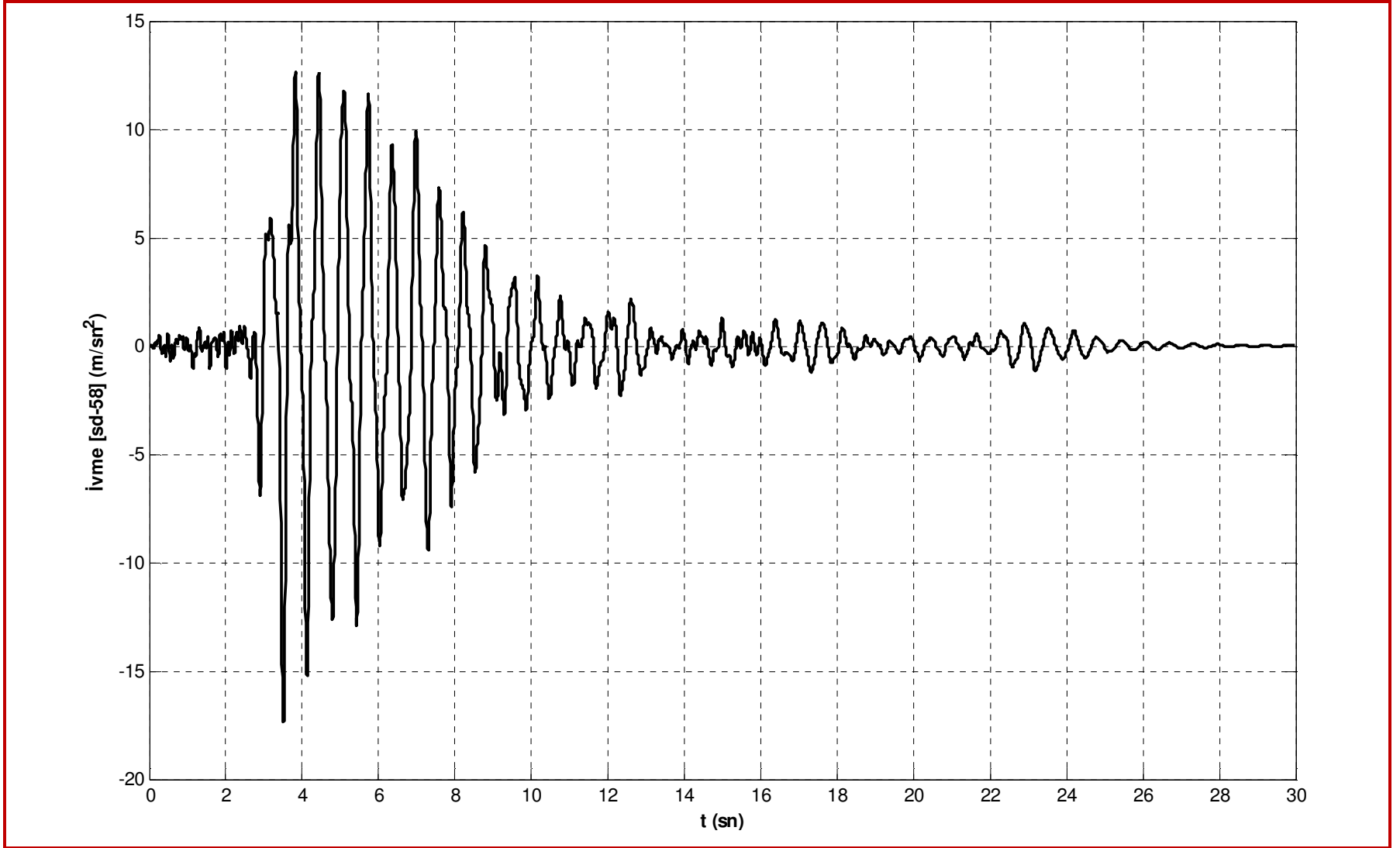
4.1.1 Erzincan Depremi 13/03/1992



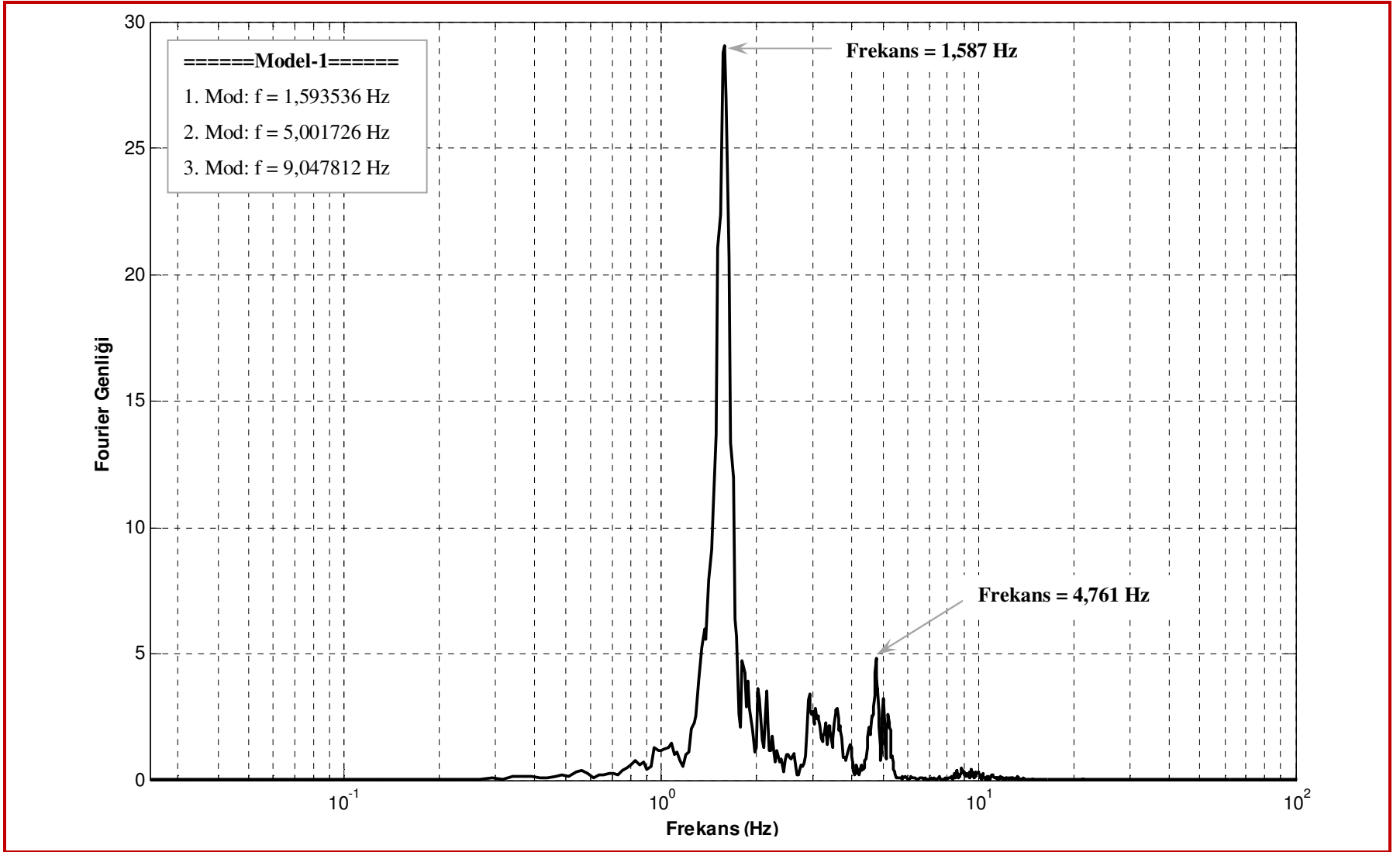
Şekil 4.4 58 numaralı serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi



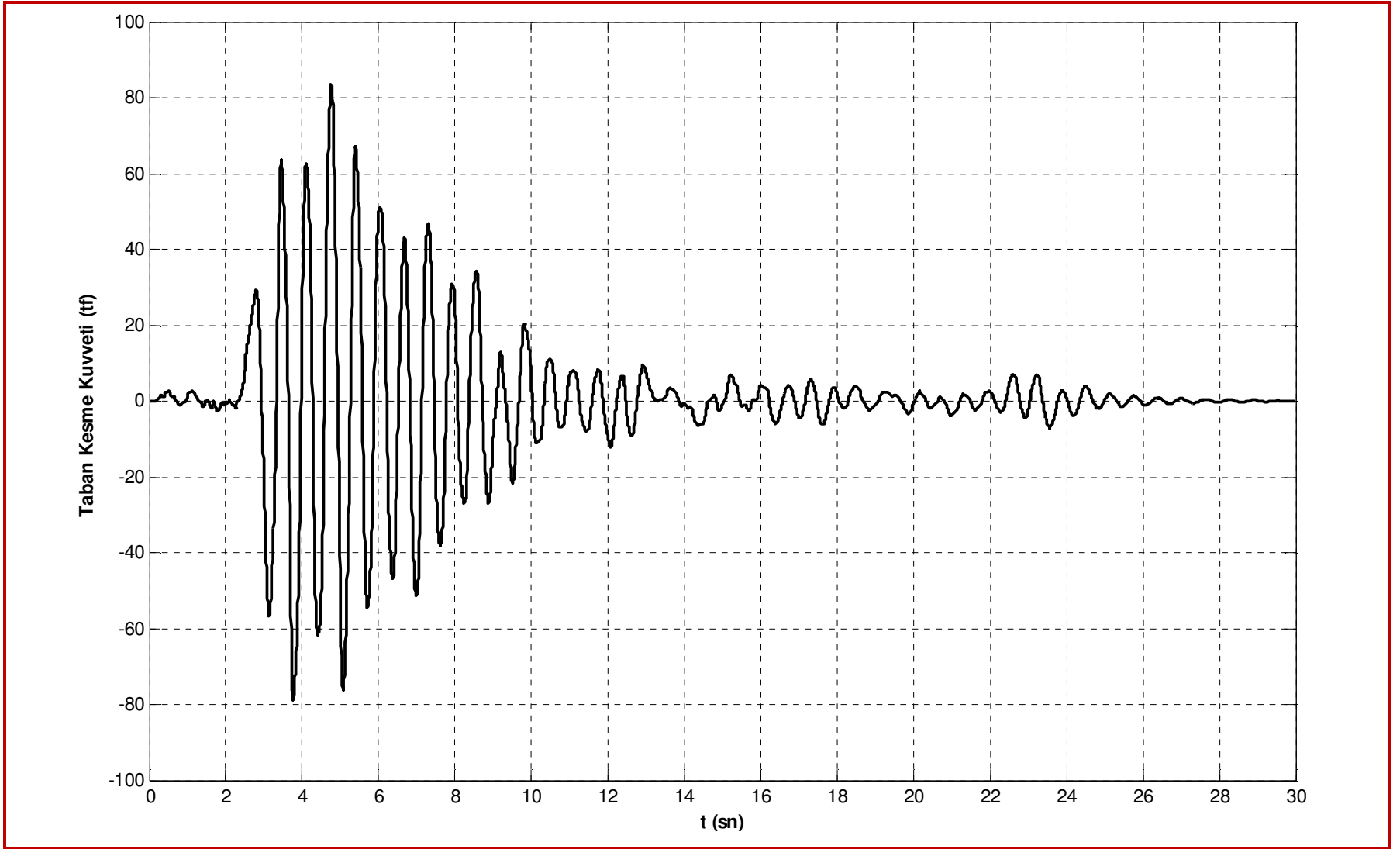
Şekil 4.5 58 numaralı serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi



Şekil 4.6 58 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişi

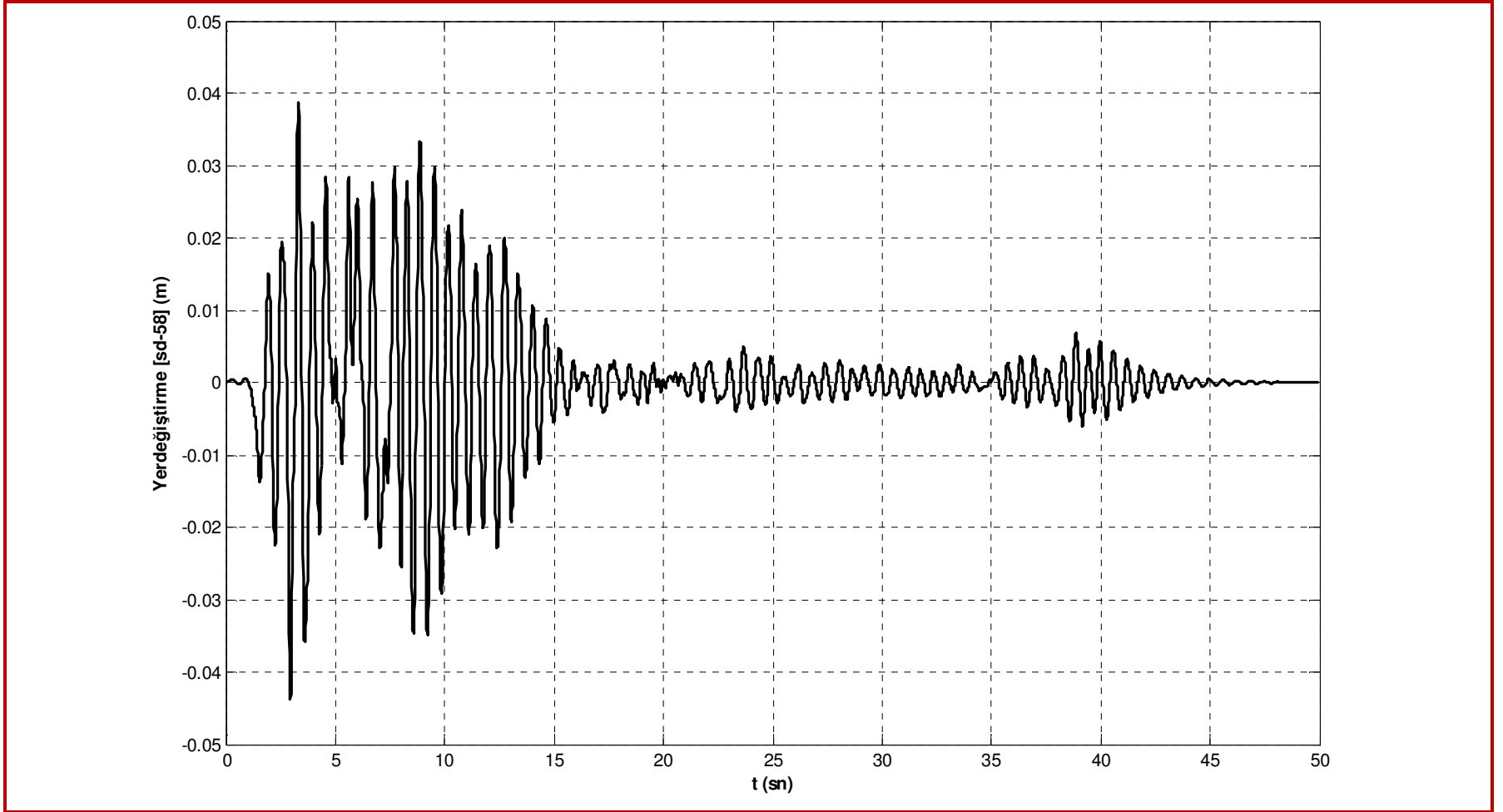


Şekil 4.7 58 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişinin Fourier spektrumu

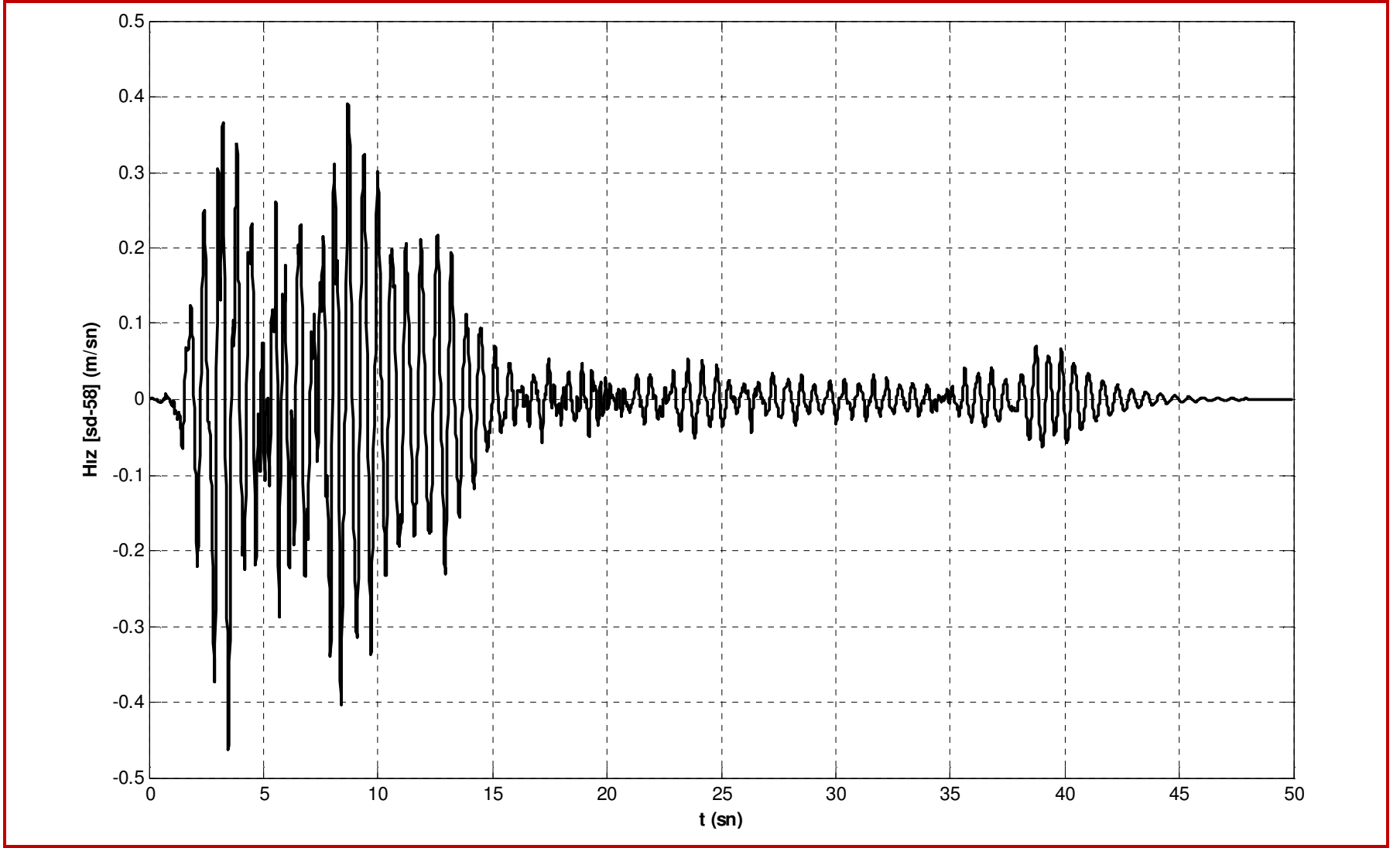


Şekil 4.8 Taban kesme kuvveti-zaman geçmişi

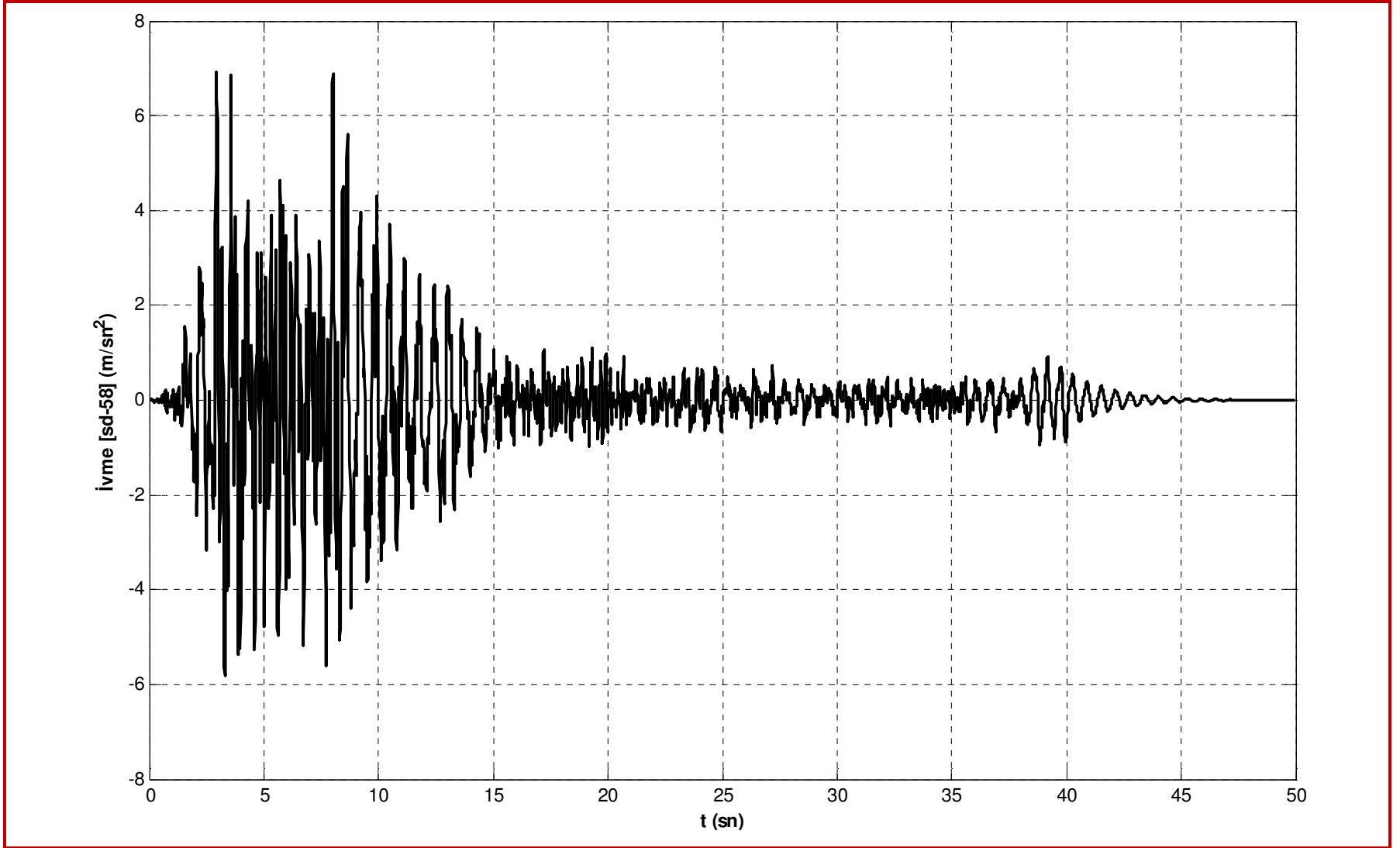
4.1.2 Kocaeli Depremi 17/08/1999



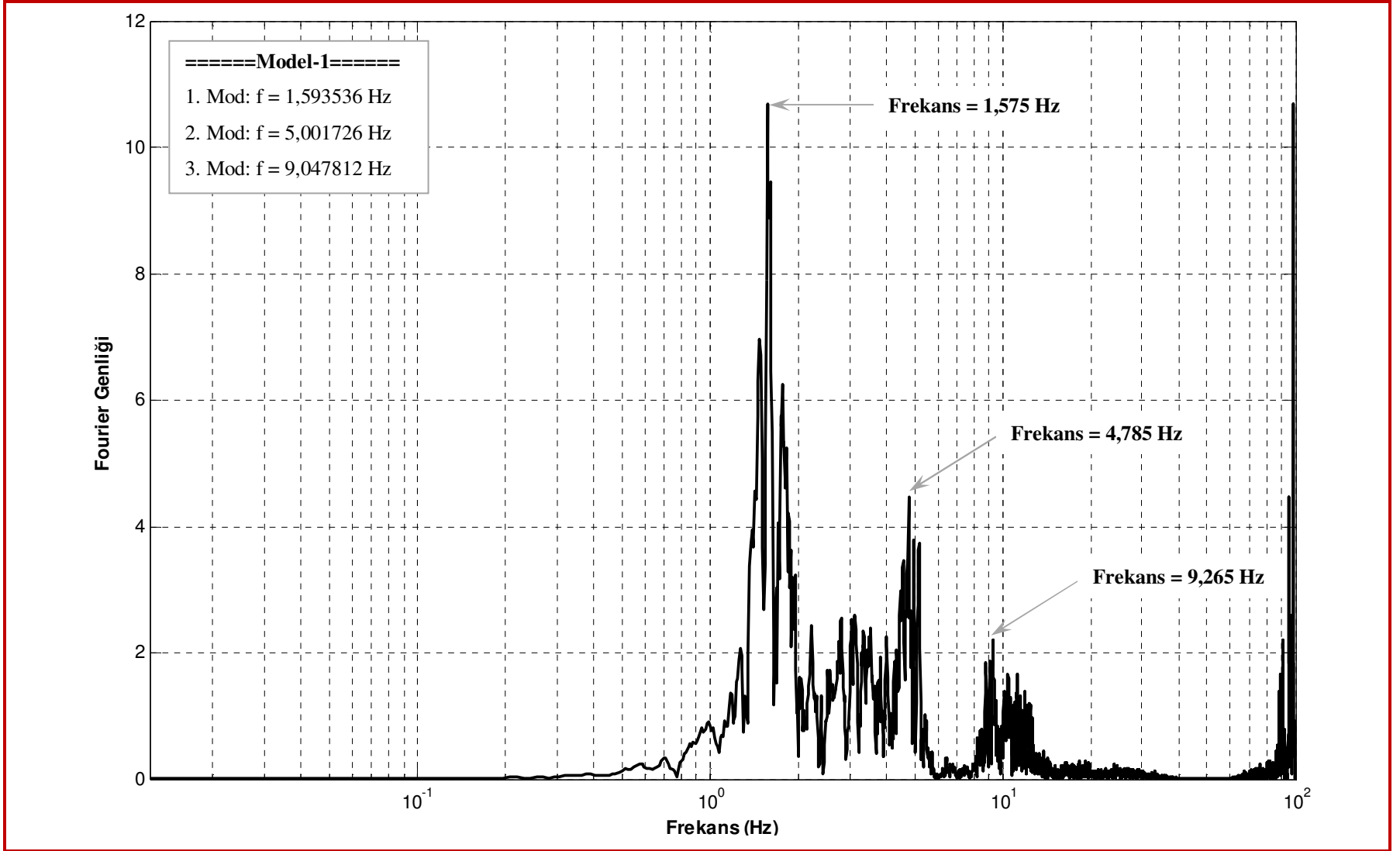
Şekil 4.9 58 numaralı serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi



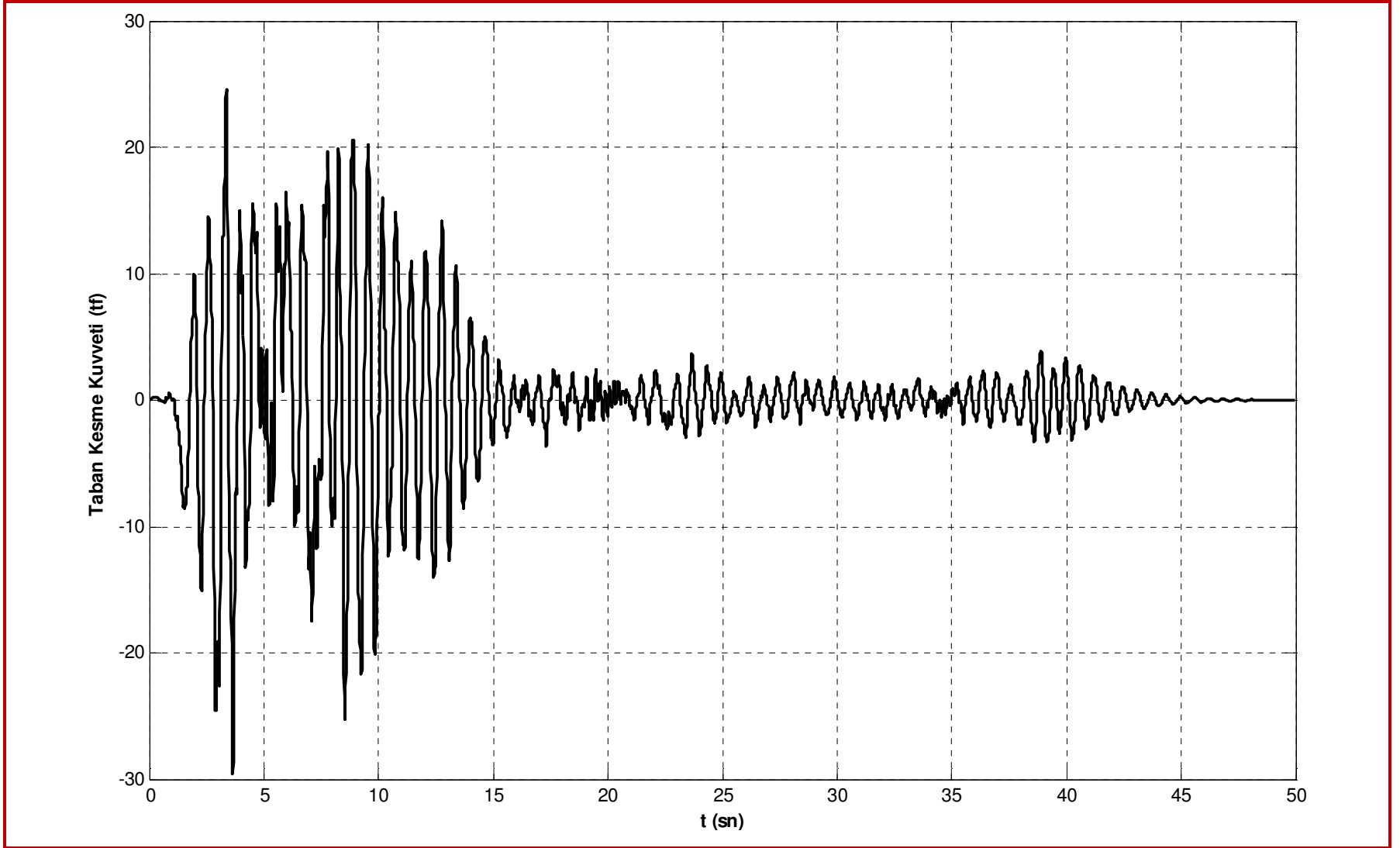
Şekil 4.10 58 numaralı serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi



Şekil 4.11 58 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişi

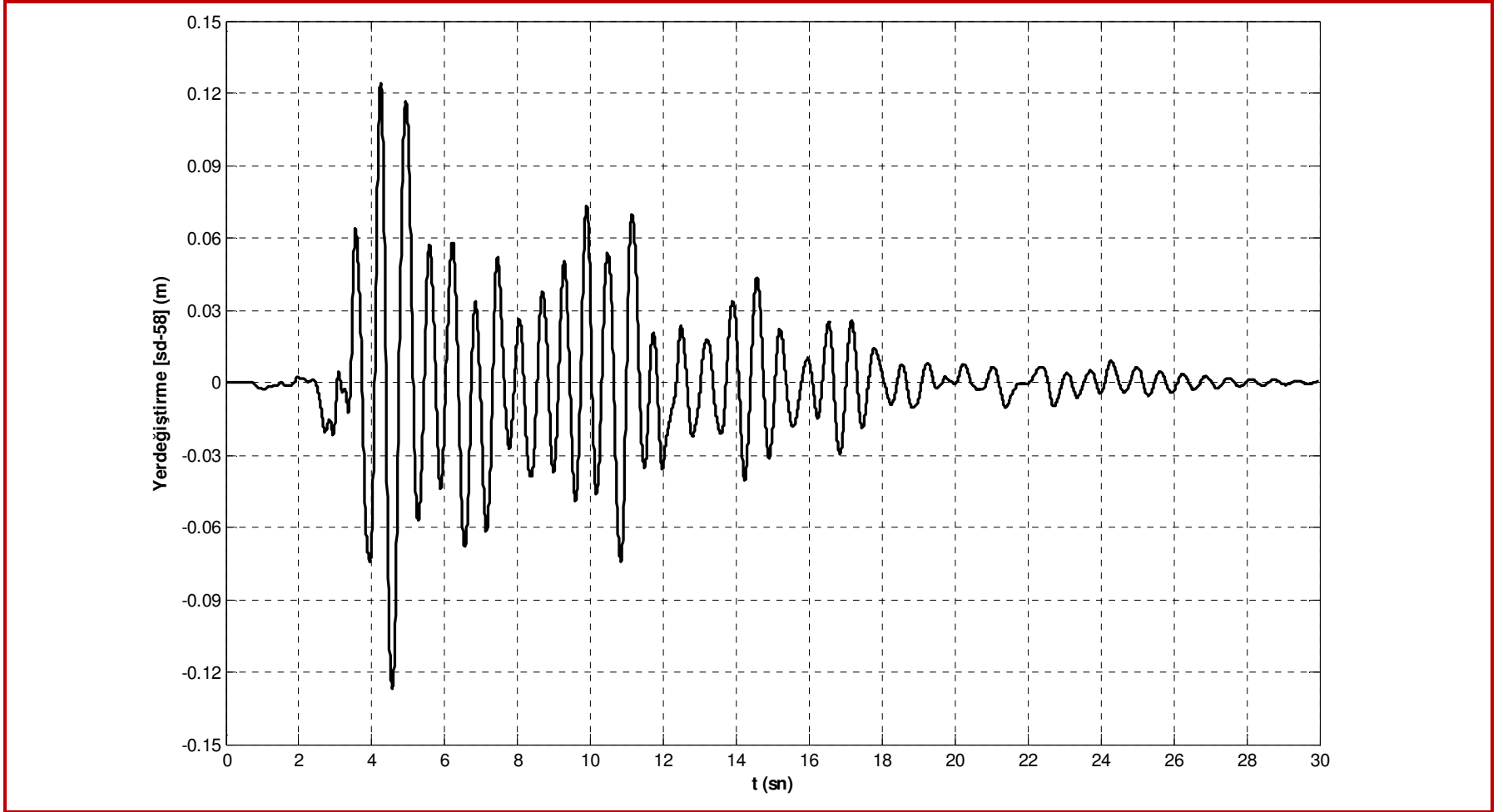


Şekil 4.12 58 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişinin Fourier spektrumu

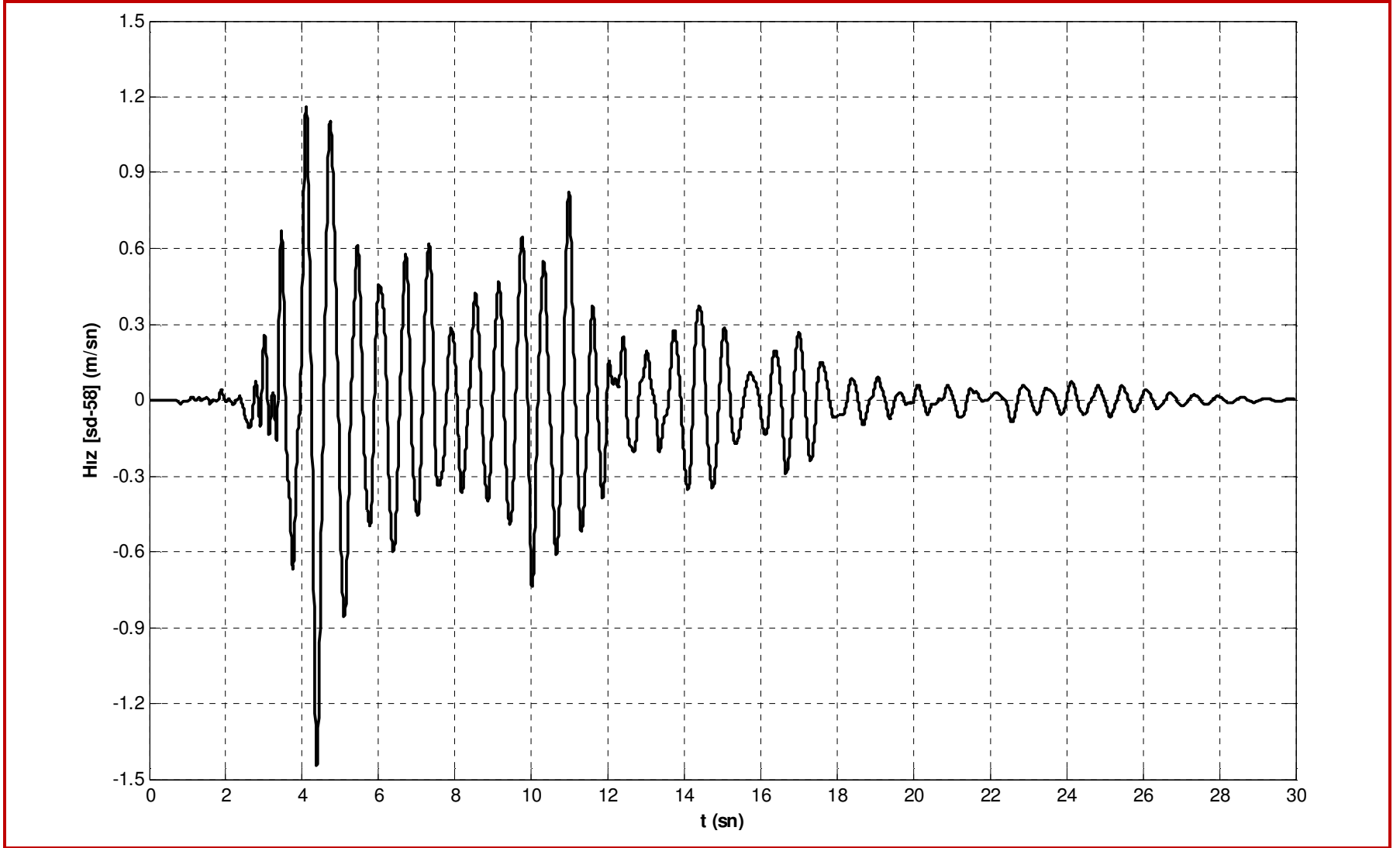


Şekil 4.13 Taban kesme kuvveti-zaman geçmişi

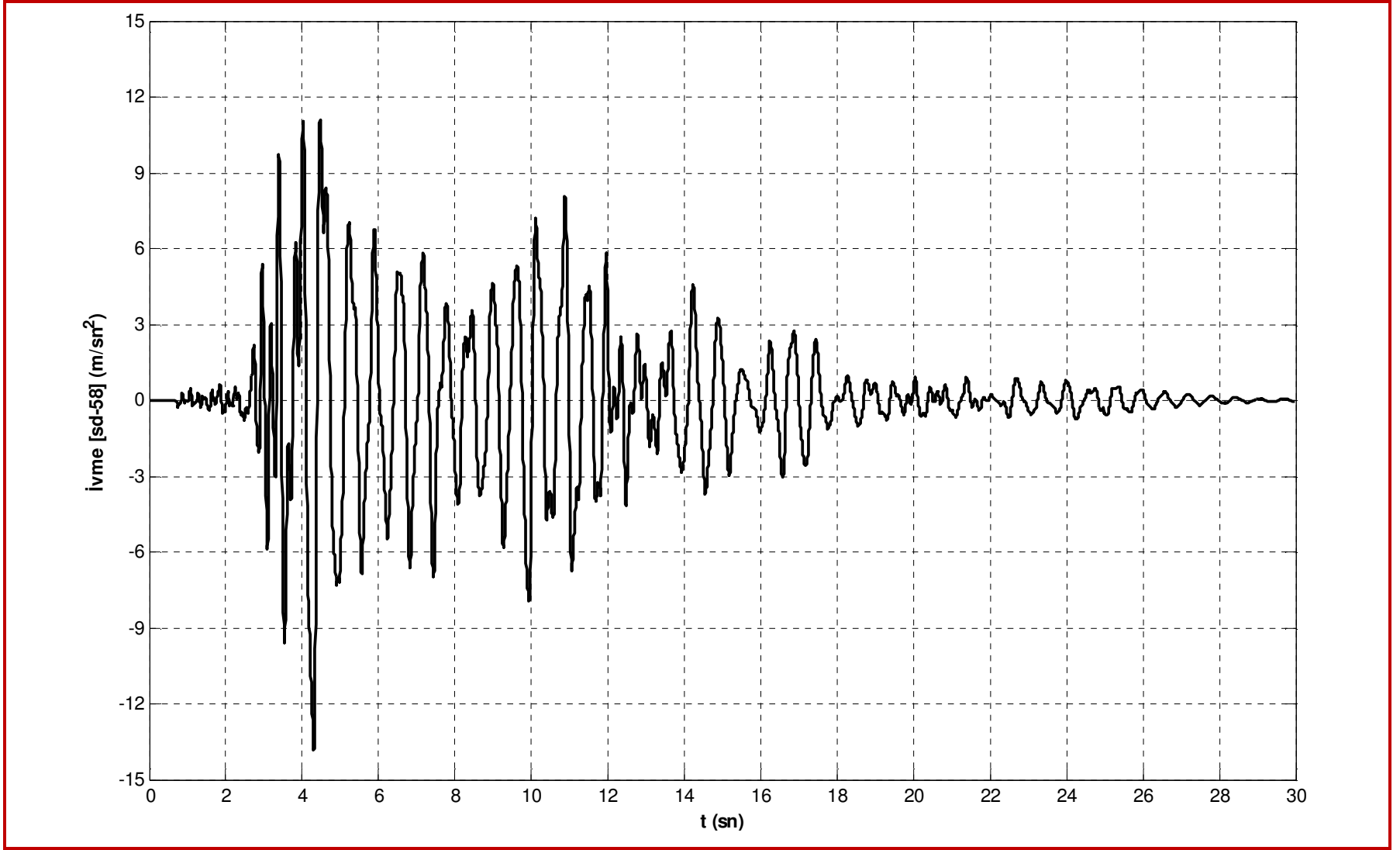
4.1.3 Düzce Depremi 12/11/1999



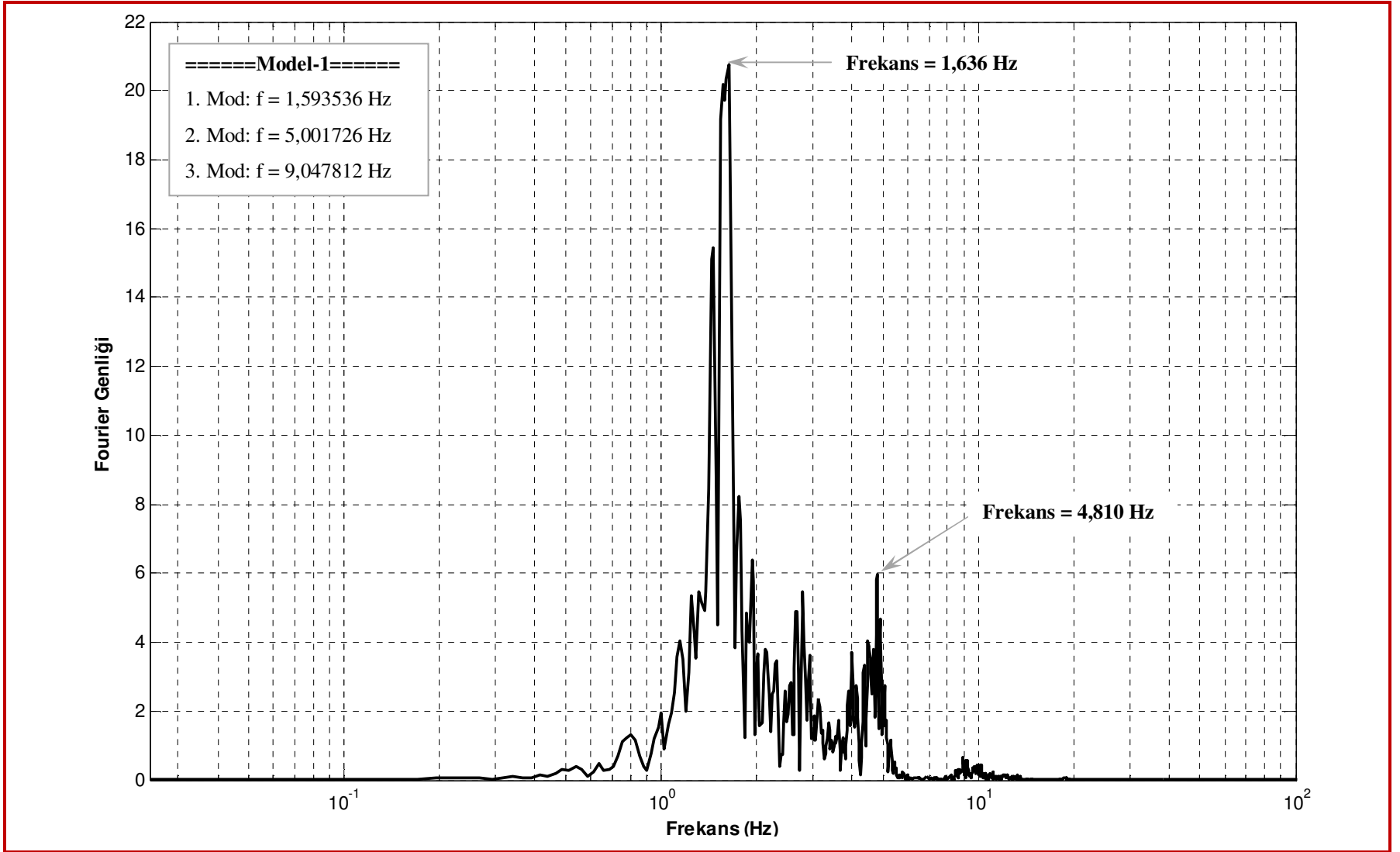
Şekil 4.14 58 numaralı serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi



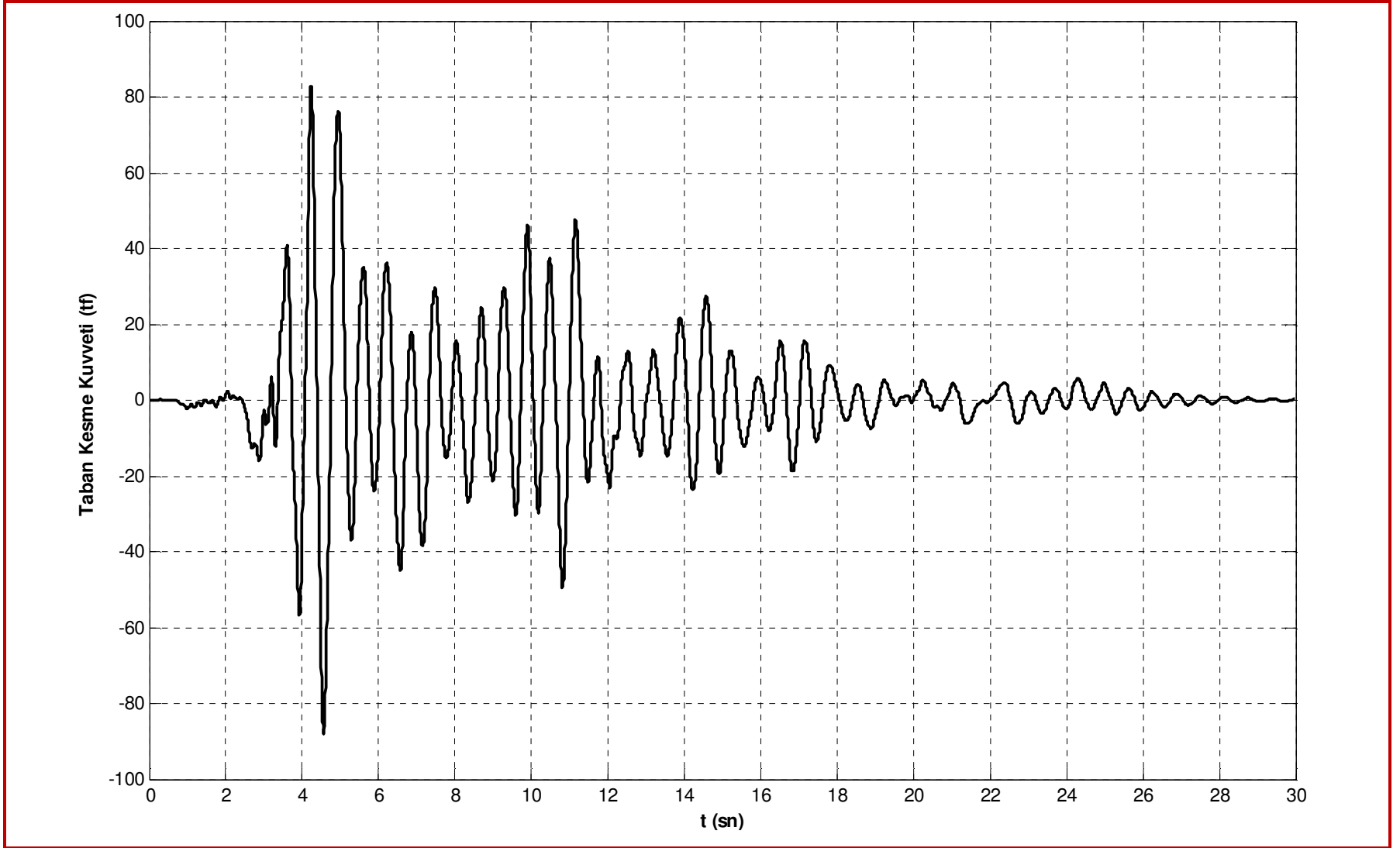
Şekil 4.15 58 numaralı serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi



Şekil 4.16 58 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişi

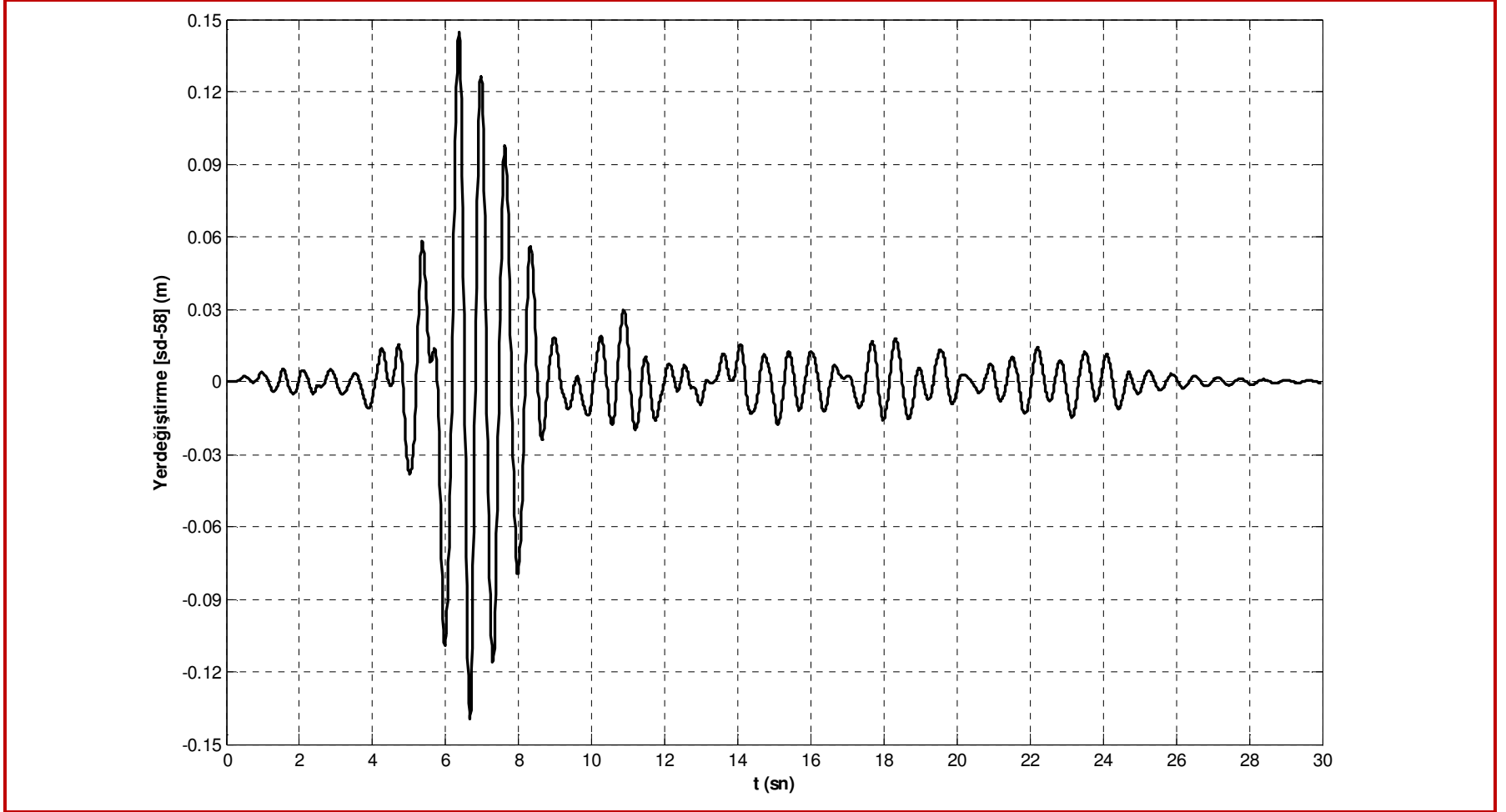


Şekil 4.17 58 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişinin Fourier spektrumu

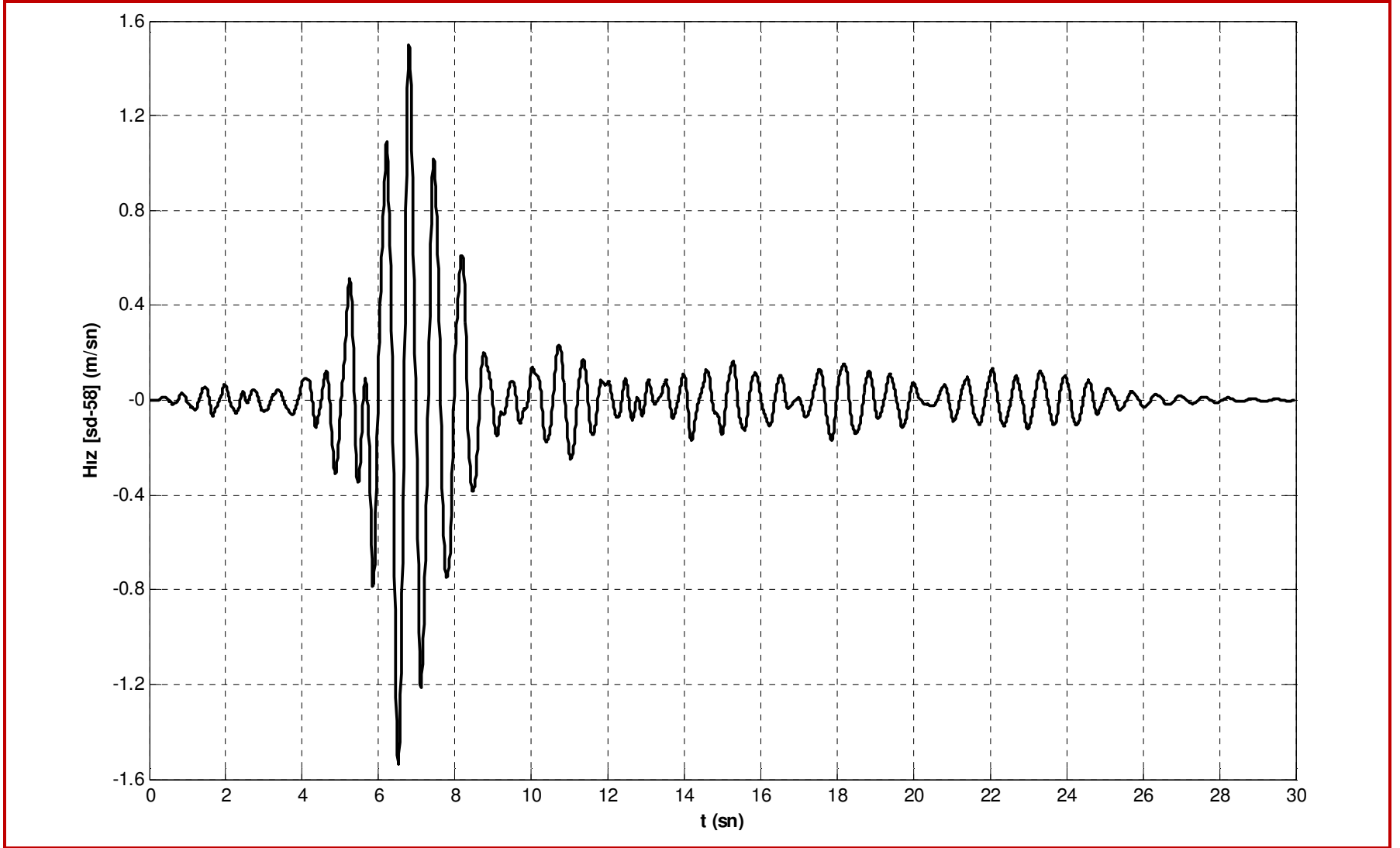


Şekil 4.18 Taban kesme kuvveti-zaman geçmişi

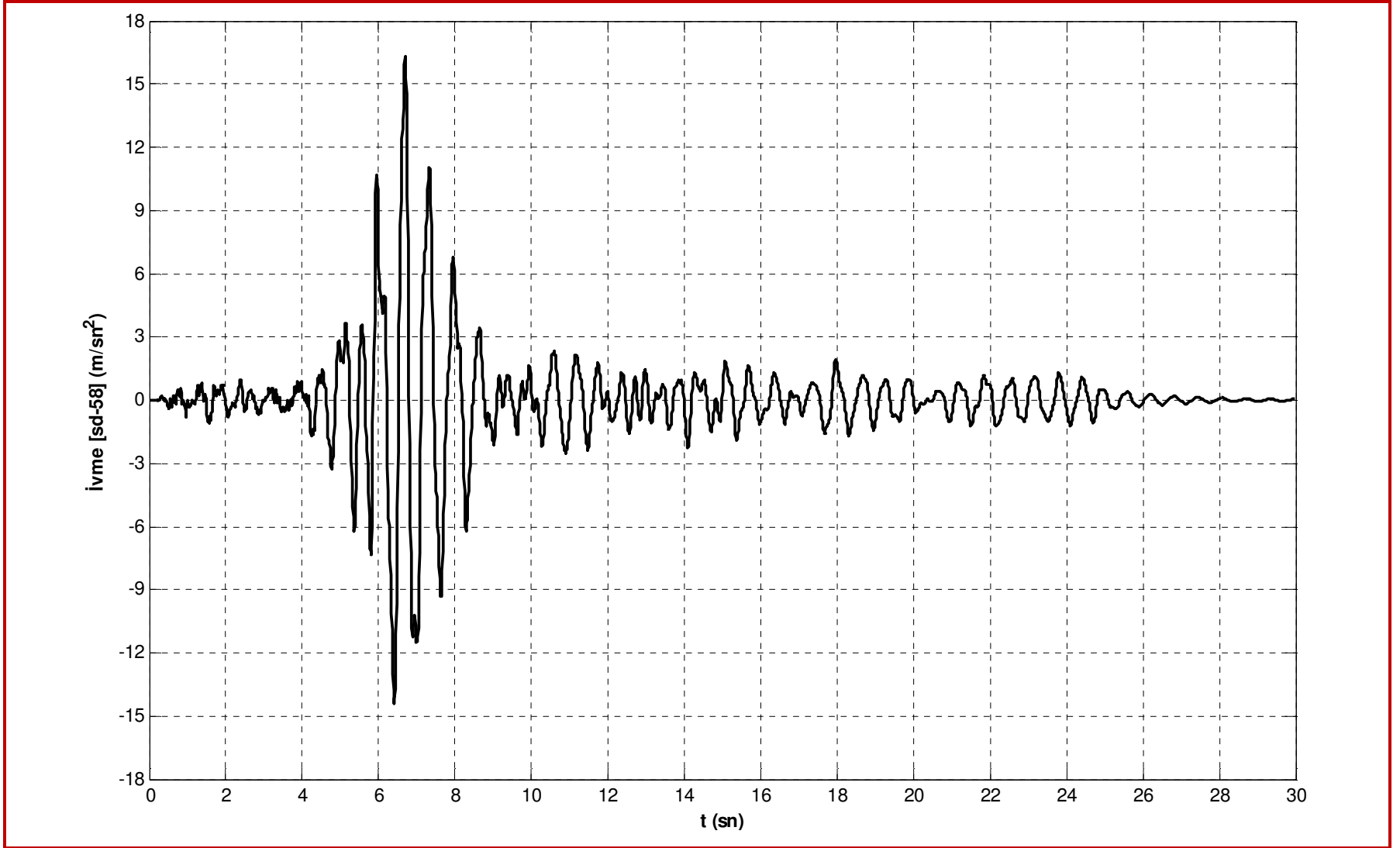
4.1.4 Düzce (Bolu) Depremi 12/11/1999



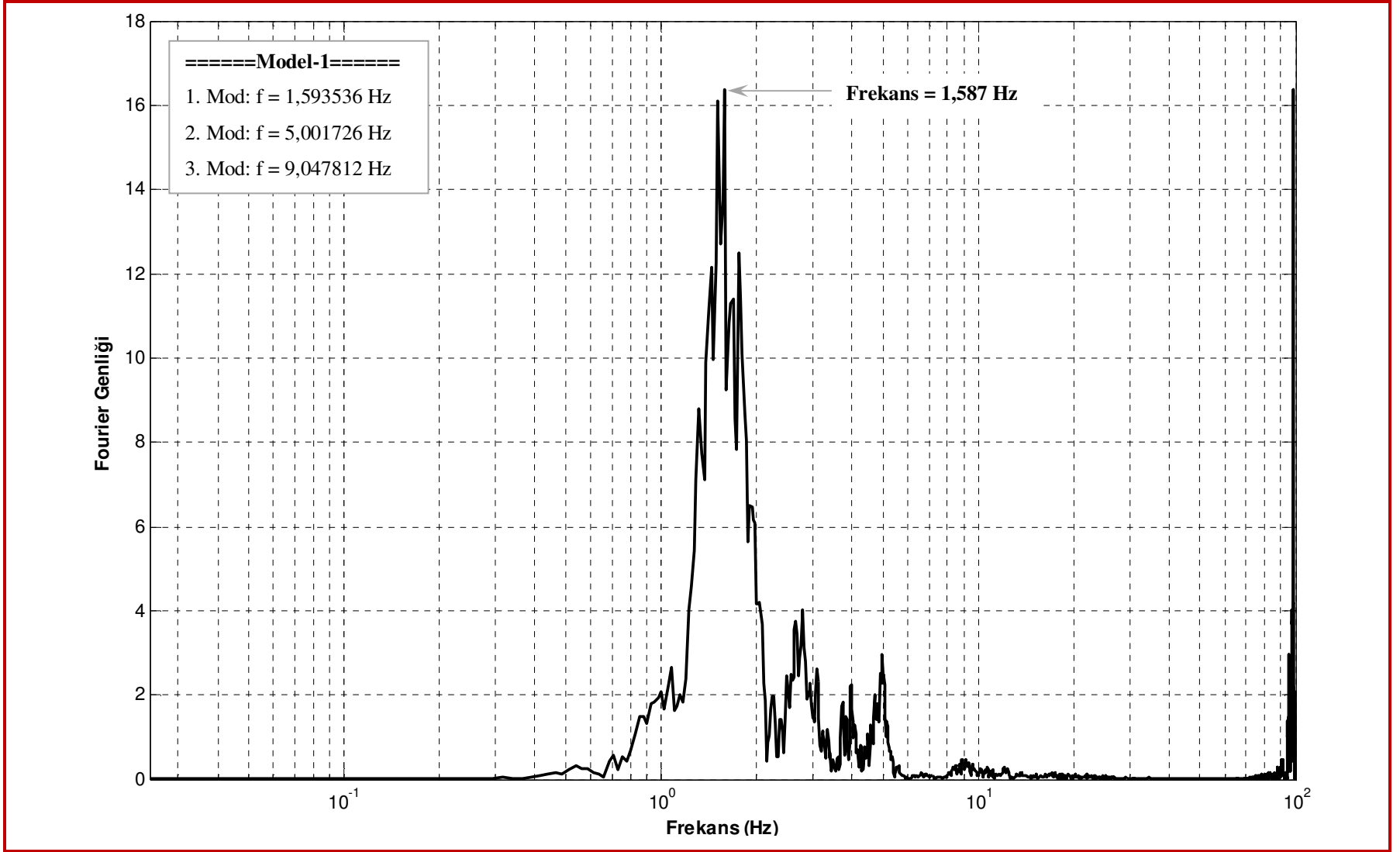
Şekil 4.19 58 numaralı serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi



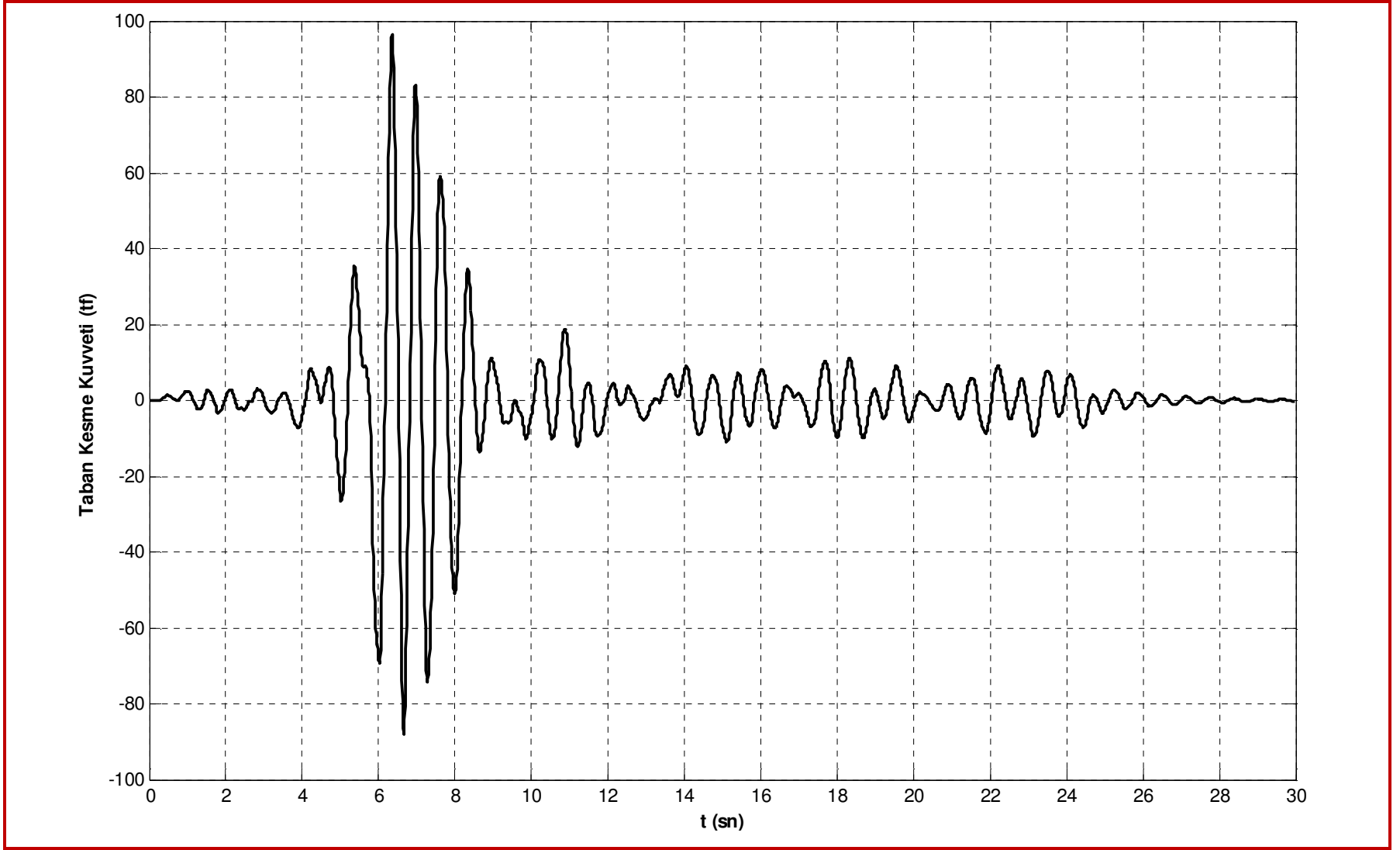
Şekil 4.20 58 numaralı serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi



Şekil 4.21 58 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişi

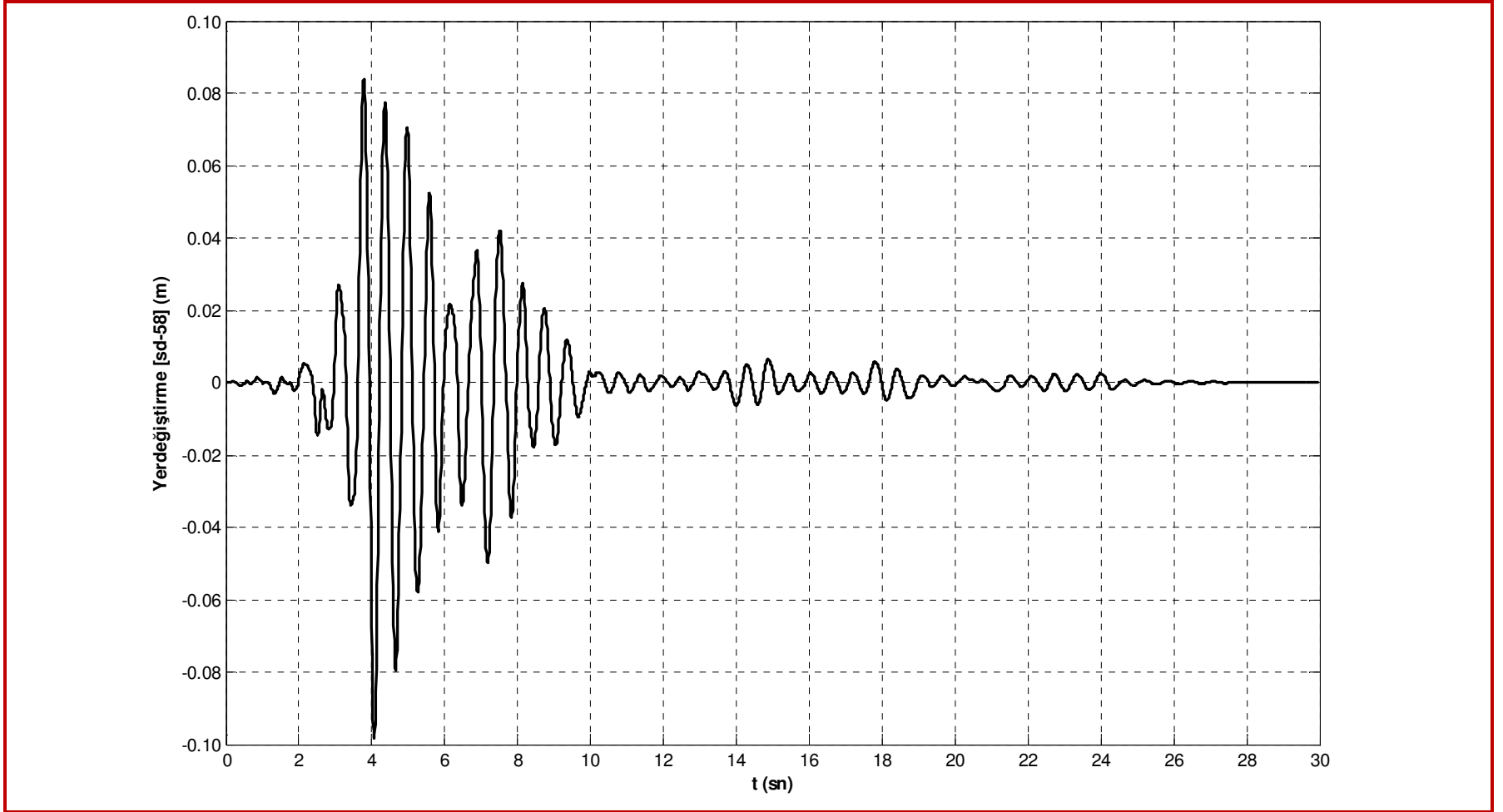


Şekil 4.22 58 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişinin Fourier spektrumu

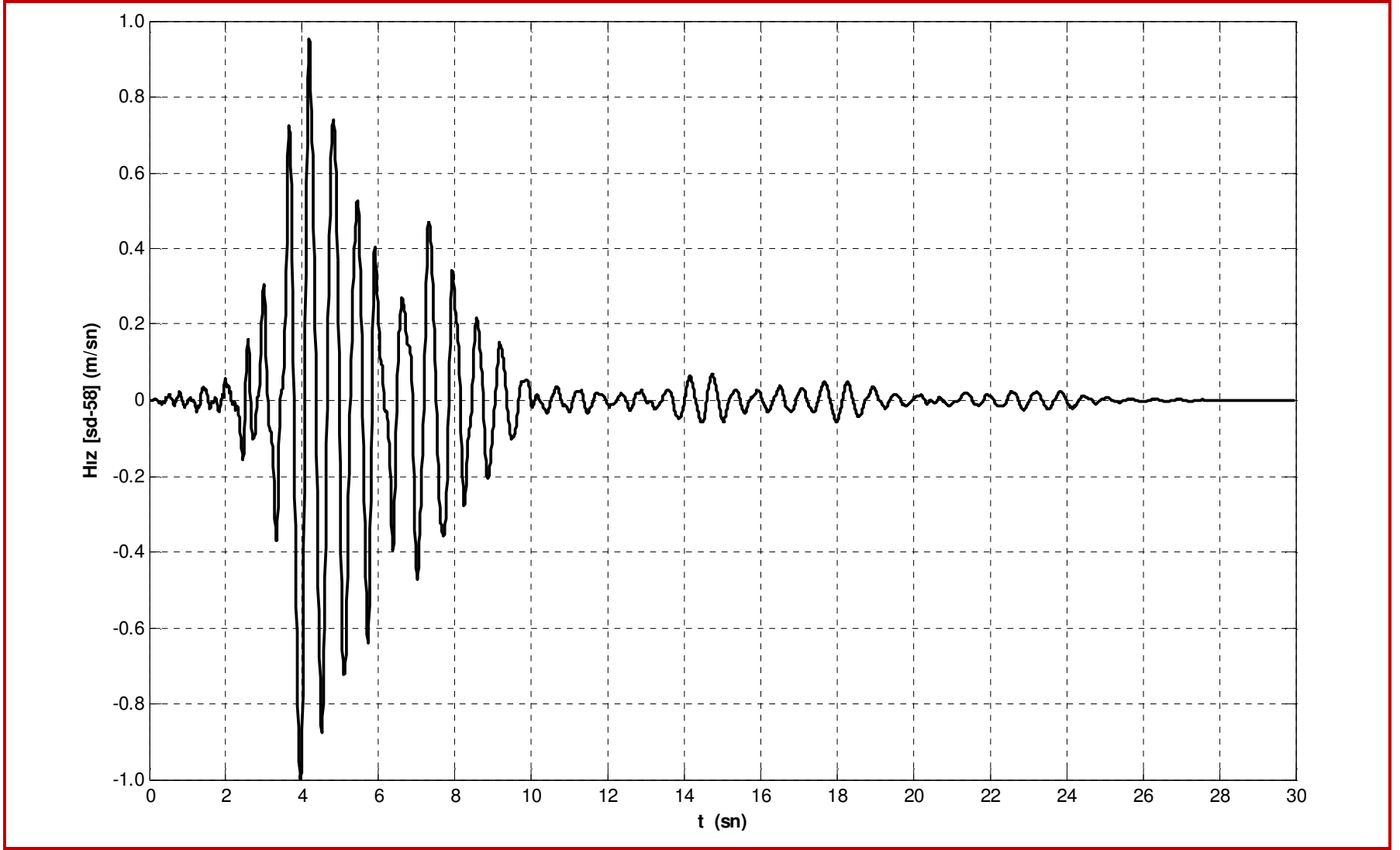


Şekil 4.23 Taban kesme kuvveti-zaman geçmişi

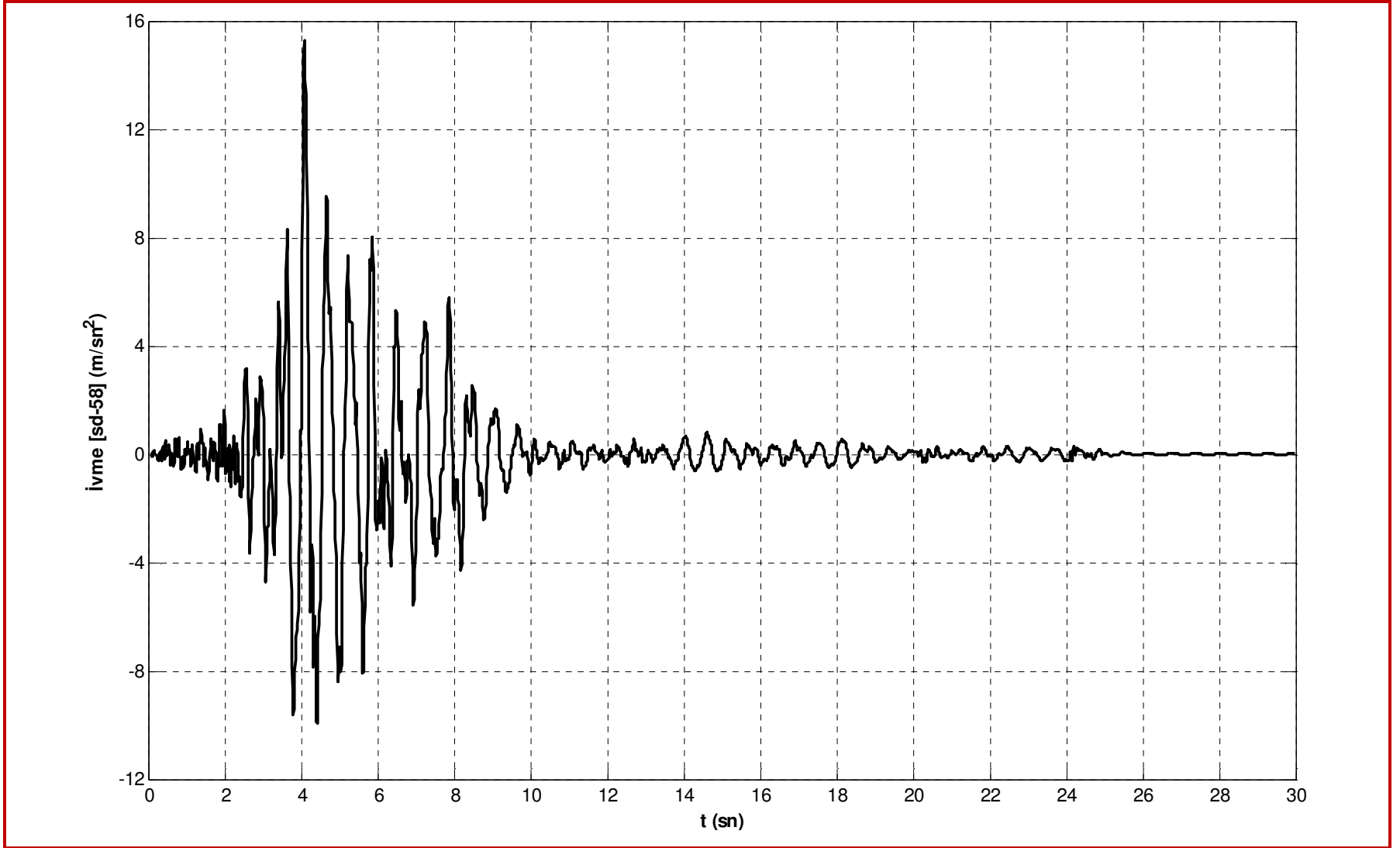
4.1.5 Bingöl Depremi 01/05/2003



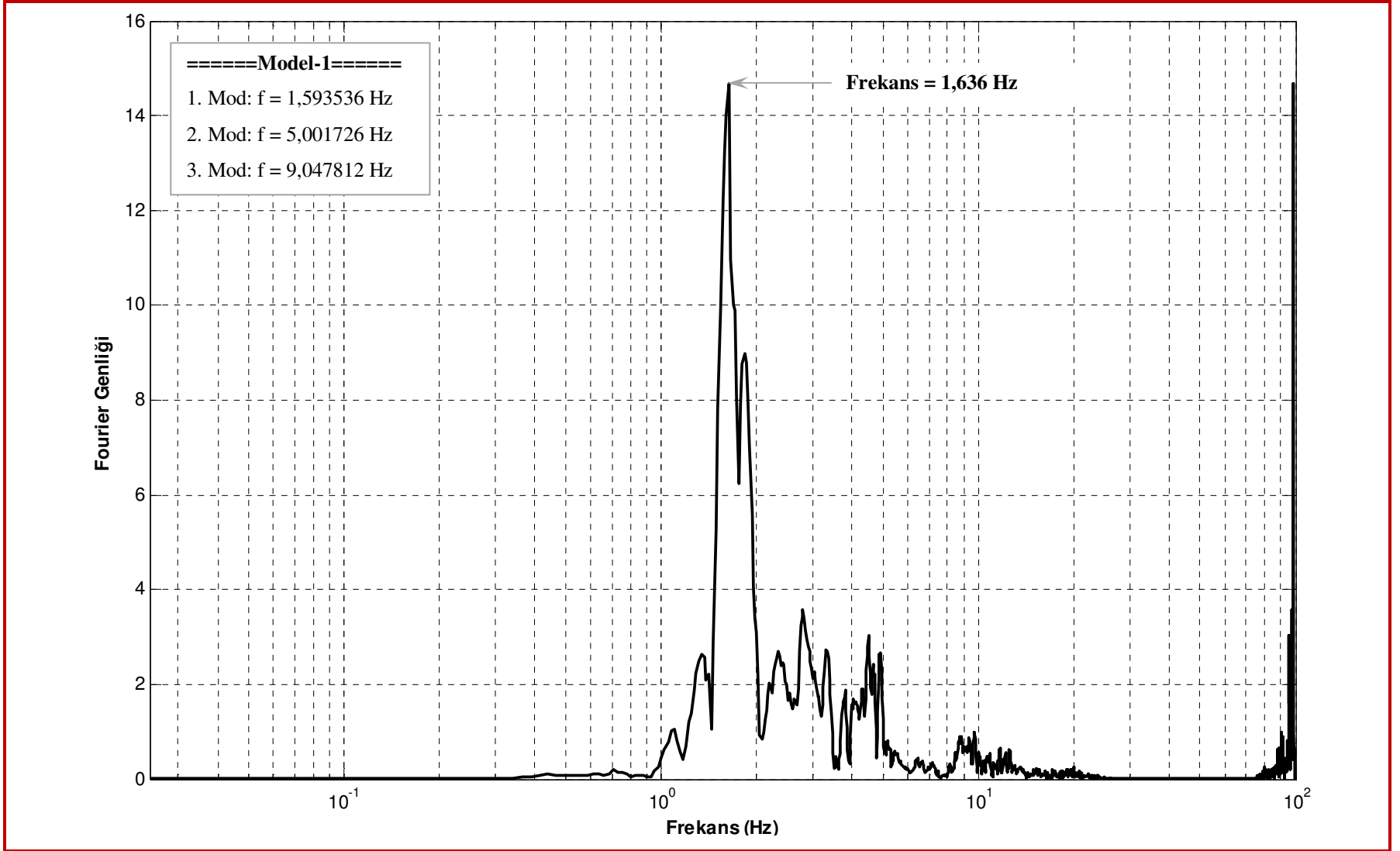
Şekil 4.24 58 numaralı serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi



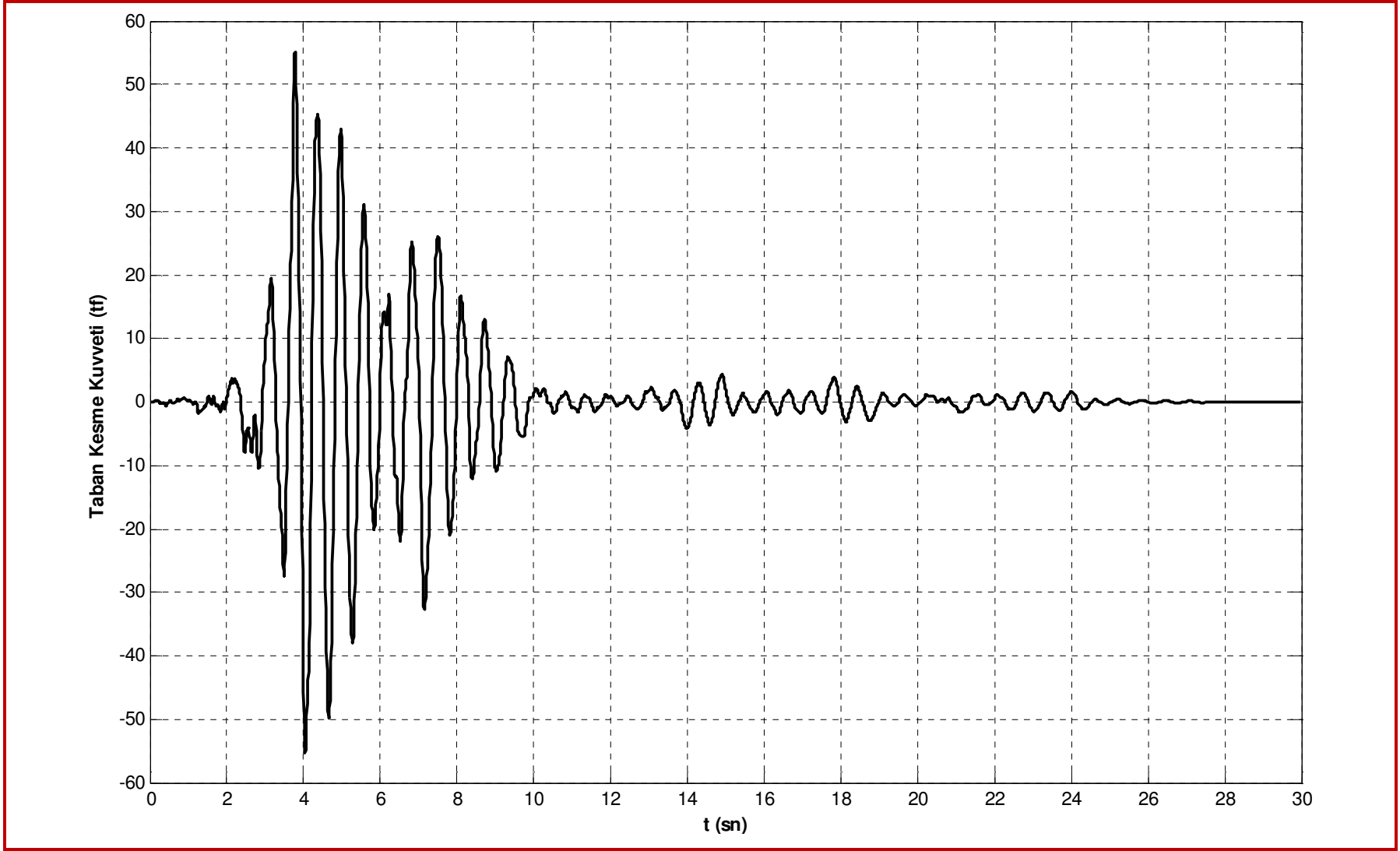
Şekil 4.25 58 numaralı serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi



Şekil 4.26 58 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişi

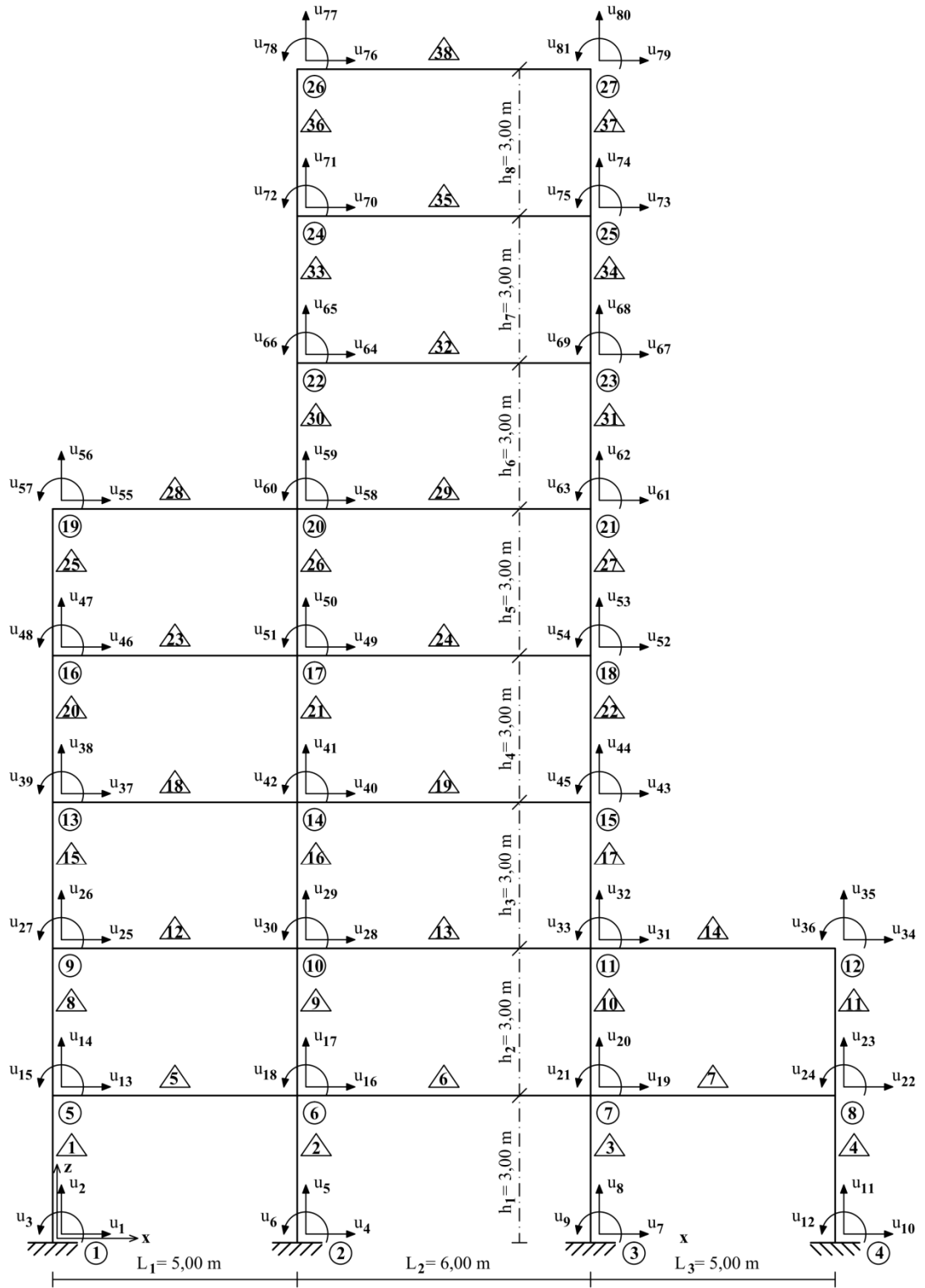


Şekil 4.27 58 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişinin Fourier spektrumu



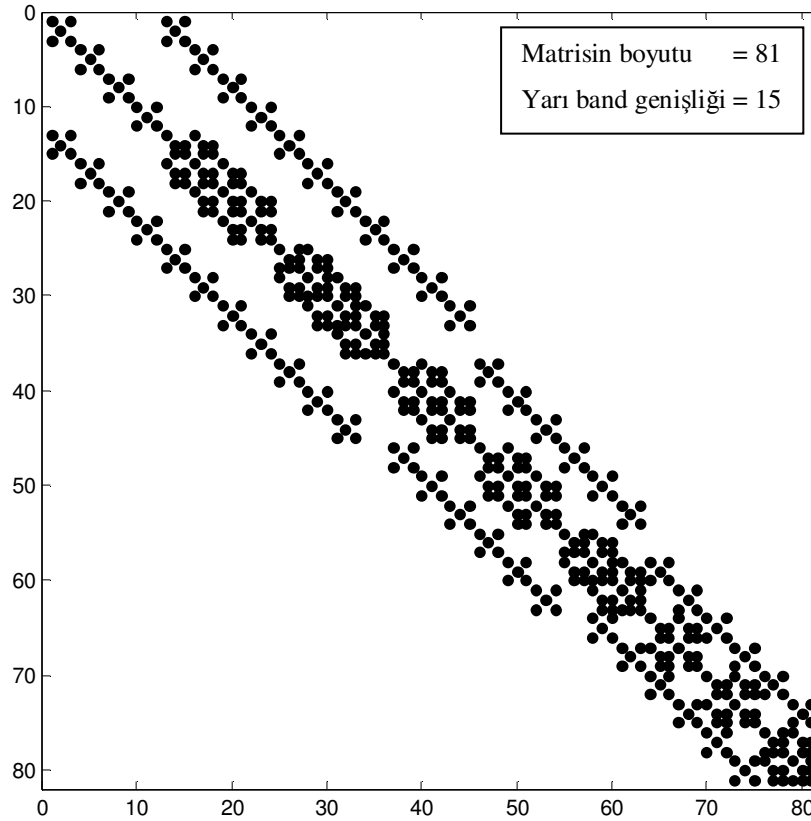
Şekil 4.28 Taban kesme kuvveti-zaman geçmişi

4.2 Düzlem Çerçeve Sistem Model-2



Şekil 4.29 Düzlem çerçeve sistem model-2'nin hesap modeli

Şekil 4.29’da hesap modeli verilen düzlem çerçeve sistemdeki 1. ve 2. katlardaki kolonların boyutları 0,45m/0,45m, 3-5 numaralı katlardaki kolonların boyutları 0,35m/0,35m, 6-8 numaralı katlardaki kolonların boyutları 0,25m/0,25m’dir. Tüm kirişler 0,25m/0,50m boyutlarında olup orta açıklıktaki kirişlerin üzerine dış yükleri temsilen 1 tf/m, diğer açıklıklardaki kirişlere ise 0,800 tf/m düzgün yayılı yük tanımlanmıştır. Kullanılan malzemenin elastisite modülü $3,10^6$ tf/m² (\cong C25), birim hacim ağırlığı 2,5 tf/m³ olarak tanımlanmıştır. Tablo 4.2’de bu sistemin ZA_TA programının ikinci bölümü ile elde edilen dinamik analiz sonuçları verilmiştir. Şekil 4.31’de zaman tanım aralığında dinamik analiz için ZA_TA programının üçüncü bölümü ile oluşturulmuş Rayleigh sönüm modeli gösterilmiştir. Şekil 4.32 ile 4.49 arasında düzlem çerçeve sistemin 61 ve 79 numaralı serbestlik derecelerinin ZA_TA programı kullanılarak genelleştirilmiş α metodu ile hesaplanmış güçlü yer ivmeleri etkisindeki dinamik tepkileri verilmiştir. Genelleştirilmiş α metodunun parametreleri $\rho^\infty = 0,7$ için (2.170) numaralı bağıntı kullanılarak hesaplanmıştır.

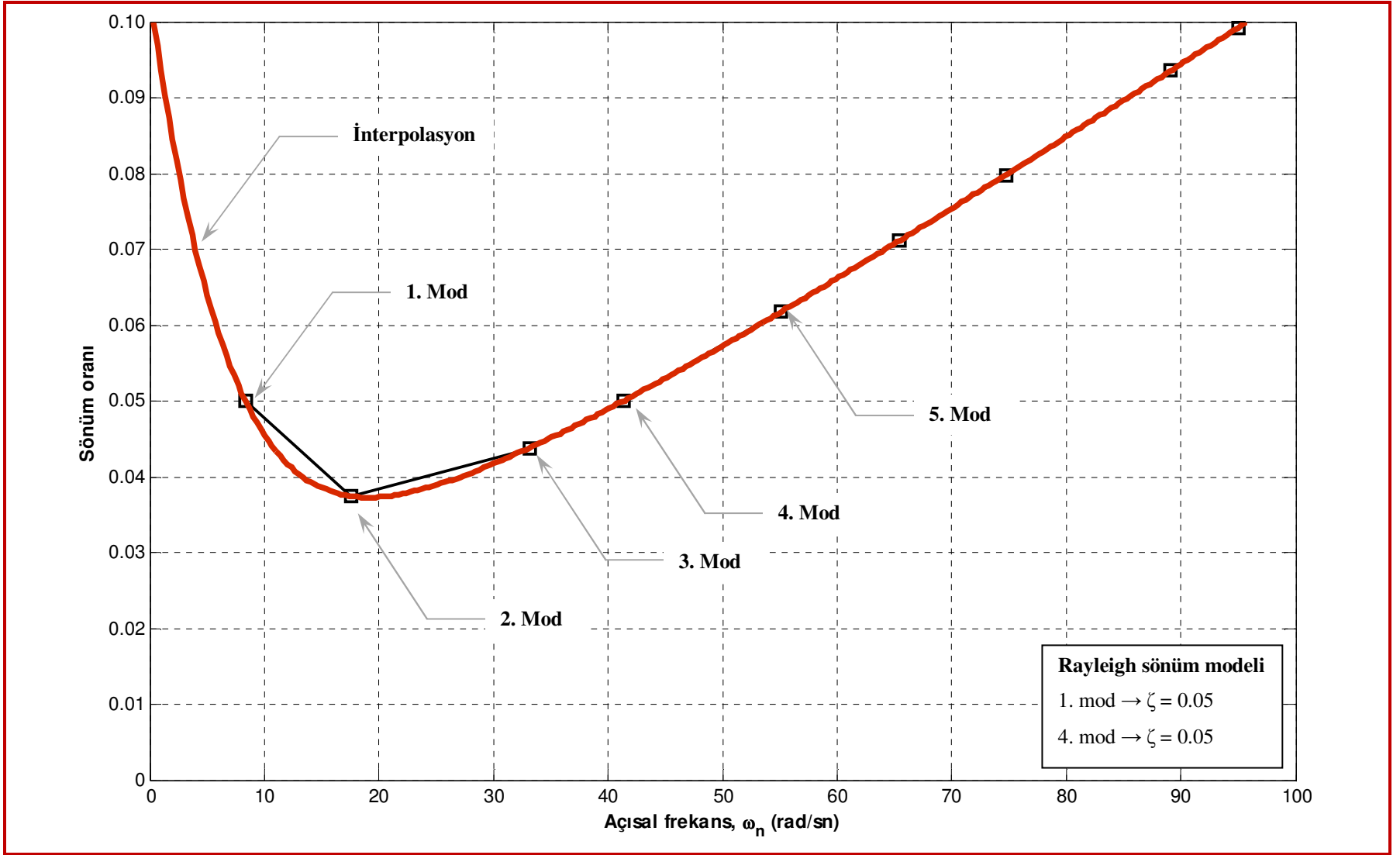


Şekil 4.30 Model-2'nin kütle, sönüm (Rayleigh modeli) ve rijitlik matrislerinin sembolik gösterimi

Tablo 4.2 Model-2'nin dinamik analiz sonuçları

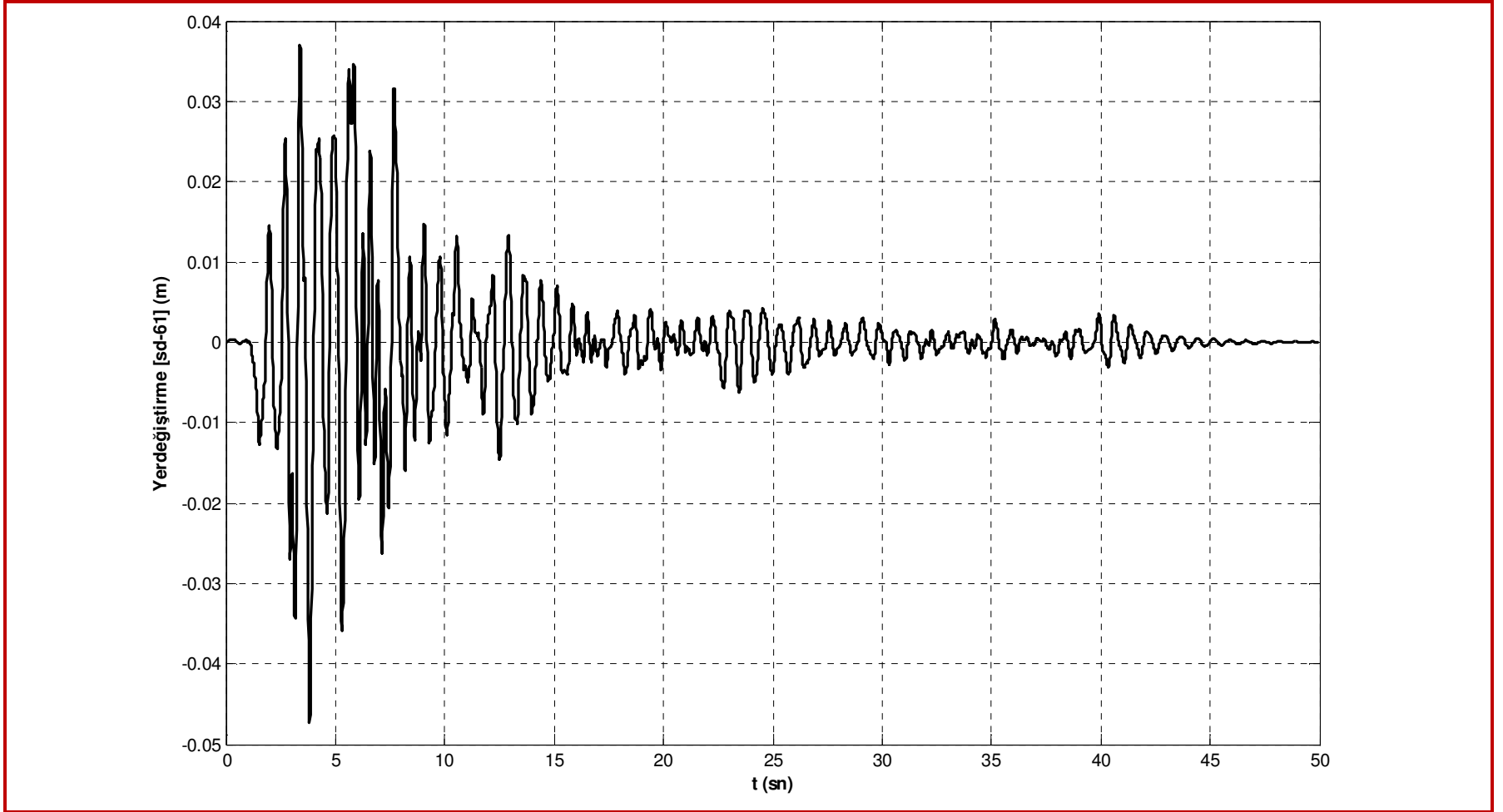
Modal Periyot ve Frekanslar					
1. Mod:	EV = 6.965335e+001 rad2/sn2,	w = 8.345858 rad/sn,	f = 1.328285 Hz,	T = 0.752851 sn	
2. Mod:	EV = 3.101947e+002 rad2/sn2,	w = 17.612346 rad/sn,	f = 2.803092 Hz,	T = 0.356749 sn	
3. Mod:	EV = 1.097581e+003 rad2/sn2,	w = 33.129764 rad/sn,	f = 5.272766 Hz,	T = 0.189654 sn	
4. Mod:	EV = 1.710794e+003 rad2/sn2,	w = 41.361748 rad/sn,	f = 6.582927 Hz,	T = 0.151908 sn	
5. Mod:	EV = 3.041274e+003 rad2/sn2,	w = 55.147750 rad/sn,	f = 8.777037 Hz,	T = 0.113934 sn	
6. Mod:	EV = 4.285371e+003 rad2/sn2,	w = 65.462742 rad/sn,	f = 10.418719 Hz,	T = 0.095981 sn	
7. Mod:	EV = 5.581474e+003 rad2/sn2,	w = 74.709261 rad/sn,	f = 11.890348 Hz,	T = 0.084102 sn	
8. Mod:	EV = 7.947876e+003 rad2/sn2,	w = 89.150859 rad/sn,	f = 14.188800 Hz,	T = 0.070478 sn	
9. Mod:	EV = 9.020067e+003 rad2/sn2,	w = 94.974033 rad/sn,	f = 15.115587 Hz,	T = 0.066157 sn	
	M.K.Ç.	E.M.K.	E.M.K.O.	K.TOP.	
1. Mod:	T = 0.752851 sn,	-2.598174	6.750506	52.890367	52.890367
2. Mod:	T = 0.356749 sn,	-1.644973	2.705935	21.201063	74.091430
3. Mod:	T = 0.189654 sn,	0.979578	0.959573	7.518275	81.609705
4. Mod:	T = 0.151908 sn,	-1.018748	1.037847	8.131555	89.741260
5. Mod:	T = 0.113934 sn,	-0.346074	0.119767	0.938381	90.679641
6. Mod:	T = 0.095981 sn,	0.615585	0.378944	2.969038	93.648679
7. Mod:	T = 0.084102 sn,	-0.014646	0.000215	0.001681	93.650359
8. Mod:	T = 0.070478 sn,	0.005311	0.000028	0.000221	93.650580
9. Mod:	T = 0.066157 sn,	0.338862	0.114828	0.899677	94.550258
Sitemin toplam kütlesi = 12.763205					
Sitemin toplam kütlesi x 0.90 = 11.486884 <= Toplam etkin modal kütle = 12.067643					
Mod sayısı yeterli.					

M.K.Ç. : Modal Katılım Çarpanı
 E.M.K. : Etkin Modal Kütle
 E.M.K.O. : Etkin Modal Kütle Oranları
 K.TOP. : Etkin Modal Kütle Oranlarının
 Kümülatif Toplamı

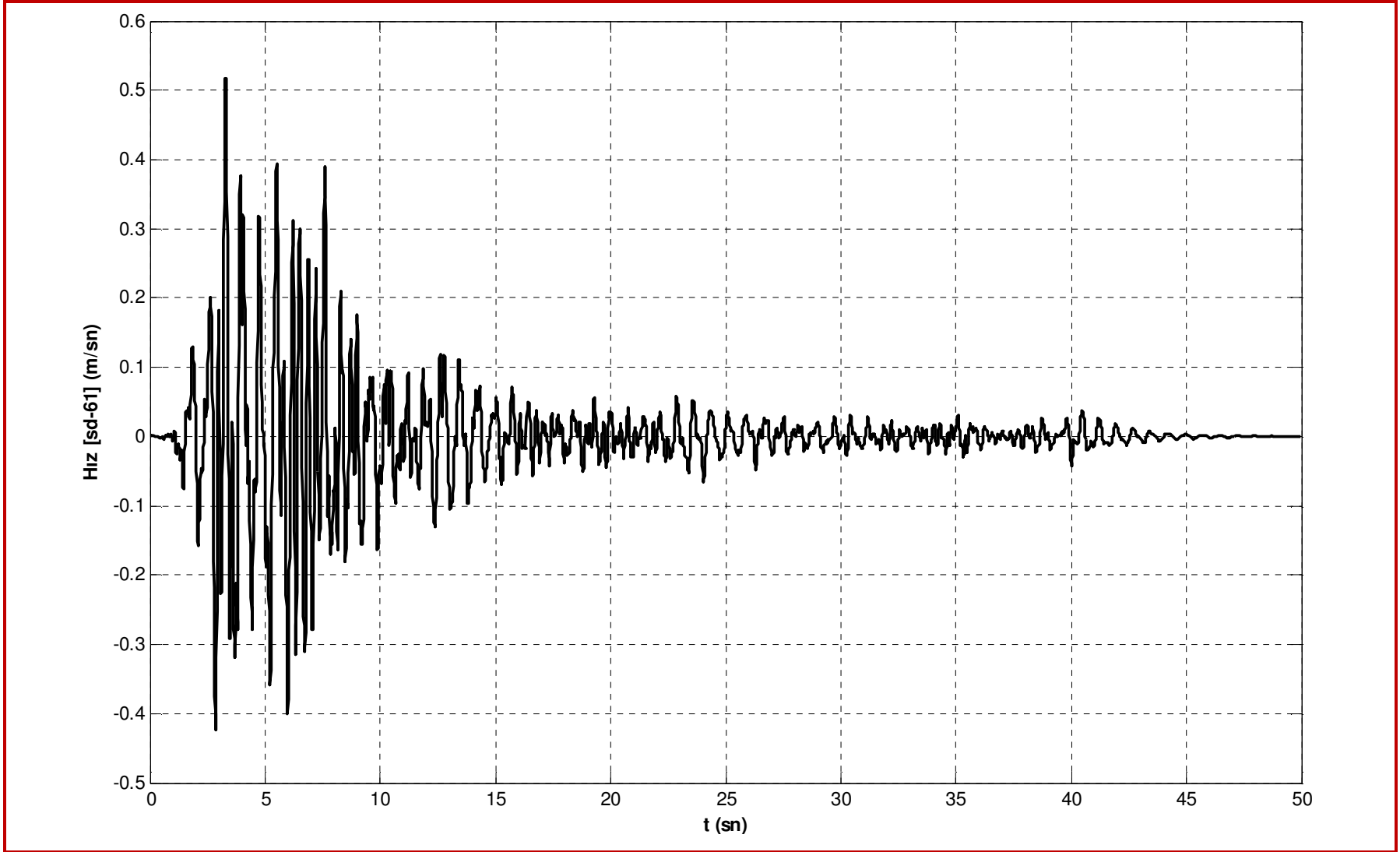


Şekil 4.31 Rayleigh sönüm modeli ve modlara ait sönüm oranları

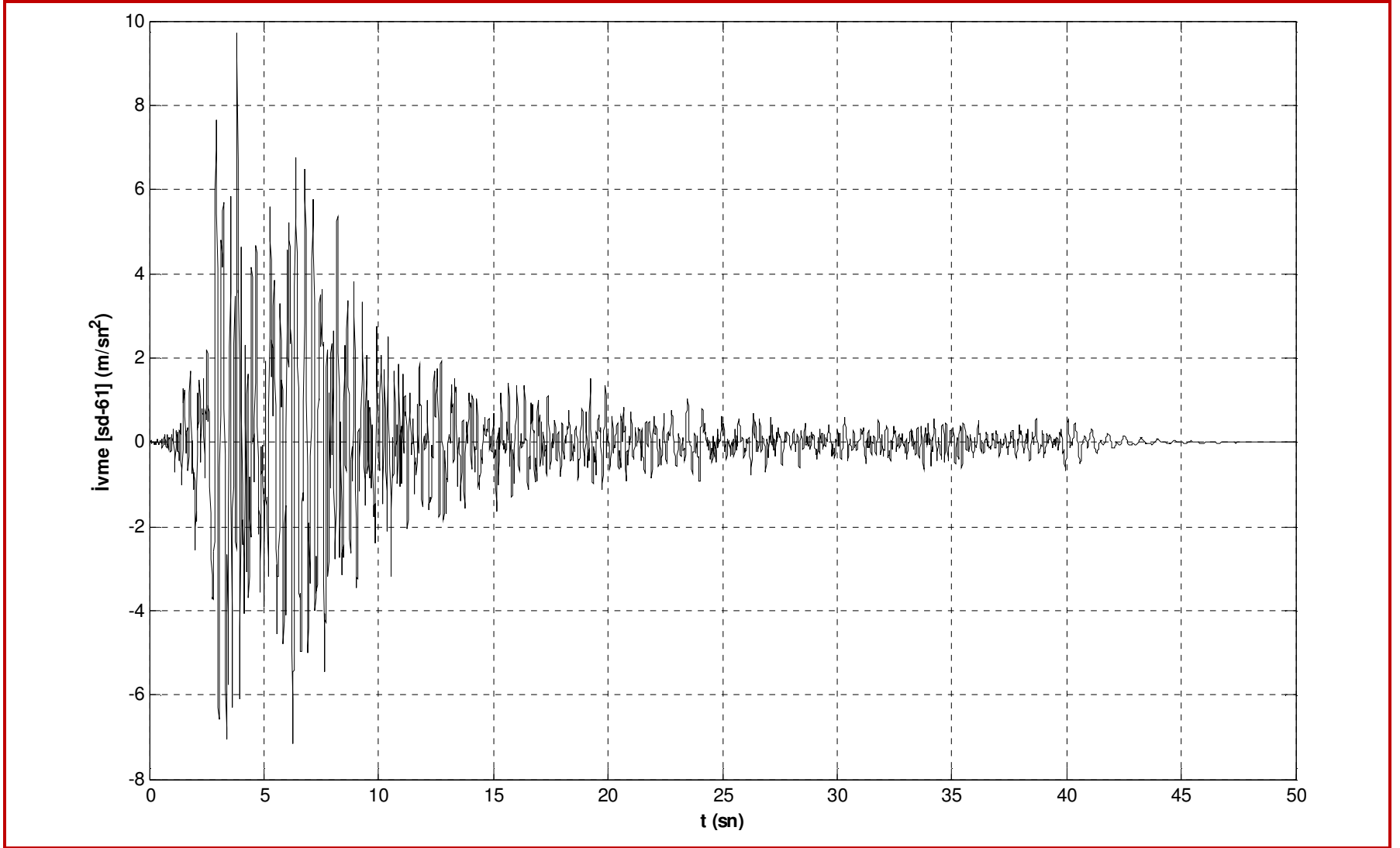
4.2.1 Kocaeli Depremi 17/08/1999



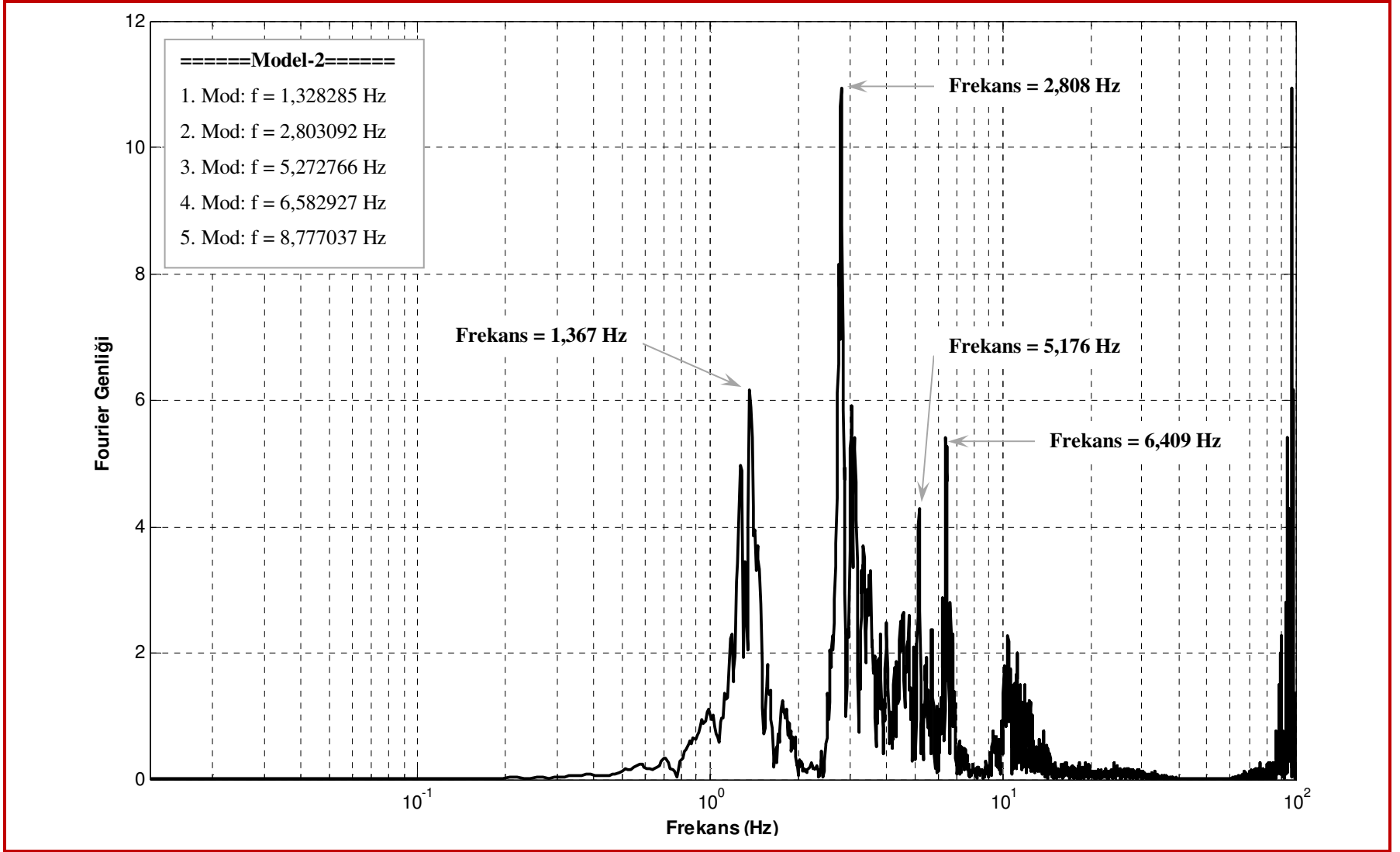
Şekil 4.32 61 numaralı serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi



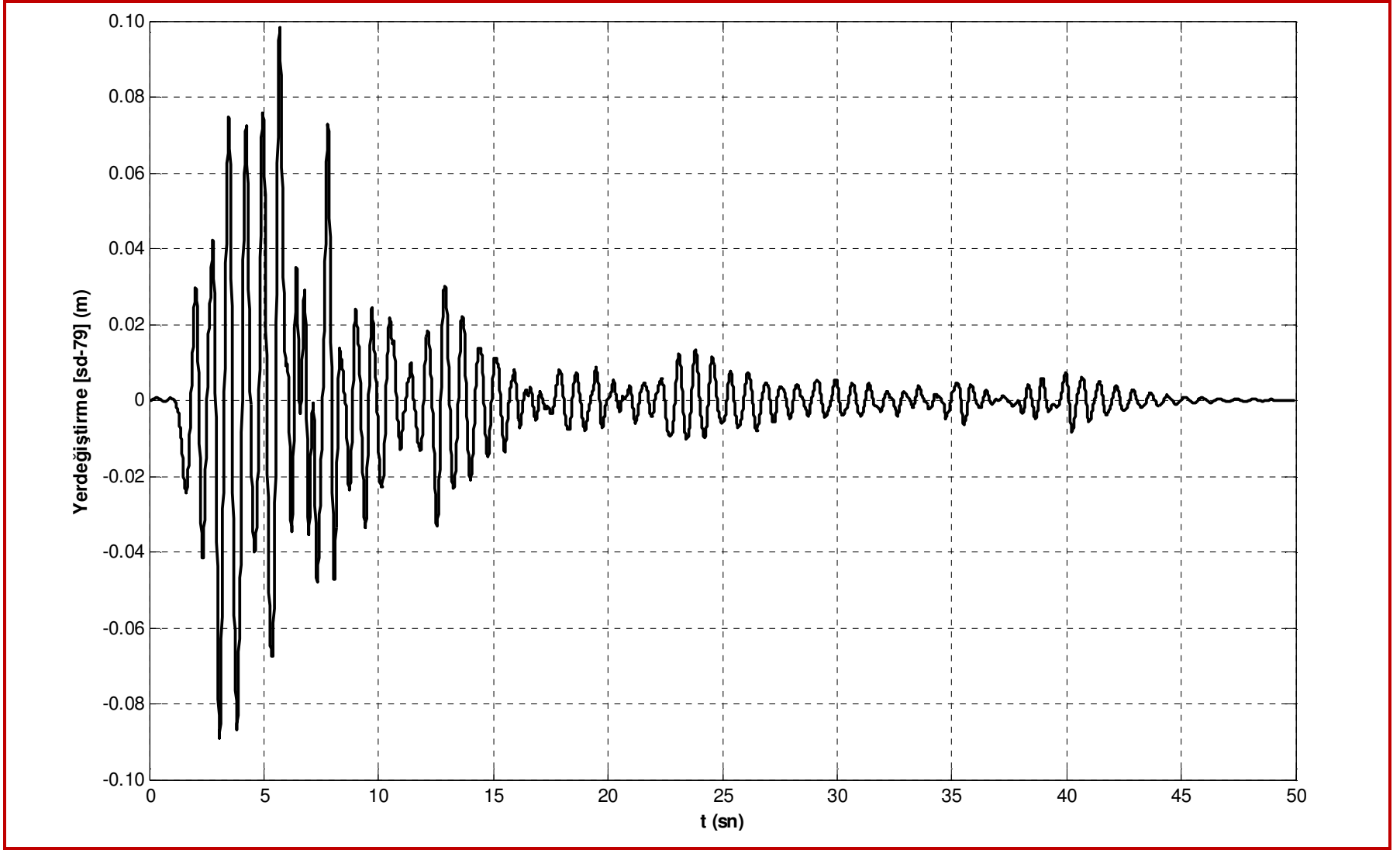
Şekil 4.33 61 numaralı serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi



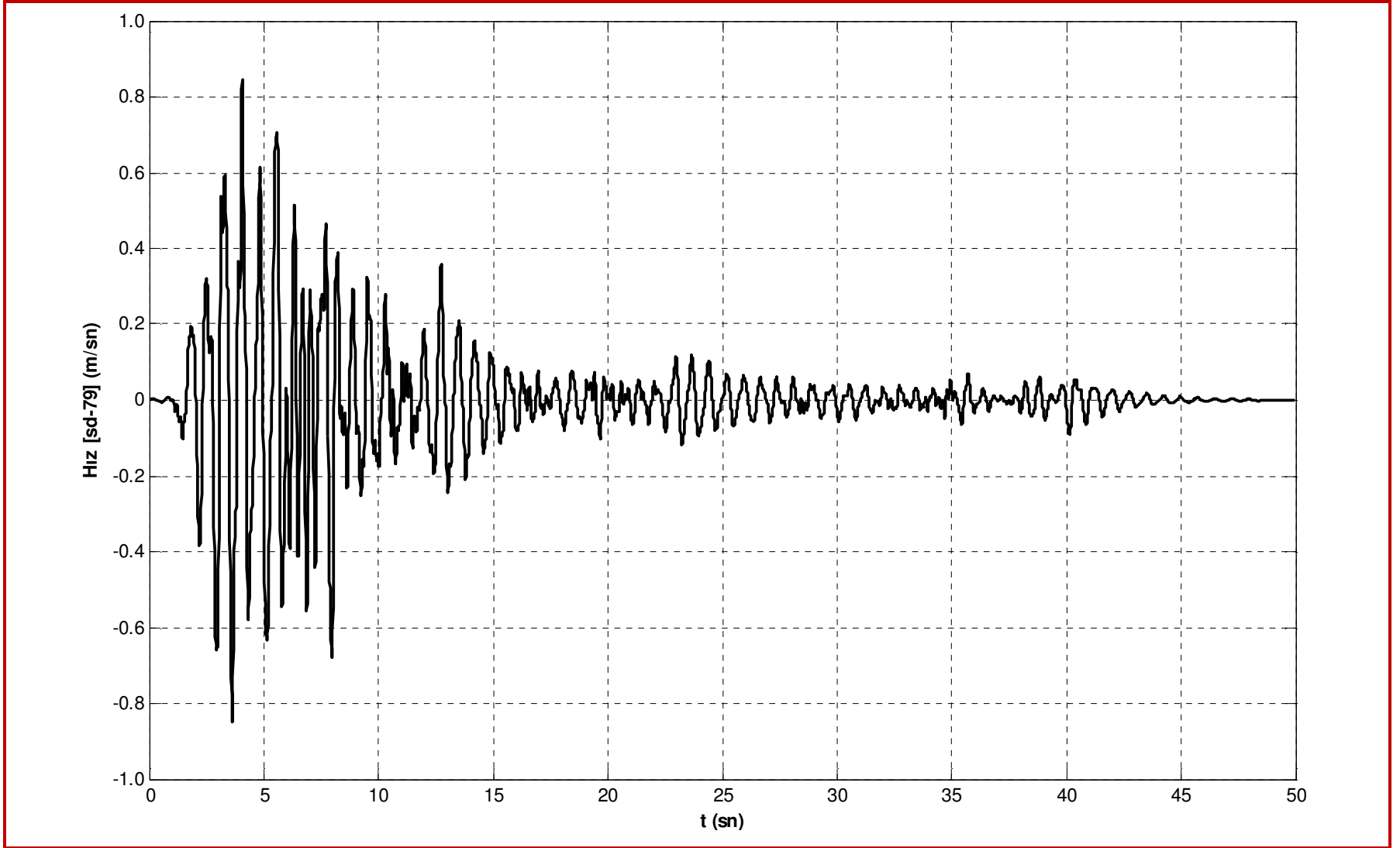
Şekil 4.34 61 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişi



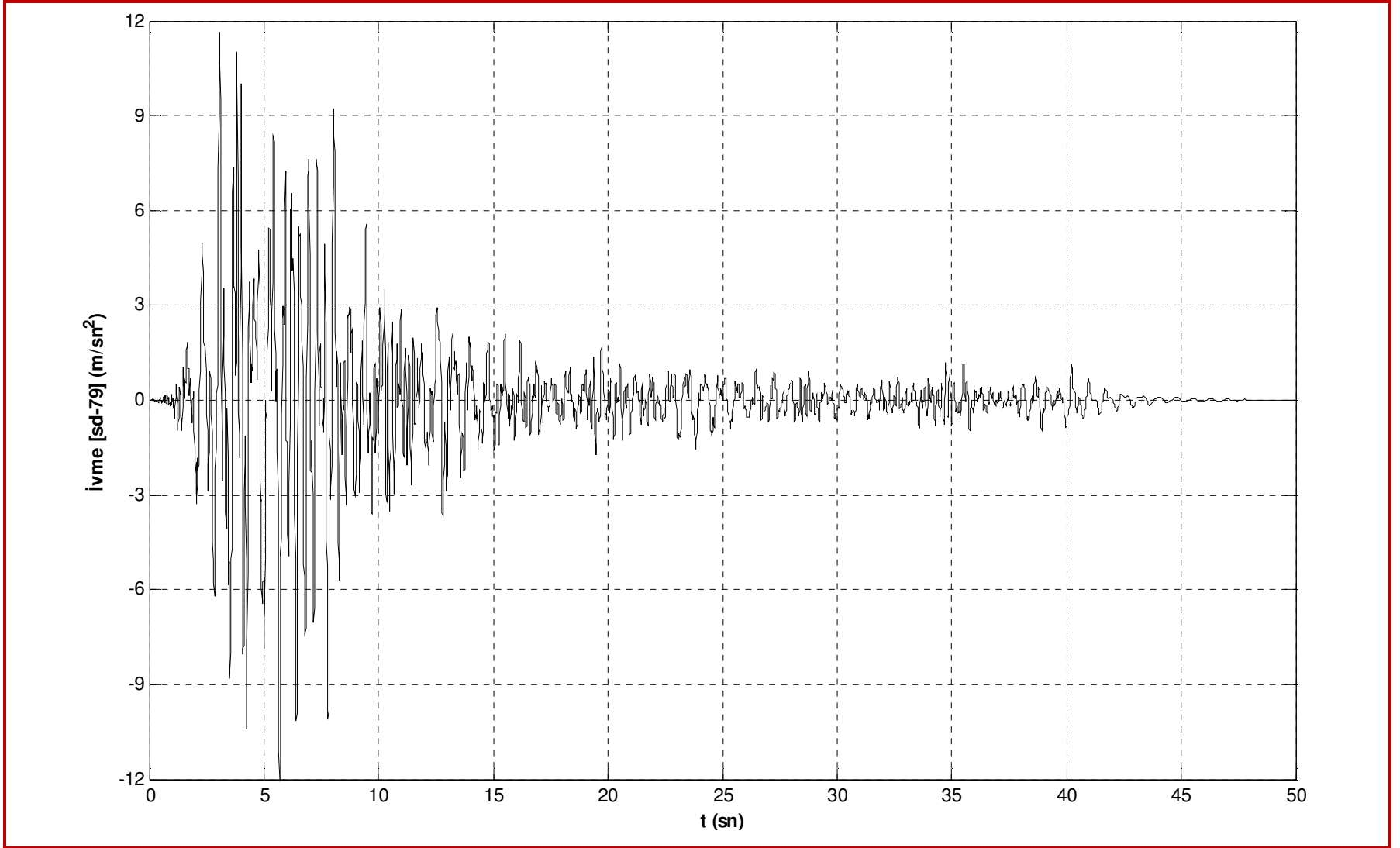
Şekil 4.35 61 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişinin Fourier spektrumu



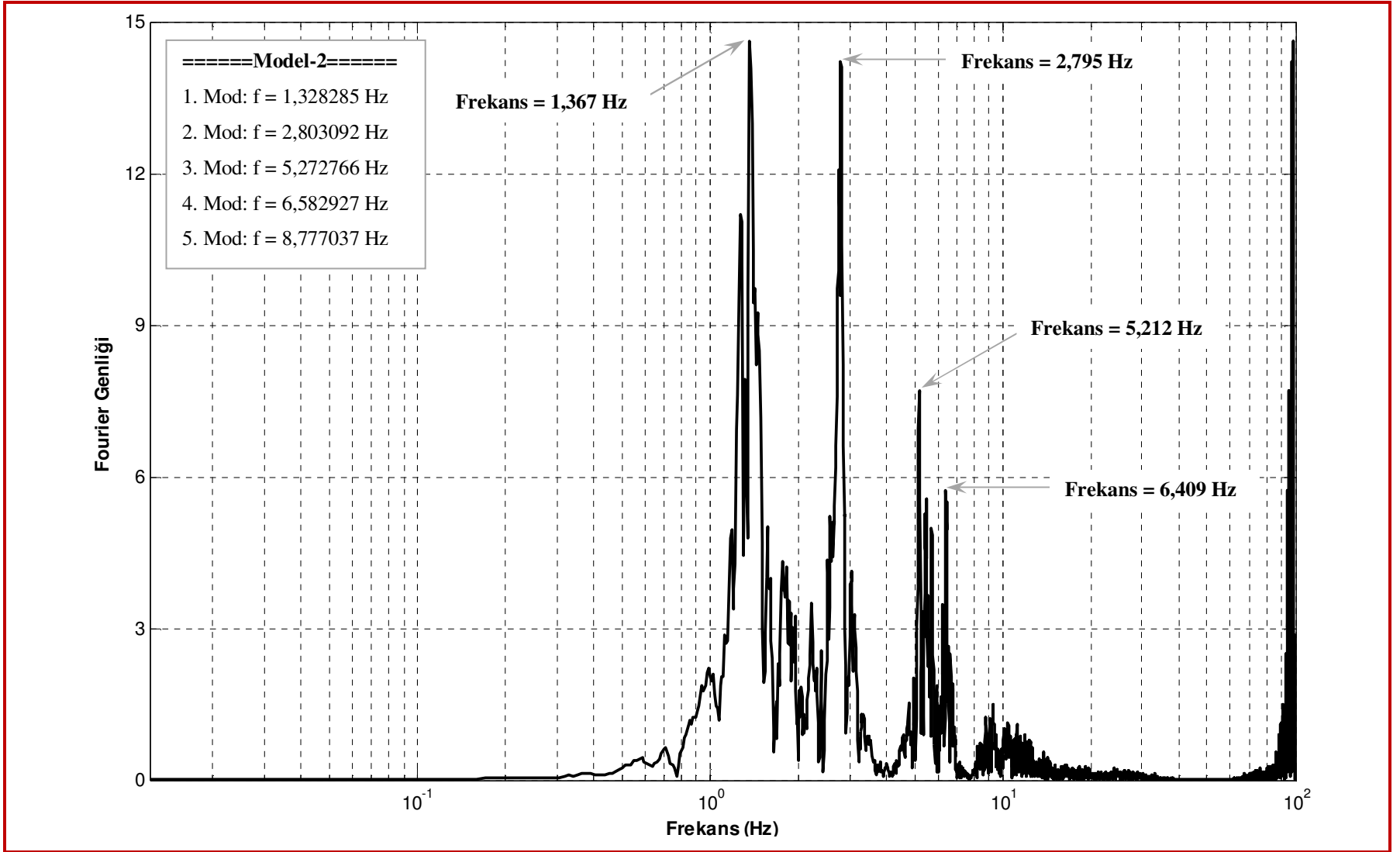
Şekil 4.36 79 numaralı serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi



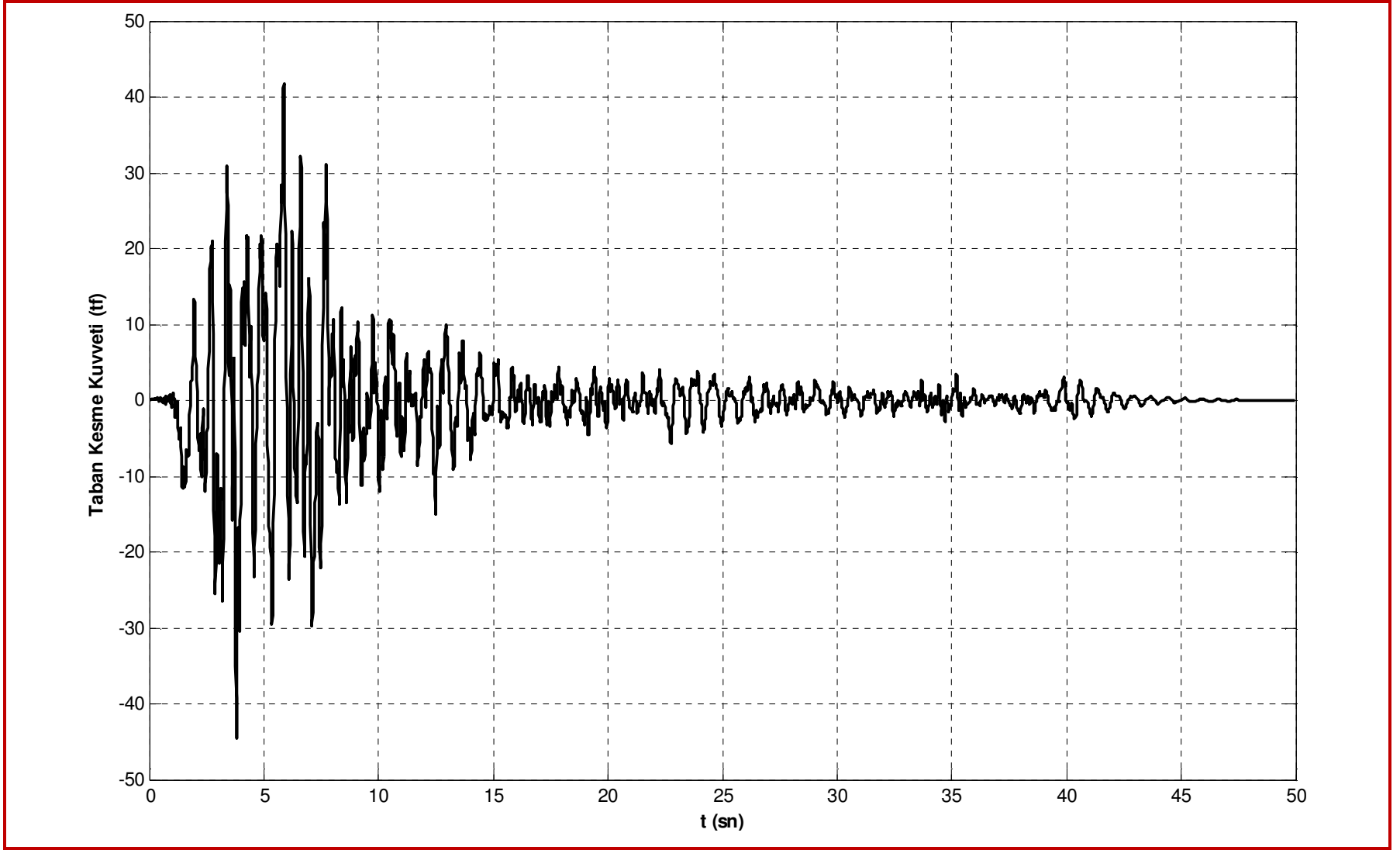
Şekil 4.37 79 numaralı serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi



Şekil 4.38 79 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişi

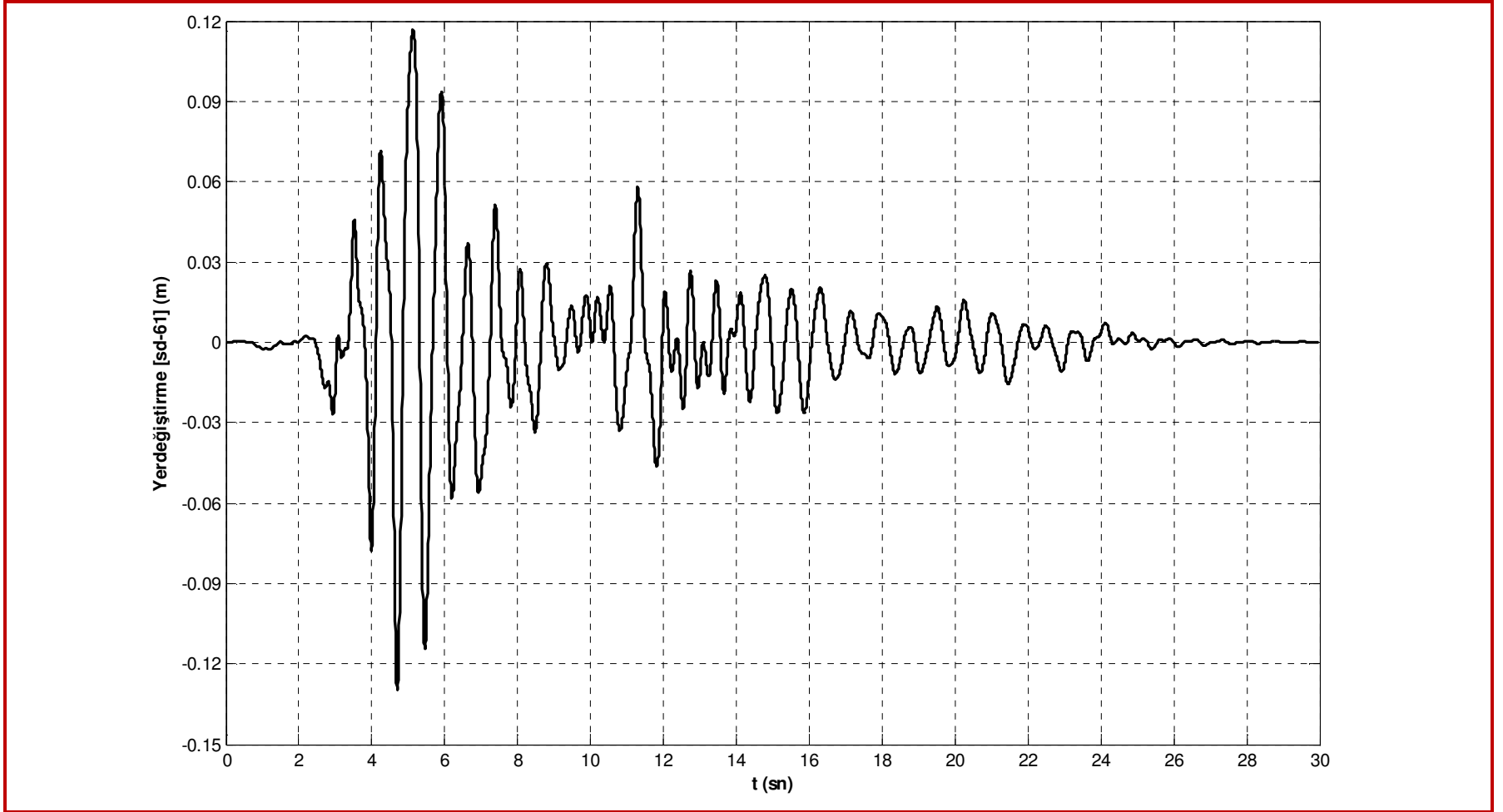


Şekil 4.39 79 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişinin Fourier spektrumu

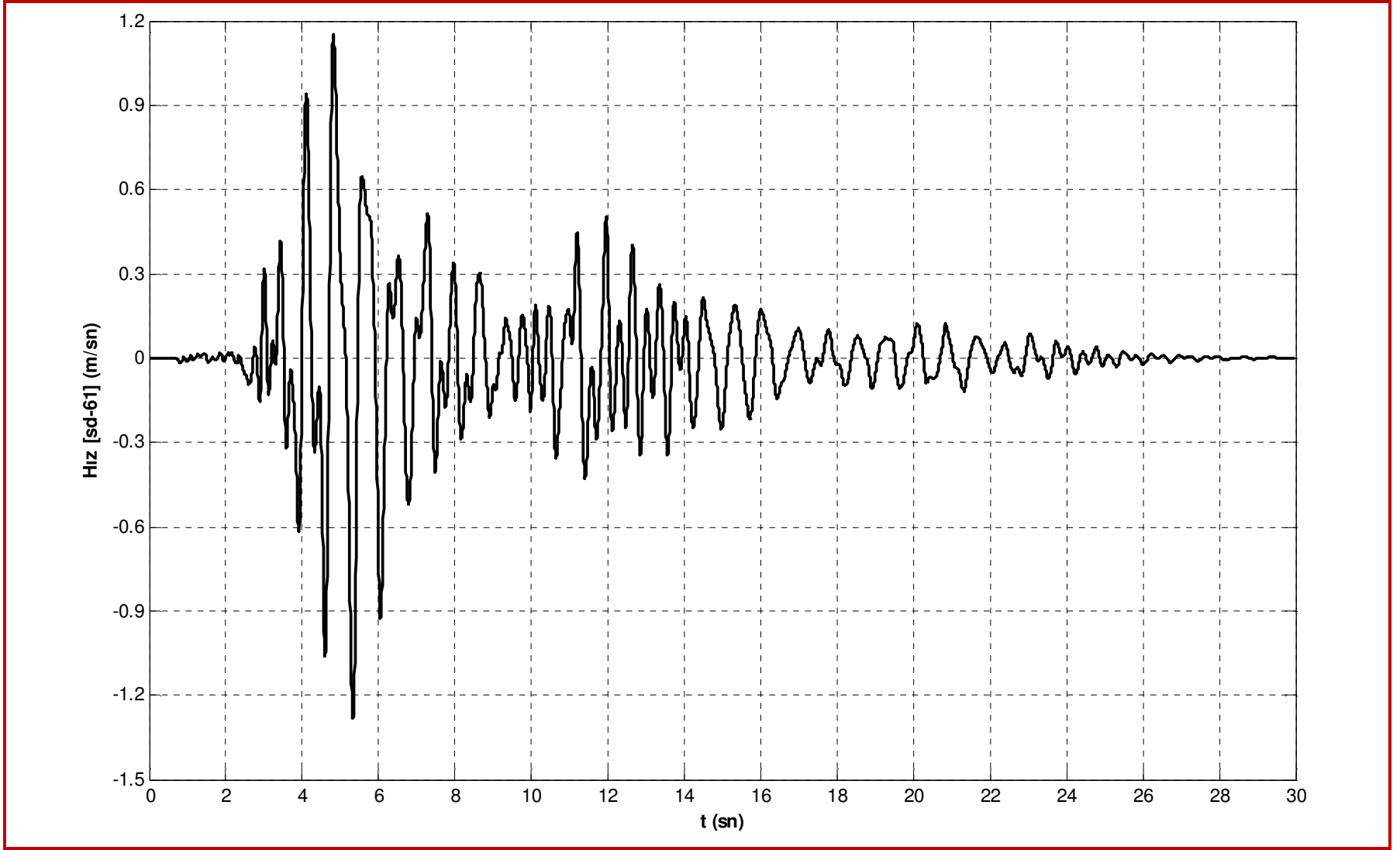


Şekil 4.40 Taban kesme kuvveti-zaman geçmişi

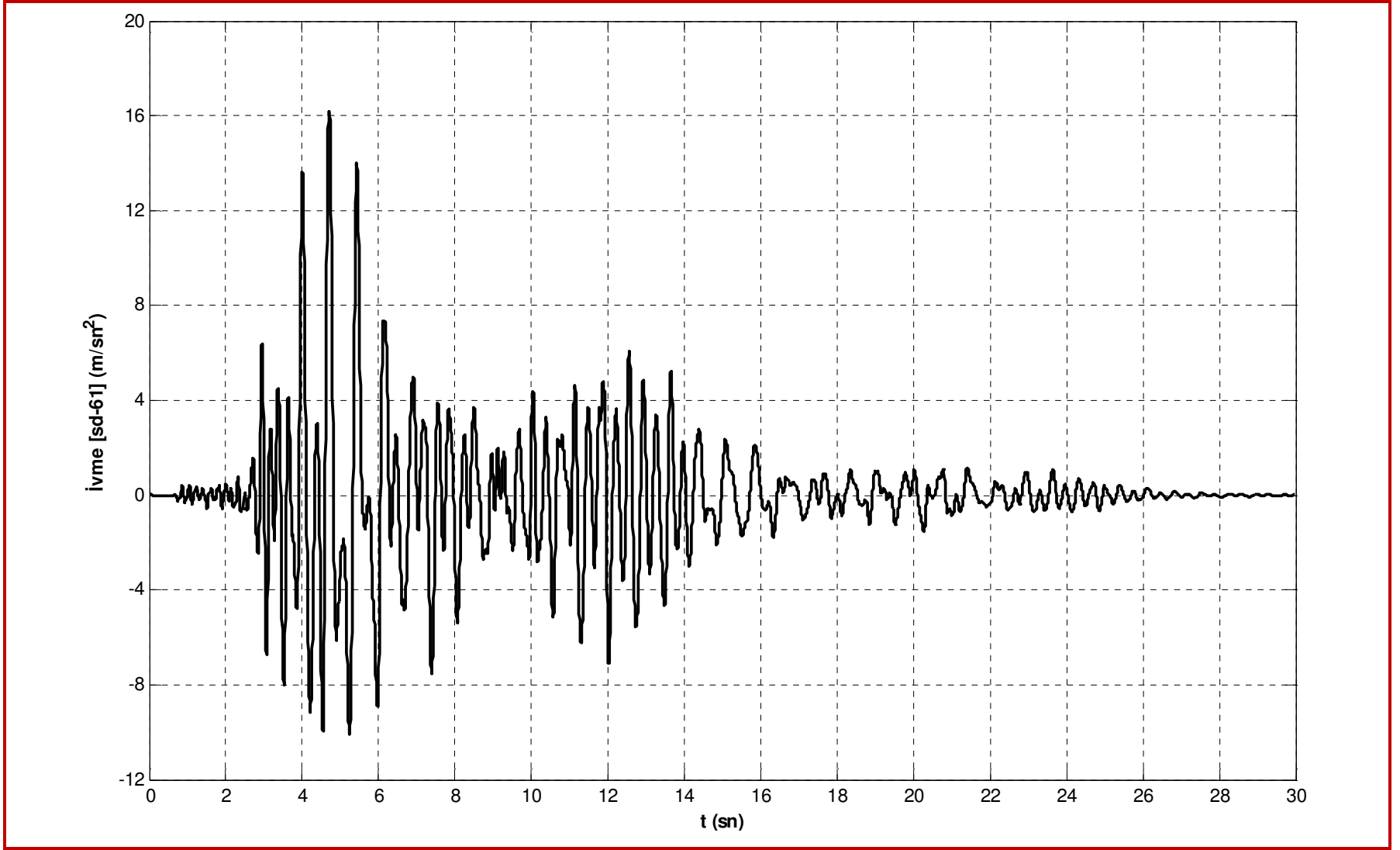
4.2.2 Düzce Depremi 12/11/1999



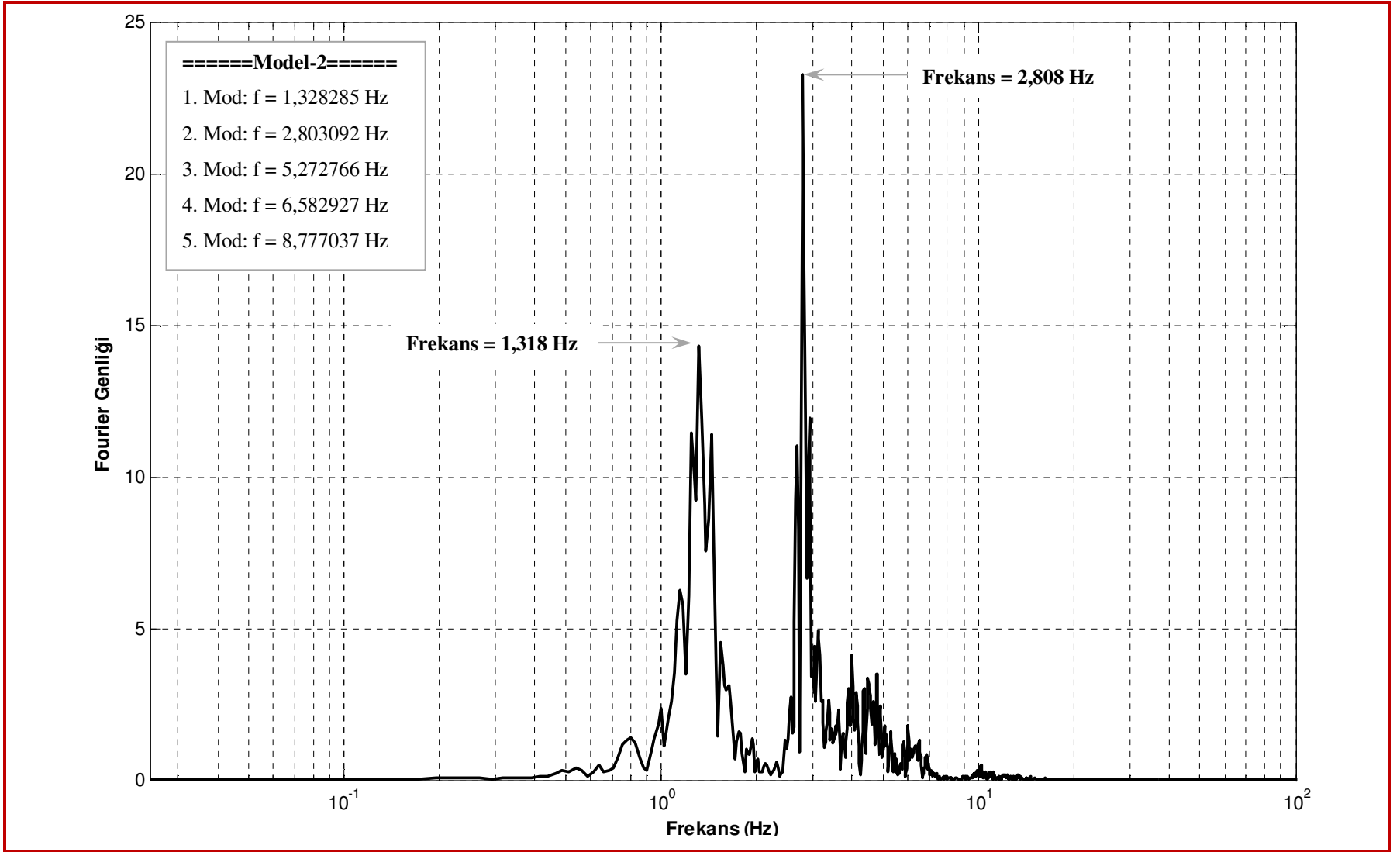
Şekil 4.41 61 numaralı serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi



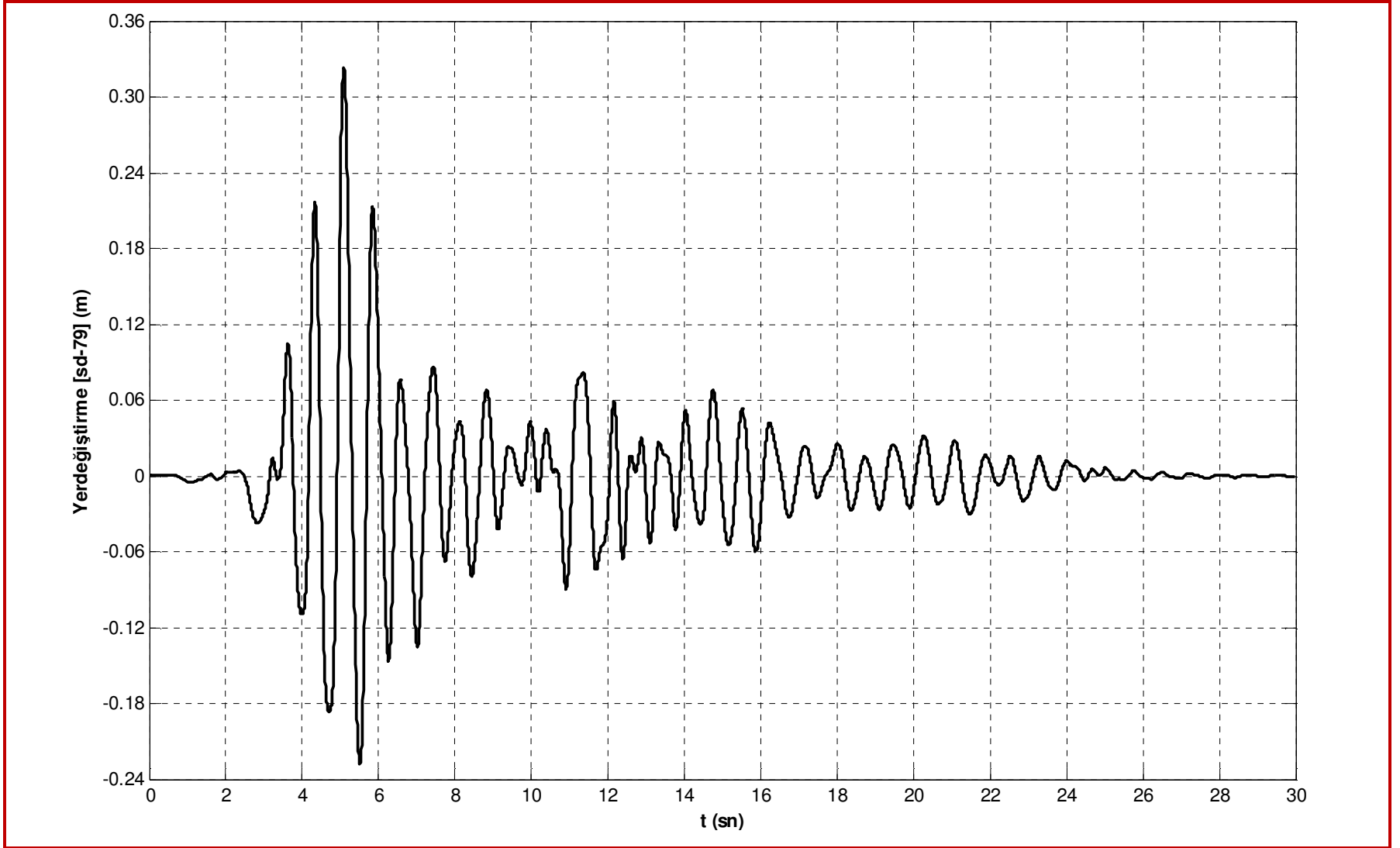
Şekil 4.42 61 numaralı serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi



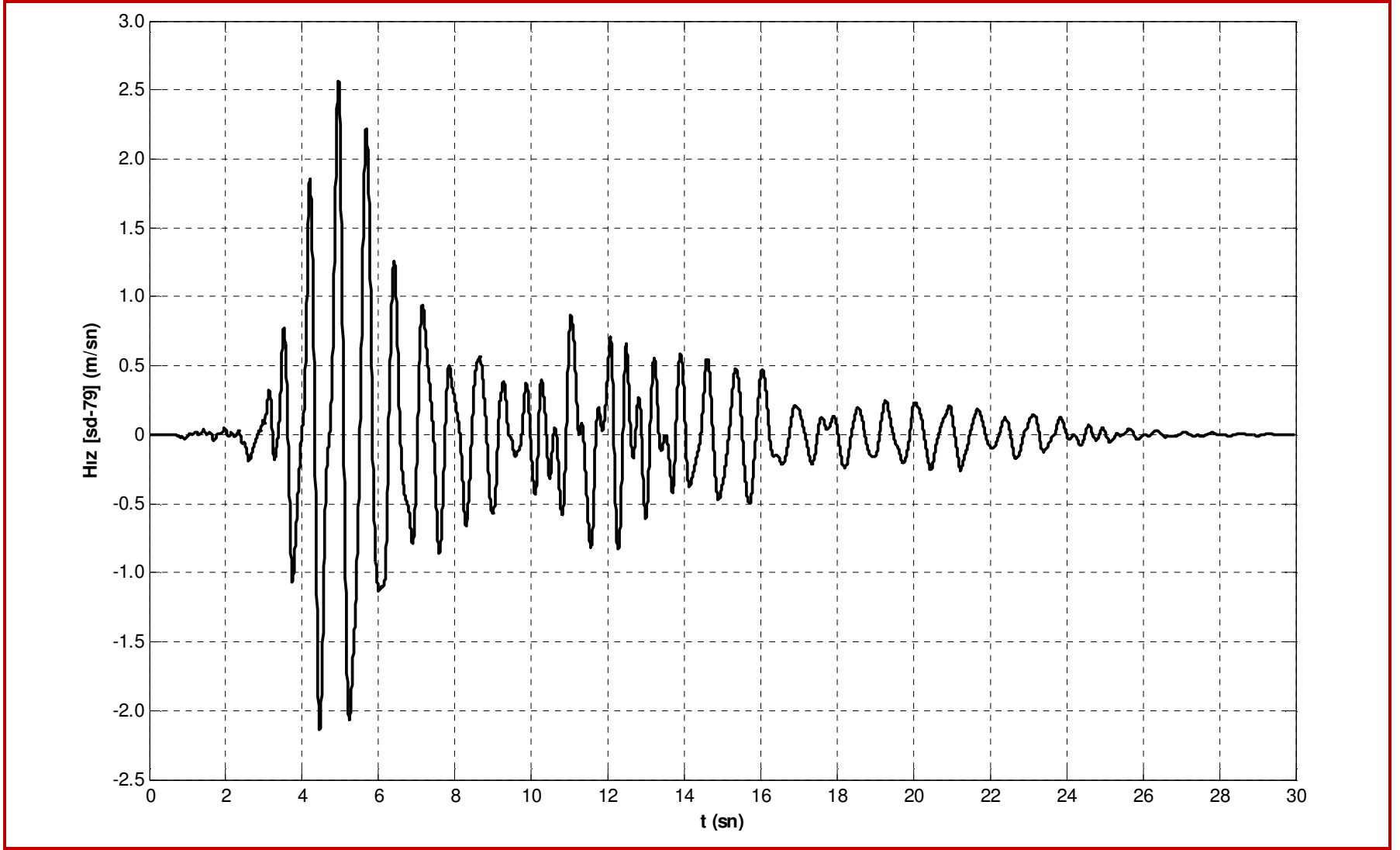
Şekil 4.43 61 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişi



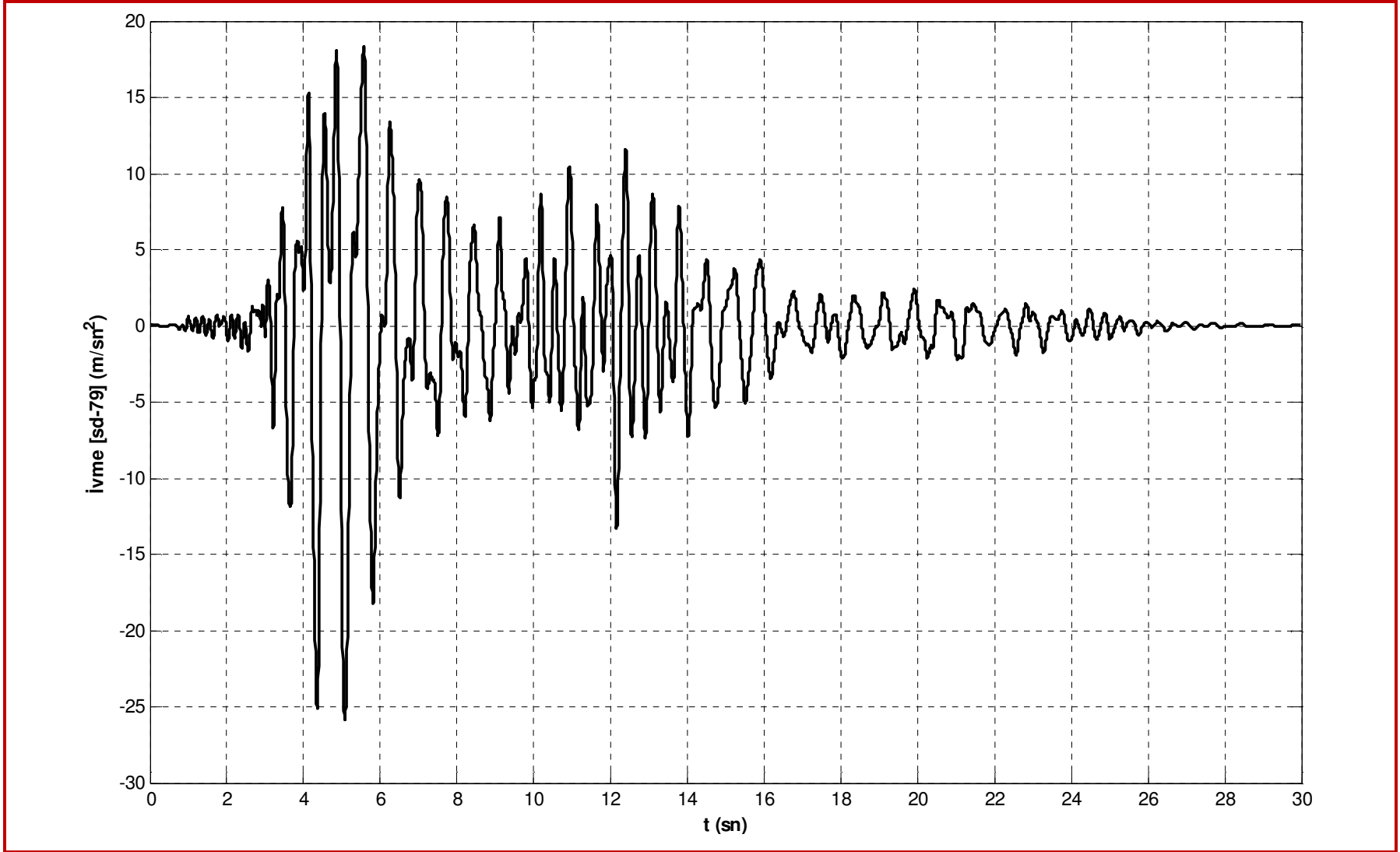
Şekil 4.44 61 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişinin Fourier spektrumu



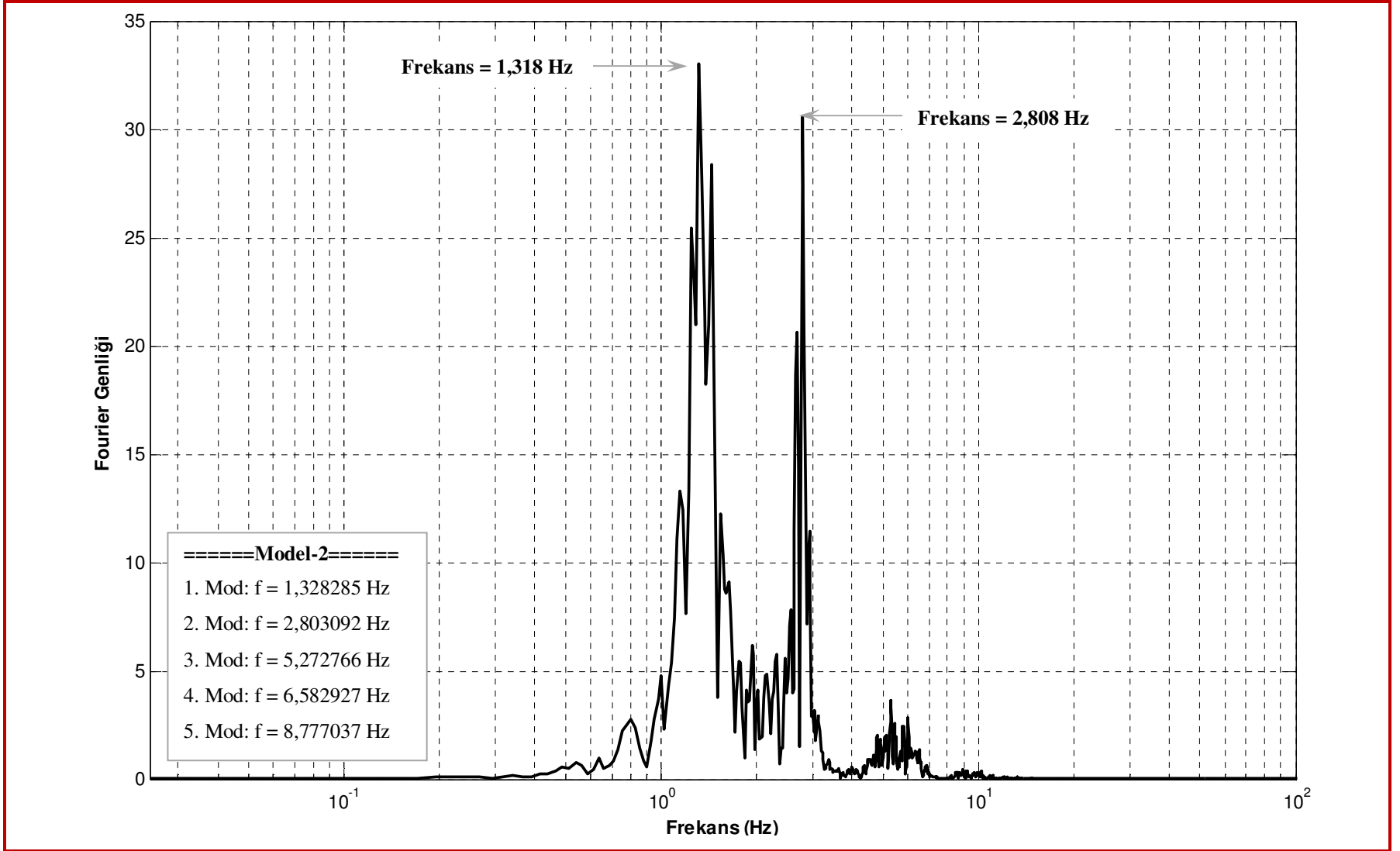
Şekil 4.45 79 numaralı serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi



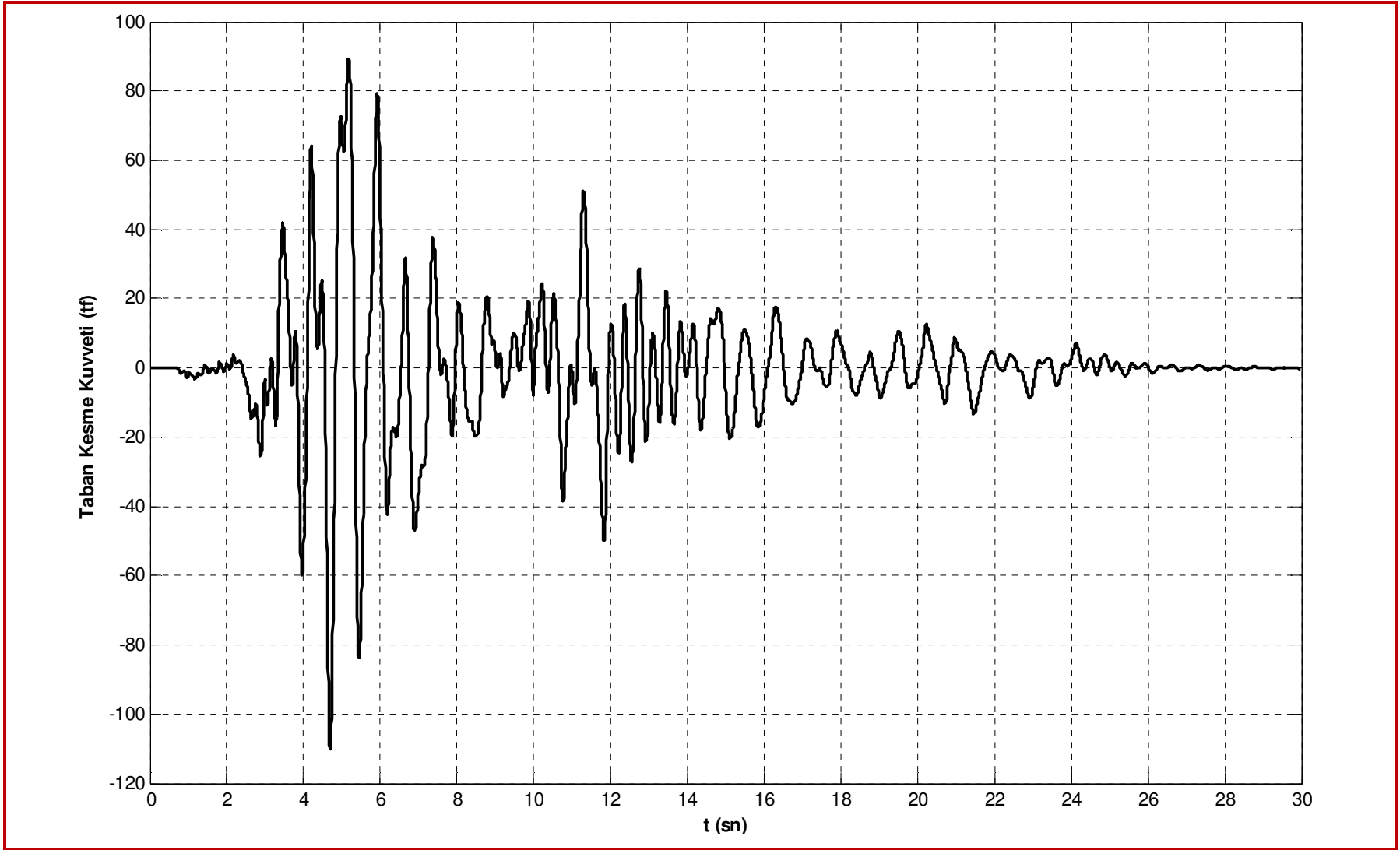
Şekil 4.46 79 numaralı serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi



Şekil 4.47 79 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişi



Şekil 4.48 79 numaralı serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişinin Fourier spektrumu

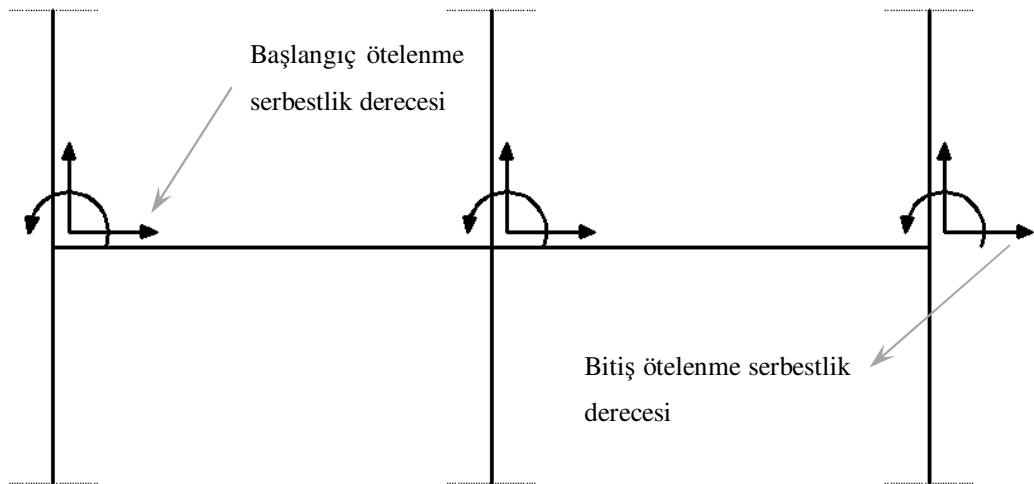


Şekil 4.49 Taban kesme kuvveti-zaman geçmişi

4.3 Yapısal Sistemlerde Rijit Diyafram Davranışının Araştırılması

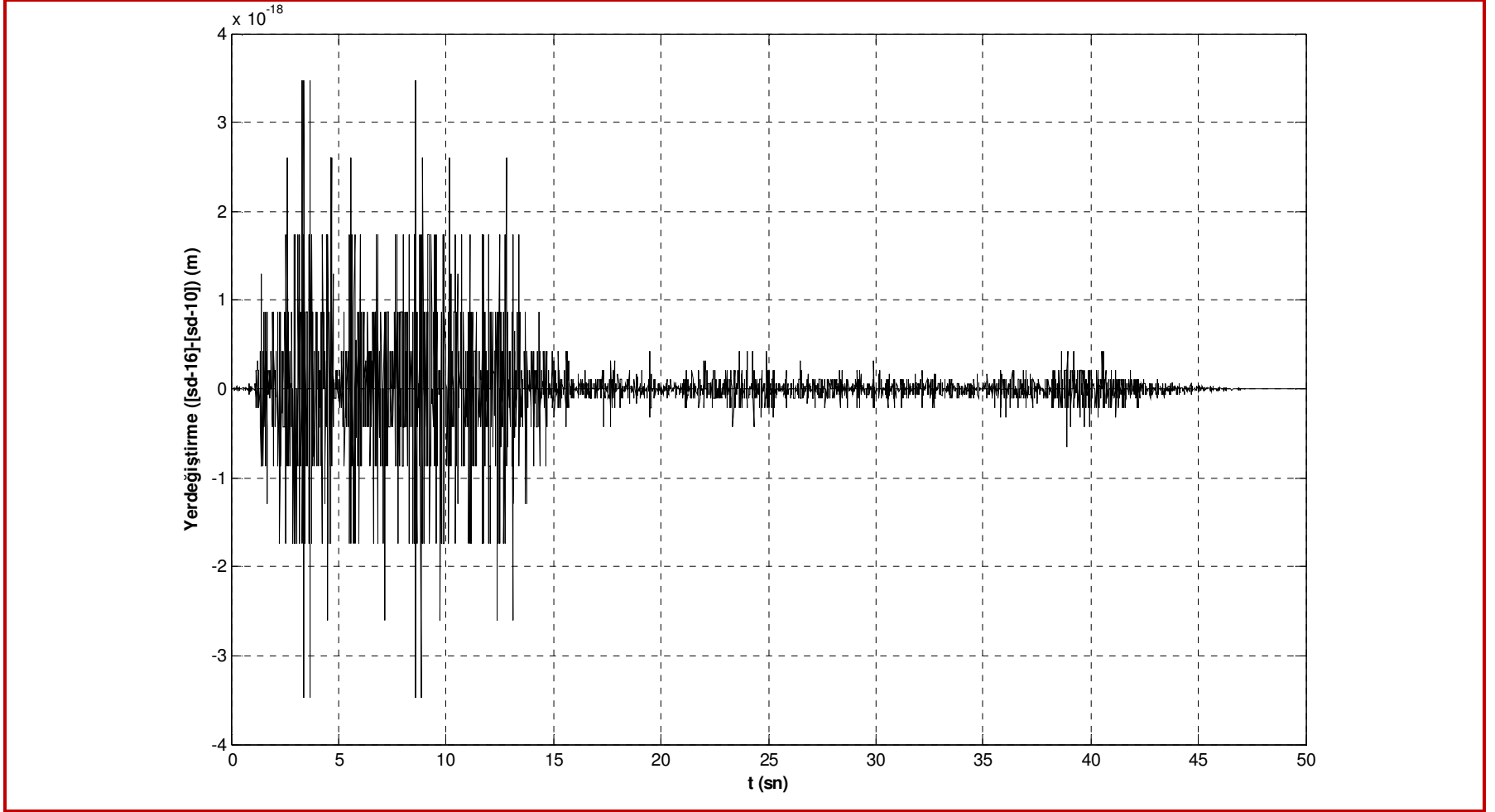
Yapısal sistemlerde döşemelerin iki görevi vardır. Bu görevlerden birincisi kendilerine etkiyen düşey yükleri mesnetlenmiş olduğu kirişlere, perde duvarlara ya da doğrudan kolonlara aktarmak, diğeri ise yatay yükleri düşey taşıyıcı elemanlara rijitlikleri oranında paylaşmaktır (Doğangün, 2007). Döşemelerin ikinci görevi yerine getirebilmeleri için kendi düzlemleri içinde yeterli rijitlik ve dayanıma sahip olmaları, diğeri bir deyişle rijit diyafram davranışı sergileyebilmeleri gerekir. Yapılan çalışmada, yapısal sistemlerin bu davranışa ne ölçüde sahip olduğu Şekil 4.1’de hesap modeli verilen çerçeve sistem üzerinden zaman tanım aralığında dinamik analizler ile araştırılmıştır.

Rijit diyafram davranışının araştırılması amacı ile model-1’in kat düzlemlerindeki döşemelerin başlangıç ve bitiş noktalarındaki ötelenme serbestlik derecelerinin (Şekil 4.50) yerdeğiştirme değerlerinin farkları diğeri bir deyişle aksel şekil değıştirmeleri zaman tanım aralığında incelenmiştir. Bu amaçla Kocaeli ve Düzce depremleri seçilmiş ve bu depremler etkisinde model-1’in birinci, üçüncü ve beşinci katlarındaki döşemelerin davranışları incelenmiştir.

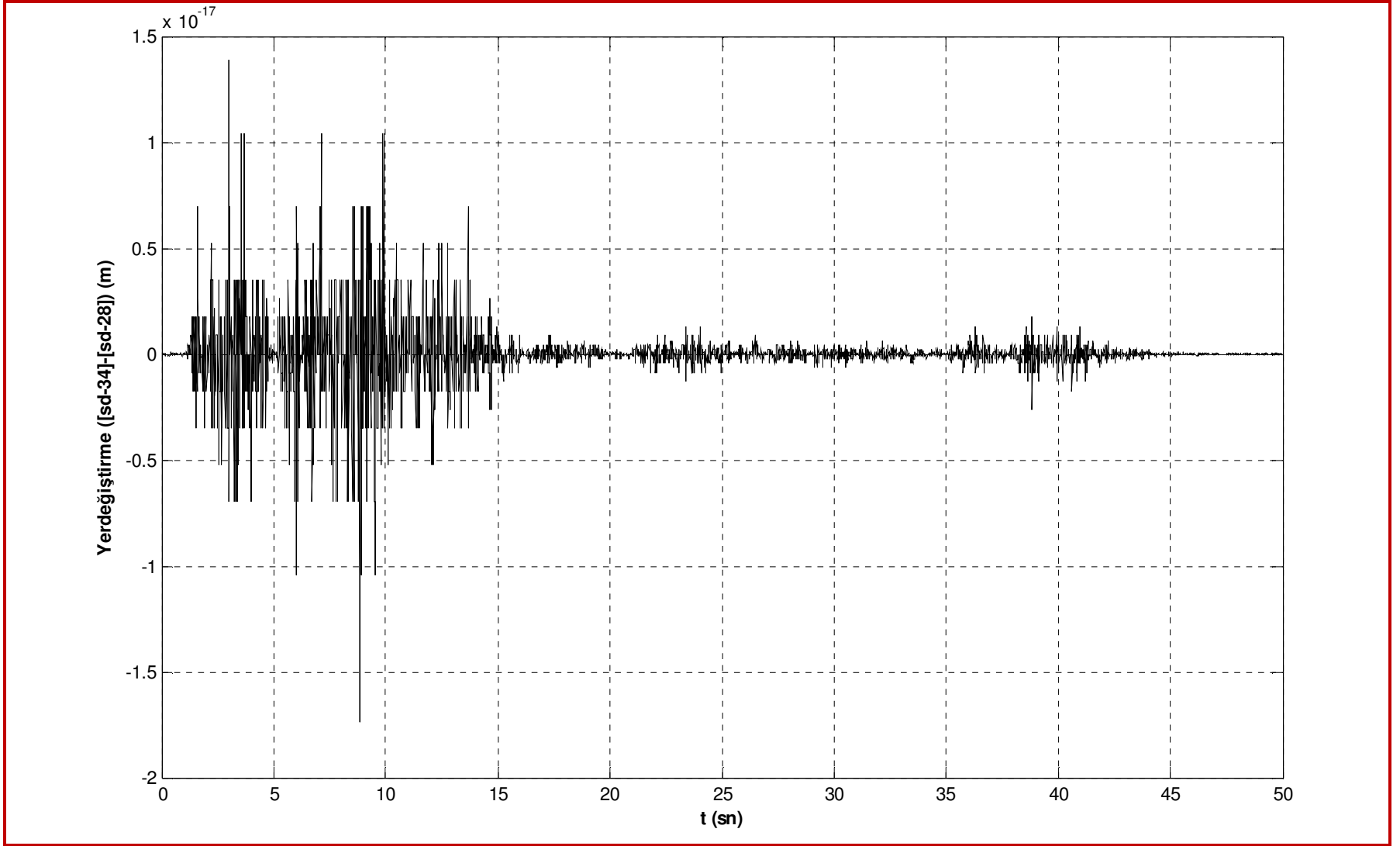


Şekil 4.50 Döşemenin başlangıç ve bitiş ötelenme serbestlik dereceleri

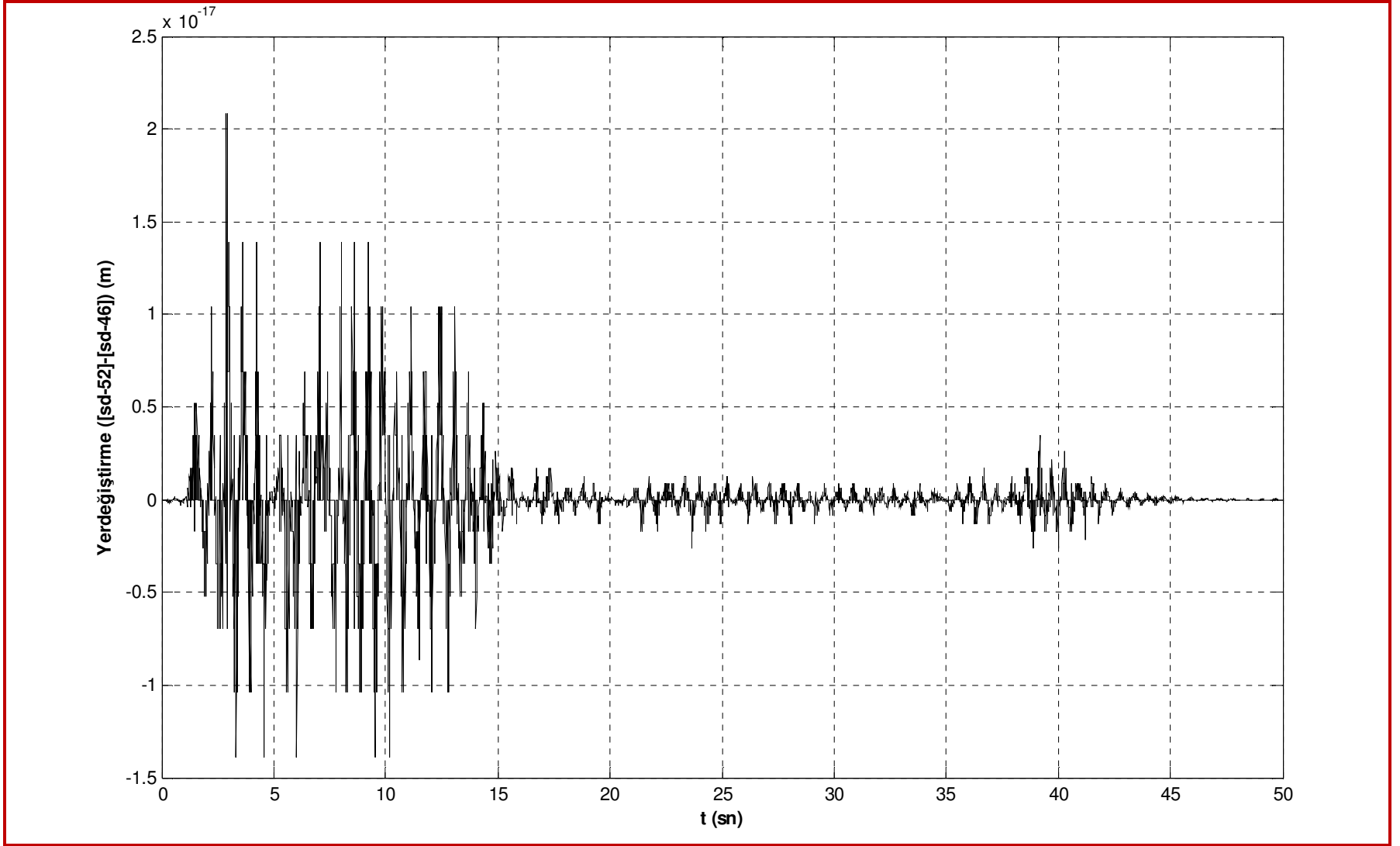
4.3.1 Kocaeli Depremi 17/08/1999



Şekil 4.51 10 ve 16 numaralı serbestlik derecelerinin yerdeğiştirme değerleri farklarının zaman geçmişi

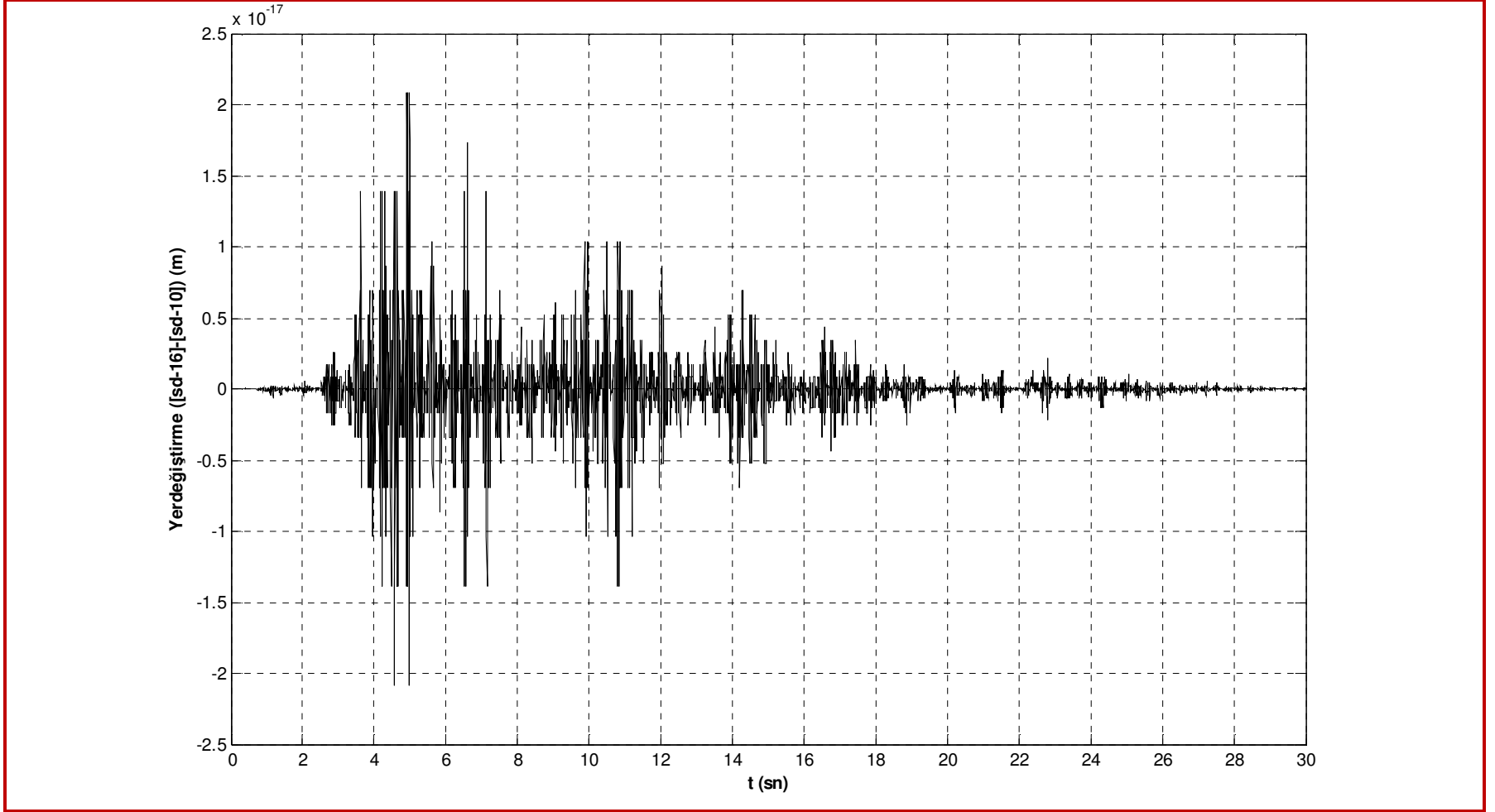


Şekil 4.52 28 ve 34 numaralı serbestlik derecelerinin yerdeğiştirme değerleri farklarının zaman geçmişi

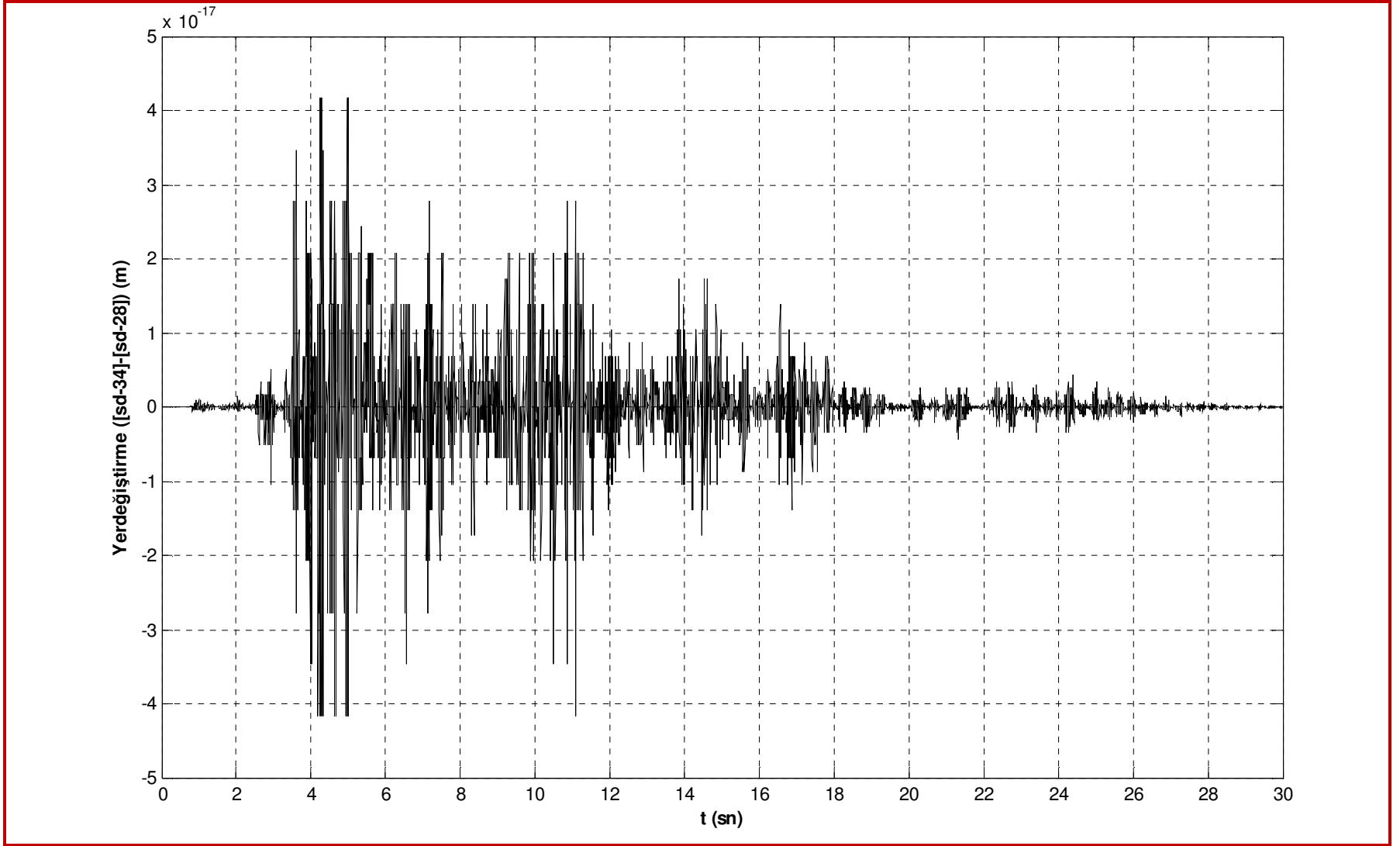


Şekil 4.53 46 ve 52 numaralı serbestlik derecelerinin yerdeğiştirme değerleri farklarının zaman geçmişi

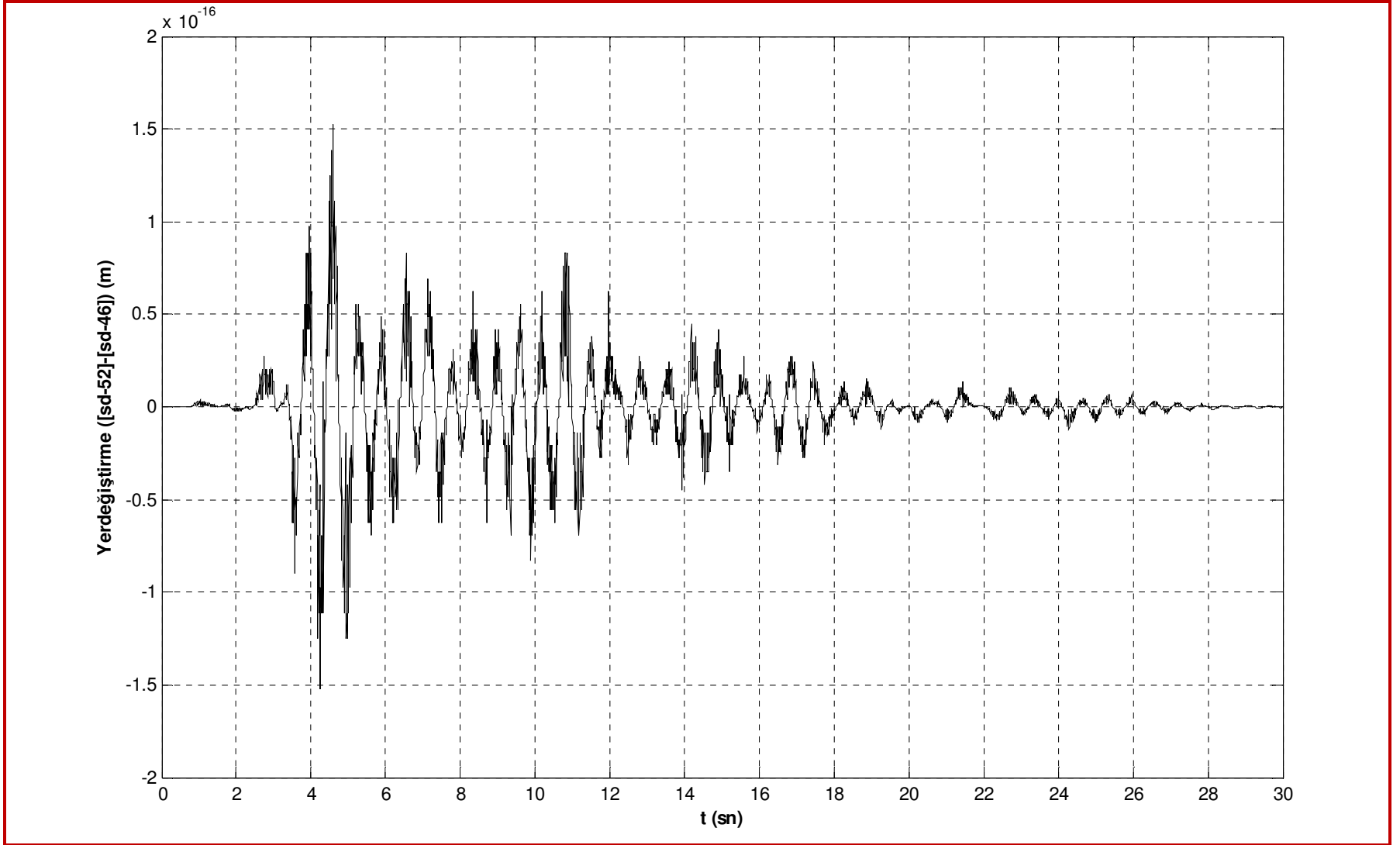
4.3.2 Düzce Depremi 12/11/1999



Şekil 4.54 10 ve 16 numaralı serbestlik derecelerinin yerdeğiştirme değerleri farklarının zaman geçmişi

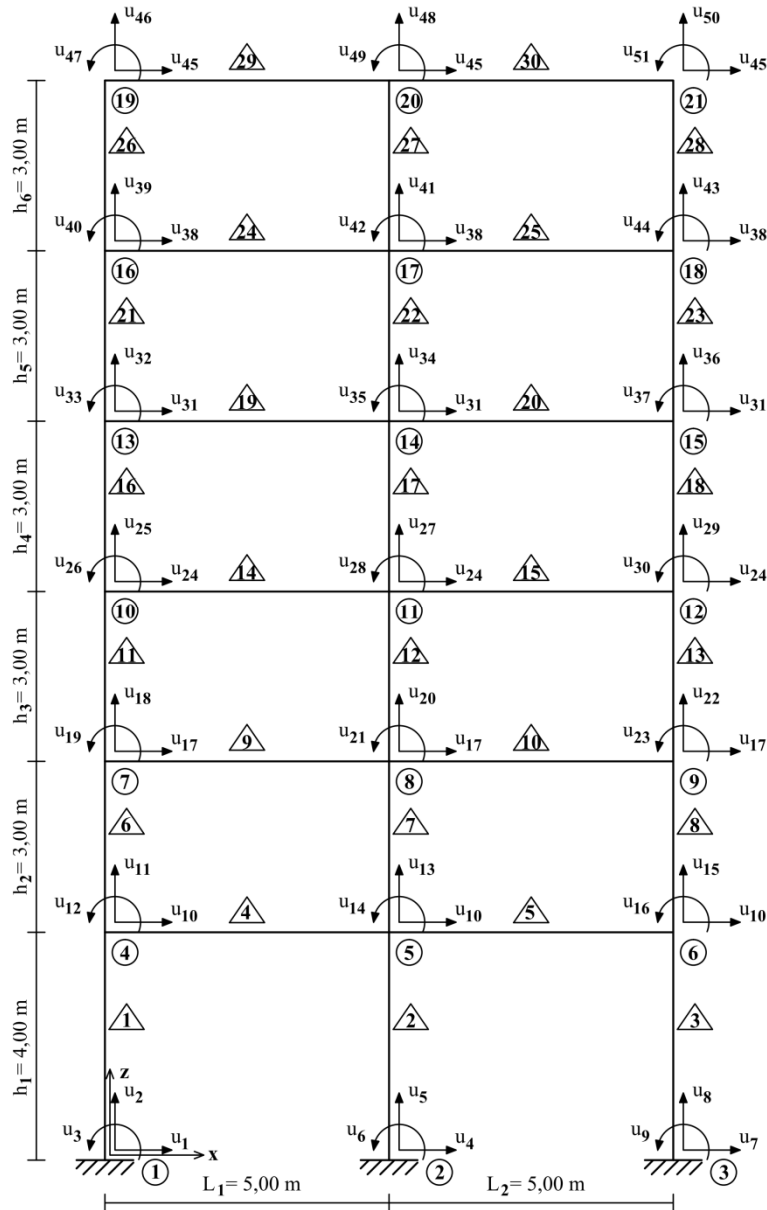


Şekil 4.55 28 ve 34 numaralı serbestlik derecelerinin yerdeğiştirme değerleri farklarının zaman geçişi



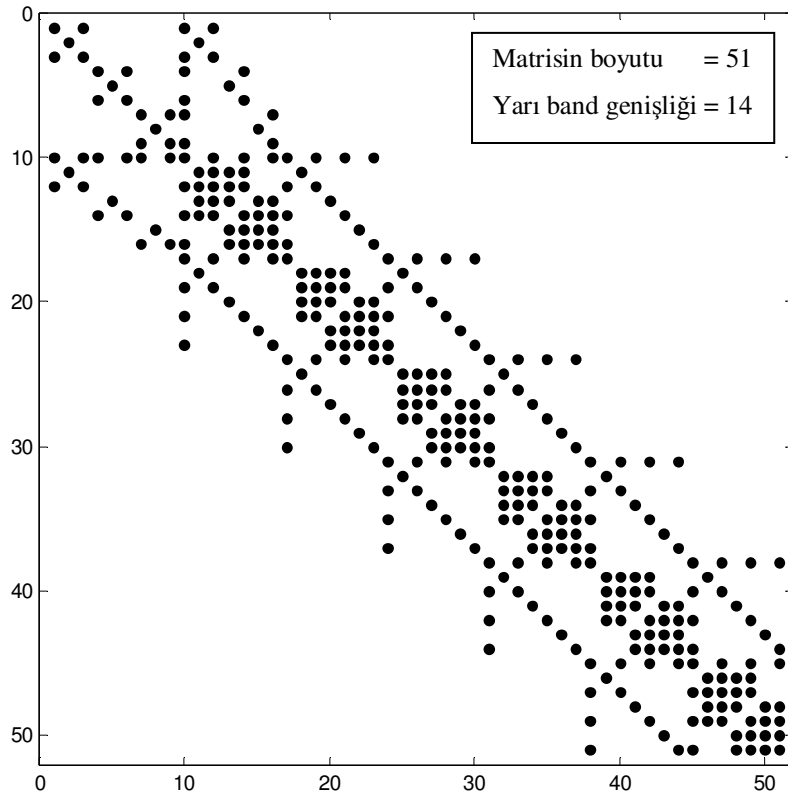
Şekil 4.56 46 ve 52 numaralı serbestlik derecelerinin yerdeğiştirme değerleri farklarının zaman geçmişi

Model-1'in Kocaeli ve Düzce depremleri ile gerçekleştirilen analizlerinden elde edilen sonuçlardan görüleceği üzere kat düzlemlerindeki döşemelerin aksel şekil değiştirmeleri çok küçük değerlerdedir. Bu noktadan yola çıkarak döşemelerin yatay güçlü yer ivmeleri altında aksel olarak sonsuz rijit davrandığı ve dolayısıyla düzlemlerindeki yatay ötelenme serbestlik derecelerinin tek serbestlik derecesi gibi modellenebileceği sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonucu desteklemek için model-1'in kat düzlemlerindeki döşemelerin yatay serbestlik dereceleri tek serbestlik derecesi olarak modellenmiş (model-1RD) ve aynı analizler tekrar edilmiştir.



Şekil 4.57 Düzlem çerçeve sistem model-1RD'nin hesap modeli

Yapısal sistemlerde rijit diyafram davranışını araştırmak için oluşturulan, model-1'in kat düzlemlerindeki döşemelerin yatay serbestlik derecelerinin tek serbestlik derecesi olarak modellendiği model-1RD'nin hesap modeli şekil 4.57'de verilmiştir. Sonuçların kıyaslanması açısından bu modeldeki tüm boyutlar ve yük değerleri model-1 ile aynı alınmıştır. Şekil 4.58'de model-1RD'nin ZA_TA programı ile elde edilen kütle, sönüm (Rayleigh sönüm modeli) ve rijitlik matrisleri sembolik olarak gösterilmiştir.



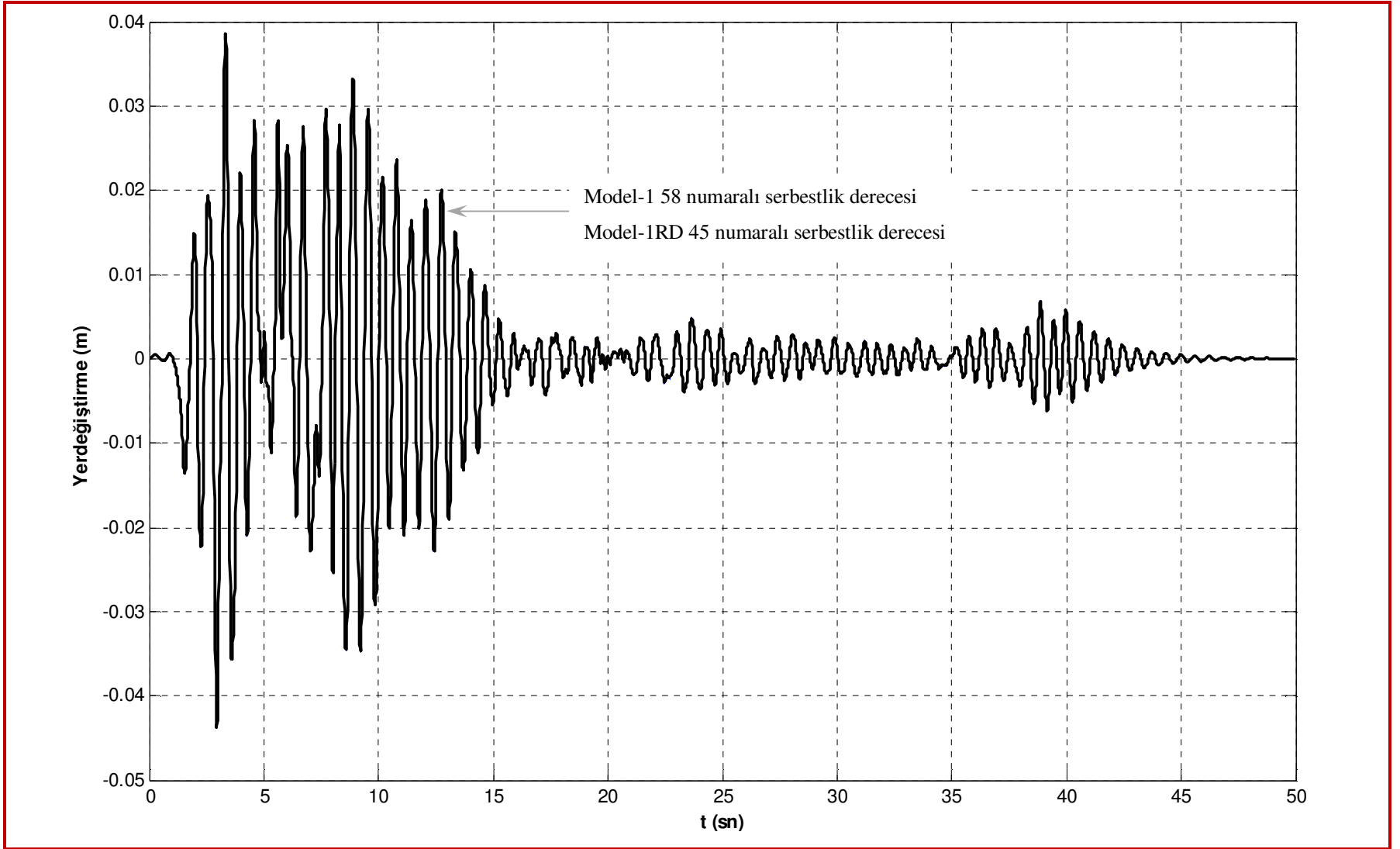
Şekil 4.58 Model-1RD'nin kütle, sönüm (rayleigh modeli) ve rijitlik matrislerinin sembolik gösterimi

Tablo 4.3'de model-1RD'nin dinamik analiz sonuçları verilmiştir. Tablo 4.1 ve 4.3'den her iki modelinde aynı dinamik davranışa sahip olduğu görülmektedir. Şekil 4.59 ve 4.60'da model-1'in 58 numaralı serbestlik derecesi ve model-1RD'nin 45 numaralı serbestlik derecesinin Kocaeli ve Düzce depremlerindeki yerdeğiştirme-zaman geçmişleri grafikleri verilmiş ve elde edilen sonuçlardan yapısal sistemlerde rijit diyafram davranışının mevcut olduğu sonucuna varılmıştır.

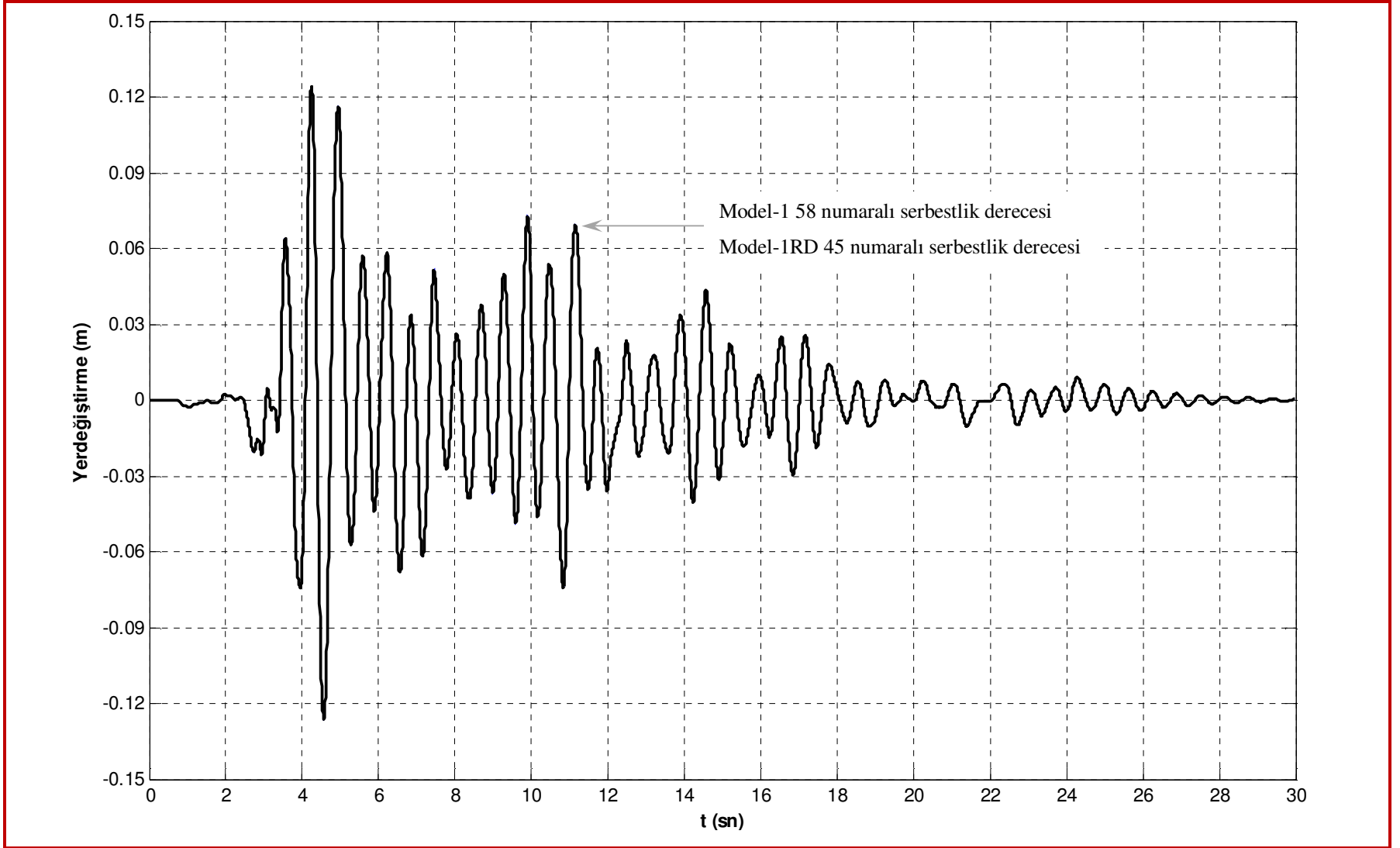
Tablo 4.3 Model-1RD'nin dinamik analiz sonuçları

Modal Periyot ve Frekanslar				
=====				
1. Mod: EV = 1.002560e+002 rad2/sn2, w = 10.012790 rad/sn, f = 1.593585 Hz, T = 0.627516 sn				
2. Mod: EV = 9.876986e+002 rad2/sn2, w = 31.427672 rad/sn, f = 5.001869 Hz, T = 0.199925 sn				
3. Mod: EV = 3.232109e+003 rad2/sn2, w = 56.851639 rad/sn, f = 9.048219 Hz, T = 0.110519 sn				
4. Mod: EV = 7.457346e+003 rad2/sn2, w = 86.355925 rad/sn, f = 13.743972 Hz, T = 0.072759 sn				
5. Mod: EV = 1.407274e+004 rad2/sn2, w = 118.628585 rad/sn, f = 18.880326 Hz, T = 0.052965 sn				
6. Mod: EV = 1.449701e+004 rad2/sn2, w = 120.403531 rad/sn, f = 19.162817 Hz, T = 0.052184 sn				
7. Mod: EV = 2.166586e+004 rad2/sn2, w = 147.193261 rad/sn, f = 23.426535 Hz, T = 0.042687 sn				
8. Mod: EV = 2.292369e+004 rad2/sn2, w = 151.405723 rad/sn, f = 24.096969 Hz, T = 0.041499 sn				
9. Mod: EV = 3.286261e+004 rad2/sn2, w = 181.280467 rad/sn, f = 28.851682 Hz, T = 0.034660 sn				
	M.K.Ç.	E.M.K.	E.M.K.O.	K.TOP.

1. Mod: T = 0.627516 sn,	2.792852	7.800023	85.421353	85.421353
2. Mod: T = 0.199925 sn,	-0.864709	0.747722	8.188624	93.609977
3. Mod: T = 0.110519 sn,	0.433040	0.187523	2.053646	95.663623
4. Mod: T = 0.072759 sn,	0.248094	0.061551	0.674068	96.337691
5. Mod: T = 0.052965 sn,	0.140861	0.019842	0.217296	96.554987
6. Mod: T = 0.052184 sn,	0.000000	0.000000	0.000000	96.554987
7. Mod: T = 0.042687 sn,	0.063674	0.004054	0.044402	96.599389
8. Mod: T = 0.041499 sn,	-0.022061	0.000487	0.005330	96.604719
9. Mod: T = 0.034660 sn,	-0.008792	0.000077	0.000847	96.605565
Sitemin toplam kütlesi = 9.131233				
Sitemin toplam kütlesi x 0.90 = 8.218110 <= Toplam etkin modal kütle = 8.821279				
Mod sayısı yeterli.				



Şekil 4.59 Kocaeli depremi, model-1 58 numaralı ve model-1RD 45 numaralı serbestlik derecelerinin yerdeğiştirme-zaman geçişleri



Şekil 4.60 Düzce depremi, model-1 58 numaralı ve model-1RD 45 numaralı serbestlik derecelerinin yerdeğiştirme-zaman geçişleri

BÖLÜM BEŞ

SONUÇLAR

Yapılan çalışmanın amacı, güçlü yer ivmeleri ile çok serbestlik dereceli yapısal sistemlerin arasındaki etkileşimi zaman tanım aralığında dinamik analizler ile ortaya koymaktır. Bu amaç doğrultusunda öncelikle, zaman tanım aralığında dinamik analizlerde kullanılacak olan güçlü yer ivmelerinin özellikleri, tepki spektrumları ve güçlü yer ivmelerinin genliklerinin frekansa göre dağılımını gösteren Fourier Genlik spektrumları sunulmuştur. Yapısal sistemlerin hesap modellerinin dinamik analizleri yapılarak bu sistemlere ait karakteristik parametreler (titreşim periyotları, mod vektörleri, modal katılım çarpanları, etkin modal kütleler) hesaplanmış ve zaman tanım aralığında dinamik analizler ile güçlü yer ivmeleri etkisindeki bu sistemlerin dinamik davranışları incelenmiştir.

Çalışmada, güçlü yer ivmeleri etkisindeki dinamik davranışları incelenmek üzere 2 farklı düzlem çerçeve sistem modeli oluşturulmuştur. Bu modellerden ilki Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik hükümlerinde tanımlanan herhangi bir düzensizliği olmayan yapısal sistemleri temsilen oluşturulmuştur. Bu modelin dinamik analizinden elde edilen etkin modal kütle katılım oranları sistemin dinamik davranışında yalnızca birinci modun hakim olduğunu göstermektedir. Bu sonucu, modelin seçilen güçlü yer ivmeleri ile yapılan zaman tanım aralığında dinamik analizlerinin sonuçları desteklemektedir. Bu analizlerde, sistemin referans olarak seçilen serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişlerinin Fourier Analizleri, sistemin bu depremlerde yalnızca birinci modunun etkin olarak uyarıldığını göstermektedir.

Çalışmada incelenen ikinci düzlem çerçeve sistem modeli ise birinci modun dışındaki modların da dinamik davranışta etkili olduğu düzensiz yapıları temsilen oluşturulmuştur. Bu modelin dinamik analiz sonuçları ilk dört modunun dinamik davranışta etkili olacağını göstermektedir. Bu sonucu diğer modelde olduğu gibi zaman tanım aralığında dinamik analizler doğrulamıştır. Bu modelde de seçilen referans serbestlik derecelerinin ivme-zaman geçmişlerinin frekans içerikleri, güçlü

yer ivmelerinin frekans içeriğinin ve modun dinamik davranıştaki etkinliğinin bir göstergesi sayılabilecek olan etkin modal kütle katılım oranının modların dinamik davranışını yönlendirdiğini göstermektedir.

Çalışmada, yapısal sistemlerin rijit diyafram davranışına ne ölçüde sahip olduğu zaman tanım aralığında dinamik analizler ile araştırılmıştır. Bu amaç doğrultusunda göz önüne alınan düzlem çerçeve sistem modelin, kat düzlemlerindeki döşemelerin eksenel şekil değiştirmeleri güçlü yer ivmeleri kullanılarak zaman tanım aralığında incelenmiş ve döşemelerin eksenel şekil değiştirmelerinin çok küçük mertebelerde olmasından dolayı rijit diyafram kabulünün ve bu kabul üzerine oluşturulan hesap modellerinin geçeli olduğu sonucuna varılmıştır.

KAYNAKLAR

- Bathe, K. J. ve Wilson, E. L. (1972). Large eigenvalue problems in dynamic analysis. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE* (6), 1471-1485.
- Bathe, K. J. ve Wilson, E. L. (1973a). Solution methods for eigenvalue problems in structural mechanics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, (6), 213-226.
- Bathe, K. J. ve Wilson, E. L. (1973b). Stability and accuracy analysis of direct integration methods. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, (1), 283-291.
- Bathe, K. J. ve Wilson, E. L. (1974). NONSAP - A nonlinear structural analysis program. *Nuclear Engineering and Design*, (29), 266-293.
- Bathe, K. J. ve Cimento, A. P. (1980). Some practical procedures for the solution of nonlinear finite element equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, (22), 59-85.
- Bathe, K. J. ve Gracewski, S. (1981). On nonlinear dynamic analysis using mode superposition and substructuring. *Computers and Structures*, (13), 699-707.
- Bathe, K. J. (1996). *Finite Element Procedures*. New Jersey: Prentice Hall, Inc., International Editions.
- Bazzi, G. ve Anderheggen, E. (1982). The ρ -family of algorithms for time-step integration with improved numerical dissipation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, (10), 537-550.

- Broderick, B. M., Elnashai, A. S. ve İzzuddin, B. A. (1994). Observations on the effect of numerical dissipation on the nonlinear dynamic response of structural systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, (16), 51–62.
- Celep, Z. ve Kumbasar, N. (2001). *Yapı dinamiği* (3. Baskı). İstanbul: Beta Dağıtım.
- Chang, S. Y. (2004). Studies of Newmark method for solving nonlinear systems: [I] basic analysis. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, (27), 651-662.
- Chang, S. Y. (2008). Accuracy evaluation of Newmark method referring to theoretical solutions. *Journal of Earthquake Engineering*, (12), 1-16.
- Chopra, A. K. (1995). *Dynamics of structures-Theory and applications to earthquake engineering*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- Chung, J. ve Hulbert, G. M. (1993). A time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation. *Journal of Applied Mechanics*, (60), 371-375.
- Chung, J. ve Hulbert, G. M. (1994). A family of single-step houbolt time integration algorithms for structural dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, (118), 1-11.
- Clough, R. W. ve Penzien, J. (2003). *Dynamics of structures* (3th ed.). Berkeley: Computers and Structures, Inc.
- Cook, R. D. (1995). *Finite element modeling for stress analysis*. USA: John Wiley and Sons, Inc.
- CSI Analysis Reference Manual For SAP2000, ETABS, and SAFE. (2009). Berkeley Computers and Structures, Inc.

- Çatal, H. H. (2005). *Yapı ve deprem mühendisliğinde matris yöntemler*. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Yayınları No: 294.
- T. C. Bayındırlık ve İskan Bakanlığı, Afet İşleri Genel Müdürlüğü. (2007). *Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik*.
- Doğangün, A. (2007). *Betonarme yapıların hesap ve tasarımı* (3. Baskı). İstanbul: Birsen Yayınevi.
- Ebeling, R. M. (1992). Introduction to the Computation of Response Spectrum for Earthquake Loading. *Computer Aided Structural Engineering (CASE) Project*, Technical Report ITL-92-4.
- Gatti, P. L. ve Ferrari, V. (2003). *Applied structural and mechanical vibrations* (2th ed.). New York: Taylor and Francis Group LLC.
- Hilber, H. M., Hughes, T. J. R. ve Taylor, R. L. (1977). Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, (5), 283–292.
- Hilber, H. M. ve Hughes, T. J. R. (1978). Collocation, dissipation and ‘overshoot’ for time integration schemes in structural dynamics. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, (6), 99–117.
- Hoff, C. ve Pahl, P. J. (1988). Development of an implicit method with numerical dissipation from a generalized single-step algorithm for structural dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, (67), 367-385.
- Hubert, G. M. ve Chung, J. (1994). The unimportance of the spurious root of the time integration algorithms for structural dynamics. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, (10), 591-597.

- Hughes, T. J. R. (1987). *The finite element method - Linear static and dynamic finite element analysis*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ.
- Kasımzade A. A. (2004). *Yapı dinamiği temelleri ve deprem mühendisliğinde uygulamaları* (2. Baskı). İstanbul: Birsen Yayınevi.
- Meirovitch, L. (1980). *Computational methods in structural dynamics*. Maryland: Sijthoff and Noordhoff.
- Newmark, N. M. (1959). A method of computation for structural dynamics. *ASCE Journal of Engineering Mechanics Division*, 3 (85), 67–94.
- Nigam, N. C. ve Jennings, P. C. (1968). Digital calculation of response spectra from strong motion earthquake records. *Earthquake Engineering Research Laboratory*.
- Wan Kim, B. (2003). Efficient methods for eigenvalue and dynamic response analysis of structures. *Korea Advanced Institute of Science and Technology, Doctoral Thesis*.
- Wilkinson, J. H. (1965). *The algebraic eigenvalue problem*. Oxford University Press, New York.
- Wilson, E. L. (1968). *A computer program for the dynamic stress analysis of underground structures*. SESM Report No. 68-1, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkely.
- Wilson, E. L., I. Farhoomand ve Bathe, K. J. (1973). Nonlinear dynamic analysis of complex structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, (1), 241-252.
- Wilson, E. L. (2002). *Three dimensional static and dynamic analysis of structures* (3th ed.). Berkeley: Computers and Structures, Inc.

Wood, W. L., Bossak, M. ve Zienkiewicz, O. C. (1981). An alpha modification of newmark method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, (15), 1562-1566.

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. ve Zhu, J. Z. (2005). *The finite element method: Its basis and fundamentals* (6th ed.). Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann.

EK 1

Güçlü Yer İvmeleri Etkisindeki Düzlem Çerçeve Sistemlerin Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analizi İçin Geliştirilmiş Bilgisayar Programı

```
fprintf('\n          GÜÇLÜ YER İVMELERİ ETKİSİNDEKİ DÜZLEM ÇERÇEVE SİSTEMLERİN          ')
fprintf('\n          ZAMAN TANIM ARALIĞINDA DİNAMİK ANALİZİ          ')
fprintf('\n          _____          ')
fprintf('\n          KEREM GÜRBÜZ          ')
fprintf('\n          ')

fprintf('\n =====')
fprintf('\n          I - Sistemin Tanımlanması          ')
fprintf('\n =====')
fprintf('\n')
fprintf('\n Elemanların tanımlanması ile sistem matrislerinin oluşturulması - [1]')
fprintf('\n Altbirimlerin tanımlanması ile sistem matrislerinin oluşturulması - [2] \n')
S1 = input('          [1/2] - ');
fprintf('\n')

switch S1
case 1
    SSD = input(' Sistemin serbestlik derecesi ..... = ');
    Ks = zeros(SSD); Ms = zeros(SSD); SK = 0;
    TES = input(' Sistemdeki toplam eleman sayısı ..... = ');
    DS = 1;
case 2
    SSD = input(' Sistemin serbestlik derecesi ..... = ');
    Ks = zeros(SSD); Ms = zeros(SSD); SK = 0;
    FAB = input(' Sistemi oluşturan farklı altbirim sayısı ..... = ');
    ASD = zeros(1,FAB); AES = zeros(1,FAB); ATS = zeros(1,FAB); AOD = zeros(1,FAB);
    for i = 1:FAB
```

```

        fprintf('\n [[ %g. Altbirim ]]',i)
        fprintf('\n -----\n')
        ASD(i) = input(' Altbirimdeki en büyük serbestlik derecesi ..... = ');
        AES(i) = input(' Altbirimdeki toplam eleman sayısı ..... = ');
        ATS(i) = input(' Altbirimin tekrar sayısı ..... = ');
        if ATS(i) > 0
            AOD(i) = input(' Altbirimin serbestlik dercelerinin ötelenme değeri = ');
        end
    end
    DS = FAB;
end

fprintf('\n')
fprintf('\n Eleman Özellik Setinin Tanımlanması')
fprintf('\n =====\n')
fprintf('\n')
ST = input(' Tanımlanacak özellik seti sayısı = ');
L_ = zeros(1,ST); A_ = zeros(1,ST); I_ = zeros(1,ST); Ac_ = zeros(1,ST); W_ = zeros(1,ST);
E_ = zeros(1,ST); Ma_ = zeros(1,ST);
for i = 1:ST
    fprintf('\n (( %g. Özellik Seti ))',i)
    fprintf('\n -----\n')
    L_(i) = input(' Elemanın uzunluğu ..... [m ] = ');
    A_(i) = input(' Elemanın enkesit alanı ..... [m^2 ] = ');
    I_(i) = input(' Elemanın atalet momenti ..... [m^4 ] = ');
    Ac_(i) = input(' Elemanın local eksenini ile global eksen arasındaki açı [derece] = ');
    W_(i) = input(' Elemanda tanımlı yayılı dış yük ..... [tf/m ] = ');
    E_(i) = input(' Malzeme elastisite modülü ..... [tf/m^2] = ');
    Ma_(i) = input(' Malzeme birim hacim ağırlığı ..... [tf/m^3] = ');
end

for I1 = 1:DS

    switch S1
        case 1
            fprintf('\n')

```

```

        fprintf('\n Elemanların Tanımlanması')
        fprintf('\n =====\n')
        K_ = zeros(SSD); Ke = zeros(6); M_ = zeros(SSD); Me = zeros(6); ES = TES;
case 2
    if I1 < 2
        fprintf('\n')
        fprintf('\n Altbirimlerin Tanımlanması')
        fprintf('\n =====\n')
    end
    fprintf('\n [[ %g. Altbirim ]] ',I1)
    fprintf('\n -----\n')
    K_ = zeros(ASD(I1)); Ke = zeros(6); M_ = zeros(ASD(I1)); Me = zeros(6); ES = AES(I1);
end

for I2 = 1:ES
    fprintf('\n (( %g. Eleman )) \n',I2)
    ESD = input(' Elemanın serbestlik dereceleri = ');
    EST = input(' Elemanın özellik seti numarası = ');
    L = L_(EST); A = A_(EST); I = I_(EST); Ac = Ac_(EST); W = W_(EST);
    E = E_(EST); Ma = Ma_(EST);

    % Elemanın Global Rijitlik ve Global Kütle Matrisi
    % -----
    [Ke]      = DCE_Ke(A, I, L, Ac, E);           % function DCE_Ke
    [Me,m_]  = DCE_Me(A, L, W, Ac, Ma);         % function DCE_Me

    % Sistemin Toplam Kütlelerinin Hesaplanması
    % -----
    switch S1
        case 1
            m_e = m_*L; SK = SK+m_e;
        case 2
            if ATS(I1) < 1
                m_e = m_*L; SK = SK+m_e;
            else
                m_e = m_*L; SK = SK+m_e*(ATS(I1)+1);
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    end

    % Elemanın Sisteme / Altbirime Atanması
    % -----
    for i = 1:6
        for j = 1:6
            K_(ESD(i),ESD(j)) = K_(ESD(i),ESD(j))+Ke(i,j);
            M_(ESD(i),ESD(j)) = M_(ESD(i),ESD(j))+Me(i,j);
        end
    end
end

switch S1
    case 1
        Ks = K_;
        Ms = M_;
    case 2
        % Altbirimin Global Rijitlik ve Global Kütle Matrislerinin Kopyalanması
        % -----
        Aod = AOD(I1); Ats = ATS(I1);

        M_Mat = Ks; Mat = K_; R = size(Mat,1);
        if Ats < 1
            Mat_ = zeros(size(M_Mat,1)); Mat_(1:R,1:R) = Mat; RMAT = M_Mat+Mat_;
        else
            Mat_ = zeros(size(M_Mat,1)); Mat_(1:R,1:R) = Mat; M_Mat = M_Mat+Mat_;
            r = 1; c = 1;
            for i = 1:Ats
                Mat_ = zeros(size(M_Mat,1)); r = r+Aod; c = c+Aod;
                Mat_(r:(r+R-1),c:(c+R-1)) = Mat; M_Mat = M_Mat+Mat_;
            end
            RMAT = M_Mat;
        end
    end
    Ks = RMAT;

```



```

M_Mat = Ms; Mat = M_; R = size(Mat,1);
if Ats < 1
    Mat_ = zeros(size(M_Mat,1)); Mat_(1:R,1:R) = Mat; RMAT = M_Mat+Mat_;
else
    Mat_ = zeros(size(M_Mat,1)); Mat_(1:R,1:R) = Mat; M_Mat = M_Mat+Mat_;
    r = 1; c = 1;
    for i = 1:Ats
        Mat_ = zeros(size(M_Mat,1)); r = r+Aod; c = c+Aod;
        Mat_(r:(r+R-1),c:(c+R-1)) = Mat; M_Mat = M_Mat+Mat_;
    end
    RMAT = M_Mat;
end
Ms = RMAT;
end
end

switch S1
case 2
    fprintf('\n \n')
    EEL = input(' Sistemdeki tüm elemanlar tanımlandı mı ? [E = 1 / H = 2] - ');
    switch EEL
    case 2
        fprintf('\n')
        EELS = input(' Sisteme tanımlanacak eleman sayısı = ');
        fprintf('\n -----\n')
        for I3 = 1:EELS
            fprintf('\n (( %g. Eleman )) \n',I3)
            ESD = input(' Elemanın serbestlik dereceleri = ');
            EST = input(' Elemanın özellik seti numarası = ');
            L = L_(EST); A = A_(EST); I = I_(EST); Ac = Ac_(EST); W = W_(EST);
            E = E_(EST); Ma = Ma_(EST);

            % Elemanın Global Rijitlik ve Global Kütle Matrisi
            % -----
            [Ke] = DCE_Ke(A,I,L,Ac,E); % function DCE_Ke
            [Me,m_] = DCE_Me(A,L,W,Ac,Ma); % function DCE_Me
        end
    end
end

```

```

% Sistemin Toplam Kütlesinin Hesaplanması
% -----
m_e = m_*L; SK = SK+m_e;

% Elemanın Sisteme Atanması
% -----
for i = 1:6
    for j = 1:6
        K_(ESD(i),ESD(j)) = K_(ESD(i),ESD(j))+Ke(i,j);
        M_(ESD(i),ESD(j)) = M_(ESD(i),ESD(j))+Me(i,j);
    end
end
end
end

fprintf('\n')
fprintf('\n Sınır Şartlarının Tanımlanması')
fprintf('\n =====\n')
fprintf('\n')
MSD = input(' Mesnet atanacak serbestlik dereceleri = ');
Ks_max = max(max(Ks)); Ck = Ks_max*10^4;
for i = 1:length(MSD)
    Ks(MSD(i),MSD(i)) = Ks(MSD(i),MSD(i))+Ck;
end

fprintf('\n')
fprintf('\n Dinamik Analiz İçin Etki Vektörünün Oluşturulması')
fprintf('\n =====\n')
fprintf('\n Etki Vektöründe 1 Olacak Serbestlik Dereceleri')
fprintf('\n -----')
fprintf('\n Yatay serbestlik dereceleri - [1]')
fprintf('\n Serbestlik derecesi tanımlama - [2] \n')
S2 = input(' [1/2] - ');
switch S2

```

```

case 1
    l = zeros(SSD,1);
    for i = 1:3:SSD
        l(i,1) = 1;
    end
case 2
    l = zeros(SSD,1);
    Sdx = input('\n Etki vektöründe 1 olacak serbestlik dereceleri = ');
    for i = 1:length(Sdx)
        l(Sdx(i),1) = 1;
    end
end

end

%%
fprintf('\n')
fprintf('\n =====')
fprintf('\n
                                     II - Modal Analiz
=====')
fprintf('\n')

N = input('\n İstenen mod sayısı = ');
R = size(Ks,1); EVC = zeros(R); EV = zeros(1,R); T = zeros(1,R); f = zeros(1,R); w = zeros(1,R);
MKC = zeros(1,N); EMK = zeros(1,N); MKKO = zeros(1,N); TMKKO = zeros(1,N); TEMK = 0;

[MM,SM] = eig(Ks,Ms,'chol');
for i = 1:R
    EV(i) = SM(i,i); w(i) = sqrt(EV(i)); T(i) = 2*pi/w(i); f(i) = 1/T(i);
    EVC(:,i) = MM(:,i);
end
for i = 1:length(MSD)
    EVC(MSD(i),:) = 0;
end

fprintf('\n Modal Periyot ve Frekanslar')
fprintf('\n =====\n')
for i = 1:N

```

```

        fprintf('\n %2.0f. Mod: EV = %d rad2/sn2, w = %11.6f rad/sn, f = %10.6f Hz, T = %9.6f sn',i,...
            EV(i),w(i),f(i),T(i))
    end
    pause;

    fprintf('\n \n')
    fprintf('\n Mod Vektörleri')
    fprintf('\n =====\n')
    for i = 1:N
        if i < 2, fprintf('\n S.D. %2.0f. Mod',i), else fprintf(' %2.0f. Mod',i), end
    end
    for i = 1:N
        if i < 2, fprintf('\n -----'), else fprintf('-----'), end
    end
    for j = 1:R
        for i = 1:N
            if i < 2, fprintf('\n %3.0f %7.4f',j,EVC(j,i)), else fprintf(' %7.4f',EVC(j,i)), end
        end
    end
    pause;

    fprintf('\n \n')
    fprintf('\n Modal Katılım Çarpanları - Etkin Modal Kütleler')
    fprintf('\n =====\n')
    fprintf('\n M.K.Ç. : Modal Katılım Çarpanları ')
    fprintf('\n E.M.K. : Etkin Modal Kütleler ')
    fprintf('\n E.M.K.O.: Etkin Modal Kütle Oranları')
    fprintf('\n K.TOP. : Etkin Modal Kütle Oranlarının Kümülatif Toplamı')
    fprintf('\n')
    fprintf('\n
                                     M.K.Ç.      E.M.K.      E.M.K.O.      K.TOP.')
    fprintf('\n -----\n')
    for i = 1:N
        MKC(i) = (EVC(:,i)'*Ms*1)/(EVC(:,i)'*Ms*EVC(:,i));
        EMK(i) = MKC(i)*EVC(:,i)'*Ms*1;
        MKKO(i) = 100*EMK(i)/SK;
        if i < 2
            TEMK = EMK(i);

```

```

        TMKKO(i) = MKKO(i);
    else
        TEMK      = TEMK+EMK(i);
        TMKKO(i) = TMKKO(i-1)+MKKO(i);
    end
    fprintf('\n %2.0f. Mod: T = %9.6f sn,   %9.6f   %9.6f   %9.6f   %9.6f',i,T(i),MKC(i),EMK(i),...
        MKKO(i),TMKKO(i))
end
pause;

fprintf('\n \n')
fprintf('\n Mod Sayısı Yeterlik Kontrolü')
fprintf('\n =====\n')
fprintf('\n Sitemin toplam kütlesi ..... = %9.6f',SK)
if SK*0.90 <= TEMK
    fprintf('\n Sitemin toplam kütlesi x 0.90 = %9.6f <= Toplam etkin modal kütle = %9.6f \n',...
        SK*0.90,TEMK)
    fprintf('\n                                     Mod sayısı yeterli.')
```

```

else
    fprintf('\n Sitemin toplam kütlesi x 0.90 = %9.6f > Toplam etkin modal kütle = %9.6f \n',...
        SK*0.90,TEMK)
    fprintf('\n                                     Mod sayısı yetersiz!')
```

```

end
pause;
fprintf('\n')

%%
fprintf('\n')
fprintf('\n =====')
fprintf('\n                III - Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analiz                ')
fprintf('\n =====')
fprintf('\n')

fprintf('\n Mod birleştirme yöntemi ile zaman tanım aralığında dinamik analiz          - [1]')
fprintf('\n Doğrudan integrasyon metotları ile zaman tanım aralığında dinamik analiz - [2] \n')
S3 = input('                               [1/2] - ');
```

```

switch S3
  case 1
    fprintf('\n Mod Birleştirme Yöntemi İle Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analiz')
    fprintf('\n =====\n')
    fprintf('\n')
    Mod_S = input(' Analizde hesaba katılacak mod sayısı = ');
  case 2
    fprintf('\n Doğrudan İntegrasyon Metotları İle Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analiz')
    fprintf('\n =====\n')
    fprintf('\n Newmark Metodu ..... - [1] ')
    fprintf('\n Wilson Theta Metodu ..... - [2] ')
    fprintf('\n Hilber-Hughes-Taylor Alpha Metodu ..... - [3] ')
    fprintf('\n Wood-Bossak-Zienkiewicz Alpha Metodu ..... - [4] ')
    fprintf('\n Chung-Hulbert Genelleştirilmiş Alpha Metodu - [5] \n')
    S_DIM = input(' [1/2/3/4/5] - ');
end

fprintf('\n Analiz Parametreleri')
fprintf('\n -----\n')
fprintf('\n')
Dt = input(' Hesaplamada kullanılacak zaman adımı büyüklüğü = ');
Ts = input(' Analizin sonlandırılacağı zaman adımı ..... = ');
Od = input(' Yük fonksiyonunun ölçek değeri ..... = ');
p = -1*Od*Acc; t = 0:Dt:(Ts*Dt-Dt);
if Ts > length(p)
  for i = (length(p)+1):Ts
    p(i) = 0;
  end
end
end
pt = plot(t,-p); xlabel('t (sn)'); ylabel('İvme (m/sn^2)'); set(pt,'Color','black','LineWidth',2)

switch S3
  case 1
    % Mod Birleştirme Yöntemi
    % -----

```

```

D_d = zeros(1,Ts); q_d = zeros(1,Ts); U_n = zeros(R,Ts,Mod_S); U = zeros(R,Ts);
D_v = zeros(1,Ts); q_v = zeros(1,Ts); V_n = zeros(R,Ts,Mod_S); V = zeros(R,Ts);
D_a = zeros(1,Ts); q_a = zeros(1,Ts); A_n = zeros(R,Ts,Mod_S); A = zeros(R,Ts);
TKK_n = zeros(Ts,Mod_S); TKK = zeros(Ts,1);

fprintf('\n Sönüm')
fprintf('\n -----')
fprintf('\n Tüm modlar için sabit sönüm oranı ..... - [1]')
fprintf('\n Kütle ve rijitlik ile orantılı sönüm [Rayleigh sönüm modeli] - [2] \n')
S31 = input(' [1/2] - ');
switch S31
    case 1
        Dp = input('\n Tüm modlar için sabit sönüm oranı = ');
    case 2
        % Rayleigh sönüm modeli
        % -----
        [Cs,DpR] = RDP(w,Ks,Ms,N); % function RPD
end

tic;
for i = 1:Mod_S
    switch S31
        case 2
            Dp = DpR(i);
    end
    wn = w(i); wd = wn*sqrt(1-Dp^2); k = wn^2;
    A1 = exp(-Dp*wn*Dt)*(Dp/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt)+cos(wd*Dt);
    A2 = exp(-Dp*wn*Dt)*(1/wd)*sin(wd*Dt);
    A3 = (1/k)*(2*Dp/(wn*Dt)+exp(-Dp*wn*Dt)*(((1-2*Dp^2)/(wd*Dt)-Dp/sqrt(1-Dp^2))*...
        sin(wd*Dt)-(1+2*Dp/(wn*Dt))*cos(wd*Dt)));
    A4 = (1/k)*(1-2*Dp/(wn*Dt)+exp(-Dp*wn*Dt)*(((2*Dp^2-1)/(wd*Dt))*sin(wd*Dt)+...
        (2*Dp/(wn*Dt))*cos(wd*Dt)));
    A5 = -exp(-Dp*wn*Dt)*((wn/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt));
    A6 = exp(-Dp*wn*Dt)*(cos(wd*Dt)-(Dp/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt));
    A7 = (1/k)*(-1/Dt+exp(-Dp*wn*Dt)*((wn/sqrt(1-Dp^2)+Dp/(Dt*sqrt(1-Dp^2)))*sin(wd*Dt)+...
        (1/Dt)*cos(wd*Dt)));
    A8 = (1/(k*Dt))*(1-exp(-Dp*wn*Dt)*(Dp/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt)+cos(wd*Dt));

```

```

A9 = wn^2*exp(-Dp*wn*Dt)*((Dp/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt)-cos(wd*Dt));
A10 = wn*exp(-Dp*wn*Dt)*((2*Dp^2-1)/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt)-2*Dp*cos(wd*Dt);
A11 = (wn/k)*exp(-Dp*wn*Dt)*((-Dp*wn*Dt-1)/(sqrt(1-Dp^2)*Dt))*sin(wd*Dt)+wn*cos(wd*Dt);
A12 = (1/(k*Dt))*exp(-Dp*wn*Dt)*((wn/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt));
for j = 1:(Ts-1)
    D_d(j+1) = A1*D_d(j)+A2*D_v(j) +A3*p(j) +A4*p(j+1); q_d(j+1) = MKC(i)*D_d(j+1);
    D_v(j+1) = A5*D_d(j)+A6*D_v(j) +A7*p(j) +A8*p(j+1); q_v(j+1) = MKC(i)*D_v(j+1);
    D_a(j+1) = A9*D_d(j)+A10*D_v(j)+A11*p(j)+A12*p(j+1); q_a(j+1) = MKC(i)*D_a(j+1);
    TKK_n(j+1,i) = EMK(i)*w(i)^2*D_d(j+1);
end
if i < 2
    U_n(:, :, i) = EVC(:, i)*q_d; U = U_n(:, :, i);
    V_n(:, :, i) = EVC(:, i)*q_v; V = V_n(:, :, i);
    A_n(:, :, i) = EVC(:, i)*q_a; A = A_n(:, :, i);
    TKK = TKK_n(:, i);
else
    U_n(:, :, i) = EVC(:, i)*q_d; U = U+U_n(:, :, i);
    V_n(:, :, i) = EVC(:, i)*q_v; V = V+V_n(:, :, i);
    A_n(:, :, i) = EVC(:, i)*q_a; A = A+A_n(:, :, i);
    TKK = TKK+TKK_n(:, i);
end
end
Zaman = toc; fprintf('
fprintf('
Analiz süresi = %5.3f sn \n', Zaman)

case 2
% Doğrudan İntegrasyon Metotları
% -----
d = zeros(R, Ts); v = zeros(R, Ts); a = zeros(R, Ts);

fprintf('\n Sönüm')
fprintf('\n -----')
fprintf('\n Sönümsüz sistem ..... - [1]')
fprintf('\n Kütle ve rijitlik ile orantılı sönüm [Rayleigh sönüm modeli] - [2] \n')
S32 = input('
[1/2] - ');
switch S32
case 2

```



```

% Rayleigh sönüm modeli
% -----
[Cs,DpR] = RDP(w,Ks,Ms,N); % function RPD
end

fprintf('\n Denklem Sistemlerinin Çözümü')
fprintf('\n -----')
[bw1,bw2] = find(Ks); bw = max(bw1-bw2) + 1;
fprintf('\n Etkin rijitlik matrisinin boyutu ..... = %2.0f',R)
fprintf('\n Etkin rijitlik matrisinin yarı band genişliği ..... = %2.0f \n',bw)
fprintf('\n Etkin rijitlik matrisinin özelliklerinden yararlanma - [1]')
fprintf('\n Etkin rijitlik matrisinin ayrıştırılması (LDU) ..... - [2] \n')
S33 = input(' [1/2] - ');

switch S_DIM
case 1
    fprintf('\n Newmark Metodu')
    fprintf('\n =====\n')
    N_p = input(' [Gamma, Beta] = '); tic;
    Gamma = N_p(1,1); Beta = N_p(1,2);
    % -----
    x1 = 1/(Beta*Dt^2); x2 = Gamma/(Beta*Dt); x3 = 1/(Beta*Dt); x4 = 1/(2*Beta)-1;
    x5 = Gamma/Beta-1; x6 = (Gamma/(2*Beta)-1)*Dt; x7 = Ms*1;
    switch S32
    case 1
        K_Ef = x1*Ms+Ks;
    case 2
        K_Ef = x1*Ms+x2*Cs+Ks;
    end
    end
    switch S33
    case 1
        LSAopts.LT = false; LSAopts.UT = false; LSAopts.UHESS = false;
        LSAopts.SYM = true; LSAopts.POSDEF = true; LSAopts.RECT = false;
        LSAopts.TRANSA = false;
    case 2
        [L,D] = ldl(K_Ef);
    % -----

```

```

        LSBopts.LT = true;          LSBopts.UT = false;          LSBopts.UHESS = false;
        LSBopts.SYM = false;       LSBopts.POSDEF = false; LSBopts.RECT = false;
        LSBopts.TRANSA = false;
        % -----
        LSCopts.LT = false;        LSCopts.UT = true;          LSCopts.UHESS = false;
        LSCopts.SYM = false;       LSCopts.POSDEF = false; LSCopts.RECT = false;
        LSCopts.TRANSA = false;
    end
    for i = 1:(Ts-1)
        switch S32
            case 1
                P_Ef = x7*p(i+1)+Ms*(x1*d(:,i)+x3*v(:,i)+x4*a(:,i));
            case 2
                P_Ef = x7*p(i+1)+Ms*(x1*d(:,i)+x3*v(:,i)+x4*a(:,i))+Cs*(x2*d(:,i)+...
                    x5*v(:,i)+x6*a(:,i));
        end
        switch S33
            case 1
                d(:,i+1) = linsolve(K_Ef,P_Ef,LSAopts);
            case 2
                Y = linsolve(L,P_Ef,LSBopts); Z = D\Y; d(:,i+1) = linsolve(L',Z,LSCopts);
        end
        v(:,i+1) = x2*(d(:,i+1)-d(:,i))-x5*v(:,i)-x6*a(:,i);
        a(:,i+1) = x1*(d(:,i+1)-d(:,i))-x3*v(:,i)-x4*a(:,i);
    end
    Zaman = toc; fprintf('
    fprintf('
        Analiz süresi = %5.3f sn \n',Zaman)

case 2
    fprintf('\n Wilson Theta Metodu')
    fprintf('\n =====\n')
    Theta = input(' Theta = '); tic;
    % -----
    x1 = 6/(Theta*Dt)^2; x2 = 3/(Theta*Dt); x3 = 2*x2; x4 = Theta*Dt/2; x5 = x1/Theta;
    x6 = -x3/Theta;      x7 = 1-3/Theta;      x8 = Dt/2; x9 = Dt^2/6;      x10 = Ms*1;
    switch S32
        case 1

```

```

        K_Ef = x1*Ms+Ks;
    case 2
        K_Ef = x1*Ms+x2*Cs+Ks;
end
switch S33
case 1
    LSAopts.LT = false;    LSAopts.UT = false;    LSAopts.UHESS = false;
    LSAopts.SYM = true;    LSAopts.POSDEF = true; LSAopts.RECT = false;
    LSAopts.TRANSA = false;
case 2
    [L,D] = ldl(K_Ef);
    % -----
    LSBopts.LT = true;    LSBopts.UT = false;    LSBopts.UHESS = false;
    LSBopts.SYM = false;    LSBopts.POSDEF = false; LSBopts.RECT = false;
    LSBopts.TRANSA = false;
    % -----
    LSCopts.LT = false;    LSCopts.UT = true;    LSCopts.UHESS = false;
    LSCopts.SYM = false;    LSCopts.POSDEF = false; LSCopts.RECT = false;
    LSCopts.TRANSA = false;
end
for i = 1:(Ts-1)
    switch S32
    case 1
        P_Ef = x10*(p(i)+Theta*(p(i+1)-p(i)))+Ms*(x1*d(:,i)+x3*v(:,i)+2*a(:,i));
    case 2
        P_Ef = x10*(p(i)+Theta*(p(i+1)-p(i)))+Ms*(x1*d(:,i)+x3*v(:,i)+...
            2*a(:,i))+Cs*(x2*d(:,i)+2*v(:,i)+x4*a(:,i));
    end
    switch S33
    case 1
        d_Theta = linsolve(K_Ef,P_Ef,LSAopts);
    case 2
        Y = linsolve(L,P_Ef,LSBopts); Z = D\Y; d_Theta = linsolve(L',Z,LSCopts);
    end
    a(:,i+1) = x5*(d_Theta-d(:,i))+x6*v(:,i)+x7*a(:,i);
    v(:,i+1) = v(:,i)+x8*(a(:,i+1)+a(:,i));
    d(:,i+1) = d(:,i)+Dt*v(:,i)+x9*(a(:,i+1)+2*a(:,i));
end

```

```

end
Zaman = toc; fprintf('
fprintf('
Analiz süresi = %5.3f sn \n',Zaman)

case 3
fprintf('\n Hilber-Hughes-Taylor Alpha Metodu')
fprintf('\n =====\n')
Alpha = input(' Alpha = '); tic;
Gamma = 0.5-Alpha; Beta = 0.25*(1-Alpha)^2;
% -----
x1 = 1/((1+Alpha)*Beta*Dt^2); x2 = Gamma/(Beta*Dt); x3 = Alpha/(1+Alpha);
x4 = x1*Dt; x5 = (1/(2*Beta)-1)/(1+Alpha); x6 = Gamma/Beta-1;
x7 = (Gamma/(2*Beta)-1)*Dt; x8 = 1/(Beta*Dt^2); x9 = -x8*Dt;
x10 = 1-1/(2*Beta); x11 = Ms*1;
switch S32
case 1
K_Ef = x1*Ms+Ks;
case 2
K_Ef = x1*Ms+x2*Cs+Ks;
end
switch S33
case 1
LSAopts.LT = false; LSAopts.UT = false; LSAopts.UHESS = false;
LSAopts.SYM = true; LSAopts.POSDEF = true; LSAopts.RECT = false;
LSAopts.TRANSA = false;
case 2
[L,D] = ldl(K_Ef);
% -----
LSBopts.LT = true; LSBopts.UT = false; LSBopts.UHESS = false;
LSBopts.SYM = false; LSBopts.POSDEF = false; LSBopts.RECT = false;
LSBopts.TRANSA = false;
% -----
LSCopts.LT = false; LSCopts.UT = true; LSCopts.UHESS = false;
LSCopts.SYM = false; LSCopts.POSDEF = false; LSCopts.RECT = false;
LSCopts.TRANSA = false;
end
for i = 1:(Ts-1)

```

```

switch S32
    case 1
        P_Ef = x11*p(i+1)-x3*(x11*p(i)-Ks*d(:,i))+Ms*(x1*d(:,i)+x4*v(:,i)+...
            x5*a(:,i));
    case 2
        P_Ef = x11*p(i+1)-x3*(x11*p(i)-Cs*v(:,i)-Ks*d(:,i))+Ms*(x1*d(:,i)+...
            x4*v(:,i)+x5*a(:,i))+Cs*(x2*d(:,i)+x6*v(:,i)+x7*a(:,i));
end
switch S33
    case 1
        d(:,i+1) = linsolve(K_Ef,P_Ef,LSAopts);
    case 2
        Y = linsolve(L,P_Ef,LSBopts); Z = D\Y; d(:,i+1) = linsolve(L',Z,LSCopts);
end
v(:,i+1) = x2*(d(:,i+1)-d(:,i))-x6*v(:,i)-x7*a(:,i);
a(:,i+1) = x8*(d(:,i+1)-d(:,i))+x9*v(:,i)+x10*a(:,i);
end
Zaman = toc; fprintf('
fprintf('
Analiz süresi = %5.3f sn \n',Zaman)

case 4
fprintf('\n Wood-Bossak-Zienkiewicz Alpha Metodu')
fprintf('\n =====\n')
Alpha = input(' Alpha = '); tic;
Gamma = 0.5-Alpha; Beta = 0.25*(1-Alpha)^2;
% -----
x1 = 1-Alpha;          x2 = x1/(Beta*Dt^2);          x3 = Gamma/(Beta*Dt);
x4 = x2*Dt;           x5 = x1*(1/(2*Beta)-1-Alpha/x1); x6 = Gamma/Beta-1;
x7 = (Gamma/(2*Beta)-1)*Dt; x8 = 1/(Beta*Dt^2);          x9 = -x8*Dt;
x10 = 1-1/(2*Beta);   x11 = Ms*1;
switch S32
    case 1
        K_Ef = x2*Ms+Ks;
    case 2
        K_Ef = x2*Ms+x3*Cs+Ks;
end
switch S33

```

```

case 1
    LSAopts.LT = false;      LSAopts.UT = false;      LSAopts.UHESS = false;
    LSAopts.SYM = true;     LSAopts.POSDEF = true; LSAopts.RECT = false;
    LSAopts.TRANSA = false;
case 2
    [L,D] = ldl(K_Ef);
    % -----
    LSBopts.LT = true;      LSBopts.UT = false;      LSBopts.UHESS = false;
    LSBopts.SYM = false;   LSBopts.POSDEF = false; LSBopts.RECT = false;
    LSBopts.TRANSA = false;
    % -----
    LSCopts.LT = false;    LSCopts.UT = true;      LSCopts.UHESS = false;
    LSCopts.SYM = false;   LSCopts.POSDEF = false; LSCopts.RECT = false;
    LSCopts.TRANSA = false;
end
for i = 1:(Ts-1)
    switch S32
        case 1
            P_Ef = x11*p(i+1)+Ms*(x2*d(:,i)+x4*v(:,i)+x5*a(:,i));
        case 2
            P_Ef = x11*p(i+1)+Ms*(x2*d(:,i)+x4*v(:,i)+x5*a(:,i))+Cs*(x3*d(:,i)+...
                x6*v(:,i)+x7*a(:,i));
    end
    switch S33
        case 1
            d(:,i+1) = linsolve(K_Ef,P_Ef,LSAopts);
        case 2
            Y = linsolve(L,P_Ef,LSBopts); Z = D\Y; d(:,i+1) = linsolve(L',Z,LSCopts);
    end
    v(:,i+1) = x3*(d(:,i+1)-d(:,i))-x6*v(:,i)-x7*a(:,i);
    a(:,i+1) = x8*(d(:,i+1)-d(:,i))+x9*v(:,i)+x10*a(:,i);
end
Zaman = toc; fprintf('
fprintf('
Analiz süresi = %5.3f sn \n',Zaman)

case 5
    fprintf('\n Chung-Hulbert Genelleştirilmiş Alpha Metodu')

```

```

fprintf('\n =====\n')
Rho_inf = input(' Rho_inf = '); tic;
Alpha_m = (2*Rho_inf-1)/(Rho_inf+1); Alpha_f = Rho_inf/(Rho_inf+1);
Gamma    = 0.5-Alpha_m+Alpha_f;      Beta    = 0.25*(1-Alpha_m+Alpha_f)^2;
% -----
x1 = 1-Alpha_m; x2 = 1-Alpha_f; x3 = x1/(Beta*Dt^2); x4 = x2*Gamma/(Beta*Dt);
x5 = x3*Dt; x6 = x1*(1/(2*Beta)-1-Alpha_m/x1); x7 = x2*(Gamma/Beta-1-Alpha_f/x2);
x8 = x2*(Gamma/(2*Beta)-1)*Dt; x9 = x4/x2; x10 = 1-Gamma/Beta; x11 = -x8/x2;
x12 = x3/x1; x13 = -x12*Dt; x14 = 1-1/(2*Beta); x15 = Ms*1;
switch S32
    case 1
        K_Ef = x3*Ms+x2*Ks;
    case 2
        K_Ef = x3*Ms+x4*Cs+x2*Ks;
end
switch S33
    case 1
        LSAopts.LT = false;      LSAopts.UT = false;      LSAopts.UHESS = false;
        LSAopts.SYM = true;      LSAopts.POSDEF = true; LSAopts.RECT = false;
        LSAopts.TRANSA = false;
    case 2
        [L,D] = ldl(K_Ef);
        % -----
        LSBopts.LT = true;      LSBopts.UT = false;      LSBopts.UHESS = false;
        LSBopts.SYM = false;    LSBopts.POSDEF = false; LSBopts.RECT = false;
        LSBopts.TRANSA = false;
        % -----
        LSCopts.LT = false;    LSCopts.UT = true;      LSCopts.UHESS = false;
        LSCopts.SYM = false;    LSCopts.POSDEF = false; LSCopts.RECT = false;
        LSCopts.TRANSA = false;
end
for i = 1:(Ts-1)
    switch S32
        case 1
            P_Ef = x15*(x2*p(i+1)+Alpha_f*p(i))+Ms*(x3*d(:,i)+x5*v(:,i)+x6*a(:,i))...
                -Alpha_f*Ks*d(:,i);
        case 2

```

```

        P_Ef = x15*(x2*p(i+1)+Alpha_f*p(i))+Ms*(x3*d(:,i)+x5*v(:,i)+x6*a(:,i))...
            +Cs*(x4*d(:,i)+x7*v(:,i)+x8*a(:,i))-Alpha_f*Ks*d(:,i);
    end
    switch S33
        case 1
            d(:,i+1) = linsolve(K_Ef,P_Ef,LSAopts);
        case 2
            Y = linsolve(L,P_Ef,LSBopts); Z = D\Y; d(:,i+1) = linsolve(L',Z,LSCopts);
    end
    v(:,i+1) = x9*(d(:,i+1)-d(:,i))+x10*v(:,i)+x11*a(:,i);
    a(:,i+1) = x12*(d(:,i+1)-d(:,i))+x13*v(:,i)+x14*a(:,i);
end
Zaman = toc; fprintf('
fprintf('
        Analiz süresi = %5.3f sn \n',Zaman)
')
end
end
end

```



```

function [Ke] = DCE_Ke(A,I,L,Ac,E)

% Düzlem Çerçeve Elemanın Global Rijitlik Matrisi
% -----

Ke(1,1) = A*E*cosd(Ac)^2/L+12*E*I*sind(Ac)^2/L^3;
Ke(1,2) = A*E*sind(Ac)*cosd(Ac)/L-12*E*I*sind(Ac)*cosd(Ac)/L^3;
Ke(1,3) = -6*E*I*sind(Ac)/L^2;
Ke(1,4) = -A*E*cosd(Ac)^2/L-12*E*I*sind(Ac)^2/L^3;
Ke(1,5) = -A*E*sind(Ac)*cosd(Ac)/L+12*E*I*sind(Ac)*cosd(Ac)/L^3;
Ke(1,6) = -6*E*I*sind(Ac)/L^2;
Ke(2,2) = A*E*sind(Ac)^2/L+12*E*I*cosd(Ac)^2/L^3;
Ke(2,3) = 6*E*I*cosd(Ac)/L^2;
Ke(2,4) = -A*E*sind(Ac)*cosd(Ac)/L+12*E*I*sind(Ac)*cosd(Ac)/L^3;
Ke(2,5) = -A*E*sind(Ac)^2/L-12*E*I*cosd(Ac)^2/L^3;
Ke(2,6) = 6*E*I*cosd(Ac)/L^2;
Ke(3,3) = 4*E*I/L;
Ke(3,4) = 6*E*I*sind(Ac)/L^2;
Ke(3,5) = -6*E*I*cosd(Ac)/L^2;
Ke(3,6) = 2*E*I/L;
Ke(4,4) = A*E*cosd(Ac)^2/L+12*E*I*sind(Ac)^2/L^3;
Ke(4,5) = A*E*sind(Ac)*cosd(Ac)/L-12*E*I*sind(Ac)*cosd(Ac)/L^3;
Ke(4,6) = 6*E*I*sind(Ac)/L^2;
Ke(5,5) = A*E*sind(Ac)^2/L+12*E*I*cosd(Ac)^2/L^3;
Ke(5,6) = -6*E*I*cosd(Ac)/L^2;
Ke(6,6) = 4*E*I/L;

for i = 1:6
    for j = 1:6
        Ke(j,i) = Ke(i,j);
    end
end

end

```

```

function [Me,m_] = DCE_Me(A,L,W,Ac,Ma)

% Düzlem Çerçeve Elemanın Global Kütle Matrisi
% -----
m_ = (A*Ma+W)/9.807; X = m_*L/420; % g [m/s^2]

Me(1,1) = X*(140*cosd(Ac)^2+156*sind(Ac)^2);
Me(1,2) = X*(140*sind(Ac)*cosd(Ac)-156*sind(Ac)*cosd(Ac));
Me(1,3) = X*(-22*sind(Ac)*L);
Me(1,4) = X*(70*cosd(Ac)^2+54*sind(Ac)^2);
Me(1,5) = X*(70*sind(Ac)*cosd(Ac)-54*sind(Ac)*cosd(Ac));
Me(1,6) = X*(13*sind(Ac)*L);
Me(2,2) = X*(140*sind(Ac)^2+156*cosd(Ac)^2);
Me(2,3) = X*(22*cosd(Ac)*L);
Me(2,4) = X*(70*sind(Ac)*cosd(Ac)-54*sind(Ac)*cosd(Ac));
Me(2,5) = X*(70*sind(Ac)^2+54*cosd(Ac)^2);
Me(2,6) = X*(-13*cosd(Ac)*L);
Me(3,3) = X*(4*L^2);
Me(3,4) = X*(-13*sind(Ac)*L);
Me(3,5) = X*(13*cosd(Ac)*L);
Me(3,6) = X*(-3*L^2);
Me(4,4) = X*(140*cosd(Ac)^2+156*sind(Ac)^2);
Me(4,5) = X*(140*sind(Ac)*cosd(Ac)+156*sind(Ac)*cosd(Ac));
Me(4,6) = X*(22*sind(Ac)*L);
Me(5,5) = X*(140*sind(Ac)^2+156*cosd(Ac)^2);
Me(5,6) = X*(-22*cosd(Ac)*L);
Me(6,6) = X*(4*L^2);

for i = 1:6
    for j = 1:6
        Me(j,i) = Me(i,j);
    end
end

end

```

```

function [Cs,DpR] = RDP(w,Ks,Ms,N)

fprintf('\n Rayleigh Sönüm Modeli')
fprintf('\n -----\n')
DpR = zeros(N,1); w_ = zeros(N,1);

Di = input(' i. mod ve sönüm oranı = ');
Dj = input(' j. mod ve sönüm oranı = ');

Da(1,1) = Di(1,2); Da(2,1) = Dj(1,2);
Co(1,1) = 1/(2*w(Di(1,1))); Co(1,2) = w(Di(1,1))/2;
Co(2,1) = 1/(2*w(Dj(1,1))); Co(2,2) = w(Dj(1,1))/2;

A = Co\Da;
a0 = A(1); a1 = A(2);
Cs = a0*Ms+a1*Ks;

for i = 1:N
    DpR(i) = (a0/(2*w(i))+a1*w(i)/2); w_(i) = w(i);
end

plt = plot(w_,DpR); set(plt,'Color','black','Marker','square','LineWidth',2); grid on;
xlabel('Açısal frekans, \omega_n (rad/sn)'); ylabel('Sönüm oranı');
pause;

end

```

ZA_TA Programının Kullanımı – Analiz Sonuçları

Program çalıştırılmadan önce ivme kaydı Matlab programının çalışma alanına (*workspace*) Acc vektörü olarak tanımlanmalıdır.

Mod birleştirme yöntemi: x. serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi için $U(x,:)$
n. modda x. serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi için $U_n(x,:,n)$
x. serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi için $V(x,:)$
n. modda x. serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi için $V_n(x,:,n)$
x. serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişi için $A(x,:)$
n. modda x. serbestlik derecesinin ivme-zaman geçmişi için $A_n(x,:,n)$
taban kesme kuvveti-zaman geçmişi için TKK
n. modun taban kesme kuvveti-zaman geçmişi için $TKK_n(:,n)$

Doğrudan integrasyon metotları: x. serbestlik derecesinin yerdeğiştirme-zaman geçmişi için $d(x,:)$
x. serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi için $v(x,:)$
x. serbestlik derecesinin hız-zaman geçmişi için $a(x,:)$

e-mail: keremgurbuz1@gmail.com

GÜÇLÜ YER İVMELERİ ETKİSİNDEKİ DÜZLEM ÇERÇEVE SİSTEMLERİN
ZAMAN TANIM ARALIĞINDA DİNAMİK ANALİZİ

KEREM GÜRBÜZ

I - Sistemin Tanımlanması

Elemanların tanımlanması ile sistem matrislerinin oluşturulması - [1]
Altbirimlerin tanımlanması ile sistem matrislerinin oluşturulması - [2]
[1/2] - 2

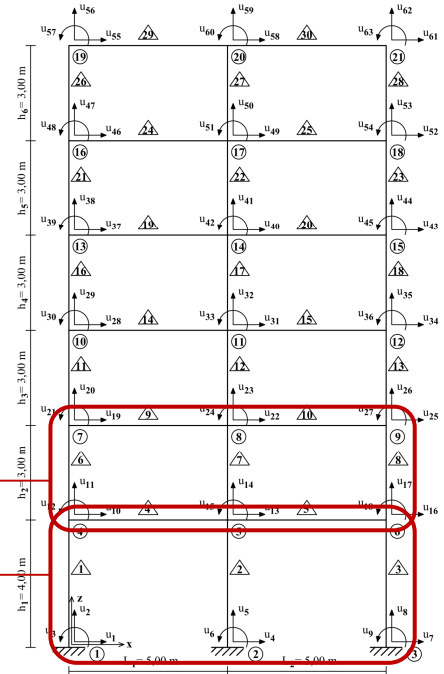
Sistemin serbestlik derecesi = 63
Sistemi oluşturan farklı altbirim sayısı = 2

[[1. Altbirim]]

Altbirimdeki en büyük serbestlik derecesi = 18
Altbirimdeki toplam eleman sayısı = 5
Altbirimin tekrar sayısı = 0

[[2. Altbirim]]

Altbirimdeki en büyük serbestlik derecesi = 27
Altbirimdeki toplam eleman sayısı = 5
Altbirimin tekrar sayısı = 4
Altbirimin serbestlik derecelerinin ötelenme değeri = 9



Şekil 1 Model-1'in tanımlanması ve dinamik analizi

Eleman Özellik Setinin Tanımlanması

Tanımlanacak özellik seti sayısı = 3

((1. Özellik Seti))

Elemanın uzunluğu [m] = 4
Elemanın enkesit alanı [m²] = 0.40²
Elemanın atalet momenti [m⁴] = 0.40⁴/12
Elemanın local eksenini ile global eksen arasındaki açı [derece] = 90
Elemanda tanımlı yayılı dış yük [tf/m] = 0
Malzeme elastisite modülü [tf/m²] = 3*10⁶
Malzeme birim hacim ağırlığı [tf/m³] = 2.5

((2. Özellik Seti))

Elemanın uzunluğu [m] = 3
Elemanın enkesit alanı [m²] = 0.40²
Elemanın atalet momenti [m⁴] = 0.40⁴/12
Elemanın local eksenini ile global eksen arasındaki açı [derece] = 90
Elemanda tanımlı yayılı dış yük [tf/m] = 0
Malzeme elastisite modülü [tf/m²] = 3*10⁶
Malzeme birim hacim ağırlığı [tf/m³] = 2.5

((3. Özellik Seti))

Elemanın uzunluğu [m] = 5
Elemanın enkesit alanı [m²] = 0.25*0.50

Şekil 1 Model-1'in tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

Elemanın atalet momenti [m⁴] = 0.25*0.50³/12
Elemanın local eksen ile global eksen arasındaki açı [derece] = 0
Elemenda tanımlı yayılı dış yük [tf/m] = 0.800
Malzeme elastisite modülü [tf/m²] = 3*10⁶
Malzeme birim hacim ağırlığı [tf/m³] = 2.5

Altbirimlerin Tanımlanması

[[1. Altbirim]]

((1. Eleman))

Elemanın serbestlik dereceleri = [1,2,3,10,11,12]

Elemanın özellik seti numarası = 1

((2. Eleman))

Elemanın serbestlik dereceleri = [4,5,6,13,14,15]

Elemanın özellik seti numarası = 1

((3. Eleman))

Elemanın serbestlik dereceleri = [7,8,9,16,17,18]

Elemanın özellik seti numarası = 1

((4. Eleman))

Elemanın serbestlik dereceleri = [10,11,12,13,14,15]

Elemanın özellik seti numarası = 3

Şekil 1 Model-1'in tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

((5. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [13,14,15,16,17,18]
Elemanın özellik seti numarası = 3

[[2. Altbirim]]

((1. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [10,11,12,19,20,21]
Elemanın özellik seti numarası = 2

((2. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [13,14,15,22,23,24]
Elemanın özellik seti numarası = 2

((3. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [16,17,18,25,26,27]
Elemanın özellik seti numarası = 2

((4. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [19,20,21,22,23,24]
Elemanın özellik seti numarası = 3

((5. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [22,23,24,25,26,27]
Elemanın özellik seti numarası = 3

Sistemdeki tüm elemanlar tanımlandı mı ? [E = 1 / H = 2] - 1

Şekil 1 Model-1'in tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

Sınır Şartlarının Tanımlanması

Mesnet atanacak serbestlik dereceleri = [1,2,3,4,5,6,7,8,9]

Dinamik Analiz İçin Etki Vektörünün Oluşturulması

Etki Vektöründe 1 Olacak Serbestlik Dereceleri

Yatay serbestlik dereceleri - [1]

Serbestlik derecesi tanımlama - [2]

[1/2] - 1

II - Modal Analiz

İstenen mod sayısı = 9

Modal Periyot ve Frekanslar

1. Mod: EV = 1.002498e+002 rad²/sn², w = 10.012482 rad/sn, f = 1.593536 Hz, T = 0.627535 sn
2. Mod: EV = 9.876418e+002 rad²/sn², w = 31.426769 rad/sn, f = 5.001726 Hz, T = 0.199931 sn
3. Mod: EV = 3.231818e+003 rad²/sn², w = 56.849078 rad/sn, f = 9.047812 Hz, T = 0.110524 sn
4. Mod: EV = 7.455272e+003 rad²/sn², w = 86.343919 rad/sn, f = 13.742061 Hz, T = 0.072769 sn

Şekil 1 Model-1'in tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

5. Mod: EV = 1.406117e+004 rad2/sn2, w = 118.579818 rad/sn, f = 18.872564 Hz, T = 0.052987 sn
6. Mod: EV = 1.447724e+004 rad2/sn2, w = 120.321410 rad/sn, f = 19.149747 Hz, T = 0.052220 sn
7. Mod: EV = 2.163148e+004 rad2/sn2, w = 147.076436 rad/sn, f = 23.407942 Hz, T = 0.042721 sn
8. Mod: EV = 2.284998e+004 rad2/sn2, w = 151.162110 rad/sn, f = 24.058197 Hz, T = 0.041566 sn
9. Mod: EV = 3.277057e+004 rad2/sn2, w = 181.026438 rad/sn, f = 28.811253 Hz, T = 0.034709 sn

Mod Vektörleri

S.D.	1. Mod	2. Mod	3. Mod	4. Mod	5. Mod	6. Mod	7. Mod	8. Mod	9. Mod
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.1255	-0.3341	-0.4398	0.4385	-0.3495	0.0027	-0.1891	0.0574	-0.0153
11	0.0025	0.0045	-0.0016	-0.0058	-0.0001	0.0717	-0.0434	-0.1450	-0.0893
12	-0.0270	0.0560	0.0323	0.0376	-0.1143	0.0234	-0.1308	0.0239	-0.1178
13	0.1257	-0.3346	-0.4410	0.4413	-0.3546	0.0000	-0.1939	0.0620	-0.0171
14	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.1791	0.0000	0.0000	0.0000
15	-0.0177	0.0335	0.0126	0.0361	-0.0691	0.0000	-0.0265	0.0636	0.1492
16	0.1255	-0.3341	-0.4398	0.4385	-0.3495	-0.0027	-0.1891	0.0574	-0.0153
17	-0.0025	-0.0045	0.0016	0.0058	0.0001	0.0717	0.0434	0.1450	0.0893

Şekil 1 Model-1'in tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

18	-0.0270	0.0560	0.0323	0.0376	-0.1143	-0.0234	-0.1308	0.0239	-0.1178
19	0.2238	-0.4494	-0.2546	-0.1608	0.4450	0.0014	0.3599	-0.1263	0.0253
20	0.0039	0.0089	-0.0023	-0.0093	-0.0014	0.1215	-0.0738	-0.2461	-0.1438
21	-0.0230	0.0003	-0.1059	0.1578	-0.0535	0.0329	0.0749	-0.0634	0.1006
22	0.2237	-0.4493	-0.2546	-0.1616	0.4500	-0.0000	0.3683	-0.1287	0.0319
23	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.3037	0.0000	0.0000	0.0000
24	-0.0174	0.0008	-0.0694	0.0935	-0.0206	0.0000	0.0414	0.0637	-0.0932
25	0.2238	-0.4494	-0.2546	-0.1608	0.4450	-0.0014	0.3599	-0.1263	0.0253
26	-0.0039	-0.0089	0.0023	0.0093	0.0014	0.1215	0.0738	0.2461	0.1438
27	-0.0230	0.0003	-0.1059	0.1578	-0.0535	-0.0329	0.0749	-0.0634	0.1006
28	0.3091	-0.3451	0.2509	-0.4108	-0.1363	0.0015	-0.4419	0.1612	-0.0379
29	0.0048	0.0134	-0.0048	-0.0105	-0.0030	0.1647	-0.1008	-0.3345	-0.1939
30	-0.0197	-0.0507	-0.1053	-0.0736	0.1781	0.0452	-0.0206	-0.0099	-0.2262
31	0.3091	-0.3451	0.2511	-0.4123	-0.1378	0.0000	-0.4507	0.1677	-0.0450
32	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.4121	0.0000	0.0000	0.0000
33	-0.0146	-0.0373	-0.0709	-0.0420	0.0827	-0.0000	0.0166	0.0852	0.3073
34	0.3091	-0.3451	0.2509	-0.4108	-0.1363	-0.0015	-0.4419	0.1612	-0.0379
35	-0.0048	-0.0134	0.0048	0.0105	0.0030	0.1647	0.1008	0.3345	0.1939
36	-0.0197	-0.0507	-0.1053	-0.0736	0.1781	-0.0452	-0.0206	-0.0099	-0.2262
37	0.3779	-0.0739	0.4411	0.2373	-0.2972	0.0004	0.4100	-0.1710	0.0467
38	0.0053	0.0168	-0.0093	-0.0127	-0.0031	0.1990	-0.1231	-0.4064	-0.2184
39	-0.0150	-0.0785	0.0269	-0.1416	-0.1414	0.0572	-0.0834	-0.0656	0.2216
40	0.3779	-0.0739	0.4415	0.2383	-0.3000	0.0000	0.4175	-0.1775	0.0598
41	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.4987	0.0000	0.0000	0.0000
42	-0.0113	-0.0568	0.0184	-0.0852	-0.0683	0.0000	0.0425	0.1550	-0.2443
43	0.3779	-0.0739	0.4411	0.2373	-0.2972	-0.0004	0.4100	-0.1710	0.0467
44	-0.0053	-0.0168	0.0093	0.0127	0.0031	0.1990	0.1231	0.4064	0.2184
45	-0.0150	-0.0785	0.0269	-0.1416	-0.1414	-0.0572	-0.0834	-0.0656	0.2216
46	0.4264	0.2354	0.0760	0.3627	0.4601	0.0044	-0.2796	0.1334	-0.0500

Şekil 1 Model-1'in tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

47	0.0056	0.0188	-0.0132	-0.0166	-0.0043	0.2226	-0.1389	-0.4566	-0.2404
48	-0.0096	-0.0690	0.1262	0.0991	-0.0279	0.0476	0.1421	0.0010	-0.4494
49	0.4264	0.2356	0.0757	0.3633	0.4634	-0.0000	-0.2802	0.1470	-0.0689
50	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.5588	0.0000	0.0000	0.0000
51	-0.0074	-0.0516	0.0899	0.0699	0.0053	-0.0000	-0.0037	0.0068	0.6260
52	0.4264	0.2354	0.0760	0.3627	0.4601	-0.0044	-0.2796	0.1334	-0.0500
53	-0.0056	-0.0188	0.0132	0.0166	0.0043	0.2226	0.1389	0.4566	0.2404
54	-0.0096	-0.0690	0.1262	0.0991	-0.0279	-0.0476	0.1421	0.0010	-0.4494
55	0.4534	0.4474	-0.4184	-0.3537	-0.2560	-0.0101	0.1224	-0.0491	0.0247
56	0.0056	0.0195	-0.0148	-0.0189	-0.0052	0.2342	-0.1503	-0.4872	-0.2204
57	-0.0049	-0.0378	0.0962	0.1686	0.2285	0.1397	-0.3003	-0.2275	0.5585
58	0.4534	0.4474	-0.4186	-0.3549	-0.2581	0.0000	0.1205	-0.0629	0.0237
59	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.5897	0.0000	0.0000	0.0000
60	-0.0034	-0.0243	0.0546	0.0807	0.0593	-0.0000	0.1748	0.4877	-0.7046
61	0.4534	0.4474	-0.4184	-0.3537	-0.2560	0.0101	0.1224	-0.0491	0.0247
62	-0.0056	-0.0195	0.0148	0.0189	0.0052	0.2342	0.1503	0.4872	0.2204
63	-0.0049	-0.0378	0.0962	0.1686	0.2285	-0.1397	-0.3003	-0.2275	0.5585

Modal Katılım Çarpanları - Etkin Modal Kütleler

=====

M.K.Ç. : Modal Katılım Çarpanları
E.M.K. : Etkin Modal Kütleler
E.M.K.O.: Etkin Modal Kütle Oranları
K.TOP. : Etkin Modal Kütle Oranlarının Kümülatif Toplamı

M.K.Ç. E.M.K. E.M.K.O. K.TOP.

Şekil 1 Model-1'in tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

1. Mod: T =	0.627535 sn,	2.799334	7.836272	85.818332	85.818332
2. Mod: T =	0.199931 sn,	-0.882785	0.779309	8.534542	94.352874
3. Mod: T =	0.110524 sn,	-0.459151	0.210819	2.308772	96.661646
4. Mod: T =	0.072769 sn,	0.277927	0.077244	0.845928	97.507574
5. Mod: T =	0.052987 sn,	-0.168831	0.028504	0.312160	97.819734
6. Mod: T =	0.052220 sn,	0.000000	0.000000	0.000000	97.819734
7. Mod: T =	0.042721 sn,	-0.081510	0.006644	0.072759	97.892493
8. Mod: T =	0.041566 sn,	0.026957	0.000727	0.007958	97.900451
9. Mod: T =	0.034709 sn,	-0.010810	0.000117	0.001280	97.901731

Mod Sayısı Yeterlik Kontrolü

=====
Sitemin toplam kütlesi = 9.131233
Sitemin toplam kütlesi x 0.90 = 8.218110 <= Toplam etkin modal kütle = 8.939635

Mod sayısı yeterli.

Şekil 1 Model-1'in tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

III - Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analiz

Mod birleştirme yöntemi ile zaman tanım aralığında dinamik analiz - [1]
Doğrudan integrasyon metotları ile zaman tanım aralığında dinamik analiz - [2]
[1/2] - 1

Mod Birleştirme Yöntemi İle Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analiz

Analizde hesaba katılacak mod sayısı = 5

Analiz Parametreleri

Hesaplama da kullanılacak zaman adımı büyüklüğü = 0.01 ← İvme kaydının Δt değeri
Analizin sonlandırılacağı zaman adımı = 3000
Yük fonksiyonunun ölçek değeri = 0.01 ← m/sn^2 için gerekli ölçek değeri

Sönüm

Tüm modlar için sabit sönüm oranı - [1]
Kütle ve rijitlik ile orantılı sönüm [Rayleigh sönüm modeli] - [2]
[1/2] - 1

Tüm modlar için sabit sönüm oranı = 0.05

Analiz süresi = 0.390 sn

Şekil 2 Model-1'in zaman tanım aralığında dinamik analizi

III - Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analiz

Mod birleştirme yöntemi ile zaman tanım aralığında dinamik analiz - [1]
Doğrudan integrasyon metotları ile zaman tanım aralığında dinamik analiz - [2]
[1/2] - 2

Doğrudan İntegrasyon Metotları İle Zaman Tanım Aralığında Dinamik Analiz

Newmark Metodu - [1]
Wilson Theta Metodu - [2]
Hilber-Hughes-Taylor Alpha Metodu - [3]
Wood-Bossak-Zienkiewicz Alpha Metodu - [4]
Chung-Hulbert Genelleştirilmiş Alpha Metodu - [5]
[1/2/3/4/5] - 1

Analiz Parametreleri

Hesaplama da kullanılacak zaman adımı büyüklüğü = 0.005
Analizin sonlandırılacağı zaman adımı = 6000
Yük fonksiyonunun ölçek değeri = 0.01

Sönüm

Sönümsüz sistem - [1]
Kütle ve rijitlik ile orantılı sönüm [Rayleigh sönüm modeli] - [2]

Şekil 3 Model-1'in zaman tanım aralığında dinamik analizi

[1/2] - 2

Rayleigh sönüm modeli

i. mod ve sönüm oranı = [1,0.05]
j. mod ve sönüm oranı = [2,0.06]

Denklemler Sisteminin Çözümü

Etkin rijitlik matrisinin boyutu = 63
Etkin rijitlik matrisinin yarı band genişliği = 12

Etkin rijitlik matrisinin özelliklerinden yararlanma - [1]
Etkin rijitlik matrisinin ayrıştırılması (LDU) - [2]
[1/2] - 2

Newmark Metodu

=====

[Gamma, Beta] = [0.6,0.3025]

Analiz süresi = 0.937 sn

Şekil 3 Model-1'in zaman tanım aralığında dinamik analizi (devam)

GÜÇLÜ YER İVMELERİ ETKİSİNDEKİ DÜZLEM ÇERÇEVE SİSTEMLERİN
ZAMAN TANIM ARALIĞINDA DİNAMİK ANALİZİ

KEREM GÜRBÜZ

I - Sistemin Tanımlanması

Elemanların tanımlanması ile sistem matrislerinin oluşturulması - [1]
Altbirimlerin tanımlanması ile sistem matrislerinin oluşturulması - [2]
[1/2] - 2

Sistemin serbestlik derecesi = 51
Sistemi oluşturan farklı altbirim sayısı = 2

[[1. Altbirim]]

Altbirimdeki en büyük serbestlik derecesi = 16
Altbirimdeki toplam eleman sayısı = 5
Altbirimin tekrar sayısı = 0

[[2. Altbirim]]

Altbirimdeki en büyük serbestlik derecesi = 23
Altbirimdeki toplam eleman sayısı = 5
Altbirimin tekrar sayısı = 4
Altbirimin serbestlik dercelerinin ötelenme değeri = 7

Şekil 4 Model-1RD'nin tanımlanması ve dinamik analizi

Eleman Özellik Setinin Tanımlanması

Tanımlanacak özellik seti sayısı = 3

((1. Özellik Seti))

Elemanın uzunluğu [m] = 4
Elemanın enkesit alanı [m²] = 0.40²
Elemanın atalet momenti [m⁴] = 0.40⁴/12
Elemanın local eksenini ile global eksen arasındaki açı [derece] = 90
Elemanda tanımlı yayılı dış yük [tf/m] = 0
Malzeme elastisite modülü [tf/m²] = 3*10⁶
Malzeme birim hacim ağırlığı [tf/m³] = 2.5

((2. Özellik Seti))

Elemanın uzunluğu [m] = 3
Elemanın enkesit alanı [m²] = 0.40²
Elemanın atalet momenti [m⁴] = 0.40⁴/12
Elemanın local eksenini ile global eksen arasındaki açı [derece] = 90
Elemanda tanımlı yayılı dış yük [tf/m] = 0
Malzeme elastisite modülü [tf/m²] = 3*10⁶
Malzeme birim hacim ağırlığı [tf/m³] = 2.5

((3. Özellik Seti))

Elemanın uzunluğu [m] = 5
Elemanın enkesit alanı [m²] = 0.25*0.50

Şekil 4 Model-IRD'nin tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

Elemanın atalet momenti [m⁴] = 0.25*0.50³/12
Elemanın local eksen ile global eksen arasındaki açı [derece] = 0
Elemenda tanımlı yayılı dış yük [tf/m] = 0.800
Malzeme elastisite modülü [tf/m²] = 3*10⁶
Malzeme birim hacim ağırlığı [tf/m³] = 2.5

Altbirimlerin Tanımlanması

[[1. Altbirim]]

((1. Eleman))

Elemanın serbestlik dereceleri = [1,2,3,10,11,12]

Elemanın özellik seti numarası = 1

((2. Eleman))

Elemanın serbestlik dereceleri = [4,5,6,10,13,14]

Elemanın özellik seti numarası = 1

((3. Eleman))

Elemanın serbestlik dereceleri = [7,8,9,10,15,16]

Elemanın özellik seti numarası = 1

((4. Eleman))

Elemanın serbestlik dereceleri = [10,11,12,10,13,14]

Elemanın özellik seti numarası = 3

Şekil 4 Model-IRD'nin tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

((5. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [10,13,14,10,15,16]
Elemanın özellik seti numarası = 3

[[2. Altbirim]]

((1. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [10,11,12,17,18,19]
Elemanın özellik seti numarası = 2

((2. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [10,13,14,17,20,21]
Elemanın özellik seti numarası = 2

((3. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [10,15,16,17,22,23]
Elemanın özellik seti numarası = 2

((4. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [17,18,19,17,20,21]
Elemanın özellik seti numarası = 3

((5. Eleman))
Elemanın serbestlik dereceleri = [17,20,21,17,22,23]
Elemanın özellik seti numarası = 3

Sistemdeki tüm elemanlar tanımlandı mı ? [E = 1 / H = 2] - 1

Şekil 4 Model-IRD'nin tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

Sınır Şartlarının Tanımlanması

Mesnet atanacak serbestlik dereceleri = [1,2,3,4,5,6,7,8,9]

Dinamik Analiz İçin Etki Vektörünün Oluşturulması

Etki Vektöründe 1 Olacak Serbestlik Dereceleri

Yatay serbestlik dereceleri - [1]

Serbestlik derecesi tanımlama - [2]

[1/2] - 2

Etki vektöründe 1 olacak serbestlik dereceleri = [10,17,24,31,38,45]

II - Modal Analiz

İstenen mod sayısı = 9

Modal Periyot ve Frekanslar

1. Mod: EV = 1.002560e+002 rad²/sn², w = 10.012790 rad/sn, f = 1.593585 Hz, T = 0.627516 sn

2. Mod: EV = 9.876986e+002 rad²/sn², w = 31.427672 rad/sn, f = 5.001869 Hz, T = 0.199925 sn

Şekil 4 Model-IRD'nin tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

3. Mod: EV = 3.232109e+003 rad2/sn2, w = 56.851639 rad/sn, f = 9.048219 Hz, T = 0.110519 sn
4. Mod: EV = 7.457346e+003 rad2/sn2, w = 86.355925 rad/sn, f = 13.743972 Hz, T = 0.072759 sn
5. Mod: EV = 1.407274e+004 rad2/sn2, w = 118.628585 rad/sn, f = 18.880326 Hz, T = 0.052965 sn
6. Mod: EV = 1.449701e+004 rad2/sn2, w = 120.403531 rad/sn, f = 19.162817 Hz, T = 0.052184 sn
7. Mod: EV = 2.166586e+004 rad2/sn2, w = 147.193261 rad/sn, f = 23.426535 Hz, T = 0.042687 sn
8. Mod: EV = 2.292369e+004 rad2/sn2, w = 151.405723 rad/sn, f = 24.096969 Hz, T = 0.041499 sn
9. Mod: EV = 3.286261e+004 rad2/sn2, w = 181.280467 rad/sn, f = 28.851682 Hz, T = 0.034660 sn

Mod Vektörleri

S.D.	1. Mod	2. Mod	3. Mod	4. Mod	5. Mod	6. Mod	7. Mod	8. Mod	9. Mod
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.1256	-0.3343	0.4403	0.4397	0.3518	0.0000	0.1908	-0.0624	-0.0173
11	0.0025	0.0045	0.0016	-0.0058	0.0001	0.0718	0.0456	0.1453	-0.0879
12	-0.0270	0.0560	-0.0323	0.0377	0.1151	0.0235	0.1329	-0.0271	-0.1272
13	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.1793	-0.0000	0.0000	-0.0000
14	-0.0177	0.0336	-0.0126	0.0360	0.0680	0.0000	0.0228	-0.0628	0.1601
15	-0.0025	-0.0045	-0.0016	0.0058	-0.0001	0.0718	-0.0456	-0.1453	0.0879

Şekil 4 Model-IRD'nin tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

16	-0.0270	0.0560	-0.0323	0.0377	0.1151	-0.0235	0.1329	-0.0271	-0.1272
17	0.2237	-0.4494	0.2547	-0.1610	-0.4469	-0.0000	-0.3621	0.1327	0.0300
18	0.0039	0.0089	0.0023	-0.0093	0.0013	0.1218	0.0773	0.2466	-0.1410
19	-0.0230	0.0002	0.1060	0.1583	0.0542	0.0328	-0.0751	0.0662	0.1116
20	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.3040	-0.0000	0.0000	-0.0000
21	-0.0175	0.0009	0.0693	0.0930	0.0200	0.0000	-0.0408	-0.0653	-0.1074
22	-0.0039	-0.0089	-0.0023	0.0093	-0.0013	0.1218	-0.0773	-0.2466	0.1410
23	-0.0230	0.0002	0.1060	0.1583	0.0542	-0.0328	-0.0751	0.0662	0.1116
24	0.3091	-0.3451	-0.2510	-0.4115	0.1364	0.0000	0.4432	-0.1708	-0.0429
25	0.0048	0.0134	0.0048	-0.0105	0.0028	0.1651	0.1056	0.3351	-0.1904
26	-0.0197	-0.0507	0.1054	-0.0738	-0.1795	0.0449	0.0200	0.0085	-0.2357
27	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.4125	-0.0000	0.0000	-0.0000
28	-0.0146	-0.0373	0.0709	-0.0417	-0.0812	-0.0000	-0.0173	-0.0841	0.3192
29	-0.0048	-0.0134	-0.0048	0.0105	-0.0028	0.1651	-0.1056	-0.3351	0.1904
30	-0.0197	-0.0507	0.1054	-0.0738	-0.1795	-0.0449	0.0200	0.0085	-0.2357
31	0.3779	-0.0739	-0.4413	0.2376	0.2988	0.0000	-0.4101	0.1802	0.0541
32	0.0053	0.0168	0.0093	-0.0126	0.0029	0.1996	0.1290	0.4072	-0.2139
33	-0.0150	-0.0785	-0.0269	-0.1418	0.1422	0.0583	0.0867	0.0661	0.2292
34	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.4991	-0.0000	0.0000	-0.0000
35	-0.0113	-0.0568	-0.0184	-0.0849	0.0673	0.0000	-0.0473	-0.1569	-0.2554
36	-0.0053	-0.0168	-0.0093	0.0126	-0.0029	0.1996	-0.1290	-0.4072	0.2139
37	-0.0150	-0.0785	-0.0269	-0.1418	0.1422	-0.0583	0.0867	0.0661	0.2292
38	0.4264	0.2355	-0.0759	0.3631	-0.4617	-0.0000	0.2769	-0.1438	-0.0592
39	0.0056	0.0188	0.0132	-0.0166	0.0040	0.2232	0.1454	0.4573	-0.2356
40	-0.0096	-0.0690	-0.1263	0.0994	0.0282	0.0462	-0.1448	0.0029	-0.4466
41	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.5590	-0.0000	0.0000	-0.0000
42	-0.0074	-0.0516	-0.0898	0.0696	-0.0055	-0.0000	0.0068	-0.0094	0.6229
43	-0.0056	-0.0188	-0.0132	0.0166	-0.0040	0.2232	-0.1454	-0.4573	0.2356
44	-0.0096	-0.0690	-0.1263	0.0994	0.0282	-0.0462	-0.1448	0.0029	-0.4466

Şekil 4 Model-IRD'nin tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

45	0.4534	0.4474	0.4185	-0.3543	0.2570	0.0000	-0.1202	0.0576	0.0245
46	0.0056	0.0195	0.0148	-0.0188	0.0049	0.2347	0.1574	0.4875	-0.2156
47	-0.0049	-0.0378	-0.0962	0.1689	-0.2302	0.1357	0.3047	0.2147	0.5513
48	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.5899	-0.0000	0.0000	-0.0000
49	-0.0034	-0.0243	-0.0547	0.0805	-0.0575	-0.0000	-0.1838	-0.4766	-0.6981
50	-0.0056	-0.0195	-0.0148	0.0188	-0.0049	0.2347	-0.1574	-0.4875	0.2156
51	-0.0049	-0.0378	-0.0962	0.1689	-0.2302	-0.1357	0.3047	0.2147	0.5513

Modal Katılım Çarpanları - Etkin Modal Kütleler

M.K.Ç. : Modal Katılım Çarpanları
E.M.K. : Etkin Modal Kütleler
E.M.K.O.: Etkin Modal Kütle Oranları
K.TOP. : Etkin Modal Kütle Oranlarının Kümülatif Toplamı

	M.K.Ç.	E.M.K.	E.M.K.O.	K.TOP.
1. Mod: T = 0.627516 sn,	2.792852	7.800023	85.421353	85.421353
2. Mod: T = 0.199925 sn,	-0.864709	0.747722	8.188624	93.609977
3. Mod: T = 0.110519 sn,	0.433040	0.187523	2.053646	95.663623
4. Mod: T = 0.072759 sn,	0.248094	0.061551	0.674068	96.337691
5. Mod: T = 0.052965 sn,	0.140861	0.019842	0.217296	96.554987
6. Mod: T = 0.052184 sn,	0.000000	0.000000	0.000000	96.554987
7. Mod: T = 0.042687 sn,	0.063674	0.004054	0.044402	96.599389
8. Mod: T = 0.041499 sn,	-0.022061	0.000487	0.005330	96.604719
9. Mod: T = 0.034660 sn,	-0.008792	0.000077	0.000847	96.605565

Şekil 4 Model-1RD'nin tanımlanması ve dinamik analizi (devam)

Mod Sayısı Yeterlik Kontrolü

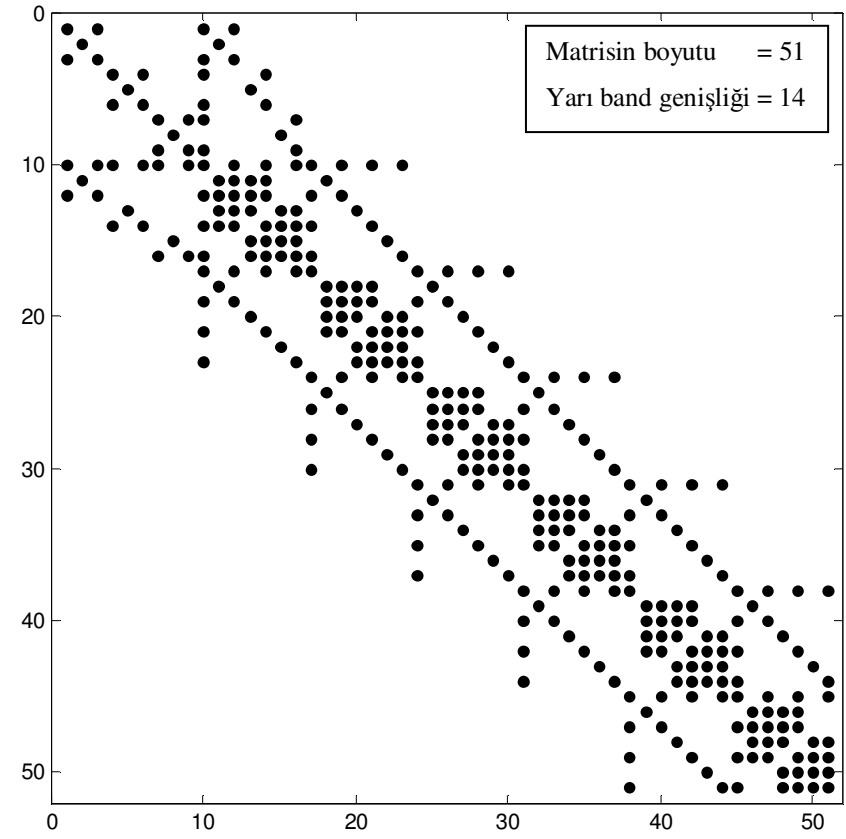
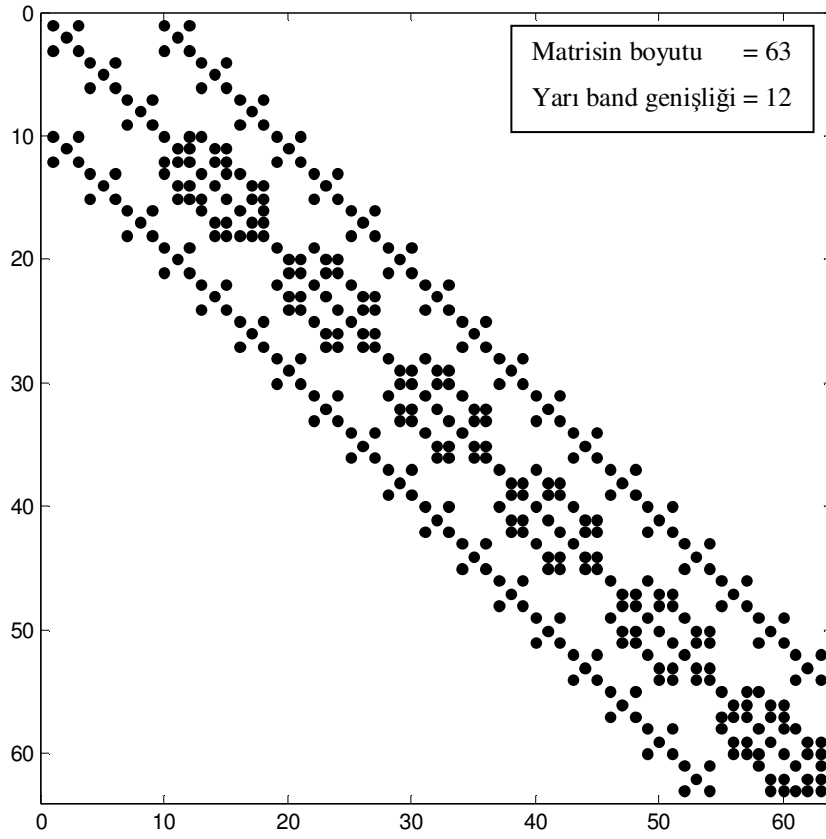
=====

Sitemin toplam kütlesi = 9.131233

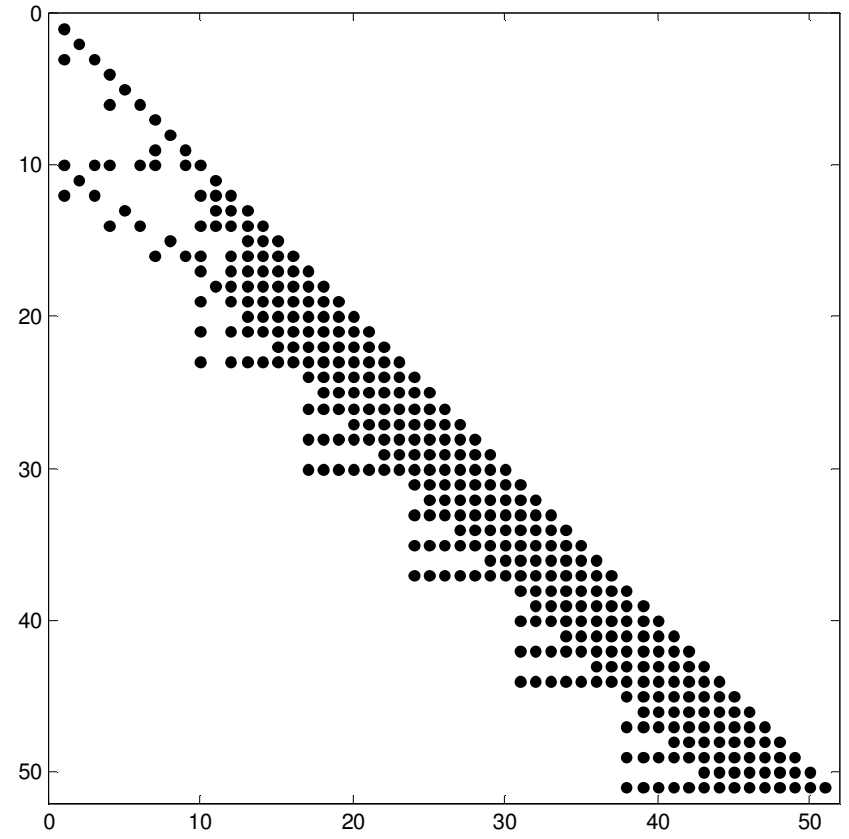
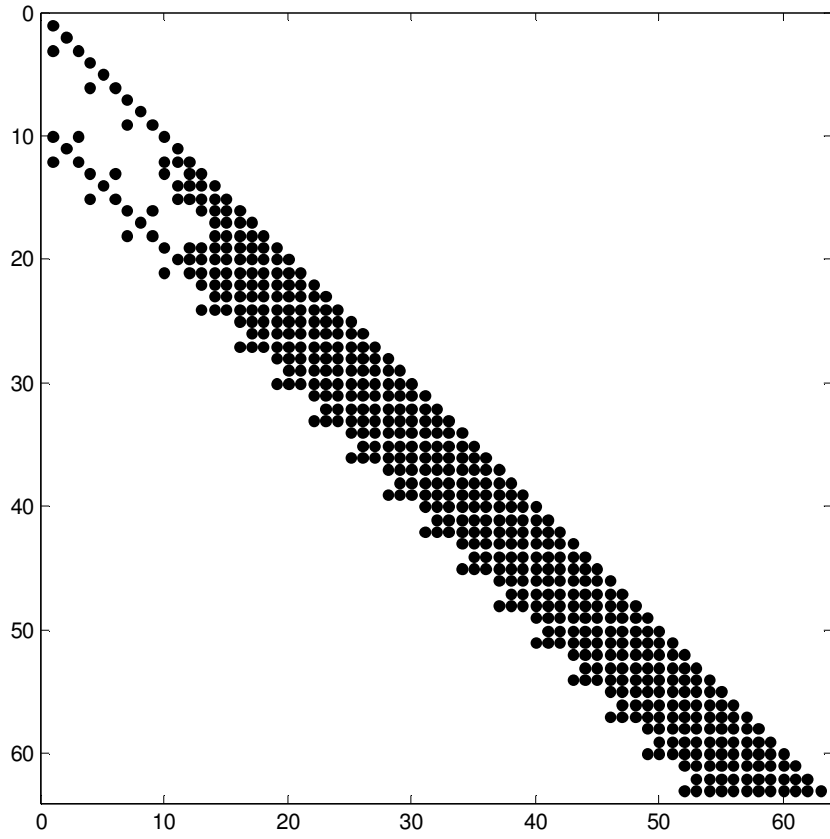
Sitemin toplam kütlesi x 0.90 = 8.218110 <= Toplam etkin modal kütle = 8.821279

Mod sayısı yeterli.

Şekil 4 Model-1RD'nin tanımlanması ve dinamik analizi (devam)



Şekil 5 Model-1 ve model-1RD'nin kütle, sönüm (Rayleigh modeli), rijitlik ve etkin rijitlik ($\hat{\mathbf{K}} = x_1 \mathbf{m} + x_2 \mathbf{c} + \mathbf{k}$) matrislerinin sembolik gösterimi



Şekil 6 Model-1 ve model-1RD'nin doğrudan integrasyon metotları için etkin rijlik matrisinin matrisinin ayrıştırılması (LDL^T), L matrisinin sembolik gösterimi

EK 2

Doğrudan İntegrasyon Metotlarının Stabilite Analizleri İçin Geliştirilmiş Bilgisayar Programları

```
fprintf('\n STA_ N: Newmark Metodunun Stabilite Analiz Programı')
fprintf('\n -----')
fprintf('\n Yazar: Kerem GÜRBÜZ \n')
fprintf('\n')

Dp_V = input(' Sönüm oranı = ');
Gamma_V = input(' Gamma = '); Beta_V = input(' Beta = ');
X = zeros(10^6,1); Y = zeros(10^6,length(Dp_V)); Dt = 1;

for j = 1:length(Dp_V)
    Dp = Dp_V(j); Gamma = Gamma_V(j); Beta = Beta_V(j);
    k = 0;
    for T = 1000:-10^-3:10^-3
        k = k+1;
        w = 2*pi/T;
        x1 = (w^2*Dt^2)/(1+2*Dp*w*Dt*Gamma+w^2*Dt^2*Beta);
        x2 = (Dp*x1)/(w*Dt);
        A(1,1) = -(0.5-Beta)*x1-2*(1-Gamma)*x2;
        A(1,2) = -x1-2*x2;
        A(1,3) = -x1;
        A(2,1) = 1-Gamma-(0.5-Beta)*Gamma*x1-2*(1-Gamma)*Gamma*x2;
        A(2,2) = 1-Gamma*x1-2*Gamma*x2;
        A(2,3) = -Gamma*x1;
        A(3,1) = (0.5-Beta)*(1-Beta*x1)-2*(1-Gamma)*Beta*x2;
        A(3,2) = 1-Beta*x1-2*Beta*x2;
        A(3,3) = 1-Beta*x1;
        Ev_A = eig(A);
        Y(k,j) = max(abs(Ev_A)); if j < 2; X(k) = Dt/T; end
    end
end
end
```

```
pt = semilogx(X,Y); xlim([0 1000]);  
xlabel('\Delta t / T'); ylabel('\rho'); set(pt,'LineWidth',2);
```

STA_ N: Newmark Metodunun Stabilite Analiz Programı

Yazar: Kerem GÜRBÜZ

Sönüm oranı = [0,0.20,0,0.20]

Gamma = [0.5,0.5,0.6,0.6]

Beta = [0.25,0.25,0.3025,0.3025]

1. metot: $\zeta = 0.00 - \gamma = 0.5 - \beta = 0.25$
2. metot: $\zeta = 0.20 - \gamma = 0.5 - \beta = 0.25$
3. metot: $\zeta = 0.00 - \gamma = 0.6 - \beta = 0.3025$
4. metot: $\zeta = 0.20 - \gamma = 0.6 - \beta = 0.3025$

Şekil 7 Stabilite programları için örnek kullanım

```

fprintf('\n STA_W1: Wilson Theta Metodunun Stabilite Analiz Programı');
fprintf('\n -----');
fprintf('\n Yazar: Kerem GÜRBÜZ \n');
fprintf('\n')

Dp_V = input(' Sönüm oranı = ');
Theta_V = input(' Theta = ');
X = zeros(10^6,1); Y = zeros(10^6,length(Dp_V)); Dt = 1;

for j = 1:length(Dp_V)
    Dp = Dp_V(j); Theta = Theta_V(j);
    k = 0;
    for T = 1000:-10^-3:10^-3
        k = k+1;
        w = 2*pi/T;
        x1 = (w^2*Dt^2)/(Theta+Dp*w*Theta^2*Dt+w^2*Theta^3*Dt^2/6);
        x2 = (Dp*x1)/(w*Dt);
        A(1,1) = 1-Theta^2*x1/3-1/Theta-Theta*x2;
        A(1,2) = -Theta*x1-2*x2;
        A(1,3) = -x1;
        A(2,1) = 1-1/(2*Theta)-Theta^2*x1/6-Theta*x2/2;
        A(2,2) = 1-Theta*x1/2-x2;
        A(2,3) = -0.5*x1;
        A(3,1) = 0.5-1/(6*Theta)-Theta^2*x1/18-Theta*x2/6;
        A(3,2) = 1-Theta*x1/6-x2/3;
        A(3,3) = 1-x1/6;
        Ev_A = eig(A);
        Y(k,j) = max(abs(Ev_A)); if j < 2; X(k) = Dt/T; end
    end
end

pt = semilogx(X,Y); xlim([0 1000]);
xlabel('\Deltat / T'); ylabel('\rho'); set(pt,'LineWidth',2);

```

```

fprintf('\n STA_W2: Wilson Theta Metodunun Stabilite Analiz Programı')
fprintf('\n -----')
fprintf('\n Yazar: Kerem GÜRBÜZ \n')
fprintf('\n')

Dp_V = input(' Sönüm oranı = ');
T_V = input(' T = ');
X = zeros(3*10^5+1,1); Y = zeros(3*10^5+1,length(Dp_V)); Dt = 1;

for j = 1:length(Dp_V)
    Dp = Dp_V(j); T = T_V(j);
    k = 0;
    for Theta = 1:10^-5:4
        k = k+1;
        w = 2*pi/T;
        x1 = (w^2*Dt^2)/(Theta+Dp*w*Theta^2*Dt+w^2*Theta^3*Dt^2/6);
        x2 = (Dp*x1)/(w*Dt);
        A(1,1) = 1-Theta^2*x1/3-1/Theta-Theta*x2;
        A(1,2) = -Theta*x1-2*x2;
        A(1,3) = -x1;
        A(2,1) = 1-1/(2*Theta)-Theta^2*x1/6-Theta*x2/2;
        A(2,2) = 1-Theta*x1/2-x2;
        A(2,3) = -0.5*x1;
        A(3,1) = 0.5-1/(6*Theta)-Theta^2*x1/18-Theta*x2/6;
        A(3,2) = 1-Theta*x1/6-x2/3;
        A(3,3) = 1-x1/6;
        Ev_A = eig(A);
        Y(k,j) = max(abs(Ev_A)); if j < 2; X(k) = Theta; end
    end
end

pt = plot(X,Y); xlabel('\theta'); ylabel('\rho'); set(pt,'LineWidth',2);

```

```

fprintf('\n STA_HHT: Hilber-Hughes-Taylor Alpha Metodunun Stabilite Analiz Programı')
fprintf('\n -----')
fprintf('\n Yazar: Kerem GÜRBÜZ \n')
fprintf('\n')

Dp_V = input(' Sönüm oranı = ');
Alpha_V = input(' Alpha = '); Gamma_V = input(' Gamma = '); Beta_V = input(' Beta = ');
X = zeros(10^6,1); Y = zeros(10^6,length(Dp_V)); Dt = 1;

for j = 1:length(Dp_V)
    Dp = Dp_V(j); Alpha = Alpha_V(j); Gamma = Gamma_V(j); Beta = Beta_V(j);
    k = 0;
    for T = 1000:-10^-3:10^-3
        k = k+1;
        w = 2*pi/T;
        x1 = (w^2*Dt^2)/(1+(1+Alpha)*2*Dp*w*Dt*Gamma+(1+Alpha)*w^2*Dt^2*Beta);
        x2 = (Dp*x1)/(w*Dt);
        A(1,1) = (1+Alpha)*(Beta-0.5)*x1+2*(1+Alpha)*(Gamma-1)*x2;
        A(1,2) = -(1+Alpha)*x1-2*x2;
        A(1,3) = -x1;
        A(2,1) = 1-Gamma+(1+Alpha)*(Beta-0.5)*Gamma*x1+2*(1+Alpha)*(Gamma-1)*Gamma*x2;
        A(2,2) = 1-(1+Alpha)*Gamma*x1-2*Gamma*x2;
        A(2,3) = -Gamma*x1;
        A(3,1) = 0.5-Beta+(1+Alpha)*(Beta-0.5)*Beta*x1+2*(1+Alpha)*(Gamma-1)*Beta*x2;
        A(3,2) = 1-(1+Alpha)*Beta*x1-2*Beta*x2;
        A(3,3) = 1-Beta*x1;
        Ev_A = eig(A);
        Y(k,j) = max(abs(Ev_A)); if j < 2; X(k) = Dt/T; end
    end
end

pt = semilogx(X,Y); xlim([0 1000]);
xlabel('\Delta t / T'); ylabel('\rho'); set(pt,'LineWidth',2);

```



```

fprintf('\n STA_WBZ: Wood-Bossak-Zienkiewicz Alpha Metodunun Stabilite Analiz Programı')
fprintf('\n -----')
fprintf('\n Yazar: Kerem GÜRBÜZ \n')
fprintf('\n')

Dp_V = input(' Sönüm oranı = ');
Alpha_V = input(' Alpha = '); Gamma_V = input(' Gamma = '); Beta_V = input(' Beta = ');
X = zeros(10^6,1); Y = zeros(10^6,length(Dp_V)); Dt = 1;

for j = 1:length(Dp_V)
    Dp = Dp_V(j); Alpha = Alpha_V(j); Gamma = Gamma_V(j); Beta = Beta_V(j);
    k = 0;
    for T = 1000:-10^-3:10^-3
        k = k+1;
        w = 2*pi/T;
        x1 = (w^2*Dt^2)/(1-Alpha+2*Dp*w*Dt*Gamma+w^2*Dt^2*Beta);
        x2 = (Dp*x1)/(w*Dt);
        A(1,1) = 1-(0.5+1/(w^2*Dt^2))*x1-2*x2;
        A(1,2) = -x1-2*x2;
        A(1,3) = -x1;
        A(2,1) = 1-(0.5+1/(w^2*Dt^2))*Gamma*x1-2*Gamma*x2;
        A(2,2) = 1-Gamma*x1-2*Gamma*x2;
        A(2,3) = -Gamma*x1;
        A(3,1) = 0.5-(0.5+1/(w^2*Dt^2))*Beta*x1-2*Beta*x2;
        A(3,2) = 1-Beta*x1-2*Beta*x2;
        A(3,3) = 1-Beta*x1;
        Ev_A = eig(A);
        Y(k,j) = max(abs(Ev_A)); if j < 2; X(k) = Dt/T; end
    end
end

pt = semilogx(X,Y); xlim([0 1000]);
xlabel('\Delta t / T'); ylabel('\rho(A)'); set(pt,'LineWidth',2);

```

```

fprintf('\n STA_CH: Genelleştirilmiş Alpha Metodunun Stabilite Analiz Programı')
fprintf('\n -----')
fprintf('\n Yazar: Kerem GÜRBÜZ \n')
fprintf('\n')

Dp_V = input(' Sönüm oranı = ');
Rho_inf_V = input(' Rho_inf = ');
X = zeros(10^6,1); Y = zeros(10^6,length(Dp_V)); Dt = 1;

for j = 1:length(Dp_V)
    Dp      = Dp_V(j);                Rho_inf = Rho_inf_V(j);
    Alpha_m = (2*Rho_inf-1)/(Rho_inf+1); Alpha_f = Rho_inf/(Rho_inf+1);
    Gamma    = 0.5-Alpha_m+Alpha_f;    Beta     = 0.25*(1-Alpha_m+Alpha_f)^2;
    k = 0;
    for T      = 1000:-10^-3:10^-3
        k      = k+1;
        w      = 2*pi/T;
        x1     = (w^2*Dt^2)/(1-Alpha_m+2*(1-Alpha_f)*Dp*w*Dt*Gamma+(1-Alpha_f)*w^2*Dt^2*Beta);
        x2     = (Dp*x1)/(w*Dt);
        A(1,1) = 1-(1/(w^2*Dt^2))*x1+((Alpha_f-1)/2)*x1+2*(Alpha_f-1)*x2;
        A(1,2) = (Alpha_f-1)*x1-2*x2;
        A(1,3) = -x1;
        A(2,1) = 1-(Gamma/(w^2*Dt^2))*x1+((Alpha_f-1)*Gamma/2)*x1+2*(Alpha_f-1)*Gamma*x2;
        A(2,2) = 1+(Alpha_f-1)*Gamma*x1-2*Gamma*x2;
        A(2,3) = -Gamma*x1;
        A(3,1) = 0.5-(Beta/(w^2*Dt^2))*x1+((Alpha_f-1)*Beta/2)*x1+2*(Alpha_f-1)*Beta*x2;
        A(3,2) = 1+(Alpha_f-1)*Beta*x1-2*Beta*x2;
        A(3,3) = 1-Beta*x1;
        Ev_A   = eig(A);
        Y(k,j) = max(abs(Ev_A)); if j < 2; X(k) = Dt/T; end
    end
end

pt = semilogx(X,Y); xlim([0 1000]);
xlabel('\Delta t / T'); ylabel('\rho'); set(pt,'LineWidth',2);

```

EK 3

Tepki Spektrumlarının Hesaplanması İçin Geliştirilmiş Bilgisayar Programı

```
function [Sd,Sv,Sa,Spv,Spa] = TE_SPEKH(p)

fprintf('\n TE_SPEKH: Tepki Spektrumlarının Hesaplanması')
fprintf('\n -----')
fprintf('\n Yazar: Kerem GÜRBÜZ \n')
fprintf('\n')

DP = input(' Hesaplama için kullanılacak sönüm değeri : ');
Dt = input(' Hesaplama için kullanılacak zaman adımı büyüklüğü : ');

N = length(p); p = -1*p;
d = zeros(1,N); v = zeros(1,N); a = zeros(1,N);

Sd_ = zeros(400,1); Sd = zeros(400,length(DP));
Sv_ = zeros(400,1); Sv = zeros(400,length(DP)); Spv_ = zeros(400,1); Spv = zeros(400,length(DP));
Sa_ = zeros(400,1); Sa = zeros(400,length(DP)); Spa_ = zeros(400,1); Spa = zeros(400,length(DP));

for j = 1:length(DP)
    Dp = DP(j);
    I = 0;
    for T = 0.01:0.01:4
        I = I+1;
        wn = 2*pi/T; wd = wn*sqrt(1-Dp^2); k = wn^2;
        A1 = exp(-Dp*wn*Dt)*((Dp/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt)+cos(wd*Dt));
        A2 = exp(-Dp*wn*Dt)*((1/wd)*sin(wd*Dt));
        A3 = (1/k)*(2*Dp/(wn*Dt)+exp(-Dp*wn*Dt)*((1-2*Dp^2)/(wd*Dt)-Dp/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt)-...
            (1+2*Dp/(wn*Dt))*cos(wd*Dt));
        A4 = (1/k)*(1-2*Dp/(wn*Dt)+exp(-Dp*wn*Dt)*((2*Dp^2-1)/(wd*Dt))*sin(wd*Dt)+(2*Dp/(wn*Dt))*...
            cos(wd*Dt));
```

```

A5 = -exp(-Dp*wn*Dt)*((wn/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt));
A6 = exp(-Dp*wn*Dt)*(cos(wd*Dt)-(Dp/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt));
A7 = (1/k)*(-1/Dt+exp(-Dp*wn*Dt)*((wn/sqrt(1-Dp^2)+Dp/(Dt*sqrt(1-Dp^2)))*sin(wd*Dt)+...
(1/Dt)*cos(wd*Dt)));
A8 = (1/(k*Dt))*(1-exp(-Dp*wn*Dt)*((Dp/sqrt(1-Dp^2))*sin(wd*Dt)+cos(wd*Dt)));
for i = 1:(N-1)
    d(i+1) = A1*d(i)+A2*v(i)+A3*p(i)+A4*p(i+1);
    v(i+1) = A5*d(i)+A6*v(i)+A7*p(i)+A8*p(i+1);
    a(i+1) = -2*Dp*wn*v(i+1)-(wn^2)*d(i+1);
end
Sd_(I) = max(abs(d)); Sv_(I) = max(abs(v)); Sa_(I) = max(abs(a));
Spv_(I) = wn*Sd_(I); Spa_(I) = wn*Spv_(I);
end
Sd(:,j) = Sd_; Sv(:,j) = Sv_; Sa(:,j) = Sa_; Spv(:,j) = Spv_; Spa(:,j) = Spa_;
end

T = 0.01:0.01:4;
set(0,'DefaultAxesColorOrder',[0 0 0], 'DefaultAxesLineStyleOrder','-|-.|--|:');
pt = plot(T,Sa); xlabel('T (sn)'); ylabel('S_a (cm/sn^2)'); set(pt,'LineWidth',2); grid on

end

```

TE_SPEKH: Tepki Spektrumlarının Hesaplanması

Yazar: Kerem GÜRBÜZ

Hesaplamada kullanılacak sönüm değerleri : [0,0.05,0.10,0.20]

Hesaplamada kullanılacak zaman adımı büyüklüğü : 0.01

Şekil 8 Program için örnek kullanım