

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TABAN AKIŞININ AKARSU
AKIŞLARININ MATEMATİKSEL
YAPISINA ETKİSİ

Sibel AR

Ocak, 2013
İZMİR

**TABAN AKIŞININ AKARSU
AKIŞLARININ MATEMATİKSEL
YAPISINA ETKİSİ**

**Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi
İnşaat Mühendisliği Bölümü
Hidrolik-Hidroloji ve Su Kaynakları Anabilim Dalı**

Sibel AR

**Ocak, 2013
İZMİR**

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

SİBEL AR (ÖZÇELİKLER), tarafından **PROF.DR. ERTUĞRUL BENZEDEN** yönetiminde hazırlanan “**TABAN AKIŞININ AKARSU AKIŞLARININ MATEMATİKSEL YAPISINA ETKİSİ**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

PROF. DR. ERTUĞRUL BENZEDEN

Yönetici

Doç. Dr. Mustafa Sabuncu

Jüri Üyesi

Doç. Dr. Okan Fistikoglu

Jüri Üyesi

PROF.DR. MUSTAFA SABUNCU

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Tez çalıőmam sırasında tez konusunun belirlenmesinde, kaynak araőtırmasında, verilerin yorumlanması ve tez raporunun hazırlanmasındaki özverili desteği ve yardımlarından dolayı, çok değerli hocam Sayın Prof. Dr.Ertuğrul BENZEDEN'e, ve özellikle MATLAB yazılımının kullanımındaki yardım ve katkılarından ötürü Doç.Dr. Okan FISTIKOğLU'na teőekkürü bir borç bilirim.

Büyük bir özveri ile maddi-manevi her türlü desteği sağlayan aileme, tez sürecindeki teővik ve desteğinden ötürü biricik anneme ve tezin hazırlanması aşamasında yardımlarından ötürü eőim İnő. Yük. Müh. Erol AR'a teőekkürü ederim.

Sibel AR
Ocak 2013, İzmir

TABAN AKIŞININ AKARSU AKIŞLARININ MATEMATİKSEL YAPISINA ETKİSİ

ÖZ

Geçmişte, hidrolojik süreçlerin oluşum mekanizmasını yöneten fiziksel ve/veya probabilistik yasaları tanımlamak amacıyla bir çok yapısal veya yapısal olmayan matematik model (stokastik, parametrik veya kavramsal vb.) geliştirilmiştir. Yatağı kurumayan (perennial) akarsulardaki toplam akımın önemli bir bölümünü yüzeyaltı, yeraltı suyu ve kar erimesinden beslenen taban akışları oluşturur. Taban akışı bileşenleri akarsu akışlarının matematiksel yapısını daha karmaşık bir hale sokmakla birlikte, toplam akışların miktar ve kalite bakımından iyileşmesini sağlamaktadır.

Bu çalışmada, Dicle Nehri-Botan Çayı Billoris (2633) gözlem istasyonunda 1955-2004 döneminde ölçülen günlük akışlar *sayısal filtreleme* yöntemiyle yüzeysel ve taban akışı bileşenlerine ayrılmıştır. Daha sonra, günlük akışlar toplanarak aylık akış zaman serileri oluşturulmuştur. Çalışmanın bütün aşamalarında sayısal filtreleme ile tahmin edilen yüzeysel ve taban akışı bileşenlerinin gerçek durumu temsil ettiği varsayılmıştır.

Yüzeysel ve taban akışı bileşenlerinin ve toplam akışların aylık ortalama, standart sapma, çarpıklık katsayısı ve birinci serisel korelasyon katsayısı gibi örnek istatistiklerine eklenik *nisbi periyodogram analizi* uygulanarak, akış bileşenlerinin harmonik karakteristiklerinin toplam akışların periyodik özelliklerine etkisi araştırılmıştır. Bu çalışma, taban akışı sürecinin mevsimsel yapısının toplam akış istatistiklerinin genlik ve açılal fazlarının yanı sıra, frekans dağılımını (çarpıklık katsayısı gibi) ve serisel bağımlılık yapısını da etkilediğini göstermiştir.

Çalışmanın ikinci aşamasında tam standardize orijinal ve normalize edilmiş (dönüşümden geçirilmiş) toplam akış ve akış bileşenleri serilerine *mevsimsel olmayan (Box-Jenkins türü) stasyonier stokastik zaman serisi modelleri* uyarlanmıştır. Bu modelleme çalışmaları, özellikle küçük zaman kaymalarında taban akışlarının

toplam akışlardaki serisel bağımlılığı yüzeysel akışların nerede ise iki katı kadar arttırdığını göstermektedir. Bu yüzden yüzeysel akışların ARMA(1,1) yapısı taban akışlarının AR(3) yapısı tarafından baskı altına alınmakta ve toplam akışlar ortalamasal bir AR(3) model yapısına bürünmektedir.

Çalışmanın son bölümünde, yüzeysel akış ve taban akışı bileşenlerinin alansal yağış girdilerine verdikleri tepkileri karşılaştırmak amacıyla toplam akışlara ve akış bileşenlerine *yağış girdili transfer fonksiyonu modelleri* (TFM), diğer bir deyişle ARX (n_a, n_b, n_k) modelleri uyarlanmıştır. Alansal aylık yağışların hemen hemen gürültü yapısında olduğu görüldüğünden, girdi ve çıktılara ön arıtma uygulamak gerekmemiştir. TFM analizleri, her üç girdi-çıktı ilişkisinin de bir ARX(2,2,0) modeli ile tanımlanabileceğini göstermiştir. Ancak, muhtemelen güçlü içsel bağımlılık yapısı nedeniyle taban akışları için kurulan ARX(2,2,0) modeli en güçlü modeldir.

Anahtar Sözcükler: Akarsu taban akışları, mevsimsel olmayan zaman serisi modelleri, transfer fonksiyon modelleri

ROLE OF BASE FLOWS ON THE MATHEMATICAL STRUCTURE OF RIVER FLOWS

ABSTRACT

In the past, a wide variety number of structural and non-structural mathematical models (such as stochastic models, parametric or conceptual models, etc.) have been developed in order to describe the physical and/or probabilistic laws that govern the generating mechanisms of the hydrologic processes. A considerable portion of total stream flows at perennial rivers are baseflows due to subsurface flows, groundwater contributions and snowmelt. Baseflow components of total flow in a river improve the quantity and quality of river flows; nevertheless, these components cause the total flows to have a more complicated mathematical structure.

In this study, daily flows recorded at Billoris (2633) located on the Tigris River-Botan Creek for the period 1955-2004 are separated into surface and baseflow components by the method of *digital filtering*. Then, the monthly surface flow and baseflow time series are made up by aggregating the estimated daily flow components at each month. In the all stages of this research it is assumed that the surface and baseflow components estimated through digital filtering procedure were representative to the actual situation.

Impacts of the surface and baseflow components on the periodic (seasonal) structure of total flows are investigated by *relative cumulative periodogram (line-spectrum) analyses* applied on the seasonal sample statistics, such as the twelve monthly means, standard deviations, skewnesses and lag-one seasonal autocorrelations. This research have shown us that the seasonal structure of the baseflow process is considerably effective not only on the amplitudes and angular phases of total flows but also on its distributional (such as the skewnesses) and serial dependence structure.

At the second stage of the study *non-seasonal stochastic time series models* (namely, *the Box-Jenkins type stationary mathematical models*) are fitted for the fully standardized original and normalized (transformed) time series of total flows and surface and baseflow components. These modeling attempts revealed that baseflow components cause to increase the serial dependence of total flows as twice as the serial dependence of surface flow components especially at small lags. Hence, the ARMA(1,1) structure of the surface flow components is dominated by the AR(3) structure of the baseflow components, resulting an intermediate AR(3) model structure for the total flows.

At the last stage of the study *the transfer function models (TFM) with rainfall inputs*, namely the ARX (n_a, n_b, n_k) models, are fitted for the monthly total flows and for the flow components in order to compare the responses of the surface flow and baseflow components to the areal rainfall inputs. It is found that the areal monthly rainfall series is almost a noise, and therefore prewhitening of the input and outputs is not necessary. The TFM analyses have shown us that all the three input-output relationships can be represented by an ARX(2,2,0) model. However, the most powerful TFM is found to be the ARX(2,2,0) model of baseflow components, probably because of the strong serial dependence structure of this components.

Keywords: Baseflows in rivers, modeling of non-seasonal time series, transfer function models

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
TEZ SONUÇ FORMU.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZ.....	iv
ABSTRACT.....	vi
BÖLÜM BİR – GİRİŞ.....	1
1.1 Akarsu Akışlarının Bileşenleri.....	1
1.2 Akarsuların Akış Rejimleri.....	1
1.3 Akış Süreçlerinin Modellenmesi.....	5
1.3.1 Modelleme Gereksinimi.....	5
1.3.2 Sürekli Parametrik (Kavramsal) Yağış-Akış Modelleri.....	6
1.3.3 Transfer Fonksiyonu Modelleri.....	6
1.3.4 Mevsimsel ve Mevsimsel Olmayan Stokastik Zaman Serisi Modelleri....	7
1.4 Amaç ve Kapsam.....	8
BÖLÜM İKİ – ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	10
2.1 Taban Akışlarının Ayrılması İle İlgili Çalışmalar.....	10
2.2 Taban Akışlarını Dikkate Alan Stokastik Zaman Serisi Modelleri.....	13
BÖLÜM ÜÇ – SÜREKLİ TABAN AKIŞI AYIRMA YÖNTEMLERİ.....	21
3.1 Akarsu Akışlarının Bileşenleri.....	21
3.2 Akarsularda Sürekli Taban Akışı Ayırma Yöntemleri.....	24

**BÖLÜM DÖRT – OTOKORELASYON, KISMİ OTOKORELASYON VE
KROS-KORELASYON KAVRAMLARI.....26**

4.1 Otokorelasyon Fonksiyonu.....	26
4.2 Kısmi-Otokorelasyon Fonksiyonu.....	29
4.3 Kros-Korelasyon Fonksiyonu.....	31

BÖLÜM BEŞ – STASYONER ZAMAN SERİSİ MODELLERİ.....33

5.1 Aylık Zaman Serilerinin İkinci Mertebeden Stasyonere Hale Getirilmesi.....	33
5.2 Otoregressif Süreç Modelleri.....	39
5.2.1 Sabit Parametrelili (Mevsimsel Olmayan) Otoregressif Süreçler (AR(P)).....	39
5.2.1.1 AR(1) Süreci.....	41
5.2.1.2 AR(2) Süreci.....	42
5.2.1.3 AR(3) Süreci.....	43
5.2.2 Periyodik (Mevsimsel) Otoregressif Süreçler (PAR(P)).....	45
5.2.2.1 PAR(1) Süreci (Thomas-Fiering Modeli).....	48
5.2.2.2 PAR(2) Süreci.....	50
5.2.2.3 PAR(3) Süreci.....	51
5.3 Hareketli Ortalama Süreçleri.....	53
5.4 Karma (ARMA) Süreçler.....	55
5.5 Dışsal Girdili Gürültü Bileşenli Transfer Fonksiyonu Modelleri.....	57
5.5.1 Armax Modeli.....	57
5.5.2 Arx Modeli.....	60

**BÖLÜM ALTI – TABAN AKIŞININ TOPLAM AKIŞ SÜRECİNİN
MEVSİMSEL YAPISINA ETKİSİ.....67**

6.1 Aylık Ortalamalar.....	67
6.2 Aylık Varyanslar.....	70
6.3 Mevsimsel Birinci Otokorelasyonlar.....	72

6.4 Toplam Akışların Matematiksel Yapısının Akış Bileşenleri Cinsinden İfade Edilmesi.....	73
BÖLÜM YEDİ – UYGULAMA ALANI VE VERİLER.....	76
7.1 Uygulama Alanı.....	76
7.2 Akış Verileri.....	76
7.3 Temsili Yağış İstasyonları.....	82
7.4 Yıllık Yağış-Akış İlişkileri.....	84
7.5 Ağırlıklı Ortalama Havza Yağışları.....	85
BÖLÜM SEKİZ – AYLIK AKIŞLARIN MATEMATİK MODELLERİ.....	89
8.1 Gözlemsel Akış ve Yağış Serilerinin Normalizasyonu.....	89
8.2 Billoris Aylık Toplam Akış, Taban Akışı ve Yüzeysel Akış Serilerinin Periyodik Unsurları.....	90
8.3 Toplam Akışlar ve Akış Bileşenleri için Mevsimsel Olmayan Modeller.....	97
8.4 Mevsimsel Otoregressif Modeller.....	112
8.5 Akış ve Akış Bileşenleri için Yağış Girdili Transfer Fonksiyonu Modelleri.....	120
BÖLÜM DOKUZ –SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	131
9.1 Taban Akışlarının Mevsimsel Akış İstatistiklerine Etkisi.....	131
9.2 Taban Akışlarının Stokastik Bileşen Model Yapısına Etkisi.....	132
9.3 Taban Akışlarının Yağış Akış İlişkisine Etkisi.....	133
KAYNAKLAR.....	135
EKLER.....	143

BÖLÜM BİR

GİRİŞ

1.1 Akarsu Akışlarının Bileşenleri

Günlük, haftalık, aylık zaman dilimlerindeki akarsu akışları astronomik çevrim (dünyanın güneş etrafındaki 1 yıllık dolaşımı mevsimlerin oluşumu) nedeniyle yıl içinde genlikleri ve açılma fazları belli ortalama değerler etrafında değişen periyodik salınımlar yapar. Bu nedenle, sistematik olarak akarsularda kış ve ilkbahar mevsimlerinde ortalamadan daha yüksek, yaz ve sonbahar mevsimlerinde ise daha düşük akışlar görülür. Akarsu akışlarının temel kaynağı havza üzerine düşen yağışların akışa geçebilen bölümü (dolaysız veya yüzeysel akış), yer yüzeyine yakın zemin katmanından süzülerek akarsuya katılan dolaylı akış (satıhtaltı akışı) ile derin katmanlardaki akiferlerden yeryüzüne çıkan pınarlar ve akarsu yatağı boyunca oluşan yer altı suyu boşalımlarıdır. Daha kaba bir tanımlama yapılacak olursa, herhangi bir anda akarsu yatağındaki toplam akış, yüzeysel akış, $y(t)$, ve taban akışı, $x(t)$, bileşenlerinin toplamıdır (Chow vd. 1988; Mosley ve McKerchar 1993; Wanielista vd. 1997).

$$q(t) = y(t) + x(t) \quad (1.1)$$

Fiziksel olarak akarsu yatağındaki orijinal toplam akışların (1.1) deki *toplanabilirlik* ilkesine göre oluştuğu bilinmekle birlikte, $y(t)$ yüzeysel akış ve $x(t)$ taban akışı bileşenleri ayrı ayrı ölçülemediğinden bu bileşenlerin matematiksel model yapılarının $q(t)$ toplam akış sürecinin model yapısını nasıl etkilediği somut olarak açıklanamamaktadır.

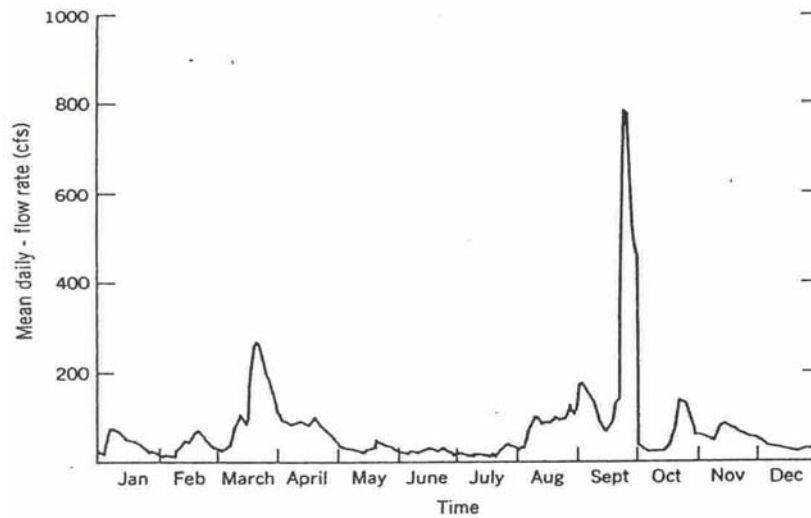
1.2 Akarsuların Akış Rejimleri

Günlük akış hidrografının bazı karakteristikleri söz konusu akarsuyun akış rejimi, taban akışı ve yüzeysel akış bileşenlerinin toplam akışlara nispi katkısı hakkında önemli ipuçları verir (Mosley ve McKerchar 1993; Wanielista vd.1997). Günlük akış

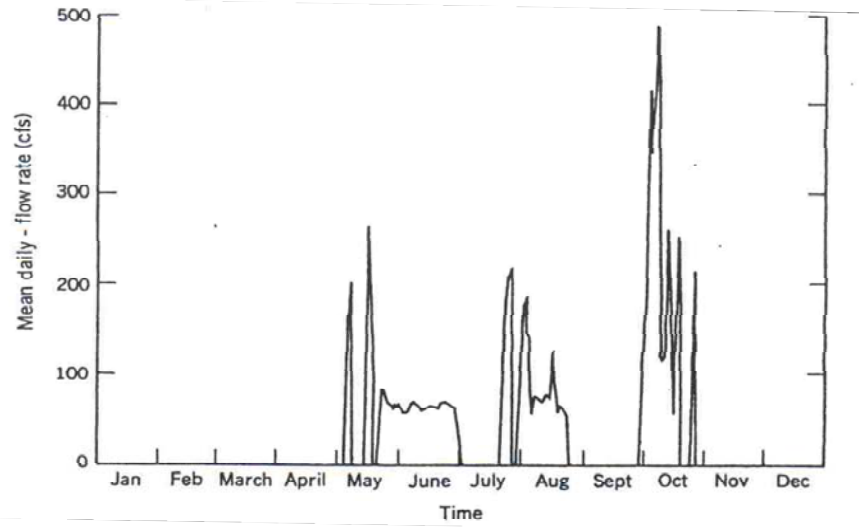
hidrograflarının çekilme (alçalma) bölgesinin uzunluğu akarsuyun uzun sürede muhtemel su potansiyelinin tahmin edilmesinde yararlı olur. Nadiren sıfıra düşen ve uzun alçalma kolları içeren günlük akış hidrografları sürekli (perennial) akış rejimine sahip bir akarsuyun tipik özelliğidir (Şekil 1-1a). Bu tür akarsularda toplam akışların önemli bir bölümü akarsu kotundan daha yüksekteki doymamış bölgeden (zemin nemi biriktirme sisteminden) akım ağına katılan dolaylı akışlardan (yüzeyaltı akışlarından) ve yer altı suyu boşalmılarından kaynaklanır.

Kurak ve yarı kurak iklim bölgelerindeki çıplak ve büyük ölçüde geçirimsiz jeolojiye sahip akarsularda tipik günlük akış hidrografi Şekil 1-1b'deki gibi, sadece yağışlı günlerde büyük yüzeysel akış pikleri içerir. Yılın önemli bir bölümünde akarsu akışları sıfırdır. Bu tür akarsu rejimlerine literatürde kesintili (intermittent) akış rejimi denir (Chow vd.1988; Wanielista vd. 1997). Bu tür akarsularda taban akışı sadece dolaylı yüzeysel (yüzeyaltı) akışlardan oluşur ve çok küçük mertebelere düşer.

Bazı akarsularda, akarsu yatağının tabanı ve yan bölgelerindeki zemin geçirimsizdir. Ayrıca, yeraltı suyu tablası (piyezometrik yüzey) akarsu tabanından daima aşağıda olduğundan yüzeyaltı ve taban akışı yolu ile beslenme yok gibidir. Bu tür akarsularda perennial akarsuların tersine, akarsu akışları yer altı suyunu besler.

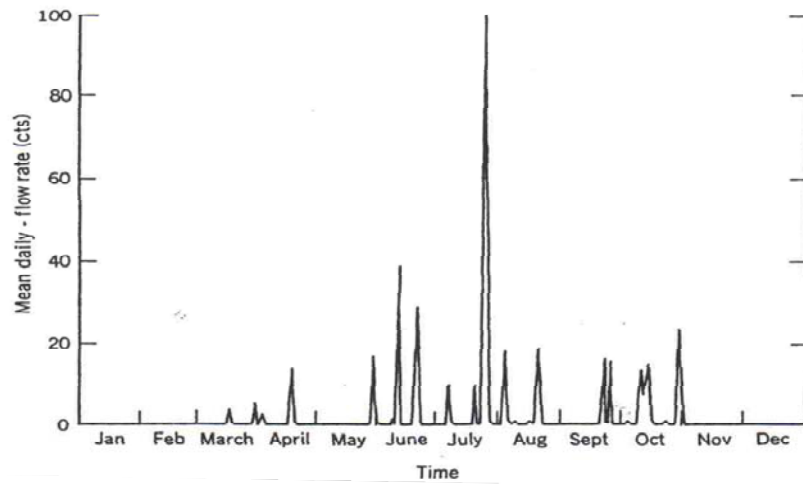


Şekil 1-1a: Sürekli (perennial) akarsuların tipik günlük hidrografi
(Reedy Creek-Florida)



Şekil 1-1b: Kesintili (intermittent) akarsuların tipik günlük hidrografi
(Middle Creek-Florida)

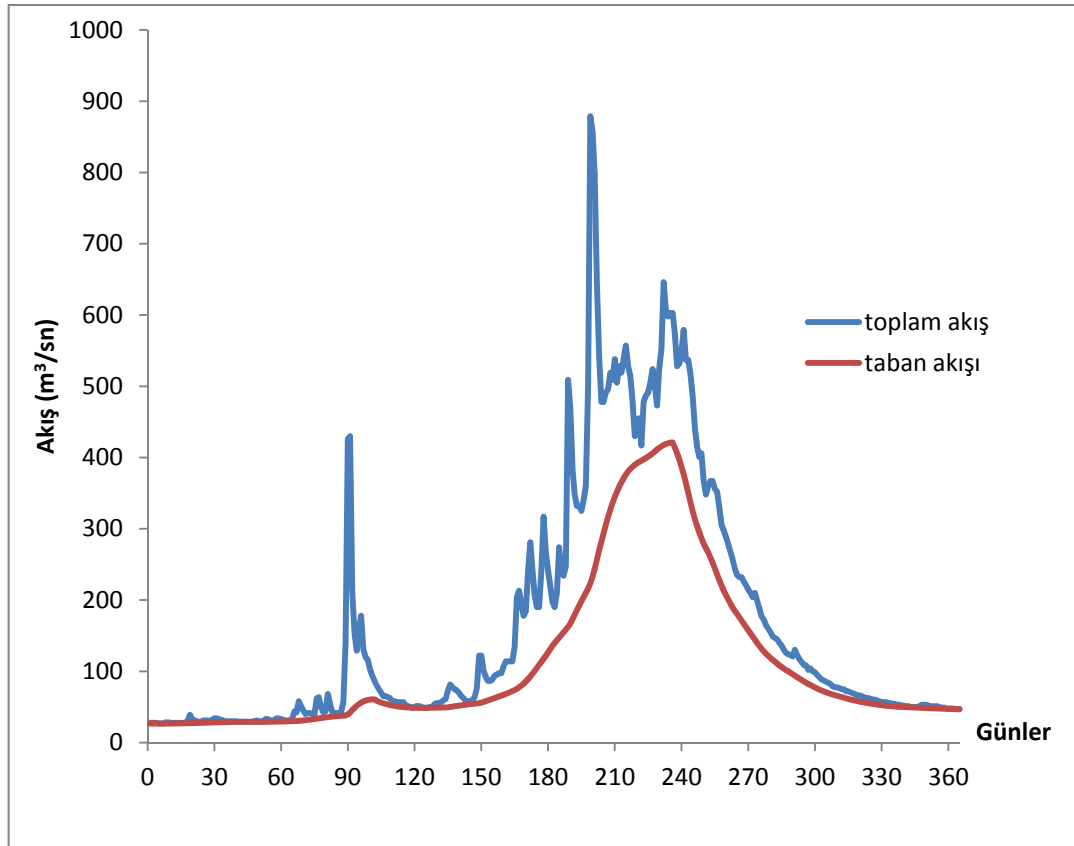
Literatürde dışa boşalımlı (ephemeral) akarsu rejimi diye adlandırılan bu tür bir akarsuyun tipik günlük akış hidrografi (Şekil 1-1c) değişik yağışlı zamanlarda çok dik çıkış-iniş kollarına sahip olan ve yağışsız zamanlarda sıfır değerinde seyir eden bir yapıdadır (Wanielista vd. 1997).



Şekil 1-1c: Dışa boşalımlı (ephemeral) akarsuların tipik günlük hidrografi
(Colorado Springs-Colorado)

Tez çalışmasında günlük ve aylık ortalama akışları incelenen Dicle Nehri-Billoris (2633) istasyonunun orta sulak 2002 su yılındaki günlük akış hidrografi ve sayısal filtreleme yöntemi ile ayrılmış taban akışı hidrografi Şekil 1-2'de

gösterilmiştir. Bu şekilden ve yukarıdaki bilgilerden de anlaşılacağı gibi, Botan Çayı drenaj alanının ($A=8747.3 \text{ km}^2$) nerede ise tamamını temsil eden Billoris istasyonundaki günlük akışlar kar erimesini de kapsayan yüksek taban akışları içermekte olup, perennial niteliktedir. Güz mevsiminde yağmur niteliğindeki yağışlardan kaynaklanan yüzeysel akışlar günlük akış hidrografının önceki yıldan süregelen alçalma kolu üzerine eklenmekte; kış mevsimi boyunca genellikle kar niteliğindeki yağışlar havzada kar örtüsü olarak depolanmakta; ilkbaharda ve yaz mevsiminin ilk aylarında sıcaklıkların yükselmesiyle havzadaki kar örtüsü eriyerek yüzeysel akışa önemli katkıda bulunmaktadır.



Şekil 1-2: Billoris'te 2002 yılı su yılı günlük toplam ve taban akışları

1.3 Akış Süreçlerinin Modellenmesi

1.3.1 Modelleme Gereksinimi

Hidrolojik zaman serilerinin matematik modellerle tanımlanması son yarım yüzyılda üzerinde en çok araştırma yapılan konulardan biri olmuştur (Hipel 1985). Bunun temel nedeni, su kaynakları sistemlerinin tasarımında ve işletilmesinde kullanılan yağış ve akarsu akışları gibi hidrolojik zaman serilerinin stokastik davranışının matematik modeller yardımıyla tasarım ve işletme prosedürlerine sokulabilmesidir. Su kaynakları sistemlerine girdi teşkil eden akış süreci gibi stokastik süreçlerin gözlemsel (tarihsel) zaman serileri kullanılarak yapılan tasarımlar, girdi sürecindeki rastgele değişimlerin proje boyutları veya işletme kararları üzerindeki etkisini gerektiğince yansıtamaz. Tarihsel verilere dayanan geleneksel boyutlar ve/veya işletme kararları, değişmeyeceği varsayılan tek bir sayısal boyut (örneğin, belli bir çekim hedefi için baraj haznesi aktif hacmi) veya sayısal işletme kararlarından (örneğin, baraj haznesinden çeşitli amaçlar için bırakılacak su miktarları) ibarettir. Bu şekilde hesaplanan proje boyutlarının ve işletme kararlarının taşıdığı riskler belirsizdir (Chow vd.1988; Bayazit 1996,1998).

Stokastik hidrolojik zaman serileri, yapısındaki stokastik bileşenler nedeniyle hem düzenli bir içsel (ardışık) bağımlılık, hem de ancak olasılık yasaları ile tanımlanabilen bir rastgele davranış gösterirler. Bu özellikler uygun bir matematiksel model ile tanımlanabilir. Stokastik bileşenin matematik modelindeki rastgele tam bağımsız (gürültü veya çalkantı) bileşenin uyduğu olasılık kuralı (olasılık dağılım fonksiyonu) belirlenebilir. Böylece, bu olasılık kuralına uygun rastgele sayılar matematik modele girilerek istenen uzunlukta, çok sayıda sentetik (yapay) zaman serisi üretilebilir. Tarihsel verilerle yapılan tasarım işlemleri sentetik zaman serileri ile tekrarlandığında, amaçlanan proje boyutu için (örneğin, belli bir çekim hedefini sağlayan aktif hazne kapasitesi için) çok sayıda sayısal değer elde edilir. Böylece, proje girdilerindeki rastgele değişimlerin proje boyutlarına etkisini ve riskleri tanımlamak mümkün olur. Bu tür çalışmalara *simülasyon* veya *deneysel istatistik yöntem* denir (Yevjevich 1972; Hipel 1985; Salas 1994).

1.3.2 Sürekli Parametrik (Kavramsal) Yağış-Akış Modelleri

Yağış, sıcaklık, evapotranspirasyon gibi girdilerden akarsu havzasındaki ortalamasal akışların üretilmesini sağlayan Parametrik modeller, akarsu havzasındaki biriktirme sistemlerinin ve bu sistemler arasındaki girdi-çıkıtı ilişkilerinin belli varsayımlar altında parametrik biçimde tanımlanmasına dayanır. Temel ilke, herhangi bir biriktirme sistemi için kütle korunumu (süreklilik) ilkesidir (Bayazit 1998). Parametrik modellerde fiziksel sistem unsurları bazı varsayımlar yapılarak basite indirgenir. Bu tür en basit modellerde dahi 5-15 parametre mevcuttur. Bu parametrelerin ortalamasal olarak en uygun değerleri kalibrasyon dönemindeki yağış, akış ve sıcaklık verilerinden hesaplanır. Uygulamada küçük havzalarda bu parametrelerin genellikle havza boyunca sabit kaldığı (lumped modeller) ve zaman içinde de değişmediği (durağan olduğu) varsayılır (Chow vd. 1988). Bu varsayımlar nedeniyle kavramsal-parametrik modeller akış sürecinin deterministik yapısını daha iyi tanımlayabilir. Stokastik davranış ise, ancak model parametrelerinin rastgele değişmesine izin vererek daha iyi tanımlanabilir.

1.3.3 Transfer Fonksiyonu Modelleri

Yukarıdaki nedenlerle, özellikle büyük akarsu havzalarında parametrik modeller yerine istatistiksel ilkelere dayanan *transfer fonksiyonu modelleri* kullanılır. Transfer fonksiyonu modelleri aslında birer “kapalı kutu” modelidir. Bu tür modellerde önemli olan akarsu havzasının fiziksel olarak yağışı akışa nasıl dönüştürdüğü değil, yağışın istatistiksel olarak akışa nasıl dönüştüğüdür. Transfer fonksiyonu modelleri fiziksel sistemle ilgili bilgi gerektirmez, bu nedenle daha az sayıda parametre içerir; kurulması (kalibrasyonu) ve kullanılması daha kolaydır. Bu tür modellerin en önemli sakıncası yağış ve akış süreçlerinin çoğu zaman “Normal dağılım” varsayımını sağlamamasıdır.

Akarsu akışlarını yağış girdisine bağlı olarak tanımlamanın diğer bir yolu da *yağış girdili, gürültü bileşenli transfer fonksiyonu modelleri* kullanmaktır (Box ve Jenkins

1976; Wei 1994; Hipel ve Mcleod 1985). Kısaca TFM ile simgelenen bu modeller matematiksel olarak

$$V(t) = v(B)U(t - b) + N_v(t) \quad (1.2)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir. Bu eşitlikte U uygun bir dönüşümle normalize edilmiş, mevsimsel ve iç bağımlı bileşenlerinden arındırılmış yağış girdisini; V normalize edilmiş (veya edilmemiş), mevsimsel bileşenlerinden arındırılmış ve yağış sürecine uygun biçimde iç bağımlılığı giderilmiş akış çıktısını; b gecikme zamanını; v(B) lineer dinamik sistemin transfer fonksiyonunu; $N_v(t)$ ise TFM gürültü bileşenini temsil etmektedir (Wei 1994).

1.3.4 Mevsimsel ve Mevsimsel Olmayan Stokastik Zaman Serisi Modelleri

Akarsu akışlarının matematiksel yapısı, herhangi bir dışsal girdi olmaksızın, yada daha doğrusu, kendi stokastik bileşenlerinin çıktısı olarak da tanımlanabilir. Bu amaçla kullanılan modellere *durağan lineer stokastik zaman serisi modelleri* denir. İlk paragrafta da açıklandığı gibi, aylık akarsu yağışları eğilim (trend) ve sıçrama (jump) gibi homojenlik bozuklukları bulunmasa dahi astronomik çevrim nedeniyle ortalama, varyans, çarpıklık katsayısı ve otokovaryans gibi istatistiksel özellikleri durağan olmayan (yıl içinde bir aydan diğerine değişebilen) süreçlerdir. Bu nedenle, aylık akış zaman serilerine literatürdeki lineer modelleri uyarlamak için iki farklı ana yaklaşım söz konusudur. Birinci yaklaşımda aylık akış serisi (veya uygun bir dönüşümle normalize edilmiş seri) nonparametrik veya parametrik standardizasyon işlemiyle değişken ortalama ve varyanslarından arındırılarak ikinci mertebeden (zayıf) stasyonere bir seriye indirgenir (Bkz. Bölüm 5-1). Sonra, bu seriye parametreleri mevsimlere göre değişmeyen (sabit) alternatif lineer iç bağımlılık modelleri uyarlanır. Bu tür modeller literatürde sabit parametrelili otoregressif (AR), hareketli ortalama (MA) ve karma (ARMA) olmak üzere üç grupta toplanmaktadır (Box ve Jenkins 1976; Salas 1980; Wei 1994). İkinci tür yaklaşımda (mevsimsel iç bağımlılık modelleri) orijinal veya uygun bir dönüşümden geçirilmiş zaman serisinin belli bir aydaki değerleri daha önceki ayların değerleri ile lineer biçimde

ilişkilendirilir. Bu ilişkilerin mertebeleri ve parametreleri bir aydan diğerine değişebilir. Bu nedenle bu tür modellere “mevsimsel” veya “periyodik” lineer zaman serisi modelleri denir. Bu modellerin uygulamada en sık kullanılanları PAR (periyodik otoregressif) ve PARMA (periyodik ARMA) modelleridir (Tao ve Delleur 1976; Salas vd. 1982; Thompstone vd. 1987).

Literatürde aylık akış serilerinin genellikle p mertebesi 1 ile 3 arasında değişen otoregressif AR(p) modelleri (Roesner, Yevjevich 1966); otoregressif parametreleri aydan aya periyodik olarak değişen PAR(p) modelleri (Thompstone vd. 1987); $p \leq 2$, $q \leq 2$ mertebelerinde otoregressif-hareketli ortalama karışımı ARMA(p,q) veya bunun periyodik katsayılı biçimi olan PARMA(p,q) modelleriyle (Tao, Delleur 1976; Salas vd. 1982; Thompstone vd.1987) oldukça iyi tanımlanabildiği belirtilmiştir.

1.4 Amaç ve Kapsam

Kısa süreli (8-12 saat ile 1-2 hafta) akış hidrograflarından taban akışını ayırmak için literatürde değişik basit yaklaşımlar önerilmiştir (Chow vd. 1988). Akarsularda ölçülen günlük toplam akışlardan taban akışlarını kabaca ayırmak için günümüze kadar sadece iki yöntem önerilmiştir: (1) *yuvarlatılmış minimumlar yöntemi* (Institute of Hydrology 1980) ve (2) *sayısal filtreleme yöntemi* (Nathan 1990)

Tez çalışmasında, Dicle Nehri Billoris (2633) akım gözlem istasyonunda 1955-2004 döneminde ölçülen günlük akışlardan sayısal filtreleme yöntemi ile taban akışları ayrılmış, bu değerler günlük akışlardan çıkarılarak yüzeysel akışlar bulunmuştur. Daha sonra, yılın her ayındaki günlük değerler toplanıp istasyon yağış alanına ($A=8747.3 \text{ km}^2$) bölünerek mm/ay birimindeki aylık toplam akış, yüzeysel akış ve taban akışı zaman serileri oluşturulmuştur.

Yapılan çalışmada taban akışlarının gerçeğe uygun biçimde ayrılmış olduğu varsayılmıştır. Bu varsayım altında çalışmanın temel amacı, taban akışlarının toplam akışların matematiksel model yapısını nasıl etkilediğini araştırmaktır.

Bu amaçla iki yaklaşımla uygulanmıştır. Birinci yaklaşımda orijinal ve uygun dönüşümlerden geçirilmiş toplam, yüzeysel ve taban akışlarına otoregressif (AR) ve karma (ARMA) modeller uyarlanmıştır. Orijinal taban akışlarının matematik modeli ile orijinal yüzeysel akışların matematik modeli süperpoze edilerek elde edilen model toplam orijinal akışların matematik modeli ile karşılaştırılmıştır. İkinci yaklaşımda, orijinal ve uygun dönüşümlerden geçirilmiş toplam, yüzeysel ve taban akışı serileri ile havza aylık yağışları arasında transfer fonksiyonu modelleri kurulmuş ve önceki gibi, süperpoze TFM ile toplam akışların TFM karşılaştırılmıştır.

BÖLÜM İKİ

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Hidrolojik zaman serilerinin matematik modellerle tanımlanması çok geniş kapsamlı bir konudur. Literatürde bu konuda yapılmış pek çok yayın mevcuttur (Hipel 1986; Salas 1993). Bu nedenle, bu bölümde sadece önemli taban akışı içeren akış serilerinin modellenmesi ile ilgili bazı çalışmalar özetlenmiştir.

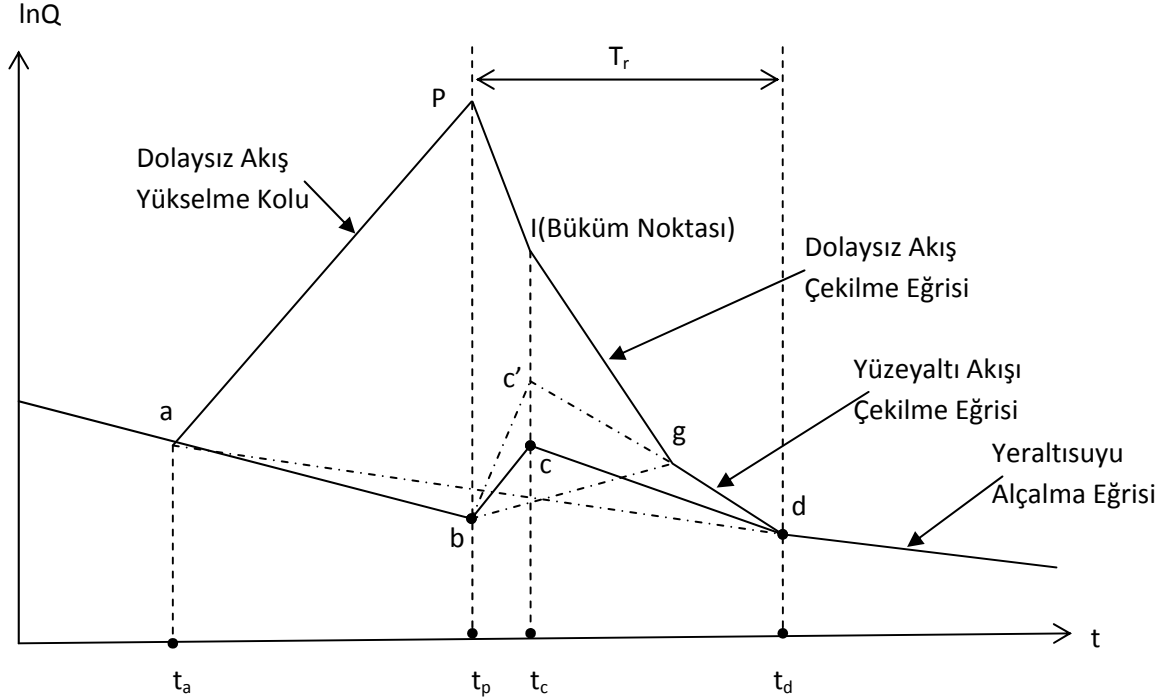
2.1 Taban Akışlarının Ayrılması İle İlgili Çalışmalar

Yeraltı suyu katkısı ve gecikmeli yüzeyaltı akışının toplamı olarak tanımlanan taban akışlarının olay bazında (taşkın hidrografları) toplam akışlardan ayrılması konusu 1900'lü yıllarda araştırılmaya başlanmıştır (Horton 1933). Basit bir taşkın hidrografından taban akışlarını kabaca (grafik olarak) ayırmak için uygulana gelen yaklaşımlar Şekil 2-1 de gösterilmiştir (Singh ve Stall 1971; Chow vd. 1988). Bunların içinde özellikle büyük havzalar için en uygun yaklaşım yarı-logaritmik eksen takımında a-b-c-d veya a-b-c'-d kırık çizgisinden oluşan yaklaşımdır (Nathan 1990; Bayazıt 1988). Dolaysız akışın sona erdiği varsayılan d noktası kabaca, hidrografın pik oluşum zamanından itibaren $T_r=(A/2)^{0.2}$ gün kadardır (Chow vd.1988; Bayazıt 1998). Burada A, km² olarak havza drenaj alanıdır.

Akarsularda yağışsız dönemde taban akışının zamanla azalması problemine, akarsu yatağını besleyen yeraltı suyu akiferinin lineer (doğrusal) bir hazne olduğu varsayılarak yarı-ampirik çözümler getirilmiştir (Horton 1933; Singh ve Stall 1971; Meier 1980; Birsoy 1989). İlk kez Maillet tarafından ortaya atılan ve daha sonra pek çok araştırmacı tarafından kullanılan (Horton 1933; Singh ve Stall 1971) bu basit yaklaşımda t anındaki taban akışı (alçalma eğrisi)

$$Q_b(t) = Q_{b0} \exp[-\alpha(t - t_0)] = Q_{b0} C^{t-t_0} \quad (2-1)$$

üstel bağıntısı ile tanımlanmaktadır. Bu eşitlikte Q_{b0} , $t=t_0$ anındaki başlangıç debisi, α (1/gün) boşalım katsayısı; $C=e^{-\alpha}$ ise, 0.85-0.98 aralığında değişebilen bir parametredir (Bayazıt 1998).



Şekil 2-1: Basit (grafiksel) taban akışı ayırma yöntemleri

Akarsu yüzeysel biriktirme sisteminin tek bir doğrusal hazne gibi davrandığı varsayılarak, hidrografın (t_a , t_p) zaman aralığındaki yükselme kolu için

$$Q_y(t) = Q_{y0} [1 - \exp\{-\alpha_y (t - t_a)\}] \quad (2-2)$$

bağıntısı elde edilebilir (Wanielista vd.1997). Burada α_y yine 1/gün boyutunda olan ve akarsu biriktirme sisteminde yüzeysel olarak depolanan suyun gecikmesini temsil eden bir parametredir ($K_y=1/\alpha_y$ depolama katsayısı diye isimlendirilir).

Yeraltısuyu ortamının tek bir nonlineer hazne gibi kabul edilmesi halinde t anındaki boşalım (alçalma eğrisi ordinatı) için Tisson (1953)

$$Q_b(t) = \frac{Q_{b0}}{[1 + \alpha_0(t - t_0)]^2} \quad (2-3)$$

kuadratik alçalma bağıntısını elde etmiştir. Bu bağıntıdaki α_0 parametresi

$$\alpha_0 = Q_0/V_0 \quad (2-4)$$

olup (Birsoy 1989), alçalma başlangıcındaki boşalmanın (Q_0) yer altı haznesinde başlangıç anında mevcut su hacmine (V_0) oranıdır ve 1/gün birimindedir. Her iki modelde de α , C , α_0 parametrelerinin t zamanı ile değişmediği varsayılmaktadır (Wittenberg 1999).

Literatürde, yukarıda kısaca özetlenen basit taban akışı ayırma varsayımlarına dayanan matematik model çalışmaları mevcuttur. Özellikle havzadaki karbonatlı kayaç (kireç taşları) boşluklarında depolanan yeraltı sularından (yani, karstik akiferlerden) beslenen akarsu akışları ile ilgili çok sayıda çalışma yapılmıştır (Öziş vd 1985; Öziş 1979).

Koç (2008), Türkiye'deki 6 havzada ölçülen günlük akış hidrograflarının alçalma kollarına (2-1) ve (2-2) modellerini optimizasyon teknikleri ile uyarlamış; α ve α_0 parametrelerinin normal dağılımlı olup olmadığını test etmiş; α ve α_0 ile Q_0 başlangıç debileri arasında anlamlı ilişkiler olmadığını saptamıştır. Ayrıca, büyük karstik akiferlerden beslenen akarsularda α ve α_0 parametrelerinin ortalama değerlerinin ve standart sapmalarının daha küçük olduğunu vurgulamıştır.

Birsoy (1989), yağışsız dönemde alçalma eğrilerine uyarlanan doğrusal ve doğrusal olmayan hazne modellerindeki parametrelerin zemin ve jeolojik özellikler ile ilişkilerini de dikkate alarak bu tür modellere yeni bir bakış açısı getirmiş; aşağıda verilen formdaki (parçalı alçalma eğrisi modeli) ampirik modellerin (Schoeller 1967) zemin ve/veya jeolojik ortamın özelliklerinden değil, boşalım modellerindeki α , α_0 gibi parametrelerin aslında durağan olmayışından kaynaklandığını vurgulamıştır.

$$Q_b(t) = \sum_{j=1}^n Q_{0,j} \exp\{-\alpha_j(t - t_0)\} \quad (2-5)$$

Bu eşitlikte n yeraltı biriktirme sistemi için öngörülen seri bağlı doğrusal hazne adedi olup, $t=t_0$ başlangıç anında $Q_{0,j}$, $j=1,2, \dots, n$ gibi parametrelerin toplamı Q_{b0} değerine eşittir.

$$Q_{b0} = \sum_{j=1}^n Q_{0,j} \quad (2-6)$$

Birsoy (2000) ayrıca, (2-6) ampirik modelindeki α_j , $j=1,2, \dots, n$ parametrelerinin, (2-6) ifadesinin t zamanına göre ilk n adet türevleri alınarak kurulan n ci mertebeden polinomun kökleri olduğuna dayanan daha etkin bir parametre tahmin yöntemi önermiştir.

2.2 Taban Akışlarını Dikkate Alan Stokastik Zaman Serisi Modelleri

Kelman(1977) günlük yağış zaman serilerinin genellikle, p mertebesinden “periyodik-otoregressif”, PAR(p), yapısındaki modeller ile oldukça iyi tanımlanabildiğini göstermiştir.

Kelman (1980), günlük akışların yüzeysel bileşenlerinin yağışlı dönemlerde yükselme kolu boyunca toplam akışların ardışık değerleri arasındaki farklar olduğunu ve günlük yağışların matematiksel yapısı ile benzer yapıda olduğunu (PAR(1) yapısı); ayrıca alçalma dönemindeki taban akışlarının biri zemin nemi biriktirme sistemini, diğeri yeraltı suyu biriktirme sistemini temsil eden iki doğrusal haznenin boşalımları olduğunu varsayarak, *yarı-ampirik bir stokastik model* önermiştir. Modelin alçalma dönemlerindeki yapısı (2-5) deki yapının $n=2$ için özel hali olup, Kelman (1980), gün birimindeki $K_1=1/\alpha_1$ ve $K_2=1/\alpha_2$ doğrusal hazne parametrelerinin optimal değerlerinin alçalma dönemindeki gözlemlerden hesabı için bir çözüm algoritması önermiştir. Yazar, taban akışlarının büyük kısmını temsil eden yeraltı suyu bileşenlerinin alçalma başlangıç anındaki oransal ($W=Q_{01}/Q_0$) katkısının

$Q_0=Q_{01}+Q_{02}$ toplam başlangıç değerine üstel biçimde bağlı olduğunu ($W=\exp(\lambda Q_0)+\varepsilon_w$), bu ilişkideki hata bileşenlerinden (ε_w) hareketle alçalma dönemlerinde sentetik taban akışı serileri üretilebileceğini ifade etmiştir.

$$Q_b(t) = Q_0[W e^{-K_1(t-t_0)} + (1 - W)e^{-K_2(t-t_0)}]; t_0 < t < T \quad (2.7)$$

Bu eşitlikte T, alçalma döneminin sona erdiği (ya da, yeni bir yağışlı dönemin başladığı) zamanı göstermektedir.

Thompstone vd.(1985) Kanada'nın Quebec eyaletindeki Lac St-Jean haznesine gelen akımları modellemek ve tahmin performanslarını karşılaştırmak amacıyla yağış, akış, kar erimesi gibi süreçlere ait haftalık zaman serilerine değişik stokastik modeller uyarlamışlardır.

Yazarlar, 1953-1979 döneminde hazneye giren haftalık akımlara mevsimsel ortalama ve standart sapmalardan arındırılmış ARMA ve PAR modelleri ile yağış/kar erimesi girdili gürültü bileşenli Transfer Fonksiyonu modelleri uyarlamışlardır. Tez çalışması ile yakın ilgisi nedeniyle bu çalışma aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Logaritmik dönüşümden geçirilip standardize edilmiş akışlara (z_t) en uygun *mevsimsel olmayan modelin* (2.8) deki ARMA(3,1) olduğuna karar vermişlerdir.

$$(1 - 1.43B + 0.626B^2 - 0.113B^3)z_t = (1 - 0.653)\varepsilon_t \quad (2.8)$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = 0.4693 \quad (2.9)$$

Bu modelin Akaike Bilgi Kriteri $AIC = 13771$ olarak bulunmuştur.

Yazarlar, gözlemsel akış serisine haftalara göre mertebesi değişen PAR(p) modellerinin de aynı düzeyde uygun olduğunu görmüşlerdir ($AIC=13682$)

Yazarlar yaptıkları çalışmada hazneye giren akışlar için (a) sadece *yağış girdili TFM*, (b) *kar erimesi girdili TFM* ve (c) *hem yağış hem de kar erimesi girdili TFM* de denemişlerdir.

Tam standardize haftalık yağışların bağımsız-rastgele bir seri olduğunu görmüşler; logaritmik dönüşümden geçmiş ve mevsimsel ortalama ve standart sapmalardan arındırılmış (tam standardize edilmiş) akışlar ile yağışlar arasında ($b=0$, $r=1$, $s=1$, $p=1$, $q=1$) özelliklerine sahip (bkz: Bölüm 5.5) aşağıdaki TFM ni kurmuşlardır:

$$z_t = \frac{(0.2569 - 0.2771B)}{(1 - 0.6081B)} x_t + \frac{(1 - 0.7618B)}{(1 - 1.141B + 0.472B^2)} a_t \quad (2.10)$$

(Bu modelde N_t gürültü bileşeni ARMA(2,1) yapısındadır).

Bu TFM için $AIC=13160$, $\sigma_a=0.5825$ olarak bulunmuş ve yağış girdisinin modele katılmasının model performansını arttırdığı görülmüştür ($13160 < 13682$).

Kar erimesi girdili TFM kapsamında, log dönüşümden geçmiş haftalık kar erimesi (x'_t , mm/gün) serisi sadece mevsimsel ortalamalar ayıklanarak (1.mertebeden) stasyonere hale getirilmiş, kar erimesi serisindeki AR(2) bağımlılığı hem kar erimesi (girdi) hem de akış (çıkıtı) serilerinden ayıklanmıştır. Kar erimesi sürecinin \hat{u}_t kalıntı bileşenleri $p'=2$, $q'=0$ olmak üzere

$$\hat{u}_t = \frac{\phi_{x'}(B)}{\theta_{x'}(B)} x_t' = (1 - 0.2671B + 0.1558B^2)x_t' \quad (2.11)$$

eşitliğinden; kar erimesine uygun biçimde filtrelenmiş akış serisi $\hat{\beta}_t$ ise

$$\hat{\beta}_t = \left(\frac{\theta_{x'}(B)}{\phi_{x'}(B)} \right)^{-1} z_t \quad (2.12)$$

eşitliğinden elde edilmiştir.

Kar erimesi serisinin rastgele bileşeni (\hat{u}_t) ile filtrelenmiş akış serisi ($\hat{\beta}_t$) arasındaki kros-korelasyon katsayılarından yararlanarak aşağıda verilen ($b=0$, $s=1$, $r=1$, $p=1$ $q=0$) özelliklerine sahip TFM kurulmuştur. Bu TFM için $AIC=13495$, $\sigma_a=0.664$ olarak hesaplanmıştır.

$$z_t = \frac{(\omega_0' - \omega_1'B)}{(1 - \delta_1'B)} x'_t + N'_t = \frac{(0.1126 - 0.0834B)}{(1 - 0.541B)} x'_t + \frac{a'_t}{1 - 0.7172B} \quad (2.13)$$

Yazarlar akış serisinin (çıktıların) daha iyi tanımlanmasında kar erimesi girdisinin de katkısı olduğunu; ancak bu katkının yağışın katkısına göre daha az olduğunu vurgulamışlardır.

Yazarlar yağış ve kar erimesi girdilerinin ikisini birden kullanan diğer bir TFM de kurmuşlardır. Bu modelde, önceki $b=0$, $r=s=1$ mertebeleri korunmuş ve gürültü bileşeninin bir ARMA(2,1) modeli ($p=2$, $q=1$) ile temsil edilmesi uygun görülmüştür.

$$z_t = \frac{(\omega_0'' - \omega_1''B)}{(1 - \delta_1''B)} x_t + \frac{(\omega_0'' - \omega_1''B)}{(1 - \delta_1''B)} x'_t + \frac{(1 - \theta_1''B)}{(1 - \theta_1''B - \theta_2''B^2)} a''_t$$

$$z_t = \frac{(0.2326 - 0.269B)}{(1 - 0.6248B)} x_t + \frac{(0.1023 - 0.046B)}{(1 - 0.5793B)} x'_t + \frac{(1 - 0.7124B)}{(1 - 1.3112B - 0.3817B^2)} a''_t \quad (2.14)$$

Bu iki tür girdili model için $AIC=13074$, $\sigma_{a''}=0.5623$ bulunmuş olup, haftalık akış sürecini *yağış girdili TFM* den biraz daha iyi tanımlandığı belirtilmiştir.

Yazarlar, kısa adı PREVIS olan, gerçek zamanlı bir kavramsal modeli de kullanarak 1980-1982 periyodundaki haftalık akışları (bir zaman önceden) kestirmişler (tahmin etmişler); PREVIS, PAR, ARMA ve TFM modellerinin tahmin performanslarını çeşitli ölçütlere göre karşılaştırmışlardır. En yüksek performansa sahip modelin *yağış+kar erimesi girdili gürültü bileşenli TFM* olduğunu saptamışlardır.

Karst pınar katkılı akarsu akımlarının doğrusal sistem dönüşümleri ile tanılanması ve benzetiminin yapıldığı uygulamalardan bir bölümü aşağıda özetlenmiştir.

Knisel (1972) çalışmasında karst sistemi, sonlu uzunlukta belleği olan, doğrusal ve zamanda değişmeyen bir sistem fonksiyonu ile tanımlanmıştır. Sistemin girdisini günlük yağışlar, çıktısını ise günlük ortalama pınar akımları oluşturmaktadır.

Girdi ve çıktı süreçlerinin zaman serilerinin yapısal analizinde, anlamlı periyodisiteleri belirlemekte 1, 3, 7 ve 14 günlük süreleri esas alan ortalama yağış ve akım değerleri ile harmonik analiz yapılmış ve günlük değerlerden oluşan zaman serilerinin stokastik modelleri kurulmuştur. Süreçler arasında doğrusal sistem dönüşümünü sağlayan sistem fonksiyonu parametreleri Wiener-Hopf denklemiyle eniyileme, çoklu regresyon ile eniyileme, 2 parametreli gamma fonksiyonu ve toplam pınar akımı için harmonik serilerin geliştirilmesi olarak adlandırılan dört ayrı yöntemle elde edilmiştir.

Farklı modeller ile elde edilen sonuçların istatistiksel kıyaslaması sonucunda, 2 parametrelili gamma fonksiyonu biçimindeki sistem fonksiyonunun en iyi sonucu verdiği görülmüştür. Bulunan sonuç Mailliet (1905) ve Tison (1953) tarafından önerilen karstik akiferden olan boşalımın bir doğrusal hazne boşalımı olarak tanımlandığı klasik yaklaşıma uygun düşmektedir.

Graupe, Isailoviç ve Yevjevich (1976) karst ortamındaki akımların modellenmesini bir yağış-akım ilişkisi olarak ele almakta ve günlük yağışlardan günlük akımların elde edilmesini sağlayan bir doğrusal-en iyi kestirim modelinin tanımlanmasını yapmaktadırlar. Çalışmada esas olarak bir otoregressif hareketli ortalama (ARMA) modeli kullanılmış, girdi-çıkıtı kalıntılarının bağımsız rastgele değişken olması sağlanmıştır. Sistemin girdi ve çıktılarını oluşturan yağış ve akım süreçlerinin ve bunlara bağlı olarak da modelin dinamik parametrelerinin durağan olmayışına, bu süreçlerin yıllık periyodikliklerinin yol açtığı belirtilmektedir. Yağış ve akım süreçlerinin periyodikliklerinin birbirine yakın olması nedeniyle, doğrusal dönüşümü sağlayan sistem fonksiyonunun parametrelerinde bu periyodikliğin daha

zayıf olarak görüleceği belirtilmiştir. Parametrelerdeki periyodikliğin kaldırılması bir durağan olmama problemi olarak, modeldeki doğrusal olmama, yakınsama ve taraflılık problemleriyle birlikte dikkate alınmış ve giderilmeye çalışılmıştır. Girdi ve çıktı süreçlerindeki periyodikliğin model tanılanmasından önce giderilmesindeki güçlük ve bunun getireceği hatalar nedeniyle, model kurak ve sulak dönemler için ayrı ayrı tanılanmıştır. Süreçlerin ölçüm değerlerindeki anlamlı hataları belirtmekte Kalman filtresi kullanılmıştır.

Uslu (1978, 1979) karst ortamı yüzeysel ve karstik sistemlerden oluşan iki alt sistem şeklinde dikkate almıştır. Günlük akımların benzetimi amacıyla kurulan matematiksel model, birbirine paralel bağlanmış parametrik çekirdek fonksiyonlu iki doğrusal hazneler sisteminden oluşmaktadır. Sistem girdisi olarak günlük ortalama yağışlar, çıktısı olarak da günlük ortalama akımlar kullanılmıştır.

Modelde üçü yüzeysel üçü de karst sistemine ait olmak üzere altı parametre bulunmaktadır. Her bir sistemin ilk iki parametresi sürekli olup, bu parametrelerin en iyilenmesi doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemi ve Newton-Raphson yöntemlerinin birlikte kullanımı ile çözümlenmiştir. Doğrusal hazneler serisinin kaç hazneden oluştuğunu tanımlayan üçüncü parametreler ise deneme hesapları ile bulunmuştur.

Karst pınar debilerinin yağışsız dönemdeki alçalma hidrograflarını birer boşalım fonksiyonu olarak tanımlayan iki yöntem Maillet (1905) ve Tison (1953) tarafından önerilmiştir. Karst ortamındaki akımın laminar veya türbülanslı oluşuna göre iki ayrı bağıntı verilmiş olmakla birlikte, günümüze kadar olan uygulamalarda Maillet tarafından laminar akımlar için verilen üstel bağıntı karst akiferlerden olan pınar boşalımının ve karst pınar katkılı akarsu akımlarının alçalma hidrograflarının modellenmesinde yaygın olarak kullanılmıştır.

Keloğlu (1984, 1986) tarafından gerçekleştirilen çalışmada karst pınar katkılı akarsu akımlarının havzanın fiziksel özelliklerini de yansıtan bir modelle tanımlanması amaçlanmıştır. Karst ortam yüzeysel ve karstik sistemlerden oluşan iki

alt sistemin birleşimi olarak ele alınmıştır. Karstik sistemin modellenmesinde Maillet (1905) tarafından önerilen alçalma hidrografi yöntemi kullanılmış, kurak dönemdeki akımlar tek parçalı bir alçalma hidrografi ile tanımlanmıştır. Sulak dönemdeki karst taban akışı yükselme bölümü ise sınır koşullarını sağlayacak şekilde yine üstel bir yükselme eğrisiyle tanımlanarak yaklaşım yapılmıştır.

Aylık ortalama taban akışlarının deterministik periyodik bileşen olarak gözlenmiş toplam akım sürecinden çıkarılmasıyla elde edilen kalıntılar yüzeysel akış bileşeni olarak adlandırılmış ve alışlagelen yapısal matematiksel modelleme teknikleri ile süreç modellenmeye çalışılmıştır.

Yüzeysel akış bileşeni deterministik ve stokastik bileşenler olarak iki parçaya ayrılmış, deterministik periyodik bileşenler periyodu 12 ve 6 ay olan 2 harmonikli Fourier serileriyle tanımlanmıştır. Yüzeysel akış bileşenine ait stokastik kalıntıların bağımlılık unsuru ise Markov (2) modeliyle ifade edilmiştir. Geliştirilen model karstik pınar akışı bileşenleriyle yüzeysel akış bileşenlerini ayrı ayrı hesaplamaya olanak vermektedir.

Çalışmada öngörülen model havzanın fiziksel özelliklerine dayanan bir alçalma hidrografi modeli ile alışlagelen tipteki yapısal bir matematiksel modelin bileşiminden oluşan ve karst akımları ile yüzeysel akımların ayrı ayrı benzetimini yapabilme özelliğine sahip bulunmaktadır. Ancak alçalma hidrografi ile kurak dönem karst akımların en uygun şekilde temsil edilebilmesine karşılık yükselme dönemi için öngörülen modelin en uygun olduğunu belirtecek herhangi bir kriter bulunmamaktadır. Yükselme döneminden alçalma dönemine geçişin gerçekleştiği noktada gerçekte karşılaşılma olasılığı çok az olan ve model yapısından kaynaklanan bir kesinlik görülmektedir. Ayrıca modelde tek bir ortalama yıl için karst pınar katkılarının modellenip belirlenmesi ve tüm süre boyunca aynı değerlerin kullanılması, kurak ve sulak yıllardaki taban akışı farklılıkları ile yıldan yıla değişebilen kurak ve sulak dönem geçiş zamanlarının dikkate alınmaması sonucunu verecektir.

Atış (1988), çalışmasında karst pınar katkılarıyla beslenen bir akarsuda, karst pınar taban akışı ve yzeyaltı akışlarını oluşturan yeraltı haznesinin çıktılarını, kavramsal bir yaklaşım olarak tek doğrusal haznenin üstel boşalım fonksiyonuyla tanımlamıştır. Söz konusu yaklaşım karst ortamının önemli bir fiziksel parametresi olan boşalım katsayısını da içinde bulundurması nedeniyle, havzanın fiziksel yapısını matematiksel modele yansıtabilmektedir.

Akım süreci yıl içinde yağışlı ve kurak dönemler olarak iki bölümde incelenmiştir. Kurak dönem alçalma hidrografının analiziyle belirlenen boşalım parametrelerini yağışlı dönemde de korunduğu kabul edilmiştir. Bu parametreleri kullanan ve basamaklı bir yapı içinde ardışık alçalma hidrograflarının bileşiminden oluşan model ile yağışlı dönemdeki karst pınar akışı ve yzeyaltı akışları toplamı tanımlanmıştır.

Karst pınar taban akışlarının ayrıca modellenmesinde de yine üstel biçimdeki boşalım fonksiyonlarından yararlanılmıştır. Toplam akışlardan karst pınar taban akışı ve yzeyaltı akış bileşenlerinin ayrılmasıyla elde edilecek yzeyssel akışlar havzanın yağış-yzeyssel akım dönüşümlerinin incelenmesinde ve frekans analiziyle yzeyssel akış bileşenlerinin analizinde karst pınar ve yzeyaltı akışlarından kaynaklanan etkilerin giderilmiş olması nedeniyle önem kazanmaktadır.

BÖLÜM ÜÇ

SÜREKLİ TABAN AKIŞI AYIRMA YÖNTEMLERİ

3.1 Akarsu Akışlarının Bileşenleri

Bir akarsu havzasındaki toplam akış, $q(t)$, genel olarak akarsuyun kendi drenaj alanı üzerine düşen yağışlardan kaynaklanan yüzeysel (dolaysız) akış, $y(t)$; zemin nemi biriktirme sisteminden akarsuya katılan yüzeyaltı (dolaylı veya gecikmeli yüzeysel) akış, $x_1(t)$; havzanın kendi yeraltı biriktirme sisteminden akarsuya katılan yeraltısuyu boşalımı, $x_2(t)$; ve şayet var ise komşu yer altı biriktirme sistemlerinden akarsuya katılan ilave yeraltısuyu boşalımından, $x_3(t)$ oluşur (Chow vd. 1988; Mosley ve McKerchar 1993; Bayazıt 1998).

$$q(t) = y(t) + x_1(t) \pm x_2(t) \pm x_3(t) \quad (3-1)$$

Yukarıdaki eşitlikte $x_2(t)$ ve $x_3(t)$ bileşenlerinin negatif olması, akarsuyun yeraltı biriktirme sistemini beslemesi ve akarsuyun kendi yeraltı biriktirme sisteminden komşu havzalara boşalım olması anlamına gelmektedir.

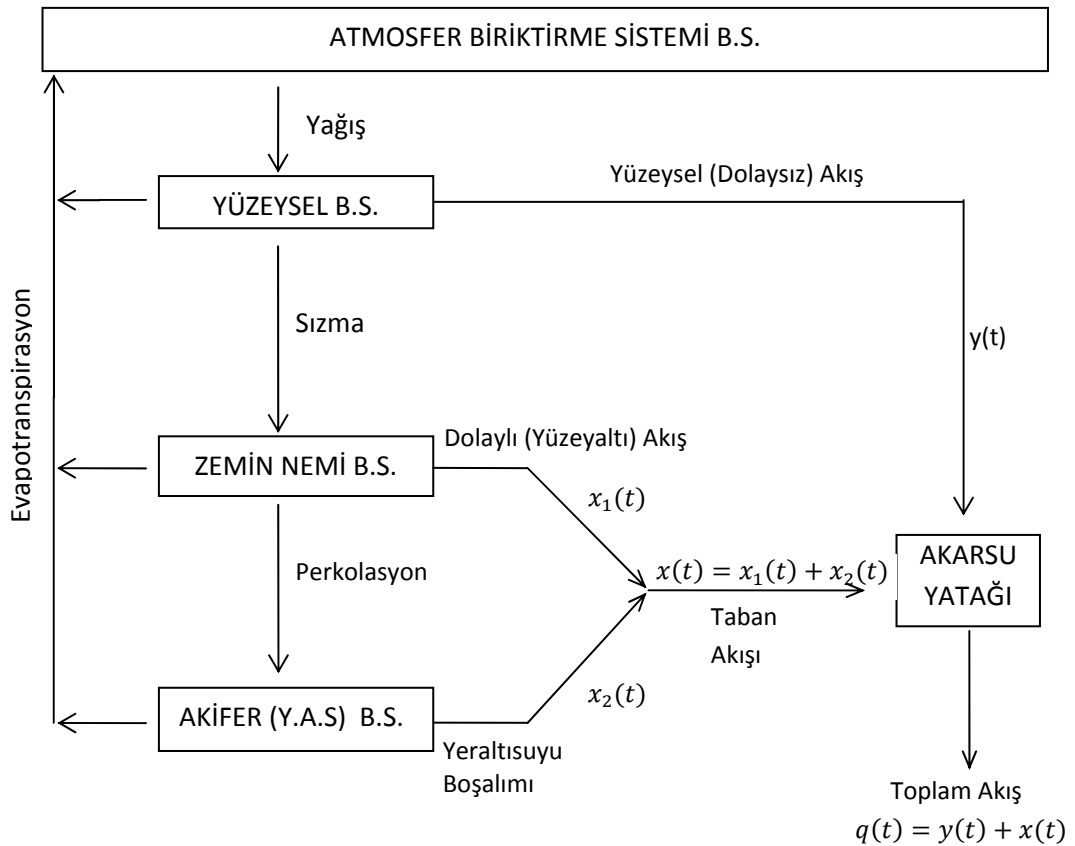
Konuyu daha basit bir duruma indirgemek için $x_3(t)$ bileşeninin mevcut olmadığını ve $x_2(t)$ yeraltısuyu bileşeninin sürekli olarak akarsu akışlarını beslediğini kabul edelim. Buna göre $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ taban akışlarını göstermek üzere (3-1) eşitliği

$$q(t) \cong y(t) + x_1(t) + x_2(t) = y(t) + x(t) \quad (3-2)$$

şeklinde yazılabilir (Şekil 3-1). $x(t)$ Taban akışlarını izotoplarla ve izleyicilerle ölçmek mümkündür. Bu tür ölçümlerle $x(t)$ değerlerini $X_1(t)$ ve $X_2(t)$ bileşenlerine ayırmak pratik olarak mümkün değildir (Mosley ve McKerchar 1993). Bu eşitliklerdeki $y(t)$ yüzeysel (dolaysız) akış bileşeni, havza üzerine düşen yağıştan sızma, tutma ve evapotranspirasyon kayıpları çıktıktan sonra geriye kalan artık yağışın yüzeysel biriktirme sisteminde (yani akarsu havzasında) ötelenerek

akarsu yatağına iletilmesiyle oluşur. Bu bileşen artık yağış mevcut olduğu sürece artar ve artık yağışın sifıra ulaştığı andan başlayarak azalır. Yüzeysel akış bileşeninin alçalma (çekilme) kolu büyük akarsu havzalarında birkaç hafta sürebilir. Kar şeklinde yağış alan havzalarda yüzeysel akış Mayıs, Haziran, Temmuz, Ağustos gibi aylarda sıcaklık artışına paralel olarak gelişen “kar erimesi” olayına bağlıdır. Bu nedenle, kar erimesinden beslenen havzalarda yüzeysel akış bileşeni genellikle yüksek mertebeden serisel (içsel) bağımlılık gösterebilir. Kar erimesi olayı için literatürde çeşitli modeller önerilmiştir (Bayazit 1998). Ancak, bu modeller kar örtüsü, havza ve iklim ile ilgili pek çok ilave bilgi gerektirir; uygulanması son derece güç ve masraflıdır (Gray ve Prowse 1993).

Küçük ve orta büyüklükte olan ve genellikle yağmur şeklindeki yağışlarla beslenen havzalarda yüzeysel akış bileşeni yağış ile hemen hemen aynı stokastik model yapısındadır (Kelman 1980).



Şekil 3-1: Bir Akarsu Havzasında Biriktirme Sistemleri ve Toplam Akışın Bileşenleri

Yağış başlangıcından itibaren havzanın yüzeye yakın bölümlerinde (Zemin Nemi B.S'de) sızma nedeniyle zemin nemi artar; doymun hale geçen zemin katmanında $x_1(t)$ yüzeyaltı akışı oluşur ve gecikmeli olarak akarsu yatağına boşalır. Zemin nemi bölgesindeki suyun diğer bir bölümü de daha derine sızarak (perkolasyon yoluyla) akifer (yeraltısuyu) biriktirme sistemine katılır. Bu olay haftalarca, hatta aylarca sürebilir. Sızma ve perkolasyon olayları devam ettiği müddetçe zemin nemi ve akifer biriktirme sistemlerinde depolanmış su hacmi artar. Bu nedenle $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ boşalım miktarları da giderek artar.

Yağışlar kesildikten bir süre sonra yüzeysel akış sona erer (saatlik, günlük akışlar açısından durum böyledir). Buna karşılık, özellikle yeraltısuyu katkısı kurak (yağışsız) mevsimde de devam eder. Dolaylı (yüzeyaltı) akış ve yeraltısuyu boşalımının kurak mevsim boyunca zamanla azalması (alçalma bölgesi) literatürde birçok yazar tarafından doğrusal hazne yaklaşımı ile modellenmeye çalışılmıştır (Kelman 1980; Uslu 1978; Koç 2008). Bu yaklaşıma göre T (gün) uzunluğundaki herhangi bir alçalma döneminde taban akışının zamanla değişimi için

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = x_{1,0}e^{-K_1t} + x_{2,0}e^{-K_2t} ; 0 < t \leq T \quad (3-3)$$

eşitliği yazılabilir. t=0 başlangıç anında toplam taban akışı,

$$x_0 = x_{1,0} + x_{2,0} \quad (3-4)$$

toplam taban akışı içinde yeraltısuyu katkısının oransal payı,

$$W = \frac{x_{2,0}}{x_0} \quad (3-5)$$

olmak üzere (3-3) eşitliği,

$$x(t) = x_0[(1 - W)e^{-K_1t} + We^{-K_2t}] , 0 < t \leq T \quad (3-6)$$

biçiminde de yazılabilir. Kelman (1980), ABD'deki bir akarsuyun (Powell Nehri) günlük akış gözlemlerinin alçalma bölgelerine (taban akışı alçalma eğrilerine) K_1 ve K_2 parametreleri sabit ; W oranı ise, alçalma dönemi başındaki toplam taban akışı (x_0) ile

$$W = \exp(-\lambda x_0) + a_w; \quad 0 < W < 1; \quad \lambda > 0 \quad (3-7)$$

ilişkisine uygun olarak, rastgele değişen bir stokastik model uyarlamıştır. Yazar, son ilişkideki a_w hata bileşeninin olasılık dağılımına uygun rastgele sayıları (3-7)'de kullanarak elde ettiği W oranlarını (3-6) eşitliğinde kullanarak t anındaki $x(t)$ toplam taban akışı değerlerinin sentetik olarak üretilmesini önermiştir. Yazar, yüzeysel akış bileşenlerinin gözlemlerden tahmin edilmesinde günlük akış hidrograflarının yükselme kolları boyunca aşağıdaki varsayımın geçerli olduğunu kabul etmiştir:

$$y(t) = 0; \quad q(t) \leq q(t - 1) \text{ ise} \quad (3-8a)$$

$$y(t) = q(t) - q(t - 1); \quad q(t) > q(t - 1) \text{ ise} \quad (3-8b)$$

İlerideki bölümde de görüleceği gibi, bu varsayım *yuvarlatılmış minimumlar yöntemi* ile taban akışı ayrılmasında da kullanılmaktadır.

3.2 Akarsularda Sürekli Taban Akışı Ayırma Yöntemleri

Hidroloji ve su kaynakları açısından çok önemli olmasına karşın akarsularda taban akışlarını sürekli bir biçimde ve yeter doğrulukta hesaplayan yöntemler henüz geliştirilmemiştir. Bu sorunun altında yatan temel neden ise, taban akışlarının ve yüzeysel akışların ayrı ayrı ölçülememesidir. Bu yüzden, hangi yöntem olursa olsun, önerilen bir yöntemin gerçek durumla ne ölçüde uyumlu tahminler verdiği bilinmemektedir (Benzeden ve Köken 2010). Sürekli taban akışını ayırmak üzere literatürde önerilen başlıca iki yöntem bulunmaktadır: (1) *Yuvarlatılmış Minimumlar*

(*YM*) yöntemi (IH 1980; Gustard vd. 1992) ve (2) *Sayısal Filtreleme (SF)* yöntemi (Nathan 1990; Nathan ve McMahon 1990).

Toplam akışlardan taban akışının ayrılmasında uygulanan *YM* yönteminde, akış serisi birbiriyle örtüşmeyen beşer günlük alt guruplara ayrılmakta; ardışık alt grup minimumları irdelenerek, dönüm noktaları bulunmakta ve bu noktalar birleştirilerek taban akışı poligonu oluşturulmaktadır (IH 1980; Gustard ve diğ. 1992).

Toplam akış içindeki düşük frekanslı taban akışı bileşenlerini süzerek, yüksek frekanslı akış bileşenlerinin korunmasını sağlayan *SF* yönteminde (Nathan 1990; Nathan ve McMahon 1990; Hughes vd. 2003; Aksoy ve Kurt 2007) filtreleme işlemi, akış serilerine (3-9) ve (3-10) bağıntılarının ileri, geri ve tekrar ileri olmak üzere üç aşamada uygulanmasıyla gerçekleştirilmektedir.

$$y(t) = \alpha y(t - 1) + \frac{1 + \alpha}{2} \{q(t) - q(t - 1)\} \quad (3-9)$$

$$x(t) = q(t) - y(t) \quad (3-10)$$

Bu bağıntılarda α filtre parametresi olup, y yüksek frekanslı (yüzeysel akış) bileşenleri; x düşük frekanslı (taban akışı) bileşenleri; q ilk filtrelemede toplam akışları, geriye ve ileriye filtrelemede ise bir önceki aşamada elde edilmiş taban akışlarını temsil etmektedir. Literatürde α filtre parametresinin 0.90-0.95 aralığında (tercihen 0.925) seçilebileceği belirtilmektedir (Nathan ve McMahon 1990). Yukarıdaki (1) bağıntısı,

$$\alpha = (2K - 1)/(2K + 1) \quad (3-11)$$

olmak üzere, depolama katsıyı K olan büyük bir (lineer) haznede giriş hidrografının ötelenmesi bağıntısı ile örtüşmektedir (Benzeden ve Köken 2010).

BÖLÜM DÖRT
OTOKORELASYON, KISMİ OTOKORELASYON VE KROS-
KORELASYON KAVRAMLARI

4.1 Otokorelasyon Fonksiyonu

Mevsimsel olmayan N uzunluğundaki bir hidrolojik zaman serisinin aralarında k kadar zaman farkı (Lag) bulunan z_t ve z_{t+k} , $t=1,2,\dots,N-k$, gözlemsel değerleri arasında doğrusal bir ilişki (içsel veya serisel bağımlılık) olup olmadığını ölçmek için örnek tahmini (4.1) eşitliğinden hesaplanan otokorelasyon katsayıları kullanılır (Salas 1993; Box ve Jenkins 1976; Wei 1994; Bayazıt 1996).

$$r_k = r_{zz}(k) = \frac{cov(z_t z_{t+k})}{var(z_t)} = \frac{C_{zz}(k)}{C_{zz}(0)}, |k| = 1, 2, \dots, k_{max} \quad (4.1)$$

Bu eşitlikte k_{max} maksimum kayma zamanı olup, genellikle $N/20 \leq k_{max} \leq N/10$ aralığında seçilir. Eşitliğin payındaki $C_{zz}(k)$ terimi, k zaman kaymasına karşı gelen otokovaryansın örnek tahmini olup, açık-dizi yaklaşımında (4.2a) bağıntısından, çevrimsel seri yaklaşımında (N yeterince büyük olan zaman serilerinde) ise (4.2b) bağıntısından hesaplanır (Yevjevich 1972; Box ve Jenkins 1976; Wei 1994):

$$\hat{C}_{zz}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{t=1}^{N-k} (z_t - \bar{z}_1)(z_{t+k} - \bar{z}_2); k \geq 0 \quad (4.2a)$$

$$C_{zz}(k) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z}); k \geq 0 \quad (4.2b)$$

Bu eşitliklerde \bar{z} serinin genel ortalaması, \bar{z}_1 serinin ilk N-k elemanın \bar{z}_2 ise serinin son N-k elemanın ortalamasıdır.

$$\bar{z}_1 = \sum_{t=1}^{N-k} z_t / (N-k) \quad (4.3a)$$

$$\bar{z}_2 = \sum_{t=1}^{N-k} z_{t+k} / (N - k) \quad (4.3a)$$

$$\bar{z} = \sum_{t=1}^N z_t / N \quad (4.3b)$$

Yukarıdaki (4.2b) eşitliği $k=0$ için zaman serisinin genel örnek varyansını verir.

$$C_{zz}(0) = S_z^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})^2 \quad (4.4)$$

$k>0$ için (4.2b) bağıntısı uyarlanırken $Z_{N+1}=Z_1, Z_{N+2}=Z_2, \dots, Z_{N+k}=Z_k$ kabul edilir. Doğal olarak, açık-seri yaklaşımında (4.1) bağıntısının paydasında (4.4) den hesaplanan genel varyans $C_{zz}(0)=S_z^2$ yerine

$$S_1 = \frac{1}{N - k} \sum_{t=1}^{N-k} (z_t - \bar{z}_1)^2 \quad (4.5)$$

$$S_2 = \frac{1}{N - k} \sum_{t=1}^{N-k} (z_{t+k} - \bar{z})^2$$

olmak üzere, aşağıdaki eşitlikten hesaplanan $\hat{C}_{zz}(0)$ değeri kullanılır.

$$\hat{C}_{zz}(0) = S_1 S_2 \quad (4.6)$$

(4.1) eşitliğinden $k=0$ için $r_0=1$ olduğu, ayrıca (4.2a) ve (4.2b) eşitliklerinden zaman kaymasının $k=-1, -2, \dots, -k_{\max}$ gibi negatif değerlerine karşı gelen otokovaryansların orjine göre simetrik olduğu görülebilir.

$$C_{zz}(-k) = C_{zz}(k) \quad (4.7)$$

Bu nedenle örnek otokorelasyon fonksiyonu da (r_k) zaman kaymasına göre simetrik bir fonksiyondur (Box ve Jenkins 1976; Salas vd. 1980; Wei 1994).

$$r_{-k} = r_k \quad (4.8)$$

k değişkenine göre r_k değerlerinin değişimini gösteren grafiklere “otokorelogram” veya kısaca, “korelogram” denir. $r_k = r_{zz}(k)$ otokorelasyon fonksiyonunun beklenen değerlerini ($\rho_k = E\{r_k\}$ toplum otokorelasyon fonksiyonunu) sonlu sayıdaki verilerden hesaplamak mümkün değildir.

$$\rho_k = \rho_{zz}(k) = E\{r_k\} = \frac{E\{C_{zz}(k)\}}{E\{C_{zz}(0)\}} = \frac{\gamma_{zz}(k)}{\gamma_{zz}(0)} \quad (4.9)$$

Son eşitlikte $\gamma_{zz}(k)$, x_t zaman serisinin k zaman farkı için $k.cı$ toplum otokovaryansı, $\gamma_{zz}(0)$ ise aynı serinin toplum varyansıdır ($\gamma_{zz}(0) = \sigma_z^2$).

Aralarında tüm k zaman kaymaları için ilişki bulunmayan, normal dağılımlı, tam rastgele bir zaman serisine literatürde “beyaz gürültü (white noise)” denir. Bu nitelikte bir sürecin toplumundan çekilmiş N uzunluğundaki örnek kümesinden (4.1) bağıntısıyla hesaplanan r_k otokorelasyon katsayısının %95 güven sınırları Anderson (1941) tarafından şöyle verilmiştir (Yevjevich 1972; Salas vd. 1980).

$$GS(r_k) = -\frac{1}{N-k} \mp 1.96 \frac{(N-k-1)^{1/2}}{N-k} \quad (4.10)$$

Bartlett (1946), beyaz gürültü niteliğindeki bir sürecin N uzunluğundaki örnekten tahmin edilen r_k otokorelasyon katsayısının $|k| \geq 1$ için standart hatasının yaklaşık olarak (4.11) den hesaplanmasını önermiştir.

$$S(r_k) \cong \sqrt{1/N} \quad (4.11)$$

Özellikle çevrimsel-seri yaklaşımıyla hesaplanmış olan örnek otokorelasyon fonksiyonunun beklenen değerlerinin sıfırdan farklı olmadığı hipotezinin ($H_0: \rho_k = E\{r_k\} = 0$; yani, z_t serisi bir beyaz gürültü) kabaca test edilmesinde (4.10) daki güven sınırları yerine, $|r_k|$ değerlerinin $S(r_k)$ dan küçük olup olmadığı kriteri de kullanılabilir (Wei 1994). Bu kriter (4.10) dakine göre çok daha sıkı bir kriterdir.

Gözlemsel zaman serisinin örnek korelogramının özellikleri (üstel çürüme, sinüzoidal çürüme, sonlu sayıda r_k değeri dışındaki değerlerin sıfıra yakın olması vb. gibi), çeşitli stasyonere lineer stokastik süreçlerin kuramsal korelogramlarının özellikleri ile karşılaştırılarak, eldeki zaman serisinin içsel bağımlılık yapısını temsil edebilecek modeller teşhis edilebilir (Box ve Jenkins 1976; Wei 1994).

4.2 Kısmi-Otokorelasyon Fonksiyonu

Genel ortalamadan arındırılmış $\tilde{Z}_t = z_t - \bar{z}$ zaman serisinin $t+k$ anındaki \tilde{Z}_{t+k} değerini $t+k$ dan daha önceki $\tilde{Z}_{t+k-1}, \tilde{Z}_{t+k-2}, \dots, \tilde{Z}_t$ değerleri cinsinden veren çoklu-doğrusal regresyon bağıntısını şöyle gösterelim:

$$\tilde{Z}_{t+k} = \phi_{k1}\tilde{Z}_{t+k-1} + \phi_{k2}\tilde{Z}_{t+k-2} + \dots + \phi_{kk}\tilde{Z}_t + e_{t+k} \quad (4.12)$$

Bu bağıntıda, e_{t+k} normal dağılımlı ve $j \geq 1$ için \tilde{Z}_{t+k-j} değerleriyle ilişkisi bulunmadığı varsayılan hata terimidir. (4.12) eşitliğinin her iki tarafı \tilde{Z}_{t+k-j} ile çarpılıp, beklenen değerler alındığında $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k$ otokorelasyon katsayıları cinsinden ϕ_{kj} regresyon katsayılarının hesaplanabileceği bir lineer denklem sistemi oluşur (Bu denklemlerde $\rho_0 = 1$ dir):

$$\rho_0\phi_{k1} + \rho_1\phi_{k2} + \dots + \rho_{k-1}\phi_{kk} = \rho_1$$

$$\rho_1\phi_{k1} + \rho_2\phi_{k2} + \dots + \rho_{k-2}\phi_{kk} = \rho_2$$

.....

$$\rho_{k-1}\phi_{k1} + \rho_{k-2}\phi_{k2} + \dots + \rho_0\phi_{kk} = \rho_k$$

Bu denklem sistemi $k=1$ için

$$\phi_{11} = \rho_1 \quad (4.13)$$

k=2 için

$$\phi_{21} = \rho_1(1 - \rho_2)/(1 - \rho_1^2) \quad (4.14a)$$

$$\phi_{22} = (\rho_2 - \rho_1^2)/(1 - \rho_1^2) \quad (4.14b)$$

verir. Yukarıda tanımlanan ϕ_{kk} , $k=1, 2, 3, \dots$ katsayılarına k zaman farklı kısmi-otokorelasyon fonksiyonu adı verilir. Durbin (1960), $k+1 \geq 2$ için $\phi_{k+1,k+1}$ kısmi-otokorelasyon katsayılarının örnek tahminlerinin aşağıdaki rekürsif bağıntılardan kolayca hesaplanabileceğini göstermiştir:

$$\hat{\phi}_{k+1,k+1} = \frac{r_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} r_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} r_j} \quad (4.15a)$$

$$\hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{kj} - \hat{\phi}_{k+1,k+1} \hat{\phi}_{k,k+1-j}; \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (4.15b)$$

$\hat{\phi}_{kk}$ katsayılarının standart hatası yaklaşık olarak (4.11) eşitliği ile verilen r_k nin standart hatası ile aynıdır (Wei 1994).

$$S(\hat{\phi}_{kk}) \cong \sqrt{1/N} \quad (4.16)$$

Gözlemsel serinin $\hat{\phi}_{kk}$ örnek kısmi-otokorelasyon fonksiyonu (örnek kısmi-otokorelogramı) serinin otoregressif (AR) yapısının mertebesi (p) konusunda çok önemli ipuçları verir. Çünkü, p mertebesinden otoregressif (kısa gösterilim ile, AR(p)) bir sürecin ilk p adet kısmi-otokorelasyon katsayısı dışındaki diğer bütün kısmi-korelasyon katsayıları kuramsal olarak sıfırdır ($\phi_{kk} = 0$; $k > p$). Buna karşılık, hareketli ortalama (MA) yapısındaki süreçlerin sadece ilk q adet otokorelasyon katsayısı sıfırdan anlamlı ölçüde farklıdır ve ϕ_{kk} kısmi-otokorelasyon fonksiyonu k arttıkça üstel veya sinüzoidal olarak çürür (Box ve Jenkins 1976; Wei 1994).

4.3 Kros-Korelasyon Fonksiyonu (Analizi)

Aynı uzunluğa sahip x_t ve y_t gibi iki zaman serisinin, birbirinden k kadar öndeki (veya gerideki) değerleri arasındaki lineer korelasyona k zaman kaymalı kros-korelasyon denir. $\tilde{x}_t = x_t - \bar{x}$, $\tilde{y}_t = y_t - \bar{y}$ ortalamadan arındırılmış serileri simgelemek üzere, y nin önde ($k > 0$) olması haline ait k .cı kros-korelasyon katsayısının örnek tahmini N yeterince büyük ise

$$r_{xy}(k) = \frac{C_{xy}(k)}{[C_{xx}(0)C_{yy}(0)]^{1/2}} = \frac{cov(\tilde{x}_t \tilde{y}_{t+k})}{S_x S_y} \quad (4.17)$$

bağıntısıyla hesaplanabilir (Salas vd. 1980; Box ve Jenkins 1976; Wei 1994). Bu bağıntının payı, N uzunluğundaki gözlem çiftlerinden k zaman farkı için (4.18) eşitliklerinden hesaplanan kros-kovaryanstır.

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{t=1}^{N-k} \tilde{x}_t \tilde{y}_{t+k} ; k \geq 0 \quad (4.18a)$$

$$C_{yx}(|k|) = C_{xy}(k) = \frac{1}{N-|k|} \sum_{t=1-|k|}^N \tilde{x}_t \tilde{y}_{t+k} ; k < 0 \quad (4.18b)$$

$k=0$ için (4.17) ve (4.18) bağıntılarından, klasik eş-zamanlı (Lag-zero) kros-korelasyon katsayısını veren (4.19) bağıntısına ulaşılır.

$$r_{xy}(0) = r_{yx}(0) = \frac{C_{xy}(0)}{S_x \cdot S_y} = \frac{cov(\tilde{x}_t \tilde{y}_t)}{S_x \cdot S_y} \quad (4.19)$$

k zaman kaymasının $k=-1, -2, \dots$ gibi negatif değerleri için (4.18b) bağıntısından hesaplanan $C_{xy}(k)$ kovaryans değerleri (4.18a) dan $k=+1, +2, \dots$ için hesaplanan değerlerden farklıdır. Bu nedenle gerek $C_{xy}(k)$, gerekse de $r_{xy}(k)$ fonksiyonları orjine göre simetrik değildir [$r_{xy}(-k) \neq r_{xy}(k)$] (Wei 1994).

x_t ve y_t serileri birbirinden karşılıklı olarak bağımsız normal dağılımlı birer gürültü (noise) niteliğinde ise $E\{r_{xy}(k)\} = \rho_{xy}(k) = 0$ olup $r_{xy}(k)$ örnek kros-korelasyon katsayısının standart hatası yaklaşık olarak (4.20)den hesaplanabilir (Wei 1994):

$$S[r_{xy}(k)] \cong 1/\sqrt{N - |k|} \quad (4.20)$$

Kros-korelasyon katsayılarının k zaman kaymasına göre değişimini gösteren grafiklere *kros-korelogram* adı verilir. Bu grafikler, x_t ve y_t zaman serileri arasındaki karşılıklı ilişkilerin hangi zaman kaymalarında anlamlı olduğunu görmek; girdi-çıkıtı ilişkilendirilmesinde girdilerin çıktılar üzerinde etkili olmaya başladığı zaman farkını ve etkisinin devam ettiği süreyi kestirmek amaçlarıyla kullanılmaktadır. İlerideki bölümlerde sunulacak olan “*transfer fonksiyonu modelleri*” nin teşhis edilmesinde ve model parametrelerinin tahmininde kros-korelasyon fonksiyonu doğrudan kullanılmaktadır.

BÖLÜM BEŞ

STASYONER (DURAĞAN) ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

5.1 Aylık Zaman Serilerinin İkinci Mertebeden (Zayıf) Stasyonere Hale Getirilmesi

Günlük, haftalık, aylık gibi, bir yıldan daha küçük zaman aralıklarında ölçülmüş hidrolojik zaman serileri astronomik döngü nedeniyle yıl içinde devirsel (periyodik) davranış gösterir (Yevjevich 1972; Salas vd. 1980). Bu davranış özellikle zaman serisinin yıl içindeki (mevsimsel) ortalamalarının ve varyanslarının bir mevsimden diğerine devirsel değişmesi biçiminde görülür.

Herhangi bir i yılının τ ayındaki gözlemsel zaman serisi değerlerini $x(i, \tau)$ ile gösterelim. Gözlem süresi n (yıl) olsun. Gözlem süresindeki aylık ortalamalar ve aylık standart sapmalar, $\omega = 12$ ana periyot olmak üzere

$$\bar{x}(\tau) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(i, \tau); \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (5-1)$$

$$S(\tau) = \left\{ \sum_{i=1}^n [x(i, \tau) - \bar{x}(\tau)]^2 / n \right\}^{1/2}; \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (5-2)$$

eşitliklerinden hesaplanıp, τ mevsimlerine göre grafikleri çizilirse, bu örnek istatistiklerinin genel ortalama (\bar{x}) ve ortalama standart sapma (\bar{S}) etrafında oldukça düzgün devirsel değişimler gösterdiği görülebilir. Örneğin, aylık yağış ve akış süreçlerinin $\bar{x}(\tau)$, $S(\tau)$ örnek istatistikleri sistematik olarak yılın sulak aylarında yüksek, kurak aylarında düşük değerler alır.

Süreç ortalamasının ve varyansının yıl içinde mevsimsel olarak değişmesi $x(i, \tau)$ serisinin en azından ikinci mertebeden (yani, birinci ve ikinci istatistik momentler bakımından) durağan olmamasına neden olur. Eldeki gözlem serisinde eğilim (trend),

sıçrama (jump) vb. gibi homojenlik bozuklukları bulunmamak koşulu ile $x(i, \tau)$ serisi aşağıdaki nonparametrik standardizasyon işlemiyle ikinci mertebeden zayıf stasyonier $z(i, \tau)$ serisine indirgenebilir (Yevjevich 1972; Salas 1994; Wei 1994):

$$Z_t = z(i, \tau) = \frac{[x(i, \tau) - \bar{x}(\tau)]}{S(\tau)} ; \quad \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (5.3)$$

$z(i, \tau)$ serisi bütün aylarda ortalaması sıfır, varyansı 1 olan bir seridir. Her τ mevsimi için, $z(i, \tau)$ serisinin otokovaryansları ve otokorelasyon katsayıları zamandan bağımsız (time-invariant) olup, sadece k zaman kaymasının fonksiyonudur (Wei 1994).

Aylık yağış veya akış süreçlerinin aylara özgü çarpıklık katsayıları, $C_s(\tau)$, ve $k = 1, 2, 3$ gibi küçük zaman kaymalarındaki otokovaryansları (dolayısıyla $r_1(\tau)$, $r_2(\tau)$, $r_3(\tau)$ gibi otokorelasyon katsayıları) da devirsellik gösterebilir. Genel olarak, zaman serisinin $d(\tau)$ gibi herhangi bir mevsimsel istatistiğinin anlamlı devirsel bileşenler içerip içermediği *harmonik analiz* teknikleri ile kontrol edilebilir.

Harmonik analiz, $d(\tau)$ dizisinin (5.4) ile verilen ortogonal trigonometrik fonksiyonlar (sinüs ve cosinüs fonksiyonları) cinsinden modellenmesine dayanır (Yevjevich 1972; Box ve Jenkins 1976; Wei 1994; Salas 1994).

$$\hat{d}(\tau) = \bar{d} + \sum_{j=1}^m [a_j \cos(\lambda_j \tau) + b_j \sin(\lambda_j \tau)] \quad (5.4)$$

$$d(\tau) = \hat{d}(\tau) + e(\tau) \quad (5.5)$$

Yukarıdaki eşitliklerde \bar{d} , $d(\tau)$ dizisinin ortalaması, m anlamlı harmonik adedi, $\lambda_j = 2\pi j/\omega$ j numaralı harmoniğin açısal frekansı, a_j ve b_j j numaralı harmoniğin Fourier katsayıları, $\hat{d}(\tau)$ model değerleri ve $e(\tau)$ model hatalarıdır. Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının ortogonal fonksiyonlar olması nedeniyle

$$SSE(a_j, b_j, m) = \sum_{\tau=1}^{\omega} e^2(\tau) \quad (5.6)$$

hata kareler toplamını minimum kılan $a_j, b_j, j = 1, 2, \dots, m$, parametrelerinin örnek tahminleri (en küçük kareler tahminleri) aşağıdaki eşitliklerden doğrudan hesaplanabilir (Wei 1994). Aylık dizilerde $\omega = 12$ olup, ω çift bir sayıdır):

$$a_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} d(\tau) \cos(\lambda_j \tau) ; \quad j = 1, 2, \dots, \frac{\omega}{2} - 1 \text{ için} \quad (5.7a)$$

$$a_j = \frac{1}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} (-1)^\tau d(\tau) ; \quad j = \frac{\omega}{2} \text{ için} \quad (5.7b)$$

$$b_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} d(\tau) \sin(\lambda_j \tau) ; \quad j = 1, 2, \dots, \frac{\omega}{2} - 1 \text{ için} \quad (5.8a)$$

$$b_j = 0 ; \quad j = \frac{\omega}{2} \text{ için} \quad (5.8b)$$

Tüm harmonikler ($m = \omega/2$) kullanıldığında (5.4) modeli hatasız hale gelir. ($\hat{d}(\tau) = d(\tau)$, yani $e(\tau) = 0$, $\tau = 1, 2, \dots, \omega$ olur). Bu özel durum için $d(\tau)$ dizisinin ortalamadan sapma kareleri toplamının

$$SST = \sum_{\tau=1}^{\omega} [d(\tau) - \bar{d}]^2 = \sum_{j=1}^{\frac{\omega}{2}-1} \frac{\omega}{2} (a_j^2 + b_j^2) + \omega a_{\omega/2}^2 = \sum_{j=1}^{\omega/2} h_j \quad (5.9)$$

olduğu hemen görülebilir. Başka bir deyişle, $d(\tau)$ serisinin varyansına esas teşkil eden $v = \omega - 1$ serbestlik dereceli SST değeri, harmoniklerin tanımlandığı parçalara ayrılmaktadır. h_j ile gösterilen bu parçalara *harmonik intensiteleri* denir. İlk $\omega/2 - 1$ adet harmoniğin serbestlik derecesi $v = 2$, sonuncu harmoniğin serbestlik derecesi ise ($b_{\omega/2} = 0$ olduğundan) $v = 1$ 'dir.

$$h_j = \frac{\omega}{2}(a_j^2 + b_j^2); \quad j = 1, 2, \dots, \frac{\omega}{2} - 1; \quad v = 2 \quad (5.10a)$$

$$h_{\omega/2} = \omega a_{\omega/2}^2; \quad v = 1 \quad (5.10b)$$

Toplam değişim (SST) içinde j numaralı harmoniğın bireysel katkı payı

$$\Delta P_j = \frac{h_j}{SST} \quad (5.11)$$

oranı ile, ilk $j = 1, 2, \dots, m$ adet harmoniğın kümülatif katkı payı ise

$$P_m = \sum_{j=1}^m \Delta P_j = \frac{\sum_{j=1}^m h_j}{SST} \quad (5.12)$$

oranı ile gösterilir (Yevjevich 1972; Wei 1994). Kartezyen eksen takımında P_m değerlerinin m harmonik adedine (veya $f_m = m/\omega$ çizgisel frekanslarına) göre noktalanması suretiyle elde edilen *eklenik nispi periyodogram* grafikleri $d(\tau)$ dizisinin devirsel özellikleri ve m anlamlı harmonik adedinin seçimi konusunda ön fikir verir.

$d(\tau)$ dizisinin anlamlı bir devirsel bileşen içerip içermediği en büyük intensiteye sahip harmonik için f -testi uygulanarak kontrol edilebilir.

$$h_{max} = \max(h_j); \quad v_1 = 2 \quad (5.13)$$

olmak üzere, dizi varyansına en büyük katkısı olan harmonik için $v_1 = 2$ ve $v_2 = \omega - v_1 - 1 = \omega - 3$ serbestlik derecelerine sahip F – istatistiği

$$F_{P,max} = \frac{h_{max}/v_1}{(SST - h_{max})/(\omega - v_1 - 1)} \quad (5.14)$$

eşitliğinden hesaplanabilir (Wei 1994; Benzeden 2007). Bu değer, α gibi (örneğin $\alpha = 0,05$) bir anlamlılık düzeyi ve v_1, v_2 serbestlik dereceleri için

F – tablosundan alınan $F_{\alpha}(v_1; v_2)$ kritik değerinden büyük ise, α kadar TİP-1 yanılma olasılığı ile $d(\tau)$ dizisi içinde anlamlı bir devirsel (periyodik) bileşen bulunduğu karar verilir. Aksi halde, $d(\tau)$ dizisinin \bar{d} etrafında rastgele değiştiği kabul edilir.

Fisher (1929), normal dağılımlı bir gürültü (noise) serisi içinde gizlenmiş anlamlı bir periyodik bileşen olup olmadığını sınamak için,

$$\Delta P_{max} = h_{max}/SST \quad (5.15)$$

oranının test istatistiği olarak kullanılmasını önermiştir. Ana periyodu $\omega = 12$ ay olan bir dizide $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde devirsel bir bileşenin varlığından söz edebilmek için ΔP_{max} oranının 0.616 dan daha büyük olması gerekmektedir (Yevjevich 1972; Benzeden 2007). Kısmi f-testine göre daha doğru olmakla birlikte, öngörülen varsayımların genellikle geçerli olmaması nedeniyle Fisher testinin uygulamada kullanımı daha zordur.

Ortalamaları ve standart sapmaları anlamlı devirsel bileşenler içeren mevsimsel zaman serileri (5.3) eşitliğindeki ham ortalamalar ve standart sapmalar yerine bunların aşağıdaki biçimde tanımlanmış harmonik formları kullanılarak da zayıf stasyoner hale indirgenebilir (Yevjevich 1972; Salas vd. 1980; Benzeden 2007):

$$\hat{z}(i, \tau) = [x(i, \tau) - \hat{M}(\tau)]/\hat{S}(\tau) \quad (5.16)$$

Bu eşitlikte $\hat{M}(\tau)$ ilk m_0 adet harmonikle tanımlanan uyarlanmış aylık ortalamaları, $\hat{S}(\tau)$ ise ilk m_s adet harmonikle tanımlanan uyarlanmış aylık standart sapmaları göstermektedir.

$$\hat{M}(\tau) = \bar{x} + \sum_{j=1}^{m_0} [a_{j0} \cos(\lambda_j \tau) + b_{j0} \sin(\lambda_j \tau)] \quad (5.17)$$

$$\hat{S}(\tau) = \bar{s} + \sum_{j=1}^{m_s} [a_{js} \cos(\lambda_j \tau) + b_{js} \sin(\lambda_j \tau)] \quad (5.18)$$

Parametrik standardizasyon diye de isimlendirilen (5.16) yaklaşımı özellikle günlük ve haftalık zaman serilerinin modellenmesinde büyük ölçüde parametre ekonomisi sağlandığından uygulamada (5.3) deki nonparametrik yaklaşıma tercih edilebilmektedir. Örneğin, aylık dizilerde gerek ortalamaların gerekse de standart sapmaların $m_0 = m_s = 3$ adet harmonikle (5.17) ve (5.18) deki gibi tanımlandığı varsayılırsa, nonparametrik yaklaşımda $12+12=24$ parametre kullanılmakta iken, parametrik yaklaşımda sadece $3 \times 2 + 1 + 3 \times 2 + 1 = 14$ parametre kullanılmaktadır. Dolayısıyla $24 - 14 = 10$ adet parametre tasarruf edilmektedir.

Doğal olarak, $m_0 < \omega/2$ ve $m_s < \omega/2$ olduğu sürece (5.16) dan elde edilen $\hat{z}(p, \tau)$ serisi tam standardize değildir. Ancak, $\hat{z}(p, \tau)$ serisinin ortalamaları yaklaşık olarak sıfır, varyansları ise yaklaşık olarak 1 civarındadır.

Bu tez çalışmasında doğrudan kullanılmayacak olmakla birlikte, m anlamlı harmonik adedinin seçilmesinde aşağıda açıklanan f-testleri uygulanabilir.

$d(\tau)$ dizisine (5.4) deki gibi ilk m adet harmonik uyarlandığında $\hat{d}(\tau)$ periyodik fonksiyonu SST'nin sadece $SSR = P_m SST$ kadarını tanımlayabilir ve uyarlanan harmonik fonksiyon modelinin hata kareleri toplamı $SSE = (1 - P_m)SST$ olur. Bu iki karesel büyüklükten SSR , $v_1 = 2m$ serbestlik dereceli, SSE ise $v_2 = \omega - 2m - 1$ serbestlik dereceli birer Chi-kare dağılımı gösterir. Dolayısıyla

$$F_0 = \frac{P_m/2m}{(1 - P_m)/(\omega - 2m - 1)} \quad (5.19)$$

oranyla tanımlanan F_0 model uygunluk istatistiği, seçilen bir α anlamlılık düzeyi ve (v_1, v_2) serbestlik dereceleri için Fisher dağılımı tablosundan alınan $F_\alpha(v_1; v_2)$ kritik değerinden büyük ise $\hat{d}(\tau)$ harmonik modeli α anlamlılık düzeyinde $d(\tau)$ dizine uygundur. (5.19) daki F_0 istatistiği çoğu zaman m arttıkça artar. Bu nedenle en uygun m değerinin saptanmasında kullanılması doğru değildir. m ci harmonikten

hemen önceki (yani, $m - 1$ inci) harmoniğin $d(\tau)$ dizisinin modellenmesine kısmi oransal katkısı $\Delta P_{m-1} = P_m - P_{m-1}$ kadardır.

$$F_P = \frac{(P_m - P_{m-1})/2}{(1 - P_m)/(\omega - 2m - 1)} \quad (5.20)$$

eşitliğinden hesaplanan *kısmi F – istatistiği* F – tablosundan alınan $F_\alpha(2; \omega - 2m - 1)$ kritik değerinden küçükse ($m - 1$) inci harmoniğin modelden atılmasında sakınca yoktur. Yani, harmonik fonksiyonu ilk ($m - 1$) adet harmonik ile tanımlamak yeterlidir (Benzeden 2007).

5.2 Otoregresif Süreç Modelleri

5.2.1 Sabit Parametrelili (Mevsimsel Olmayan) Otoregressif Süreçler(AR(P))

Tam veya zayıf stasyoner hidrolojik zaman serilerinin önemli bir bölümü kendi geçmiş değerleri ile doğrusal ilişkilidir. Bu ilişkililik belli bir p zaman kaymasından sonra çok zayıflar veya tamamen kaybolur. Kısaca $AR(p)$ ile simgelenen p mertebesinden otoregresif lineer bir sürecin t anındaki değeri, tıpkı çoklu-doğrusal regresyon modellerinde olduğu gibi, sürecin $t - 1, t - 2, \dots, t - p$ anındaki değerlerine doğrusal olarak bağlıdır. Literatürdeki bütün doğrusal stasyoner zaman serisi modellerinde zaman serisinin normal dağılımlı olduğu, veya uygun bir dönüşüm ile normalleştirildiği kabul edilir (Box ve Jenkins 1976; Wei 1994). Stasyoner zaman serisinin orijinal (veya uygun bir dönüşümden geçmiş) değerlerini Z_t ile, ortalaması sıfıra indirgenmiş seriyi $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu_z$ ile, model hata terimini (gürültü, noise) ε_t ile simgelersek, p mertebesinden otoregressif zaman serisinin matematiksel yapısı açık formda

$$\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{Z}_{t-p} + \varepsilon_t \quad (5.21)$$

eşitliği ile; veya B geri kaydırma operatörü ve

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (5.22)$$

otoregressif transfer fonksiyonu (polinomu) olmak üzere kapalı formda

$$\phi(B)\tilde{Z}_t = \varepsilon_t \quad (5.23)$$

eşitlikleriyle gösterilir (Box ve Jenkins 1976; Wei 1994). Otoregressif bir stokastik süreç p sonlu olduğunda daima tersinirdir ($\sum_{j=1}^p |\phi_j| < \infty$ dur). Buna karşılık $AR(p)$ sürecinin ϕ_j otoregressif ağırlık katsayılarının değerleri belli koşulları sağlamıyorsa süreç stasyonere değildir. Yani, süreç sonlu varyans ve/veya kovaryanslara sahip olmayabilir. Stasyonelik koşulu, p mertebesinden bir polinom olan

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p = 0 \quad (5.24)$$

karakteristik denklemin B_1, B_2, \dots, B_p gibi tüm köklerinin birim çember dışında olmasını gerektirir (Kökler gerçel ise $|B_j| > 1$, $B_j = a_j \pm ib_j$ gibi, sanal eşlenik kökler varsa $|B_j| = (a_j^2 + b_j^2)^{1/2} > 1$).

Yağış ve akarsu akışları gibi hidrolojik zaman serileri çoğu kez $1 \leq p \leq 3$ aralığında değişen otoregressif modeller ile oldukça iyi modellenabilmektedir (Quimpo 1965; Yevjevich ve Saldarriaga 1970). Otoregressif süreçlerin otokovaryans ve dolayısıyla da otokorelasyon fonksiyonları (5.21) deki matematiksel yapıya benzerdir.

$$\gamma_{xx}(k) = \phi_1 \gamma_{xx}(k-1) + \phi_2 \gamma_{xx}(k-2) + \dots + \phi_p \gamma_{xx}(k-p) + \gamma_{\varepsilon\varepsilon}(k) \quad (5.25)$$

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad (5.26)$$

(5.25) deki otokovaryans ifadesinde $k = 0$ konur ve $\gamma_{xx}(-j) = \rho_j \gamma_{xx}(0)$, $j = 1, 2, \dots, p$ ve $\gamma_{\varepsilon\varepsilon}(0) = cov(\varepsilon_t \tilde{Z}_t) = var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ olduğu dikkate alınır, $AR(p)$ sürecinin varyansı için (5.27) bağıntısı elde edilir.

$$\sigma_z^2 = \sigma_\varepsilon^2 / (1 - \phi_1 \rho_1 - \phi_2 \rho_2 - \dots - \phi_p \rho_p) \quad (5.27)$$

Bu eşitlikte σ_ε^2 gürültü (noise) varyansıdır.

(5.26) ifadesi $k = 1, 2, \dots, p$ değerleri için yazıldığında, $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ otoregressif parametrelerin ön (moment) tahminlerinin hesaplanabileceği bir lineer denklem sistemi oluşur. Bu denklem sisteminin rekürsif çözümü için Durbin (1960) tarafından önerilen bağıntılar 4.2 bölümünde verilmişti (Bkz (4.15a) ve (4.15b) numaralı formüller). Aşağıda uygulamada sık karşılaşılan $AR(1), AR(2)$ ve $AR(3)$ süreçlerinin (modellerinin) moment parametre tahminleri ve önemli özellikleri özetlenmiştir.

5.2.1.1 $AR(1)$ Süreci

Bu sürecin matematiksel formu

$$\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.28)$$

veya

$$(1 - \phi_1 B) \tilde{Z}_t = \varepsilon_t \quad (5.29)$$

olup, stasyonelik koşulu için $(1 - \phi_1 B) = 0$ denkleminde $|B| = \left| \frac{1}{\phi_1} \right| > 1$; yani ϕ_1 parametresinin

$$-1 < \phi_1 < 1 \quad (5.30)$$

kısıtını sağlaması gerekir. ϕ_1 parametresinin $\hat{\phi}_1$ moment tahmini

$$\hat{\phi}_1 = r_1 \quad (5.31)$$

olduğundan ve $|r_1| < 1$ olduğundan bu kısıtın uygulamada her zaman sağlandığı görülebilir. $AR(1)$ sürecinde ikinci bir parametre olan σ_ε^2 gürültü (noise) varyansının moment tahmini (5.27) eşitliğinden $p = 1$ için

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = (1 - \hat{\phi}_1 r_1) S_Z^2 = (1 - r_1^2) \hat{\sigma}_Z^2 \quad (5.32)$$

olur.

$AR(1)$ sürecinin kuramsal otokorelasyon fonksiyonu

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} = \phi_1^k \quad (5.33)$$

olup, k zaman kayması arttıkça ρ_k üstel olarak çürür (sıfıra gider). $AR(1)$ sürecinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu $k=1$ zaman kaymasında sıfırdan farklı tek bir ordinattan ($\phi_{11} = \phi_1 = \rho_1$) ibarettir. $k \geq 2$ için $\phi_{kk} = 0$ dir.

5.2.1.2 $AR(2)$ Süreci

$AR(2)$ sürecinin matematiksel formu

$$\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \varepsilon_t \quad (5.34)$$

veya

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2) \tilde{Z}_t = \varepsilon_t \quad (5.35)$$

olup, stasyonelik koşulu ($1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 = 0$ denkleminin B_1, B_2 köklerinin birim çember dışında olması) aşağıdaki kısıtlara indirgenir (Box ve Jenkins 1976; Salas vd. 1980; Wei 1994):

$$\left. \begin{aligned} \phi_2 + \phi_1 &< 1 \\ \phi_2 - \phi_1 &< 1 \\ -1 &< \phi_2 < 1 \end{aligned} \right\} \quad (5.36)$$

$AR(2)$ sürecinin kuramsal otokorelasyon fonksiyonu

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} \quad (5.37)$$

biçiminde olup, $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2$ karakteristik denkleminin kökleri gerçel ise ρ_k üstel olarak, sanal ise sönümlü sinüzoidal olarak çürür.

$AR(2)$ sürecindeki ϕ_1 ve ϕ_2 parametrelerinin ön (moment) tahminleri (5.37) eşitliğinde $k = 1$ ve $k = 2$ konarak oluşturulan 2 bilinmeyenli lineer denklem sistemi çözümlenerek elde edilir.

$$\hat{\phi}_1 = \hat{\phi}_{21} = \frac{r_1(1 - r_2)}{1 - r_1^2} \quad (5.38a)$$

$$\hat{\phi}_2 = \hat{\phi}_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} \quad (5.38b)$$

Gürültü varyansının ön tahmini (5.27) eşitliğinden $p = 2$ için elde edilebilir.

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = (1 - \hat{\phi}_1 r_1 - \hat{\phi}_2 r_2) \hat{\sigma}_z^2 \quad (5.39)$$

$AR(2)$ sürecinin kuramsal kısmi-otokorelasyon fonksiyonu $k=1$ için $\phi_{11} = \rho_1$, $k = 2$ için $\phi_{22} = \phi_2 = (\rho_2 - \rho_1^2)/(1 - \rho_1^2)$ ve $k \geq 3$ için $\phi_{kk} = 0$ dır. Yani, $AR(2)$ sürecinin kısmi-otokorelasyon fonksiyonu sadece $k = 1$ ve $k = 2$ zaman kaymalarında sıfırdan farklıdır.

5.2.1.3 $AR(3)$ Süreci

$AR(3)$ sürecinin matematiksel formu

$$\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \phi_3 \tilde{Z}_{t-3} + \varepsilon_t \quad (5.40)$$

veya

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3) \tilde{Z}_t = \varepsilon_t \quad (5.41)$$

olup,

$$1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 = 0 \quad (5.42)$$

karakteristik denkleminin üçü de gerçel veya biri gerçel diğer ikisi sanal olabilen tüm köklerinin birim çember dışında olması halinde $AR(3)$ süreci (modeli) stasyonerdir.

$AR(3)$ sürecinin kuramsal otokorelasyon fonksiyonu

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \phi_3 \rho_{k-3} \quad (5.43)$$

olup, karakteristik denklem kökleri gerçel ise ρ_k üstel olarak, aksi halde sinüzoidal olarak çürür.

Yukarıdaki ifade $k = 1, 2, 3$ için ayrı ayrı yazılarak oluşturulan 3 bilinmeyenli 3 lineer denklemin çözümünden ϕ_j parametrelerinin ön tahminleri hesaplanabilir. Veya Durbin (1960) tarafından verilen (4.15a) ve (4.15b) rekürsif bağıntılarında, (5.37a) ve (5.37b) bağıntılarından hesaplanan $\hat{\phi}_{21}$ ve $\hat{\phi}_{22}$ tahminleri de kullanılarak

$$\hat{\phi}_{33} = \hat{\phi}_3 = \left[\frac{r_3 - (\hat{\phi}_{21} r_2 + \hat{\phi}_{22} r_1)}{1 - (\hat{\phi}_{21} r_1 + \hat{\phi}_{22} r_2)} \right] \quad (5.44)$$

$$\hat{\phi}_{31} = \hat{\phi}_1 = \hat{\phi}_{21} - \hat{\phi}_{33} \hat{\phi}_{22} \quad (5.45)$$

$$\hat{\phi}_{32} = \hat{\phi}_2 = \hat{\phi}_{22} - \hat{\phi}_{33} \hat{\phi}_{21} \quad (5.46)$$

eşitliklerinden $\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \hat{\phi}_3$ ön tahminleri doğrudan hesaplanabilir (Bayazıt 1996, Benzeden 2007). Daha sonra gürültü varyansının ön tahmini aşağıdaki eşitlikten hesaplanabilir.

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = (1 - \hat{\Phi}_1 r_1 - \hat{\Phi}_2 r_2 - \hat{\Phi}_3 r_3) \hat{\sigma}_z^2 \quad (5.47)$$

AR(3) sürecinin Φ_{kk} kısmı otokorelasyon fonksiyonu ilk 3 zaman kaymasında sıfırdan farklı, $k \geq 4$ için sıfırdır. $\Phi_{11} = \rho_1$; $\Phi_{22} = (r_2 - r_1^2)/(1 - r_1^2)$; Φ_{33} ise (5.44) ile tanımlanan değerdir.

5.2.2 Periyodik (Mevsimsel) Otoregressif Süreçler (PAR(p))

Bu tür süreçlerde $k=1, 2, 3, \dots, p$ gibi zaman kaymalarında $z(i, \tau)$ sürecinin otokovaryansları, dolayısıyla da otokorelasyon katsayıları τ mevsimleri ile değişir. Bu nedenle ϕ_j otoregressif ağırlık katsayıları τ mevsimlerinin fonksiyonudur. p mertebesinden mevsimsel otoregressif, PAR(p), sürecinin matematiksel formu

$$z(i, \tau) = \phi_1(\tau)z(i, \tau - 1) + \phi_2(\tau)z(i, \tau - 2) + \dots + \phi_p(\tau)z(i, \tau - p) + \varepsilon(i, \tau) \quad (5.48)$$

olup, $\phi_1(\tau), \phi_2(\tau), \dots, \phi_p(\tau)$ otoregressif parametreleri ve $\varepsilon(i, \tau)$ gürültü (noise) bileşeninin $\sigma_\varepsilon^2(\tau)$ varyansı $\tau = 1, 2, \dots, \omega$ mevsimlerine göre değişmektedir (Salas vd.1980; Hipel ve McLeod 1994).

PAR(p) sürecinin belli bir τ mevsimi için stasyonere olabilmesi için

$$1 - \phi_1(\tau)B - \phi_2(\tau)B^2 - \dots - \phi_p(\tau)B^p = 0; \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (5.49)$$

karakteristik denklem köklerinin tümünün birim çember dışında olması gerekir.

PAR(p) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu AR(p) sürecinin otokorelasyon fonksiyonuna benzemekle birlikte daha karmaşıktır (Salas vd.1980).

$$\rho_k(\tau) = \sum_{j=1}^p \phi_j(\tau) \rho_{|k-j|}(\tau - l_j); k > 0; \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (5.50)$$

Bu eşitlikte $l_j = \min\{k, j\}$ olup, $k=1, 2, 3, \dots$ gibi her özel zaman kayması için $\rho_1(\tau), \rho_2(\tau), \dots$ gibi, τ mevsimleri ile değişen birer fonksiyon söz konusudur. $z(i, \tau)$ tam standardize mevsimsel diziler olmak koşulu ile (yani, $\mu_z(\tau) = 0, \sigma_z^2(\tau) = 1, \tau = 1, 2, \dots, \omega$) PAR(p) sürecinin τ mevsimindeki gürültü varyansı

$$\sigma_\varepsilon^2(\tau) = 1 - \sum_{j=1}^p \rho_j(\tau) \phi_j(\tau); \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (5.51)$$

eşitliği ile tanımlanır (Salas vd. 1980; Mondal ve Wasimi 2006).

PAR(p) sürecindeki $\phi_1(\tau), \phi_2(\tau), \dots, \phi_p(\tau)$ parametrelerinin ön (moment) tahminleri (5.50) eşitliğinden $k=1, 2, \dots, p$ için elde edilen p bilinmeyenli lineer denklem sisteminde $\rho_k(\tau)$ yerine $r_k(\tau)$ örnek otokorelasyon katsayıları kullanılarak hesaplanabilir (Salas vd.1980; Hipel ve McLeod 1994).

$$\hat{\phi}(\tau) = A^{-1}R \quad (5.52)$$

(5.52) eşitliğindeki A matrisi ve R vektörü $r_k(\tau)$ örnek otokorelasyon katsayıları cinsinden şöyledir:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & r_1(\tau-1) & r_2(\tau-1) & \dots & r_{p-1}(\tau-1) \\ r_1(\tau-1) & 1 & r_1(\tau-1) & \dots & r_{p-2}(\tau-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{p-1}(\tau-1) & r_{p-1}(\tau-2) & r_{p-2}(\tau-3) & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (5.53a)$$

$$R = \begin{bmatrix} r_1(\tau) \\ r_2(\tau) \\ \dots \\ r_p(\tau) \end{bmatrix} \quad (5.53b)$$

PAR(p) modelinin $\hat{\phi}_j(\tau)$ ve $\hat{\sigma}_\varepsilon^2(\tau)$ parametreleri çoklu lineer regresyon (basit en küçük kareler, EKK) yöntemi ile de tahmin edilebilir. Bu tahminler parametrelerin maksimum olabilirlik yöntemi tahminlerine oldukça yakındır. Gerek yukarıda açıklanan moment yöntemi tahminleri gerekse de EKK tahminleri yanlıdır; ancak her

ikisi de etkin (efficient) ve tutarlı (consistent) tahminlerdir. Özellikle veriler kısa ise ve aylar arası çapraz (kros) korelasyonlar yüksek ise EKK tahminlerinin tutarlılığı azalır; geçmiş aylardaki olay değerlerinin τ ayındaki değerler üzerindeki etkisi net şekilde belirlenemez; student-t, F gibi test istatistikleri ile modele ilişkin verilecek kararların güvenilirliği azalır (Mondal ve Wasimi 2006).

Uygulamada kullanılan PAR(p) modellerinin p mertebesi genellikle 3 veya daha küçüktür. Seçilen bir p mertebesi için $\hat{\phi}_j(\tau)$ parametre değerleri belirlendikten sonra (5.48) bağıntısındaki $\varepsilon(i, \tau)$ kalıntı bileşeninin örnek değerleri

$$\hat{\varepsilon}(i, \tau) = z(i, \tau) - \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_j(\tau) z(i, \tau - j) \quad (5.54)$$

eşitliğinden hesaplanabilir. Genellikle hesaplamalarda kalıntı bileşeninin ilk p adedi $e(1,1)=e(1,2)= \dots = e(1,p)=0$ kabul edilir. Dolayısıyla gerçek değeri hesaplanabilen kalıntı bileşeni adedi toplam $n_e = \omega N - p$ dir. Burada N yıl olarak veri uzunluğudur. İki boyutlu $\hat{\varepsilon}(i, \tau)$ dizisi, $t = \omega(i - 1) + \tau$ olmak üzere t zamanlarına göre tek boyutlu bir diziye de çevirilebilir.

$$e_t = \varepsilon(i, \tau); t = \omega(i - 1) + \tau; i = 1, 2, \dots, N; \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (5.55)$$

Belli bir p mertebesi için verilere uyarlanan PAR(p) modelinin başarı düzeyi (gözlemsel seriyi temsil gücü), kalıntı sürecinin ideal gürültü özelliklerine (içsel bağımsız ve Normal dağılımlı olma) sahip veya ona yakın olup olmaması ile ölçülmektedir (Box ve Jenkins 1976; Wei 1993; Salas vd. 1980). Bu nedenle, PAR(p) modeli için (5.55)den elde edilen e_t veya $\hat{\varepsilon}(i, \tau)$ kalıntı dizisinin otokorelasyon davranışının ($r_{k,e}$ otokorelasyon fonksiyonunun) ideal bir gürültünün otokorelasyon davranışına yakın olup olmadığı kontrol edilir. Örneğin, gözlem serisindeki içsel bağımlılık PAR(p) modeli ile yeterli biçimde ayıklanabilmiş ise $\hat{\varepsilon}(i, \tau)$ dizisinin $r_{1,e}(\tau)$ mevsimsel birinci otokorelasyon katsayılarının (5.56) daki sınır değerden küçük olması gerekir (Salas vd.1980).

$$|r_{1,e}(\tau)| < r_{1,\max} = \frac{t_c}{[N - 2 + t_c^2]^{1/2}} ; \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (5.56)$$

Bu eşitlikte t_c , seçilen α gibi bir anlamlılık düzeyi (Tip-1 hata olasılığı) için $v=N-2$ serbestlik derecesine ve $\alpha/2$ aşılma olasılığına karşı gelen student-t değeridir ($v>30$ ise t_c için standart normal değişken değeri $z_c=Z_{\alpha/2}$ kullanılabilir).

PAR(p) kalıntılarının ideal bir gürültünün özelliklerine yakın olup olmadığı, e_t dizisinin ilk k_{\max} adet (genellikle $n/20 < k_{\max} < n/10$ seçilir) $r_{k,e}$ otokorelasyon katsayılarına dayanan Box-Pierce (Portmanteau Lack of Fit) test istatistiği yardımıyla da test edilebilir (Box ve Jenkins 1976; Salas vd. 1980; Wei 1993).

$$Q = n \sum_{k=1}^{k_{\max}} \left(\frac{r_{k,e}^2}{N - k} \right) \quad (5.57)$$

Q istatistiği $v= k_{\max} - p - q$ serbestlik dereceli bir chi-kare dağılımı gösterir. AR(p) ve PAR(p) modellerinde hareketli ortalama mertebesi $q=0$ olduğundan $v= k_{\max} - p$ dir. Ayrıca, PAR(p) modelinde n yerine $n_e = \omega N - p$ kullanılmalıdır. (5.57) den hesaplanan Q istatistiği, seçilen bir α anlamlılık düzeyi ve v serbestlik derecesi için tablodan alınan $Q_c = \chi^2(\alpha; v)$ kritik değerinin altında ise verilere uyarlanan modelin uygun olduğuna karar verilir. Alternatif AR(p) ve/veya PAR(p) modelleri arasında, Q istatistiği belirgin biçimde diğerlerinden daha küçük olan model büyük bir olasılıkla gözlemsel zaman serisine en uygun modeldir.

5.2.2.1 PAR(1) Süreci (Thomas-Fiering Modeli)

Aylık akışlar için geliştirilen ve literatürde “Thomas-Fiering Modeli” diye de anılan bu model $p=1$ mertebesinde mevsimsel otoregressif bir süreci tanımlar. PAR(1) modeli, mevsimlere (aylara) göre tam standardize $z(i,\tau)$ değişkenin ardışık ($k=1$ zaman kaymalı) mevsimlerdeki değerleri arasında kurulmuş basit doğrusal regresyon bağıntılarından ibarettir.

$$z(i, \tau) = \phi_1(\tau)z(i, \tau - 1) + \varepsilon(i, \tau); \quad \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (5.58)$$

PAR(1) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu

$$\rho_k(\tau) = \phi_1(\tau)\rho_{k-1}(\tau - 1); \quad k > 0 \quad (5.59)$$

olup, bu rekürsif bağıntıdan $k=1$ için $\phi_1(\tau)$ mevsimsel parametresinin tam standardize serilerde $\rho_1(\tau)$ ile aynı olduğu hemen görülebilir (yani, $\hat{\phi}_1(\tau) = r_1(\tau)$ dur). Bu nedenle $\phi_1(\tau)$ parametre vektörünün ön (moment) tahmini $r_1(\tau)$ örnek otokorelasyon vektörüdür:

$$\hat{\phi}_1(\tau) = r_1(\tau); \quad \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (5.60)$$

PAR(1) sürecinin $\sigma_\varepsilon^2(\tau)$ gürültü varyansları için (5.51)den

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2(\tau) = 1 - r_1(\tau)\hat{\phi}_1(\tau) = 1 - r_1^2(\tau); \quad \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (5.61)$$

elde edilir. Gözlem serisinden hesaplanan $r_1(\tau)$ değerleri \bar{r}_1 ortalama değeri etrafında rastgele değişiyor ise (her τ ayı için $H_0: \rho_1(\tau) = \bar{r}_1$ hipotezi belli bir yanılma olasılığı ile kabul edilebiliyor ise) PAR(1) modeli $\hat{\phi}_1 = \bar{r}_1$, $\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 1 - \bar{r}_1^2$ sabit parametrelerine sahip bir AR(1) modeline indirgenir. PAR(1) modelinde ω adet (aylık veriler için $\omega=12$) ilave parametre mevcuttur. Bu ilave parametreler ($\phi_j(\tau)$ değerleri) gözlem serisinin $k=1$ zaman kayması için aylık gözlemler arasındaki doğrusal bağımlılıkların model tarafından korunmasını sağlar. Ancak, bir yapısal modelde her yeni parametre ilave bir belirsizlik ve risk yaratır (\bar{r}_1 sabit parametresinin örnekleme varyansı $r_1(\tau)$ değerlerinin örnekleme varyanslarından çok daha küçüktür). Bu nedenle, $r_1(\tau)$ değerlerinin \bar{r}_1 ortalaması etrafındaki sistematik (devirsel) değişimi harmonik (Fourier) fonksiyonlar ile tanımlanarak, parametre tasarrufu sağlanabilir.

5.2.2.2 PAR(2) Süreci

PAR(2) süreci $\rho_1(\tau)$ ve $\rho_2(\tau)$ mevsimsel otokorelasyon fonksiyonları τ mevsimlerine göre anlamlı şekilde (sistemik/periodyik) değişen seriler için uygun olabilir. Bu sürecin matematiksel yapısı (5.62) de; $k=1$ ve $k=2$ için kuramsal otokorelasyon fonksiyonu (5.63)de verilmiştir.

$$z(i, \tau) = \phi_1(\tau) z(i, \tau - 1) + \phi_2(\tau) z(i, \tau - 2) + \varepsilon(i, \tau) \quad (5.62)$$

$$\rho_k(\tau) = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^2 \phi_j(\tau) \rho_{|k-j|}(\tau - k); k < j \text{ ise} \\ \sum_{j=1}^2 \phi_j(\tau) \rho_{|k-j|}(\tau - j); j < k \text{ ise} \end{array} \right\} \quad (5.63)$$

(5.63) ifadelerinden $k=1$ ve $k=2$ için elde edilen

$$\rho_1(\tau) = \phi_1(\tau) + \rho_1(\tau - 1) \phi_2(\tau)$$

$$\rho_2(\tau) = \rho_1(\tau - 1) \phi_1(\tau) + \phi_2(\tau)$$

İki bilinmeyenli lineer denklem sisteminde $\rho_1(\tau)$, $\rho_2(\tau)$, $\rho_1(\tau - 1)$ yerine $r_1(\tau)$, $r_2(\tau)$, $r_1(\tau - 1)$ örnek değerleri kullanılır ve çözülürse; PAR(2) modelindeki parametrelerin moment tahminleri için,

$$\hat{\phi}_1(\tau) = \frac{r_1(\tau) - r_1(\tau - 1) r_2(\tau)}{1 - r_1^2(\tau - 1)} \quad (5.64a)$$

$$\hat{\phi}_2(\tau) = \frac{r_2(\tau) - r_1(\tau - 1) r_1(\tau)}{1 - r_1^2(\tau - 1)} \quad (5.64b)$$

eşitlikleri bulunur (Salas vd. 1980). Bu vektörel değerler (5.65) de kullanılarak gürültü varyanslarının kuramsal tahminleri elde edilebilir.

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2(\tau) = 1 - \hat{\phi}_1(\tau)r_1(\tau) - \hat{\phi}_2(\tau)r_2(\tau) \quad (5.65)$$

PAR(2) modelinde, belli bir τ ayı için (5.64a) ve (5.64b) eşitliklerinden tahmin edilen $\hat{\phi}_1(\tau)$ ve $\hat{\phi}_2(\tau)$ parametreleri aşağıdaki stasyonelik koşullarını sağlamalıdır:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{\phi}_1(\tau) + \hat{\phi}_2(\tau) < 1 \\ \hat{\phi}_2(\tau) - \hat{\phi}_1(\tau) < 1 \\ -1 < \hat{\phi}_2 < 1 \end{array} \right\} \quad (5.66)$$

Aksi halde, söz konusu τ ayı için p mertebesi azaltılmalı ya da arttırılmalıdır.

5.2.2.3 PAR(3) Süreci

Hidrolojik zaman serilerinde $p=3$ veya daha yüksek otoregressif mertebeler uzun bellekli (örnek korelogramı geç çürüten) içsel bağımlılıkları tanımlamakta yararlı olabilmektedir. Aylık akışlar gibi mevsimsel süreçlerde bazı mevsimlerdeki süreç değerleri, $\tau-1$, $\tau-2$ mevsimlerindeki değerlerin yanı sıra $\tau-3$ mevsimindeki değerlerden de anlamlı ölçüde etkilenebilmektedir. Bu etkilenme, standardizasyon yoluyla zayıf stasyonere hale indirgenmiş gözlem serisinde dahi görülebilmektedir. Uzun bellekli içsel bağımlılığın temel fiziksel nedenlerinden biri havza büyüklüğü, diğeri ise ciddi yer altı suyu katkısı ve/veya kar erimesidir. Bu nedenlerle, uygulamada fazla karşılaşılmamakla birlikte, PAR(3) mevsimsel stokastik süreç modeli de çalışmaya dahil edilmiştir.

PAR(3) sürecinin matematiksel formu (5.67) de, $k=1, 2, 3$ için kuramsal otokorelasyon fonksiyonları ise (5.68) de görülmektedir.

$$z(i, \tau) = \phi_1(\tau) z(i, \tau - 1) + \phi_2(\tau) z(i, \tau - 2) + \phi_3(\tau) z(i, \tau - 3) + \varepsilon(i, \tau) \quad (5.67)$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1(\tau) = \phi_1(\tau) + \phi_2(\tau) \rho_1(\tau - 1) + \phi_3(\tau) \rho_2(\tau - 1) \\ \rho_2(\tau) = \phi_1(\tau) \rho_1(\tau - 1) + \phi_2(\tau) + \phi_3(\tau) \rho_1(\tau - 2) \\ \rho_3(\tau) = \phi_1(\tau) \rho_2(\tau - 1) + \phi_2(\tau) \rho_1(\tau - 2) + \phi_3(\tau) \end{array} \right\} \quad (5.68)$$

(5.68) deki $\rho_1(\tau - 1)$ değeri $\tau=1$ için $\rho_1(\omega)$ ile; $\rho_1(\tau - 2)$ değeri $\tau=1$ için $\rho_1(\omega - 1)$ ile $\tau=2$ için $\rho_1(\omega)$ ile değiştirilerek kullanılır. Benzer şekilde $\rho_2(\tau - 1)$ değeri yerine $\tau=1$ için $\rho_2(\omega)$ değeri kullanılır.

PAR(3) modelindeki $\phi_1(\tau), \phi_2(\tau), \phi_3(\tau)$ parametre vektörlerinin belli bir τ ayındaki (mevsimindeki) ön (moment) tahminleri, (5.68) eşitliklerinde $r_1(\tau), r_2(\tau), r_3(\tau), r_1(\tau - 1), r_1(\tau - 2)$ ve $r_2(\tau - 1)$ örnek değerleri yerleştirilerek oluşturulan lineer denklem sisteminin çözümünden elde edilebilir.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & r_1(\tau - 1) & r_2(\tau - 1) \\ r_1(\tau - 1) & 1 & r_1(\tau - 2) \\ r_2(\tau - 1) & r_1(\tau - 2) & 1 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} r_1(\tau) \\ r_2(\tau) \\ r_3(\tau) \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

$$\hat{\phi}(\tau) = A^{-1}R \quad (5.70)$$

Hesaplanan $\hat{\phi}_1(\tau), \hat{\phi}_2(\tau), \hat{\phi}_3(\tau)$ parametre değerleri (her τ ayı için) ile teşkil edilen aşağıdaki kübik polinomun bütün kökleri birim çember dışında ($|B_j| > 1, j = 1, 2, 3$) ise τ ayına ilişkin model stasyonerdir.

$$1 - \hat{\phi}_1(\tau)B - \hat{\phi}_2(\tau)B^2 - \hat{\phi}_3(\tau)B^3 = 0; \text{ her } \tau \text{ için} \quad (5.71)$$

Stasyonerlik koşulu sağlanıyorsa τ ayına ait modelin kuramsal kalıntı varyansı (5.72) den hesaplanır:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2(\tau) = 1 - \hat{\phi}_1(\tau)r_1(\tau) - \hat{\phi}_2(\tau)r_2(\tau) - \hat{\phi}_3(\tau)r_3(\tau) \quad (5.72)$$

Herhangi bir ayda PAR(3) parametreleri stasyonerlik koşulunu sağlamıyorsa bu aya PAR(2) modeli; PAR(2) parametreleri de stasyonerlik koşulunu sağlamıyorsa PAR(1) modeli uyarlanabilir. Ayrıca, aylık mevsimsel bir seriye PAR(3) modeli katı biçimde uygulanırsa $m=3 \times 12=36$ adet otoregressif parametre söz konusu olur. Bu sayı, özellikle kısa zaman serilerinde aşırı ölçüde fazladır. Serbestlik dereceleri oldukça küçük olduğundan parametrelerin örnekleme varyansları (yada standart

hataları) hayli yüksek olur. Bu nedenlerle, belli bir τ ayı için PAR(3) modeli PAR(2) veya PAR(1) gibi daha basit bir modele kıyasla içsel bağımlılığın tanımlanmasında dikkate değer bir ek katkı sağlamıyorsa bunun yerine PAR(2) ve/veya PAR(1) modeli tercih edilebilir. PAR(3) modelindeki $\hat{\phi}_3 z(\tau - 3)$ teriminin $z(i, \tau)$ serisinin PAR(3) ile tanımlanan varyansı içindeki oransal katkısı istatistiksel olarak anlamlı (önemli) değil ise bu terim atılabilir. Dolayısıyla PAR(3) modeli PAR(2) modeline indirgenir. PAR modellerinde p mertebesinin aylara göre değiştirilmesinde hiçbir sakınca yoktur (Mondal ve Wasimi 2006).

5.3 Hareketli Ortalama Süreçleri

Kısaca $MA(q)$ şeklinde simgelenen q mertebesinden bir hareketli ortalama (Moving Average) sürecin normal dağılımlı bir gürültünün $t, t - 1, \dots, t - q$ gibi anlardaki değerlerinin ağırlıklı toplamlarından oluştuğu varsayılmaktadır. Tanımı gereği gürültü süreci $k \neq 0$ zaman kaymaları için otokovaryansları, dolayısıyla da otokorelasyonları sıfır olan bir süreçtir ($\gamma_{\varepsilon\varepsilon}(0) = \sigma_{\varepsilon}^2$; $|k| \neq 0$ için $\gamma_{\varepsilon\varepsilon}(k) = 0$). Gürültü süreci q gibi sonlu bir lineer filtreden geçirildiğinde $MA(q)$ sürecini (\tilde{Z}_t serisini) yaratmaktadır.

$$\tilde{Z}_t = \theta(B)\varepsilon_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)\varepsilon_t \quad (5.73a)$$

veya

$$\tilde{Z}_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (5.73b)$$

$MA(q)$ süreci, sonlu sayıda θ_j ağırlığı bulunduğundan daima stasyonerdir. Yani, bu yapı uyarınca \tilde{Z}_t zaman serisi sonlu varyans ve kovaryanslara sahip olur. Ancak, tersinirlik (ε_t nin $\tilde{Z}_t, \tilde{Z}_{t-1}, \dots$ değerleri cinsinden yazılabilmesi) koşulu ancak ve ancak

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 \dots \theta_q B^q = 0 \quad (5.74)$$

karakteristik denkleminin tüm köklerinin birim çember dışında ($|B_j| > 1$, $j = 1, 2, \dots, q$) olması halinde sağlanır (Box ve Jenkins 1976; Wei 1994).

Hidrolojik zaman serilerinin çoğu salt hareketli ortalama yapısında değildir. Ancak, yağış ve akış gibi süreçlerin iç bağımlılık yapısında bu olayların oluşumunu etkileyen bazı tam bağımsız rastgele girdiler nedeniyle hareketli ortalama bileşenleri de bulunabilir (Salas vd. 1980).

Örneğin, küçük havzalarda dolaysız akış bileşeni yağış girdisi nedeniyle bir hareketli ortalama yapısında olabilir. Buna karşılık, dolaylı akış ve yeraltısuyu bileşenleri zemin ortamındaki depolanma ve gecikme nedeniyle otoregressif yapıda olabilir. Sonuçta, akarsu yatağındaki akışlar hem hareketli ortalama hem de otoregressif yapıların bir alaşımı da olabilir (Salas vd. 1980).

Bu çalışma kapsamında sadece $q = 1$ mertebeden hareketli ortalama süreci, $MA(1)$, hakkında bilgi verilmesi yeterli görülmüştür. $MA(1)$ sürecinin matematiksel yapısı

$$\tilde{Z}_t = (1 - \theta_1 B)\varepsilon_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (5.75)$$

olup, $1 - \theta_1 B = 0$ denkleminde, $B = 1/\theta_1$; dolayısıyla tersinirlik koşulu için $-1 < \theta_1 < 1$ yazılabilir.

$MA(1)$ sürecinin otokovaryans fonksiyonu sadece $k = 0$ ve $k = 1$ zaman kaymalarında sıfırdan farklıdır. Benzer şekilde, $MA(1)$ sürecinin kuramsal otokorelasyon fonksiyonu sadece $k = 1$ zaman kaymasında sıfırdan farklı olup, $|k| > 1$ için sıfırdır.

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1 = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} \\ \rho_k = 0, |k| > 1 \end{array} \right\} \quad (5.76)$$

$MA(1)$ modelinin θ_1 parametresinin ön (moment) tahmini (5.76) eşitliğinde ρ_1 yerine r_1 konarak yazılan

$$\hat{\theta}_1^2 + \frac{\hat{\theta}_1}{r_1} + 1 = 0 \quad (5.77)$$

ikinci derece denklemi çözülerek elde edilebilir.

$$\hat{\theta}_1 = -\frac{1}{2r_1} \mp \sqrt{\frac{1}{4r_1^2} - 1} \quad (5.78)$$

Bu denklemin gerçel köklerinin olabilmesi için karekök içindeki terim pozitif, yani

$$-\frac{1}{2} < r_1 < \frac{1}{2} \quad (5.79)$$

olmalıdır. r_1 birinci örnek otokorelasyon katsayısı $-0.5 < r_1 < 0.5$ aralığında olmak koşuluyla, (5.78) denkleminde hesaplanan ve $-1 < \hat{\theta}_1 < 1$ aralığında kalan kök ön parametre tahmini olarak kullanılabilir.

$AR(1)$ sürecinin aksine, $MA(1)$ sürecinin ϕ_{kk} kısmi otokorelasyon fonksiyonu $\phi_{11} = \rho_1$ ile başlayan ve üstel olarak çürüyen bir fonksiyondur.

$$\phi_{kk} = \frac{-\theta_1^k(1 - \theta_1^2)}{1 - \theta_1^{2(k+1)}} \quad (5.84)$$

5.4 Karma (ARMA) Süreçler

Akarsu akışları, yeraltı suyu sevipleri vb. gibi süreçler, girdilerin hidrolojik biriktirme sistemlerinde geciktirilmesi (ötelenmesi) ve düzenlenmesi nedeniyle hem otoregressif hemde hareketli ortalama bileşenleri içerebilirler (Salas ve Smith 1981; Padilla vd. 1996; Ercan 2003).

ARMA(p,q) süreci; (5.21) ve (5.73b) denklemlerinden

$$\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \dots + \phi_p \tilde{Z}_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (5.81a)$$

denklemiyle veya kısaca

$$\phi(B)\tilde{Z}_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (5.81b)$$

şeklinde gösterilebilir. ARMA(p,q) modelleri minimum sayıda değişken kullanarak etkili tahmin modelleri kurma imkanı sağlar.

ARMA(p,q) sürecinin stasyonelik koşulu tıpkı AR(p) sürecinde olduğu gibi; $\phi(B) = 0$ karakteristik denkleminin B_1, B_2, \dots, B_p gibi tüm köklerinin birim çember dışında olmasını gerektirir. Tersinirlik koşulu ise, MA(q) sürecinde olduğu gibi; $\theta(B) = 0$ karakteristik denkleminin tüm köklerinin birim çember dışında olması halinde sağlanır (Box ve Jenkins 1976; Wei 1994).

Mevsimsel olmayan ARMA(1,1) sürecindeki $\hat{\phi}_1$ ve $\hat{\theta}_1$ parametrelerinin ön tahminleri (5.82a) ve (5.82b) eşitliklerinden, $\hat{\sigma}_e^2$ gürültü varyansı ise (5.83) den hesaplanabilir (Benzeden 2007).

$$\hat{\phi}_1 = r_2/r_1 \quad (5.82a)$$

$$\hat{\theta}_1 = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4(r_1 - \hat{\phi}_1)^2}}{2(r_1 - \hat{\phi}_1)} \quad (5.82b)$$

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{(1 - \hat{\phi}_1^2)\hat{\sigma}_z^2}{1 + \hat{\theta}_1^2 - 2\hat{\phi}_1\hat{\theta}_1} \quad (5.83)$$

ARMA(1,1) sürecinin kuramsal otokorelasyon fonksiyonu $|k| > 1$ için tıpkı AR(1) sürecindeki gibi (bkz. (5.33) eşitliği) üstel olarak çürür. $k=1$ de ise ϕ_1 ve θ_1 parametrelerine bağlıdır.

$$\rho_1 = \frac{(1 - \phi_1 \theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1} \quad (5.84)$$

ARMA(2,1) ve ARMA (2,2) gibi daha yüksek mertebeden karma süreçlerin $\hat{\phi}_1$, $\hat{\phi}_2$ otoregressif parametreleri $k > q$ için tıpkı AR(2) sürecindeki gibi r_3 , r_4 örnek otokorelasyon katsayılarını da kapsayan lineer moment eşitliklerinden tahmin edilebilir. Model yapısından otoregressif bileşen ayıklandığında, geriye kalan MA(1) veya MA(2) yapısındaki hareketli ortalama bileşenin $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ parametreleri, indirgenmiş otokovaryansları kapsayan nonlinear denklemlerin iteratif çözümünden hesaplanabilir (Box ve Jenkins 1976; Salas vd. 1980; Wei 1994; Benzeden 2007).

5.5 Dışsal Girdili-Gürültü Bileşenli Transfer Fonksiyonu Modelleri

5.5.1 ARMAX(n_a , n_b , n_c , n_k) Modeli

y_t çıktı serisini, x_t dışsal girdi serisini, ε_t gürültü (noise) serisini göstermek üzere ARMAX (n_a , n_b , n_c , n_k) dışsal girdili transfer fonksiyonu modeli (TFM) aşağıdaki matematiksel formda yazılabilir:

$$A(G) y_t = \mu_0 + B(G) x_{t-n_k} + C(G) \varepsilon_t \quad (5.85)$$

Bu ifadede G geri kaydırma operatörü ($G^j y_t = y_{t-j}$) olup, $A(G)$, $B(G)$ ve $C(G)$ sırasıyla n_a , n_b , n_c mertebesinden G nin polinomlarıdır.

$$A(G) = 1 + a_1 G + a_2 G^2 + \dots + a_{n_a} G^{n_a} \quad (5.86a)$$

$$B(G) = b_0 + b_1 G + b_2 G^2 + \dots + b_{n_b} G^{n_b} \quad (5.86b)$$

$$C(G) = 1 + c_1 G + c_2 G^2 + \dots + c_{n_c} G^{n_c} \quad (5.86c)$$

Yukarıdaki ifadede girdinin çıktıda üzerinde önemli etki oluşturmaya başladığı zaman kayması g ile n_k aynı değerdir. x_t , y_t ve e_t süreçlerinin üçü de sıfır ortalamalı, durağan (stasyonör) birer süreç ise $\mu_0=0$ dır.

(5.85) eşitliğinin her iki tarafı $A(G)$ polinomu ile bölünür ve gürültü serisi

$$E_t = \frac{C(G)}{A(G)} \varepsilon_t = \frac{\theta_q(G)}{\phi_p(G)} \varepsilon_t \quad (5.87)$$

ile gösterilirse, çıktının sadece girdiden kaynaklanan kısmını temsil eden $v(G)$ *dürtü tepki fonksiyonu*

$$v(G) = \frac{B(G)}{A(G)} = \frac{\omega_s(G)}{\delta_r(G)} \quad (5.88)$$

olmak üzere ARMAX modeli aşağıdaki formda da yazılabilir:

$$y_t = v(G)X_{t-n_k} + E_t \quad (5.89)$$

(5.88) ifadesinde $\omega_s(G)$ ve $\delta_r(G)$ sırasıyla s ve r mertebesinden polinomlardır.

$$\omega_s(G) = \omega_0 - \omega_1 G - \omega_2 G^2 - \dots - \omega_s G^s \quad (5.90a)$$

$$\delta_r(G) = 1 - \delta_1 G - \delta_2 G^2 - \dots - \delta_r G^r \quad (5.90b)$$

ARMA (p,q) yapısında olduğu varsayılan E_t gürültü bileşenini tanımlamakta kullanılan $\theta_q(G)$ ve $\phi_p(G)$ polinomları ise

$$\theta_q(G) = 1 - \theta_1 G - \theta_2 G^2 - \dots - \theta_q G^q \quad (5.91a)$$

$$\phi_p(G) = 1 - \phi_1 G - \phi_2 G^2 - \dots - \phi_p G^p \quad (5.91b)$$

genel formundadır.

(5.85) deki TFM $\omega_s(G)$, $\delta_r(G)$, $\phi_p(G)$, $\theta_q(G)$ polinomları cinsinden de yazılabilir:

$$\phi_p(G)\delta_r(G)y_t = \phi_p(G)\omega_s(G)x_{t-n_k} + \theta_q(G)\delta_r(G)\varepsilon_t \quad (5.92)$$

Dolayısıyla, (5.85) ve (5.92) ifadelerinin özdeşliğinden $A(G)$, $B(G)$, $C(G)$ için

$$A(G) \equiv \phi_p(G) \delta_r(G) \quad (5.93a)$$

$$B(G) \equiv \phi_p(G) \omega_s(G) \quad (5.93b)$$

$$C(G) \equiv \theta_q(G) \delta_r(G) \quad (5.93c)$$

yazılabilir. Bu nedenle, (5.86a), (5.86b), (5.86c) deki a,b,c TFM parametreleri esasen birebir θ , ϕ , ω , δ parametrelerine bağlıdır.

$\omega_s(G)$, $\delta_r(G)$, $\theta_q(G)$, $\phi_p(G)$ polinomlarının s, r, q, p mertebeleri ile $A(G)$, $B(G)$, $C(G)$ polinomlarının n_a , n_b , n_c mertebeleri arasında aşağıdaki ilişkiler mevcuttur.

$$n_a = p+r \quad (5.93d)$$

$$n_b = p+s+1; \quad n_b \geq 1 \quad (5.93e)$$

$$n_c = q+r \quad (5.93f)$$

Dışsal girdili-gürültü bileşenli bir transfer fonksiyon modelinin geçerli olabilmesi için $\delta_r(G) \neq 0$, $\phi_p(G) \neq 0$ ve $\theta_q(G) \neq 0$ karakteristik denklemlerinin tüm köklerinin birim çember dışında olması gerekir.

(5.85) deki ARMAX modeli açık formda yazılıp,

$$\begin{aligned}
y_t &= a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_{n_a} y_{t-n_a} \\
&= b_0 x_{t-n_k} + b_1 x_{t-n_k-1} + \dots + b_{n_b} x_{t-n_k-n_b} + e_t + c_1 e_{t-1} + c_2 e_{t-2} \\
&\quad + \dots + c_{n_c} e_{t-n_c}
\end{aligned}$$

aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$y_t = b_0 x_{t-n_k} + \sum_{j=1}^{n_b} b_j x_{t-n_k-j} - \sum_{j=1}^{n_a} a_j y_{t-j} + e_t + \sum_{j=1}^{n_c} c_j e_{t-j} \quad (5.94)$$

Bu bağıntıdan da görüleceği gibi ARMAX modelinde t anındaki y_t çıktı değerleri, kendine ait geçmişteki değerlerinin ($y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-n_a}$), girdinin t- n_k anındaki ve daha önceki değerlerinin ve rastgele-tam bağımsız değişkenin (gürültünün) t anındaki ve geçmişteki değerlerinin ağırlıklı lineer toplamlarından ibarettir. Bu nedenle de “Lineer” bir modeldir.

5.5.2 ARX (n_a, n_b, n_k) Modeli

(5.85)deki ARMAX modelinde özel olarak C(G) polinomu C(G)=1 ise bu model ARX yapısına (dışsal girdili otoregressif transfer fonksiyonu modeline) indirgenir:

$$A(G)y_t = B(G)x_{t-n_k} + \varepsilon_t \quad (5.95)$$

veya açık formda:

$$y_t = b_0 x_{t-n_k} + \sum_{j=1}^{n_b} b_j x_{t-n_k-j} - \sum_{j=1}^{n_a} a_j y_{t-j} + \varepsilon_t = \hat{y}_t + \varepsilon_t \quad (5.96)$$

(5.96) ile tanımlanan ARX (n_a, n_b, n_k) modelindeki n_k gecikme zamanı, içsel bağımlılığı x_t zaman serisinininkine uygun olarak ayıklanmış (ön arıtmadan geçirilmiş) girdi ve çıktı arasındaki kros-korelasyon analizinden kabaca belirlenebilir. Kros-korelasyon katsayısı sıfırdan anlamlı ölçüde farklı olan en küçük zaman farkı n_k dir.

n_k yukarıdaki gibi kabaca belirlendikten sonra, çeşitli (n_a, n_b) seçenekleri için $A(G)$ ve $B(G)$ polinomlarındaki katsayılar klasik en küçük kareler (Çoklu Lineer Regresyon) tekniği ile kolayca hesaplanabilir. n_a, n_b mertebeleri değiştikçe polinom katsayılarıyla birlikte determinasyon katsayısı (D), çoklu korelasyon katsayısı (R), anlamlılık istatistiği (F), regresyon bağıntısının standart hatası (S_e), regresyon katsayılarının anlamlılık istatistikleri (t_a, t_b gibi) gibi özet istatistikler de değişir. ε_t serisi gerçekten rastgele-tam bağımsız bir süreç ise, özet regresyon istatistikleri irdelenerek verilere en uygun n_a, n_b mertebeleri saptanabilir. Bu mertebeler hakkında karar verirken yararlanılabilecek en etkili yöntem, geniş modeldeki terimlerin herbirini teker teker veya alt gruplar şeklinde modelden atarak kısmi F-testi uygulamaktır. Diğer bir seçenek de, her bir (n_a, n_b) seçeneği için hesaplanan $e_t = y_t - \hat{y}_t$ hata (gürültü) bileşenleri serisinin rastgele-tam bağımsız bir seri (noise) olup olmadığının ve x_t girdi serisiyle anlamlı kros-korelasyonları bulunup bulunmadığının uygun testlerle test edilmesidir (Box-Pierce uyum eksikliği testi; kalıntı serisi otokorelasyon fonksiyonunun güven sınırları içinde kalıp kalmadığının kontrolü vb. gibi). Ancak, girdi serisine uygulanan ön arıtma (filtreleme) y_t çıktı serisine de uygulanmış ise, doğal olarak $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$ gürültü serisi bu filtrenin özelliklerine bürünecektir.

Bu modelleme çalışmaları sonunda tatmin edici bir modele ulaşamıyorsa, ARX yerine, daha geniş olan ARMAX modelleri denenmelidir. Bu durumda ARMAX modellerinde geçmişteki gürültü bileşenlerinin çıktıya katkısını ifade eden c_j ağırlık katsayılarının da uygun tekniklerle hesaplanması gerekecektir. $C(G)$ polinomunun mertebesi $\delta_r(G)$ polinomunun mertebesine (r) ve ε_t serisindeki hareketli ortalama düzeyine (q) bağlıdır ($n_c=q+r$).

$\delta_r(G)$ polinomunun r mertebesinin kabaca belirlenmesi için en uygun yol, filtrelenmiş girdi ve çıktı arasındaki zaman farklı kros-korelogramı incelemektir. Zira, girdi ve çıktı serisi aşağıdaki gibi filtre edildiğinde

$$\alpha_t = \frac{\phi_x(G)}{\theta_x(G)} x_t ; \quad \beta_t = \frac{\phi_x(G)}{\theta_x(G)} y_t$$

(5.88) ile tanımlanan $v(G)$ transfer fonksiyonunun v_k ağırlık katsayıları filtrelenmiş girdi (α_t) ve çıktı (β_t) arasındaki $\rho_{\alpha\beta}^{(k)}$ kross-korelasyon katsayılarına bağlıdır (Wei, 1993 s.296);

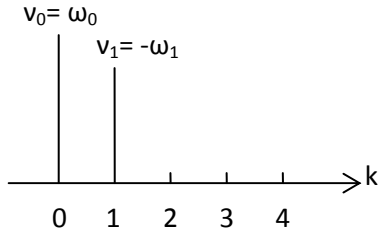
$$v_k = \frac{\sigma_\beta}{\sigma_\alpha} \rho_{\alpha\beta}^{(k)} \quad (5.97)$$

a) $r=0$ ise; (5.89)daki $v(G)$ polinomu sonlu sayıda ağırlık katsayısı içerir ($v_{n_k} = \omega_0$, $v_{n_k+1} = -\omega_1, \dots, v_{n_k+s} = -\omega_s$). Örneğin, $s=0$ ise $v_{n_k} = \omega_0$ dışında diğer bütün ağırlıklar önemsizdir. $s=1$ ise $v_{n_k} = \omega_0$ ve $v_{n_k+1} = -\omega_1$ dışında diğer bütün ağırlıklar önemsizdir (Şekil 6-1a).

b) $r=1$ ise: $v(G)$ polinomundaki ağırlık katsayıları üstel olarak azalır. Başlangıç değeri $s=0$ ise v_{n_k} , $s=1$ ise v_{n_k+1} ve $s=2$ ise v_{n_k+2} dir (Şekil 6-1b).

c) $r=2$ ise: $v(G)$ polinomunun ağırlık katsayıları $\delta_2(G)=1- \delta_1(G) - \delta_2(G)^2 = 0$ denkleminin kökleri gerçel ise üstel olarak, sanal ise sönümlü sinüzoidal olarak çürür (Şekil 6-1c).

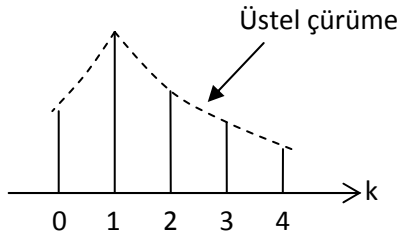
a)



$$\begin{array}{l} n_k=0 \\ r=0 \\ s=1 \end{array}$$

$$v(G)X_t = (\omega_0 - \omega_1 G)X_t$$

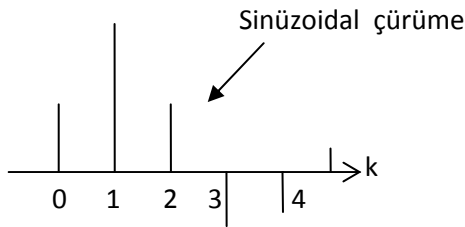
b)



$$\begin{array}{l} n_k=0 \\ r=1 \\ s=1 \end{array}$$

$$v(G)X_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 G)}{(1 - \delta_1 G)} X_t$$

c)



$$\begin{array}{l} n_k=0 \\ r=2 \\ s=1 \end{array}$$

$$v(G)X_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 G)}{(1 - \delta_1 G - \delta_2 G^2)} X_t$$

Şekil 5-1: $n_k=0$, $s=1$ için r mertebesine bağlı olarak TFM ağırlık katsayılarının değişimi (Wei 1994, s.292-293).

i. Transfer Fonksiyonu Modeline İlk Yaklaşım

Girdi ile çıktı arasındaki n_k kayma (gecikme) süresi, r ve s mertebeleri kabaca belirlendikten sonra, (5.97) den hesaplanan v_k ağırlık katsayıları ile $\omega_s(G)$ ve $\delta_r(G)$ polinomlarının katsayıları arasındaki teorik ilişkilerden (Wei 1994, s.291) $\hat{\omega}_j$ ve $\hat{\delta}_j$ ön tahminleri elde edilebilir. Böylece transfer fonksiyonu modeli için bir ilk yaklaşım yapılmış olur.

$$\hat{v}(G) = \frac{\hat{\omega}_s(G)}{\hat{\delta}_r(G)} \quad (5.98)$$

$\hat{\delta}_r(G) = 0$ denkleminin tüm kökleri birim çember dışında ($|G_j| > 1$) olmak koşulu ile E_t gürültü serisinin örnek tahminleri (5.99)dan elde edilebilir:

$$\hat{E}_t = y_t - \hat{y}_t = y_t - \frac{\hat{\omega}_s(G)}{\hat{\delta}_r(G)} x_{t-n_k} \quad (5.99)$$

Bu ifadede \hat{y}_t geçici (ön) TFM den tahmin edilen çıktı serisidir.

$$\hat{y}_t = \hat{v}(G)x_t = \sum_{j=1}^r \hat{\delta}_j y_{t-j} + \omega_0 x_{t-n_k} - \sum_{j=1}^s \omega_j x_{t-n_k-j} \quad (5.100)$$

(5.100)de $y_0, y_{-1}, y_{-2}, \dots$ ve $x_0, x_{-1}, x_{-2}, \dots$ gibi değerler sıfır kabul edilebilir.

Gürültü serisi ön tahminlerinin (\hat{E}_t) otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları incelenerek gürültü modelindeki p ve q mertebeleri için alternatif değerler saptanır. Her bir (p,q) alternatifi için $\hat{\phi}_p(G)$ ve $\hat{\theta}_q(G)$ polinomlarının $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ ve $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ parametreleri ve rastgele bağımsız bileşen varyansı ($\hat{\sigma}_e^2$) hesaplanıp, durağanlık ve tersinirlik koşullarının sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. Geçici modelde gürültü bileşenlerinin kalıntı serisi (\hat{e}_t), başlangıç değerleri $\hat{e}_0 = \hat{e}_{-1} = \dots = 0$ kabul edilerek,

$$\hat{e}_t = \frac{\hat{\theta}_q(G)}{\hat{\phi}_p(G)} \hat{E}_t = \hat{E}_t + \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_j \hat{E}_{t-j} - \sum_{j=1}^q \hat{\theta}_j \hat{e}_{t-j} \quad (5.101)$$

eşitliğinden, kalıntı varyansı ise (5.102)den hesaplanabilir.

$$\hat{\sigma}_e^2 = \sum_{t=1}^N \hat{e}_t^2 / (N - p - q) \quad (5.102)$$

ii. Transfer Fonksiyonu Modeli Ağırlık Katsayılarının Koşullu En Küçük Kareler Yöntemiyle Tahmini

p, q, r, s, n_k mertebeleri için ilk yaklaşımda elde edilen $\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\delta}, \hat{\omega}$ parametreleri (5.93a), (5.93b), (5.93c) deki özdeşliklerde yerleştirilerek $\hat{A}(G), \hat{B}(G)$ ve $\hat{C}(G)$ polinomlarının \hat{a}, \hat{b} ve \hat{c} katsayılarının ön tahminleri hesaplanabilir. Örneğin, p=1, r=2 için n_a=p+r=3 mertebesinden $\hat{A}(G)$ polinomunun ağırlıkları (5.93a)dan:

$$n_a = p + r = 1 + 2 = 3$$

$$\begin{aligned} 1 + \hat{a}_1 G + \hat{a}_2 G^2 + \hat{a}_3 G^3 &= (1 - \hat{\phi}_1 G)(1 - \hat{\delta}_1 G - \hat{\delta}_2 G^2) \\ &\equiv 1 - (\hat{\phi}_1 + \hat{\delta}_1)G - (\hat{\phi}_1 \hat{\delta}_1 + \hat{\delta}_2)G^2 + \hat{\phi}_1 \hat{\delta}_2 G^3 \end{aligned}$$

$$\hat{a}_1 = -(\hat{\phi}_1 + \hat{\delta}_1)$$

$$\hat{a}_2 = -(\hat{\phi}_1 \hat{\delta}_1 + \hat{\delta}_2)$$

$$\hat{a}_3 = \hat{\phi}_1 \hat{\delta}_2$$

eşitliklerinden hemen elde edilebilir. Aynı örnekte q=1, s=1 seçildiğini kabul edersek, $\hat{B}(G)$ ve $\hat{C}(G)$ polinomlarının ağırlık katsayılarının ön tahminleri şöyle olur:

$$n_b = p + s = 1 + 1 = 2$$

$$\hat{b}_0 = \hat{\omega}_0$$

$$\hat{b}_1 = -(\hat{\phi}_1 + \hat{\omega}_0)$$

$$\hat{b}_2 = \hat{\phi}_1 \hat{\omega}_0$$

$$n_c = q + r = 1 + 2 = 3$$

$$\hat{c}_1 = -(\hat{\theta}_1 + \hat{\delta}_1)$$

$$\hat{c}_2 = -(\hat{\theta}_1 \hat{\delta}_1 + \hat{\delta}_2)$$

$$\hat{c}_3 = \hat{\theta}_1 \hat{\delta}_2$$

a, b, c parametre vektörlerinin yukarıdaki gibi ön tahminleri etrafında iterasyon yaparak ve kalıntı bileşeninin $t_0 = \max\{p + r + 1, n_k + p + s + 1\}$ anından daha önceki başlangıç değerlerinin sıfır olduğunu kabul ederek aşağıdaki “SSE koşullu *nonlineer hata kareler toplamı fonksiyonu*” minimum olacak şekilde TFM parametreleri tahmin edilebilir (Wei 1994, s.300).

$$SSE(a, b, c | n_k) = \sum_{t=t_0}^N \hat{e}_t^2 \quad (5.103)$$

p, q, r, s mertebeleri aynı kalmak koşuluyla, girdi ile çıktı arasındaki n_k kayma (gecikme) süresinin öngörülen her değeri için optimal birer a, b, c çözüm vektörü mevcut olup, n_k için en uygun değer SSE amaç fonksiyonunu en küçük kılan değerdir.

BÖLÜM ALTI
TABAN AKIŞININ TOPLAM AKIŞ SÜRECİNİN MEVSİMSEL YAPISINA
ETKİSİ

Taban akışlarının toplam akışların mevsimsel (aylık) ortalama, standart sapma (veya varyans) ve otokovaryansları üzerindeki etkileri analitik olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir:

6.1 Aylık Ortalamalar

Aşağıdaki temel süreklilik (toplanabilirlik) ilkesi uyarınca,

$$q_i(\tau) = x_i(\tau) + y_i(\tau) \quad (6.1)$$

herhangi bir τ ayındaki ortalama toplam akış, $\mu_q(\tau)$, yüzeysel akış $\mu_y(\tau)$ ve taban akışı $\mu_x(\tau)$ (ve/veya kar erimesi) bileşenlerinin ortalamaları toplamına eşittir.

$$\mu_q(\tau) = \mu_x(\tau) + \mu_y(\tau) \quad (6.2)$$

$\mu_x(\tau)$ ve $\mu_y(\tau)$ istatistiklerinin her ikisinin de m_0 adet anlamlı harmonikle tanımlanabilen birer periyodik süreç olduklarını varsayalım.

$$\mu_x(\tau) = \mu_x + \sum_{j=1}^{m_0} [a_{j0}^{(x)} \cos(\lambda_j \tau) + b_{j0}^{(x)} \sin(\lambda_j \tau)] \quad (6.3)$$

$$\mu_y(\tau) = \mu_y + \sum_{j=1}^{m_0} [a_{j0}^{(y)} \cos(\lambda_j \tau) + b_{j0}^{(y)} \sin(\lambda_j \tau)] \quad (6.4)$$

Bu tanımlamalar (2) de yerine konur ve düzenlenirse

$$\mu_q(\tau) = \mu_q + \sum_{j=1}^{m_0} [(a_{j0}^{(x)} + a_{j0}^{(y)}) \cos(\lambda_j \tau) + (b_{j0}^{(x)} + b_{j0}^{(y)}) \sin(\lambda_j \tau)] \quad (6.5)$$

elde edilir. Başka bir deyişle, toplam akışların genel ortalaması (μ_q) ve harmonik katsayıları da toplanabilirlik ilkesini gerçekler.

$$\mu_q = \mu_x + \mu_y \quad (6.6)$$

$$a_{j0}^{(q)} = a_{j0}^{(x)} + a_{j0}^{(y)} \quad (6.7)$$

$$b_{j0}^{(q)} = b_{j0}^{(x)} + b_{j0}^{(y)} \quad (6.8)$$

Bilindiği gibi (6.3) ve (6.4) deki taban akışı ve yüzeysel akış ortalamalarının harmonik genlikleri ve faz açıları

$$C_{j0}^{(x)} = \sqrt{[a_{j0}^{(x)}]^2 + [b_{j0}^{(x)}]^2} \quad (6.9)$$

$$\theta_{j0}^{(x)} = \tan^{-1} \left[-\frac{b_{j0}^{(x)}}{a_{j0}^{(x)}} \right] \quad (6.10)$$

$$C_{j0}^{(y)} = \sqrt{[a_{j0}^{(y)}]^2 + [b_{j0}^{(y)}]^2} \quad (6.11)$$

$$\theta_{j0}^{(y)} = \tan^{-1} \left[-\frac{b_{j0}^{(y)}}{a_{j0}^{(y)}} \right] \quad (6.12)$$

olmak üzere (6.3) ve (6.4) eşitlikleri aşağıdaki formda da yazılabilir.

$$\mu_x(\tau) = \mu_x + \sum_{j=1}^{m_0} C_{j0}^{(x)} \cos(\lambda_j \tau + \theta_{j0}^{(x)}) \quad (6.13)$$

$$\mu_y(\tau) = \mu_y + \sum_{j=1}^{m_0} C_{j_0}^{(y)} \cos(\lambda_j \tau + \theta_{j_0}^{(y)}) \quad (6.14)$$

Bu eşitlikler taraf tarafa toplanırsa,

$$\mu_q(\tau) = \mu_q + \sum_{j=1}^{m_0} [C_{j_0}^{(x)} \cos(\lambda_j \tau + \theta_{j_0}^{(x)}) + C_{j_0}^{(y)} \cos(\lambda_j \tau + \theta_{j_0}^{(y)})] \quad (6.15)$$

olur. Bu eşitliğin sağ tarafındaki kosinüs fonksiyonları açısız fazlar farklı ise (yani, $\theta_{j_0}^{(x)} \neq \theta_{j_0}^{(y)}, j = 1, 2, \dots, m_0$ ise) birleştirilemez. $\theta_{j_0}^{(x)} = \theta_{j_0}^{(y)}, j = 1, 2, \dots, m_0$ özel halinde ise (6.15) ifadesi aşağıdaki “çakışık fazlı” harmonik fonksiyonuna indirgenir.

$$\mu_q(\tau) = \mu_q + \sum_{j=1}^{m_0} [C_{j_0}^{(x)} + C_{j_0}^{(y)}] \cos(\lambda_j \tau + \theta_{j_0}) \quad (6.16)$$

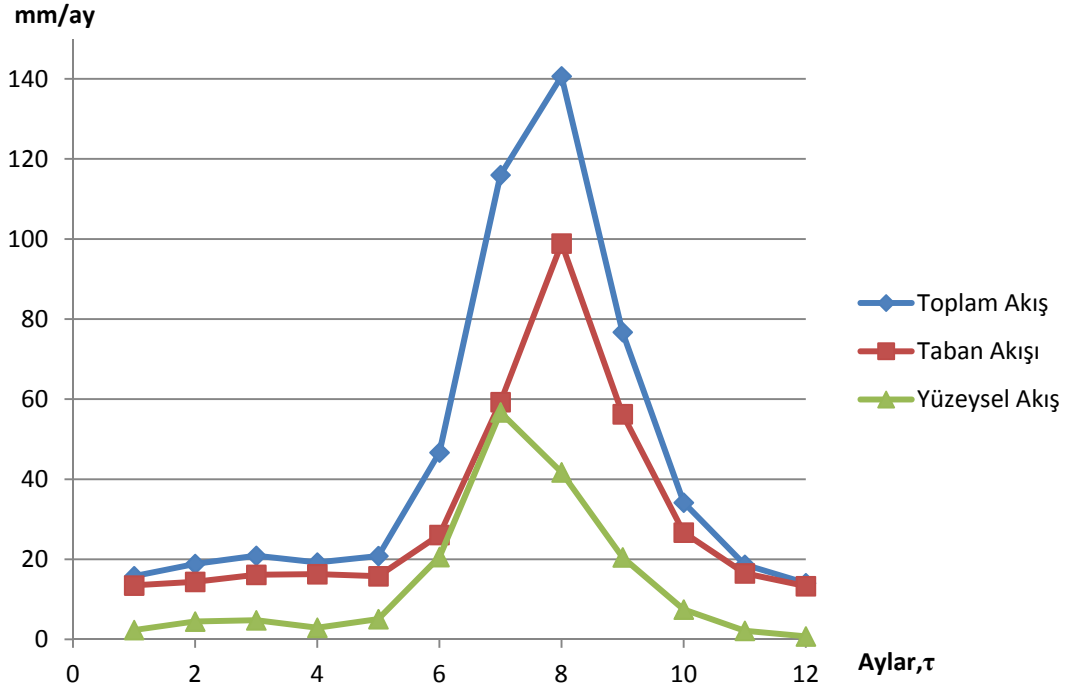
Bu eşitlikte $\theta_{j_0} = \theta_{j_0}^{(x)} = \theta_{j_0}^{(y)}$ ortak açısız fazları göstermektedir. Sadece ve sadece bu özel durumda $q_i(\tau)$ toplam akış süreci ortalamalarının harmonik genlikleri $C_{j_0}^{(q)}$, akış bileşenlerinin harmonik genlikleri toplamına denktir, faz açıları da denktir.

$$C_{j_0}^{(q)} = C_{j_0}^{(x)} + C_{j_0}^{(y)} \quad (6.17)$$

$$\theta_{j_0}^{(x)} = \theta_{j_0}^{(y)} = \theta_{j_0}^{(q)} = \theta_{j_0} \quad (6.18)$$

Önemli taban akışı ve/veya kar erimesi ile beslenen akarsularda bu özel durumun görülme olasılığı yok gibidir. Çünkü yüzeysel biriktirme sistemindeki gecikme zamanları yeraltı suyu biriktirme sistemindeki gecikme zamanlarına kıyasla çok kısadır. Diğer bir deyişle yüzeysel akış bileşeninin açısız fazları, yağış olayının ortalamalarına ait açısız fazlarla hemen hemen aynıdır. Yeraltı suyu ve kar erimesi

olayları taban akışı hidrografının zamana göre ötelenmesine ve daha yumuşak (düzgün) olmasına sebep olur. Örnek olarak Şekil 6-1 de 1955-2004 döneminde Billoris'te gözlenen aylık ortalama taban, yüzeysel ve toplam akış hidrografo gösterilmiştir.



Şekil 6-1: Billoris'te 1955-2004 döneminde aylık ortalama akış bileşenleri

6.2 Aylık Varyanslar

Herhangi bir τ ayındaki toplam akışların varyansı (6.1) ifadesinin her iki tarafının karesi alınıp, beklenen değer operatörü uygulanarak şöyle yazılabilir:

$$var[q_i(\tau)] = var[x_i(\tau)] + var[y_i(\tau)] + 2covar[x_i(\tau)y_i(\tau)]$$

τ ayındaki taban akışları ile yüzeysel akışlar arasındaki kovaryans

$$\gamma_0^{(xy)}(\tau) = covar[x_i(\tau)y_i(\tau)] = \rho_0^{(xy)}(\tau)\sigma_x(\tau)\sigma_y(\tau) \quad (6.19)$$

olmak üzere, τ ayındaki toplam akışların varyansı için;

$$\sigma_q^2(\tau) = \sigma_x^2(\tau) + \sigma_y^2(\tau) + 2\rho_0^{(xy)}(\tau)\sigma_x(\tau)\sigma_y(\tau) \quad (6.20)$$

yazılabilir. Son ifade şöyle açıklanabilir: Belli bir aydaki toplam akışların değişebilirliği, taban akışlarındaki ve yüzeysel akışlardaki değişebilirliklerin yanı sıra bu aydaki akış bileşenleri arasındaki korelasyona da bağlıdır. Söz konusu ayda taban akışlarının toplam akışın değişebilirliğine (varyansına) oransal katkısı akış bileşenleri arasındaki pozitif korelasyon ($\rho_0^{(xy)}(\tau) > 0$) arttıkça artar. Akış bileşenleri arasında anlamlı bir kros korelasyon yoksa (6.20) eşitliği

$$\sigma_q^2(\tau) = \sigma_x^2(\tau) + \sigma_y^2(\tau) \quad (6.21)$$

biçimine indirgenir ve taban akışı bileşeninin toplam akışın varyansına oransal katkısı

$$R_v^{(x)} = \sigma_x^2(\tau)/\sigma_q^2(\tau) \quad (6.22)$$

olur.

Yıl içinde seviyesi fazla değişmeyen (yıl boyunca hemen hemen sabit değerlerde olan) taban akışları ile beslenen akarsularda $\sigma_x^2(\tau)$ küçüktür. Bu nedenle, taban akışlarının toplam akış içindeki payı ($R_{0,x} = \mu_x/\mu_q$) yüksek olsa dahi, varyansa oransal katkısı düşük olabilir. Çok büyük yeraltı akiferlerinden ve/veya karst formasyonlardan kaynaklı büyük pınarlardan beslenen, küçük drenaj alanlı havzalarda (örneğin, Manavgat çayı, Köprüçay; Eşençay vb. gibi havzalar) durum böyledir.

(6.20) eşitliğinden de açıkça görüleceği gibi, yüzeysel ve taban akışı bileşenleri arasında negatif korelasyon bulunan aylarda, akış bileşenlerinin toplam varyansa katkısı (6.21) dekinden daha az olur.

Akış bileşenlerinin ve toplam akışların standart sapmaları, aylık ortalamalardakine benzer periyodik davranışlar gösterirler. Ancak, toplanabilirlik ilkesi standart sapmalar veya varyanslar için (akış bileşenleri arasında korelasyon olmasa dahi) geçerli olmaz.

$$\sigma_q(\tau) = \bar{\sigma}_q + \sum_{j=1}^{m_s} C_{js}^{(q)} \cos(\lambda_j \tau + \theta_{js}^{(q)}) \quad (6.23)$$

$$\sigma_x(\tau) = \bar{\sigma}_x + \sum_{j=1}^{m_s} C_{js}^{(x)} \cos(\lambda_j \tau + \theta_{js}^{(x)}) \quad (6.24)$$

$$\sigma_y(\tau) = \bar{\sigma}_y + \sum_{j=1}^{m_s} C_{js}^{(y)} \cos(\lambda_j \tau + \theta_{js}^{(y)}) \quad (6.25)$$

$$\sigma_q(\tau) \neq \sigma_x(\tau) + \sigma_y(\tau) \quad (6.26)$$

6.3 Mevsimsel Birinci Otokorelasyonlar

τ ve $\tau-1$ aylarındaki toplam akışlar arasındaki korelasyon, akış bileşenleri arasındaki mevsimsel korelasyonlar ve kros-korelasyonlar cinsinden şöyle yazılabilir:

$$\rho_1^{(qq)}(\tau) = \frac{E\{[q_i(\tau) - \mu_q(\tau)][q_i(\tau - 1) - \mu_q(\tau - 1)]\}}{\sigma_q(\tau)\sigma_q(\tau - 1)} \quad (6.27)$$

$$\rho_1^{(qq)}(\tau) = \frac{\gamma_1^{(xx)}(\tau) + \gamma_1^{(yy)}(\tau) + \gamma_1^{(xy)}(\tau) + \gamma_1^{(yx)}(\tau)}{\sigma_q(\tau)\sigma_q(\tau - 1)} \quad (6.28)$$

Bu eşitliğin payındaki ilk iki terim X ve Y bileşenlerinin birinci ($k=1$ zaman kaymalı) mevsimsel otokovaryanslarını, sonraki iki terim ise X ve Y bileşenlerinin $k=\pm 1$ zaman kaymalı kros-kovaryanslarıdır.

$$\gamma_1^{(xx)}(\tau) = \text{covar}[x_i(\tau)x_i(\tau - 1)] = \rho_1^{(x)}(\tau)\sigma_x(\tau)\sigma_x(\tau - 1) \quad (6.29a)$$

$$\gamma_1^{(yy)}(\tau) = \text{covar}[y_i(\tau)y_i(\tau - 1)] = \rho_1^{(y)}(\tau)\sigma_y(\tau)\sigma_y(\tau - 1) \quad (6.29b)$$

$$\gamma_1^{(xy)}(\tau) = \text{covar}[x_i(\tau)y_i(\tau - 1)] = \rho_1^{(xy)}(\tau)\sigma_x(\tau)\sigma_y(\tau - 1) \quad (6.29c)$$

$$\gamma_1^{(yx)}(\tau) = \text{covar}[x_i(\tau - 1)y_i(\tau)] = \rho_1^{(yx)}(\tau)\sigma_x(\tau - 1)\sigma_y(\tau) \quad (6.29d)$$

(6.19), (6.28) ve (6.29) eşitlikleri beraberce değerlendirildiğinde, akış bileşenlerinin varyans-otokovaryans özelliklerinin ve birbiri ile çapraz ilişkilerinin toplam akışların otokorelasyon yapısı üzerinde oldukça karmaşık etkileri olduğu söylenebilir. Çok özel bir durum olan $\rho_k^{(xy)}(\tau) = 0, \rho_k^{(yx)}(\tau) = 0$ durumunda (akış bileşenlerinin $k=0$ ve $k=\pm 1$ zaman kaymalı değerlerinin birbirinden bağımsız olması özel durumu) akış bileşenlerinin iç bağımlılık özelliklerinin toplam akışların iç bağımlılık yapısına etkisi nispeten basitleşir.

$$\rho_1^{qq}(\tau) = \frac{\rho_1^{(xx)}(\tau)\sigma_x(\tau)\sigma_x(\tau - 1) + \rho_1^{(yy)}(\tau)\sigma_y(\tau)\sigma_y(\tau - 1)}{\{[\sigma_x^2(\tau)\sigma_y^2(\tau)][\sigma_x^2(\tau - 1)\sigma_y^2(\tau - 1)]\}^{\frac{1}{2}}} \quad (6.30)$$

Kaba bir değerlendirme yapılacak olursa, akış bileşenlerinin içsel bağımlılığı toplam varyans içindeki payları nispetinde toplam akışlara yansır. Örneğin, yüzeysel akış bileşeni tam bağımsız, rastgele (noise) niteliğinde ise ($\rho_1^{(xx)}(\tau) = 0$), taban akışlarındaki içsel bağımlılık yapısı nispeten zayıflayarak toplam akışlara yansır.

6.4 Toplam Akışların Matematiksel Yapısının Akış Bileşenleri Cinsinden İfade Edilmesi

Bu çalışmanın en önemli amacı, akış bileşenlerinin *toplanabilirlik* ilkesi çerçevesinde toplam akışların matematiksel yapısına etkilerini daha açık biçimde

görebilmektir. $x(i,\tau)$ taban akışı ve $y(i,\tau)$ yüzeysel akış bileşenlerinin toplamı aşağıdaki gibi yazılıp,

$$q(i, \tau) = x(i, \tau) + y(i, \tau)$$

bu eşitliğin her iki tarafından $\mu_q(\tau) = \mu_x(\tau) + \mu_y(\tau)$ değerleri çıkarılır ve bütün terimler toplam akışların aylık standart sapmaları, $\sigma_q(\tau)$ ile bölünürse:

$$z_q(i, \tau) = \frac{q(i, \tau) - \mu_q(\tau)}{\sigma_q(\tau)} = \frac{x(i, \tau) - \mu_x(\tau)}{\sigma_q(\tau)} + \frac{y(i, \tau) - \mu_y(\tau)}{\sigma_q(\tau)} \quad (6.31)$$

olur. Sağ taraftaki, periyodik ortalamalardan arındırılmış $x(i, \tau) - \mu_x(\tau)$ ve $y(i, \tau) - \mu_y(\tau)$ serileri yerine bu serilerin tam standardize stokastik bileşenleri cinsinden

$$x(i, \tau) - \mu_x(\tau) = \sigma_x(\tau)z_x(i, \tau) \quad (6.32)$$

$$y(i, \tau) - \mu_y(\tau) = \sigma_y(\tau)z_y(i, \tau) \quad (6.33)$$

yerleştirilirse, taban akışı ve yüzeysel akışların stokastik bileşenlerine bağlı olarak toplam akışların stokastik bileşenini veren

$$z_q(i, \tau) = \frac{\sigma_x(\tau)}{\sigma_q(\tau)}z_x(i, \tau) + \frac{\sigma_y(\tau)}{\sigma_q(\tau)}z_y(i, \tau) \quad (6.34)$$

eşitliği elde edilir. Genel olması bakımından $z_x(t) = z_x(i, \tau)$ ve $z_y(t) = z_y(i, \tau)$ standardize stokastik bileşenlerin ARMA(p,q) yapısında oldukları kabul edilirse,

$$z_x(t) = \frac{\theta_x(B)}{\phi_x(B)}\varepsilon_x(t) = \Omega_x(B)\varepsilon_x(t) \quad (6.35)$$

$$z_y(t) = \frac{\theta_y(B)}{\phi_y(B)} \varepsilon_y(t) = \Omega_y(B) \varepsilon_y(t) \quad (6.36)$$

orjinal toplam akışların stokastik bileşeni için

$$z_q(t) = z_q(i, \tau) = R_x(\tau) \Omega_x(B) \varepsilon_x(t) + R_y(\tau) \Omega_y(B) \varepsilon_y(t) \quad (6.37)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadede $\varepsilon_x(t)$ ve $\varepsilon_y(t)$ taban akışı ve yüzeysel akışların gürültü bileşenlerini; $R_x(\tau)$, $R_y(\tau)$ aylık standart sapma oranlarını;

$$R_x(\tau) = \sigma_x(\tau) / \sigma_q(\tau) \quad (6.38a)$$

$$R_y(\tau) = \sigma_y(\tau) / \sigma_q(\tau) \quad (6.38b)$$

$\Omega_x(B)$ ve $\Omega_y(B)$ ise taban akışlarının ve yüzeysel akışların lineer filtrelerini temsil etmektedir. Bu filtreler aynı veya farklı matematiksel yapıda olabilirler.

$$\Omega_x(B) = \theta_x(B) / \phi_x(B) \quad (6.39a)$$

$$\Omega_y(B) = \theta_y(B) / \phi_y(B) \quad (6.39b)$$

BÖLÜM YEDİ

UYGULAMA ALANI VE VERİLER

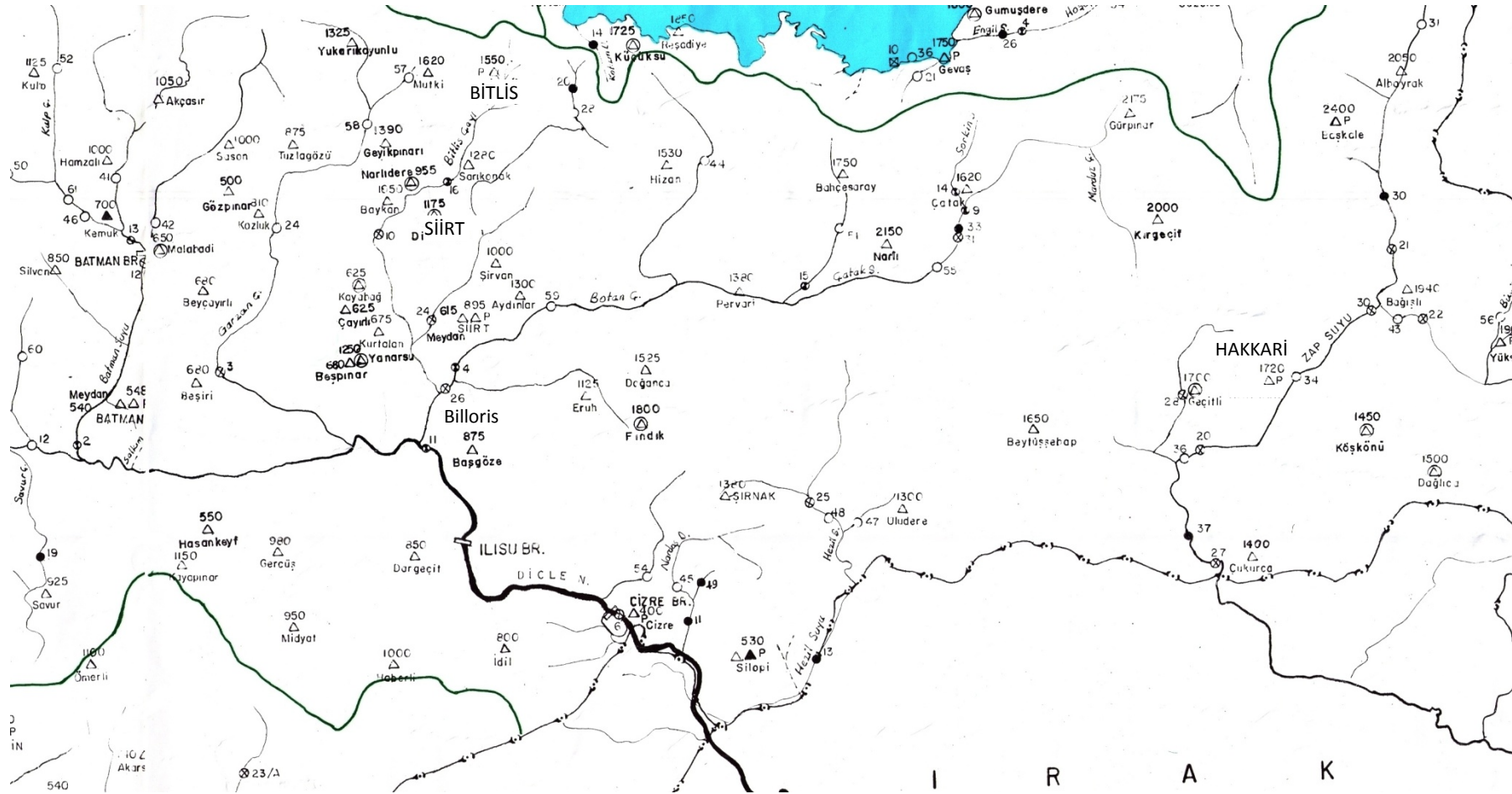
7.1. Uygulama Alanı

Dicle havzası (26 numaralı havza) Büyük Zap kolu dahil, 57615 km² drenaj alanı ve yaklaşık 21 km³/yıl mertebesindeki yıllık ortalama su potansiyeli ile su kaynakları bakımından Türkiye'nin en önemli akarsularından biridir (Bilen 1996; Özdemir ve Öziş 2000; Köken 2009). Havzanın su kaynaklarının yaklaşık olarak %60 ile %70i taban akışı niteliğindedir. Örneğin, Dicle'nin toplam su potansiyelinin %30'unu oluşturan Botan Çayı'nda 147 m³/s civarındaki ortalama akımın %68'i taban akışıdır. Tüm havzada ortalama taban akışı indisi %58 civarındadır (Köken 2009, Benzeden ve Köken 2010).

7.2. Akış Verileri

Tez çalışması, taban akışlarının yüksek olduğu ve doğal akış paterninin henüz fazla bozulmamış olduğu Dicle Nehri'nin bir kolu olan Botan Çayı üzerindeki Billoris (2604/2633) akım gözlem istasyonundaki aylık akış verilerine uygulanmıştır (Şekil 7-1). Billoris kesitinde 8747.3 km² drenaj alanına sahip olan Botan Çayı (Uluçay), Çatak (Sortkin) Deresi, Müküs Çayı Ankis deresi (Büyük çay) kollarından oluşur. Botan Çayı kuzeybatıdan gelen Kezer (Güzel) Çayı ve Bitlis Çayı ile Billoris AGİ yakınlarında birleşerek güneye doğru akar ve Dicle Nehri'ne katılır (DSİ 1977; Kayaalp 2003).

Billoris AGİ, Botan çayı üzerinde ilk kez 37° 49' N - 41° 52' E koordinatlarında ve 465m rakımında olan kesimde, Elektrik İşleri Etüd İdaresi (EİE) tarafından 1945 yılında 2604 istasyon numarası ile kurulmuştur. 1971 yılında istasyon yeri 1230 m mansaba kaydırılmış (istasyonun yeni kotu 457 m, drenaj alanı 8761.2 km² olmuş) ve 2626 istasyon numarası ile 1995 su yılı sonuna kadar bu kesitte ölçüm yapılmıştır. Daha sonra, güvenlik nedeniyle istasyon yine eski yerine alınmış ve 1996 su yılından günümüze kadar 2633 istasyon numarası ile EİE tarafından çalıştırılmıştır.



Şekil 7-1: Çalışma havzası, akım ve yağış istasyonlarının konumu

Dolayısıyla istasyonun günümüzdeki koordinatları, kotu ve drenaj alanı kurulduğu tarihteki değerler ile aynı olup, Zorava Çayı'nı da kapsamaktadır (DSİ 1959-2005).

Billoris AGİ yeri iki kez değişmiş olmakla birlikte drenaj alanındaki oransal değişme $((8761.2-8747.3)/8747.3=0.0016)$ ihmal edilebilecek mertebededir.

Billoris istasyonunda 1946-2004 döneminde gözlenen günlük ortalama akışlar Köken (2009) tarafından derlenmiş olup, Dicle Nehri havzasında bölgesel kurak akış modelleri oluşturmak amacıyla kullanılmıştır. Aynı akış verileri hem Köken'in (2009) yüksek lisans tezinde, hem de Benzeden ve Köken'in (2010) 5.Ulusal Hidroloji Kongresi'ne sundukları bildiride *yuvarlatılmış minimumlar ve sayısal filtreleme* yöntemleri ile *taban akışı* ve *yüzeysel akış* bileşenlerine ayrılmıştır. Tez çalışmasında, gerçeğe daha yakın taban akışı tahminleri veren sayısal filtreleme yöntemi ile (filtre parametresi $\alpha=0.925$ için) elde edilen akış bileşenleri kullanılmıştır. Bu bileşenlerin ve günlük toplam akışların su yıllarındaki aylara göre ortalamaları alınarak Billoris istasyonunda 1946-2004 dönemindeki aylık toplam, taban akışı ve yüzeysel akış zaman serileri elde edilmiştir. Tez çalışmasında sadece birim dönüşümü yapılarak (m^3/s biriminden mm/ay birimine çevrilen) kullanılan bu aylık zaman serileri Ek-1, Ek-2 ve Ek-3'te sunulmuştur.

1946-2004 su yıllarında Billoris AGİ kesitinde m^3/s biriminde ölçülen aylık akımlar (Ek-1) her aydaki gün sayısı (N_j) ile çarpılıp, drenaj alanına ($A=8747.3 \text{ km}^2$) bölünerek mm/ay biriminde akış yüksekliklerine çevrilmiştir.

$$h_{ij} = \frac{Q_{ij} \times N_j \times 86400}{10^6 \times A} \times 10^3 = 0.00988 \times Q_{ij} \times N_j \quad (7.1)$$

Bu dönüşümle elde edilen 1955-2004 döneminde Billoris istasyonu kesitinde ölçülen aylık toplam akış yükseklikleri Tablo 7-1'de sunulmuştur. Benzer şekilde, Billoris'te 1955-2004 dönemindeki aylık taban akışı ve aylık yüzeysel akış bileşenleri Tablo 7-2 ve Tablo 7-3 de verilmiştir.

Tablo 7-1: Billoris AGİ’de 1955-2004 Döneminde Ölçülen Aylık Toplam Akış Yükseklikleri (mm/ay)

Yıl	Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül
1955	14,4	13,5	13,5	12,6	12,2	20,6	57,4	80,4	38,6	18,4	11,7	10,0
1956	10,0	12,3	17,1	13,1	18,8	29,9	106,9	124,9	93,3	41,9	20,3	13,8
1957	12,5	12,4	13,8	12,7	15,2	47,7	70,8	124,9	91,4	42,0	20,0	13,2
1958	12,7	13,1	13,3	14,2	14,7	43,1	93,3	108,9	66,5	29,0	18,0	13,2
1959	13,6	14,0	19,0	15,7	12,1	26,1	107,2	97,6	54,2	23,0	13,9	13,0
1960	17,3	13,3	12,9	17,5	19,9	34,3	94,7	134,4	44,2	24,1	15,6	12,2
1961	11,9	13,6	13,1	13,1	11,7	21,0	66,5	101,7	49,4	22,0	12,9	10,0
1962	10,6	13,0	16,0	12,5	14,6	38,0	61,1	80,7	53,3	26,2	12,5	9,4
1963	10,3	10,8	18,0	24,2	33,0	38,1	197,3	232,7	178,7	77,2	36,3	23,5
1964	24,9	27,7	22,6	17,2	18,4	84,7	106,5	154,9	87,4	31,6	17,2	13,5
1965	12,9	13,8	14,7	15,0	17,3	48,3	90,1	131,9	80,3	30,6	16,9	10,8
1966	32,3	25,3	29,5	41,9	35,9	50,7	116,1	131,7	74,0	32,4	18,1	15,6
1967	18,6	15,6	17,5	19,8	17,6	33,8	115,6	261,7	107,8	46,5	21,8	16,3
1968	18,1	40,8	41,8	34,6	28,0	77,4	189,6	198,7	108,9	51,7	26,4	18,6
1969	17,9	20,6	40,8	31,5	27,9	104,6	201,1	266,9	132,3	53,7	26,0	20,7
1970	24,7	21,8	22,6	21,4	29,5	49,0	98,0	77,6	37,3	20,6	14,0	11,7
1971	12,3	17,7	18,3	15,2	13,6	29,0	69,8	106,9	54,4	23,7	14,0	10,5
1972	13,8	14,8	20,6	15,3	16,2	43,6	149,7	184,1	124,9	49,7	25,8	16,8
1973	17,1	21,0	15,4	13,5	22,0	32,0	73,8	125,2	65,5	29,2	17,3	13,4
1974	13,8	15,7	15,5	12,8	11,8	41,6	75,7	101,7	45,5	20,9	13,5	12,3
1975	10,9	11,4	12,4	12,8	16,5	34,2	87,0	89,7	48,6	20,7	12,1	9,8
1976	10,6	12,4	13,2	15,7	20,0	34,2	149,0	201,6	124,9	48,3	24,2	17,3
1977	22,4	18,2	18,3	16,8	19,3	46,5	96,9	113,2	56,5	26,6	17,1	13,6
1978	14,5	12,8	17,0	21,4	30,7	62,8	102,8	134,9	82,2	40,7	20,7	14,5
1979	15,9	15,0	24,9	24,8	34,2	60,2	107,0	118,3	70,7	30,8	18,4	14,4
1980	31,0	38,2	24,4	20,2	21,8	59,6	153,6	153,9	65,6	31,3	17,4	13,6
1981	13,6	13,7	13,9	18,3	18,7	48,6	96,9	139,4	82,0	36,0	18,2	14,6
1982	13,9	23,7	19,0	19,8	18,8	28,0	151,0	204,7	82,4	35,5	20,1	15,0
1983	18,1	17,5	15,4	15,5	13,3	33,9	77,0	135,8	52,1	21,2	13,8	11,9
1984	12,7	39,5	31,1	17,8	20,4	44,9	83,2	101,9	74,6	34,8	18,6	14,0
1985	14,3	25,1	16,4	17,4	23,3	54,8	166,7	149,2	68,4	31,9	19,6	13,6
1986	14,1	13,8	14,7	15,7	18,1	33,1	75,1	81,0	56,6	25,9	14,6	10,9
1987	14,1	24,2	18,3	21,3	37,4	45,9	155,4	214,9	109,4	49,5	24,6	17,0
1988	18,7	28,5	56,6	35,7	33,3	78,5	217,2	269,3	164,5	83,2	39,8	26,4
1989	27,4	27,9	29,6	23,0	18,4	48,5	67,7	57,5	25,6	14,1	12,1	10,0
1990	15,8	30,9	47,2	27,1	26,5	53,8	111,3	129,7	75,8	34,9	19,5	13,6
1991	14,1	15,0	14,8	12,1	15,4	59,5	84,5	78,5	34,1	17,3	11,8	10,0
1992	12,9	21,2	22,2	16,8	19,7	35,4	132,1	180,8	124,4	52,1	25,6	16,7
1993	15,5	18,8	22,0	20,8	21,7	44,6	164,4	254,8	139,7	62,9	28,8	20,6
1994	19,2	27,6	25,4	31,6	25,2	51,2	153,5	146,6	68,0	33,6	19,9	15,1
1995	17,1	26,7	30,9	29,6	28,6	59,4	173,3	155,7	92,5	41,3	22,1	19,1
1996	17,6	18,0	15,5	18,5	32,8	38,1	117,5	119,6	56,1	28,5	16,9	14,5
1997	15,2	12,5	30,9	23,3	15,6	25,8	128,7	155,7	88,3	38,4	19,6	14,7
1998	18,4	19,5	18,4	15,5	22,4	51,6	131,7	118,3	54,1	24,3	15,0	11,7
1999	11,8	10,9	12,9	10,3	13,8	25,1	86,7	69,3	32,6	17,1	11,7	10,1
2000	10,7	10,5	10,5	10,2	11,4	24,3	87,3	92,4	35,3	15,0	9,9	8,4
2001	8,9	8,6	10,0	9,4	10,1	43,4	59,0	67,4	32,1	13,8	9,3	8,2
2002	9,0	9,1	24,0	24,7	18,6	51,8	133,9	161,0	93,2	39,7	20,6	14,9
2003	15,3	14,1	14,1	16,4	17,5	53,0	217,6	188,4	85,8	33,5	19,8	15,4
2004	16,3	25,9	24,3	24,5	27,8	109,4	89,7	121,6	72,9	31,0	18,2	14,3

Tablo 7-2: Billoris AGİ’de 1955-2004 Dönemindeki Aylık Yüzeysel Akış Bileşenleri (mm/ay)

Yıl	Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül
1955	0,4	0,9	1,0	0,7	1,7	5,6	29,3	30,2	10,2	3,4	0,8	0,3
1956	0,2	2,8	5,2	1,2	6,7	8,7	66,7	33,3	22,4	11,1	2,7	1,1
1957	0,2	0,7	1,2	0,6	4,0	23,0	29,5	44,7	22,3	11,0	3,2	0,8
1958	0,5	1,3	1,4	1,6	2,8	20,7	41,9	26,4	18,8	5,7	2,4	0,6
1959	1,1	1,8	6,1	2,9	0,7	11,7	62,4	20,6	15,0	4,8	1,2	0,7
1960	3,7	0,7	0,8	5,1	8,0	12,7	52,3	54,1	10,7	3,8	1,6	0,4
1961	0,2	1,9	1,0	1,6	0,7	7,5	36,3	39,0	11,5	4,8	1,6	0,2
1962	0,4	2,5	3,7	0,3	3,0	18,0	21,6	17,8	14,8	6,6	1,3	0,2
1963	0,6	1,3	7,2	10,7	14,8	10,3	116,0	61,6	48,7	19,2	6,3	2,6
1964	6,3	6,6	2,9	0,9	4,0	53,5	35,4	58,4	27,8	7,1	1,6	0,5
1965	0,2	1,6	1,0	1,3	3,5	22,9	46,4	35,4	25,1	6,5	3,0	0,6
1966	18,3	3,7	4,9	16,9	6,5	11,4	59,6	34,5	19,7	6,8	1,4	0,6
1967	2,6	0,8	2,6	4,5	2,1	11,5	66,1	122,3	29,2	11,5	2,8	0,3
1968	1,5	17,9	11,0	3,7	3,1	33,4	97,4	43,2	28,3	11,1	3,8	0,9
1969	1,7	4,1	15,3	5,8	6,9	57,9	83,7	91,1	35,8	14,0	2,7	1,6
1970	5,0	2,2	3,8	2,1	9,6	13,5	39,9	18,6	8,2	3,0	0,9	0,2
1971	0,7	5,6	2,0	1,0	2,3	12,6	32,9	35,4	15,0	5,0	1,3	0,3
1972	2,7	2,9	4,9	1,2	2,9	20,2	83,8	49,0	34,5	11,1	4,3	1,2
1973	2,1	4,8	1,5	0,5	8,9	8,8	33,4	45,7	17,1	5,7	1,8	0,2
1974	0,7	2,4	1,6	0,6	0,9	23,8	26,3	34,4	12,0	3,6	0,6	0,9
1975	0,2	0,8	1,3	1,9	6,7	15,8	39,7	17,3	13,9	4,2	1,0	0,2
1976	0,5	2,2	2,0	2,5	5,5	15,6	85,4	55,8	35,3	11,8	3,1	0,6
1977	5,6	1,2	1,1	0,3	3,7	21,6	37,7	30,3	15,5	4,3	1,5	0,7
1978	1,9	0,4	3,0	5,5	12,2	23,6	34,6	35,1	18,5	9,2	3,0	0,5
1979	1,8	0,7	7,7	3,5	9,9	27,0	34,9	23,1	20,3	5,6	1,8	0,3
1980	13,8	13,4	3,1	0,7	3,9	34,3	75,9	48,3	17,6	6,2	1,8	0,4
1981	0,3	0,8	1,0	4,2	4,7	25,7	50,6	45,7	19,4	8,9	1,4	0,6
1982	0,2	8,6	2,2	2,6	3,4	7,9	96,5	73,3	23,4	6,9	2,3	0,3
1983	2,1	1,6	0,7	1,5	1,1	16,6	32,3	63,3	15,8	3,7	0,7	0,2
1984	0,9	23,2	8,0	1,2	4,6	18,9	35,6	32,1	18,5	8,1	2,1	1,1
1985	2,3	8,8	2,0	3,5	6,2	30,5	80,2	34,8	18,2	5,5	2,7	0,6
1986	0,8	1,0	1,5	1,7	4,1	11,6	35,2	14,4	14,5	5,5	1,6	0,7
1987	3,6	9,0	2,7	3,1	14,3	10,3	88,5	66,8	28,8	11,7	3,5	1,4
1988	3,7	9,7	30,5	2,6	3,6	31,1	118,1	67,4	38,4	21,8	6,6	3,4
1989	7,1	4,9	5,6	1,6	0,6	20,0	20,0	16,0	5,4	1,1	0,9	0,3
1990	4,6	18,2	20,3	3,6	6,5	19,5	48,4	29,3	20,8	7,0	2,5	0,5
1991	0,7	1,7	2,0	0,7	4,4	36,6	27,1	22,1	7,8	2,7	0,8	0,2
1992	2,4	8,9	7,1	0,9	5,1	14,2	73,3	51,8	34,1	12,9	4,0	0,8
1993	0,4	3,7	4,0	3,0	4,5	17,0	93,4	103,6	38,3	16,9	3,2	1,4
1994	1,2	8,2	2,2	7,3	3,0	19,0	68,7	39,1	16,0	6,5	1,9	0,7
1995	2,3	9,7	6,0	3,6	4,1	22,1	82,1	31,2	25,4	8,5	2,2	1,7
1996	1,2	2,3	0,8	4,6	14,7	10,5	60,3	31,9	13,2	5,4	1,2	0,4
1997	1,1	1,1	17,7	5,3	2,4	7,1	83,5	41,4	23,4	9,8	2,4	0,9
1998	3,6	4,2	3,3	0,8	6,9	27,0	60,9	30,7	14,8	4,3	1,6	0,3
1999	0,3	0,2	2,1	0,2	4,0	9,0	40,9	16,0	8,1	2,6	0,9	0,5
2000	0,8	0,5	0,5	1,2	2,4	10,2	48,5	30,3	10,4	2,4	0,6	0,1
2001	0,4	0,2	1,0	0,5	1,9	22,7	18,6	21,1	9,2	2,2	0,5	0,1
2002	0,7	0,5	13,4	8,4	4,4	25,6	65,5	39,6	26,3	9,1	2,6	0,6
2003	1,4	1,7	1,7	3,8	5,5	29,2	119,1	46,2	25,9	6,7	1,9	0,6
2004	1,5	9,8	5,0	2,7	5,4	61,7	19,0	33,5	20,1	6,2	2,0	3,1

Tablo 7-3: Billoris AGİ'de 1955-2004 Dönemindeki Aylık Taban Akışı Bileşenleri (mm/ay)

Yıl	Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül
1955	14,0	12,6	12,4	11,9	10,5	15,0	28,1	50,2	28,4	15,0	10,8	9,6
1956	9,8	9,5	11,9	11,9	12,2	21,3	40,1	91,5	70,9	30,8	17,5	12,8
1957	12,2	11,7	12,6	12,1	11,1	24,7	41,3	80,2	69,1	30,9	16,8	12,3
1958	12,2	11,8	11,9	12,6	11,9	22,4	51,4	82,5	47,7	23,4	15,5	12,6
1959	12,5	12,2	12,9	12,8	11,4	14,4	44,7	77,1	39,2	18,2	12,8	12,3
1960	13,6	12,6	12,2	12,4	11,9	21,6	42,4	80,3	33,5	20,4	14,0	11,8
1961	11,7	11,7	12,2	11,5	11,0	13,4	30,2	62,7	37,9	17,3	11,3	9,8
1962	10,2	10,5	12,3	12,2	11,6	20,0	39,5	62,9	38,5	19,5	11,2	9,3
1963	9,7	9,5	10,8	13,6	18,2	27,9	81,3	171,1	130,0	58,1	30,0	20,9
1964	18,6	21,1	19,6	16,3	14,4	31,2	71,1	96,4	59,6	24,5	15,6	13,0
1965	12,8	12,2	13,7	13,7	13,8	25,4	43,8	96,5	55,2	24,0	13,8	10,1
1966	14,1	21,6	24,6	25,1	29,4	39,3	56,5	97,1	54,3	25,6	16,8	14,9
1967	16,0	14,7	14,9	15,4	15,5	22,3	49,5	139,4	78,6	35,0	19,0	15,9
1968	16,6	22,9	30,8	31,0	24,9	44,1	92,2	155,5	80,5	40,6	22,6	17,7
1969	16,2	16,5	25,5	25,8	21,0	46,7	117,4	175,8	96,5	39,7	23,3	19,1
1970	19,7	19,6	18,9	19,3	19,9	35,5	58,1	59,0	29,0	17,6	13,1	11,5
1971	11,6	12,1	16,3	14,1	11,3	16,5	36,9	71,4	39,4	18,7	12,7	10,2
1972	11,1	11,9	15,7	14,1	13,4	23,4	65,9	135,1	90,4	38,5	21,5	15,7
1973	15,0	16,2	13,8	12,9	13,1	23,3	40,3	79,5	48,5	23,5	15,6	13,2
1974	13,1	13,3	13,9	12,1	10,9	17,8	49,4	67,3	33,5	17,3	12,9	11,4
1975	10,6	10,6	11,2	10,8	9,8	18,4	47,3	72,4	34,7	16,5	11,1	9,7
1976	10,2	10,3	11,2	13,2	14,5	18,6	63,6	145,8	89,6	36,5	21,1	16,7
1977	16,8	17,0	17,2	16,5	15,6	24,9	59,3	82,8	41,0	22,2	15,6	12,9
1978	12,7	12,4	13,9	16,0	18,6	39,2	68,2	99,7	63,7	31,5	17,7	14,0
1979	14,1	14,3	17,2	21,4	24,4	33,2	72,0	95,2	50,4	25,2	16,6	14,2
1980	17,2	24,8	21,3	19,4	17,9	25,3	77,7	105,7	48,0	25,1	15,6	13,2
1981	13,2	12,9	12,9	14,1	14,0	22,9	46,2	93,7	62,6	27,1	16,8	14,0
1982	13,7	15,1	16,8	17,2	15,4	20,1	54,5	131,4	59,0	28,6	17,8	14,7
1983	16,0	15,9	14,7	14,0	12,2	17,2	44,6	72,5	36,4	17,4	13,0	11,6
1984	11,8	16,3	23,2	16,6	15,7	26,0	47,6	69,8	56,1	26,7	16,4	12,8
1985	12,0	16,3	14,4	13,9	17,0	24,3	86,5	114,3	50,2	26,4	16,9	13,0
1986	13,4	12,9	13,2	14,0	14,0	21,6	39,9	66,5	42,1	20,4	13,0	10,2
1987	10,5	15,2	15,6	18,1	23,1	35,7	66,9	148,1	80,6	37,8	21,1	15,7
1988	15,0	18,8	26,1	33,1	29,7	47,4	99,0	201,9	126,1	61,4	33,1	23,0
1989	20,3	23,1	24,0	21,4	17,8	28,6	47,7	41,6	20,3	13,0	11,1	9,7
1990	11,2	12,7	26,9	23,5	20,0	34,3	62,8	100,4	55,0	27,9	17,0	13,1
1991	13,3	13,2	12,8	11,4	11,1	22,9	57,4	56,5	26,3	14,6	11,0	9,8
1992	10,5	12,3	15,1	15,9	14,6	21,2	58,8	129,1	90,3	39,2	21,6	15,9
1993	15,1	15,1	18,0	17,7	17,2	27,6	71,0	151,2	101,4	46,0	25,6	19,1
1994	18,0	19,3	23,2	24,4	22,1	32,2	84,8	107,4	52,0	27,0	17,9	14,4
1995	14,8	17,0	24,9	25,9	24,5	37,3	91,2	124,4	67,0	32,8	19,8	17,5
1996	16,5	15,7	14,7	13,8	18,2	27,6	57,2	87,6	43,0	23,1	15,7	14,0
1997	14,1	11,4	13,2	18,0	13,2	18,7	45,2	114,3	64,8	28,6	17,2	13,8
1998	14,8	15,3	15,2	14,7	15,6	24,6	70,8	87,6	39,4	19,9	13,5	11,4
1999	11,5	10,7	10,8	10,1	9,8	16,1	45,8	53,3	24,5	14,6	10,8	9,6
2000	9,9	10,0	10,0	9,0	9,0	14,1	38,8	62,0	24,9	12,6	9,2	8,3
2001	8,5	8,4	9,0	8,9	8,2	20,7	40,4	46,3	22,9	11,5	8,8	8,1
2002	8,3	8,6	10,5	16,3	14,2	26,2	68,4	121,4	66,9	30,6	18,0	14,4
2003	13,9	12,4	12,4	12,7	12,0	23,9	98,5	142,2	59,9	26,8	17,8	14,8
2004	14,8	16,1	19,3	21,8	22,4	47,8	70,7	88,1	52,8	24,8	16,2	11,2

7.3.Temsili Yağış İstasyonları

Botan Çayı-Billoris AGİ (2633) havzasındaki yağışları temsil ettiği varsayılan Siirt (17210) ve Bitlis (17848) meteoroloji istasyonlarındaki yağış gözlemlerinin homojenliğini kontrol etmek ve bu iki istasyona ilaveten Hakkari (17285) istasyonunda ölçülen yağışları da model girdisi olarak kullanabilmek amacıyla Hakkari (17285) ve Yüksekova (17920) meteoroloji istasyonlarında gözlenen aylık yağış verileri de derlenmiştir (DMİ 2007).

Siirt (17210) ve Bitlis (17848) istasyonlarında 1945-2004 döneminde eksiksiz yağış gözlemleri mevcuttur.

Hakkari (17285) istasyonunda 1951 den, Yüksekova (17290) istasyonunda ise 1954 takvim yılından itibaren yağış kayıtları mevcuttur (Tablo 7.4).

Tablo 7.4 Gözlemlerinden yararlanılan yağış istasyonları (DMİ 2007, DSİ 2005)

İstasyon No	İstasyon Adı	Yükselti (m)	Enlem (N)	Boylam (E)	Mevcut Gözlemler (Takvim Yılları)
17210	Siirt	895	37°56'	41°57'	1945-2004
17848	Bitlis	1550	38°24'	42°07'	1945-2004
17285	Hakkari	1730	37°35'	43°44'	1951-1976, 1978-1994, 1996-2004
17290	Yüksekova	1900	37°32'	44°19'	1954-1963, 1965-1966, 1969-1979, 1981-1989, 1991-2004

Hakkari istasyonunda 1977 takvim yılının 4,5,6, ..., 11,12 aylarında ve 1995 takvim yılının 12. ayında gözlem yapılamamıştır. Çalışma bölgesine hayli uzak olan Yüksekova istasyonunda ise 1964, 1967, 1968, 1980 ve 1990 takvim yıllarında, çok sayıda eksik gözlem vardır. Bu nedenle, Yüksekova istasyonundaki veriler sadece

Hakkari’de 1977 ve 1995 takvim yıllarındaki eksik aylık yağışları tamamlamak için kullanılmıştır.

Temsili istasyonlardaki yağış kayıtlarını kontrol etmek amacıyla 3 istasyonun su yıllarına göre yıllık toplam yağışları arasındaki karşılıklı basit doğrusal ilişkiler incelenmiş; normal dağılım ve student dağılımı varsayımlarına göre standardize tahmin hataları (z_{ei} ; $t_{e,i}$) ölçü kabul edilerek aykırı (outlier) veriler saptanmıştır (Helsel ve Hirsch 1992; Bayazıt 1996).

Tablo 7.5’den de görülebileceği gibi, 1946-2004 su yıllarında Siirt ve Bitlis’te ölçülen yıllık yağışlar arasındaki doğrusal ilişki oldukça zayıftır ($r=0.421$). En büyük standardize tahmin hatasına sahip 1952 su yılının veri çifti atıldığından korelasyon katsayısı $r=0.519$ a, 1946-1952 dönemindeki 7 veri çifti atıldığında $r=0.69$ a, 1946-1954 dönemindeki 9 veri çifti atıldığında ise $r=0.758$ ’e yükselmektedir. Bu inceleme ve değerlendirmelere göre, 1946-1954 dönemindeki Siirt ve Bitlis yağışlarında homojenlik bozulması söz konusudur.

Hakkari’de 1952-2004 su yıllarındaki yıllık yağışların Siirt yıllık yağışları ile doğrusal ilişkileri incelendiğinde (Tablo 7.5), tüm veri çiftlerine ($N=50$) ait korelasyon katsayısının nispeten zayıf ($r=0.68$) olduğu, 1952 yılına ait aykırı veri çifti atıldığında ($N=49$) korelasyonun önemli ölçüde yükseldiği ($r=0.738$) görülmektedir.

Yukarıdaki bulgular ve değerlendirmeler göz önünde tutularak, tez çalışmasında temsili istasyonlarda 1955-2004 su yıllarında ölçülen aylık yağış verilerinin kullanılmasına karar verilmiştir.

Tablo 7.5 Temsili istasyonların yıllık (su yılı) yağışları arasındaki basit doğrusal ilişkiler

Bağıntı No	X	Y	$\hat{Y}=a+bx$	N	r	F
7-2/a	Siirt	Bitlis	458+0.248x	59	0.421	12.3
7-2/b	Siirt	Bitlis	406+0.283x	58	0.519	20.6
7-2/c	Siirt	Bitlis	222+0.416x	52	0.690	45.8
7-2/d	Siirt	Bitlis	191+0.429x	50	0.758	64.8
7-2/e	Siirt	Hakkari	186+0.693x	50	0.680	41.3
7-2/f	Siirt	Hakkari	180+0.683x	49	0.738	56.3
7-2/g	Yüksekova	Hakkari	209+0.793x	40	0.710	38.7

7.4. Yıllık Yağış-Akış İlişkileri

Oldukça büyük bir drenaj alanına sahip olan Botan Çayı havzasında, yağışların alansal dağılımını izohiyet (eşyağış eğrileri) yöntemi, Thiessen Yöntemi gibi yöntemlerle gerçeğe daha yakın saptayabilmek için yeterli sayıda istasyon yoktur. Bu nedenle, Botan Çayı havzasının aşağı (alt) bölümü Siirt (17210), Kuzeybatı bölümünü Bitlis (17848), geri kalan bölümünü ise Hakkari (17285) istasyonlarındaki yağışların temsil ettiği varsayılmıştır.

Billoris'teki akışlarla, meteoroloji istasyonlarında aynı su yıllarında gözlenen yağışlar arasındaki genel ilişkileri incelemek ve yağışın alansal dağılımı yerine istatistiksel (regressif) bir dağılım kullanmak amacı ile Billoris yıllık akış yükseklikleri (h) ile adı geçen istasyonlarda ölçülen yıllık yağışlar (P_{SIIRT} , P_{BITLIS} , P_{HAKK}) arasında basit doğrusal regresyon analizleri yapılmıştır. Bu analizlerden elde edilen regresyon istatistikleri Tablo 7.6'da sunulmuştur. Tablo 7.6'da tekrarlanan satırlar bazı aykırı (outlier) veri çiftleri dizilerden atıldıktan sonra elde edilen bağıntıları ve regresyon istatistiklerini göstermektedir.

Tablo 7.6 Billoris yıllık akış yükseklikleri ile temsili istasyonların yıllık yağışları arasındaki basit doğrusal ilişkiler

Bağıntı No	Bağımsız Değişken	Regresyon Bağıntısı $\hat{h}=F(P)$	N	r	F
7-3/a	P _{Siirt}	$\hat{h}=0.559 P_{Siirt} + 121.5$	59	0.730	65.1
7-3/b	P _{Siirt}	$\hat{h}=0.589 P_{Siirt} + 107.2$	58	0.786	90.2 *
7-3/c	P _{Siirt}	$\hat{h}=0.697 P_{Siirt} + 43.7$	52	0.835	114.7 **
7-3/d	P _{Siirt}	$\hat{h}=0.816 P_{Siirt} - 27.8$	50	0.910	232.0 ***
7-4/a	P _{Bitlis}	$\hat{h}=0.341 P_{Bitlis} + 153.3$	59	0.756	76.2
7-4/b	P _{Bitlis}	$\hat{h}=0.355 P_{Bitlis} + 132.3$	58	0.789	92.1 *
7-4/c	P _{Bitlis}	$\hat{h}=0.418 P_{Bitlis} + 47.1$	52	0.832	112.7 **
7-4/d	P _{Bitlis}	$\hat{h}=0.420 P_{Bitlis} + 44.7$	50	0.830	106.0 ***
7-5a	P _{Hakk}	$\hat{h}=0.586 P_{Hakk} + 86.2$	50	0.750	62.1
7-5b	P _{Hakk}	$\hat{h}=0.643 P_{Hakk} + 49.5$	49	0.816	93.9 ****

Açıklamalar:
 (*) 1951 su yılındaki aykırı veri çifti atılmıştır.
 (**) 1946-1951 yıllarındaki 7 veri çifti atılmıştır.
 (***) 1946-1954 yıllarındaki 9 veri çifti atılmıştır.
 (****) 1961 su yılındaki aykırı veri çifti atılmıştır.

7.5. Ağırlıklı Ortalama Havza Yağışları

Tablo 7.6'daki basit doğrusal regresyon istatistikleri, temsili istasyonlardaki yıllık yağışlar ile Billoris yıllık akış yükseklikleri arasında hemen hemen aynı anlamlılık düzeyinde doğrusal ilişkiler bulunduğunu göstermektedir. Ancak, bu marjinal ilişkilerden temsili istasyonların Billoris akışlarına olan bireysel katkı paylarını doğrudan saptamak mümkün değildir. Bu nedenle, temsili istasyonların Billoris akışlarına oransal katkı paylarını kabaca saptamak üzere tam standardize edilmiş Billoris yıllık akış yükseklikleri (z_h) ile tam standardize edilmiş yıllık istasyon yağışları (Z_{Siirt} , Z_{Bitlis} , Z_{Hakk}) arasında çoklu doğrusal regresyon modelleri kurulmuştur. 1955-2004 su yıllarındaki boyutlu (mm/yıl) veri çiftleriyle elde edilen 3 bağımsız değişkenli regresyon modeli

$$\hat{h}=0.4197 P_{Siirt} + 0.1724 P_{Bitlis} + 0.1945 P_{Hakk} - 104.2 \quad (7-6a)$$

olup, tam standardize edilmiş değişkenler için bu model aşağıdaki boyutsuz forma indirgenir (Yevjevich, 1972a):

$$\hat{Z}_h = 0.468 Z_{Siirt} + 0.340 Z_{Bitlis} + 0.249 Z_{Hakk} \quad (7-6b)$$

Bu bağıntılarda N=47 veri çifti kullanılmış olup, determinasyon katsayısı $R^2=0.904$ ve F istatistiği $F=134,7$ 'dir. Anlamlılık düzeyi oldukça yüksek olan (7-6b) bağıntısındaki katsayıların toplamı $\sum_{j=1}^3 \beta_j = 1.057$ olup, bu katsayıların 1.057 ile bölünmesi suretiyle elde edilen $W_1=0.468/1.057=0.443$ $W_2=0.340/1.057=0.322$ ve $W_3=0.249/1.057=0.235$ ağırlık katsayılarının tez çalışmasında Botan Çayı-Billoris havzasındaki alansal aylık ortalama yağışların tanımlanması amacıyla kullanılması kararlaştırılmıştır.

$$P_{ij} = 0.443P_{ij,Siirt} + 0.322P_{ij,Bitlis} + 0.235P_{ij,Hakk} \quad (7-7)$$

Üstteki bağıntıda i indisi yılları, j indisi ayları temsil etmektedir.

Tez kapsamında kurulması planlanan *yağış girdili transfer fonksiyonu* modellerinde havzadaki yağışların istasyon (noktasal) yağışları yerine, (7-7) deki gibi havzayı temsil eden istasyonlarda ölçülen yağışların ağırlıklı ortalamaları şeklinde dikkate alınması hidrolojik açıdan daha doğru bir yaklaşımdır.

Daha önce de belirtildiği gibi, Hakkari istasyonunda 1977 takvim yılının 4,6,.....,11,12 ci aylarında ve 1995 takvim yılının 12. ayında yağış ölçümü yapılamamıştır. Bu nedenle öncelikle Hakkari'deki eksik yağış gözlemleri (coğrafi yakınlığı da göz önünde bulundurularak) Yüksekova'daki ölçümler Tablo 7.7'deki basit doğrusal regresyon modellerine girilerek tahmin edilmiştir.

(7.7) bağıntısı uyarınca 3 istasyondaki aylık yağış gözlemlerinden hesaplanan ağırlıklı ortalama havza yağışları Tablo 7.8'de sunulmuştur. Yağış girdili transfer fonksiyonu modelleme çalışmalarında bu tablodaki aylık yağışlar kullanılmıştır.

Tablo 7.7 Hakkari'deki eksik yağış gözlemlerinin tamamlanması

Eksik Gözlemin Ayı,Yılı	Yüksekova Yağışları X (mm/ay)	Regresyon Bağıntısı $\hat{P}_{HAK} = bx+a$	N	Korelasyon r	Tahmin Edilen \hat{P}_{HAK} (mm/ay)	Açıklama
Nisan 1977	130.1	0.811X+24	325	0.767	130	Sulak aylardaki yağışların regresyonundan
Haziran 1977	2.8	1.095X+0.7	228	0.896	4	Kurak aylardaki yağışların regresyonundan
Temmuz 1977	5.7	1.095X+0.7	228	0.896	7	Kurak aylardaki yağışların regresyonundan
Ağustos 1977	12.8	1.095X+0.7	228	0.896	15	Kurak aylardaki yağışların regresyonundan
Eylül 1977	2.7	1.095X+0.7	228	0.896	4	Kurak aylardaki yağışların regresyonundan
Ekim 1977	59.9	1.053X+9.9	46	0.885	73	Ekim ayındaki yağışların regresyonundan
Kasım 1977	22.7	0.741X+20.9	46	0.813	38	Kasım ayındaki yağışların regresyonundan
Aralık 1977	256.7	0.964X+9.0	46	0.905	256	Aralık ayındaki yağışların regresyonundan
Aralık 1995	1.0	0.964X+9.0	46	0.905	10	Aralık ayındaki yağışların regresyonundan

Tablo 7-8: Billoris havzasında Siirt, Bitlis ve Hakkari'den tahmin edilen alansal ortalama yağışlar (mm/ay)

Yıl	Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül
1955	48,00	59,60	99,60	26,50	59,60	77,70	64,40	51,10	6,20	2,40	0,00	6,70
1956	7,30	123,40	139,80	82,40	121,10	133,20	43,60	49,60	2,30	0,00	0,80	16,30
1957	2,80	55,30	102,70	198,50	103,10	108,00	58,70	173,50	24,80	6,90	0,70	8,60
1958	30,50	62,70	120,80	235,00	60,90	150,50	56,40	32,10	38,90	3,20	0,50	2,70
1959	16,00	57,40	138,70	139,30	88,60	133,40	92,30	105,20	34,60	2,80	0,00	23,80
1960	56,70	33,10	29,00	123,10	93,90	110,80	180,50	27,20	4,90	4,90	2,20	0,00
1961	10,30	97,30	26,20	115,70	131,20	121,30	114,20	63,90	27,70	0,00	0,00	0,70
1962	8,20	106,80	140,90	81,30	121,70	51,50	109,40	23,30	0,60	2,40	0,00	0,30
1963	26,90	45,20	164,60	211,40	178,90	122,40	334,00	168,50	17,70	6,00	0,40	20,30
1964	114,30	63,60	61,20	42,90	167,60	210,20	66,40	23,40	3,90	0,00	0,00	0,00
1965	0,00	99,10	30,00	107,30	170,80	66,70	142,30	38,30	11,40	1,40	1,30	9,10
1966	196,60	76,80	103,30	169,00	70,80	97,30	172,20	74,50	0,40	1,10	0,40	54,00
1967	63,10	16,90	138,40	166,20	131,70	172,10	154,80	129,20	3,00	0,50	4,90	20,00
1968	107,70	221,20	195,90	230,30	73,50	187,40	79,80	96,10	20,40	1,70	4,00	5,70
1969	48,20	145,30	366,60	169,80	128,10	257,50	196,20	40,90	18,50	1,70	0,60	20,30
1970	95,90	54,30	133,40	93,70	151,60	76,40	60,40	20,70	0,40	7,90	3,70	0,40
1971	47,10	104,20	81,30	13,60	105,00	97,20	149,20	57,60	17,50	0,00	0,60	0,00
1972	83,20	86,10	192,10	85,20	106,50	122,60	172,30	195,60	27,00	0,60	6,50	5,50
1973	61,80	114,30	16,20	113,10	92,80	93,00	64,00	33,90	11,90	0,40	0,00	0,00
1974	22,70	117,40	50,60	76,30	29,40	171,50	150,10	22,00	1,20	2,40	4,10	20,50
1975	9,60	90,60	64,60	57,40	187,30	74,60	113,50	70,80	16,60	1,50	0,00	6,30
1976	15,40	149,50	112,40	153,30	159,90	75,90	228,50	125,60	18,20	0,60	0,40	5,30
1977	149,30	41,20	92,00	71,40	54,60	150,00	167,00	68,50	14,00	2,30	6,50	1,10
1978	62,40	45,90	200,90	162,60	185,50	139,40	103,50	35,90	22,90	0,00	0,00	0,70
1979	65,30	30,20	209,70	137,50	137,70	100,30	83,20	33,30	27,30	0,00	0,10	5,00
1980	150,10	152,10	95,80	73,70	76,70	173,30	155,20	61,50	2,00	0,90	0,00	0,60
1981	16,20	116,40	60,80	118,30	124,60	186,60	103,80	88,50	35,70	3,00	0,30	0,50
1982	26,40	174,70	82,50	85,90	110,30	126,40	172,10	130,90	11,70	5,10	2,20	1,10
1983	75,90	68,70	35,20	99,00	128,00	87,40	40,90	121,80	27,10	6,40	7,30	0,60
1984	46,90	275,00	43,50	78,80	79,00	128,20	101,40	70,90	1,10	2,40	0,00	2,70
1985	78,00	158,30	44,00	111,00	249,00	117,00	159,40	44,80	4,00	0,20	1,10	0,00
1986	44,10	52,30	99,10	127,70	100,00	54,80	74,40	108,90	22,50	8,80	0,00	3,10
1987	86,20	170,80	133,60	171,60	168,90	221,30	124,40	13,40	2,80	1,50	0,90	1,10
1988	144,20	94,50	339,30	149,90	174,60	238,60	195,10	99,00	32,20	6,70	17,80	9,50
1989	123,30	100,00	153,40	14,80	23,40	96,80	9,70	27,50	7,80	0,00	3,60	10,30
1990	109,90	224,10	138,80	88,90	118,70	53,60	173,80	42,70	21,70	0,60	2,50	0,00
1991	35,40	77,10	74,70	98,20	151,50	220,00	85,00	73,60	9,10	0,30	0,10	4,80
1992	89,80	121,70	173,30	94,20	309,80	26,70	97,00	152,80	33,40	0,00	0,10	12,30
1993	3,70	199,20	166,70	84,40	213,60	123,10	153,10	271,90	15,90	4,00	4,20	0,00
1994	40,00	206,10	35,80	117,90	117,30	102,60	137,30	106,60	8,40	0,00	0,00	15,10
1995	58,40	210,40	155,50	105,00	83,30	160,80	206,20	78,90	40,70	4,30	0,00	30,40
1996	36,70	118,60	6,20	129,40	90,80	215,50	140,40	30,60	4,80	14,30	0,00	24,40
1997	96,80	4,40	196,40	58,70	90,20	131,50	142,10	49,30	8,10	14,50	0,00	19,80
1998	77,90	71,70	91,80	90,00	67,30	208,00	129,80	93,50	19,50	13,40	0,90	7,40
1999	1,90	22,50	95,90	23,90	101,50	140,20	120,10	27,10	12,20	12,70	4,60	7,80
2000	32,10	16,30	49,90	153,40	97,20	77,90	99,60	28,90	8,20	0,00	1,00	4,70
2001	34,00	12,40	141,90	32,60	121,30	136,20	85,80	114,50	6,80	6,80	8,20	0,30
2002	58,30	45,90	255,50	98,80	81,20	125,80	179,80	48,50	6,10	10,90	0,00	7,60
2003	47,00	51,70	149,40	72,80	257,30	231,80	125,60	28,30	43,50	0,30	0,20	8,50
2004	86,20	161,20	131,90	151,90	143,70	78,90	83,90	121,20	8,60	3,80	0,20	0,00

BÖLÜM SEKİZ

AYLIK AKIŞLARIN MATEMATİK MODELLERİ

8.1 Gözlemsel Akış ve Yağış Serilerinin Normalizasyonu

Çalışmada, Billoris istasyonunda 1955-2004 döneminde ölçülmüş toplam aylık akışların (Tablo 7-1), taban akışı (Tablo 7-3) ve yüzeysel akış (Tablo 7-2) bileşenlerinin ve ağırlıklı ortalama havza yağışlarının (Tablo 7-8) normal dağılıma yaklaştırılmasını sağlayan üstel ve/veya logaritmik dönüşümler araştırılmıştır. Orijinal dizi x_t , çarpıklık katsayısını sıfıra yaklaştıran üst değeri λ ve C uygun bir sabit olmak üzere z_t dönüştürülmüş serisi aşağıdaki genel ifadeden elde edilmektedir (Box ve Cox 1964; Box ve Jenkins 1976; Salas 1988; Wei 1993).

$$z_t = T[x_t] = \frac{[(x_t+c)^\lambda-1]}{\lambda} \quad (8-1)$$

x_t dizisindeki sayısal değerler pozitif ($x_t > 0$) ise $C=0$ kabul edilebilir. Orijinal dizideki en küçük değer x_{\min} olmak üzere, $(x_t+C) > 0$ eşitsizliğinin sağlanabilmesi için C sabitinin sayısal değeri $C \geq x_{\min}$ olacak şekilde seçilmelidir. Ayrıca, z_t dönüşmüş dizisinde negatif değerler olmaması isteniyorsa, $C \geq 1-x_{\min}$ olacak biçimde de C seçilebilir. $x_{\min} < 1$ ise c sabiti,

$$c=1-x_{\min} \quad (8-2)$$

şeklinde seçilebilir. Bu seçim, logaritmik dönüşme karşı gelen $\lambda=0$ özel durumunda dönüşmüş değişkenin $0 < z_t < +\infty$ aralığında olmasını garanti eder.

$$z_t = \ln(x_t + c); \quad x_t \geq c \quad (8-3)$$

Bu ifadede $x_t=x_{\min}$, $c=1-x_{\min}$ yerleştirilirse, $z_{\min} = \ln(x_{\min} + 1 - x_{\min}) = \ln 1 = 0$ olduğu görülebilir. Billoris'teki aylık toplam akışlar(q_t), taban akışlar(x_t), yüzeysel akışlar(y_t) ve havza yağışları(p_t) için en uygun dönüşümler Tablo 8-1 de sunulmuştur.

Sonuç olarak, çalışma kapsamında matematiksel model yapıları incelenecek olan tüm gözlemsel zaman serileri için $C=0$ kabul edilmiştir. Billoris'teki yüzeysel akış bileşenlerine en uygun dönüşümün logaritmik dönüşüm olduğu; toplam akış, taban akışı ve yağış serilerinde ise normalizasyon için üstel dönüşümlerin daha uygun olduğu saptanmıştır.

Tablo 8-1: Çalışmada aylık akış ve yağış serilerinin normalizasyonu için uygulanan dönüşümler

Seri Adı	Orijinal Seri Çarpıklık Kats. C_s	Dönüşüm Parametreleri			Dönüştürülmüş Seri Çarpıklık Kats. C_{sz}
		X_{min}	C	λ	
Aylık Toplam Akışlar	2.058	8.2	0	-0.662	-0.0004
			0	0.000	0.708
Taban Akışları	2.312	8.1	0	-0.904	-0.0004
			0	0.000	0.898
Yüzeysel Akışlar	2.439	0.1	0 (0.9)	0.000 (0.000)	-0.0991 (0.0007)
Aylık Yağışlar	0.932	0.0	0 (1.0)	0.498 (0.453)	0.0008 (-0.0005)

Not: $\lambda=0.000$, $Z=\ln(x+c)$ logaritmik dönüşüme karşı gelmektedir. Parantez içindeki değerler $C=1-X_{min}$ seçilmesi durumuna ait dönüşümleri göstermektedir.

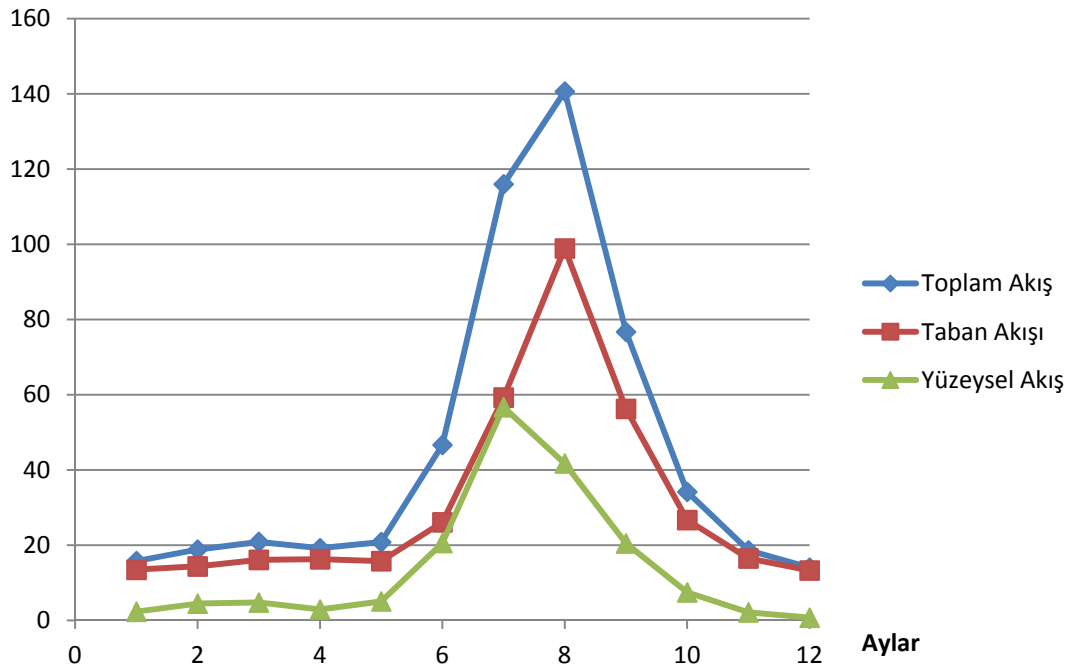
8.2 Billoris Aylık Toplam Akış, Taban Akışı ve Yüzeysel Akış Serilerinin Periyodik Unsurları

Bu bölümde, 1955-2004 döneminde Billoris AGİ'da ölçülen aylık toplam akışların mevsimsel (aylık) ortalama, standart sapma, çarpıklık katsayısı ve birinci otokorelasyon katsayısı gibi periyodik unsurlarını taban akışlarının nasıl etkilediği harmonik analiz (peridogram analizi) teknikleriyle araştırılmıştır.

Tablo 8-2: Billoris'te orijinal aylık toplam akış, taban akışı ve yüzeysel akış serilerinin periyodik unsurları

Unsur	EKİM	KASIM	ARALIK	OCAK	SUBAT	MART	NISAN	MAYIS	HAZIR.	TEMMUZ	AGUST.	EYLUL
\bar{q}	15.79	18.84	20.89	19.22	20.83	46.67	115.98	140.65	76.74	34.17	18.64	14.05
\bar{x}	13.47	14.37	16.12	16.29	15.78	26.10	59.26	98.89	56.25	26.69	16.48	13.30
\bar{y}	2.33	4.47	4.77	2.92	5.06	20.59	56.71	41.74	20.49	7.47	2.15	0.75
Sq	5.13	7.86	9.58	7.09	7.19	18.95	43.00	54.51	34.32	14.86	6.09	3.69
Sx	2.79	3.88	5.19	5.40	5.15	8.88	19.66	36.79	25.17	10.61	4.89	3.20
Sy	3.32	5.13	5.77	3.00	3.48	12.32	27.48	22.04	9.37	4.34	1.29	0.70
Csq	1.5509	1.1763	1.9154	1.2617	0.6985	1.4878	0.8016	0.8712	0.9931	1.3267	1.3478	1.1315
Csx	0.3995	0.9049	1.0944	1.3302	0.9964	0.9709	0.8864	0.7680	1.0594	1.3062	1.2371	0.8517
Csy	3.3826	1.9572	2.7436	2.6909	1.4028	1.7012	0.6342	1.6928	0.8432	1.3364	1.5697	2.3884
R1q	0.6386	0.5879	0.6660	0.7988	0.7498	0.5057	0.4022	0.8145	0.8893	0.9788	0.9857	0.9628
R1x	0.9443	0.8305	0.7877	0.9091	0.9037	0.8738	0.7167	0.7507	0.9151	0.9834	0.9875	0.9691
R1y	0.2541	0.2268	0.3985	0.2407	0.3629	-0.0385	-0.0224	0.5370	0.6732	0.9189	0.9049	0.6908

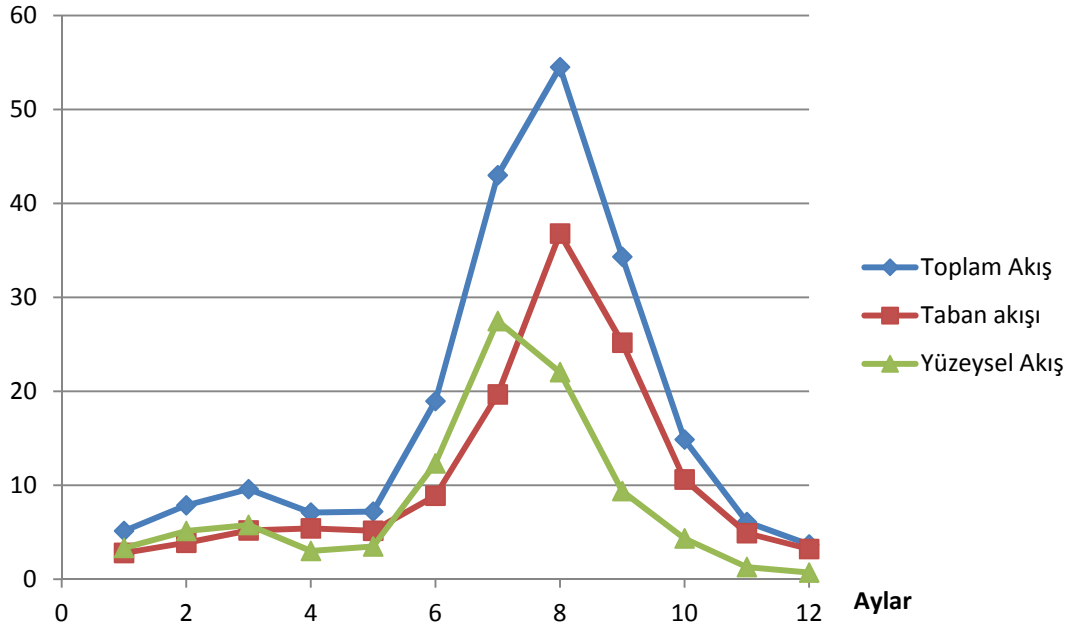
Daha önce 6.Bölüm’de, kuramsal olarak orijinal serilerin mevsimsel ortalamaları dışında *toplabilirlik* ilkesinin geçerli olmadığı belirtilmişti. q simgesi toplam akışları, x simgesi taban akışlarını, y simgesi yüzeysel akışları temsil etmek üzere, bu üç tür orijinal aylık akış serisinin $\tau=1, 2, \dots, 12$ aylarındaki ortalamaları, standart sapmaları, çarpıklık katsayıları ve birinci otokorelasyon katsayıları Tablo 8-2 de verilmiştir. Bu mevsimsel istatistiklerin yıl içinde (aylara göre) değişimleri ise Şekil 8-1, 8-2, 8-3, 8-4 de görülmektedir.



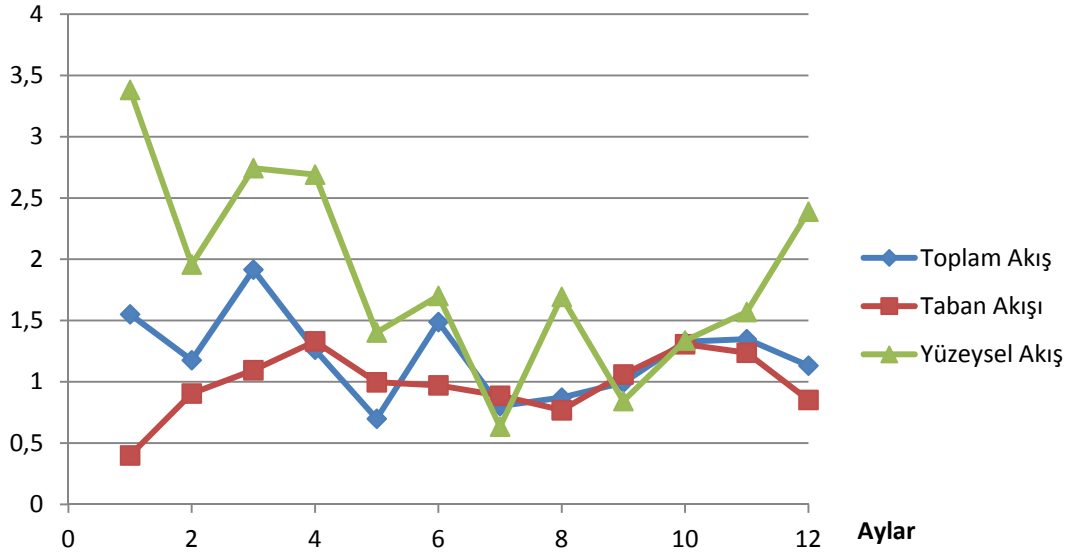
Şekil 8-1: Billoris'te toplam, taban ve yüzeysel akışların aylık ortalamaları

Şekil 8-1'den de görüldüğü gibi, toplanabilirlik ilkesi geçerli olmakla birlikte, taban akışı ve yüzeysel akış ortalamalarına ait hidrografların açısız fazları farklı olduğundan ($\theta_{j_0}^{(x)} \neq \theta_{j_0}^{(y)}$), taban akışları toplam akış hidrografının yüzeysel akışlara göre daha düzgün olmasına ve 1 ay kadar sağa kaymış bir pik yapmasına sebep olmaktadır.

Şekil 8-2 incelendiğinde, taban akışlarının özellikle Ocak, Şubat, Mayıs, Haziran, Temmuz, Ağustos, Eylül aylarında toplam akışların değişebilirliğini önemli ölçüde etkilediği görülmektedir (Bu aylarda $S_x(\tau) > S_y(\tau)$ dur).



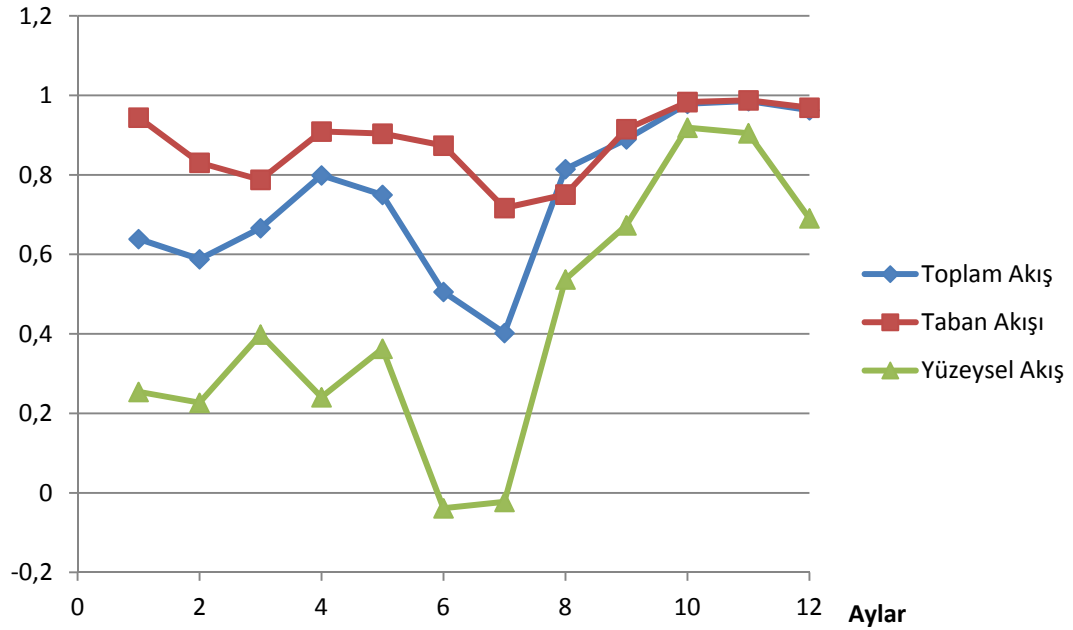
Şekil 8-2: Billoris'te toplam, taban ve yüzeysel akışların aylık standart sapmaları



Şekil 8-3: Billoris'te toplam, taban ve yüzeysel akışların aylık çarpıklık katsayıları

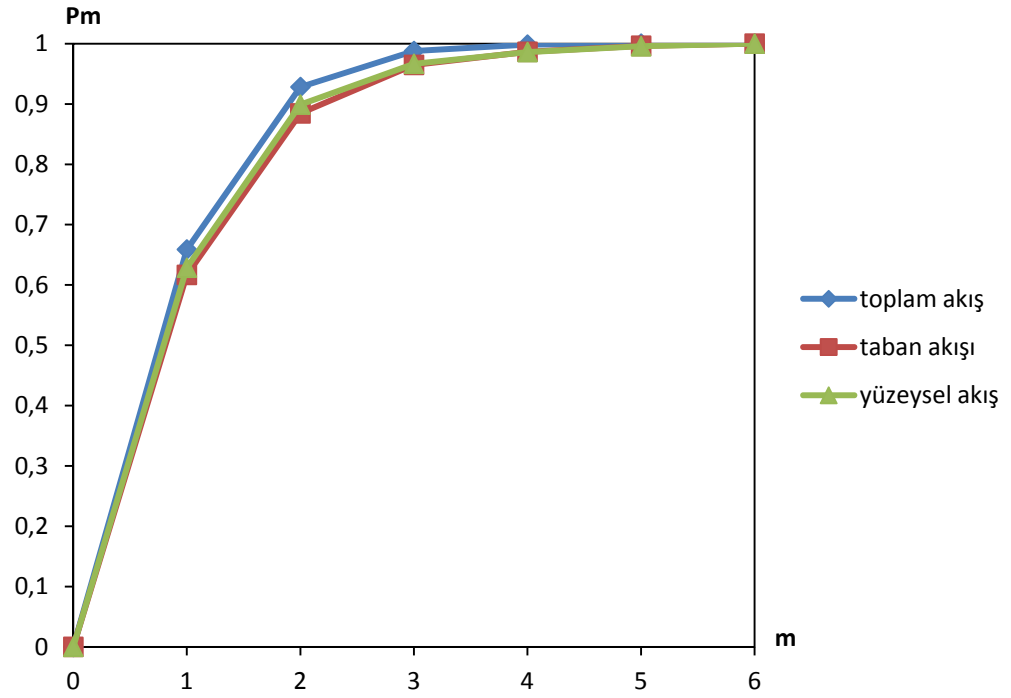
Şekil 8-3'den, taban akışlarının çarpıklık katsayılarını azaltıcı yönde bir etkisi olduğu görülebilir. Buna karşılık, Şekil 8-4'den de görüleceği gibi taban akışları, Ekim-Nisan döneminde oldukça zayıf serisel bağımlılık gösteren yüzeysel akış bileşenleri üzerine süperpoze olduğunda, oldukça yüksek serisel bağımlı bir toplam

akış süreci oluşmasına sebep olmaktadır. Bunun temel nedeni ise taban akışlarının yeraltı biriktirme sisteminde regüle edilmesidir.

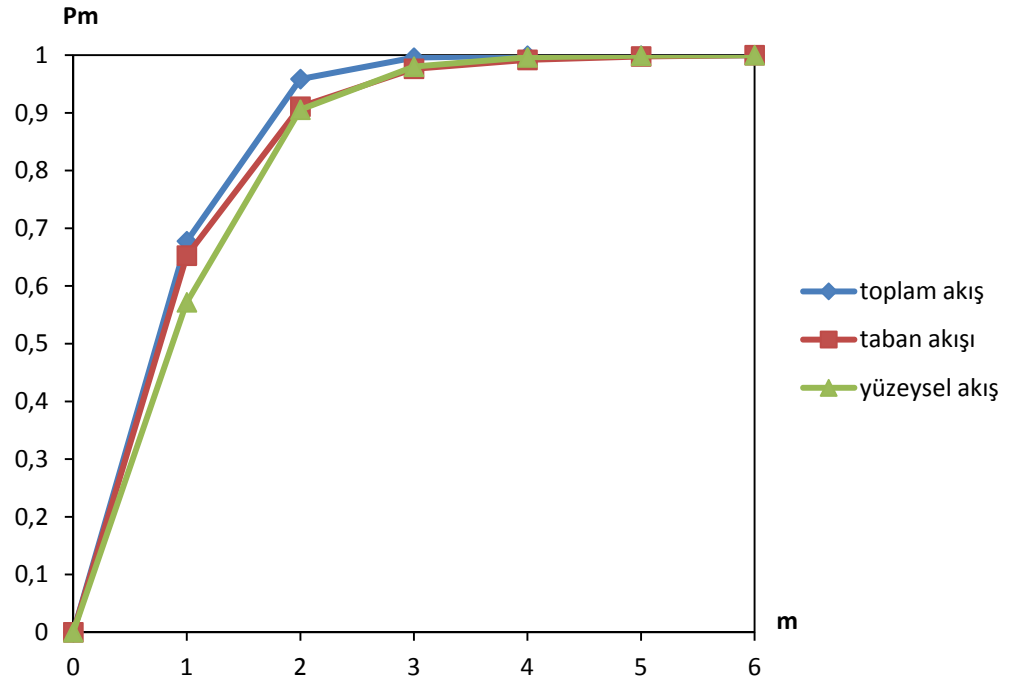


Şekil 8-4: Billoris'te toplam, taban ve yüzeysel akışların birinci serisel korelasyon katsayıları

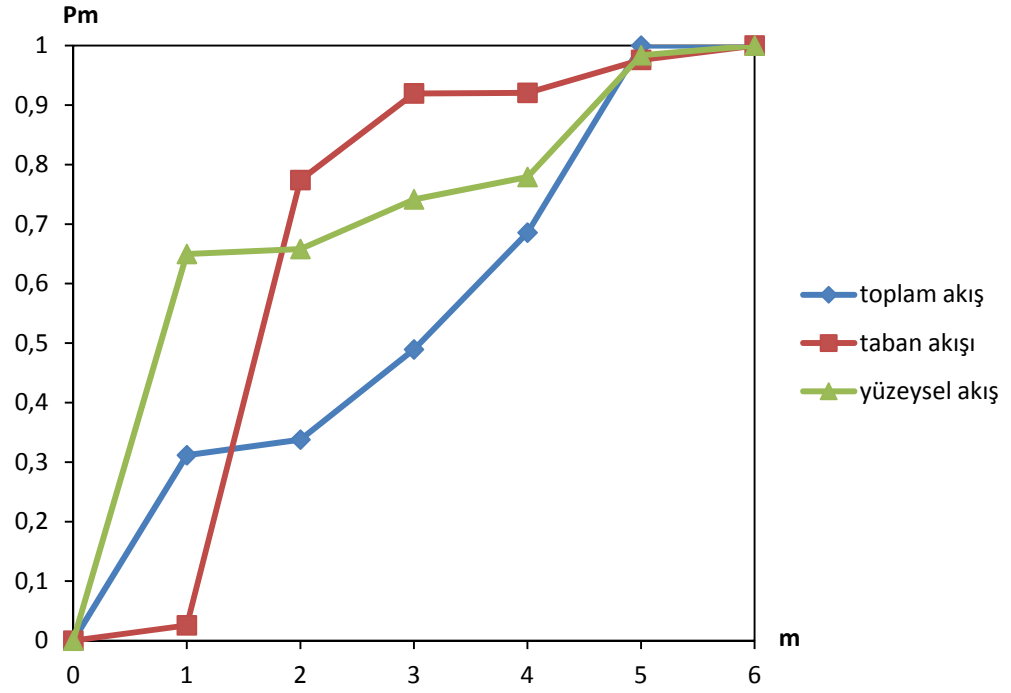
Orijinal toplam akış sürecinin ve akış bileşenlerinin mevsimsel istatistiklerinin eklenik nispi periyodogramları Şekil 8-5, 8-6, 8-7, 8-8 de verilmiştir. Bu şekiller incelendiğinde, toplam akış, taban akışı, yüzeysel akış serilerinin mevsimsel ortalamalarının ve mevsimsel standart sapmalarının ilk üç harmonik ile ($m_0=m_s=3$) yeterli şekilde tanımlanabildiği görülmektedir. Mevsimsel ortalamaların ve standart sapmaların genel ortalama (\bar{x}) ve standart sapmaların ortalaması (\bar{S}) etrafındaki değişimi her üç süreç içinde ilk üç harmonik ile genellikle %97-%99 oranında tanımlanabilmektedir.



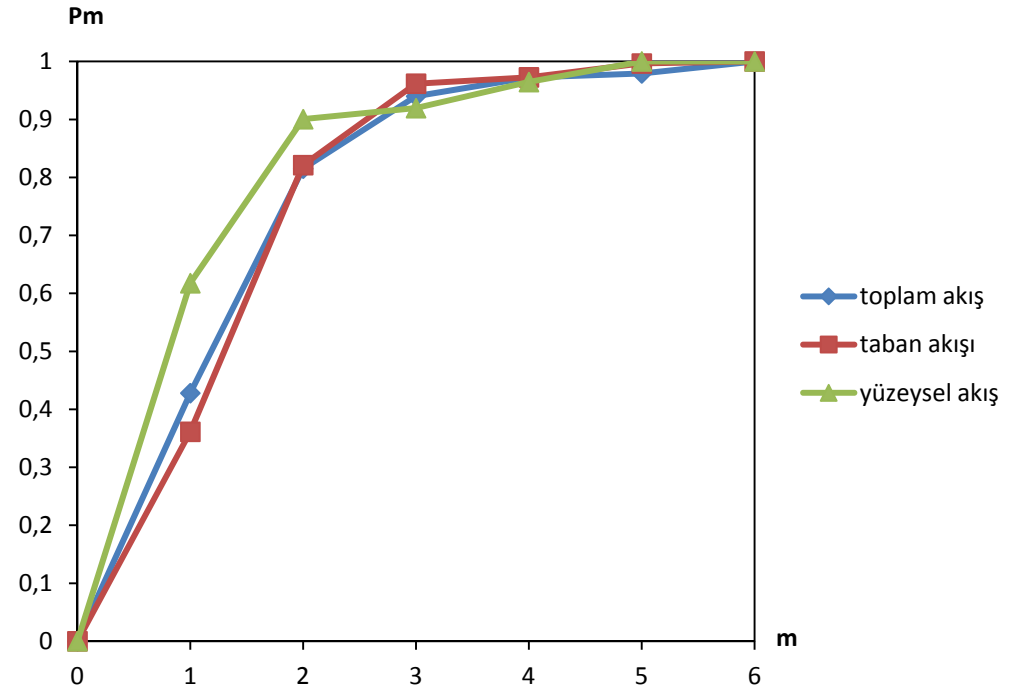
Şekil 8-5: Billoris'te toplam, taban ve yüzeysel akışların mevsimsel ortalamalarının eklenik nisbi periyodogramı



Şekil 8-6: Billoris'te toplam, taban ve yüzeysel akışların mevsimsel standart sapmalarının eklenik nisbi periyodogramı



Şekil 8-7: Billoris'te toplam, taban ve yüzeysel akışların mevsimsel çarpıklık katsayılarının eklenik nisbi periyodogramı



Şekil 8-8: Billoris'te toplam, taban ve yüzeysel akışların mevsimsel birinci serisel korelasyon katsayılarının eklenik nisbi periyodogramı

Öte yandan, orijinal toplam akışların çarpıklık katsayıları, $C_{s_q}(\tau)$, anlamlı bir periyodik unsur içermemektedir (Şekil 8-7). Dolayısıyla toplam akışların çarpıklık

katsayılarının yıl içinde $\bar{C}_{s_q} = 1.214$ ortalama değeri civarında (sabit) olduğu söylenebilir. Buna karşılık, yüzeysel akışların çarpıklık katsayıları, $C_{s_x}(\tau)$, en azından $\omega=12$ aylık periyodu kapsayan tek harmonikli bir ana devirsellik içermektedir. Taban akışları ise, aksine $\omega=12$ ay periyodunda bir devirsel bileşene sahip değildir ve $\omega/2=6$ ay periyodundaki harmonik taban akışlarının devirsel değişimini etkileyen en önemli harmoniktir. Taban akışlarının yıl içindeki periyodik değişimi tanımlanmak istendiğinde üçüncü harmonik de ilave edilebilir.

Birinci serisel korelasyon katsayılarının (aylar arası Lag-1 korelasyonların) nispi periyodogramlarını gösteren Şekil 8-8 incelendiğinde, aylık toplam akışların birinci serisel korelasyon katsayılarının anlamlı bir devirsellik içermediği ($\bar{r}_1^{(q)} = 0.748$ değeri etrafında hemen hemen rastgele değiştiği) söylenebilir. Buna karşılık yüzeysel akışların birinci serisel korelasyon katsayısının, $r_1^{(x)}(\tau)$, ilk iki harmonikle %90 oranında tanımlanabildiği; diğer bir deyişle, oldukça anlamlı bir devirsellik içerdiği (Şekil 8-8) görülmektedir. Taban akışlarının birinci serisel korelasyon katsayıları, tıpkı toplam akışların birinci serisel korelasyon katsayılarındaki gibi, anlamlı bir devirsellik içermemektedir. Ayrıca, taban akışlarının serisel korelasyonları yüzeysel akışların serisel korelasyonlarına kıyasla oldukça yüksektir. Dolayısıyla, Billoris aylık toplam akışlarının birinci serisel korelasyon katsayılarını yöneten temel etkenin “taban akışlarının içsel bağımlılık yapısı” olduğu anlaşılmaktadır.

8.3 Toplam Akışlar ve Akış Bileşenleri İçin Mevsimsel Olmayan Modeller

Akış bileşenlerinin, toplam akışın matematiksel yapısı üzerindeki etkilerini irdeleyebilmek amacı ile ilk aşamada, orijinal toplam aylık akış, taban akışı ve yüzeysel akış gözlemleri (5.3) deki nonparametrik standardizasyon işlemi ile ikinci mertebeden durağan stokastik bileşenlere indirgenmiştir. Tablo 8-1 den de görüldüğü gibi, bu üç zaman serisi de aslında simetrik (normal dağılımlı) değildir. Bu nedenle, orijinal akışlarla ilgili olarak aşağıda sunulan sayısal sonuçların ve bulguların mevsimsel olmayan stokastik zaman serisi modellerinin teşhisi, parametre tahminleri

ve doğrulanması aşamalarında öngörülen normallik varsayımlarını tam olarak sağlamadığı öncelikle bilinmektedir.

Belli bir aydaki dizi değerlerinden o aya ait ortalama çıkarılıp, aynı ayın standart sapmasına bölmek suretiyle elde edilen (bkz. (5.3) eşitliği) tam standardize stokastik zaman serilerinin her birinin örnek korelogramı (Şekil 8-9) ve kısmi-otokorelogramı (Şekil 8-10) incelenmiştir. Otokorelogramlardan, yüzeysel akışlarda nispeten zayıf, taban akışlarında ve toplam akışlarda ise oldukça yüksek serisel (içsel) bağımlılık bulunduğu saptanmıştır.

Örnek serilerinin içsel bağımlılık yapılarının p mertebesi en çok 3 olan otoregressif, AR(p), modellerle veya ARMA(1,1), ARMA(2,1) gibi karma modellerle benzer olduğu görülmüştür. Bu bulgulardan hareketle, her bir seriye AR(1), AR(2), AR(3), ARMA(1,1), ARMA(2,1) içsel bağımlılık modelleri uyarlanmıştır. Alternatif modellerin parametre tahminleri ve ilk 60 zaman kayması ($k_{\max}=60$) için kalıntı otokorelasyon katsayılarından hesaplanan Q “Box-Pierce uyum eksikliği istatistiği” ile $\alpha=0.05$ anlamlılık düzeyine karşı gelen kritik chi-kare değerleri Tablo 8-3 de sunulmuştur. Ayrıca, toplam akış, taban akışı ve yüzeysel akış serilerinin tam standardize stokastik bileşenlerinin örnek korelogramlarıyla birlikte alternatif modellerin kuramsal (teorik) korelogramları Şekil 8-11 de gösterilmiştir. Alternatif modellerin e_t kalıntılarının korelogramları %95 güven sınırları ile birlikte Şekil 8-12 de görülmektedir.

Orijinal toplam akışlar, taban akışları ve yüzeysel akışlarla ilgili olarak Tablo 8-3’deki bulgular değerlendirildiğinde, genel olarak üç tür akış sürecinin de AR(3) yapısındaki mevsimsel olmayan modeller ile oldukça iyi modellenbildiği görülmektedir. Normal dağılımlı olma kısıtı bir yana bırakılacak olursa, orijinal toplam akışların tam standardize stokastik bileşeninin matematik modeli AR(3) yapısında olup, $\varepsilon_q(t) = \sigma_{\varepsilon,q} \xi_q(t)$ olmak üzere

$$z_q(t) = z_q(i, \tau) = 0,631653z_q(t-1) + 0,0055697z_q(t-2) + 0,121182z_q(t-3) + 0,65099\xi_q(t) \quad (8.4)$$

Tablo 8-3: Tam standardize orijinal aylık toplam akış, taban akışı ve yüzeysel akış serilerine uyarlanan mevsimsel olmayan matematik modeller ve Q istatistikleri

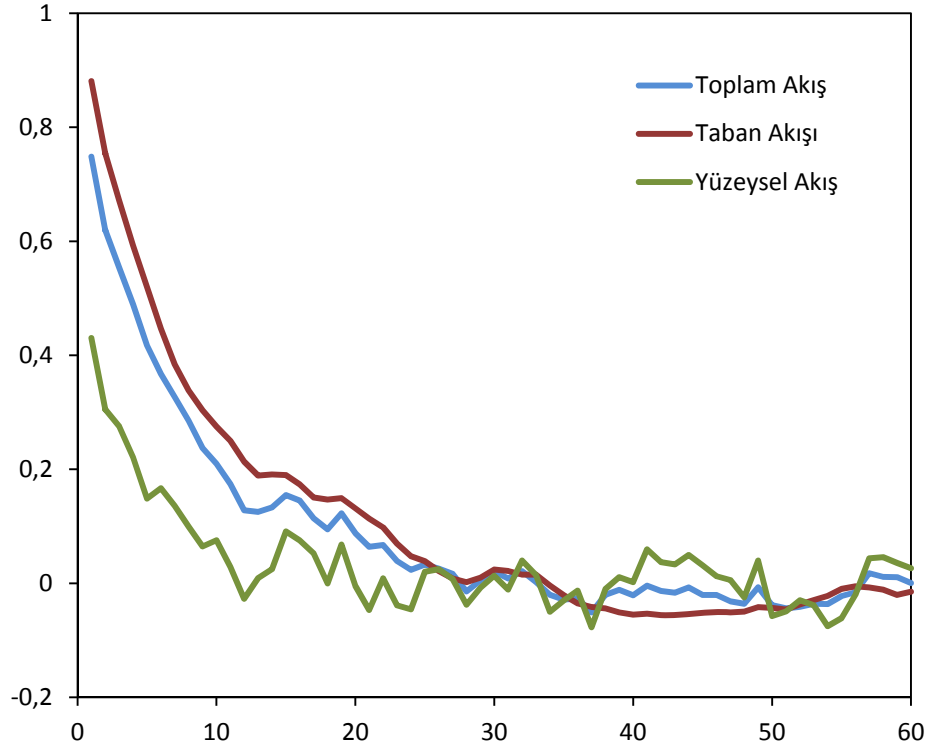
Modeller	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\phi}_3$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	Q	$\chi^2_{0.05,\nu}$
<i>Toplam Akışlar</i>							
AR(1)	0,748406	-	-	-	0,65824	90,2	78,9
AR(2)	0,647995	0,134222	-	-	0,65310	76,1	78,8
AR(3)	0,631653	0,0555697	0,121182	-	0,64926	63,4	78,6
ARMA(1,1)	0,827261	-	-	0,182744	0,65099	71,4	78,8
ARMA(2,1)	Bu model stasyoner değil						
<i>Taban Akışları</i>							
AR(1)	0,881284	-	-	-	0,46964	70,2	78,9
AR(2)	0,972213	-0,103168	-	-	0,46724	69,3	78,8
AR(3)	0,982607	-0,228836	0,132593	-	0,463377	54,0	78,6
ARMA(1,1)	0,855434	-	-	-0,115045	0,46682	66,7	78,8
ARMA(2,1)	Bu model stasyoner değil						
<i>Yüzeysel Akışlar</i>							
AR(1)	0,434699	-	-	-	0,89555	97,2	78,9
AR(2)	0,370964	0,146625	-	-	0,88741	87,3	78,8
AR(3)	0,348748	0,100544	0,125930	-	0,88191	73,6	78,6
ARMA(1,1)	0,708277	-	-	0,349597	0,88156	78,7	78,8
ARMA(2,1)	1,206640	-0,214502	-	0,931388	0,89975	104,5	78,6

biçimindedir. Benzer şekilde taban akışlarının ve yüzeysel akışların stokastik bileşenleri de AR(3) yapısındadır:

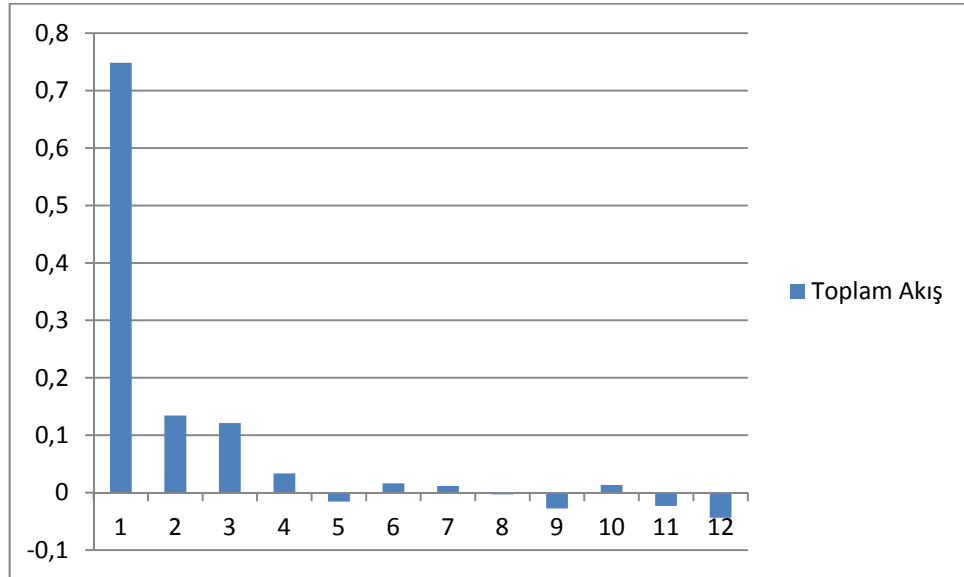
$$z_x(t) = z_x(i, \tau) = 0,982607z_x(t-1) - 0,228836z_x(t-2) + 0,132593z_x(t-3) + 0,46377\xi_x(t) \quad (8.5)$$

$$z_y(t) = z_y(i, \tau) = 0,348748z_y(t-1) + 0,100544z_y(t-2) + 0,125930z_y(t-3) + 0,88191\xi_y(t) \quad (8.6)$$

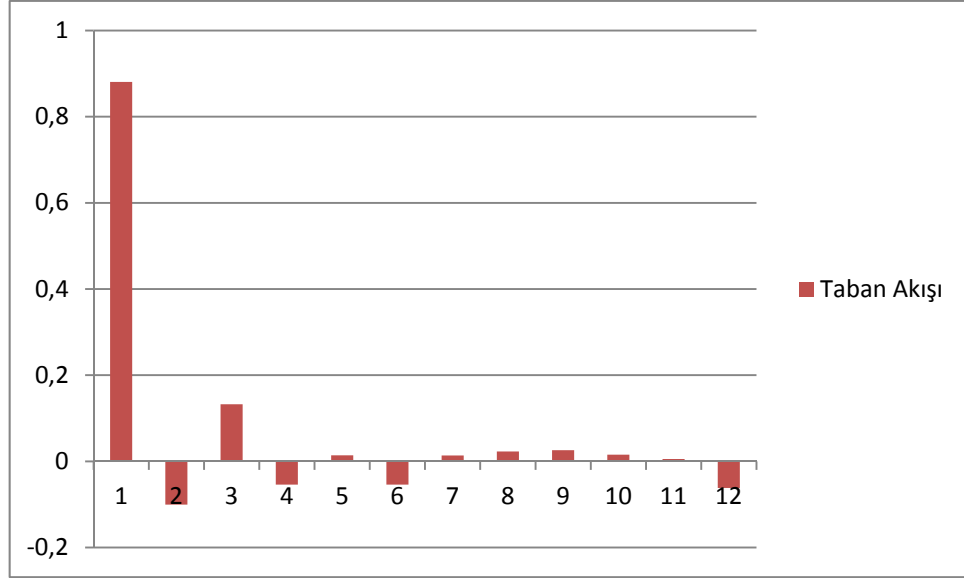
Bu eşitliklerde $\xi_q(t)$, $\xi_x(t)$ ve $\xi_y(t)$ sıfır ortalamalı, *birim standart sapmalı gürültü* bileşenleridir ($\varepsilon_q(t) = \sigma_{\varepsilon,q}\xi_q(t)$; $\varepsilon_x(t) = \sigma_{\varepsilon,x}\xi_x(t)$; $\varepsilon_y(t) = \sigma_{\varepsilon,y}\xi_y(t)$).



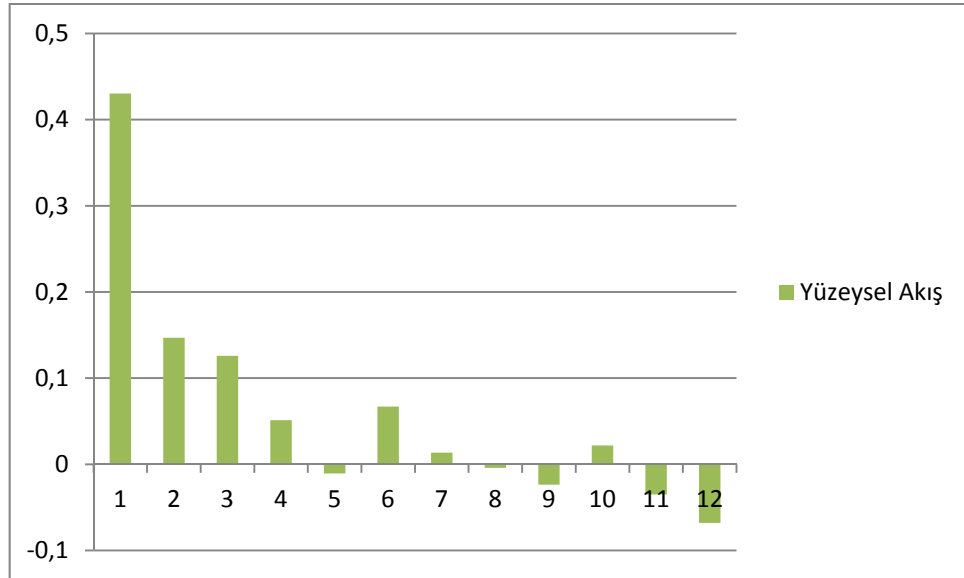
Şekil 8-9: Orijinal tam standardize toplam akış, taban akışı ve yüzeysel akışların örnek korelogramları



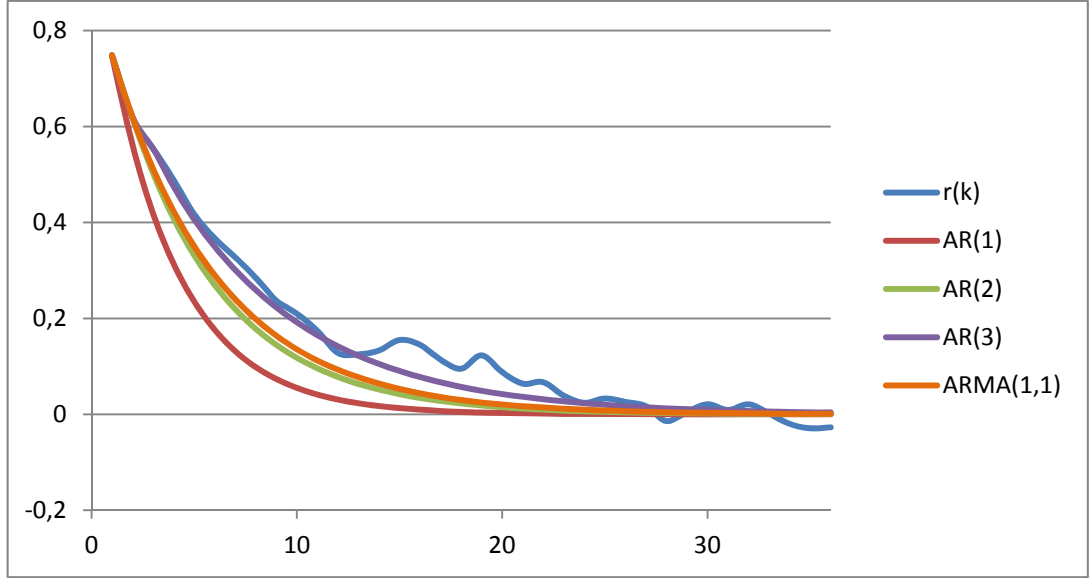
Şekil 8-10a: Orijinal toplam akış serisinin kısmi-otokorelasyon katsayıları



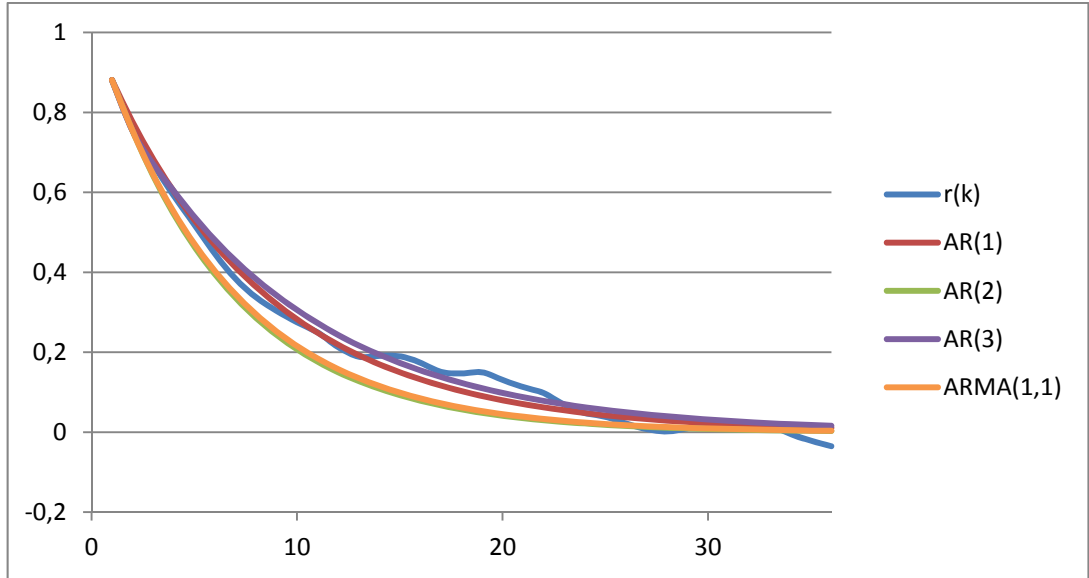
Şekil 8-10b: Orijinal taban akışı serisinin kısmi-otokorelasyon katsayıları



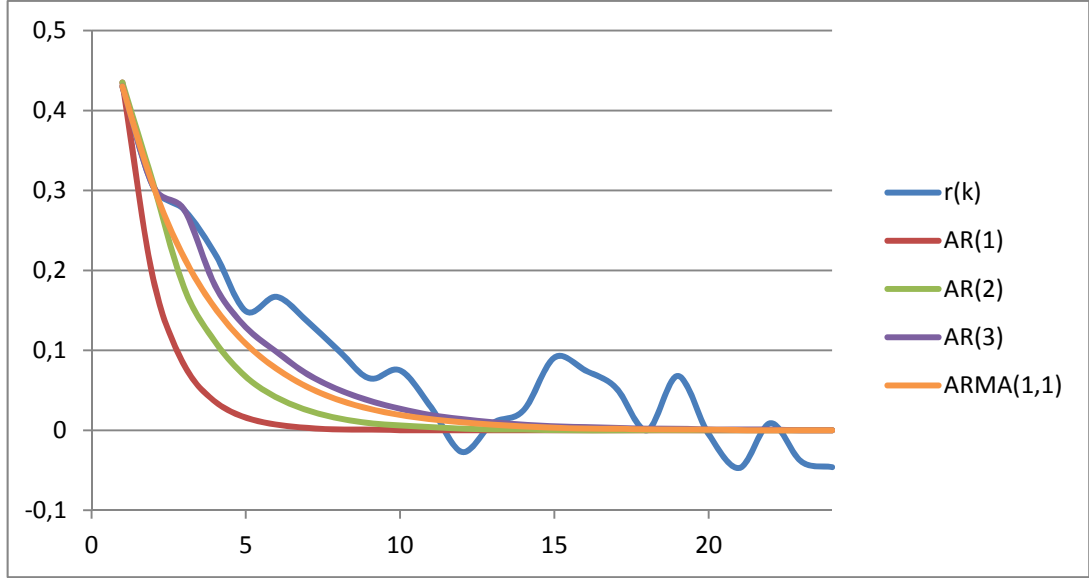
Şekil 8-10c: Orijinal yüzeysel akış serisinin kısmi-otokorelasyon katsayıları



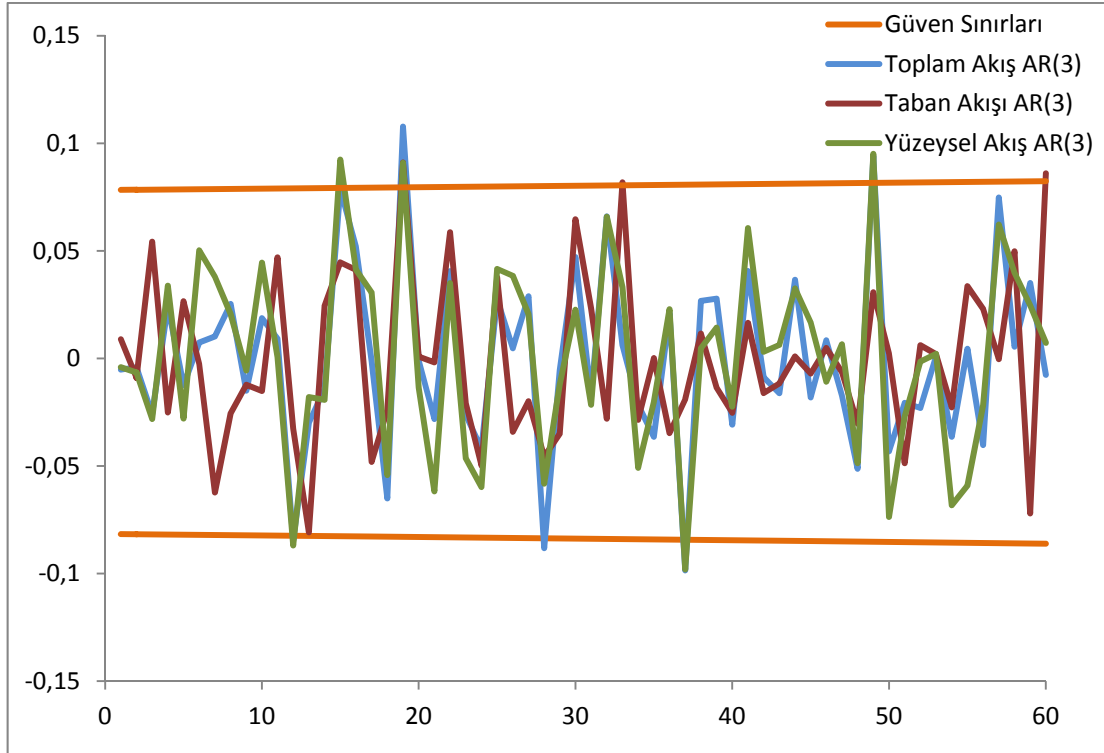
Şekil 8-11a: Tam standardize orijinal toplam akışların örnek ve model korelogramlarının karşılaştırılması



Şekil 8-11b: Tam standardize orijinal taban akışlarının örnek ve model korelogramlarının karşılaştırılması



Şekil 8-11c: Tam standardize orijinal yüzeysel akışların örnek ve model korelogramlarının karşılaştırılması



Şekil 8-12: Tam standardize orijinal akışlara ve akış bileşenlerine uyarlanan en uygun modellerin kalıntıların korelogramları ve %95 güven sınırları

Bölüm 6’da açıklanan yaklaşımla, orijinal toplam akışların stokastik bileşeni taban akışlarının ve yüzeysel akışların stokastik bileşenleri cinsinden (süperpoze model) aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$z_q(t) = R_x(\tau) \frac{0,46377\xi_x(t)}{(1 - 0,982607B + 0,228836B^2 - 0,132593B^3)} + R_y(\tau) \frac{0,88191\xi_y(t)}{(1 - 0,348748B - 0,100544B^2 - 0,125930B^3)} \quad (8.7)$$

Bu ifadedeki $R_x(\tau) = S_x(\tau)/S_q(\tau)$ ve $R_y(\tau) = S_y(\tau)/S_q(\tau)$ standart sapma oranları Billoris örneği için Tablo 8-4’de verilmiştir.

Tablo 8-4: Billoris’te $R_x(\tau)$ ve $R_y(\tau)$ aylık standart sapma oranları

Ay(τ)	$R_x(\tau) = S_x(\tau)/S_q(\tau)$	$R_y(\tau) = S_y(\tau)/S_q(\tau)$
Ekim	0,544	0,647
Kasım	0,494	0,653
Aralık	0,542	0,602
Ocak	0,762	0,423
Şubat	0,716	0,484
Mart	0,469	0,650
Nisan	0,457	0,639
Mayıs	0,675	0,404
Haziran	0,733	0,273
Temmuz	0,714	0,292
Ağustos	0,803	0,212
Eylül	0,867	0,190

Tablo 8-4’deki standart sapma oranları bir çeşit ağırlık katsayıları işlevi görmektedir. Bu katsayılarla ağırlıklandırılmış taban akışı ve yüzeysel akış stokastik bileşenleri toplam akış stokastik bileşenlerini yaratmaktadır. Toplam akışların değişebilirliğine bazı aylarda taban akışları (Ocak, Şubat, Mayıs, Haziran, Temmuz, Ağustos, Eylül), bazı aylarda ise yüzeysel akışlar (Ekim, Kasım, Aralık, Mart, Nisan)

daha fazla katkıda bulunmaktadır. Taban akışları özellikle yağışsız (çekilme ve/veya kar erime) dönemlerinde toplam akışların matematik yapısını belirleyen ana unsur olmaktadır.

Önceki paragraflarda sunulan orijinal akışlar ve akış bileşenleri için yapılan modelleme çalışmaları, 8.1 alt bölümündeki (Tablo 8-1deki) dönüşümlerden geçirilmiş toplam akışlar ve akış bileşenleri için tekrarlanmıştır. Billoris'te gözlenen aylık toplam akışlara

$$w(i, \tau) = q^{-0.662}(i, \tau) \quad (8.8)$$

üstel (power) dönüşümü; taban akışlarına

$$u(i, \tau) = x^{-0.904}(i, \tau) \quad (8.9)$$

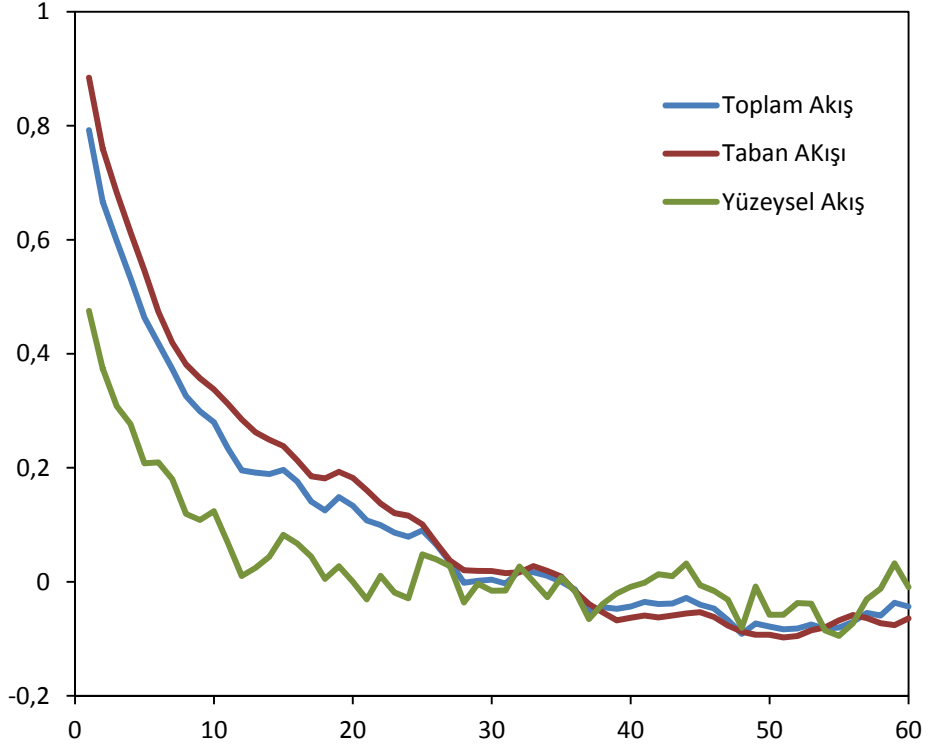
üstel dönüşümü; yüzeysel akış bileşenlerine ise

$$v(i, \tau) = \ln [y(i, \tau)] \quad (8.10)$$

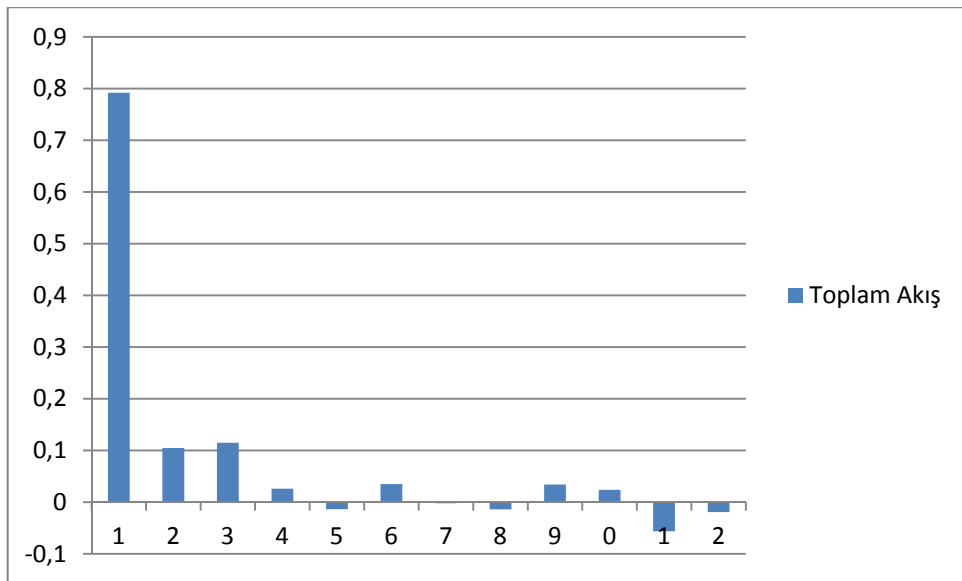
logaritmik dönüşümü uygulanmıştır. w , u ve v serilerinin ortalama, standart sapma, değişkenlik, çarpıklık ve birinci serisel korelasyon katsayılarının mevsimsel değerleri Tablo 8-5 de verilmiştir. Bu istatistikler için de nispi periyodogram analizleri yapılmış; ancak, çalışmada kullanılmadığı için sunulmamıştır.

Dönüşümden geçirilmiş serilerin her biri parametrik olmayan standardizasyon işleminden geçirilerek sıfır ortalamalı, birim varyanslı birer açık seriye (z_w , z_u , z_v serilerine) indirgenmiştir. İkinci mertebeden zayıf stasyonere stokastik bileşenleri temsil eden bu serilerin korelogramları Şekil 8-13 de, kısmi-otokorelogramları Şekil 8-14 a, b, c de görülmektedir. Tam standardize stokastik bileşenlere uyarlanan alternatif iç bağımlılık modellerinin parametre tahminleri ve uyum istatistikleri Tablo 8-6 da sunulmuştur. Şekil 8-15 a, b, c de her bir seriye uyarlanan modellerin teorik korelogramları örnek korelogramlarıyla birlikte gösterilmiştir. Şekil 8-16 da ise

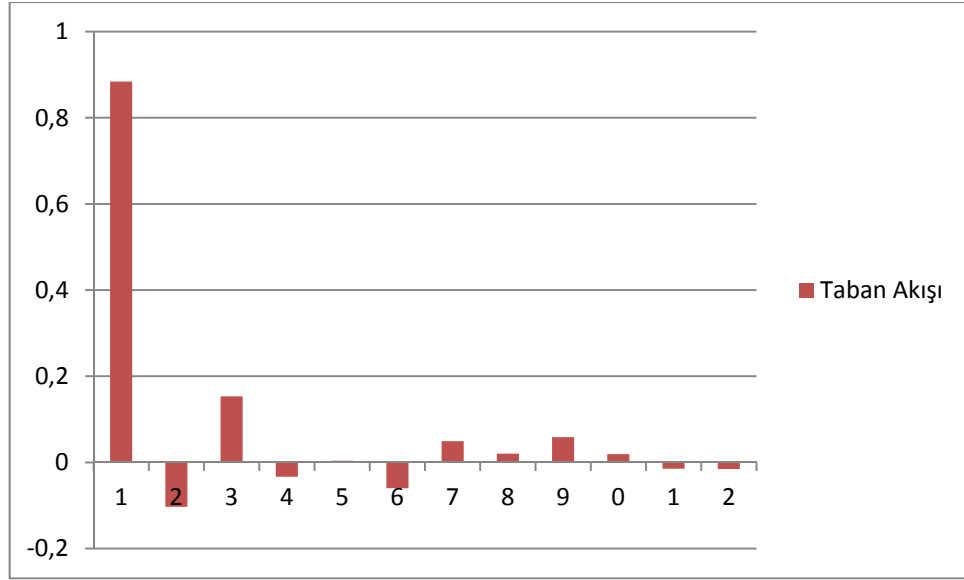
alternatif iç bağımlılık modellerine ait kalıntıların (gürültü bileşenlerinin) örnek korelogramları %95 güven sınırları ile birlikte sunulmuştur.



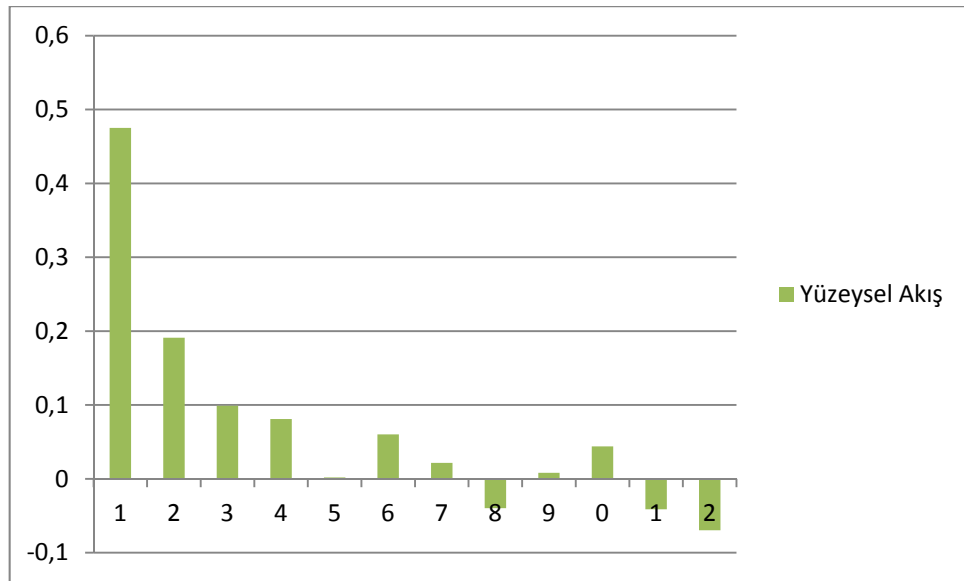
Şekil 8-13: Normalize (dönüşümden geçirilmiş) tam standardize toplam akış, taban akışı ve yüzeysel akışların örnek korelogramları



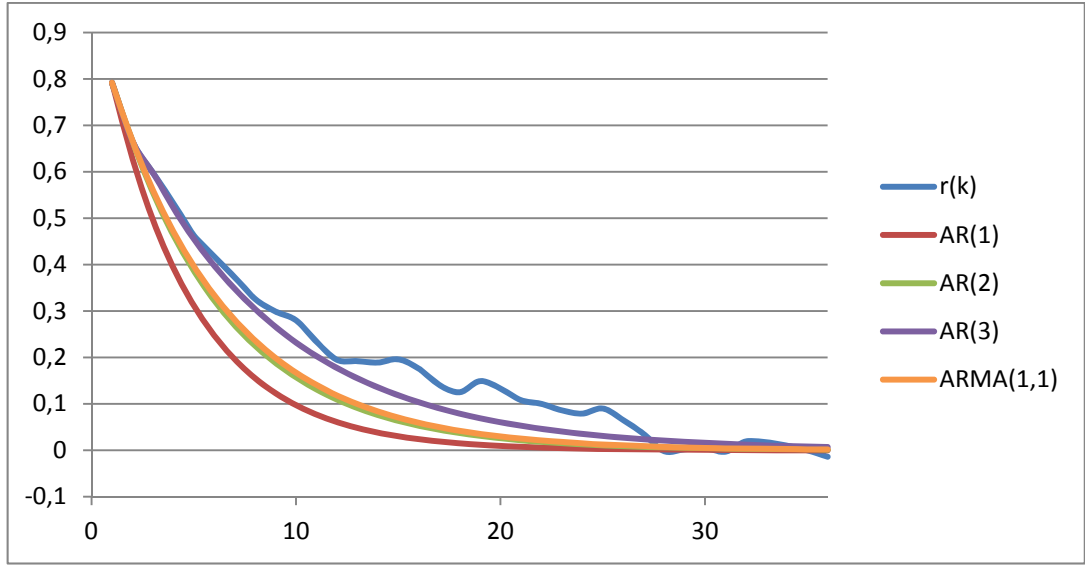
Şekil 8-14a: Normalize tam standardize toplam akış serisinin kısmi-otokorelasyon katsayıları



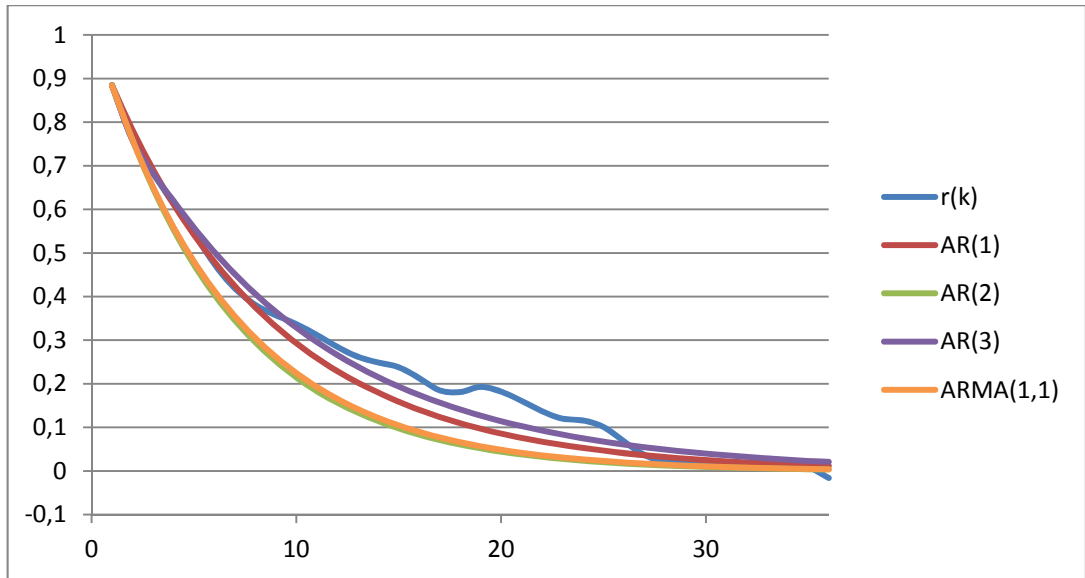
Şekil8-14b: Normalize tam standardize taban akışı serisinin kısmi-otokorelasyon katsayıları



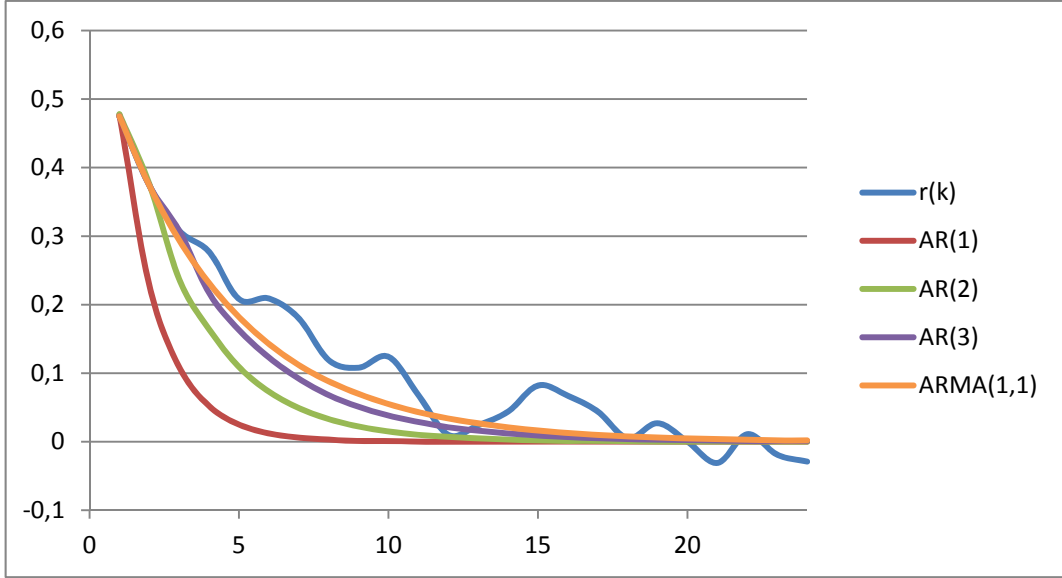
Şekil8-14c: Normalize tam standardize yüzeysel akış serisinin kısmi-otokorelasyon katsayıları



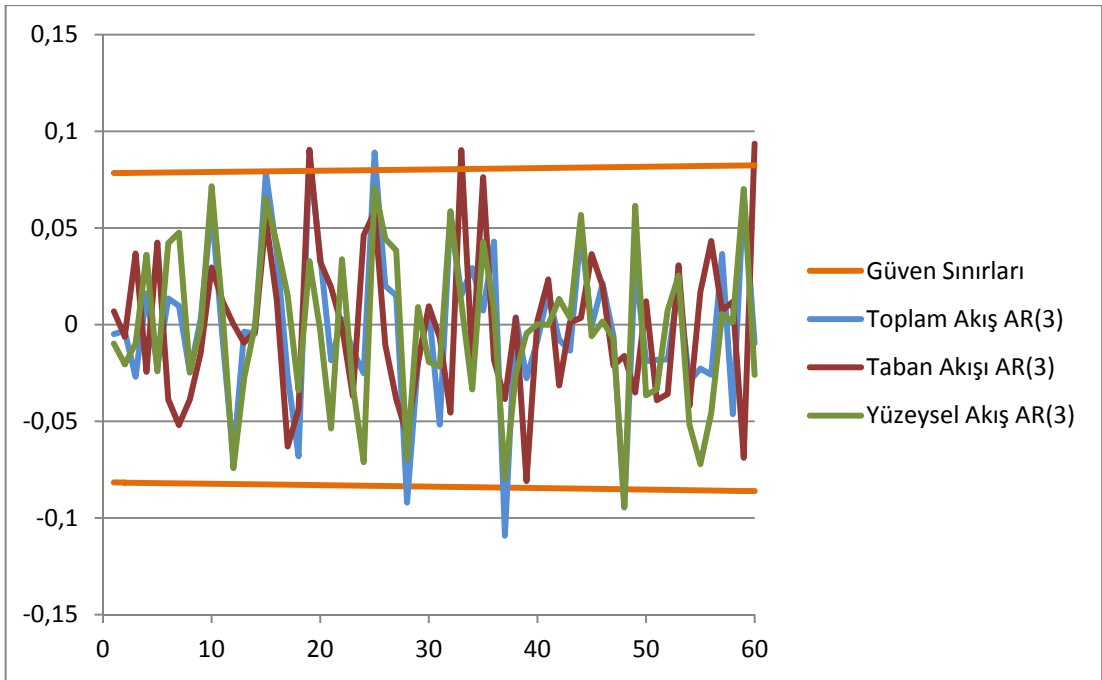
Şekil 8-15a: Normalized total flows (r(k)) and model correlograms (AR(1), AR(2), AR(3), ARMA(1,1)) for total flows. The x-axis represents lag (k) from 0 to 35, and the y-axis represents the correlation coefficient from -0,1 to 0,9. The r(k) series (blue) starts at 0,8 and decays with some oscillations. The AR(1) (red), AR(2) (green), AR(3) (purple), and ARMA(1,1) (orange) series start at 0,8 and decay smoothly towards zero.



Şekil 8-15b: Normalized base flows (r(k)) and model correlograms (AR(1), AR(2), AR(3), ARMA(1,1)) for base flows. The x-axis represents lag (k) from 0 to 35, and the y-axis represents the correlation coefficient from -0,1 to 1. The r(k) series (blue) starts at 0,9 and decays with some oscillations. The AR(1) (red), AR(2) (green), AR(3) (purple), and ARMA(1,1) (orange) series start at 0,9 and decay smoothly towards zero.



Şekil 8-15c: Normalize tam standardize yüzeysel akışların örnek ve model korelogramlarının karşılaştırılması



Şekil 8-16: Normalize tam standardize toplam akışlara ve akış bileşenlerine en uygun modellerin kalıntılarının korelogramları ve %95 güven sınırları

TABLO 8-5: Biloris'te 1955-2004 döneminde dönüşümden geçmiş (normalize) akışların mevsimsel örnek istatistikleri

	EKİM	KASIM	ARALIK	OCAK	SUBAT	MART	NISAN	MAYIS	HAZIRAN	TEMMUZ	AGUSTOS	EYLUL
Toplam akışlar ($\lambda = -0.662$)												
Ort.	0.1686	0.1553	0.1453	0.1506	0.1425	0.0848	0.0461	0.0409	0.0628	0.1059	0.1518	0.1799
S.Sp	0.0310	0.0377	0.0338	0.0327	0.0316	0.0208	0.0107	0.0103	0.0190	0.0289	0.0304	0.0294
Cs	-0.0811	0.0425	-0.2563	0.1132	0.3017	0.4563	0.2134	0.5365	0.7975	0.5958	0.3523	0.2209
R1j	0.7613	0.7345	0.7089	0.8453	0.8028	0.6113	0.4274	0.8007	0.9085	0.9758	0.9689	0.9598
Taban Akışları ($\lambda = -0.904$)												
Ort.	0.0988	0.0951	0.0873	0.0867	0.0895	0.0573	0.0272	0.0176	0.0308	0.0579	0.0849	0.1010
S.Sp	0.0189	0.0216	0.0218	0.0221	0.0240	0.0163	0.0078	0.0059	0.0125	0.0195	0.0213	0.0211
Cs	0.5596	0.2405	-0.1102	0.0660	0.2278	0.4012	0.5179	0.7545	0.9291	0.7086	0.4988	0.3387
R1j	0.9502	0.8715	0.8597	0.8926	0.9247	0.8307	0.7519	0.6844	0.9286	0.9733	0.9752	0.9684
Yüzeysel Akışlar ($\lambda = 0$; logaritmik)												
Ort.	0.1840	0.8872	1.0718	0.6431	1.3792	2.8737	3.9181	3.6139	2.9149	1.8493	0.6007	-0.6148
S.Sp	1.1591	1.1704	0.9623	0.9729	0.7535	0.5506	0.5047	0.4844	0.4746	0.5930	0.5922	0.8034
Cs	0.1969	-0.0587	0.4630	-0.1757	-0.6661	0.1619	-0.1448	0.1749	-0.3125	-0.3827	-0.1565	0.1567
R1j	0.3347	0.4041	0.4495	0.3607	0.3067	0.1027	-0.0782	0.5814	0.7137	0.9383	0.8789	0.7021

Daha önce de belirtildiği gibi normalize (dönüşümden geçirilmiş) taban akışı ve yüzeysel akış serileri için “toplanabilirlik” özelliği geçerli değildir. Yukarıdaki dönüşümlerden geçirilip, tam standardize edilmiş serilere (zayıf stasyonere stokastik bileşenlere) en uygun modeller (bkz. Tablo 8-6) aşağıda verilmiştir:

$$z_w(t) = 0,697346z_w(t-1) + 0,020208z_w(t-2) + 0,114775z_w(t-3) + \varepsilon_w(t) \quad (8-11)$$

$$z_x(t) = 0,991229z_x(t-1) - 0,252532z_x(t-2) + 0,153150z_x(t-3) + \varepsilon_x(t) \quad (8-12)$$

$$z_y(t) = 0,786500z_y(t-1) + \varepsilon_y(t) - 0,420646\varepsilon_y(t-1) \quad (8-13)$$

Tablo 8-6: Normalize edilmiş tam standardize toplam akış, taban akışı ve yüzeysel akış serilerine uyarlanan matematik modeller ve Q istatistikleri

Modeller	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\phi}_3$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	Q	$\chi^2_{0,05,\nu}$
<i>Toplam Akışlar</i> ($\lambda=-0,662$)							
AR(1)	0,792152	-	-	-	0,60577	79,4	78,9
AR(2)	0,709595	0,104239	-	-	0,60307	72,5	78,8
AR(3)	0,697346	0,020208	0,114775	-	0,59973	62,1	78,6
ARMA(1,1)	0,841243	-	-	0,133387	0,60206	69,9	78,8
ARMA(2,1)	Bu model stasyonere değil						
<i>Taban Akışları</i> ($\lambda=-0,904$)							
AR(1)	0,884555	-	-	-	0,46347	86,0	78,9
AR(2)	0,979262	-0,107024	-	-	0,46095	79,1	78,8
AR(3)	0,991229	-0,252532	0,153150	-	0,45607	59,5	78,6
ARMA(1,1)	0,858782	-	-	-0,117922	0,46037	76,8	78,8
ARMA(2,1)	Bu model stasyonere değil						
<i>Yüzeysel Akışlar</i> ($\lambda=0, V=\ln X$ dönüşümü)							
AR(1)	0,477407	-	-	-	0,872590	92,9	78,9
AR(2)	0,386183	0,191871	-	-	0,85758	73,4	78,8
AR(3)	0,365451	0,153084	0,098851	-	0,85473	65,5	78,6
ARMA(1,1)	0,786500	-	-	0,420646	0,85085	63,6	78,8
ARMA(2,1)	0,882788	-0,045749	-	0,524368	0,84760	62,5	78,6

Normalize yüzeysel akış bileşenleri için AR(3), ARMA(1,1) ve ARMA(2,1) oldukça benzer gürültü bileşenlerine sahiptir (Q istatistikleri bu yüzden birbirine yakındır). Parametre sayısının daha az olması nedeniyle ARMA(1,1) modeli tercih edilmiştir. Normalize toplam akışlar ve taban akışları için kurulan ARMA(1,1) ve ARMA(2,1) modelleri stasyonerlik koşulunu sağlamamıştır. Bu bulgulardan, yüzeysel akışların model yapısındaki hareketli ortalama bileşeninin toplam akış modelini etkileyemeyecek kadar zayıf olduğu anlaşılmaktadır.

8.4 Mevsimsel Otoregressif Modeller

Mevsimsel olmayan otoregressif modeller toplam akışların ve akış bileşenlerinin yapısal özelliklerini nispeten başarılı şekilde tanımlayabilmektedir. Ancak, bu modeller bazı aylardaki akışların otokovaryans özelliklerini gerektiğince yansıtamamaktadır. Bu nedenle, aşırı ölçüde fazla parametre içermesine rağmen, toplam akışlara ve akış bileşenlerine p mertebesi aydan aya değişen, moment parametrelili PAR(p) mevsimsel modelleri de uyarlanmıştır.

Her ay için sırasıyla PAR(1), PAR(2), PAR(3) modellerinin otoregressif parametreleri ve gürültü varyansları ayrı ayrı hesaplanmış; durağanlık koşulunun sağlanmadığı durumlarda p mertebesi 1 eksiltiştir. Daha sonra, gürültü varyansında kabaca %2 den fazla azalma sağlamayan modellerin mertebeleri küçültülerek, “nihai PAR(p) modelleri” oluşturulmuştur.

İlk 3 zaman kayması için mevsimsel otokorelasyon katsayıları ($r_1(\tau)$, $r_2(\tau)$, $r_3(\tau)$); mertebeleri her ay sabit olan PAR(1), PAR(2), PAR(3) modellerinin otoregressif parametrelerinin ve gürültü standart sapmalarının moment tahminleri ile nihai modellerin mertebeleri ve parametreleri toplam akışlar için Tablo 8-7 ve Tablo 8-8 de; taban akışları için Tablo 8-9 ve Tablo 8-10 da; yüzeysel akışlar için Tablo 8-11 ve Tablo 8-12 de sunulmuştur.

Tablo 8-7 ve Tablo 8-8 den de görüleceği gibi, toplam akışlar Aralık, Ocak, Şubat, Mart, Nisan gibi aylarda PAR(3) modeli ile, diğer aylarda ise genellikle PAR(1) modeli ile temsil edilebilmektedir. Taban akışlarına Kasım, Şubat, Mayıs, Haziran gibi aylarda PAR(3) veya PAR(2) modeli, diğer aylarda genellikle PAR(1) modeli uyarlanması uygun görünmektedir. Yüzeysel akışlarda ise, toplam akışlardakine benzer şekilde, Ekim, Aralık, Ocak, Mart, Nisan, Haziran, Ağustos ve Eylül gibi aylarda PAR(1) yeterli olmamakta, PAR(2) ve PAR(3) uygulandığında gürültü varyansları nispeten küçülmektedir.

PAR(p) modelleri gözlemsel zaman serilerini mevsimsel olmayan modellere kıyasla çok daha iyi temsil etmekle birlikte, parametre sayıları son derece fazladır. Bir zaman serisi modelinde her yeni parametre yeni bir belirsizlik yarattığından ve serbestlik dereceleri oldukça fazla azaldığından, bu çalışmada taban akışlarının PAR(p) yapısındaki modellere etkisi ayrıntılı biçimde incelenmemiştir.

TABLO 8-7: Billoris 1955-2004 orijinal aylık toplam akışları için moment parametrelili PAR(p) modelleri

	EKİM	KASIM	ARALIK	OCAK	SUBAT	MART	NISAN	MAYIS	HAZIRAN	TEMMUZ	AGUSTOS	EYLUL
--	------	-------	--------	------	-------	------	-------	-------	---------	--------	---------	-------

Periyodik Otokorelasyon Katsayıları

R1j	0.6386	0.5879	0.6660	0.7988	0.7498	0.5057	0.4022	0.8145	0.8893	0.9788	0.9857	0.9628
R2j	0.6413	0.3988	0.3770	0.5564	0.5191	0.5525	0.5361	0.3206	0.7443	0.8712	0.9595	0.9398
R3j	0.6108	0.3783	0.2659	0.5122	0.4434	0.5592	0.5873	0.4272	0.3062	0.7484	0.8663	0.9140

PAR(1) parametreleri

a1j	0.6386	0.5879	0.6660	0.7988	0.7498	0.5057	0.4022	0.8145	0.8893	0.9788	0.9857	0.9628
Se1j	0.7696	0.8089	0.7459	0.6015	0.6616	0.8627	0.9156	0.5801	0.4573	0.2047	0.1687	0.2703

PAR(2) parametreleri

a1j	0.2891	0.5627	0.6792	0.7697	0.9263	0.2089	0.1761	0.8179	0.8410	0.9758	11.083	12.791
a2j	0.3630	0.0395	-0.0223	0.0437	-0.2209	0.3958	0.4471	-0.0084	0.0593	0.0034	-0.1253	-0.3210
Se2j	0.7633	0.8083	0.7457	0.6007	0.6481	0.8220	0.8304	0.5801	0.4560	0.2047	0.1668	0.2648

PAR(3) parametreleri

a1j	0.2891	0.5755	0.6786	0.7776	0.9172	0.2797	0.0854	0.8225	0.8413	0.9703	11.073	12.829
a2j	0.3630	0.3077	-0.0320	-0.1380	-0.3039	0.0332	0.2009	-0.0044	0.0530	-0.0387	-0.1764	-0.3444
a3j	---	-0.2871	0.0157	0.3002	0.1355	0.3876	0.3894	-0.0115	0.0152	0.0577	0.0585	0.0202
Se3j	0.7633	0.8047	0.7456	0.5494	0.6402	0.7896	0.7933	0.5800	0.4558	0.2020	0.1646	0.2648

Nihai Otoregressif Mertebeler ve Otoregressif Model Parametreleri

pj	1	1	1	3	3	3	3	1	1	1	1	1
a1j	0.6386	0.5879	0.6660	0.7776	0.9172	0.2797	0.0854	0.8145	0.8893	0.9788	0.9857	0.9628
a2j	---	---	---	-0.1380	-0.3039	0.0332	0.2009	---	---	---	---	---
a3j	---	---	---	0.3002	0.1355	0.3876	0.3894	---	---	---	---	---
Sej	0.7696	0.8089	0.7459	0.5494	0.6402	0.7896	0.7933	0.5801	0.4573	0.2047	0.1687	0.2703

TABLO 8-8: Üstel dönüşümden geçmiş Billoris 1955-2004 aylık toplam akışları için moment parametrelili PAR(p) modelleri

	EKİM	KASIM	ARALIK	OCAK	SUBAT	MART	NISAN	MAYIS	HAZIRAN	TEMMUZ	AGUSTOS	EYLUL
--	------	-------	--------	------	-------	------	-------	-------	---------	--------	---------	-------

Periyodik Otokorelasyon Katsayıları

R1j	0.7613	0.7345	0.7089	0.8453	0.8028	0.6113	0.4274	0.8007	0.9085	0.9758	0.9689	0.9598
R2j	0.7711	0.5606	0.5197	0.6016	0.6236	0.5557	0.6388	0.3080	0.7004	0.8879	0.9233	0.9094
R3j	0.7032	0.4799	0.2658	0.5527	0.5502	0.5299	0.6498	0.5005	0.3329	0.7270	0.8772	0.8625

PAR(1) parametreleri

a1j	0.7613	0.7345	0.7089	0.8453	0.8028	0.6113	0.4274	0.8007	0.9085	0.9758	0.9689	0.9598
Se1j	0.6484	0.6786	0.7053	0.5344	0.5962	0.7914	0.9041	0.5991	0.4179	0.2188	0.2475	0.2807

PAR(2) parametreleri

a1j	0.2688	0.7321	0.7106	0.8419	0.9657	0.4646	0.0589	0.8186	0.9689	0.9687	14.205	12.842
a2j	0.5131	0.0033	-0.0022	0.0047	-0.1927	0.1827	0.6028	-0.0418	-0.0754	0.0078	-0.4628	-0.3349
Se2j	0.6322	0.6786	0.7053	0.5343	0.5873	0.7839	0.7680	0.5979	0.4154	0.2187	0.2258	0.2682

PAR(3) parametreleri

a1j	0.2688	0.7321	0.7115	0.8424	0.9639	0.5125	0.0193	0.8153	0.9767	0.9687	14.146	13.158
a2j	0.5131	0.0033	0.2341	-0.1738	-0.3422	-0.1174	0.3204	-0.0448	-0.1167	0.0078	-0.6468	-0.4507
a3j	---	---	-0.3113	0.2426	0.2129	0.3096	0.3819	0.0071	0.0819	---	0.2089	0.0873
Se3j	0.6322	0.6786	0.6758	0.5084	0.5678	0.7667	0.7341	0.5978	0.4088	0.2187	0.2083	0.2676

Nihai Otoregressif Mertebeler ve Otoregressif Model Parametreleri

pj	2	1	3	3	3	3	3	1	1	1	1	1
a1j	0.2688	0.7345	0.7115	0.8424	0.9639	0.5125	0.0193	0.8007	0.9085	0.9758	0.9689	0.9598
a2j	0.5131	---	0.2341	-0.1738	-0.3422	-0.1174	0.3204	---	---	---	---	---
a3j	---	---	-0.3113	0.2426	0.2129	0.3096	0.3819	---	---	---	---	---
Se3j	0.6322	0.6786	0.6758	0.5084	0.5678	0.7667	0.7341	0.5991	0.4179	0.2188	0.2475	0.2807

TABLO 8-9: Billoris 1955-2004 orijinal aylık taban akışları için moment parametrelili PAR(p) modelleri

	EKİM	KASIM	ARALIK	OCAK	SUBAT	MART	NISAN	MAYIS	HAZIRAN	TEMMUZ	AGUSTOS	EYLUL
--	------	-------	--------	------	-------	------	-------	-------	---------	--------	---------	-------

Periyodik Otokorelasyon Katsayıları

R1j	0.9443	0.8305	0.7877	0.9091	0.9037	0.8738	0.7167	0.7507	0.9151	0.9834	0.9875	0.9691
R2j	0.8988	0.7193	0.5725	0.6793	0.7793	0.8375	0.6588	0.5024	0.5730	0.9200	0.9626	0.9381
R3j	0.8622	0.7057	0.4726	0.4936	0.6373	0.7373	0.6632	0.5500	0.4459	0.6137	0.9305	0.9127

PAR(1) parametreleri

a1j	0.9443	0.8305	0.7877	0.9091	0.9037	0.8738	0.7167	0.7507	0.9151	0.9834	0.9875	0.9691
Se1j	0.3290	0.5570	0.6160	0.4166	0.4281	0.4864	0.6974	0.6607	0.4032	0.1813	0.1578	0.2465

PAR(2) parametreleri

a1j	12.055	13.976	10.064	0.9855	11.251	0.6377	0.5963	0.8032	11.111	0.8707	12.423	17.196
a2j	-0.2695	-0.6005	-0.2633	-0.0970	-0.2435	0.2612	0.1378	-0.0733	-0.2611	0.1232	-0.2591	-0.7600
Se2j	0.3222	0.5208	0.5983	0.4123	0.4159	0.4733	0.6941	0.6587	0.3644	0.1744	0.1507	0.2154

PAR(3) parametreleri

a1j	11.645	14.793	10.005	0.9928	11.621	0.6418	0.5506	0.7790	11.238	0.8707	11.418	17.745
a2j	-0.1000	-12.009	-0.2320	-0.1310	-0.4145	0.2413	-0.0266	-0.3723	-0.3816	0.1232	-0.3112	-0.9721
a3j	-0.1314	0.5399	-0.0280	0.0340	0.1745	0.0178	0.2262	0.3621	0.1549	---	0.1649	0.1606
Se3j	0.3217	0.5042	0.5983	0.4119	0.4020	0.4733	0.6877	0.6349	0.3482	0.1744	0.1364	0.2136

Nihai Otoregressif Mertebeler ve Otoregressif Model Parametreleri

pj	1	2	2	1	3	1	1	3	2	1	1	1
a1j	0.9443	13.976	10.064	0.9091	11.621	0.8738	0.7167	0.7790	11.111	0.9834	0.9875	0.9691
a2j	---	-0.6005	-0.2633	---	-0.4145	---	---	-0.3723	-0.2611	---	---	---
a3j	---	---	---	---	0.1745	---	---	0.3621	---	---	---	---
Sej	0.3290	0.5208	0.5983	0.4166	0.4020	0.4864	0.6974	0.6349	0.3644	0.1813	0.1578	0.2465

TABLO 8-10: Üstel dönüşümden geçmiş Billoris 1955-2004 aylık taban akışları için moment parametrelili PAR(p) modelleri

	EKİM	KASIM	ARALIK	OCAK	SUBAT	MART	NISAN	MAYIS	HAZIRAN	TEMMUZ	AGUSTOS	EYLUL
--	------	-------	--------	------	-------	------	-------	-------	---------	--------	---------	-------

Periyodik Otokorelasyon Katsayıları

R1j	0.9502	0.8715	0.8597	0.8926	0.9247	0.8307	0.7519	0.6844	0.9286	0.9733	0.9752	0.9684
R2j	0.9338	0.8008	0.6739	0.7074	0.7943	0.7672	0.7005	0.4671	0.5225	0.9242	0.9223	0.9188
R3j	0.8895	0.7627	0.5217	0.5452	0.6707	0.6613	0.6352	0.5840	0.4576	0.6017	0.9056	0.8615

PAR(1) parametreleri

a1j	0.9502	0.8715	0.8597	0.8926	0.9247	0.8307	0.7519	0.6844	0.9286	0.9733	0.9752	0.9684
Se1j	0.3118	0.4904	0.5108	0.4509	0.3806	0.5568	0.6593	0.7291	0.3710	0.2296	0.2212	0.2492

PAR(2) parametreleri

a1j	0.7377	11.375	11.325	10.900	10.614	0.8365	0.5483	0.7666	10.743	0.8356	14.716	14.808
a2j	0.2194	-0.2799	-0.3131	-0.2296	-0.1531	-0.0063	0.2451	-0.1093	-0.2129	0.1483	-0.5100	-0.5254
Se2j	0.3069	0.4826	0.4872	0.4354	0.3743	0.5568	0.6450	0.7255	0.3370	0.2229	0.1877	0.2205

PAR(3) parametreleri

a1j	0.7142	12.036	11.325	11.042	11.238	0.8393	0.5481	0.6855	10.984	0.8356	14.146	15.839
a2j	0.2974	0.1140	-0.3131	-0.2848	-0.3908	-0.0205	0.3225	-0.4337	-0.4316	0.1483	-0.5911	-0.8087
a3j	-0.0567	-0.4716	---	0.0493	0.2117	0.0130	-0.0835	0.4640	0.2691	---	0.1471	0.1877
Se3j	0.3067	0.4685	0.4872	0.4348	0.3595	0.5567	0.6442	0.6800	0.2870	0.2229	0.1800	0.2174

Nihai Otoregressif Mertebeler ve Otoregressif Model Parametreleri

pj	1	3	2	1	1	1	1	3	3	1	1	1
a1j	0.9502	12.036	11.325	0.8926	0.9247	0.8307	0.7519	0.6855	10.984	0.9733	0.9752	0.9684
a2j	---	0.1140	-0.3131	---	---	---	---	-0.4337	-0.4316	---	---	---
a3j	---	-0.4716	---	---	---	---	---	0.4640	0.2691	---	---	---
Sej	0.3118	0.4685	0.4872	0.4509	0.3806	0.5568	0.6593	0.6800	0.2870	0.2296	0.2212	0.2492

TABLO 8-11: Billoris 1955-2004 orijinal aylık yüzeysel akışları için moment parametrelili PAR(p) modelleri

	EKİM	KASIM	ARALIK	OCAK	SUBAT	MART	NISAN	MAYIS	HAZIRAN	TEMMUZ	AGUSTOS	EYLUL
--	------	-------	--------	------	-------	------	-------	-------	---------	--------	---------	-------

Periyodik Otokorelasyon Katsayıları

R1j	0.2541	0.2268	0.3985	0.2407	0.3629	-0.0385	-0.0224	0.5370	0.6732	0.9189	0.9049	0.6908
R2j	0.3164	0.0004	0.0932	-0.0403	0.0090	-0.0458	0.2319	0.1029	0.7425	0.6455	0.8658	0.7018
R3j	0.2088	0.0389	0.0049	0.3959	-0.0039	0.2252	0.3838	0.0607	0.1880	0.7029	0.4826	0.6265

PAR(1) parametreleri

a1j	0.2541	0.2268	0.3985	0.2407	0.3629	-0.0385	-0.0224	0.5370	0.6732	0.9189	0.9049	0.6908
Se1j	0.9672	0.9739	0.9171	0.9706	0.9318	0.9993	0.9997	0.8436	0.7394	0.3944	0.4256	0.7230

PAR(2) parametreleri

a1j	0.0679	0.2423	0.3979	0.3052	0.3829	-0.0252	-0.0135	0.5396	0.3857	0.8859	0.7024	0.3081
a2j	0.2695	-0.0611	0.0029	-0.1619	-0.0832	-0.0366	0.2313	0.1150	0.5354	0.0490	0.2204	0.4229
Se2j	0.9474	0.9721	0.9171	0.9592	0.9283	0.9987	0.9727	0.8357	0.5855	0.3927	0.4166	0.7002

PAR(3) parametreleri

a1j	0.0679	0.2410	0.3981	0.3038	0.3908	-0.0026	-0.0025	0.5542	0.3857	0.8566	0.7403	0.3449
a2j	0.2695	-0.0669	0.0018	-0.2580	-0.1067	-0.1051	0.1065	0.1129	0.5354	0.0462	0.3336	0.5682
a3j	---	0.0089	0.0042	0.4261	0.0544	0.2505	0.3451	-0.0634	---	0.0421	-0.2198	-0.1942
Se3j	0.9474	0.9721	0.9171	0.8648	0.9270	0.9689	0.9180	0.8334	0.5855	0.3917	0.3839	0.6962

Nihai Otoregressif Mertebeler ve Otoregressif Model Parametreleri

pj	2	1	1	3	1	3	3	1	2	1	3	2
a1j	0.0679	0.2268	0.3985	0.3038	0.3629	-0.0026	-0.0025	0.5370	0.3857	0.9189	0.7403	0.3081
a2j	0.2695	---	---	-0.2580	---	-0.1051	0.1065	---	0.5354	---	0.3336	0.4229
a3j	---	---	---	0.4261	---	0.2505	0.3451	---	---	---	-0.2198	---
Sej	0.9474	0.9739	0.9171	0.8648	0.9318	0.9689	0.9180	0.8436	0.5855	0.3944	0.3839	0.7002

TABLO 8-12: Logaritmik dönüşümden geçmiş Billoris 1955-2004 aylık yüzeysel akışları için moment parametrelili PAR(p) modelleri

	EKİM	KASIM	ARALIK	OCAK	SUBAT	MART	NISAN	MAYIS	HAZIRAN	TEMMUZ	AGUSTOS	EYLUL
--	------	-------	--------	------	-------	------	-------	-------	---------	--------	---------	-------

Periyodik Otokorelasyon Katsayıları

R1j	0.3347	0.4041	0.4495	0.3607	0.3067	0.1027	-0.0782	0.5814	0.7137	0.9383	0.8789	0.7021
R2j	0.3823	0.2170	0.3203	0.1205	0.1418	0.0216	0.3180	0.0729	0.6897	0.6743	0.8532	0.6991
R3j	0.2465	0.1929	-0.0298	0.2069	0.0702	0.2511	0.5366	0.1404	0.1980	0.6649	0.5619	0.6665

PAR(1) parametreleri

a1j	0.3347	0.4041	0.4495	0.3607	0.3067	0.1027	-0.0782	0.5814	0.7137	0.9383	0.8789	0.7021
Se1j	0.9423	0.9147	0.8933	0.9327	0.9518	0.9947	0.9969	0.8136	0.7004	0.3457	0.4770	0.7120

PAR(2) parametreleri

a1j	0.1307	0.3733	0.3825	0.3841	0.2938	0.1061	-0.1120	0.5907	0.4724	0.9316	0.6558	0.3855
a2j	0.2905	0.0920	0.1657	-0.0522	0.0359	-0.0109	0.3295	0.1191	0.4150	0.0094	0.2378	0.3603
Se2j	0.9194	0.9106	0.8803	0.9315	0.9512	0.9947	0.9415	0.8049	0.6137	0.3457	0.4698	0.6910

PAR(3) parametreleri

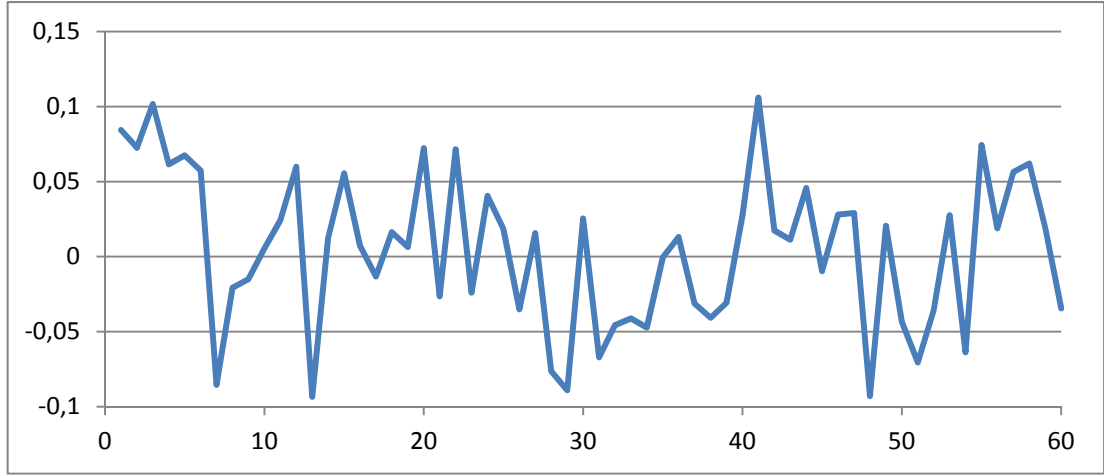
a1j	0.2063	0.3783	0.4012	0.3617	0.2949	0.0966	-0.1072	0.6129	0.4724	0.9130	0.6597	0.3860
a2j	0.6486	0.1114	0.2222	-0.0943	0.0249	-0.1076	0.1807	0.1278	0.4150	0.0034	0.3069	0.3635
a3j	-0.4678	-0.0299	-0.1912	0.1291	0.0235	0.2762	0.4835	-0.0676	---	0.0333	-0.1019	-0.0039
Se3j	0.8935	0.9103	0.8618	0.9242	0.9510	0.9608	0.8214	0.8024	0.6137	0.3449	0.4644	0.6910

Nihai Otoregressif Mertebeler ve Otoregressif Model Parametreleri

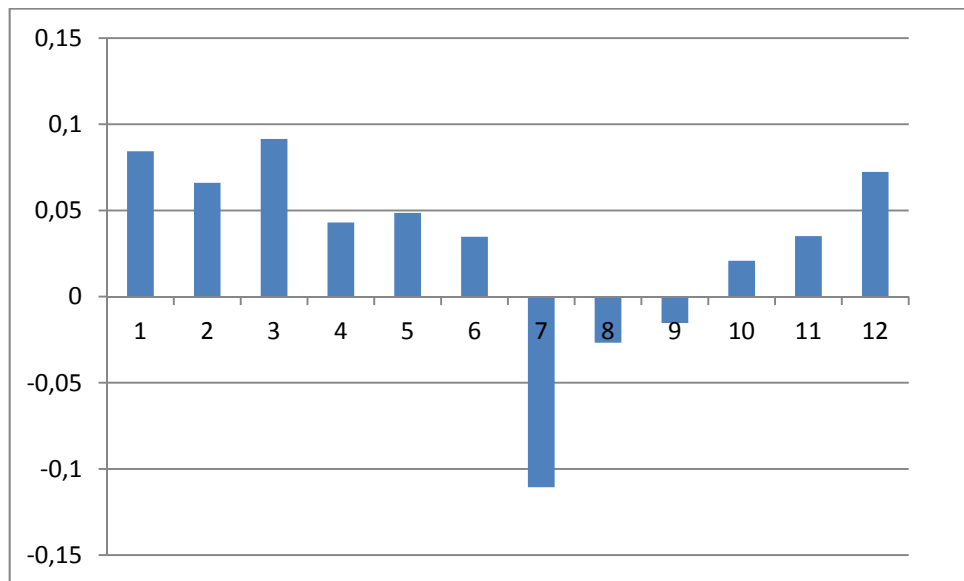
pj	3	1	3	1	1	3	3	1	2	1	1	2
a1j	0.2063	0.4041	0.4012	0.3607	0.3067	0.0966	-0.1072	0.5814	0.4724	0.9383	0.8789	0.3855
a2j	0.6486	---	0.2222	---	---	-0.1076	0.1807	---	0.4150	---	---	0.3603
a3j	-0.4678	---	-0.1912	---	---	0.2762	0.4835	---	---	---	---	---
Sej	0.8935	0.9147	0.8618	0.9327	0.9518	0.9608	0.8214	0.8136	0.6137	0.3457	0.4770	0.6910

8.5 Akış ve Akış Bileşenleri İçin Yağış Girdili Transfer Fonksiyonu Modelleri

1955-2004 dönemi için Siirt, Bitlis ve Hakkari istasyonlarından ağırlıklı ortalama yaklaşımıyla elde edilen orijinal aylık havza yağışları zaman serisinin korelogramı Şekil 8-17'de, kısmi-korelogramı Şekil 8-18'de gösterilmiştir. Bu grafiklerden aylık havza yağışları serisinde ihmal edilebilecek kadar zayıf bir iç bağımlılık bulunduğu anlaşılmaktadır. Aylık yağışların genel çarpıklık katsayısı $C_{sp}=0.932$ olup, $P_t^{0.498}$ üstel dönüşümü uygulandığında (bkz. Tablo 8-1) normalize yağış sersinin çarpıklığı $C_s=0.0008$ mertebesine düşmektedir.

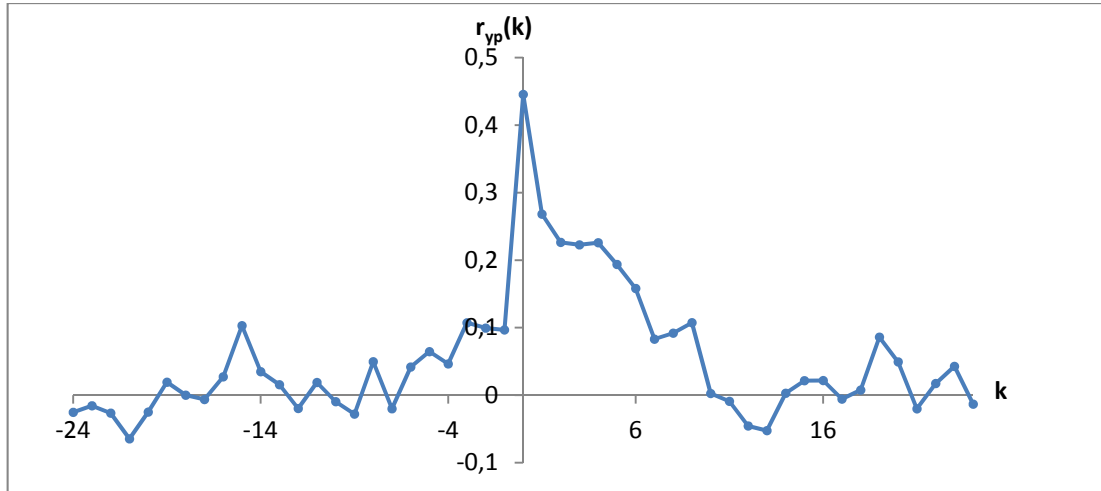


Şekil 8-17: Orijinal aylık havza yağışlarının örnek korelogramı

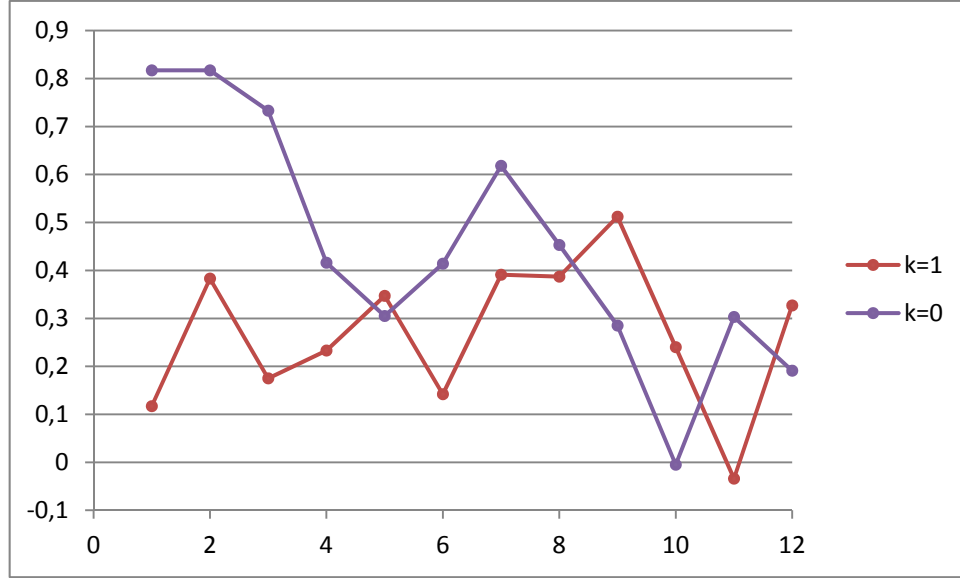


Şekil 8-18: Orijinal aylık havza yağışlarının kısmi-otokorelasyon katsayıları

Billoris kesitindeki toplam akışlar, havza drenaj alanına yağmur ve/veya kar niteliğinde düşen yağışların yüzeysel ve yer altı biriktirme sistemlerinde ötelenerek akarsu yatağına ulaşması sonucunda oluşmaktadır. Yağışların yağmur niteliğinde olduğu aylarda dolaysız akışlar birkaç gün içinde toplam akışın yüzeysel bileşenlerini oluşturmakta ve önemli bir öteleme (gecikme) olmaksızın istasyon kesitine ulaşmaktadır. Bu nedenle, aylık yüzeysel akışlar ile havza aylık yağışları arasında bir zaman kayması beklenmemektedir. Billoris'teki orijinal aylık yüzeysel akışlar ile orijinal aylık havza yağışları arasındaki kros-korelogram Şekil 8-19'da verilmiştir. Normalize edilmemiş iki seri arasındaki zaman kaymalı çapraz ilişkileri veren bu grafikten yüzeysel akışların yağışlarla eş zamanlı ($b=0$) etkileşim içinde olduğu; $s=0$ kabul edilebileceği ve $r \geq 1$ olmak üzere çapraz ilişkilerin k zaman kayması ile üstel biçimde çürüdüğü açıkça görülmektedir. Ayrıca, Şekil 8-20'den de görüleceği gibi, $k=0$ için mevsimsel kros-korelasyonlar sadece Nisan, Mayıs, Ekim, Kasım, Aralık gibi yağmurlu aylarda anlamlı ölçüde yüksektir.

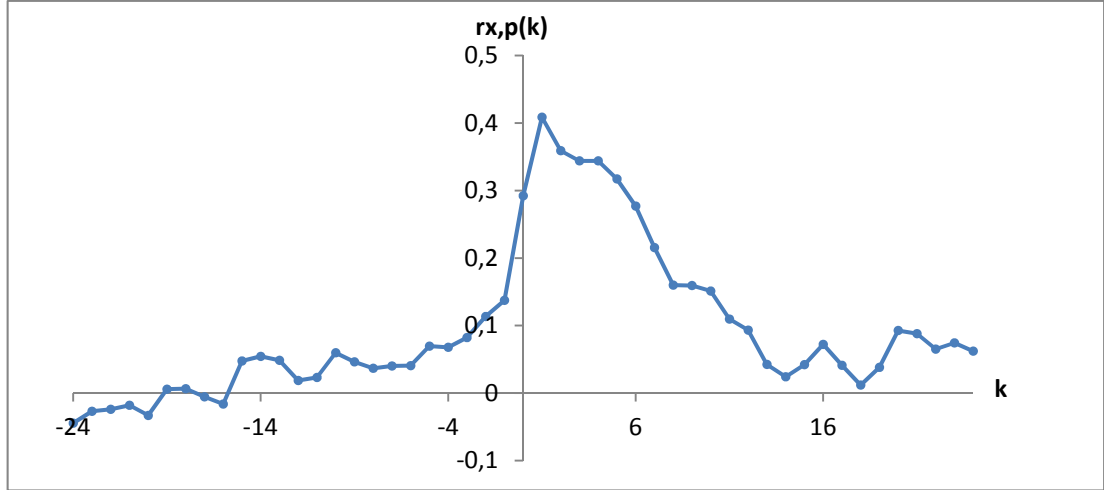


Şekil 8-19: Billoris'te orijinal aylık yüzeysel akışlar ile havza yağışları arasındaki kros-korelasyon katsayıları

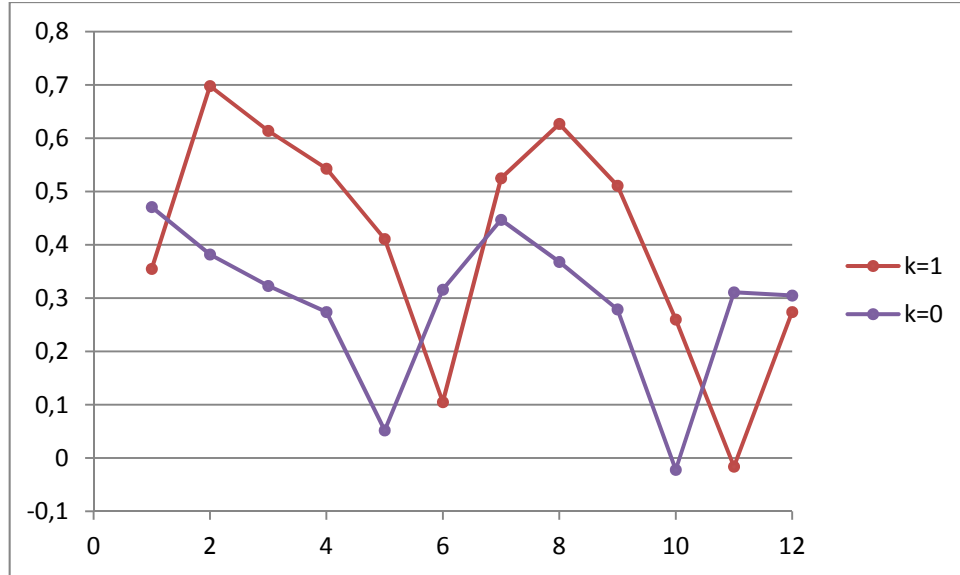


Şekil 8-20: Billiris'te orijinal aylık yüzeysel akışlar ile havza yağışları arasındaki *mevsimsel* kros-korelasyon katsayıları

Yüzeyaltı ve yeraltı biriktirme sistemlerinden beslenen orijinal aylık taban akışı bileşenleri ile aylık havza yağışları arasındaki kros-korelogram Şekil 8-21'de; $k=0$ ve $k=1$ için kros-korelasyon katsayılarının aylar boyunca değişimi ise Şekil 8-22'de verilmiştir. Normalize edilmemiş serilere ait bu grafiklerden en yüksek çapraz ilişkinin $k=1$ zaman kaymasında olduğu; $k=-1$ deki kros-korelasyon da sıfırdan önemli ölçüde farklı olduğundan $s=1$ veya $s=2$ alınabileceği; $k>1$ için kros-korelasyonların üstel olarak çürümesi nedeniyle $r \geq 2$ seçilebileceği anlaşılmaktadır. Taban akışları ile havza yağışları arasındaki en yüksek mevsimsel kros-korelasyonlar $k=0$ için Ekim ve Nisan aylarında, $k=1$ için Ekim, Kasım, Aralık ve Mart, Nisan, Mayıs aylarında ortaya çıkmaktadır (Şekil 8-22). Yılın bazı aylarında $k=2$ ve $k=3$ zaman kaymalı mevsimsel kros-korelasyonlar da önem taşımaktadır.



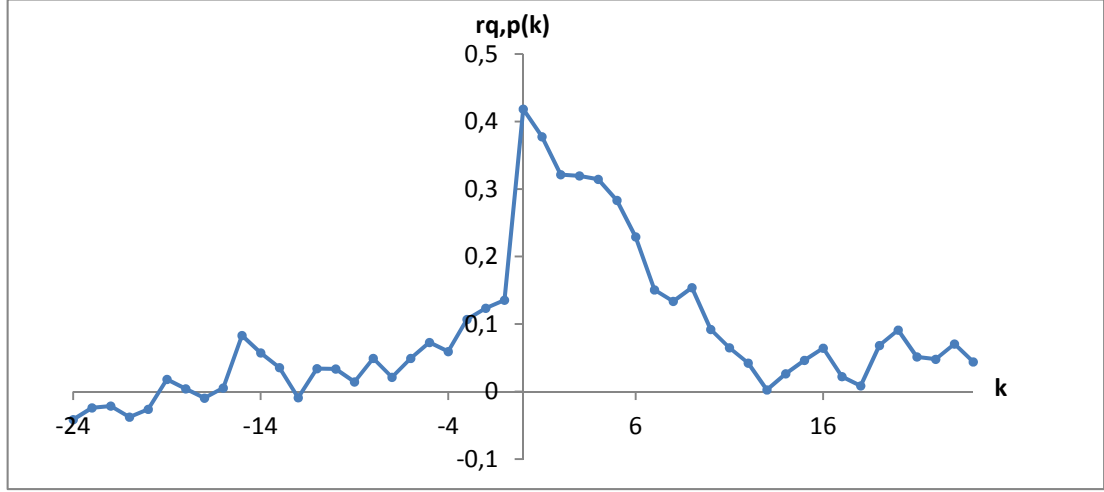
Şekil 8-21: Billoris'te orijinal aylık taban akışları ile havza yağışları arasındaki kros-korelasyon katsayıları



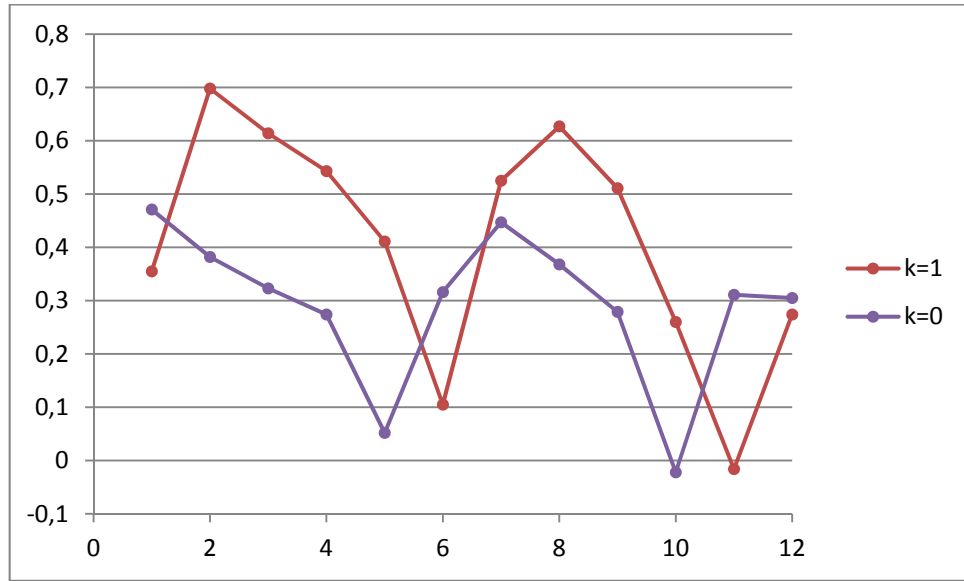
Şekil 8-22: Billoris'te orijinal aylık taban akışları ile havza yağışları arasındaki mevsimsel kros-korelasyon katsayıları

Orijinal aylık toplam akışların havza aylık yağışları ile kros-korelogramı Şekil 8-23'de; $k=0$ ve $k=1$ için mevsimsel kros-korelogramlar ise Şekil 8-24'de verilmiştir. Şekil 8-23'den toplam aylık akışlarla havza yağışları arasındaki çapraz ilişkilerde gecikme olmadığı ($b=0$); $s=0$ alınabileceği ve $k>1$ için kros-korelasyonların üstel ve yavaş çürümesi nedeniyle $r \geq 2$ seçilebileceği anlaşılmaktadır. Orijinal toplam akışlarla havza yağışları arasındaki en yüksek mevsimsel çapraz ilişkiler $k=0$ için Ekim, Kasım, Aralık (ve nispeten de Mart) aylarında, $k=1$ için Kasım, Ocak, Mayıs

ve Haziran aylarında ortaya çıkmaktadır. Mart ve Eylül aylarında $k=2$ zaman kaymalı mevsimsel kros-korelasyonlar da önem taşımaktadır.



Şekil 8-23: Billoris'te orijinal aylık toplam akışlar ile havza yağışları arasındaki kros-korelasyon katsayıları



Şekil 8-24: Billoris'te orijinal aylık toplam akışlar ile havza yağışları arasındaki mevsimsel kros-korelasyon katsayıları

Tez çalışmasının bu bölümünde, akış bileşenlerinin yağış girdisiyle ilişkileri aracı (katalizör) olarak kullanılmak suretiyle taban akışı ve yüzeysel akış bileşenlerinin toplam akışların transfer fonksiyonu model yapısına etkileri incelenmiştir. Bu amaçla, önce orijinal taban akışı ve yüzeysel akışların yağış girdili TFM

kurulmuştur. Sonra, bu iki sürecin transfer fonksiyonu modelleri toplanarak elde edilen kombine model, toplam akışların yağış girdili transfer fonksiyonu modeli ile karşılaştırılmıştır.

$$\hat{x}_t = v_x(B)P_t + N_{x,t} \quad (8-14)$$

$$\hat{y}_t = v_y(B)P_t + N_{y,t} \quad (8-15)$$

$$\hat{q}_{t,kom} = \hat{x}_t + \hat{y}_t \quad (8-16)$$

$$\hat{q}_t = v_q(B)P_t + N_{q,t} \quad (8-17)$$

Bu eşitliklerde $v_x(B)$, $v_y(B)$, $v_q(B)$ sırasıyla taban akışı, yüzeysel akış ve toplam akış süreçlerinin bireysel transfer fonksiyonları; $N_{x,t}$, $N_{y,t}$, $N_{q,t}$ ise bu bireysel modellerin gürültü bileşenleridir. (8-16) modeli (8-14) ve (8-15) modellerinin toplamı olan kombine (süperpoze) modeldir.

Yukarıdaki tüm bireysel modeller MATLAB paket programının “dışsal girdili otoregressif transfer fonksiyonu modelleri” alt yordamı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Paket programda b, r, s mertebelerine ilaveten gürültü bileşenlerinin p ve q mertebelerini de kapsayan n_a , n_b , n_k mertebeleri kullanılmaktadır (Adı geçen mertebeler arasındaki ilişkiler 5.5.2 bölümünde verilmiştir).

Tüm modellerde yağış (girdi) serisi hemen hemen noise niteliğinde olduğundan ön arıtma (prewhitening) gerekmemiştir. Çalışmanın bu aşamasında girdi ve çıktı serilerine herhangi bir dönüşüm (normalizasyon) da uygulanmamıştır.

Şekil 8-19, 8-21 ve 8-23 de görülen kros-korelogramlardan edinilen bilgiler ışığında 1955-2004 dönemindeki Billoris orijinal tam standardize toplam akışları ve akış bileşenleri için ARX(n_a , n_b , n_k) modelleri kurulmuştur. Üç sürecin transfer fonksiyonu modelinde de $b=0$, $s=1$, $r=2$ (dolayısıyla $n_a=2$, $n_b=2$, $n_k=0$) seçilmiştir. A(G) ve B(G) polinomlarının en küçük kareler yöntemiyle hesaplanan parametreleri

(a_1, a_2, b_0, b_1) , modellerin determinasyon katsayıları ($D=R^2$), Fisher uyum istatistiği (F) ve model standart hataları (S_e) Tablo 8-13'de sunulmuştur.

Tablo 8-13: Tam standardize orijinal akışlar ve akış bileşenleri için yağış girdili ARX(2,2,0) modellerinin özet istatistikleri

ARX(2,2,0) istatistikleri	Yüzeysel Akış	Taban Akışı	Toplam Akış
$-a_1$	0.298814 (0.0413)	0.824443 (0.0386)	0.543399 (0.0402)
$-a_2$	0.128936 (0.0370)	-0.013092 (0.0372)*	0.159470 (0.0369)
b_0	0.396094 (0.0329)	0.167174 (0.0172)	0.316401 (0.0236)
b_1	0.087891 (0.0370)	0.156114 (0.0184)	0.101847 (0.0270)
R^2	0.366	0.829	0.676
F	85.66	719.6	309.79
\hat{S}_e	0.79220	0.41148	0.56625

Not: Parantez içindeki değerler a_j, b_j parametrelerinin standart hatalarıdır.
 (*) Taban akışları-yağış çapraz ilişkisinde a_2 (veya $\hat{\delta}_2$) parametresi standart hatasından oldukça küçüktür. Bu nedenle taban akışları modelinde $n_a=2$ yerine $n_a=1$ de seçilebilir.

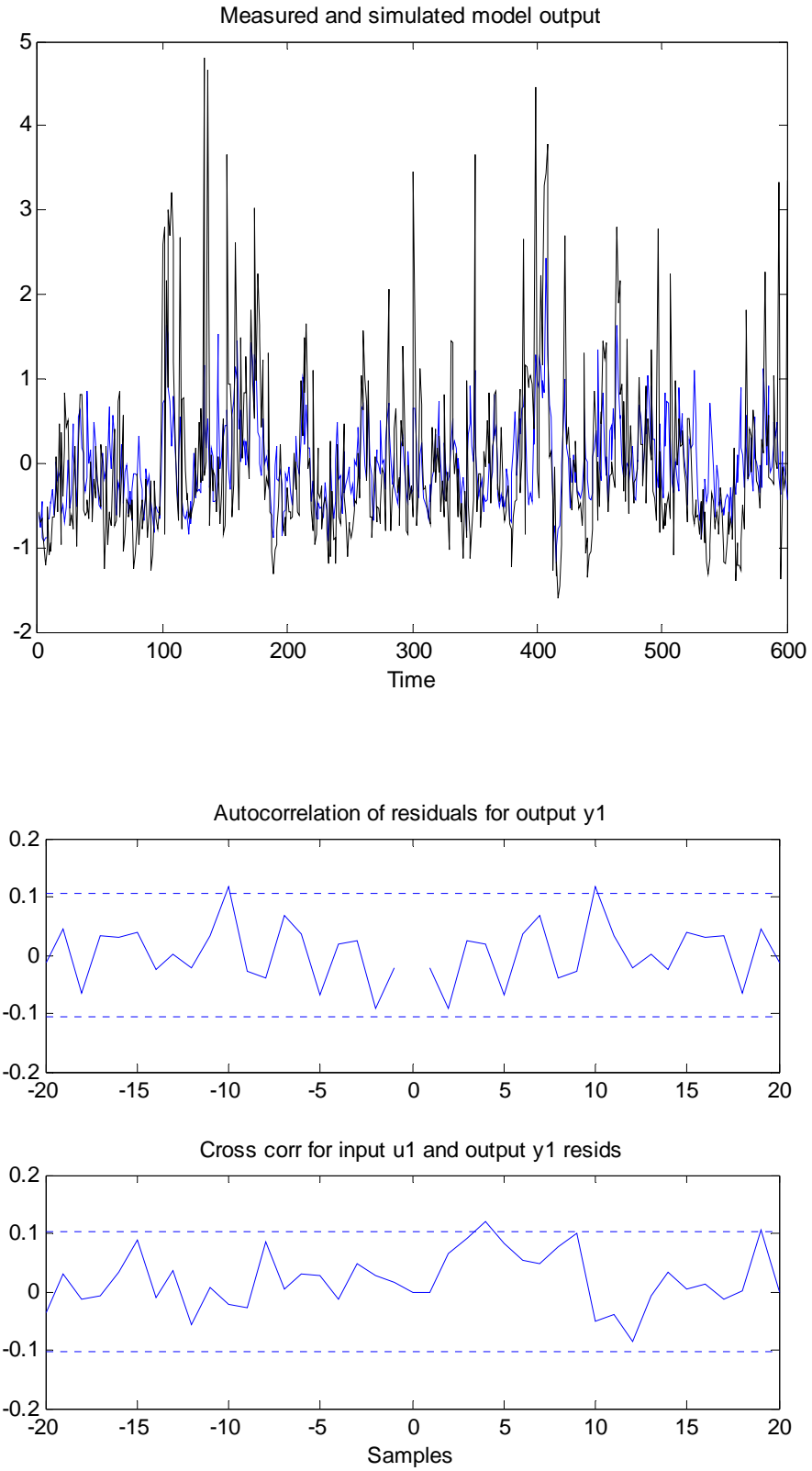
Akış süreçlerine uyarlanan transfer fonksiyonu modellerinin her biri için simülasyon sonuçları, gürültü bileşenlerinin korelogramları ve yağış girdileri ile gürültü bileşenleri arasındaki kros-korelogramlar Şekil 8-25, 8-26, 8-27 de sunulmuştur.

Bu şekillerden, gürültü bileşenlerinin korelogramlarının ve gürültü bileşenleri ile yağış girdisi arasındaki kros-korelasyonların genel olarak tolerans limitleri içinde kaldığı ve kurulan modellerin gözlem serilerine oldukça uygun olduğu anlaşılmaktadır.

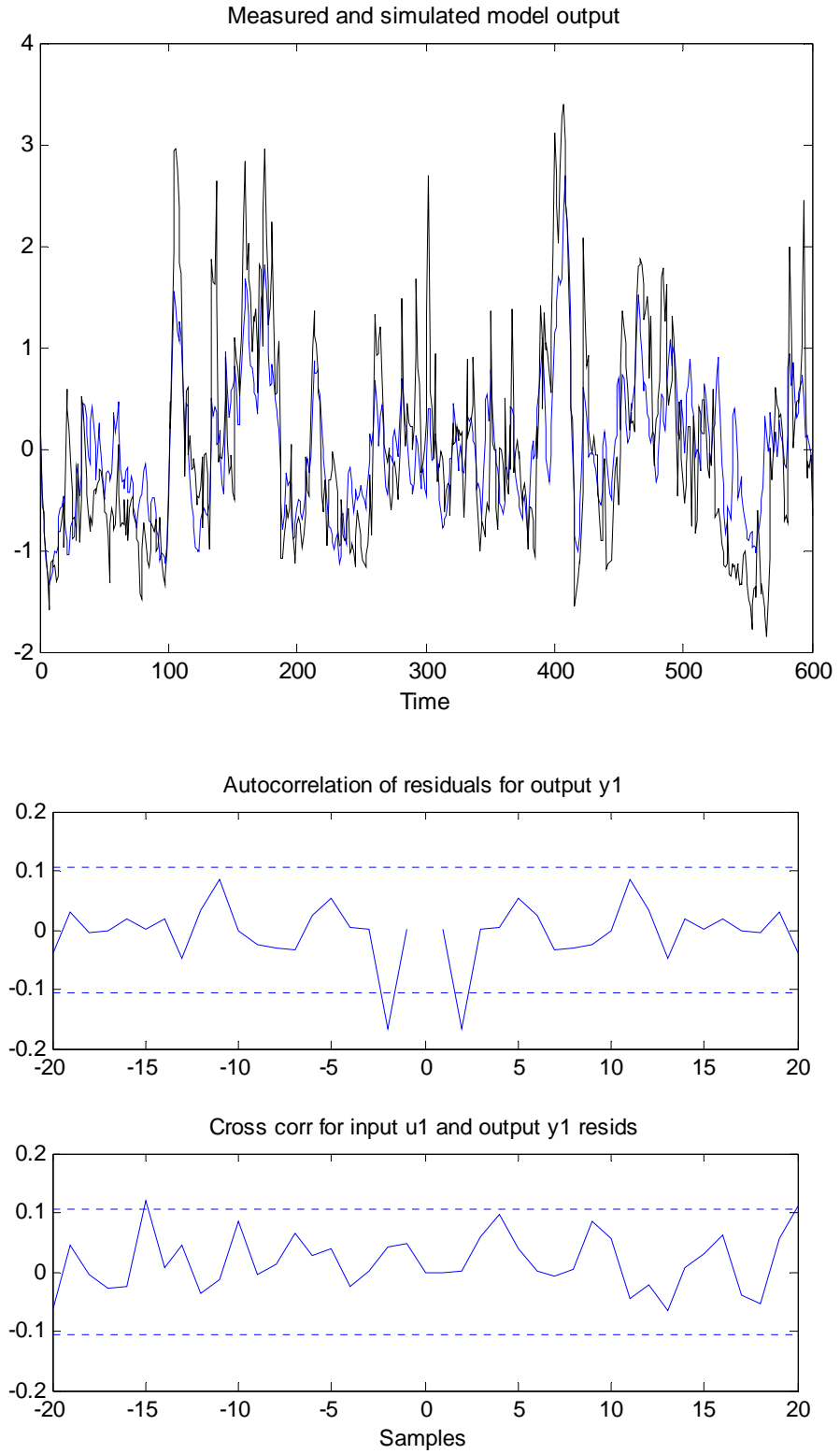
Normallik koşulları sağlanmamış (gözlemsel seriler uygun dönüşümlerle normalize edilmemiş) olmakla birlikte, Tablo 8-13'den yüzeysel ve toplam akışlara kıyasla yağış girdisi ile taban akışları arasında çok daha güçlü bir ilişki olduğu ve bu

ilişkinin nispeten toplam akış-yağış ilişkisini de iyileştirdiği görülmektedir. Beklenenin aksine, yüzeysel akışlar ile yağış girdisi arasındaki ilişki daha zayıftır. Bunun temel nedenlerinden biri, Billoris havzasına düşen yağışların çoğunlukla kar niteliğinde olmasıdır.

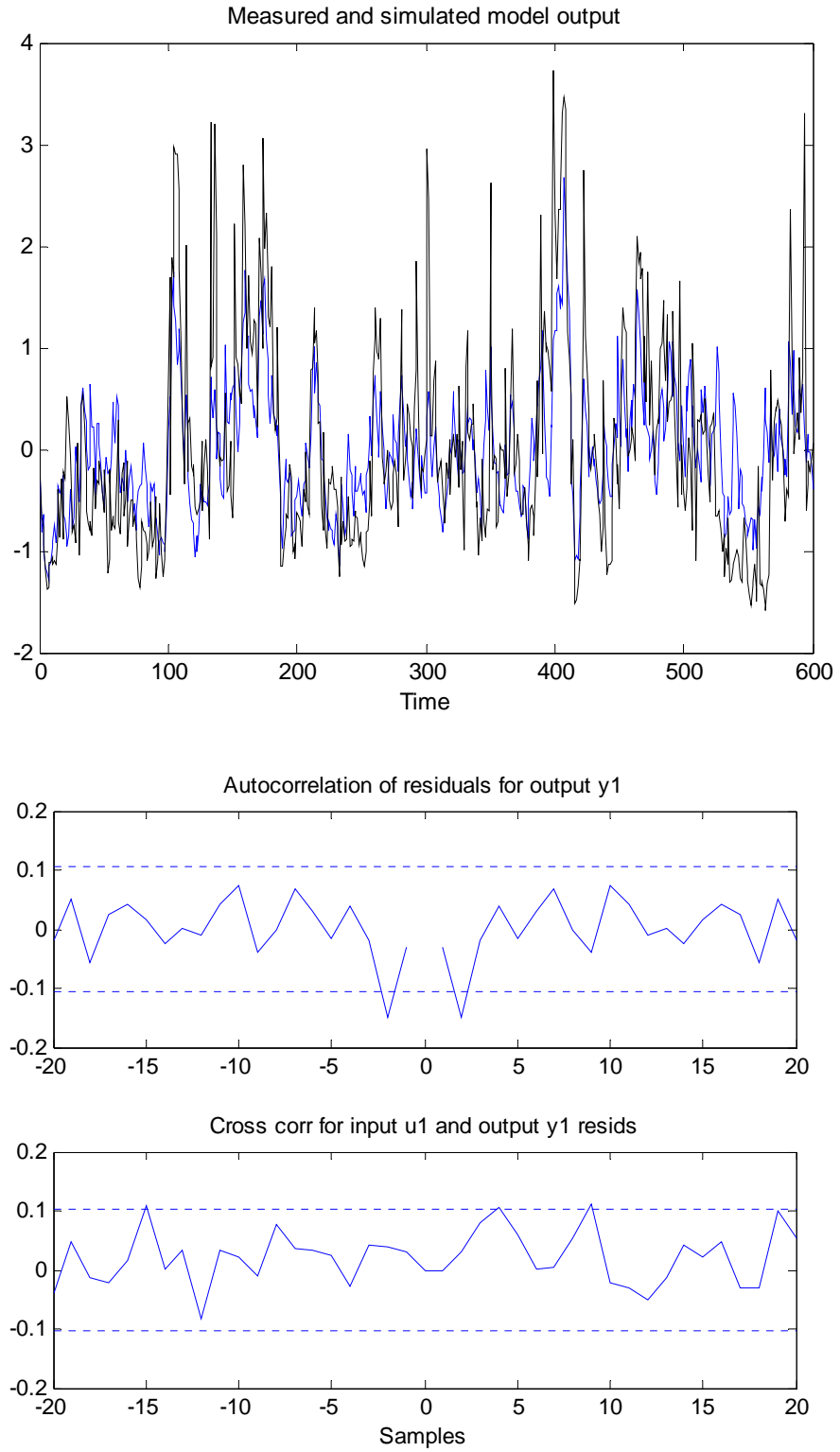
Taban akışlarının gerçeğe uygun ayrılmış olduğu varsayımı altında, özellikle yağışsız (kurak) aylarda Billoris kesitindeki olası taban akışlarını Tablo 8-13 deki modelden bir önceki ayın toplam akışı ve t ve t-1 aylarındaki yağışlar cinsinden oldukça iyi tahmin etmek mümkündür.



Şekil 8-25: Billoris tam standardize yüzeysel akışlar için kurulan ARX(2,2,0) modelinin simülasyon sonuçları (üstte), gürültü bileşenin korelogramı (ortada) ve yağış girdisi ile gürültü bileşeni arasındaki kros-korelasyonlar



Şekil 8-26: Billoris tam standardize taban akışları için kurulan ARX(2,2,0) modelinin simülasyon sonuçları (üstte), gürültü bileşeninin korelogramı (ortada) ve yağış girdisi ile gürültü bileşeni arasındaki kros-korelasyonlar



Şekil 8-27: Billoris tam standardize toplam akışlar için kurulan ARX(2,2,0) modelinin simülasyon sonuçları (üstte), gürültü bileşeninin korelogramı (ortada) ve yağış girdisi ile gürültü bileşeni arasındaki kros-korelasyonlar

BÖLÜM DOKUZ

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

9.1 Taban Akışlarının Mevsimsel Akış İstatistiklerine Etkisi

Bu çalışmada 1955-2004 dönemindeki Billoris aylık akışları *sayısal filtreleme* yöntemi ile taban akışı ve yüzeysel akış bileşenlerine ayrılmıştır. Ayırma işleminde filtre parametresi için literatürde önerilen $\alpha=0.925$ değeri kabul edilmiştir. Sözü edilen yöntemle elde edilen akış bileşenlerinin gerçek olduğu varsayılarak, akış bileşenlerinin, özellikle de taban akışlarının aylık toplam akış sürecinin matematiksel model yapısı üzerine ne gibi etkileri olduğu araştırılmıştır.

Yukarıdaki amaçlarla, öncelikle toplam akış ve akış bileşenlerinin aydan aya değişen ortalama, standart sapma, çarpıklık katsayısı, birinci serisel korelasyon katsayısı gibi mevsimsel istatistikleri *harmonik analiz (periyodogram analizi)* teknikleriyle incelenmiştir. Orijinal (dönüşümden geçmemiş) toplam akışlar, yüzeysel ve taban akışı bileşenlerinin aritmetik toplamı niteliğindedir. Bu nedenle, toplam akış, taban akışı ve yüzeysel akış zaman serilerinin *toplanabilirlik* ilkesini sağlayan yegane mevsimsel unsuru *aylık ortalamalar*'dır. Aylık ortalamalar üzerinde yapılan incelemelerden, yüzeysel ve taban akışı bileşenlerinin yıl içindeki devirsel hareketlerinin eş fazlı olmadığı, en büyük yüzeysel akışların Nisan'da en büyük taban akışlarının ise 1 ay gecikerek Mayıs'ta olduğu ve aylık toplam akışların pik değerlerinin ötelenmesine sebep olduğu saptanmıştır (Şekil 8-1). Benzer durumun toplam akış ve akış bileşenlerinin aylık standart sapmalarına da yansıdığı görülmüştür (Şekil 8-2).

Toplam akış ve akış bileşenlerinin mevsimsel çarpıklık katsayıları incelendiğinde, taban akışlarının, özellikle yağışlı mevsimlerde (Eylül, Ekim, Kasım, Aralık, Ocak gibi aylarda), yüzeysel akışlardan kaynaklanan yüksek çarpıklıkları törpülediği ve toplam akışların nispeten daha simetrik dağılımlı olmasına yol açtığı saptanmıştır (Şekil 8-3). Buna karşılık, taban akışı bileşenleri yeraltı biriktirme sistemindeki düzenlemenin etkisiyle serisel bağımlılığı en yüksek unsur olmakta ve toplam

akışların daha yüksek iç bağımlı bir yapıya bürünmesine sebep olmaktadır (Şekil 8-4).

Toplam akış ve akış bileşenlerinin aylık ortalama ve standart sapmalarının harmonik özelliklerinin çok benzer olduğu (Şekil 8-5 ve 8-6); bu mevsimsel istatistiklerin ilk 3 harmonikle oldukça iyi tanımlanabildiği belirlenmiştir. Benzer durum birinci serisel korelasyon katsayıları için de geçerlidir. Buna karşılık, yüzeysel akışların ve taban akışlarının çarpıklık katsayılarının harmonik özellikleri son derece farklıdır (Şekil 8-7). Bu nedenle, toplam akışların mevsimsel çarpıklık katsayıları anlamlı bir periyodik davranış göstermemektedir.

9.2 Taban Akışlarının Stokastik Bileşen Model Yapısına Etkisi

Çalışmanın ikinci bölümünde Billoris'teki aylık toplam akışlar ve akış bileşenlerinin mevsimsel olmayan (sabit parametrelili) stasyonere zaman serisi modelleri kurulmuş; akış bileşenlerinin model yapılarının toplam akış sürecinin matematiksel model yapısına olası etkileri irdelenmiştir.

Önce, aylık toplam akış, yüzeysel akış ve taban akışı serileri herhangi bir dönüşümden geçirilmeden (normal dağılım koşulu sağlanmadan), sadece her bir seri aylara göre tam standardize edilerek zayıf stasyonere serilere indirgenmiş ve bu serilere uygun model yapıları saptanmıştır. Bu incelemeler sonucunda, yüzeysel akış bileşenlerinin AR(3) veya ARMA(1,1), toplam akışların ve taban akışı bileşenlerinin ise AR(3) yapısında olduğu görülmüştür. Toplam akış sürecinin matematiksel yapısının taban akışı bileşenlerinin matematiksel yapısıyla benzer olmasının temel nedeni, toplam akışların içsel bağımlılık karakteristiklerinin taban akışları tarafından yönetiliyor olmasıdır. Buna göre, toplam akışların matematiksel model yapısının yüzeysel akışlardan ziyade taban akışı bileşenlerinin baskısı altında olduğu söylenebilir.

Mevsimsel olmayan modelleme çalışmalarının ikinci aşamasında, Billoris'teki toplam akış, taban akışı ve yüzeysel akış serileri önce üstel ve logaritmik

dönüşümden geçirilerek normalize edilmiş; sonra her seri aylara göre tam standardize edilerek zayıf stasyonere birer seriye (ikinci mertebeden durağan stokastik serilere) indirgenmiştir. Öncekinden farklı olarak bu seriler “normal dağılım” koşulunu da sağlamaktadır. Normalize edilmiş tam standardize serilere en uygun modellerin yüzeysel akış bileşenleri için ARMA(1,1), taban akışı bileşenleri ve toplam akışlar için ise AR(3) olduğu saptanmıştır (Tablo 6-8). Dolayısıyla, yukarıdaki bulguların ve sonuçların önemli ölçüde değişmediği; toplam akışların matematiksel model yapısını etkileyen temel unsurun taban akışları olduğu saptanmıştır.

Çalışmada, toplam akışlar ve akış bileşenleri için p mertebeleri ve parametreleri aydan aya değişen *periyodik otoregressif* modeller [PAR(p)] de kurulmuştur (Tablo 8-7, 8-8, 8-9, 8-10, 8-11, 8-12). Ancak, bu karmaşık modellerden akış bileşenlerinin model yapısının toplam akışların model yapısını nasıl etkilediği hakkında somut bilgi çıkartmak ve yorum yapmak oldukça zordur.

9.3 Taban Akışlarının Yağış-Akış İlişkisine Etkisi

Çalışmanın son bölümünde, Billoris'teki toplam akışlar ve akış bileşenleri için ayrı ayrı *yağış girdili transfer* fonksiyonu modelleri kurulmuş; akış bileşenleri ile havza yağışları arasındaki ilişkilerin toplam akış-yağış ilişkisine nasıl yansıdığı araştırılmıştır. Temsili havza yağışları olarak, Siirt, Bitlis ve Hakkari aylık yağışlarının ağırlıklı ortalamaları kullanılmıştır.

Bu bölümde önce yine dönüşümden geçirilmemiş, tam standardize aylık toplam akışlar ve akış bileşenleri için tam standardize yağış girdili transfer fonksiyonu modelleri kurulmuştur. Yağış (girdi) serisi hemen hemen serisel bağımsız bir süreç, akış serileri ise genellikle otoregressif birer süreç olduğundan sadece *dışsal girdili otoregressif* modeller [ARX(n_a , n_b , n_k)] kurulmuştur. Akış sürecinin her birinin, t , $t-1$, ... anlarındaki yağışlarla ve kendi geçmiş değerleri ile doğrusal ilişkilerini temsil eden bu modellerin n_a , n_b , n_k mertebeleri yağış-akış kros-korelogramları incelenerek saptanmıştır. Toplam akışlar ve yüzeysel akışlar için $n_a=n_b=2$; taban akışları için ise

ilginç olarak $n_a=1$, $n_b=2$ olduğu görülmüştür. Her üç akış süreci için de, girdi ile çıktı arasındaki gecikmeyi temsil eden n_k mertebesi (zaman kayması) sıfır dır. Bu modellerden, beklenenin aksine, yüzeysel akış bileşenleri ile havza yağışları arasındaki ilişkilerin daha zayıf, taban akışı bileşenleri ile yağış arasındaki ilişkilerin ise oldukça güçlü olduğu ve bu durumun toplam akış-yağış ilişkisine yansıdığı saptanmıştır (Tablo 8-13).

Bu tez kapsamında yapılan çalışmalar bazı varsayımlara dayanmakla birlikte, toplam akış potansiyelinin büyük bölümü taban akışlarından kaynaklanan akarsularda (özellikle de karst pınar katkılı akarsularda) toplam akışların matematik modellerinin daha doğru kurulması ve kullanılması; yılın kurak dönemlerindeki akarsu akışlarının davranışlarının daha iyi tanımlanması; su kaynakları sistemlerinin projelendirilmesi ve işletilmesi amacıyla yapılacak çalışmalara önemli katkıları olabilecek yöntemleri ve sonuçları kapsamaktadır.

KAYNAKLAR

- Anderson R.L. (1941). *Distribution of the serial correlation coefficients, Annals of Math. Statis*, 8(1), 1-13.
- Akaike, H. (1976). *Canonical Correlations Analysis of Time Series and the use of an Information Criterion*, in “*System Identification. Advances and Case Studies* (Eds..R.mehra, G.Laniotis), Academic Press, London.
- Aksoy, H., Kurt, İ. (2007). *Filtre Edilmiş Yuvarlatılmış Minimumlar Taban Akışı Ayırma Yöntemi*, “V. Ulusal Hidroloji Kongresi”, ODTÜ, Ankara, s349-358.
- Atış İ. (1988). *Karst Pınar Katkılı Akarsularda Üstel Boşalım Fonksiyonu Esasına Dayanan Matematik Modeller Yardımıyla Yer altı ve Yüzealtı Akış Bileşenlerinin Ayrılarak Yüzeysel Akışın Belirlenmesi*, DEÜ Fen Bil. Enst. Dr. Tezi.
- Bartlett M.S. (1946). On the theoretical specification of sampling properties of autocorrelated time series. *J.Royal Stat. Soc.*, 38, 27-41.
- Bayazıt, M. (1996). *İnşaat Mühendisliğinde Olasılık Yöntemleri*, İTÜ İnşaat Fak. Matbaası, İstanbul.
- Bayazıt, M. (1998). *Hidrolojik Modeller*, İTÜ İnşaat Fak. Matbaası, İstanbul
- Benzeden E. (2007). *Stochastic Hydrology, Lecture Notes*, Graduate School of Natural and Applied Sciences, Dokuz Eylul University, İzmir.
- Benzeden, E., Köken, E. (2010). *Taban Akışı İndeksi (TAİ) ile Düşük Akım Karakteristikleri Arasındaki İlişkiler*, Denizli, PAÜ, “VI. Ulusal Hidroloji Kongresi”, s.201-209.

- Bilen, Ö. (1996). *Ortadoğu Su Sorunları ve Türkiye, Ankara*, Toplumsal, Ekonomik Siyasal Araştırmalar Vakfı (TESAV).
- Birsoy Y. (1989). *Kaynak Boşalımı Problemine Yeni Bir Teorik Yaklaşım*, Doçentlik Tezi, DEÜ Mühendislik-Mimarlık Fak. Jeoloji Müh. Bölümü, İzmir.
- Birsoy, Y. K. (2000). A Simple Method for the estimation of the parameters of recession hydrograph
- Box G.E.P., Cox D.R. (1964). *An analysis of transformations*, J. of Royal Statis. Soc., Series B26, 211-252.
- Box, G.E.P., Jenkins, G.M. (1976). *Time Series Analysis, Forecasting And Control*. 2nd ed. Holden –Day, San Francisco, USA.
- Box G.E.P., Muller M.E. (1958). *A note on the generation of normal deviates*, Ann. Math. Stat., 28, 610-611.
- Box G.E.P., Pierce, D.A.(1970). *Distribution of residual autocorrelations in autoregressive integrated moving average time series models*, J.Amer. Statis. Assoc., 65, 1509-1526.
- Chow, D.R., Maidment.; L W. Mays. (1988). *Applied Hydrology. Solutions Manual to Accompany*, McGraw-Hill, 712 pages.
- DSİ (1959-2005). *Rasat Yıllıkları*. Ankara, DSİ Genel Müdürlüğü Etüd ve Plan Dairesi Başkanlığı
- Durbin J. (1960). *The fitting of time series models*, Review of the Institute of Intern. Stat., 28, 233-244.

- EİE (1956-2005). *Akım Neticeleri*, Ankara, Elektrik İşleri Etüd Dairesi Genel Müdürlüğü
- Ercan H. (2002). *Baseflow Determination in Rivers Through ARMA Modeling*, M.Sc. Thesis in Civil Eng. (Adv.. E. Benzeden) Graduate School of Natural and Applied Sciences Dokuz Eylul University, Izmir.
- Fernandez B., Salas J.D. (1990). *Gamma- Autoregressive models for stream flow simulation*, J. Hydrol. Eng. ASCE, 116(11), 1403-1414.
- Fıstıkoğlu O., Ü.Öziş., Baran T., Özdemir Y. (2001). *Türkiye açısından Sınır-Aşan Sular*, Meteoroloji Mühendisliği Dergisi ISSN 1301-1303, s.34-39.
- Fisher R.A. (1929). *Tests of significance in harmonic analysis*, Proc. Royal Soc. of London, A125, 54-59.
- Graupe, D., Isailovich, D., Yevjevich, V. (1976). *Prediction Model For Runoff From Karstified Catchments*, Fort Collins, Water Resources publications, Karst Hydrology and Water Resources, V. I pp. 277-298
- Gray, D.M., Prowse, T.D. (1993). *Snow and floating ice*, In Maidment, D. (ed.) Handbook of Hydrology, New York. McGraw Hill. pp. 7.1-7.58.
- Gustard, A., Bullock, A. & Dixon, J.M. (1992). *Low flow estimation in the United Kingdom*, Institute of Hydrology Report No. 108, 88.
- Helsel, D.R., Hirsch, R.M. (1992). *Statistical Methods in Water Resources Engineering*, Elsevier.
- Hipel, K.W. (1985). *Time series analysis in perspective*, Water Resources Bulletin 21, 4, pp 609-624.

- Horton, R.E. (1933). *The role of infiltration in the hydrologic cycle*, Trans. Am. Geophys. Union, 145, 446-460.
- IH (Institute of Hydrology) (1980). *Low Flow Studies* (Report no. 1, 2, 3, 4), Wallingford, U.K. Natural Environment Research Council/Institute of Hydrology
- Ljung G.M., Box G.E.P. (1978). *On a measure of lack of fit in time series models*, Biometrika, 65, 297-303.
- Kayaalp, N. (2003). *Dicle Havzası Akarsularında Sediment Taşınmasının Matematik Modellerle Belirlenmesi*, Diyarbakır, Dicle Üniversitesi FBE Yüksek Lisans Tezi.
- Kelman J. (1980). *A stochastic model for Daily stream flow*, J. Hydrol., 47, 235-249.
- Kelman J. (1977). *Stochastic Modelling of Hydrologic Intermittent Daily Process*, CSU Hydrology Papers No.89, FortCollins-Colorado
- Keloğlu, N. (1984). “*Karst pınar katkılı aylık akışların üstel boşalım fonksiyonlu matematik benzetim modelleri*”. İzmir, Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Hidroloji ve Su Kaynakları Doktora Tezi, no. 8, (Yön. Prof.Dr. Ü. Öziş), 109 .s.
- Keloğlu, N. (1986). “*Mathematical simulation model with exponential deterministic component for monthly river runoff receiving karst spring effluents*”. Karst Water Resources”. Proceedings of the international symposium on karst water resources, Ankara IAHS publ. n. 161.
- Knisel W. G. (1972). *Response of Karst Aquifers To Recharge*. Fort Collins, Colorado State University, Hydrology Paper, S.60.
- Koç A.C. (2008). *Evaluation of karstic aquifers contribution to streams by the statistical analysis of recession curves*, J.Earth Syst. Scci. , 117(1), 59-67.

- Köken E. (2009). *Dicle Havzası Düşük Akım Karakteristiklerinin Bölgeselleştirilmesi*, DEÜ Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Müh. Hidrolik Anabilimdalı Y.lisans Tezi (Yön. E. Benzeden), İzmir.
- Meier, R. (1980). “*Analyse und Vorhersage Von Trocken wetterabflüssen Eine Andwung der System hydrologie*”. München, Versuchsanstalt für Wasserbau der Technischen Universität München, Bericht n. 43. 140 s.
- Mosley, M.P. and McKerchar, A. (1993). *Streamflow*, In. Maidment, D.R. (ed), Handbook of Hydrology, McGraw-Hill, Inc., New York, NY, 8.1-8.39.
- Mondal, M.S. and Wasimi, S.A. (2006), *Generating and forecasting monthly flows of the Ganges river with PAR model*. Journal of Hydrology. Elsevier. Vol. 323, Issues 1-4, pp. 41-56, May
- Nathan, R. J. (1990). *Low Flow Hydrology*, Melbourne University Civil Engineering Dept. Ph. D. Thesis, Melbourne-Canada
- Nathan, R.J., McMahon, T.A. (1990). *Evaluation of Automated techniques for baseflow and recession analysis*. Water Resour. Res. , 26(497-513).
- Özdemir, Y., Öziş , Ü. (2000). *Türkiye 'de Aşağı Fırat 'ın ve Dicle 'nin güney yan kollarının uzun süreli akışları*. İMO Teknik Dergi, 146(2075-2100).
- Öziş, Ü. (1978). “*Yüzeysel akımların matematik modelleri ve kalıntıların korrelasyonu yardımıyla karst pınar akımlarının saptanması*”. E.Ü. “İnşaat Fakültesi Dergisi”, n.1, s.4-1 ila 4-6
- Öziş, Ü. (1979). “*Türkiye 'de karst hidrolojisi çalışmalarına toplu bakış*” İstanbul, İTÜ, “1. Ulusal Hidroloji Kongresi Tebliğleri” s. 49-63.

- Öziş, Ü., Benzeden, E., Keloğlu, N.; Harmancıoğlu, N. (1985). *Assesment of karst water resources*. Brussels, IWRA 5th World Congress on Water Resources, Water Resources for rural areas and their communities, n 31a, p. 95-102.
- Padilla A., Pulido-Bosch A. Calvache M.L. Valejos A. (1996). *The ARMA models applied to the flows of karstic springs*, Wat. Res. Bull., 32(5), 917-928.
- Quimpo R.G. (1967). *Stochastic model of Daily river flow sequences*, CSU Hydrology Paper No.18, Ft Collins- Colorado.
- Roesner, L.A. Yevjevich, V. (1966). *Mathematical models for time series of montly precipitation and montly runoff*, CSU Hydrology Paper, No.15, Colorado, USA.
- Salas J. D. (1993). *Analysis and Modelling Hyrologic Time Series*, “chapter 19in” Handbook of Applied Hydrology (Ed.. D. R. Maidment) McGraw-Hill.
- Salas, J.D. Delleur, J.W. Yevjevich, V. Lane, W.L. (1980). *Applied Modelling of Hydrolohic Time Series*, Water Resources Publications (WRP), Colorado, USA
- Salas J.D. Smith R.A. (1981). *Physical basis of stochastic models of annual flows*, Water Resour. Res. , 17(2), 428-430.
- Salas, J. D., Boes, D. C and Smith R. A. (1982), *Estimation of ARMA Models with seasonal parameters*, Water Resour. Res., 18(4), 1006–1010.
- Scholler, H. (1967). *Hydrodynamique dans le karst*, Chronique Hydroged., BRGM, 10, 7-21.
- Singh, K.P., Stall, J.B. (1971). *Baseflow recession curves and parameters*. Waters Resources Resarch 7 (2). 292-303.

- Tao, P. C., J. W. Delleur (1976). *Multistation, multiyear synthesis of hydrologic time series by disaggregation*, Water Resour. Res., 12(6), 1303–1312
- Tison, L.J. (1953). *Cours d'hydraulique, I; Cours d'eau en mouvement permanent, filtration*. Gand.
- Thomas H.A., Fiering M.B. (1962). "Mathematical Synthesis of Streamflow Sequences for Analysis of River Basins by simulation," in The Design of Water Resources System (Eds.. Mass Hafschimidt Dorfman)", PP.459-493, Harvard University Press, Cambridge.
- Thompstone M., Hipel K.W., McLeod A.I. (1985). *Forecasting quarter-monthly riverflow*, Amer. Wat. Res. Assoc. Water Res. Bull. 21(5), 731-741.
- Uslu O. (1978). *Karstik Akımların Parametrik Çekirdek Fonksiyonlu Doğrusal Sistemlerle Benzetimi*, Doçentlik Tezi, Ege Üniversitesi İnşaat Fakültesi, İzmir.
- Uslu O. (1979). "Karstik ortamda yeraltı ve yüzeysel akım sistemlerinin tanınması". İstanbul, İTÜ, "Birinci Ulusal Hidroloji Kongresi", s. 429-436.
- Wanielista, M., Kersten, R. (1997). *Hydrology Water Quantity and Quality Control*, Second Ed.
- Wei, W.W.S. (1994). *Time Series Analysis, Univariate and Multivariate Methods*, Addison-Wesley.
- Wittenberg H. (1999). Baseflow recession and recharge as nonlinear storage processes. *Hydrological Processes*, Volume 3, Issue 5.
- Yevjevich, V. (1972). *Stochastic Processes in Hydrology*, WRP, Fort Collins Colorado.

Saldarriaga, J., and Yevjevich V. (1970). *Applications of Run-Lengths to Hydrologic Series*, Colorado State University Hydrology Paper No.40, Fort Collins, Colorado

Yule G.U. (1927). *On a method of investigating periodicities in disturbed series with special reference to Walfer's sunspot numbers*, Philos. Trans. Roy. Soc. London A226, 268-298.

EKLER

Ek-1: Billoris AGİ'de 1946-2004 döneminde ölçülen aylık toplam akışlar (m³/sn)

	Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül
1946	39,4	40,53	47,01	47,44	48,23	100,06	286,03	448,68	299,8	143	67,36	44,21
1947	71,09	45	39,98	50,7	59,97	148,09	198,83	208,52	128,57	63,23	37,24	31,71
1948	30,75	62,26	51,7	39,1	51,9	68,9	281,83	508,61	336,73	134,18	66,74	41,4
1949	42,37	49,27	48,09	39,22	44,47	95,93	261,23	484,71	290	101,87	53,9	38,08
1950	37,6	35,68	32,65	31,24	35,76	73,16	338,95	650,45	211,63	190,91	46,57	31,67
1951	47,53	35,14	38,97	42,84	39,92	94,13	136,79	153,53	67,64	39,06	33,97	33,35
1952	172,24	119,47	44,76	42,88	258,85	174,69	787,07	430,48	170,15	81,29	51,19	36,11
1953	32,74	31,2	33,49	35,48	79,53	73,54	332,29	402,45	164,2	50,52	41,82	31,25
1954	33,93	39,38	43,29	42,34	45,39	205,54	371,67	583,48	359,3	157,61	69,05	51,64
1955	47,08	45,57	43,93	41,05	44,17	67,33	193,6	262,42	130,35	60,08	38,05	33,59
1956	32,74	41,35	55,77	42,8	68,05	97,8	360,6	407,84	315	136,82	66,14	46,74
1957	40,68	41,84	45,2	41,6	54,82	155,68	238,93	407,81	308,37	137,07	65,32	44,4
1958	41,58	44,28	43,51	46,25	53,13	140,61	314,83	355,65	224,4	94,85	58,65	44,48
1959	44,41	47,28	61,98	51,17	43,75	85,19	361,7	318,9	183,03	75,05	45,55	43,75
1960	56,5	44,9	42,18	57,18	72,03	111,86	319,63	438,97	149,03	78,81	51,1	41,2
1961	38,83	45,91	42,85	42,78	42,21	68,55	224,4	332,16	166,7	71,99	42,07	33,79
1962	34,7	43,88	52,18	40,95	52,7	123,99	206,1	263,55	179,77	85,49	40,85	31,89
1963	33,53	36,35	58,71	79,15	119,36	124,59	665,7	759,81	603,07	252,23	118,42	79,43
1964	81,21	93,43	73,67	56,12	66,55	276,49	359,37	505,84	294,83	103,12	56,33	45,47
1965	42,29	46,56	48,05	48,91	62,51	157,74	304,13	430,87	270,87	99,89	55,17	36,43
1966	105,55	85,23	96,38	136,96	129,68	165,68	391,83	430	249,73	105,74	59,25	52,54
1967	60,67	52,53	57,06	64,76	63,54	110,43	390,03	854,58	363,63	151,77	71,23	54,88
1968	59,26	137,56	136,51	113,16	101,24	252,87	639,9	649	367,37	168,77	86,35	62,7
1969	58,58	69,52	133,37	102,96	100,72	341,65	678,5	871,65	446,4	175,39	84,77	70,02
1970	80,82	73,51	73,89	69,73	106,72	160,03	330,73	253,35	125,83	67,35	45,88	39,6
1971	40,19	59,76	59,9	49,57	49,16	94,79	235,57	349	183,73	77,38	45,59	35,44
1972	45,06	50,04	67,16	49,86	58,75	142,44	505,07	601,39	421,4	162,26	84,27	56,86
1973	55,98	70,81	50,15	44,01	79,6	104,54	248,9	408,9	221,17	95,5	56,66	45,33
1974	45,07	52,89	50,46	41,71	42,51	135,97	255,5	332,29	153,44	68,19	44,11	41,37
1975	35,57	38,41	40,66	41,68	59,48	111,71	293,73	292,97	164,03	67,53	39,41	33,17
1976	34,75	41,98	42,98	51,4	72,22	111,8	502,83	658,26	421,43	157,87	79,1	58,43
1977	73,21	61,28	59,83	54,83	69,78	151,91	327,17	369,55	190,57	86,71	55,95	45,87
1978	47,44	43,34	55,44	70,04	111,09	205,03	347,03	440,55	277,47	132,94	67,56	48,94
1979	51,96	50,71	81,41	81,06	123,74	196,45	360,97	386,35	238,43	100,61	60,03	48,68
1980	101,15	128,85	79,69	65,83	78,94	194,78	518,5	502,77	221,3	102,23	56,91	45,88
1981	44,29	46,27	45,45	59,92	67,66	158,81	326,9	455,19	276,83	117,61	59,6	49,28
1982	45,55	80,12	61,93	64,65	68,05	91,45	509,6	668,58	278,07	115,92	65,6	50,6
1983	59,14	59,08	50,25	50,64	48,15	110,55	259,8	443,55	175,93	69,09	44,96	40,03
1984	41,54	133,3	101,65	58,29	73,63	146,56	280,73	332,94	251,6	113,55	60,66	47,2
1985	46,54	84,81	53,58	56,9	84,13	179,09	562,7	487,23	230,83	104,22	64,15	45,75

	Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül
1986	46,1	46,67	47,88	51,35	65,37	108,25	253,4	264,39	190,97	84,55	47,56	36,77
1987	46,03	81,74	59,77	69,43	135,05	150,03	524,27	701,94	369,2	161,77	80,21	57,44
1988	61,16	96,17	184,78	116,71	120,25	256,32	732,93	879,52	555,03	271,65	129,84	89,04
1989	89,45	94,29	96,57	75,13	66,61	158,51	228,57	187,9	86,47	45,89	39,36	33,59
1990	51,7	104,43	154,26	88,66	95,96	175,68	375,47	423,58	255,8	113,85	63,63	45,94
1991	45,9	50,48	48,23	39,52	55,83	194,27	285,03	256,52	115,04	56,46	38,52	33,84
1992	42,14	71,59	72,46	54,96	71,27	115,57	445,87	590,61	419,77	170,16	83,59	56,52
1993	50,59	63,35	72,01	67,87	78,37	145,71	554,77	832,13	471,4	205,32	94,03	69,41
1994	62,66	92,98	82,92	103,28	91,04	167,35	518	478,65	229,43	109,64	64,97	51,11
1995	55,79	90,03	100,81	96,54	103,37	194,06	584,8	508,35	312,03	134,9	72,13	64,6
1996	57,6	60,75	50,69	60,36	118,62	124,44	396,6	390,48	189,47	93,21	55,2	48,82
1997	49,68	42,18	100,91	76,21	56,54	84,36	434,43	508,48	297,97	125,5	63,9	49,58
1998	60,01	65,72	60,14	50,75	81,07	168,45	444,37	386,42	182,63	79,25	49,03	39,51
1999	38,42	36,9	42,27	33,71	49,86	81,82	292,47	226,35	110,14	55,97	38,16	34,1
2000	34,96	35,31	34,19	33,19	41,05	79,52	294,73	301,61	119,03	49,01	32,19	28,21
2001	28,93	29,08	32,78	30,66	36,65	141,6	199,1	220,19	108,19	44,95	30,4	27,68
2002	29,48	30,79	78,23	80,62	67,31	169,19	451,93	525,87	314,6	129,81	67,2	50,44
2003	50	47,49	45,97	53,62	63,19	173,19	734,2	615,29	289,47	109,46	64,54	51,82
2004	53,17	87,29	79,43	79,99	100,61	357,39	302,73	397	246,07	101,22	59,51	48,28

Ek-2: Billoris AGİ'de 1946-2004 döneminde $\alpha=0.925$ için sayısal filtreleme yöntemiyle tahmin edilen aylık yüzeysel akışlar (m^3/sn)

	Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül
1946	13,32	3,98	6,92	7	7,36	43,69	151,17	143,21	65,88	39,95	10,92	2,43
1947	27,19	3,37	2,08	12,22	15,08	66,05	52,31	45,59	32,84	9,81	5,26	7,99
1948	3,21	26,39	15,27	4,91	15,46	24,92	164,85	201,41	106,39	33,17	13,83	8,63
1949	11,33	11,08	7	2,87	5,9	46,04	129,52	182,96	88,54	24,29	8,73	0,41
1950	0,54	1,31	0,86	1,13	5,1	27,5	218,94	344,3	44,03	77,54	9,4	0,32
1951	13,55	2,92	7,17	10,75	6,82	44,6	51,48	51,76	17,27	2,62	2,08	4,45
1952	106,42	42,21	8,97	7,44	169,41	102,85	463,19	170,7	61,08	22,29	7,96	1,66
1953	0,67	0,62	3	2,01	37,56	14,98	214,11	139,79	56,85	7,19	5,01	0,96
1954	3,85	8,5	4,11	3,81	6,23	142,93	171,05	219,94	90	43,5	11,31	2,81
1955	1,46	3,06	3,31	2,28	6,2	18,31	98,78	98,62	34,37	11,03	2,64	1,17
1956	0,81	9,3	16,87	3,95	24,07	28,26	225,17	108,85	75,66	36,09	8,86	3,58
1957	0,79	2,35	4,08	1,91	14,62	75,09	99,41	145,92	75,21	36	10,32	2,78
1958	1,58	4,32	4,49	5,21	10,2	67,6	141,46	86,17	63,28	18,52	8	1,87
1959	3,65	6,15	19,87	9,44	2,66	38,25	210,69	67,23	50,64	15,52	3,82	2,36
1960	12,24	2,41	2,49	16,54	29,06	41,4	176,65	176,81	36,07	12,28	5,36	1,51
1961	0,73	6,54	3,14	5,35	2,6	24,64	122,49	127,36	38,77	15,56	5,29	0,69
1962	1,27	8,42	11,99	1,02	10,7	58,78	72,82	58,13	49,84	21,69	4,16	0,67
1963	1,99	4,27	23,58	34,83	53,51	33,5	391,45	201,13	164,43	62,55	20,52	8,83
1964	20,49	22,16	9,62	2,89	14,33	174,66	119,44	190,87	93,86	23,07	5,23	1,55
1965	0,65	5,48	3,3	4,32	12,58	74,93	156,45	115,6	84,73	21,36	9,96	2,19
1966	59,62	12,34	16,07	55,08	23,4	37,23	201,22	112,8	66,36	22,15	4,46	2,13
1967	8,53	2,78	8,55	14,59	7,6	37,67	223,04	399,33	98,46	37,56	9,11	1,06
1968	4,99	60,43	36,03	11,93	11,17	108,97	328,73	141,1	95,67	36,15	12,55	3,04
1969	5,6	13,92	50,13	18,83	24,88	188,97	282,37	297,48	120,71	45,79	8,69	5,56
1970	16,36	7,42	12,25	6,73	34,74	44,02	134,65	60,81	27,8	9,94	3,08	0,78
1971	2,3	18,89	6,66	3,37	8,18	41	111,02	115,76	50,66	16,41	4,19	1,01
1972	8,75	9,79	16,02	3,87	10,35	66,06	282,72	160,09	116,39	36,38	13,91	4,03
1973	6,87	16,27	4,99	1,72	32,14	28,6	112,77	149,18	57,64	18,68	5,73	0,72
1974	2,18	8,13	5,16	2,11	3,09	77,87	88,65	112,44	40,44	11,81	1,85	2,92
1975	0,81	2,55	4,16	6,35	24,05	51,73	134,06	56,53	47,02	13,79	3,25	0,51
1976	1,58	7,31	6,48	8,15	19,81	51,01	288,13	182,16	119,16	38,66	10,08	2,17
1977	18,42	4,05	3,59	0,86	13,51	70,43	127,12	99,1	52,3	14,18	4,86	2,26
1978	6,1	1,32	9,89	17,89	43,94	77,12	116,82	114,79	62,4	30	9,76	1,7
1979	5,85	2,49	25,09	11,28	35,66	88,17	117,94	75,45	68,34	18,15	5,86	0,93
1980	45,01	45,17	10,19	2,42	14,25	112,04	256,19	157,64	59,39	20,13	5,94	1,5
1981	1,09	2,77	3,29	13,81	16,94	84,02	170,89	149,3	65,53	29,17	4,68	2,19
1982	0,81	29,05	7,04	8,48	12,19	25,85	325,61	239,34	79,09	22,52	7,62	1,04
1983	6,94	5,36	2,29	5,06	3,89	54,37	109,14	206,84	53,25	12,16	2,42	0,8
Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül	Ekim

1984	2,89	78,28	26,02	4,04	16,78	61,81	120	104,94	62,37	26,41	7	3,87
1985	7,44	29,67	6,39	11,37	22,49	99,64	270,65	113,78	61,29	17,95	8,91	1,88
1986	2,46	3,28	4,88	5,59	14,84	37,74	118,88	47,16	48,91	17,85	5,21	2,44
1987	11,89	30,53	8,66	10,27	51,55	33,5	298,62	218,13	97,2	38,26	11,29	4,56
1988	12,01	32,65	99,52	8,47	12,9	101,42	398,72	220,03	129,58	71,2	21,68	11,33
1989	23,03	16,47	18,34	5,26	2,13	65,16	67,46	52,16	18,13	3,6	2,96	0,91
1990	14,98	61,51	66,37	11,79	23,51	63,72	163,45	95,62	70,05	22,73	8,23	1,61
1991	2,41	5,77	6,57	2,18	15,75	119,48	91,33	72,04	26,21	8,73	2,55	0,84
1992	7,82	30,19	23,14	2,94	18,49	46,27	247,39	169,03	115,08	42,15	13,01	2,82
1993	1,28	12,34	13,07	9,92	16,3	55,67	315,14	338,49	129,15	55,21	10,29	4,85
1994	3,93	27,73	7,03	23,68	11	62,2	231,87	127,83	54,07	21,37	6,35	2,38
1995	7,6	32,7	19,65	11,89	14,83	72,33	277,03	101,99	85,87	27,89	7,31	5,58
1996	3,83	7,8	2,56	15,15	52,99	34,28	203,44	104,29	44,51	17,73	4,07	1,5
1997	3,63	3,86	57,69	17,43	8,77	23,17	281,92	135,2	79,12	32,13	7,71	3,05
1998	11,83	14,17	10,65	2,66	24,82	88,11	205,53	100,23	49,83	14,16	5,07	0,97
1999	0,86	0,82	6,89	0,69	14,29	29,33	137,99	52,38	27,49	8,33	2,91	1,75
2000	2,6	1,66	1,55	3,86	8,65	33,38	163,76	99,02	35,13	7,95	2,03	0,35
2001	1,21	0,71	3,31	1,52	6,99	74,05	62,72	69,06	30,97	7,27	1,5	0,5
2002	2,25	1,75	43,84	27,32	15,87	83,55	221,03	129,48	88,79	29,73	8,49	1,98
2003	4,63	5,63	5,61	12,29	19,84	95,28	401,93	150,93	87,36	21,79	6,33	2,03
2004	4,9	33,03	16,39	8,91	19,54	201,43	64,22	109,38	67,84	20,28	6,46	10,38

Ek-3: Billoris AGİ'de 1946-2004 döneminde $\alpha=0.925$ için sayısal filtreleme yöntemiyle tahmin edilen aylık taban akışları (m³/sn)

	Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül
1946	26,08	36,55	40,09	40,43	40,87	56,37	134,87	305,46	233,92	103,06	56,44	41,78
1947	43,9	41,63	37,9	38,48	44,89	82,04	146,53	162,93	95,73	53,42	31,98	23,72
1948	27,54	35,87	36,43	34,19	36,44	43,98	116,98	307,2	230,35	101,01	52,91	32,77
1949	31,03	38,19	41,09	36,34	38,56	49,89	131,71	301,75	201,46	77,58	45,17	37,67
1950	37,06	34,37	31,78	30,12	30,65	45,66	120,02	306,15	167,6	113,37	37,17	31,34
1951	33,98	32,22	31,8	32,09	33,1	49,53	85,31	101,77	50,37	36,45	31,89	28,9
1952	65,82	77,26	35,79	35,44	89,44	71,83	323,88	259,79	109,07	59	43,23	34,45
1953	32,07	30,58	30,49	33,47	41,97	58,56	118,18	262,66	107,35	43,33	36,81	30,29
1954	30,07	30,88	39,18	38,53	39,16	62,61	200,62	363,54	269,3	114,11	57,74	48,83
1955	45,63	42,51	40,62	38,77	37,97	49,02	94,82	163,8	95,98	49,05	35,4	32,42
1956	31,92	32,04	38,9	38,85	43,98	69,54	135,43	298,99	239,34	100,73	57,27	43,15
1957	39,88	39,49	41,11	39,68	40,2	80,59	139,52	261,89	233,16	101,07	55	41,62
1958	39,99	39,95	39,02	41,04	42,92	73	173,37	269,48	161,12	76,33	50,65	42,61
1959	40,76	41,13	42,11	41,73	41,09	46,94	151,01	251,68	132,4	59,53	41,73	41,39
1960	44,26	42,49	39,69	40,64	42,97	70,45	142,98	262,15	112,96	66,52	45,75	39,69
1961	38,1	39,37	39,71	37,43	39,61	43,92	101,91	204,8	127,93	56,43	36,78	33,1
1962	33,42	35,46	40,19	39,94	42,01	65,22	133,28	205,42	129,93	63,81	36,69	31,22
1963	31,54	32,08	35,13	44,31	65,85	91,09	274,25	558,68	438,64	189,68	97,89	70,6
1964	60,72	71,27	64,05	53,24	52,23	101,83	239,92	314,97	200,98	80,05	51,1	43,92
1965	41,64	41,08	44,75	44,6	49,94	82,81	147,68	315,28	186,13	78,53	45,21	34,24
1966	45,93	72,89	80,31	81,89	106,27	128,45	190,61	317,2	183,37	83,58	54,78	50,41
1967	52,14	49,75	48,51	50,17	55,94	72,75	167	455,25	265,18	114,21	62,12	53,82
1968	54,27	77,13	100,49	101,23	90,07	143,9	311,17	507,9	271,7	132,62	73,8	59,66
1969	52,98	55,6	83,24	84,13	75,84	152,67	396,13	574,17	325,69	129,6	76,08	64,46
1970	64,46	66,1	61,64	62,99	71,98	116,01	196,08	192,55	98,03	57,41	42,8	38,82
1971	37,88	40,87	53,24	46,2	40,98	53,8	124,55	233,24	133,08	60,98	41,39	34,42
1972	36,31	40,26	51,14	45,99	48,39	76,39	222,34	441,3	305,01	125,87	70,36	52,83
1973	49,1	54,55	45,16	42,29	47,46	75,94	136,13	259,72	163,53	76,82	50,93	44,61
1974	42,89	44,77	45,31	39,6	39,41	58,1	166,85	219,86	113	56,38	42,26	38,45
1975	34,76	35,86	36,51	35,33	35,43	59,98	159,67	236,44	117,01	53,74	36,16	32,66
1976	33,16	34,66	36,51	43,25	52,41	60,79	214,7	476,1	302,27	119,22	69,02	56,27
1977	54,8	57,23	56,24	53,96	56,27	81,48	200,05	270,45	138,26	72,53	51,09	43,61
1978	41,35	42,01	45,55	52,15	67,15	127,92	230,21	325,76	215,06	102,94	57,81	47,24
1979	46,11	48,22	56,32	69,78	88,08	108,29	243,02	310,91	170,09	82,45	54,17	47,76
1980	56,14	83,68	69,5	63,41	64,69	82,74	262,31	345,13	161,91	82,1	50,97	44,38
1981	43,2	43,5	42,16	46,11	50,72	74,79	156,01	305,9	211,3	88,44	54,92	47,09
1982	44,73	51,07	54,88	56,17	55,86	65,6	183,99	429,24	198,97	93,39	57,98	49,56
1983	52,2	53,72	47,96	45,58	44,26	56,18	150,66	236,71	122,68	56,94	42,54	39,23
Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül	Ekim

1984	38,65	55,02	75,63	54,25	56,85	84,75	160,73	227,99	189,23	87,14	53,66	43,33
1985	39,11	55,14	47,19	45,53	61,64	79,45	292,05	373,45	169,54	86,27	55,24	43,87
1986	43,65	43,39	43	45,75	50,53	70,51	134,52	217,23	142,05	66,71	42,36	34,33
1987	34,14	51,21	51,11	59,16	83,5	116,53	225,65	483,8	272	123,52	68,92	52,88
1988	49,15	63,52	85,26	108,24	107,35	154,9	334,21	659,49	425,45	200,44	108,16	77,72
1989	66,41	77,81	78,23	69,86	64,48	93,35	161,11	135,74	68,34	42,3	36,39	32,69
1990	36,72	42,93	87,88	76,87	72,44	111,96	212,02	327,96	185,75	91,12	55,4	44,33
1991	43,49	44,71	41,66	37,34	40,07	74,79	193,71	184,47	88,83	47,72	35,97	32,99
1992	34,32	41,4	49,32	52,03	52,78	69,3	198,47	421,58	304,68	128,01	70,58	53,7
1993	49,31	51,01	58,94	57,96	62,06	90,04	239,62	493,64	342,25	150,11	83,74	64,56
1994	58,73	65,25	75,89	79,61	80,04	105,16	286,13	350,81	175,36	88,27	58,62	48,73
1995	48,19	57,33	81,16	84,65	88,54	121,74	307,77	406,36	226,16	107,01	64,81	59,03
1996	53,76	52,95	48,14	45,21	65,63	90,16	193,16	286,2	144,95	75,48	51,13	47,32
1997	46,05	38,32	43,22	58,78	47,76	61,19	152,52	373,28	218,85	93,36	56,19	46,53
1998	48,18	51,54	49,49	48,09	56,25	80,34	238,83	286,19	132,8	65,09	43,95	38,54
1999	37,56	36,08	35,38	33,02	35,57	52,49	154,47	173,98	82,65	47,64	35,25	32,35
2000	32,36	33,65	32,65	29,33	32,39	46,15	130,98	202,59	83,9	41,06	30,16	27,87
2001	27,71	28,37	29,48	29,15	29,66	67,55	136,38	151,13	77,22	37,69	28,9	27,18
2002	27,22	29,03	34,39	53,29	51,43	85,64	230,9	396,39	225,81	100,08	58,71	48,46
2003	45,37	41,86	40,36	41,34	43,35	77,91	332,27	464,36	202,1	87,67	58,21	49,79
2004	48,27	54,25	63,04	71,07	81,07	155,96	238,52	287,62	178,22	80,95	53,05	37,9