ORTAÖĞRETİMDE KOMPLEKS SAYILARLA İLGİLİ KAVRAM YANILGILARININ BELİRLENMESİ VE ÇÖZÜM ÖNERİLERİ

Mehmet Fatih ÖZDEMİR

ÖZET

Matematik teknolojiyle birlikte önemi gittikçe artan bilim dallarından biridir. Bu yüzden okullarda vazgeçilmez bir eğitim etkinliği olarak yer almaktadır. Buna rağmen matematik öğretiminde çeşitli sorunlar yaşanmaktadır.

Yapılan çalışmada amaç ortaöğretimde okumakta olan öğrencilerin karmaşık sayılar konusunda bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgılarını belirlemek ve bunların giderilmesine katkıda bulunmaktır.

Öncelikle, genel olarak matematik, matematik öğretiminde kullanılan yöntem ve teknikler ve karmaşık sayılar hakkında bilgi verilmiştir.

Araştırma, 2005-2006 eğitim-öğretim yılında İzmir ili Buca ilçesinde bulunan 5 ortaöğretim okulunda okuyan 489 Lise ikinci sınıf öğrencisi üzerinde yürütülmüştür.

Hazırlanıp uygulanan anketler sonucunda elde edilen veriler MS Excel,
MS Word ve SPSS 11.0 programları yardımıyla yorumlanmıştır.

Anahtar Sözcükler :

Karmaşık Sayılar, Kavram Yanılgıları, Eğitim

IN THE MIDDLE SCHOOL MİSCONCEPTİONS ABOUT TO DETERMİNE AND TO MAİNTAİN THE NECESSARY SUPPORT

Mehmet Fatih ÖZDEMİR

With developing technology, the importance of the mathematics gradually. For this reason mathematics is one of the most necessary lessons at school. In spite of this fact there are many problems faced while teaching mathematics.

The goals of this study are to determine the lack of knowledge and misconceptions about complex numbers and to maintain the necessary support to the students who are attending middle school.

Firstly, some information is given about general mathematichs; methods and techniques in teaching mathematics and complex numbers.

The search is done with 489 students attending tenth class during the 2005 – 2006 the education period. Five middle schools are selected in Buca for this purpose.

The data obtained from the questionnaires that were prepared and applied are commented with the help of MS Excel, MS Word and SPSS 11.0 programs.

Key Words :

Complex Numbers, Misconceptions, Education.

ORTAÖĞRETİMDE KOMPLEKS SAYILARLA İLGİLİ KAVRAM YANILGILARININ BELİRLENMESİ VE ÇÖZÜM ÖNERİLERİ

Mehmet Fatih ÖZDEMİR

Dokuz Eylül Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Lisansüstü Eğitim – Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
Ortaöğretim Matematik Yönetmeliği
Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

İZMİR
2006

ORTAÖĞRETİMDE KOMPLEKS SAYILARLA İLGİLİ KAVRAM YANILGILARININ BELİRLENMESİ VE ÇÖZÜM ÖNERİLERİ

Mehmet Fatih ÖZDEMİR

Danışman :
Yrd. Doç. Dr. Adem ÇELİK

Dokuz Eylül Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Lisansüstü Eğitim – Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
Ortaöğretim Matematik Yönetmeliği
Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

İZMİR
2006

YEMİN

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Ortaöğretimde Kompleks Sayılarla İlgili Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi Ve Çözüm Önerileri" adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurulmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin Kaynakça'da gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

…./ …. / 2006

Mehmet Fatih ÖZDEMİR

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

İş bu çalışmada, jürimiz tarafından ………………………………......

Anabilim Dalı …............................ Bilim Dalında YÜKSEK LİSANS/ DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan ………………………………………..
Adı Soyadı

Üye …………………………………..
Adı Soyadı (Danışman)

Üye ………………………………….
Adı Soyadı

Üye …………………………………..
Adı Soyadı

Onay

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

…………. / ……….. / 2006
…………………………..
Prof Dr. …………………
Enstitü Müdürü

YÜKSEKÖĞRETİM KURULU DÖKÜMANTASYON MERKEZİ TEZ VERİ FORMU

Tez No : **Konu Adı :** **Üniv Kodu :**

NOT : Bu bölüm merkezimiz tarafından doldurulacaktır.

Tezin yazarının

Soyadı: ÖZDEMİR Adı : Mehmet Fatih

Tezin Türkçe adı : ORTAÖĞRETİMDE KOMPLEKS SAYILARLA İLGİLİ KAVRAM YANILGILARININ BELİRLENMESİ VE ÇÖZÜM ÖNERİLERİ

Tezin Yabancı Dildeki adı : IN THE MİDDLE SCHOOL MİSCONCEPTİONS ABOUT TO DETERMİNE COMPLEX NUMBERS

Tezin Yapıldığı :
Üniversite : DOKUZ EYLÜL Enstitü : EĞİTİM BİLİMLERİ Yılı : 2006
Diğer Kuruluşlar :

Tezin Türü : **1. Yüksek Lisans** **Dili : TÜRKÇE**
2. Doktora **Sayfa Sayısı : 111**
3. Sanatta Yeterlilik **Regerans sayısı:**

Tez Danışmanlarının

Ünvanı : Yrd. Doç. Dr. **Adı :Adem** **Soyadı : ÇELİK**
Ünvanı **Adı :** **Soyadı**

Türkçe anahtar kelimeler
1. Karmaşık sayılar
2. Kavram ve kavram yanılgıları
3. Eğitim

İngilizce anahtar kelimeler:
1. Complex numbers
2. Misconceptions
3. Education

TEŞEKKÜR

Bu çalışma sırasında bana her türlü konuda destek olan bilgisini, birikimini ve görüşlerini dile getirerek bana yön veren sevgili Hocam, Yrd. Doç. Dr. Adem ÇELİK'e …

Yanımda olmasalar bile her an kalbimde olan ceplerinden veremeseler bile kalplerinden veren anneme ve babama …

Onca umutsuzluk, yoğunluk ve sıkkınlık içinde tek ışığım olan yaşam arkadaşım Sultan YILMAZ'a …

Verdiklerini hiçbir zaman karşılayamayacak olsam da en içten duygularımla teşekkür ederim.

Mehmet Fatih ÖZDEMİR

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Matematik teknolojiyle birlikte önemi gittikçe artan bilim dallarından biridir. Bu yüzden okullarda vazgeçilmez bir eğitim etkinliği olarak yer almaktadır. Bununla birlikte matematik öğretiminde çeşitli sorunlar yaşanmaktadır.

Yapılan çalışmada, ortaöğretimde okumakta olan öğrencilerin karmaşık sayılar konusunda bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları belirlenmiş ve bunların giderilmesi için çözüm önerileri sunulmuştur.

Öncelikle, matematik, matematik öğretiminde kullanılan yöntem ve teknikler ve karmaşık sayılar hakkında bilgi verilmiştir.

Araştırma, 2005-2006 eğitim-öğretim yılında İzmir ili Buca ilçesinde bulunan 5 ortaöğretim okulunda okuyan 489 Lise ikinci sınıf öğrencisi üzerinde yürütülmüştür.

Hazırlanıp uygulanan test sonucunda elde edilen veriler MS Excel,
MS Word ve SPSS 11.0 programları yardımıyla yorumlanmıştır.

Anahtar Sözcükler :

Karmaşık Sayılar, Kavram Yanılgıları, Eğitim.

ABSTRACT

With developing technology, the importance of the mathematics increases gradually. For this reason mathematics is one of the most necessary lessons at school. In spite of this fact there are many problems faced while teaching mathematics.

The goals of this study are to determine the lack of knowledge and misconceptions about complex numbers and to maintain the necessary support to the students who are attending middle school.

Firstly, some information is given about general mathematichs; methods and techniques in teaching mathematics and complex numbers.

The search is done with 489 students attending tenth class during the 2005 – 2006 the education period. Five middle schools are selected in Buca for this purpose.

The data obtained from the questionnaires that were prepared and applied are commented with the help of MS Excel, MS Word and SPSS 11.0 programs.

Key Words :

Complex Numbers, Misconceptions, Education.

1.0. GİRİŞ

Matematiğin günlük yaşamımızdaki önemi tartışılmaz bir gerçektir. Bütün dünyada olduğu gibi ülkemizde de matematik öğretiminde öğretmen ve öğrencilerin karşılaştığı birtakım zorluklar vardır. Matematik öğrenmenin zorluğu matematiğin kendi yapısında olduğu kadar ona karşı geliştirilen ön yargı ve korkudan da kaynaklanmaktadır. (Umay, 1996). Bunun yanı sıra daha okula başladığı ilk günden itibaren günlük yaşamla bağları iyi kurulamayan matematiğin, günlük hayatta neye yaradığı anlatılmadığı veya anlatılamadığı için matematik hayatla bağlantısı olmayan bir kurallar yığını olarak öğrenci tarafından algılanmaktadır (Işık ve Kılıç, 1999). Bu ise ortaöğretim matematik öğretiminin yeniden ele alınmasının gerekliliğinin bir göstergesidir.

Yapılan değişiklikle 1998 yılından itibaren ortaöğretim matematiğinin temelini teşkil eden trigonometri, karmaşık(kompleks) sayılar, logaritma, tümevarım, diziler, seriler, limit, türev, integral gibi konuların ÖSS matematik müfredatından çıkarılması sonucunda, öğrenciler bu konuların önemsiz olduğu gibi son derece yanlış bir kanıya kapılmaktadırlar. Öğrenciler bu konuların üniversite yıllarında gerekli olacak matematik kültürünün temelini oluşturduğu gerçeğini göremediklerinden, öğretmenlerin tüm çabalarına rağmen bu konulara ilgi duymamaktadırlar. Matematiği seven, bu derste başarılı olan öğrenciler dahi ÖSS sınav içeriği kadar matematik bilmeyi, kendileri için yeterli görmekte ve düşünce sistemlerinin gelişmesine yardımcı olacak nitelikteki kavram, çizim ve bilhassa ispatlardan kaçınmaktadırlar. Matematikte keşfetme ve kendi matematiğini oluşturmak fikri son derece önemli olmasına rağmen mevcut eğilim tam tersi yöndedir.

Dünyada 30 yıldan beri matematik öğretiminin nasıl olacağı konusunda çalışmalar yapılırken ülkemizde matematik öğretimi ile ilgili çalışmalar çok yenidir. Eğitim Fakültelerinin yeniden yapılandırılması çerçevesinde matematik öğretimi üzerine yeni çalışmalar başlatılmıştır. Özellikle ortaöğretim matematik öğretimi için yapılan çalışmalar daha da azdır. Matematik öğretimi ile ilgili program, öğretmen yeterliliği,

fiziki ortam ve bunun gibi bir çok alanda kapsamlı bir çok çalışmaya ihtiyacımız vardır.
Bu çalışma lise 2 matematik müfredat programında yer alan karmaşık sayılar konusu için belirlenen hedef davranışların gerçekleşip gerçekleşmediğinin belirlenmesi amacı ile yapıldı. Karmaşık sayılar konusu ile ilgili belirlenen hedef davranışların kazanılıp kazanılamadığının incelenmesi araştırmanın önemi olarak gösterilebilir. Bu çalışma beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölüm giriş, ikinci bölüm matematik ve öğretimi, üçüncü bölüm metodoloji, dördüncü bölüm bulgular ve yorumlar, son bölüm ise sonuç ve önerilerden oluşmaktadır.

Çalışmanın bu kısmında eğitim-öğretimle ilgili kavram boşluklarını doldurmak için bazı temel tanımlar verildikten sonra kavram ve kavram öğrenmenin önemi üzerinde duruldu.

1.1. TEMEL TANIMLAR

1.1.1. BİLGİ

Bireyin, algılama, yorumlama, sınıflandırma, bellekte saklama gerektiğinde kullanma sisteminin bir bütünüdür. Birey, dikkatine dayalı olarak nesne ve olaylarla ilgilerini yaratır ve onları işlemden geçirerek yapısal bir yolla belleğe yerleştirir. İşlem süresince kararlar vererek yeni bilgiler üretir (Ülgen, 1996).

1.1.2. EĞİTİM

Bireyin davranışında kendi yaşantısı yoluyla ve kasıtlı olarak istendik değişme meydana getirme sürecidir (Ertürk, 1994).

1.1.3. DAVRANIŞ

Eğitimde davranış, öğretim sonunda bireyde gözlemlenmesi kararlaştırılan bilinçli tepkidir (Sönmez, 1995). O halde, öğrenme-öğretme sürecinde her bir bilgi ve beceri bir davranıştır. Bir hedefi oluşturan davranışların tamamı öğrenciye kazandırıldığında o hedefe ulaşıldığı kabul edilir. Davranışlar gözlenebilir olduğundan ölçme yönünden önemlidir (Baykul, 1999).

1.1.4. ÖĞRENME

Yaşantı ürünü ve nispeten kalıcı izli davranış değişmesidir (Ertürk, 1994). Bir davranışın öğrenme ürünü olabilmesi için, bireyin çevresiyle etkileşimi sonucu meydana gelmesi ve bir dereceye kadar kalıcı olması gerekir. Fakat, ‘ne dereceye kadar’ ifadesinin bir süre ve düzey olarak sınırını koymak mümkün değildir. Bunun için kazanılan bir davranış sonradan kazınılmış ve belli bir kararlılıkta gösteriliyorsa öğrenme ürünü olarak adlandırılabilir.

1.1.5. ÖĞRETME

Genel olarak öğrenmeyi sağlama faaliyetlerinin hepsine öğretme diyebiliriz (Fidan ve Erden, 1991).

1.1.6. ÖĞRETİM

Planlı, kontrollü, belli amaçlara yönelik öğrenme etkinliklerinin tümüne öğretim denir (Fidan ve Erden, 1991).

1.1.7. ÖĞRETİM STRATEJİSİ

Dersin hedeflerine ulaşılmasında izlenen en genel yola öğretim stratejisi denir (Pesen ve Odabaş, 2000).

1.1.8. YÖNTEM

Hedefe ulaşmak için izlenen en kısa yol ya da konuyu öğrenmek için seçilen düzenli yoldur (Pesen ve Odabaş, 2000).

1.1.9. TEKNİK

Öğrenme yöntemini uygulamaya koyma biçimi ya da sınıf içinde yapılan işlemlerin bütünü olarak tanımlanabilir. Yöntemde kullanılması gereken araçtır (Pesen ve Odabaş, 2000).

1.2. KAVRAM

Kavram genel anlamda, insan zihninde anlamlanan farklı nesne ve olguların değişebilen ortak özelliklerini temsil eden bir bilgi yapısıdır. Örneğin üçgen, dörtgen, beşgen ve benzerleri değişik görünümdedirler. Bunlar farklı uzunlukta çizgilerin birbirini kesmesiyle oluşan farklı biçimdeki düzlemlerdir. Değişik görünüşteki bu düzlemlere, ortak özellikleri nedeniyle 'şekil kavramı' denir.

- Kavramlar, dünyadaki gerçek nesne ve olayların tecrübemize dayalı olarak algılanan özellikleri kadar tanımlanabilmektedir.
- Kavramların özellikleri sürekli incelenmekte, kavramlar yeniden tanımlanmaktadır.
- Nesne ve olayların algılanan özellikleri bireyden bireye değişebilir.
- Kavramın orjinali (prototype) vardır. Kavramın orjinali, kavramın bireyin düşüncelerindeki ilk oluşumudur.

- Kavramların bazı özellikleri, bazen birden fazla kavramın elemanı olabilir.
- Kavramlar objelerin (nesnelerin) ve olayların doğrudan ve dolaylı olarak gözlenebilen özelliklerinden oluşurlar.
- Karamlar çok boyutludur. Bir kavram konuma göre bazen merkezde, bazen de merkezin çevresinde yer alabilir. Kavramların çok boyutlu oluşu, bir açıdan onun esnekliğine işaret eder.
- Kavramlar dille ilgilidir.
- Kavramların özellikleri de kendi içinde birer kavramdırlar (Ülgen, 1996).

1.3. GELİŞİM VE KAVRAM ÖĞRENME

Genel olarak çocuk gelişimi, doğum öncesi doğum sonrası olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Gelişim ise her iki dönemi içine alan kalıtım ve çevre faktörlerinin birbirini etkilediği bir süreç içinde gerçekleşmektedir. Çocuğun doğuştan getirdiği yetenekleri ile dış dünyayı algılaması ve onunla etkileşime girmesi bilişsel sürecin gelişimi ile doğrudan ilgilidir. Bilişsel sürecin gelişimi ise etkileşime dayanmaktadır. Dil ise insan etkileşimini başlatma, sürdürme ve anlaşabilmeleri için bir araçtır (Beydoğan, 1998). Kavram öğrenme, uyarıcıları belli kategorilere ayırarak, zihinde bilgiler oluşturmaktır. Yeterli bir öğrenmede bu bilgilerin davranışlarla bütünleşmesi öngörülür. Kavram öğrenme özellikle ilk ve ortaöğretimde, yaşam boyu kullanılan, yeni öğrenmelere temel oluşturan bir olgudur.

Bireyin bir kavramı öğrenebilmesi için özellikle ilgili sözcüklerin anlamlarını bilmesi gerekir. Bu nedenle çoğu kez kavram öğrenme faaliyetlerinde ilk önce, kavramda kullanılan sözcüklerin anlamları üzerinde durulur. Eğitim programları hazırlanırken, kavramların ardışıklığı dikkate alınır. Bir kavramın özelliklerinin tümünün öğrenilmesi yıllara anlamlı bir biçimde dağıtılabilir (Ülgen, 1996). Genelde işlem öncesi dönemi içeren 7 yaş ve altındaki çocuklarda kavram öğrenme yaparak ve yaşayarak, 7-11 yaşlar arasını içeren somut işlemler döneminde çocuklar kavramları pasif bir şekilde öğrenmeye başlamakla birlikte zihinsel tasarım şekillenmektedir. Kavram öğrenme hayat boyu devam etmesine rağmen, kavram edinme, bireyin öğrenme yaşı, dil gelişimi ve zihinsel gelişim seviyesinden etkilenmektedir (Beydoğan, 1998).

1.4. KAVRAM ÖĞRENMEYE ETKİ EDEN FAKTÖRLER

Yaşları, gelişim düzeyleri ve hatta bulundukları sosyal ve fiziki çevreleri aynı özelliklere sahip çocuklarda bile kavramlar kapsam ve tür açısından aynı değildir. Çünkü çocuklarda kavram öğrenimi ve gelişimini etkileyen pek çok faktör vardır (Beydoğan, 1998). Bunlardan bazıları aşağıda verilmiştir.

1.4.1. DUYU ORGANLARI

Duyu organları, dış dünyadan alınan uyarım, izlenim ve yaşantıları zihnin ilgili bölümlerine aktaran kanallar olduklarından kavram oluşturmakta oldukça önemli rol oynarlar. Gözleri tam görmeyen bir öğrencinin temel matematik kavramlarını oluşturması arkadaşlarına göre daha zor olabilir.

1.4.2. ZEKA

Çocuklar farklı farklı zeka çeşitlerine sahip olabilirler. Sayısal zekaya sahip bir öğrenci matematik dersini daha kolay anlayabilirken, sözel zekaya sahip bir öğrenci için daha güç olabilir.

1.4.3. CİNSİYET FAKTÖRÜ

Çocuğun bir nesne, bir durum veya bir kişiye karşı oluşturduğu görüşü ait olduğu cinsiyet etkiler. Erkek çocuk için matematik öğrenmek gelecekte tutacağı iş için temel teşkil ederken; kız çocuk için bu faaliyet boş zaman değerlendirme etkinliği gibi anlam kazanabilir (Beydoğan, 1998).

1.4.4. KİŞİLİK YAPISI

Kişiliğe bağlı olarak bir öğrenci matematik öğrenmeyi zevkli bulurken, diğerine çekici gelmeyebilir. Kişilik, bireyin özel ve ayırıcı özelliklerini ve davranış şekillerini organize bir şekilde çevredekilerine sunması ve uyum sağlayabilmesidir.

1.4.5. YAŞANTILAR

Öğrencilerin derste öğrendikleri kavramla ilgili, önceden oluşturdukları, orijinal kavramlar vardır. Öğretim sırasında, öğrenci söz konusu kavramla ilgili bilgileri değerlendirirken, kendi oluşturduğu kavramı ölçüt olarak kullanabilmektedir. Ölçütteki yanlışlık nedeniyle öğrenci söz konusu kavramı eksik, yanlı ya da iki anlamlı olarak öğrenebilmektedir. Yanlış olan kavramı düzeltme, yeni bir kavram öğrenmekten zordur (Ülgen, 1996). Matematik dersinde de sıkça rastlanan yanlış ön bilgiler giderilmediği sürece öğretim tam olarak gerçekleştirilemez. Öğrenci kafasında oluşturduğu bu çelişkiyi bertaraf etmediği sürece cesareti kırılır ve derse katılmaktan vazgeçer.

1.4.6. ÖĞRENME FIRSATLARI

Cinsiyet ve zeka gibi değişkenlere dışardan müdahale şansımız yoktur. Fakat dış uyarıcıları düzenlemek ve yeniden yapılandırıp organize etmek suretiyle çocukların özelliklerine uygun öğrenme fırsatları sunmak, kavram öğretiminde önemli avantajlar sağlar (Beydoğan, 1998). Matematik dersinde öğrenme fırsatları daha iyi organize edilmiş öğrenciler diğerlerine göre kavramları daha çabuk öğrenebilir. Sayı saymasını bilerek (anne ve babasının ilgilenmesi sonucu öğrenen) okula başlayan bir öğrenci, sayı ile ilgili hiçbir temel kavramı kazanmamış öğrenciye göre daha başarılı olabilir.

1.4.7. ÇOCUKLARA SAĞLANAN REHBERLİK DÜZEYİ

Çocuğun aldığı rehberliğin ve öğretimin niteliğine göre çocukta kavramlar değişir. Yeni bir şeye karşı çocukta ilgi yoğunken, çocuk öğrenilecek nokta üzerine yönlendirilmedikçe pek çok şeyi fark etmeyecektir (Beydoğan, 1998). Matematik öğrenmeye istekli öğrencilere bu istekleri doğrultusunda rehberlik verilmeli ve onlara matematiğin önemi kavratılmalıdır.

1.4.8. SOSYAL SINIF FARKLILIKLARI

Çocuğun işlem öncesi algılama şekli dünyanın her yerinde pek farklılık göstermezken, onu takip eden dönemlerde çocuk içinde bulunduğu kültürün dil mantığıyla dolayısıyla düşünce biçimiyle kavramları oluşturmaktadır. Çocuğun etkileşim içinde olduğu aile ve ailenin mensubu olduğu sosyo-kültürel yapı çocuğun dış dünyayı algılamasını etkilemektedir (Beydoğan, 1998).

1.4.9. KAVRAM KARGAŞASI

Bilimde kullanılan kavramlar evrensel düzeyde kabul edilen kavramlardır. Evrensel düzeydeki kavramlar bir dilden başka bir dile tercüme edilirken çoğu kez, birbirine benzeyen birden fazla sözcükle ifade edilmekte, bu arada bir sözcük birden fazla kavram için kullanılabilmektedir. Bu nedenle kavram kargaşası gözlenmektedir. Böyle durumlarda öğrencinin yanlış algıladığı kavramların düzeltilmesi için, öğrenci merkezli etkili bir öğretim yöntemi kullanılmalıdır (Ülgen, 1996).

1.5. KAVRAM ÖĞRENME İLKELERİ

Öğretme-öğrenme kuramları, öğrencinin öğrenmesinde iç etkenlerinin ve daha önce öğrendiklerinin çok önemli olduğunu ortaya koymuştur. Bütün öğretme-öğrenme süreçlerinde olduğu gibi kavram öğretiminde, çocuğun dış etkenlerinin düzenlenmesinin, kavram öğretiminde olumlu sonuçlar alınmasına katkı sağladığı belirtilmektedir. Öğrencinin dış çevresinin düzenlenmesinde ve istenen hedeflere ulaşılmasında belirlenen ilkeler şunlardır.

- Öğrenmeye hazır olma ve giriş davranışları
- Öğrenciye yol gösterme (Rehberlik)
- Öğrenilenleri pekiştirme
- Dönüt ve düzeltme

1.5.1. ÖĞRENMEYE HAZIR OLMA VE GİRİŞ DAVRANIŞLARI

Genelde öğrenmeye hazır olma, öğrencinin bazı öğretim hedeflerine göre var olan kapasitesinin yeterlilik durumudur. Ancak hazır olma, olgunlaşma ve öğrenmenin birlikte etkileşiminin bir ürünüdür. Giriş davranışları, öğrenciye hedef olarak kazandırılacak davranışlarla ilgili geçmişteki yaşantılarıyla, doğal ve kazanılmış yetenek ve yeterliliklerini kapsar. Karam öğretimi yapmayı planlayan bir öğretmen, kavramın öğrencide ne derece şekillendiğini, kavramın öğrenilmesi için gerekli olan alt kavramlar ve yaşantılar olup olmadığını, fizyolojik gelişim ve olgunlaşma açısından verilecek kavramı, öğrencinin hangi düzeyde öğrenebileceğini ortaya koyabileceği bir kavram analizi yapmalıdır (Beydoğan, 1998). Örneğin matematik dersi için bağıntı kavramını öğrenmemiş bir öğrenciye, fonksiyonları anlatmak o öğrenciye kavram adına hiçbir şey kazandırmaz.

1.5.2. ÖĞRENCİYE YOL GÖSTERME (REHBERLİK)

Çağdaş öğretim anlayışında öğretmenin görevi öğrenciye rehberlik etmektir. Bu anlayışa göre öğretmen öğrencinin kolay öğrenmesi için bir takım düzenlemeler yapmak, öğrenciyi öğretim süreci boyunca aktif kılmak ve öğretimin planlandığı şekilde devam etmesini sağlamakla yükümlüdür. Öğretim sürecinde öğretmen, rehberlik görevini, öğrenciyi harekete geçiren ve istenen davranışların yapılmasına yardımcı olan ipuçlarını kullanarak yapar (Beydoğan, 1998). Matematiksel kavramlar öğretilirken arzu edilen sonuca öğrencinin kendisinin varmasıdır. Bir problem çözülürken öğrenci ipuçlarını öğretmeninden alarak sonuca gitmelidir. Aksi takdirde sadece öğretmen merkezli çözülen bir problem öğrenci açısından fazla bir anlam taşımayabilir.

1.5.3. ÖĞRENİLENLERİ PEKİŞTİRME

Her ders için öğrenilenlerin pekiştirilmesi son derece önemlidir. Özellikle matematik derslerinde öğrenilenler verilen araştırmalar yardımı ile pekiştirilme yoluna gidilir. Bu sayede öğrenci öğrendikleri hakkında uygulama yapabilme fırsatı bulduğundan öğrendikleri kalıcı olur.

1.5.4. DÖNÜT VE DÜZELTME

Öğrenilenlerin ne derece öğrenildiği, kavram kargaşası olup olmadığı ve yanlış anlaşılmaların tespiti için eğitim-öğretim süreci içinde dönüt son derece önemli bir yer tutar. Öğrenciye ders içinde soru sorularak dönüt alınabileceği gibi, sınav uygulayarak da dönüt alınabilir. Alınan bu sonuçlara göre yanlışın kaynağı tespit edilerek düzeltme yolu denenmelidir. Kavram öğretimine ilişkin dönütlerde öğretmenin sık sık transfer ve genellemelere gidecek açıklamalar yapması, örnekler vermesi kavram öğretiminin niteliğini arttırıcı çabalar arasında yer almaktadır.

1.6. KAVRAM ÖĞRETİM YAKLAŞIMLARI

Kavram öğretim yaklaşımları esasen, karşılıklı anlayış ve iletişimi sağlamak, öğrencilerde yüksek seviyede düşünmeyi gerçekleştirmek, kritik düzeyde düşünme alışkanlığı kazandırmak için geliştirilmiştir. Geliştirilen bu yaklaşımlar öğrenciye daha fazla bilgi sağlamaktan öte, belli bir alanla ilgili anahtar kavramları öğrenmek suretiyle, onların genel anlamdan daha özel alanlara doğru öğrenmelerini transfer etmeleri sağlanmaktadır. Kavram öğretimi karmaşık, zor ve öğrencinin motivasyon düzeyinden oldukça etkilenen bir süreç olduğundan; kavram öğretimine ilişkin alternatif yaklaşımlar ortaya konulmuştur. Bunlar genelde iki kategoride toplanabilir (Beydoğan, 1998).

1.6.1. DOĞRUDAN SUNU YAKLAŞIMI (KURALDAN ÖRNEĞE GİTME)

Anlamlı öğrenme olarak adlandırılan D'Ausubel tarafından geliştirilen bu yaklaşımda; öğretmen öğrenciye önce kavramın tanımını ve özelliklerini verir. Böylece öğrencinin belleğinde kavramla ilk yapıyı oluşturmuş olur. Bu yapı, kavramla ilgili yeni gelecek bilgilerin birey tarafından anlamlı hale gelmesine yardımcı olur. Sonra kavramın örnekleri ve örnek olmayanları gösterilerek bu uyarıcılar ile ilk kurulan yapı zenginleştirilir. Bu yaklaşım öğrencilerin kavramla ilgili ön bilgilerinin olmadığı durumlarda tercih edilir. Öğretim sürecinde öğretmenler tarafından sıkça kullanılan doğrudan sunu yönteminde, öğrencinin sunulan kavramı tam öğrenmesi amaçlanır (Beydoğan,1998).

1.6.2. BULUŞ YOLUYLA KAVRAM ÖĞRETİMİ (ÖRNEKTEN KURALA GİTME)

Bruner ve arkadaşlarından oldukça etkilenen bu yaklaşım, öğrencilerin özellikle kavram ve kavram oluşturmaya ilişkin kısmen düşünebilme yeteneğine sahip olduğunda kullanılabilir. Öğretmen öğrencilerin kavramla ilgili bilişsel şema oluşturmaları için ortam hazırlaması gerekir. Örnekten kurula gitmeyi amaçlayan bu yaklaşımda öğretmen mümkün olduğunca yaratıcı olan ve grup içerisinde bir şeyler üretme çabasına giren öğrencileri destekleyici çevre düzenlemeleri yapmak durumundadır (Beydoğan, 1998).

2. 0. MATEMATİK VE ÖĞRETİMİ

2.1. MATEMATİK

Matematik günlük hayatta, kolumuzdaki saate bakmadan alışveriş yapmaya kadar birçok günlük işimizde başvurduğumuz bir bilim dalıdır. Matematik biliminin uygulama alanı ise, ilk insanlarda avladıkları hayvanların sayısını hesaplama, arazilerini ölçme, kullandıkları yolların uzunluklarını hesaplama gibi işlemlerle iken günümüzde fizik, kimya, biyoloji, astronomi ve jeoloji gibi birçok bilimin temelinde vardır. Bilinçli veya bilinçsiz olarak kullandığımız bu bilim dalı, insanlık tarihi ile birlikte kullanılmaya başlanmıştır (Işık, 2001).

Matematik akıl ve mantık bilimidir. Matematiği diğer bilimlerden ayıran en önemli özelliği, matematiğin tamamen insan kafasının bir ürünü olmasıdır. Yani insan olmasaydı fizik, kimya, biyoloji, jeoloji, astronomi olayları yine olurdu fakat matematik olmazdı. Yakın bir gelecekte bütün bilimler sosyal bilimler de dahil matematikle anlatılır hale gelecektir. Matematiğin bilim için çok değerli olmasının nedeni, bilimsel yasa ve teorilerin en güzel bilgi ve yegane tam ifadelerin matematiksel formüller biçiminde olmasıdır. Bir bilimsel teorinin matematiksel teori ile ifade edilmesindeki kesinlik ölçüsü, o bilimin durumunun bir ölçüdür. Matematik, bilimler içinde en formülleştirilebilir olanıdır. Rakamlar formüller, eşitlikler daima sözlerden daha açık ve net konuşurlar (Kart, 1999). İnsanlık tarihinin en büyük dahilerinden biri olan Albert Einstein'e göre "Matematiğin bütün bilimlerin üstünde özel bir saygınlığının olması yasalarının tartışılmaz oluşundandır. Oysa diğer bilimlerdeki yasalar bir ölçüde tartışmaya açıktır." (Kart, 1999)

Matematiğin oluşması ile ilgili iki temel yaklaşım vardır. Bunlardan birincisi, matematiği insanın kendisinin icat ettiği, ikincisi ise evrende var olduğu ve insanların bunu sonradan fark ettiği şeklindedir (Altun, 1998). 'Matematik nedir?' sorusunun cevabı, insanların matematiğe başvurmaktaki amacına, matematikteki tecrübelerine, matematiğe karşı tutumlarına ve matematiğe olan ilgilerine göre farklılık göstermektedir (Baykul, 1999). İnsanlık tarihi kadar eski olan matematik için çok çeşitli tanımlar ortaya konulmuştur. 1998'de Rey ve arkadaşları matematiği aşağıdaki şekilde tanımlamışlardır.

1. Matematik yapıların ve ilişkilerin bir çalışmasıdır.

Çocuklar, matematiksel düşünceleri ve bunlar arasındaki ilişkileri fark etmelidirler. Matematikte her konu daha önce gelen konu ile ilişkili olduğundan matematiksel düşünceler ve bunlar arasındaki ilişkiler müfredat programının bütünlüğünü sağlar. Çocukların bir fikrin daha önce öğrenilen bir fikir ile nasıl benzer veya benzer olmadığını görmeleri gerekir. Örneğin, lise 3. sınıftaki bir öğrencinin türev ile integral arasındaki bağı kurması gerekir.

2. Matematik bir düşünme yoludur.

Matematik, stratejilerle verileri analiz, organize ve sentez etmeyi sağlar. Matematiksel düşünebilen insanlar günlük hayatta karşılaştığı problemlerde matematiği kullanırlar. Örneğin bazı insanlar günlük hayattaki bir problemi çözmek için bir denklem yazarlarken, diğerleri birkaç şeyi parçalarla ilişkilendirerek benzeşme geliştirirler veya bilgileri çizelgelere kaydederek problemi çözmektedirler.

3. Matematik bir alettir.

Matematik, matematikçiler ve günlük hayatta herkes tarafından kullanılan bir alettir. Bu yüzden öğrenciler matematikte kazandırılan bilgi ve becerilerini niçin öğrendiklerinin farkına varmalıdırlar. Ayrıca öğrenciler, matematikçilerin yaptıkları gibi matematiği günlük hayatta karşılaştıkları problemlerin çözümünde kullanabilirler. Matematik birçok uğraş ve işler için yararlı veya önceden gerekli bir alettir.

4. Matematik tanımlanmış olan terim ve sembolleri dikkatli bir şekilde kullanan bir dildir.

Bu terim ve semboller, bilimde, gerçek yaşam olaylarında ve matematiğin kendi içinde iletişim kurabilmemizi sağlar.

5. Matematik diziliş ve iç uyum ile karakterize edilen bir sanattır.

Çocuklar matematiği, ezberlenmesi gereken farklı bilgi ve becerilerin karışık bir grubu olarak düşünürler. Öğretmenler, matematik ile ilgili problemleri çözmek için gerekli olan bilgi ve becerileri geliştirmeye odaklandıklarından, öğrencilerin matematikteki intizam ve uyumu görmelerine ve takdir etmelerine yönelik yönlendirmeye ihtiyaçları olduğunu çoğu zaman unutabilmektedirler (Pesen ve Odabaş, 2000). Matematik sanatta, edebiyatta, hukukta kısaca yaşamda yöntemlerin soyut bir sistematiğidir.18. yüzyıl matematikçilerinden G. Wilhelm LEİBNİZ'e göre 'Müzik gizli bir aritmetik alıştırmasıdır. Ama müziğe kendini veren kişi sayılarla oynadığının bilincinde olmasıdır.' İki noktayı bir arada duymak, iki sayıyı ve bu iki sayı arasındaki oranı algılamaktan başka bir şey değildir. Yine matematikte bir teoremi ispatlamak için izlenen yöntemle, mahkemede suçun ya da suçsuzluğun kanıtlanması için savcı veya avukatın izlemesi gereken yol aynıdır (Tepedelenoğlu, 1984).

Matematik sayılara ve ölçmeye dayalı bir bilim dalı olduğundan soyut varlıkları ve bunlar arasındaki bağıntıları inceler. İnceleme akıl yürütme esasına dayanır, bilinenden bilinmeyene doğru hareket eder ve tümevarım metodu kullanılır.

Matematiği;

a) Matematiğin sayıları içeren dalına aritmetik,
b) Matematiğin sayılar yerine harfler kullanılarak aritmetik ile çözülemeyen, problemleri çözen dalına cebir,
c) Doğrular, açılar, çemberler arasındaki bağıntıyı inceleyen kısmına geometri,
d) Geometrinin ileri kısmına trigonometri,

e) Matematiğin değişen hızlarla ilgili bölümünü analiz, diye beş kategoriye ayırmamız mümkündür.

Eğer matematiği, eğitimde okul matematiği ve akademik matematik olarak ikiye ayırırsak

a) Okul matematiği toplum için yetiştirilecek insanları nasıl düşünelim, nasıl çare bulalım olgusuna sevk etmektedir. Okul matematiğinin iki amacı vardır. Birincisi toplumun büyük bir kitlesini matematiksel olarak eğitecek, sanayinin, teknolojinin ve günlük hayattaki diğer alanların ihtiyaç duyduğu elemanları yetiştirmektedir. İkincisi de akademik matematikte çalışacak matematikçileri bir matematikçi gibi şekillendirmek ve onları matematik bilimcisi olarak akademik hayata hazırlamaktır.

b) Akademik matematik ise matematiğin ulaşmış olduğu yörüngeyi kullanarak teorik ve pratik alanda yani sanayi ve teknoloji alanında matematiğe ve diğer bilimlerin gelişmesine bilimsel katkıda bulunmaktır. Birey ve toplulukların iletişim biçimleri değişmekte, bilgiye erişme, bilgiyi paylaşma başta olmak üzere, sosyo-ekonomik alanda yenileşme de matematiğe bağlıdır. Matematik öğrencileri ve öğreticilerinde olduğu gibi artık halk bile matematik dili ile yani bilgi-işlem dili ile iletişim kurmaktadır. Çünkü teknoloji , bilimin halk hizmetine sunuluş şeklidir. Teknoloji ekonomiye transfer edilerek standart ve seri üretime geçildiği anda artık teknoloji sanayiye dönüşmüş olur. O halde gelişimin en kuvvetli ivmesi akademik matematikteki üretimdir (Işık, 2001).

2.2. MATEMATİĞİN FAYDALARI

Matematik, bireye tahmin ve açıklama gücü sağlayan eşsiz bir iletişim aracıdır. Bu yüzden matematik, hayatın her anında, bilim, ticaret ve endüstri için gereklidir (Pesen ve Odabaş, 2000). Matematik, her insanda doğuştan tabiatında var olan düşünme yollarını geliştirir. Matematiği kavrayan insan, muhakeme yeteneği geliştiği için diğer konuları daha iyi kavrar. Matematik, insana her konuda doğruyu bulma ve daima araştırma arzusu kazandırır. Matematik, gerek insan zihninin gelişmesinde, gerek tekniğin bütün dallarının ilerlemesinde önemli ve vazgeçilmez bir rol oynar. Matematik, kişiyi doğru ve verimli düşünme ve isabetli yapmaya hazırlar. Kişiyi araştırma ve bilimsel düşünmeye teşvik eder. Mevcut yaşantımızda ve güncel olaylarda sorunlara karşı pratik çözüm bulmada, doğru karar vermede, insan kişiliğine yaptığı etkilerle büyük yarar sağlar (Göker, 1997). Matematik, çocukların sezgisel ve informal düşünceleri arasında bir bağ kurmaya yardımcı olur. Çocukların bir problemi yeni bir şekle dönüştürebilmesine, konuşma, dinleme, yazma ve okuma anahtar ilişki kurabilme becerilerinin gelişmesine yardımcı olur. Bu sayede çocukların düşünceleri berraklaşır (Savaş, 1999). Bir problemin değişik yollarla çözülebileceğinden hareketle, farklı görüş ve düşüncelere zihnen açık olabilme ve onlara saygı duyma alışkanlığını kazandırır. Doğru düşünme kurallarını öğreterek, ispat kavramını ve ispat edilebilen sonuçlar ile dogmalar arasındaki farkı kavratır (Ortaöğretim matematik öğretimi cilt-II, 1997). İnsan diğer canlılardan ayıran iki şey vardır; birisi düşünmek diğeri gülmektir. Düşünmeyi geliştiren bilimlerin başında matematik gelir (Kart, 1999). 21. yüzyılda dünya baş döndüren bir hızla değişmektedir. Değişen dünyadaki yenilikleri takip etmek için bile matematiğe ihtiyacımız vardır. Artık çocuklarımız matematikle dolu bir dünyada doğmaktalar ve sık sık matematiksel kavramlarla karşılaşmaktadırlar. Çocuğumuza yardımcı olabilmek için bile matematik öğrenmeye ihtiyacımız vardır. Yakın bir gelecekte üniversiteyi bitirmek bile yaşamın asgari şartı olacaktır.

Okul matematiği insanları nasıl düşünelim, nasıl çare bulalım olgusuna sevk ederek topluma büyük katkı sağlar. Diğer yandan çoğu kez bilme ve anlama tutkusundan ileri gelen ve pratik ihtiyaçların üretemediği matematik de vardır ki; bu matematik soyuttur. Ancak ne denli soyut olursa olsun bir gün mutlaka uygulama alanı bulacaktır. Örneğin; konikler üzerinde milattan önce 262-190 da çalışan Pergeli Apollonius çalışmalarını ‘Koni Kesitleri’ adı altında yayınlamıştır. Bundan yaklaşık 2000 yıl sonra 17. yüzyılda Galileo, top mermilerinin prabolik bir yol izlediğini, Kepler gezegenlerin güneş çevresinde elips yörüngeler çizdiklerini ortaya koymuştur (Altun,1998). Pergeli Apollonius’u bu çalışmaya iten neden bir beklenti veya pratik bir yarar değil de olsa olsa bilme ve anlama tutkusudur. Tarih boyunca resim yapmak, müzik dinlemek ve spor yapmak gibi boş zamanlarını değerlendirmek için matematikle uğraşan birçok insan olmuştur. Ünlü Fransız matematikçilerinden Pierre De Fermat aslında bir hukukçuydu ve boş vakitlerini değerlendirmek için matematikle ilgilenirdi. Sadece bilme ve anlama tutkusu onu büyük bir matematikçi yapmıştır. Yani sadece bir matematik problemini çözmek bile insana tarifsiz bir haz verebilir.

Yine insanlığın bilim ve teknolojide bugün ulaştığı nokta matematik sayesinde olmuştur. Başka bir ifade ile günümüz bilim ve teknolojisi matematiğin bir eseridir (Göker, 1997).

Grek matematikçilerinden Pythagoras 'Jimnastik insanı güçlendirir, müzik arıtır, matematik mükemmelleştirir ve Tanrıya yaklaştırır' demektedir (Göker, 1997).

2.3. MATEMATİK TARİHİ

Matematiğin oluşması ile ilgili yukarda da bahsedildiği gibi iki temel yaklaşım vardır. Bunlardan birincisi insanların ihtiyaçlarına cevap bulabilmek için matematiği ürettiği, ikincisi ise matematiğin evrende zaten var olduğu ve insanların bunu sonradan fark ettiği görüşüdür. İkinci görüşü öne sürenler; arının petek oluştururken altıgen yapıp düzlemi parsellere bölerken en az malzeme harcamasını, gök cisimlerinin konik yollar izlemesini, ışığın düzleme değince, dik doğrultu ile eşit açı yaparak yansıması gibi doğada her şeyin kararlı davranmalarının matematiksel bağıntılarla paralellik taşımasını fikirlerine kanıt olarak öne sürerler (Altun, 1998). Diğer yandan insanların hayat mücadelelerini göz önüne alırsak birinci görüşe katılmamız fikri ağır basmaktadır. Matematiğin tarihinin sayıyla başladığını ve bu sayıların insan ihtiyaçlarından kaynaklandığını söylemek hiç de zor olmasa gerek. Sıfırın diğer sayılardan çok sonra matematiksel hesaplamalarda kullanılması bunun en önemli kanıtlarından bir tanesidir. Çünkü ilkel toplumlarda yaşayan insanlar bire, ikiye, üçe ve diğer doğal sayılara ihtiyaç duydukları kadar sıfıra ihtiyaç duymuyorlardı. Yani sayıların insan hayatına girmesinde ardışıklıktan ziyade ihtiyaç sırası vardı. Bu sırada öncelikli olanlar daha önce tarihte yerlerini almışlardır. İnsanın yokluğun ‘hiç’ ile eşanlamlı olduğunu fark ettiği çağı, yaşam ile ölüm karşısındaki yalnızlığının, kendi türünün öteki canlı varlıklara göre özel durumunun, kendi kişiliğinin türdeşleri karşısındaki tekilliğinin ve aynı zamanda kendi cinsiyetinin eşi karşısında tekliğinin bilincine vararak birliğin anlamını keşfettiği çağdan ayıran dev bir zamansal adım vardır (İfrah, 1996).

Dünya sahnesine çıkan insanoğlu, güçlüklerden kurtulmak için eline geçen her fırsatı yavaş yavaş kendi yararına kullanmaya başlamıştır. Doğa kendisine bütün mümkün asal modelleri (ikiyi simgelemek için kuşun kanatlarını, üç için yoncanın yapraklarını, dört için atın ayaklarını, beş için bir elin parmaklarını vb.) ve aynı şekilde her çeşit ilişki için insan derece derece sayılar ve hesabın soyutlamasına ulaşmıştır (İfrah, 1996).

Günümüzde matematiksel işlemleri yapabilmek için en çok kullandığımız sayı sisteminin on tabanı oluşu, insanın saymaya on parmağı ile başlamasının bir sonucudur. Yine tarihte bazı medeniyetlerin (Mayalar, Aztekler, Keltler, Basklar gibi) ayak parmakları ile de sayılabileceğini keşfetmeleri onların yirmili tabanı benimsemelerine neden oldu (İfrah, 1996). Yeryüzünde ilkel dahi olsa temel matematik bilgilerini ortaya koymayan topluma rastlamak zordur. Sistematik olarak takip edildiği zaman günümüzde kullanılan matematiğin temelinin eski Mısır ve Mezopotamya olduğu görülür (Savaş, 1999).

Matematiğin tarih içerisindeki gelişimini dallarına göre tek tek ele alalım. Öncelikle aritmetiği incelersek, günlük hayatta karşılaşılan problemlerde ve bunların çözümlerinde kullanılır. Aritmetik, tam sayılar ve bunlarla ilgili işlem ve özellikleri inceleyen matematiğin temel dalıdır. Aritmetiğe ait temel bilgiler; Thales, Pisagor, Diophantos ve çağdaşlarına atfedilse de; Grek bilginlerine atfedilen bu bilgilerin çoğu eski Mısır ve Mezopotamya’da vardı. Bu bilginler Mezopotamya’yı uzun yıllar dolaştıktan sonra elde ettikleri aritmetiğe ait bilgileri önce sistemleştirdiler sonra da kısmen geliştirdiler. Daha sonra elde edilen aritmetiğe ait bu bilgiler, 8. yüzyıl ile 16. yüzyıl Türk-İslam dünyasında en sistemli şeklini almış ve belli bir noktaya kadar getirilmiştir. Avrupa’da ise, 17. yüzyılda başlayan daha sistemli ve yoğun çalışmalar sonucu, aritmetiğe ait bilgiler daha da zenginleşerek yeni boyutlar kazanmıştır (Göker, 1997). Cebirin tarihi gelişimi aritmetikle benzerlik gösterir. Matematik tarihi ile ilgili eserlerde, antik dönem Roma çağı matematikçisi Diophantos (325-400) ve çağdaşlarına ait tanım ve kavramlara geniş yer verilerek cebire ait temel bilgilerin Diophantos tarafından ortaya konulduğu izlenimi verilir. Ancak son yüzyılda yapılan araştırmalar cebire ait temel bilgilerin çoğunun eski Mısır ve Mezopotamya'da var olduğunu, Diophantos'un kendisinden önceki medeniyetlerde mevcut cebir bilgilerini önce sistemleştirdiğini sonra da kısmen geliştirdiğini ortaya koymuştur. Yine, 8. yüzyıl ile 16. yüzyıl Türk-İslam dünyasında en sistemli şeklini almış ve belli bir noktaya kadar getirilmiştir. Hatta cebir kelimesi bile ilk defa 9. yüzyıl başlarında Muhammed ibn-i Musa Harezmi (Harezmi 780-Bağdat 850) tarafından, zamanın bilim dili olan Arapça yazılan "el-kitab'ül Muhtasar fi Hesabi'l Cebr ve'l Mukabele" adlı eseri ile matematik dünyasına kazandırılmıştır. Yine logaritma kelimesi de etimolojik olarak değerlendirildiğinde karşımıza Harezmi çıkar. Türk-İslam dünyası 12. yüzyılda İspanya'ya ve 13. yüzyılda İtalya'ya tercümeler yolu ile geçmiştir. Hatta İtalyan matematikçisi Leonardo Fibonacci (1170-1250) bu eserden yararlanarak 'Liber Abaci' adlı kitabını yazdı. Cebir de 18. yüzyıl başlarında Avrupa'da sistemleşerek zenginleşti (Göker, 1997). Geometri konusunda ise Mısır ve Nil nehrinin katkılarını unutmamak gerekir. Yine Mezopotamya'da var olduğu yapılan araştırmalar sonucu görüldü. Geometrinin insan hayatına etkisi, M.Ö. 4000 yıllarına kadar uzar. Yine bu eserler Grek bilginlerinden Thales (M.Ö. 640-550), Pisagor (M.Ö. 580-500), Demokrit (M.Ö. 460-371), Eflatun (M.Ö. 427-347), Aristo (M.Ö. 384-322), Euclied (M.Ö. 384-322) ve çağdaşları tarafından sistematikleştirildi. Daha sonra bu bilgiler, 8. yüzyıl ile 16. yüzyıl Türk-İslam dünyasında en sistemli şeklini almış ve belli bir noktaya getirilmiştir. Avrupa'da ise, 18. yüzyılda başlayan daha sistemli ve yoğun çalışmalar sonucu, geometriye ait bilgiler daha da zenginleşerek yeni boyutlar kazanmıştır. Yine Türk matematikçilerinden Ömer Hayam (1043-1123) tarafından yazılan 'Cebir' adlı eserde analitik geometriye ait temel bilgilerin örnekleri vardır. Trigonometriye ait temel kavramların gelişimi de cebir ve geometriden farksızdır. Sabit bin Kura (Urfa 821-Bağdat 901), El Battani (Urfa 821-Bağdat 901), Ebu'l Vefa (Buzcan 940-Bağdat 998), Beyruni (Ket 973-Gazne 1052) ve Nasirüddin Tusi (Tus 1201-Bağdat 1274) gibi Türk bilginleri elinde 8. ile 16.

yüzyıllar arasında şekillendi. Diferansiyel denklemlerin gelişiminde durum biraz farklıdır. Diferansiyel denklemler ile ilgili ilk araştırmalar, 17. yüzyılın ikinci yarısında, diferansiyel ve integral hesabının ortaya çıkmasından hemen sonra başlamıştır. Bu dönemde İngiliz matematikçi İsaac Newton (1642-1727) ve Alman matematikçi Gottfriend Wilhelm Leibniz'in (1641-1716) yaptıkları çalışmalar diferansiyel denklemler konusunda temel teşkil etti. Benzer şekilde olasılık konusu da 16. ve 17. yüzyıllarda batıda şans oyunlarının artması ile ortaya çıktı. İtalyan matematikçilerden Luca Pacioli (1445-1510) ve Giroloma Cardona (1501-1576) eserlerinin bazılarında ihtimaliyet kavramından bahsetmiştir. Takip eden asırda Galileo ve Fermat ihtimaller hesabının sistematikleşmesinde önemli roller oynadılar (Göker, 1997).

Matematik tarihinin şaşırtıcı bir yanı ise birbirinden çok uzaklarda yaşayan kavimlerin, araştırmaları ve sınamaları sonucu benzer sonuçlara aynı yolları izleyerek ulaşmış olmalarıdır. Gerçekten insan her yerde bedeni üzerinde bir yeri işaret etmeyi, parmaklarıyla saymayı öğrenmiş, evrensel olarak çakıllardan, çubuklardan yararlanmıştır. Mesela birbirinden çok uzaklarda olan Çinlilerde, Pasifik adalarında, Batı Afrikalılarında, İknalılarda sayılanmış düğümlü sicimlere rastlanmıştır (İfrah, 1996). Bu ise matematiğin evrensel bir dil olduğunun kanıtıdır. Bu sebepten matematiği herhangi bir kavimin, milletin tekelinde görmek son derece yanlıştır. Varlıklarını devam ettiremeyen tarih sayfalarında yerini almış bazı kavimlerin belki de matematiğe katkısı çok fazla olmuş olabilir. Aynı ülkenin ya da farklı iki ülkenin çağdaş bilim adamlarının, birbirinden tamamen habersiz olarak, hemen hemen aynı anda benzer bilimsel keşiflere ulaşmış olması matematiğin evrensel bir dil olmasındandır. Newton ile Leibniz'in diferansiyel hesabını, Fermat ile Descartes'in analitik geometriyi birbirinden habersiz keşfetmeleri ilginçtir (İfrah, 1996).

2.4. MATEMATİK ÖĞRETİMİ

Fen ve matematik konularının öğrenim programlarına girmesi hususunda Osmanlı Devleti ve Türkiye Cumhuriyeti'ndeki tarihsel süreci kısaca ele alacağız. Ayrıca özellikle matematik öğretimi konusunda son zamanlarda bütün dünyada kabul gören görüşlere kısaca bakacağız. Gerek Osmanlı Devleti gerekse Türkiye Cumhuriyeti tarihi incelendiğinde 1964 yılında Ankara Fen Lisesi'nin açılışına kadar özel olarak fen ve matematik konularında öğretim yapan bir okula rastlanmamaktadır (Selvi, 1996). Osmanlı Devleti döneminde, özellikle astronomi, tıp, fizik ve matematik konularının okul programlarına girmesi 18. yüzyılın sonlarında başlamasına rağmen 19. yüzyılda mümkün olmuştur. Osmanlı Devleti döneminde, ilköğretimden yükseköğretime kadar değişik kademelerde öğretim veren medreselerin matematik kısmında fizik ve astronomi öğretimine yer verilmiştir. Kanuni Sultan Süleyman tarafından yaptırılan Süleymaniye Medresesi'ne daha öncekilerden farklı olarak, tıp medresesi ve Darüşşifa ile matematik öğretimine mahsus dört medrese eklenmiştir (Yılmaz,1990).

Ordunun yeni savaş tekniğine uygun olarak eğitilmesi ihtiyacı ortaya çıkması ile birlikte özellikle askeri eğitim alanında fen ve matematik öğretiminin önemi artmıştır. Bunun doğal bir sonucu olarak fen ve matematik konuları askeri okulların öğretim programlarına hızla girmeye başlamıştır. III. Selim ve II. Mahmut döneminde başlatılan batılılaşma hareketine paralel olarak, okullaşmaya verilen önemle birlikte fen konularının öğretimine de önem verilemeye başlanmıştır.
II. Mahmut döneminde, askeri ve tıp alanında açılan çeşitli ihtisas okulları ile yenilik hareketleri hız kazanırken 1862'de askeri yüksek okullara hazırlık sınıfları olarak açılan Fen İdadisi ve Mektebi Sultani fen öğretimine ağırlık veren bugünkü ortaöğretim düzeyinde açılmış ilk okullardandır (Koçer, 1982). 1873'te açılmış olan Daruşşafaka ve matematik ve fen konusunda dönemin en iyi lisesi olmuştur. 1868 yılında açılan Galatasaray Lisesi de o dönemde fen derslerine ağırlıklı olarak yer vermiş olan okullardandır (Selvi, 1996).

Cumhuriyet dönemine gelindiğinde, her alanda olduğu gibi eğitim alanında da yeni ve çağı yakalamaya yönelik atılımlar başlatılmıştır. Cumhuriyetimizin kurucusu M. Kemal Atatürk 1921 de toplanan Marif Kongresi'nde "Şimdiye kadar takip olunan tahsil ve terbiye usullerinin, milletimizin gerileme tarihinde en mühim değişimin ilk işaretlerini vermiştir. Cumhuriyet döneminde, 1924-1927 yılları arasında liselerde fen ve edebiyat şubelerine iki yıl aynı ağırlıkta fen ve matematik öğretim programlarının uygulandığı üçüncü sınıfta ise fen ve edebiyat şubelerinin ayrıldığı görülmüştür. Cumhuriyetin ilk on yılında yeni eğitim görüşünün uygulamaya aktarılması ile ilgili olarak ortaokul, lise programları, Yeni Türk Alfabesi'nin kabulü gibi temel çalışmalara ağırlık verilmiştir. Bu dönemde hazırlanan öğretim programları uygulamaya konulmuş, ancak geçiş dönemi olması nedeniyle sık sık değişiklik ve yeni düzenlemelere tabi tutulmuş ve özellikle Yeni Türk Alfabesi'nin kabulü ile birlikte okutulacak kitapların yeni alfabe ile yazılması çalışmalarına öncelik verilmek zorunda kalınmıştır (Selvi, 1996).

1938-1947 yılları arasında uygulanan lise programlarında fen ve matematik grubu dersleri; tabiat bilgisi, fizik, kimya ve matematik adı altında lise 1. ve 2. sınıflarda ortak olarak, lise 3. sınıfta da seçmeli olarak okutulmuştur. Ayrıca bu dönemde fizik ve kimya laboratuarı dersleri konulmuştur (Yılmaz, 1990). Gerek ilk gerekse orta dereceli okullarda program geliştirme faaliyetlerinin başlaması 1953-1954 yıllarına rastlamaktadır. Çok amaçlı programların denendiği ve program geliştirme çalışmaları için, deneme okulları açıldı. Bu okullar daha sonra fen liselerinin de temelini oluşturacaktır (Varış, 1978).

Eski adıyla Sovyet Sosyalist Cumhuriyetler Birliği'nin 4 Ekim 1957 tarihinde Suptnik-I adlı uyduyu uzaya fırlatması, özellikle Amerika Birleşik Devletleri başta olmak üzere diğer Avrupa devletlerinin temel fen bilimlerine özel önem vermelerine neden oldu. Bu olaydan sonra ülkeler temel bilimlerde araştırma yapabilecek, bilim ve teknolojiyi sonuçlarından yararlanma yeteneği gelişmiş, yaratıcı, üretici insan gücünü karşılamak için temel fen bilimleri eğitimine özel bir önem vermeye başlamışlardır (Selvi, 1996). Amerika Birleşik Devletleri başta olmak üzere birçok ülke matematik müfredatlarını geliştirmek için çok miktarda para harcadılar ve çaba sarfettiler. 1960'ların ilk yıllarına, geleneksel öğrenme yaklaşımından daha yeni bir öğrenme modeline geçildiği için bu döneme bazen modern matematik dönemi denir. Bu dönemde matematikçiler kesin ve doğru olarak matematiksel anlayışı en iyi şekilde geliştirebilmek için varsayımlar ortaya koydular. Ülkemizde de bu değişim kendini gösterdi. Üniversitelerin temel bilimlerinde öğretim görmeye hazır ve yaratıcı kişiliği ön plana çıkmış, araştırma kabiliyetleri gelişmiş gençleri yetiştirmek arzusu ile Ankara Fen Lisesi açıldı. 1960'ların sonlarında özellikle Amerika'da modern matematiğe karşı tepki doğsa da fazla sürmedi (Savaş, 1999). 1970'lerde matematik eğitimine Jean Piaget'in (1896-1980) görüşleri hakim oldu ve günümüz Türk Milli Eğitim sistemini de Piaget'in görüşleri büyük ölçüde etkiledi. Piaget'in araştırmaları uzun süre çok değerli bulunmuş olmakla birlikte, son yıllarda bazı bakımlardan eleştiri de almaktadır (Altun, 1998). 1970'lerin sonlarında, hiç kimse matematikteki temel gerçeklerin ne olduğunda hem fikir olamamıştır (Savaş, 1999). Bununla beraber, bütün insanlara matematik eğitimi verilmesi fikri bütün dünya ülkelerinin kabul ettiği bir görüş olmuştur.

2.4.1. Türk Eğitim Sisteminde Matematik Eğitimi

2.4.1.1. Türk Milli Eğitiminin Genel Amaçları

Türk Milli Eğitim sisteminin amaçları 1973 tarih ve 1739 sayılı Milli Eğitim Temel Kanunu'na göre şöyle belirtilmiş ve halen geçerlidir (Yayın tarih ve sayısı: 24/06/1973-14574, numarası:1739).

Türk Milli Eğitiminin genel amacı, Türk Milletinin bütün fertlerini,

1. (Değişiklik: 16/06/1983-2842/1 md.) Atatürk inkılap ve ilkelerine ve Anayasada ifadesini bulan Atatürk milliyetçiliğine bağlı; Türk Milletinin milli, ahlaki, manevi ve kültürel değerlerini benimseyen, koruyan ve geliştiren; ailesini, vatanını, milletini seven ve daima yüceltmeye çalışan; insan haklarına ve Anayasa'nın başlangıcındaki temel ilkelere dayanan demokratik, laik ve sosyal

bir hukuk devleti olan Türkiye Cumhuriyeti'ne karşı görev ve sorumluluklarını bilen ve bunları davranış haline getirmiş yurttaşlar olarak yetiştirmek;

2. Beden, zihin, ahlak, ruh ve duygu bakımından dengeli ve sağlıklı şekilde gelişmiş bir kişiliğe ve karaktere, hür ve bilimsel düşünme gücüne, geniş bir dünya görüşüne sahip, insan haklarına saygılı, kişilik ve teşebbüse değer veren, topluma karşı sorumluluk duyan; yapıcı, yaratıcı ve verimli kişiler olarak yetiştirmek;

3. İlgi, istidat ve kabiliyetlerini geliştirerek gerekli bilgi, beceri, davranışlar ve birlikte iş görme alışkanlığı kazandırmak suretiyle hayata hazırlamak ve onların, kendilerini mutlu kılacak ve toplumun mutluluğuna katkıda bulunacak bir meslek sahibi olmalarını sağlamak;

Böylece bir yandan Türk vatandaşlarının ve Türk toplumunun refah ve mutluluğunu arttırmak; öte yandan milli birlik ve bütünlük içinde iktisadi, sosyal ve kültürel kalkınmayı desteklemek ve hızlandırmak ve nihayet Türk Milletini çağdaş uygarlığın yapıcı, yaratıcı, seçkin bir ortağı yapmaktır (Türk, 1999).

2.4.1.2. Ortaöğretim Matematik Dersinin Genel Amaçları

Bu kısımda ortaöğretim matematik öğretimi çalışmalarında, ortaöğretim matematik programı ve genel amaçları ele alındı. Türkiye Cumhuriyeti tarihinde ilk program 1924 yılında hazırlanmıştır. 1926 yılında toplu öğretim, yerel ihtiyaçlara göre gözden geçirilen bu program, 1936 ve 1948 yıllarında daha iyi duruma getirilmiştir. Bu programların gözden geçirilmesinde genellikle, Gazi Eğitim Enstitüsü pedagoji bölümünde ilkokul öğretmenliğinde tecrübe sahibi olan küçük gruplardan faydalanılmıştır. 1953 yılında yapılan 5. Milli Eğitim şurasında ilköğretimle ilgili problemlere yer verilmesi, yürürlükte bulunan 1948 programının bütünüyle yeniden ele alınmasına yol açmıştır. 1924, 1936, 1948 ve 1968 yıllarında çıkartılan programlarda ilkokulun bütün derslerine ait programlar bir kitap içinde verilmiş olmasına rağmen 1983 yılında çıkartılan programda ise ilkokul matematik programı ayrı bir kitap olarak yayınlanmıştır. Sonraları bu program, ilköğretim kavramı doğrultusunda ortaokulların matematik programları ile bütünleştirilerek Talim Terbiye Kurulu'nun 19.11.1990 gün ve 153 sayılı kararı ile 5 + 3 = 8 ilköğretim matematik ders programı adı altında çıkarılmıştır.

Ülkemizde 17 Haziran 1996 tarih ve 2455 sayılı Tebliğler dergisinde yayınlanarak, son şekli verilen ortaöğretim matematik dersinin genel hedeflerini özetle aşağıdaki gibi sıralamak mümkündür.

- Öğrencilerde mantıksal düşünme yeteneğini geliştirme.
- Günlük hayatta karşılaştığı problemlerin çözümünde mevcut koşulları doğru değerlendirme.
- Mümkün olduğu hallerde bilgiyi nicelleşmiş verilerle ortaya koyma alışkanlığı kazandırma.
- Öğrencilerde soyutlama yapma alışkanlığı kazandırarak; bu yolla zihinsel bağımsızlığı ve yaratıcılığı geliştirme.
- Öğrencilerde özelleştirme ve genelleştirme yapabilme alışkanlığı kazandırarak; bu yolla zihinsel düşünceyi geliştirme.
- Estetik değerleri geliştirme.
- Bir problemin değişik yollarla çözülebileceğinden hareketle, farklı görüş ve düşüncelere zihnen açık olabilme ve onlara saygı duyma alışkanlığı kazandırma.

Bütün bunların yanı sıra, yine ülkemizde belirlenen lise matematik öğretiminin genel hedefleri şunlardı:

- Çeşitli öğrenim dallarına ayrılacak olan öğrencilere, ilerde kendilerine gerekli olacak ortak matematik kültürünü verme.
- Doğru düşünme kurallarını öğretme, ispat kurallarını algılatma, ispat edilebilen bilimsel sonuçlar ile dogmalar arasındaki farkı karatma. Her alanda verilen varılan yargıların ve yargıların ispat edilebilir nitelikte olmasının gereğini ve önemini kavratma.
- Geometrik kavramlardan ve modellerden hareketle aksiyomların gerekliliğini algılatma.

- Matematiksel yapı kavramını algılatma. Sayı sistemlerini, geometrik modelleri ve grup, halka, cisim, vektör uzayı gibi cebirsel yapıları kavratma.
- Küme, bağıntı, sıralama, fonksiyon kavramlarını ve önemlerini kavratma.
- Doğa olaylarını matematiksel modelleri ile temsil etmeyi ve yolla doğa olaylarının açıklanabilirliğini algılatma.
- Öğrencilerin edindikleri bilgi ve becerileri günlük yaşantılarında karşılaştıkları problemleri çözmek için kullanma alışkanlığı edinmelerini sağlama.
- Karşılaşılan problemlerin çözümünde;
    a) Analiz ve sentez,
    b) Tümdengelim,
    c) Tümevarım,
    d) Özelleştirme ve genelleştirme yollarını kullanma alışkanlığı edinmelerini sağlama.
- Öğretim ve öğretim sürecinde;
    a) Matematiğe karşı ilgi uyandırma, olumlu tutum geliştirme,
    b) İnceleme ve araştırma alışkanlığı yaratma,
    c) Önyargısız ve tarafsız olabilme isteği uyandırma,
    d) Bilginin yayılması için istek yaratma,

    şeklinde belirlenmiştir (Ortaöğretim matematik dersi taslak programı, 1998).

2.4.2. Matematik Öğretim Strateji ve Yöntemleri

Matematik hedeflerinin gerçekleşmesi uygun yöntem ve tekniklerin seçilmesine bağlıdır. Bir dersin işlenişinde birden çok yöntem ve teknik kullanılmaktadır. Günümüzde her ders için özel eğitim yönteminin kullanımı giderek ağırlık kazandığından, matematik öğrenme ve öğretme sürecinde belli başlı dört öğretme stratejisi vardır.

2.4.2.1. Matematik Öğretim Stratejileri

2.4.2.1.1. Sunuş Yoluyla Öğretme Stratejisi

Bu strateji Ausubel (1968) tarafından ortaya konulmuştur. Herhangi bir konu alanı ile ilgili aktarılması gereken kavram, ilke ve genellemeler öğretmenin açıklaması yoluyla kazandırılır. Bu stratejiye göre, yeni bilgiler genelden özele doğru hiyerarşik bir yolla yani tümdengelim yoluyla öğrenildiği savunulmaktadır. Bu stratejide, her türlü bilgi öğretmen tarafından sunulması özelliğini taşır. Sunulan bilgilerin öğrenci tarafından salt ezberlenmesi değil önceki öğrenilenler ile bağlantılı olması gerekir. Öğrencilerin herhangi bir konu ile ilgili yeterli bilişsel şemalara sahip olmadığı durumlarda sunuş yoluyla öğretim, öğrenmeyi sağlamada daha etkili olmaktadır. Sunuş yolu ile öğretme yaklaşımlarının dört temel özelliği vardır.

a) Öğretmen başlangıç sunuşlarını yaptıktan hemen sonra öğrenciler fikirlerini ve örneklerini açıklayarak tartışma ortamı oluştururlar. Bu şekilde öğrencilerin aktif katılımı gerçekleştirilir.
b) Sunuş yoluyla öğretmede bol örnek verilmeli, soyut kavramları anlamlı hale getirmek için görsel duyu organlarına hitap eden uyarıcılar büyük ölçüde kullanılmalıdır.
c) Daha genel ve kapsamlı kavramlar önce, bu kavramın kapsamında yer alan daha özel ve dar kavramlar sonra sunulur.
d) Öğretim adım adım ilerler. Her öğrenme basamağında, önce ve yeni öğrenilenler arasında yatay ve dikey ilişkiler kurulur. Böylece öğrencinin anlamlı öğrenmesi sağlanır (Senemoğlu, 1997).

2.4.2.1.2. Buluş Yoluyla Öğrenme Stratejisi

Bu strateji, öğrencinin kendi etkinliklerine ve gözlemlerine dayalı olarak sonuca varmasını teşvik edici bir öğrenme yaklaşımıdır. Bruner'e göre öğretmen, öğrencilere kavram ve ilkeleri bulmaya teşvik etmelidir. Öğretmen tarafından yapılacak ilk iş, amacın belirtilmesidir. Öğrencinin zihinsel gelişim özelliklerine uygun örnekler öğretmen tarafından önceden belirlenmelidir. Böylece öğrenci örnekler üzerinde yorum yapabilir. Öğrenciye sorulacak sorular kolaydan zora doğru sıralanmalıdır. Bu motivasyonu ve ilgiyi arttırır. Öğrenci sonuçta genelleme ve tanımları kendi yapmalıdır (Demirel, 1999).

Buluş yoluyla öğretmenin en önemli üstünlüğü, öğrencinin merak güdüsünü uyandırması ve güdülenmişlik düzeyini cevapları buluncaya kadar, çalışma boyunca sürdürebilmesidir. Bir diğer üstünlüğü de öğrencileri bağımsız olarak problem çözmeye yönlendirmesidir (Pesen ve Odabaş, 2000).

Buluş yoluyla öğretmede öğretmen, örnekleri sunar ve öğrenci konunun yapısını, fikirler arasındaki temel ilişkileri, ilkeleri ve özellikleri keşfedinceye kadar örnekler vermeye devam eder. Bu şekilde özel örnekler kullanılarak genel ilkeler formüle edildiğinden buluş yoluyla öğretme tümevarım yaklaşımı olarak da adlandırılır.

Sunuş yoluyla öğretim stratejisi ile buluş yoluyla öğretim stratejisi bilişsel bir nitelik taşımaktadır. Ancak yapılan araştırmalar, buluşla öğretimi, sunuş yoluyla öğretimden daha fazla zaman aldığını ancak uzun dönemli hatırlama ve transferi sağlama bakımından buluş yoluyla öğretimin daha etkili olduğunu göstermiştir. Ancak her konuyu öğretmek için buluş yoluyla öğretme etkili değildir. Önemli olan, konu ve öğrencilerin özelliklerine en uygun strateji seçmek ve her durumda öğrencinin anlamlı öğrenmesini sağlayacak biçimde öğrenciye öğrenmede aktif bir rol vermektir (Senemoğlu, 1997).

2.4.2.1.3. Araştırma-İnceleme Yoluyla Öğrenme Stratejisi

John Dewey tarafından geliştirilen bu strateji tümüyle öğrencilerin araştırma ve inceleme yapmalarına ağırlık veren bir öğretme yaklaşımıdır. Öğrenci çevresindeki problemleri algılar, tanımlar, verileri toplar, geçici çözüm yolları geliştirir ve bunların mümkün olup olmadığını test eder. Öğretmen bu stratejiyi kullanırken yol gösterici, yönlendirici ve rehber konumundadır. Öğretmenler hem yöntem hem de araç-gereç yönünden öğrencilere yardım etmelidirler. Bu stratejide problem çözme yöntemi kullanılabilir (Pesen ve Odabaş, 2000).

Araştırma yoluyla öğretme stratejisi uygulama, analiz ve sentez düzeylerindeki davranışları kazandırmada kullanılır.

2.4.2.1.4. Tam Öğrenme Stratejisi

Bloom tarafından geliştirilen tam öğrenme stratejisi, hemen hemen bütün öğrencilerin, okulların, öğretme amacı güttüğü tüm yeni davranışları ve öğrenebileceği görüşü üzerine kurulmuş olan yeni bir yaklaşımdır. Öğrencilere duyarlı ve planlı bir öğretim hizmeti sağlanır, öğrenme güçlükleri çekenlere yerinde ve zamanında yardım edilir, onlara önceden karalaştırılan düzeyde öğrenmeleri için yeterli zaman verilir ise her öğrenme ünitesinde, öğrencilerin hemen hemen tümünün, bu ünite içinde öğrenilecek olan yeni davranışların %75-85 gibi büyük bir kısmını öğrenebilirler.

Tam öğrenme yaklaşımında, tümüyle hatadan arınmış ya da hataları önemli derecede azaltılmış bir okulda öğretim düzeni kurabilirsek, böyle bir düzende, öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun yüksek öğrenme düzeylerine erişmelerini ve öğrencilerin öğrenme düzeyleri arasındaki farklılaşmaların çok aza inmesi beklenmektedir. İşin başlangıcından beri olumlu öğrenme koşulları sağlanmış ise, sıradan bir kişinin bile herhangi bir konuyu rahatlıkla öğrenebileceğini tam öğrenme yaklaşımını benimseyenler tarafından ortaya sürülen görüştür. Tam öğrenme yaklaşımında öğrenci nitelikleri, öğretim ve öğrenme ürünleri gibi birbirine bağımlı üç değişken belirlenmiştir. Öğrencilerin öğrenme düzeyini belirlemede büyük bir öneme sahip olduğuna inanılan öğrenci niteliklerinden ilki onun bilişsel giriş davranışlarıdır. Bilişsel giriş davranışları; eldeki öğrenme ünitesi ya da ünitelerde öğretilmesi hedef alınan becerilerin öğrenilebilmesi için gerekli ön şartları oluşturan ilgili ön öğrenmelerdir. İkinci öğrenci niteliği ise, onun öğrenme süreci ile ilgili duyuşsal giriş özellikleridir. Duyuşsal giriş özellikleri; öğrencinin belli bir öğrenme sürecine girerken onun bu süreç içinde göstereceği çabanın kaynağını oluşturduğu sanılan ilgileri, tutumları ve böyle bir süreçte başarılı olacağına ve güvenme (akademik benlik kavramı) özelliklerinin bütünü olarak açıklanabilir.

Öğretimle ilgili üçüncü değişken, öğretim hizmetinin niteliğidir. Öğretim hizmetinin niteliği;

1. Öğrencinin neyi öğreneceği ve bunu neler yaparak, nasıl öğreneceği,
2. Öğrenme çabası içerisinde iken denemelik davranışların kendisinden beklenene yakın olup olmadığı,
3. Denemelik davranış istenene yakın değil ise eksiklik ve yetersizliklerin neler olduğunu,
4. Eksiklik ve yetersizliklerini nasıl tamamlayabileceği gibi öğrenme süreci içinde öğrenciye sağlanan yardımların onun için anlamlılık, etkinlik ve işe yarama derecesidir. Bu dört öğe öğretim hizmetleri içinde ipuçları, pekiştirme, katılma ve dönüt (düzeltme) diye adlandırılır.

Tam öğrenme yaklaşımında, bilişsel giriş davranışları, duyuşsal giriş özellikleri ve öğretim hizmetlerinin niteliği değişkenlerinin öğrenme ürünlerini belirlemekte olduğu görüşü savunulmuştur. Öğrenmenin çeşidi ve düzeyi, öğrenme hızı ve öğrencinin öğrenme ünitesi ve kendi kişiliği ile ilgili olarak geliştirdiği duyuşsal özellikler de bu etkenlerin belirlediği ürünlerdir. Öğrencinin ilgili görüş özellikleri ile öğretim hizmeti niteliğinin olumlu olması halinde bütün bu öğrenme ürünleri yüksek düzeylere erişecek ve bu ürünler bakımından öğrenciler arası farklılaşma da en aza inecektir.

2.4.2.2. Matematik Öğretim Yöntem Ve Teknikleri

Matematik öğretiminde kullanılan temel öğretim yöntem ve tekniklerinin neler olduğu konusunda tam bir birlik sağlanmamasına karşın en çok üzerinde birleşilen anlatım yöntemlerini vermeye çalışalım. Matematik dersinde aşağıda verilecek olan yöntem-tekniklerden biri yalnız başına veya herhangi bir konunun özelliğine göre birkaçı bir arada kullanılabilir. Bu bölümde verilecek olan yöntemlerden başkası matematik dersi için kullanılmaz diye bir şey söyleyemeyiz. Yalnız bu yöntemler en çok kabul görenlerdir.

2.4.2.2.1. Tanımlar Yoluyla Öğretim

Tanımlar yoluyla öğretim, daha çok sunuş yoluyla öğretme stratejisinin kullanımında ve bilgi düzeyindeki davranışların kazandırılmasında kullanılır. Öğretmen merkezli bir öğretme yöntemi olup daha çok bilgiyi öğrenciye aktarma sürecini içermektedir. Tanımlar yoluyla öğretimde, öğrenciye kazandırılmak istenen kavramın tanımı verildikten sonra tanıma uyan ve uymayan örnekler vererek tanımın daha iyi kavranılması sağlanır. Her bir örnek üzerinde öğrencilerin fikirleri alınarak tartışma ortamı ile öğrencinin derse katılımları gerçekleştirilir (Pesen ve Odabaş, 2000).

2.4.2.2.2. Deney Yolu İle Öğretim

Daha çok buluş yoluyla öğretim stratejisinin kullanımında ve genellikle uygulama düzeyindeki davranışların kazanılmasında kullanılır. Öğrenci merkezli bir yöntemdir. Matematik öğretiminde bazı konular hariç kullanımı oldukça zordur. Diğer bir dezavantajı ise diğer yöntemlere göre daha çok zaman harcanabilir.

2.4.2.2.3. Kurallar Yoluyla Öğretim

Kurallar yoluyla öğretim genel olarak bir kavramı başta vermek için iyi bir teknik değildir. Kurallar, diğer yöntemlerle niçin ve nasıl olduğu verildikten sonra işlemlerin özetlenmesi için verilir. Kural, geliştirmek istediğiniz fikri ön plana çıkarır. Çocuğun hesaplama planını takip etmekte zorlandığı zaman, kurallar ile geliştirilen bir kavram, periyodik egzersizlerle devam ettirilmelidir. Kuralın niçin olduğu başka bir yöntemle geliştirilmedikçe çocuğun kuralı tekrar hatırlayabilmesi oldukça zordur. Kurallar, kavramları özetleme aracı olarak kullanılır. Bir kavramın kurallar ile verilmeye başlanması iyi bir öğretim tekniği değildir. Kurallar ile öğrenilen bir kavram unutulduğunda hatırlanması zordur.

2.4.2.2.4. Örnekler Yoluyla Öğretim

Örnekle öğretim yöntemi, bütün öğretim yöntemleri içerisinde çok yönlü olan yöntemlerden bir tanesidir. Öğretimin her safhasında kullanılır. Yanlış olan durumları düzeltmek dışında, örnekler genellikle diğer yöntemler ile bağlantılarda kullanılır. Özellikle bir kavramın birçok değişkeni olması durumunda bu yöntem kullanıldığında genellikle birden çok örnek gösterilmelidir. Kavramsal hatalar ortaya çıktığında, öğretmen yanlış anlaşılmaları düzeltme yöntemi olarak örnekler kullanabilir.

2.4.2.2.5. Senaryo İle Öğretim

Senaryo yöntemi ile öğrenme, kazandırılması düşünülen davranışları örtülü olarak içeren bir hikayenin yaşanması ve bu yaşantının içerisinde öğrenmenin oluşması ilkesine dayanır. Bu yaklaşımda dersi işlemeye başlamadan önce öğrencilerin hedeften haberdar edilmesi gerekmez. Aksine hedef hikayenin içine emzirilmiştir. Hikayenin cazibesi öğrencileri güdüler ve öğrenciler hikayenin içine taşınırlar. Her derste bir senaryo üretmek zordur. Bu bakımdan öğretmen her ders için senaryo üretmeye kendini zorlamamalıdır (Altun, 1997).

2.4.2.2.6. Gösterip - Yaptırma Yoluyla Öğretim

Gösterip – yaptırma yöntemi, bir işlemin uygulanmasını önce gösterip sonra da öğrenciye alıştırma yaptırarak öğretme yoludur. Bu yöntem, bir konuya ilişkin bilgilerin açıklanması ve bu bilgilerin beceriye dönüştürülmesi için gerekli uygulamaların yapılması aşamasında kullanılır. Bu yöntem daha çok uygulama düzeyindeki davranışların kazandırılmasında kullanılır. Ayrıca bu yöntem öğrencilerin psikomotor becerileri kazanmasında etkilidir (Pesen ve Odabaş, 2000). Öğrenciler, becerileri yaparak - yaşayarak öğrenirler (Demirel, 1999).

2.4.2.2.7. Analizle Öğretim

D' Augustine göre analizle öğretimde bir kavram ya da kuralın nasıl çıktığı birbirini izleyen alt basamaklara ayrılarak adım adım öğretilir. Her adımda yapılan işlemin gerekçeleri açıklanır. Kavrama basamağındaki davranışların kazandırılması için uygun bir yöntemdir. Bu yöntemle bir kavram ya da kuralın neden ve niçinlerine kolaylıkla cevap verilebilir (Altun, 1997). Diğer yöntemlere göre soyuttur, bu yüzden öğretmenin hazırlıklı olması gerekir. Kalıcı öğrenmenin gerçekleştirilebilmesi için analiz yönteminin zorunlu olduğu durumlar vardır. Yöntemin başarılı kullanılması için öğrencilere önşart davranışların tam olarak kazandırılması gerekir (Altun, 1997).

2.4.2.2.8. Düz Anlatım Yöntemi

Öğretmenlerin en çok başvurdukları yöntemlerden biridir. Tamamı konuşmaya dayanır. Öğretmen veya konuşan kişi tarafından kavramların veya ilkelerin öğrencilere sözlü olarak sunulmasıdır. Öğretmenin tek taraflı olarak öğrencilere bir şeyler anlatması, açıklaması veya karşılıklı olarak soru sorma ve cevaplama şeklindeki yolun izlenmesi düz anlatımdır. Matematik dersinin amaçları bilişsel ağırlıklıdır. Düz anlatım yöntemi bilişsel alan davranışların bilgi basamağına ait davranışların kazandırılması için ideal olduğu söylenebilir. Bunun yanında matematik dersinin özel durumu 'her konu ile ilgili öğretmenin mutlaka anlatması, açıklaması gereken kavramlar vardır' da dikkate alındığında her dersin belli bölümlerinde düz anlatıma yer verilmesi adeta zorunlu hale gelmektedir. Birçok yönden etkili olan düz anlatım yönteminde öğrencilerin derse katılımı çok azdır. Bu durum sonucu olarak öğrencilerin ders boyunca dersi dinlemeleri imkansızdır. Bunun için tüm ders boyunca düz anlatım metodunu kullanmak imkansızdır (Albayrak, 2000).

2.4.2.2.9. Model Kullanma Yoluyla Öğretim

Öğretmen yöntemlerinde model; geliştirilmek istenen bir kavramın bazı durumlarının temsil edildiği somut varlıklar, resim veya nesnelerdir. Bu yöntem bir kavramın soyutluk düzeyini azaltmak için kullanılır. Bu yönteme öğrenciler yüksek ilgi göstermektedir. Modeller kavramların karmaşıklığını azaltır. Modeller; sayı, işlem, istenen kavram hakkında yanlış anlamlara yol açmaması için seçiminde dikkat edilmesi gerekir. Örneğin; küçük bir çocuğa sadece üç kırmızı nesneler ile karıştırabilir. Modeller öğretimin her safhasında kullanılır. Fakat bu bölümler soyutluk düzeyini azaltmak için ihtiyaç duyulduğunda başlangıcında daha sık kullanılır (Pesen ve Odabaş, 2000).

2.4.2.2.10. Soru – Cevap Yöntemi

Matematik derslerinde sıkça başvurulan yöntemdir. Her metotta olduğu gibi soru cevap metodunda da öğretmene büyük görevler düşmektedir. Öğretmen soruyu sınıfın geneline değil şahsa sormalıdır. Ancak dikkat edilmesi gereken hususlardan birisi öğretmen bilebilecek öğrenciye soru sormalıdır. Rasgele seçilen kişiye soru sormak bu yöntemi amacından saptırır. Ayrıca öğrencinin verdiği cevaba göre nedeni ve niçini sorularak cevabın bilinçli veya bilinçsiz verilip verilmediği kontrol edilmelidir. Doğru ve bilinçli verilen cevaplar pekiştirilmeli yanlış cevapların neden yanlış olduğu öğrencilere açıklanarak düzeltilmelidir. Bu sayede öğrenciler bilinçli düşünmeyi ve akıl yürütmeyi öğrenirler (Albayrak, 2000).

2.4.2.2.11. Problem Çözme Yoluyla Öğretim

bir durumun problem olabilmesi için insan zihnini karıştırmak gerekir. Bu, karşılaşılan durumun yeni olmasını; bireyin bu durumla daha önce karşılaşmamış olmasını gerektirir (Baykul, 1999). Öğretmenin dört işlemle ilgili ödev vermesi olsa olsa alıştırma olur. Çünkü daha önce karşılaştığı işlemleri yapmak problem olmaktan çıkar. Problemler matematiğin yeni bir yönünü vermek için yani öğrenilecek konuya öğrencilerin dikkatini çekmek için kullanılır. Ayrıca işlemlerin günlük hayattaki belirgin yönlerini sergilemek için de problemlerden faydalanılır. Öğrencilerde problem çözme yeteneği sık sık tekrar yapmakla kazandırılır (Albayrak, 2000). Bu yöntem matematik dersi için bilişsel alanın uygulama basamağı için ideal bir öğretim yöntemidir.

2.5. KOMPLEKS SAYILAR

Geleneksel olarak analitik ve kuralcı bir yaklaşımla işlenen matematik analizindeki konuların çarpıcı örneklerinden biri de kompleks sayılardır. Günümüzde pek çok cebir ve trigonometri kitapları, birçok konu için grafik ve görselleştirme desteğinin önemini belirtmektedir. Örneğin; ders kitaplarının çoğu denklem çözümünde hem grafiksel hem de cebirsel çözümleri bir arada vermektedir. Bununla beraber bu kitaplarda kompleks sayılar konusundaki yaklaşımlar oldukça analitik kalmaktadır. Örneğin; College Algebra Through Modelling and Visualization adlı kitapta kompleks sayılar, "Eğer $x^2 + 1 = 0$ denklemi çözülmek istenirse sembolik olarak $x^2 = -1$ elde edilir. Bütün x reel sayıları için $x^2 \geq 0$ olduğundan hiçbir reel çözüm yoktur. Bununla beraber; bu çözüm elde edilebilir" şeklinde tanıtılmaktadır. Mathematics in Action: Algebraic Graphical and Trigonometric Problem Solving adlı kitapta ise kompleks sayılar "reel olmayan ancak reel sayıların genişletilmesiyle elde edilen ve reel sayılardan ayırt edici karakteristiği $i = \sqrt{-1}$ sanal birimi olan sayılar" olarak tanımlanmaktadır. Genel olarak analiz ya da cebir kitaplarında kompleks sayıların kurulmasının üç yoldan biri takip edilerek verildiği görülmektedir. Bu yollar;

1. İkinci derecen denklemleri çözmek için $i = \sqrt{-1}$ sanal birimin varlığı kabul edilmesiyle,
2. R^2 deki cebirsel yapıya

$$(a, b) . (c, d) = (ac-bd, bc+ad)$$

formülüyle belirtilen kompleks çarpım kuralı ilave edilmesiyle,

(a, 0) sayı çiftleri cümlesinin R ye izomorf olması ve (0, b) sayı çiftleri cümlesinin ye izomorf olmamasından hareketle belirtilebilir.

3. (a, 0) sayı çiftleri cümlesinin R ye izomorf olması ve (0, b) sayı çiftleri cümlesinin R ye izomorf olmaması sonucu;

$$\begin{aligned}(a, b) &= (a, 0) + (0, b)\\ &= (a, 0) + (b, 0) . (0, 1)\\ &= a + ib\end{aligned}$$

eşitliğinden kompleks sayılar, a + ib cebirsel formunda ifade edilir.

Bu yolların her üçü de öğrencilere çok anlamlı gelmeyebilir. Fakat bu durum, kompleks sayıların gelişiminde bu üç yolun etkinliğini değiştirmez. Öğrenciler kompleks sayıları yalnızca bu tip tanılamalar yoluyla öğrendiklerinden reel durumla benzerlikler kurmaya alışmaktadırlar. Mesela;

$$\frac{\sqrt{2} + 3.i}{3 - \sqrt{2}.i}$$

gibi işlemleri sadeleştirmek zorunda oldukları problemler üzerinde çalışmakta ve bu kavramlar hakkında bazı belirsizliklerin olduğunu unutabilmektedirler. Aslında; kompleks sayıların anlamı, yukarıda ifade edilen özelliklerin kullanımından doğmaktadır (Couco, 1997). Fakat, 18. yüzyılda Gauss, sanal sayı tanımlamasının kompleks sayılar ve reel sayılar arasında kurulan bilişsel köprü için engel teşkil edeceğini belirtmiştir. Garip bir ilgisizliğe uğrayan ve yanlış bir bakış açısı sonucunda oluşan bu durum yetersiz terminoloji kullanımından kaynaklanmaktadır. Eğer +1, -1, $\sqrt{-1}$; pozitif, negatif ve sanal birimler olarak adlandırmak yerine direkt ve yanal birimler olarak adlandırılsaydı bu ilgisizlik aşılabilirdi.

Aslında; i sanal biriminin anlaşılabilmesi için bu yaklaşım, Dugopolski (2002)'nin Precalculus Function and Graphs ve Larson et al. (2001)'in College Algebra a Graphing Approach adlı cebir ve analiz kitaplarındaki yaklaşımlarla benzerlikler göstermektedir. Birçok cebir kitabı, i sayısını, karekökünü temsil eden bir sembol olarak tanıtmaktadır. Bu yaklaşımla tanıtılan sayı, daha önceden öğrenilen sayı kavramlarının bir açılımı olarak elde edilemez. Bu, "biz daha önce imkansız olarak düşündüğümüz bir şeyi tanımlayalım ve tümdengelimsel olarak çıkarılabilecek sonuçları elde edelim" şeklinde bir yaklaşıma yol açacaktır. i, $\sqrt{-1}$ değerini temsil eden bir sembol olarak kullanıldığında, $a \geq 0$ için $\sqrt{-a}$, $i\sqrt{a}$ olarak ifade edilir.

2.6. KOMPLEKS SAYILARIN TARİHİ GELİŞİMİ

Girolamo Cardano 1545 yılında yayınladığı Ars Manga adlı eserinde $x = 5 + \sqrt{-15}$ $Y = 5 - \sqrt{-15}$ şeklinde bir çözüme sahip olan;

$$x + y = 10$$

$$x \, . \, y = 40$$

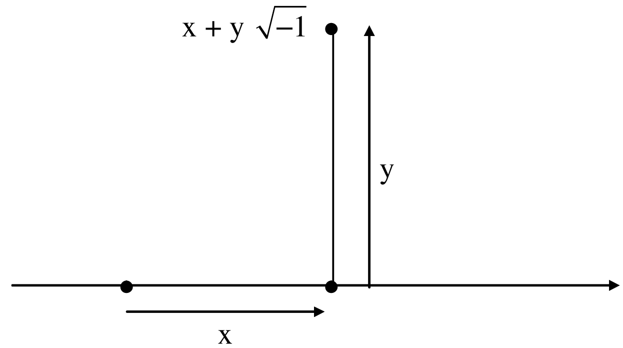
lineer olmayan denklem sistemini göz önüne aldı. Bu çalışmasında Cardano, negatif bir sayının karekökü için bir yorumda bulunmadan cebirsel kurallara uygun niceliklerin kabulü üzerinden bir düşünce şekli geliştirmiştir. Cardano aynı çalışmasında, $x = 4$ kökünün aksine $x = \sqrt[3]{2+\sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{-121}}$ ifadesine sahip $x^3 = 15x + 4$ üçüncü dereceden denklemin çözümü için Tartaglia formülünün uygulamasını incelemiştir. Raphael Bombeli (1526 – 1573);

$$\left(2 \;\; m \, \sqrt{-1}\right)^2 = 2 \;\; m \, \sqrt{-121}$$

eşitliğini ve bu sayıları doğal sayılar gibi göz önüne alarak bu sanal kökleri hesaplayacak bir yol önerdi. Cardano'un ifadesi;

$$x = \left(2+\sqrt{-1}\right) + \left(2-\sqrt{-1}\right) = 4$$

La Geometrie (1637)'de, Rene Descartes reel ve sanal sayılar arasında bir ayrım yaptı. John Wallis 1637 yılında Algebra adlı eserinde kompleks sayıları geometrik olarak sundu. Sayının reel kısmını yatay bir doğru üzerinde, sanal kısmını da bu doğruya dik açıdaki başka bir doğru üzerinde gösterdi (şekil 1.1).



Şekil 1.1

Bu öneri bazı nedenler dolayısıyla o dönemde fazla önemsenmedi. 1702'de John Bernoulli $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ formundaki integralleri basit kesirlere ayırma yöntemiyle hesapladı. Kompleks sayıların reel sayılarla benzerlikler taşıdığı düşüncesiyle, integre edilecek ifadeyi, α ve β paydadaki ikinci dereceden denklemin kökleri olmak üzere; $\frac{1}{ax^2 + bx + c} = \frac{A}{x - \alpha} + \frac{B}{x - \beta}$ formunda yazdı. İkinci dereceden bir denklemin reel köke sahip olmadığı durumlarda bu metodun kullanımı kompleks sayıların logaritmalarının düşülmesine yol açtı. Hem Bernoulli hem de Leibniz bu metodu kullandı ancak belirsizlik 1712 yılına kadar devam etti. Leibniz negatif sayıların logaritmasının kompleks olduğunu iddia ederken Bernoulli reel olduğunda ısrar ediyordu. Bernoulli;

$$\frac{d(-x)}{-x} = \frac{dx}{x}$$

olduğundan integrasyonla log (–x) = log (x) sonucuna ulaşıyordu. Diğer taraftan Leibniz, bu integralin yalnızca pozitif x değerleri için doğru olduğunda ısrar ediyordu. 1749'da Leonhard Euler, Bernoulli'nin ihmal ettiği keyfi sabiti dikkate alarak ve integrasyonla

$$\log(-x) = \log(x) + c$$

sonucuna ulaştı. Ve; bu karışıklığı, Leibniz'in görüşünün doğru olduğunu ortaya koyacak şekilde çözdü. Aynı zamanda 1748'de kompleks sayıları içeren ifadelerin formal olarak çözümlenmesiyle

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i.\sin\theta$$

bağıntısını elde etti.

logz = w olması için gerek ve yeter şart $e^w = z$ olduğunun tanımlanmasıyla ve logaritma teorisinin kompleks düzleme genişletilmesiyle bazı ilginç sonuçlara ulaşılabilir. Yani;

$$e^{\log z + m\pi i} = e^{\log z}.\left(e^{\pi i}\right)^m = z.(-1)^m$$

olup m = 2n çift tamsayısı için

$$e^{\log z + 2n\pi i} = z$$

ve böylece $\log z + 2n\pi i$, z'nin logaritmasıdır. Dolayısıyla kompleks logaritma çok değerlidir. m = 2n + 1 tek tamsayısı için;

$$e^{\log z + (2n+1)\pi i} = -z$$

ve böylece

$$\log(-z) = \log z + (2n + 1).\pi i$$

olur. Bu da Leibniz- Bernoulli tartışmasının sonucunu verir. Yani; x reel pozitif sayısı için log (–x) kompleks olmalıdır.

Danimarka'da 1797 yılında Caspar Wessel'in kompleks sayıları düzlemdeki noktalar olarak yorumladığı bir makalesi yayınlandı. Bu çalışma, makalenin Fransızca bir çevirisinin 100 yıl sonra yayınlanmasına kadar fark edilmedi. Bu süreçte Jean-Robert Argand 1806'da bu çalışmalardan habersiz olmasına rağmen bir fikir ortaya attı. Bu dönemden beri kompleks sayıların geometrik yorumu Argand diyagramı olarak da adlandırılır.

On sekizinci yüzyılın sonlarına kadar kompleks sayıların esrarı ve bu sayıların güvenilirliği ile ilgili bütün çalışmaların ortaya konamadığı anlaşılmaktadır (Kleiner, 1998). Bu dönemdeki matematikçilerin yapmış oldukları çalışmalarda sanal sayıları doğrudan doğruya olmasa da sıkça kullandıkları artık bilinen bir gerçektir.

Kompleks sayılar teorisinde diğer bir öncü isim Carl Friedrich Gauss'tur. 1799 yılında tamamladığı doktora tezinde, 18. yüzyılın başından beri matematikçilerin ilgilendiği problemler üzerinde çalıştı. Başlangıçta reel katsayılı ikinci dereceden denklemlerin çözümlerinin kompleks sayıların ortaya çıkmasına sebep olduğu gibi bir düşünce gelişmişti. Böylece kompleks sayılı denklemlerin çözümlerinden de yeni bir sayılar cümlesi oluşturabileceği varsayılıyordu. Jean D'Alembert (1717-1783) kompleks sayıların tek başlarına yeterli olduğunu fark etti. Gauss cebirin temel teoreminde –her polinom en az bir kompleks köke sahiptir- bu düşünceyi doğruladı. Gauss başlangıçta bu teoremi herhangi bir polinomu lineer ve ikinci dereceden çarpanlar halinde düşünerek yani tamamen reel formda ispatladı. Daha sonra bu teoremi genel duruma uygun olarak ispatladı. 1811'de kompleks sayıların geometrik yorumu ile ilgili tüm ayrıntıları kapsayan bir çalışma yayınladı. 1837'de yani Cardano'nun sanal sayıları kullanmasından yaklaşık üç yüzyıl sonra William Rowan Hamilton, kompleks sayıların tanımını reel sayıların sıralı çifti olarak verdi. Bu düşünce kompleks sayıların cebirsel bir temele oturmasında dönüm noktası oldu.

Günümüzde kompleks sayılar;

a) Düzlemdeki nokta ya da vektörlerle,
b) Sıralı reel sayı çiftleriyle,
c) Düzlemde vektörlerin öteleme ya da dönmesi gibi hareketlerle,
d) a ve b reel sayı olmak üzere a + ib formundaki sayılarla,
e) Reel katsayılı polinomlarla,
f) $\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$ formundaki matrislerle,

g) Cebirsel olarak kapalı tam bir cisimle

olmak üzere çok farklı formlarda kullanılmaktadır.

2.7. KOMPLEKS SAYILARIN GEOMETRİSİ

2.7.1. Kompleks Sayıların Geometrisinin Tarihi Gelişimi

Cardano (1510-1576), negatif sayıların kareköklеriyle ilgili ilk çalışmaları yapmıştır. Bununla beraber Cardano, bu sayılar için hiçbir yorumda bulunmadan bu sayıları hayali (imkansız) sayılar olarak ifade etme yoluna gitmiştir. 17. yüzyılda, İngiliz matematikçi John Wallis (1616-1713) ve daha sonra yani 18. yüzyılın sonu ve 19.

yüzyılın başlarında Caspar Wessel (1745-1818) ve Jean Robert Argand, kompleks sayıların temsili için uygun geometrik diyagramlar geliştirdiler. 1637'de, Rene Descartes (1596-1650) reel ve sanal terimlerini kullandı. 1748'de Leonhard Euler (1707-1783), $\sqrt{-1}$ sayısını temsil eden i sembolünü ilk kez kullandı. Wallis, Wessel ve Argand tarafından gerçekleştirilen geometrik yorumlar, o dönemde bile, heyecanla karşılanmamıştı.

Argand (1806), kompleks sayıların yorumunu reel nicelikler cinsinden yapmıştı. Argand'a göre reel kısımlarla tam olarak eşit değerde görülebilen kompleks sayıların sanal kısımlarının geometrik modeli, bu sayıların özelliklerinin en son açıklamasıydı. Buna karşı bu iddia, cebirsel ifadelerin geometrik modellerinin gerçek bir temel olarak alınamayacağına karşı olanlar tarafından kabul görmedi. Örneğin 1831'de, artık herkes tarafından bilinen geometrik model üzerindeki araştırmasında Gauss, bu yaklaşımın yararlı bir uygulama ya da gösteriminden daha önemli olmadığını belirtti (Glas, 1998).

1833 yılında William Rowan Hamilton, kompleks sayıların geometrisi ile ilgili bazı çalışmalar yaptı. Hamilton'a göre; x + iy gibi bir kompleks sayıda "i" niceliği ve "+" işareti bu sayıları anlamlandırabilmede sıkıntı yaratmaktaydı. Birinin nitelendirilmesiyle birbirinden ayrılabilen x ve y'nin reel sayı olması çok önemli bir noktaydı. "+" işareti ile x ve iy ifadelerini bir tarafta birleştirmek için yönlendirici değildi, bu işaret, sadece x ve y'nin farklı yerlerde olmalarını engelleyen birleştirici bir araçtı. Hamilton bu düşüncesinden hareketle herhangi bir x + iy formundaki herhangi bir kompleks sayının (x, y) sıralı ikilisi biçiminde yazılmasında hiçbir sakınca olmadığını belirtmiştir.

Carl Friedrich Gauss (1777-1855), ilk çalışmalarında kompleks sayıların grafikle gösterilme yaklaşımını kullansa da daha sonraları bu çalışmaların formal bir temele oturtulması gerektiğine karar verdi. Dolayısıyla 1831'de, geometrik yorumlamaların tamamen ihmal edildiği kompleks sayıların gerçek metafiziğini ortaya koydu (Burton 1998, Kleiner 1998, Walton 1992). Ne yazık ki; Gauss'un bu formal sembolik yaklaşımı bugünkü kompleks analiz kitaplarında yoğun bir şekilde yer almaktadır.

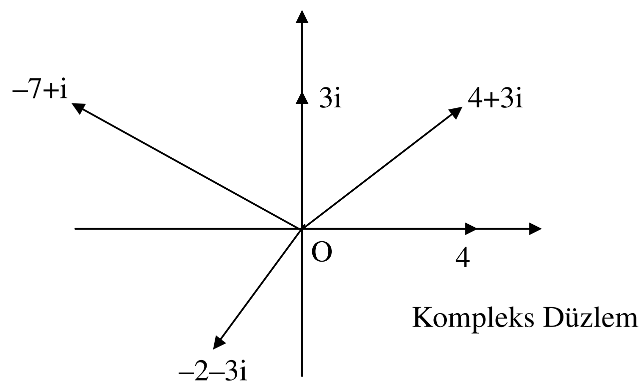
2.7.2. Kompleks Sayıların Geometrik Yorumu

Kompleks sayıların geometrisi, temel olarak trigonometriye dayanır. z = x + iy kompleks sayısı, düzlemde (x, y) noktasına karşılık gelir. Tersine olarak, düzlemdeki her ikiliye bir kompleks sayı karşılık gelir. (x, 0) sayısı x-ekseni, (0, y) sayısı da y-ekseni üzerinde alınırsa; x-ekseni reel eksen, y-ekseni üzerinde alınırsa; x-ekseni reel eksen, y-ekseni sanal (imajiner) eksen olarak adlandırılabilir. Kompleks sayıların bu özelliğinden dolayı her z kompleks sayısı;

$$z = x + iy = (x, y)$$

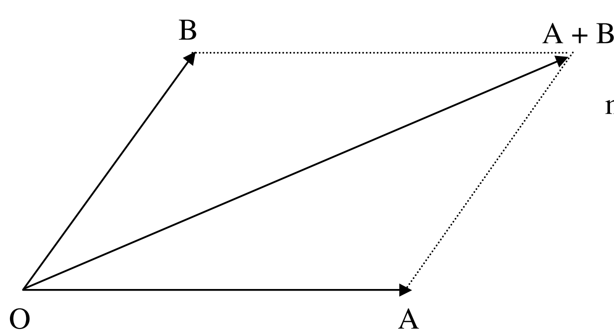
şeklinde ifade edilir. Her kompleks sayı düzlemde bir ikiliyle temsil edildiğine göre, z = x + iy kompleks sayısını gösteren (x, y) ikilisi (0, 0) orijin noktasıyla birleştirildiğinde bir vektör elde edilir. x + iy kompleks sayısı, Euclid düzleminde dik koordinatları x ve y olan bir nokta olarak gösterebileceğimizden z kompleks sayısına vektör de denir. Çünkü iki noktanın toplamı "Paralel kenar" kuralına göre elde edilir (Uluçay, 1978). Dolayısıyla bir kompleks sayıyı vektör gibi düşünmekle bu sayının modülü ve argümanından bahsedilir. Kompleks sayıların x-ekseninin pozitif yönüyle yaptıkları açıları da hesaba katılarak bu sayıların çarpımı ve bölümü ile ilgili geometrik yorumlamalar da yapılabilir. Bu nicelikler, özellikle kompleks sayıların gizeminin ortaya konduğu bu sayılar üzerinde tanımlanan işlemler konusunda çok önemli bir işleve sahiptirler.

Geometrik olarak iki kompleks sayının toplama ve çarpma işlemi, bu sayıların düzlemdeki karşılıkları olan iki nokta (vektör) üzerindeki geometrik işlemlerin anlamları yardımıyla tanımlanabilir. Dolayısıyla toplama işlemi; "A + B kompleks sayıların toplamı, bir paralel kenarda bilinen vektör toplamı olarak elde edilir" şeklinde göz önüne alınabilir. Aslında;4 + 3i sayısı, 4 ve 3i sayılarının toplamından başka bir şey değildir. İki kompleks sayının çarpımı için biraz da karmaşık olan kural: "AB kompleks sayısı, uzunluğu A ve B kompleks sayılarının uzunlukları çarpımı ve argümanı A ve B kompleks sayılarının argümanları toplamı" şeklinde görselleştirilebilir. Bu kural, şekil 1.2'de çok açık görünmeyebilir. Ancak; 3i kompleks sayısını 3 ve i kompleks sayıların çarpımı olarak düşünmekle şekil 1.3.2.'de bu işlem için uygundur. Daha ilginç bir örnek i sayısının kendisiyle çarpımıdır. i sanal biriminin uzunluğu 1 ve argümanı $\frac{\pi}{2}$ olduğundan i^2 birim uzunluklu ve argümanı olan yeni bir kompleks sayıdır. Dolayısıyla $i^2 = -1$'dir

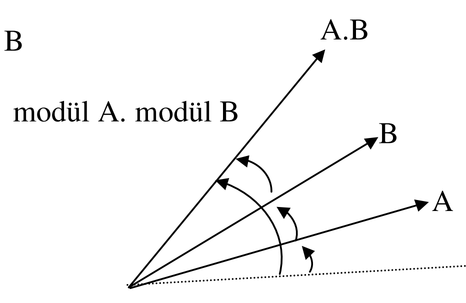


Şekil 1.2.

Wessel ve Argand tarafından yapılan geometrik yorumlama çalışmaları herkes tarafından duyulmuş fakat fazla itibar görmemiştir. Ancak; Gauss'un ünü kompleks sayıların düzlemdeki noktalar olarak kabul görmesini ve yaygın olarak kullanılmasını sağlamıştır. Kompleks sayıların gücü ve estetiği, toplama ve çarpma kuralından ortaya çıkmıştır. Ve; bu kurallar ilk olarak Bombeli tarafından cebirsel formda kullanılmıştır.



Şekil 1.3.1.

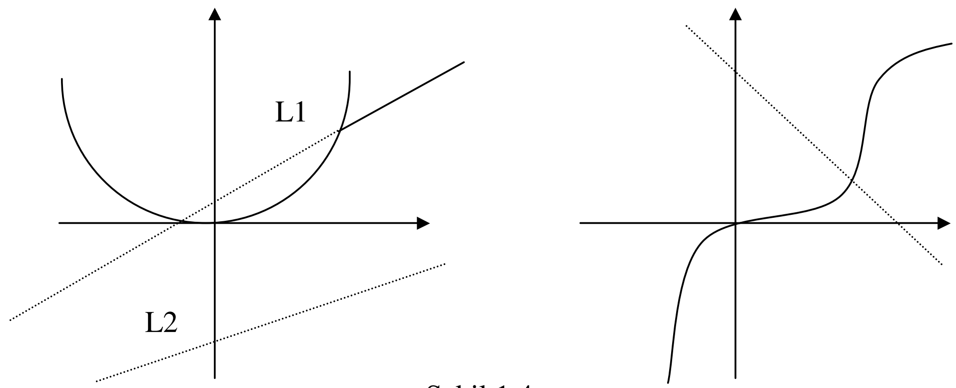


Şekil 1.3.2.

Birçok kompleks analiz kitabında kompleks sayıların tanımlanması için ikinci dereceden denklemlerin çözümü üzerine kurulu uygun tarihsel bir yaklaşım aranır. Milattan 2000 yıl önce; $x^2 = mx + c$ şeklindeki bir denklemin,

$$x = \frac{1}{2}\left[m \;\; m\sqrt{m^2 + 4c} \right]$$

şeklinde bir formül kullanımı ile çözülebileceği biliniyordu. Fakat $m^2 + 4c$ negatif olursa? Bu problem Cardano'yu negatif sayıların karekökleri olduğunu düşünmeye sevk etmiştir. $x^2 = mx + c$ denklemi $y = x^2$ parabolü ve $y = mx + n$ doğru ailesinin arakesit noktalarını bulma problemini temsil eden bir örnek olarak düşünülebilir (şekil 1.4.).



Şekil 1.4

L_2 durumunda problemin çözümü vardır. Cebirsel olarak $m^2 + 4c > 0$ olup yukarıdaki formülden iki nokta bulunabilir. L_2 durumunda açık olarak çözüm yoktur. Cebirsel olarak $m^2 + 4c < 0$ olup çözümün olmayışı ikinci dereceden bir denklemin köklerini veren formüldeki imkansız (sanal) sayılar olgusuyla izah edilebilir.

İkinci dereceden bir denklemin sanal kökleri için grafiksel bir yorum yapılabilir mi? Bunun için $2x^2-8x + 10 = 0$ denklemi ve grafiği göz önüne alınsın. Bu grafiğin tepe noktası dikkate alınarak elde edilen simetrik eğri, kesik çizgilerle gösterilsin. Elde edilen yeni grafiğin x eksenini kestiği noktalar araştırılırsa bu noktalar 1 ve 3 olarak bulunur. Bu kesim noktaları çemberin karşılıklı noktaları olma özelliğine sahiptir. İki nokta çember üzerinde 90 derece döndürülürse elde edilen noktalar işaretlenirse bu noktalar, kompleks düzlemdeki noktalar olarak yorumlanırsa başlangıçtaki denklemin kökleridirler (2 + i ve 2 – i).

3.0. ARAŞTIRMANIN PROBLEMİ VE ALT PROBLEMLERİ, YÖNTEM (METODOLOJİ)

“Ortaöğretimde karmaşık sayılar konusunda öğrencilerin kavram yanılgılarının belirlenmesi ve çözüm önerileri” araştırmanın ana problemini oluşturmaktadır. Bu çalışmanın amacını gerçekleştirebilmek için aşağıdaki alt problemler oluşturulmuş ve bunlara yanıt aranmıştır.

3.1. ALT PROBLEMLER

1. Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılar kümesine olan ihtiyaç ve reel sayı kümesi ile karmaşık sayı kümesini karşılaştırma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?
2. Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin i sayısını anlama ve belli bir reel sayıyla karşılaştırma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?
3. Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayı ve karmaşık düzlem ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?
4. Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir karmaşık sayının eşleniğini ve modülünü bulma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?
5. Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden bir denklemin kökleri ile karmaşık sayılar arasında ilişkiyi kurma noktasında bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?
6. Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılarda 4 işlem yapabilme ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?
7. Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir karmaşık sayının kutupsal biçimini anlama ve dört işlem yapabilme ile ilgili bilgi eksikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?
8. Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir karmaşık sayının köklerini bulma ve orijin etrafında döndürme ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?

3.2. ARAŞTIRMANIN AMACI

Matematik dersinde karşılaşılan sorunların başında temel kavramların öğretilmesi gelmektedir. Ortaöğretimde oluşan eksik öğrenmeler ve kavram yanılgıları, daha sonra üniversite düzeyine taşınmakta ve matematik öğretiminde önemli sorunlar yaşanmaktadır.

Çalışmanın temel amacı, ortaöğretim ikinci sınıfta okumakta olan öğrencilerin karmaşık sayılar konusundaki bilgi eksikleri ve kavram yanılgılarını belirlemek ve bunların giderilmesine katkıda bulunmaktadır.

3.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Temel kavramdaki eksik öğrenmeler ve kavram yanılgıları ortadan kalkmadığı sürece yeni kavramların öğrenilmesi ve algılanması zorlaşacaktır. Matematiğin en önemli kavramlarından biri de karmaşık sayılar kavramıdır. Bu kavram ile ilgili eksik öğrenmeler sorunlar yaşatmaktadır.

Araştırma; ortaöğretim ikinci sınıfta okumakta olan öğrencilerin karmaşık sayılar konusunda karşılaştıkları eksik öğrenmeler ve kavram yanılgılarını saptamak, oluşan bu yanılgıların giderilmesine katkıda bulunmak ve bu konuyla ilgili daha sonra yapılacak çalışmalara örnek teşkil etmesi açısından önemli görülmüştür.

3.4. ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI

Bu çalışma aşağıda belirtilen sınırlılıklar içerisinde yürütülmüştür.

- Bu araştırma, 2005-2006 eğitim-öğretim yılında; İzmir ili Buca ilçesinde bulunan 5 ortaöğretim okulundaki 483 öğrencinin görüşleri ile sınırlandırılmıştır.

- Araştırma ortaöğretim ikinci sınıf öğrencileri için "karmaşık sayılarla ilgili 50 maddelik eksik öğrenme ve kavram yanılgılarını tespit etmek amacıyla hazırlanmış çoktan seçmeli test" kullanılması ile sınırlandırılmıştır.
- Araştırma, örneklem grubuna giren öğrenci testleri ve öğretmenlerle sistemsiz görüşmelerle sınırlıdır.
- Araştırma 2005-2006 eğitim-öğretim yılı içerisinde İzmir ili Buca ilçesinde araştırmanın yapıldığı okullarda okuyan ikinci sınıf öğrencileri ve bu okullarda görev yapan matematik öğretmenleri ile sınırlıdır.
- Matematik öğretmenlerinin yeterliliği, matematik öğretmeni yetiştirme ve matematik programı geliştirme gibi konular bir tek araştırma kapsamına alınmayacağından, bu konular araştırma kapsamına alınmamıştır. Ancak öğretmenlerin matematik müfredat programı hakkındaki bazı eleştirileri dikkate alınmıştır.
- Testlerde sorulan sorular çoktan seçmeli sorularla sınırlı tutulmuştur.
- Yapılan teste ait tüm sorular bilişsel alanın diğer basamakları daha üst düzey bir bilgi gerektirdiğinden bilgi, kavram ve uygulama basamakları ile sınırlı tutulmuştur.

3.5. ARAŞTIRMANIN MODELİ

Bu araştırma, ortaöğretim ikinci sınıfta okumakta olan öğrencilerin; karmaşık sayılar konusu ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik betimsel bir çalışma olup tarama modelinde bir araştırmadır.

Tarama modelleri; geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımlarıdır. Araştırmaya konu olan birey ya da nesne, kendi koşulları içinde ve olduğu gibi tanımlanmaya çalışılır. Onları herhangi bir şekilde değiştirme, etkileme çabası gösterilmez. Bilinmek istenen şey vardır ve oradadır. Önemli olan onu uygun bir biçimde gözleyip belirleyebilmektir (Karasar, 1994).

3.6. EVREN VE ÖRNEKLEM

Bu araştırmanın evreni, İzmir ili Buca ilçesi ortaöğretim okullarında ikinci sınıfta okumakta olan öğrencilerdir.

Örneklemi ise İzmir ili Buca ilçesi ortaöğretim okulları ikinci sınıflarında okumakta olan rasgele seçilen öğrencilerdir.

Toplam 5 okulda yürütülen bu çalışmada 489 öğrenci testi cevaplamış ancak 6 kişinin verdiği cevaplar ciddi bulunmadığı için değerlendirmeye 483 öğrenci alınmıştır. Bu öğrencilerin 237 tanesi erkek ve 246 tanesi kızdır.

3.7. VERİ TOPLAMA ARACI

Bu araştırmanın gerektirdiği verilerin toplanmasında öncelikle konuyla ilgili yayınlar araştırılmıştır. Matematik öğretimi konusunda daha önce yapılan bilimsel araştırmalar ve matematik öğretiminde karşılaşılan sorunlarla ilgili kaynaklar taranarak araştırmayla ilgili veriler toplanmıştır.

Araştırmada karmaşık sayılarda eksik öğrenme ve kavram yanılgılarının tespiti için, ortaöğretimde görev yapan bazı matematik öğretmenleriyle yüz yüze görüşmeler yapılarak ortaöğretim ikinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin karmaşık sayılar konusunda eksik öğrenmeler ve yanılgıya düştükleri kavramlar belirlenmiş, daha sonra elde edilen verilerden yararlanarak ortaöğretim müfredat programında belirtilen amaç ve davranışları kapsayan 55 soruluk çoktan seçmeli test hazırlanmıştır.

Bütün sorular, müfredat programında belirtilen hedef ve davranışları ölçecek nitelikte hazırlanmaya çalışılmıştır. Soruların hazırlanması sırasında uzman görüşü alınmıştır. Hazırlanan test İzmir ili Buca ilçesi Hoca Ahmet Yesevi Lisesi’nde okumakta olan ikinci sınıftan 93 öğrenciye pilot çalışma olarak uygulanmıştır. Bu testteki her doğru yanıt için “1” puan, her yanlış yanıt için “0” puan verilerek değerlendirme yapılmıştır. Değerlendirme sonucunda güvenilirlik kat sayısı 0.80 olarak bulunmuştur. Ayrıca madde analizleri sonucunda 5 sorunun ilgili davranışı ölçecek yeterlilikte olmadığı kanaatine varılıp bu sorular testten çıkarılmıştır. Bunun üzerine soru sayısı 50’ye inen çoktan seçmeli test 489 öğrenciye uygulamaya konulmuş ve güvenirlik katsayısı 0.81 olarak bulunmuştur.

Ayrıca yanıtlara göre frekans tablosu hazırlanmış ve yorumlanmıştır. Sonuçlara bağlı olarak olası eksik öğrenmeler ve yanılgıların nedenleri belirlenmeye çalışılmıştır.

3.8. VERİ TOPLAMA

Veri toplamayla ilgili uzman görüşleri ve eleştirileri alınarak araştırmacı tarafından yeniden düzenlenen ve ortaöğretim ikinci sınıf karmaşık sayılarla ilgili temel kavramlarda bilgi eksikliği ve kavram yanılgısı olup olmadığını ölçen bilgi testi yeteri kadar çoğaltılarak İzmir İl Milli Eğitim Müdürlüğü’nün 16.11.2005 tarih ve B.08.4. MEM 35.00.03.1/45801 sayılı onay yazısına istinaden listede adı geçen okullarda uygulanmıştır. Veri toplama aracı mesai saatleri içinde okullardaki ikinci sınıf öğrencilerinin rasgele seçilen kısmına aynı anda sınıflarda bulunan öğrenci sayısı kadar dağıtılmış, gerekli açıklamalar yapılmış ve sınıfta bulunan öğretmenler tarafından aynı anda toplanmıştır. Yine bu okullarda görev yapan on altı matematik öğretmeniyle sistemsiz mülakat yoluyla karmaşık sayıların öğretiminde güçlük çekilen konular hakkında bilgi toplanmıştır. Aynı başlıktaki sorunlar bir araya getirilmiştir. Bu sorunlar ile yurtiçi ve yurtdışında matematik eğitimi konusunda çalışan uzman kişilerin belirttiği sorunların harmanlanması sonucunda matematik eğitiminde çekilen güçlükler ve bu zorlukların aşılabilmesi için öneriler sunulmuştur.

Karmaşık sayılarla ilgili bilgi testi toplam 489 öğrenciye uygulanmış ve bu testlerin 483’ü ciddi bulunduğu için değerlendirmeye alınmıştır.

3.9. VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ

Karmaşık sayılar ile ilgili eksik öğrenme ve kavram yanılgılarının tespiti için alınan 20 soruluk çoktan seçmeli testin analizi yapılırken, anketteki verilerin kodlaması araştırmacının kendisi tarafından öğrencilerin vermiş olduğu cevaplara göre
a seçeneği 1, b seçeneği 2, c seçeneği 3, d seçeneği 4, e seçeneği 5 şeklinde yapılmıştır.

Verilerin çözümlenmesi SPSS 11.0 paket programı kullanılarak yapılmış frekans tablosu ve yüzde dökümlerine bakılarak elde edilen bulgular yorumlanmıştır. Daha sonra 50 soruluk çoktan seçmeli testin verileri, öğrencilerin verdiği doğru yanıtlar 1 puan, verdiği yanlış yanıtlar 0 puan verilerek tekrar kodlanmış ve güvenirlilik için Kuder Richardson formüllerinden KR-20 formülü kullanılmıştır.

3.10. VARSAYIMLAR

1. Araştırma örneklemi, evreni başarıyla temsil etmektedir.
2. Hazırlanan başarı testi öğrencilerin bilgi düzeyini ölçebilecek niteliklere sahiptir.

3.11. SÜRE

Bu araştırma 1 yılda tamamlanmıştır.

4.0. BULGULAR VE YORUM

4.1. BİRİNCİ ALT PROBLEME AİT BULGULAR VE YORUM

Birinci alt problem "ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılar kümesine olan ihtiyaç ve reel sayı kümesi ile karmaşık sayı kümesini karşılaştırma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?" şeklindedir. Bu problemle ilişkili verileri toplayabilmek için aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

<u>Soru 1:</u> Matematikte karmaşık sayılar kümesine olan ihtiyaç aşağıdaki denklemlerden hangisinin çözümü içindir?

A) $x - 1 = 0$ B) $2x - 1 = 0$ C) $x^2 - 1 = 0$

D) $x^2 + 1 = 0$ E) $x^2 - 2 = 0$

Bu soruya öğrencilerin %65'i doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %4'ü B seçeneğini, %7'si C seçeneğini, %10'u E seçeneğini işaretleyip %8'i ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 2:</u> Aşağıdaki 2. dereceden denklemlerden hangisinin çözümü için karmaşık sayılar kümesine ihtiyaç vardır?

A) $x^2 - 2x - 3 = 0$ B) $x^2 - 1 = 0$ C) $x^2 + x - 1 = 0$

D) $x^2 - x = 0$ E) $x^2 + x + 1 = 0$

Bu soruya öğrencilerin %35'i doğru cevap vermiştir. %14'ü A seçeneğini, %6'sı B seçeneğini, %7'si C seçeneğini, %14'ü D seçeneğini işaretleyip %21'i ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 3:</u> Aşağıdaki cümlelerden hangisi karmaşık sayıya olan ihtiyacı anlatmaktadır?

A) Kareköklü bir ifadenin kökün içinin rasyonel olması durumunda çözümsüzlüğü

B) Kareköklü bir ifadenin kökün içinin irrasyonel olması durumunda çözümsüzlüğü

C) Köklü bir ifadenin kökün içinin negatif olması durumunda çözümsüzlüğü

D) Kareköklü bir ifadenin kökün içinin negatif olması durumunda çözümsüzlüğü

E) Tümü

Bu soruya öğrencilerin %32'si doğru cevap vermiştir. %2'si A seçeneğini, %4'ü B seçeneğini, %28'si C seçeneğini, %22'si E seçeneğini işaretleyip %10'u ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 4:</u> Reel sayılar kümesinden daha geniş bir küme olan karmaşık sayılar kümesi aşağıdaki ihtiyaçların hangisine cevap olarak doğmuştur?

A) İki bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfırdan küçük olması halinde işlem yapılamaması nedeniyle

B) İkinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfırdan küçük olması halinde işlem yapılamaması nedeniyle

C) İkinci dereceden tek bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfırdan küçük olması durumunda işlem yapılamaması nedeniyle

D) İkinci dereceden tek bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfırdan büyük olması durumunda işlem yapılamaması nedeniyle

E) İkinci dereceden tek bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfıra eşit olması durumunda işlem yapılamaması nedeniyle

Bu soruya öğrencilerin %29'u doğru cevap vermiştir. %11'i A seçeneğini, %22'si B seçeneğini, %7'si D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %24'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 5:</u> IR reel sayılar kümesini, C karmaşık sayılar kümesini göstermek üzere; **aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?**

I. $IR \cap C = \emptyset$ II. $IR \subset C$

III. $3 \in C$ IV. $i \in IR$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Bu soruya öğrencilerin %46'sı doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %13'ü B seçeneğini, %16'sı D seçeneğini, %1'i E seçeneğini işaretleyip %17'si ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 6:</u> IR (reel sayılar) ve C (komplex sayılar) kümeleri için, **aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?**

I. $IR \subset C$

II. $C \subset IR$

III. $IR = C$

IV. $IR \cap C \neq \emptyset$

V. $C - IR = \emptyset$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Bu soruya öğrencilerin %42'si doğru cevap vermiştir. %17'si A seçeneğini, %12'si C seçeneğini, %4'ü D seçeneğini, %1'i E seçeneğini işaretleyip %22'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya bakıldığında, öğrencilerin karmaşık sayılar konusu ilk anlatılmaya başladığı andan itibaren bu sayı kümesine olan ihtiyacın en belirgin biçimde görüldüğü denklem olan $x^2 + 1 = 0$ denklemini anlamakta tam olarak başarılı olmadıkları görülmektedir. Soru %65 oranında doğru yanıtlanmıştır. Ama sadece buna bakarak yorum yapmak yanlış olacaktır. Bazen bilmekle anlamak eş anlama gelmeyebilir. Öğrenci sorunun yanıtını bulmuş ama nedenini tam olarak algılayamamıştır.

İkinci soruya bakıldığında, öğrencilerin %35'lik bir kısmının doğru yanıtı verdiği görülmüştür. Soru mantık açısından birinci soruyla aynı olmasına rağmen doğru yapma yüzdesi düşmüştür. Bunun temel nedeni birinci soruya verilen yanıtların öğrencilerin kavramı tam olarak algılamamış olmasıyla ilgili olmasıdır. Öğrenciler diskriminantın sıfırdan küçük olması ile karmaşık sayı ihtiyacı arasındaki köprüyü kuramamıştır.

Üçüncü soruya bakıldığında, öğrencilerin köklü sayı ve karmaşık sayı ihtiyacını anlamada problem yaşadığı görülmektedir. Kareköklü bir ifadede kökün içinin negatif olması durumunda reel sayılar kümesinde işlem yapılamamaktadır. Bu nedenle yeni bir sayı kümesine ihtiyaç vardır. Bu bir anlamda diskriminantın sıfırdan küçük olması durumuyla iç içedir. İkinci soruya verilen doğru yanıt yüzdesi ile neredeyse eşit gibidir. Bunun nedeni her iki sorunun da olayın kavramsal boyutunu sorgulamakla ilgili olduğu ve öğrencinin bu kısımda eksiklerinin olduğu ile ilgilidir. Temel kavramların nereden geldiklerinin iyi bir biçimde özümsetilmesi gerekmektedir. Sadece şekilci bir yaklaşımla yapılan öğretim matematik felsefesiyle örtüşmez. İleriki kavramların algılanması sırasında bu sorunlar daha büyük bir durum alır.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde karmaşık sayılar kümesine ortaöğretim ölçeğinde duyulan temel ihtiyacın öğrenciler tarafından tam algılanmadığı ortaya çıkmaktadır. %29'luk bir oranda soruya doğru yanıt verilmiştir. Aslına bakıldığında ilk dört sorunun ana fikri dördüncü soruda öğrencinin karşısına

çıkmıştır. Bu noktada öğrencilerin karmaşık sayılar kümesine olan temel ihtiyacı tam kavrayamadığını görmekteyiz.
Beşinci soruya baktığımızda, reel sayı kümesi ile karmaşık sayı kümesinin karşılaştırılmasına ilişkin öğrencilerin yarıya yakın bir kısmının sorun yaşadığı görülmektedir.

Altıncı soruya bakıldığında, öğrencilerin bu iki sayı kümesi arasındaki ilişkileri görmede ve küme işlemlerini yapmada sorun yaşadıkları söylenebilir.

4.2. İKİNCİ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUM

İkinci alt problem "ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin i sayısını anlama ve belli bir reel sayıyla karşılaştırma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?" şeklindedir. Bu problemle ilişkili verileri toplamak amacıyla aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

Soru 1: -1 ve i sayıları için,
aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $-1 = i$
B) $-1 > i$
C) $-1 < i$
D) $-i^2 = -1$
E) Bu sayılar karşılaştırılamaz.

Bu soruya öğrencilerin %36'sı doğru cevap vermiştir. %9'u A seçeneğini, %17'si B seçeneğini, %18'i C seçeneğini, %7'si D seçeneğini işaretleyip %12'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 2: $z = i$ ve 1 sayıları için, **aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) $z > 1$ B) $z < 1$ C) $z = 1$
D) $|z| = 1$ E) $|z| > 1$

Bu soruya öğrencilerin %41’i doğru cevap vermiştir. %4’ü A seçeneğini, %19’u B seçeneğini, %15’i C seçeneğini, %4’ü E seçeneğini işaretleyip %16’sı ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 3:</u> $i^1 + i^2 + i^3 + \ldots + i^n = i$

Yukarıdaki eşitliğe göre, **doğum yılı n olan biri aşağıdaki yıllardan hangisinde doğmuş <u>olabilir</u>?**

A) 2000 B) 2001 C) 2002 D) 2003 E) 2004

Bu soruya öğrencilerin %57’si doğru cevap vermiştir. %7’si A seçeneğini, %5’i C seçeneğini, %3’ü D seçeneğini, %10’i E seçeneğini işaretleyip %18’i ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 4:</u> Aşağıdaki işlemlerden hangisinin sonucu diğerlerinden farklıdır?

A) i^{404} B) i^{1000} C) i^{102} D) i^{500} E) i^{304}

Bu soruya öğrencilerin %78’i doğru cevap vermiştir. %3’ü A seçeneğini, %3’ü B seçeneğini, %4’ü D seçeneğini, %5’i E seçeneğini işaretleyip %8’i ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, bir reel sayıyla bir karmaşık sayıyı karşılaştırma noktasında öğrencilerin büyük bir kısmının sorun yaşadığı görülmektedir. Bu oldukça ilginç bir durumdur. Öğrenci karmaşık bir sayıyla reel bir sayının karşılaştırılamayacağını bilmemesine rağmen karmaşık sayılarla ilgili işlemleri yapmada çok büyük sorunlar yaşamamaktadır. Bu bağlamda öğrencilere kavramların tam olarak doğru bir şekilde verilmesi gerekmektedir.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin i ile 1 sayılarını karşılaştırmada bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin %15'inin i sayısını 1'e eşit bir sayı olarak değerlendirmesi hayli gariptir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, i sayısının kuvvetlerini alma ile ilgili öğrencilerin bilgi eksiklerinin olduğu görülmektedir. Bunun neden i sayısının ve karmaşık sayı kavramının tam olarak algılanmaması olduğu düşünülebilir.

Dördüncü soruya bakıldığında, i sayısının kuvvetleri ile mod 4'te işlem yapma becerisi arasındaki ilişkinin öğrenciler tarafından kurulamadığını görmekteyiz.

4.3. ÜÇÜNCÜ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUM

Üçüncü alt problem "ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayı ve karmaşık düzlem ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?" şeklindedir. Bu probleme ilişkin verilerin toplanabilmesi için öğrencilere aşağıdaki sorular sorulmuştur.

<u>Soru 1:</u> Aşağıdaki sayılardan hangisi bir imajiner sayıdır?

A) 0 B) 1 C) – 1 D) 1 + i E) i

Bu soruya öğrencilerin %74'ü doğru cevap vermiştir. %2'si A seçeneğini, %3'ü B seçeneğini, %2'si C seçeneğini, %8'i D seçeneğini işaretleyip %9'u ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 2:</u> Aşağıdaki sayılardan hangisi, sanal kısmı olmayan karmaşık bir sayıdır?

A) $\sqrt{3}+1$ B) $1-\sqrt{-1}$ C) i D) 1 + i E) i^3

Bu soruya öğrencilerin %68'i doğru cevap vermiştir. %7'si B seçeneğini, %9'u C seçeneğini, %1'i D seçeneğini, %7'si E seçeneğini işaretleyip %8'i ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 3:</u> Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisinin; sanal kısmı 2, reel kısmı –3 tür?

A) 2 – 3i B) –3 + 2i C) 2 + 3i
D) 3 + 2i E) –2 – 3i

Bu soruya öğrencilerin %84'ü doğru cevap vermiştir. %6'sı A seçeneğini, %1'i C seçeneğini, %4'ü D seçeneğini, %1'i E seçeneğini işaretleyip %4'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 4:</u> z karmaşık sayısı için,
Re(z) = –2 ve İm(z) = 1 ise, $\bar{z}$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) – 2 – i B) – 2 + i C) 1 – 2i
D) 1 + 2i E) 2 + i

Bu soruya öğrencilerin %73'ü doğru cevap vermiştir. %14'ü B seçeneğini, %1'i C seçeneğini, %1'i D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %5'i ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 5:</u> Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisinin karmaşık düzlemde karşılık geldiği nokta sanal eksen üzerindedir?

A) 2 B) –1 C) – i
D) 1 + 2i E) 1 + i

Bu soruya öğrencilerin %68'i doğru cevap vermiştir. %6'sı A seçeneğini, %6'sı B seçeneğini, %5'i D seçeneğini, %3'ü E seçeneğini işaretleyip %11'i ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 6:</u> Karmaşık düzlemde A(–1, 2) noktasıyla aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisi eşleşir?

A) 2 – i　　B) –1 + 2i　　C) 1 – 2i
D) 2 + i　　E) –1 – 2i

Bu soruya öğrencilerin %76'sı doğru cevap vermiştir. %4'ü A seçeneğini, %5'i C seçeneğini, %3'ü D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %6'sı ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 7:</u> Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisi karmaşık düzlemin IV. bölgesindedir?

A)1 – 2i　　B) 1 + 2i　　C) 3 + i
D) –3 + i　　E) –1 – 2i

Bu soruya öğrencilerin %69'u doğru cevap vermiştir. %2'si B seçeneğini, %2'si C seçeneğini, %8'i D seçeneğini, %11'i E seçeneğini işaretleyip %7'si ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 8:</u> Karmaşık düzlemin II. bölgesinde yer alıp reel eksene 2 br ve sanal eksene 3 br uzaklıkta bulunan karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3 + 2i　　B) 2 – 3i　　C) –2 + 3i
D) –3 – 2i　　E) 2 + 3i

Bu soruya öğrencilerin %30'u doğru cevap vermiştir. %9'u B seçeneğini, %36'sı C seçeneğini, %4'ü D seçeneğini, %11'i E seçeneğini işaretleyip %9'u ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya bakıldığında, öğrencilerin imajiner sayı kavramını algılamada bilgi eksikliklerinin çok büyük oranda olmadığını görmekteyiz. Karmaşık sayı ile imajiner sayı arasındaki ilişki, benzerlik ve farklılık büyük ölçüde algılanmaktadır.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin sanal kısmı olmayan karmaşık sayıların reel sayı olduğunu anlama noktasında çok büyük bilgi eksikliği yaşamadıklarını görmekteyiz.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin bir karmaşık sayının reel kısmı ve imajiner kısmı ile ilgili bilgi eksikliklerinin olmadığı görülmektedir. Öğrencilerin %84'e varan bir kısmı bu soruyu doğru yanıtlamıştır.

Dördüncü soruya verilen yanıtlara bakıldığında bir karmaşık sayının reel ve imajiner kısımlarının verilmesi halinde eşleniğinin bulunmasına ilişkin öğrencilerin %73'ünün bilgi eksikliği yaşamadığını görmekteyiz.

Beşinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin sanal ekseni algılama noktasında bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları yaşadıkları görülmektedir. Bunun nedeni y ekseni ile sanal eksen arasındaki ilişkinin tam kavranamaması olabilir. Bu bağlamda karmaşık düzlem anlatılırken reel ve sanal eksen kavramları tam oluşturulmalıdır. Dik kartezyen koordinat sistemiyle karmaşık sistem arasında birebir ilişki olmasına rağmen yapısal anlamda farklılıkların olduğu açıktır.

Altıncı soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, karmaşık bir düzlemde verilen bir noktayla karmaşık sayıları eşleme noktasında öğrencilerin bilgi eksikliklerinin olduğu söylenebilir. Kavrama düzeyinde olan bu davranış daha büyük sorunları doğurmaktadır. Bu sorunun aşılmasında karmaşık sayıların standart biçimi ile bu standart biçime karşılık gelen sıralı ikilinin düzlemde belirttiği nokta arasındaki ilişkinin ve bağlantının sağlam kurulması gerekmektedir.

Yedinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin karmaşık düzlemde bölgeleri kavrama noktasında bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Bu bilgi eksikliğinin temelinde dik koordinat sisteminde bölgelerin algılanmasında yaşanan sorunlar yatmaktadır.

Sekizinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin karmaşık düzlemi ve noktaları yerleştirme konusunda bilgi eksiklikleri yaşadığı görülmektedir. Bu soruya verilen doğru yanıt yüzdesinin bu kadar düşük olması sorunun bilişsel basamağa düşen kısmının üst düzey olmasıyla ilişkili olabilir. Eğitim sistemimizin en önemli problemlerinden biri olan kavramları bilip farklı kavramlarla ilişkilendirebilme ve o kavrama ilişkin üst düzey yorumlar yapamama konusu bu soruda görülmektedir. Öğrencilere bu konu işlenirken sadece kavrama ve bilgi basamağına denk düşen sorular sorulmamalıdır. Daha çok yoruma ve kavramı bulabilmeye ilişkin problemler sunulmalıdır.

4.4. DÖRDÜNCÜ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUM

Dördüncü alt problem "ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir karmaşık sayının eşleniğini ve modülünü bulma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?" şeklindedir. Bu probleme ilişkin verilerin toplanabilmesi için öğrencilere aşağıdaki sorular sorulmuştur.

Soru 1: I. $z + \bar{z}$ karmaşık sayısı karmaşık düzlemin ikinci bölgesinde olabilir.

II. $z - \bar{z}$ karmaşık sayısı karmaşık düzlemin reel ekseni üzerindedir.

III. $z \cdot \bar{z}$ sayısı daima reel dir.

z bir karmaşık sayı ve $\bar{z}$ onun eşleniği olmak üzere, **yukarıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri doğrudur?**

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

Bu soruya öğrencilerin %40'ı doğru cevap vermiştir. %8'i A seçeneğini, %7'si B seçeneğini, %10'u D seçeneğini, %12'si E seçeneğini işaretleyip %22'si ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 2:</u> z karmaşık bir sayı ve $\bar{z}$ de bu karmaşık sayının eşleniği olmak üzere,

$z \cdot \bar{z}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşit <u>olabilir</u>?

A) i B) –i C) 1 D) 1 – i E) 1 + i

Bu soruya öğrencilerin %53'ü doğru cevap vermiştir. %3'ü A seçeneğini, %10'u B seçeneğini, %12'si D seçeneğini, %9'u E seçeneğini işaretleyip %12'si ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 3:</u> $Re(z) = -3$ ve $|z| = 5$ iken,

z aşağıdakilerden hangisi <u>olabilir</u>?

A) –3 + 5i B) 3 – 5i C) – 3 – 3i

D) –3 – 4i E) 4 – 3i

Bu soruya öğrencilerin %50'si doğru cevap vermiştir. %27'si A seçeneğini, %6'sı B seçeneğini, %3'ü C seçeneğini, %4'ü E seçeneğini işaretleyip %4'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 4:</u> Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisinin modülü 10 dur?

A) 6 – 8i B) 10 – 10i C) 5 + 5i

D) 3 – 4i E) $\sqrt{36} + \sqrt{81}$

Bu soruya öğrencilerin %58'i doğru cevap vermiştir. %12'si A seçeneğini, %9'u C seçeneğini, %2'si D seçeneğini, %2'si E seçeneğini işaretleyip %15'i ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 5:</u> z bir karmaşık sayı olmak üzere;
aşağıdakilerden hangisi merkezi (1, –2) ve yarıçapı 5 birim olan çemberin iç bölgesini gösterir?

A) $|z + 1 - 2i| < 5$ B) $|z + 2i - 1| < 5$ C) $|z + 2i - 1| \leq 5$

D) $|z + 2i + 1| \leq 5$ E) $|z - 1 - 2i| < 5$

Bu soruya öğrencilerin %39'u doğru cevap vermiştir. %19'u A seçeneğini, %10'u C seçeneğini, %9'u D seçeneğini, %7'si E seçeneğini işaretleyip %13'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 6:</u> $\mathbf{|z + 2 - 2\sqrt{3}\,i| = 2}$ **eşitliğini sağlayan z ler içinde argümenti en büyük olanın argümenti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{5\pi}{4}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

Bu soruya öğrencilerin %47'si doğru cevap vermiştir. %10'u A seçeneğini, %10'u B seçeneğini, %9'u C seçeneğini, %10'u D seçeneğini işaretleyip %13'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 7:</u> $z = 6 - 8i$ karmaşık sayısı için,

$\left|\frac{(-z).(\bar{z})}{z^2}\right| + |z|$ **ifadesinin eşiti kaçtır?**

A) 1 B) 10 C) 11 D) 20 E) 21

Bu soruya öğrencilerin %32'si doğru cevap vermiştir. %10'u A seçeneğini, %17'si B seçeneğini, %11'i D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %22'si ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 8:</u> z karmaşık sayısı için;

$z = \left(\overline{[(3-4i)^2]}\right)^{-1}.25$ ise,

$|z|$ kaçtır?

A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 1 D) 5 E) 25

Bu soruya öğrencilerin %38'i doğru cevap vermiştir. %10'u A seçeneğini, %11'i B seçeneğini, %10'u D seçeneğini, %8'i E seçeneğini işaretleyip %20'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin karmaşık sayının eşleniğini bulup işlem yapma açısından bilgi eksiklikleri yaşadıkları görülmektedir. Öğretmenlerin öncelikle eşlenik kavramı anlatıldığında bir karmaşık sayı ile eşleniğinin çarpımının sonucunun reel bir sayı olduğunu vurgulamaları gerekmektedir.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde bir karmaşık sayıyı reelleştirme noktasında eşleniğiyle çarpma işleminde öğrencilerin sorunlar yaşadığı görülmektedir. $z.\overline{z} = |z|^2$ eşitliğinin öğrencilere kavratılması ve bu bağlamda gerekli yorumların sağlıklı şekilde yaptırılması halinde bu sorun çözülebilir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin yarısının karmaşık sayının modunu anlama noktasında bilgi eksikliği yaşadığını görmekteyiz. Bir noktanın orijine olan uzaklığından çok farklı bir anlam ifade etmeyen bir karmaşık sayının modülü kavramı analitik geometri derslerinde iki nokta arasındaki uzaklığın anlatılması sırasında yaşanan bilgi eksikliğinden kaynaklanmış olabilir.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin standart biçimde verilen bir karmaşık sayının modülünün hesaplanması sırasında bilgi eksikliğinin olduğu görülmektedir. Bunun temelinde ilköğretimde yaşanan matematiksel anlamdaki, özellikle köklü sayılar konusundaki, bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları olabilir. Günümüzde ortaöğretimde yaşanan sıkıntıların çoğunluğunun öğrencilerin ilköğretime dayalı bilgi eksiklikleri olduğu açıktır.

Beşinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin yarısından çoğunun modül çember ilişkisini anlamada bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Bu, analitik geometri derslerinde çemberin analitiği konusunun anlatılması ile karmaşık sayılar konusunun anlatılması sürecinin eş zamanlı olmamasından kaynaklanan bir durum olabilir.

Altıncı soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, karmaşık sayı-modül-çember ilişkisini kavrama noktasında öğrencilerin yarısından fazlasının bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Bunun temelinde çemberin analitiği ile ilgili bilgilerin tam oluşmadığı söylenebilir. Ayrıca kavramları birbiriyle ilişkilendirmede öğrencilerin sorun yaşadığı görülmektedir.

Yedinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin karmaşık sayılarla ilgili modül uygulaması yapmada sorunlar yaşadığı ve bilgi eksikliğinin olduğu görülmektedir. Bu kavram anlatılırken o kavrama ilişkin özelliklerin, uygulamaların yapılarak pratiğe geçirilmesi gerekmektedir.

Sekizinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin yarısından fazlasının karmaşık sayılarda modül bulma ile ilgili temel eşitlik ve bilgileri kullanmada bilgi eksikliği ve kavram yanılgısı yaşadıkları görülmektedir. Bu durumun ortaya çıkmasında öğretmenler tarafından yeterli pratik yapılmamasının rolü olabilir. Bu kısım anlatılırken bir karmaşık sayıyla eşleniğinin modülünün aynı olduğu, karmaşık sayının kuvvetinin modülünün kuvvetine eşit olduğu noktaları vurgulanmalıdır.

4.5. BEŞİNCİ ALT PROBLEME AİT BULGULAR VE YORUM

Beşinci alt problem "ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden bir denklemin kökleri ile karmaşık sayılar arasında ilişkiyi kurma noktasında bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?" şeklindedir. Bu probleme ilişkin verileri toplayabilmek için aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

Soru 1: **Bir kökü 1 – 2i olan reel katsayılı 2. dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinin çarpımı kaçtır?**

A) –5 B) –3 C) 0 D) 3 E) 5

Bu soruya öğrencilerin %39'u doğru cevap vermiştir. %4'ü A seçeneğini, %11'i B seçeneğini, %8'i C seçeneğini, %10'u D seçeneğini işaretleyip %27'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 2: **Toplamları ve çarpımları 2 olan iki karmaşık sayının farkı aşağıdakilerden hangisidir?**
(Bu karmaşık sayılar reel katsayılı 2. dereceden bir bilinmeyenli denklemin kökleridir.)

A) –2 B) 0 C) 2 D) –2i E) 4i

Bu soruya öğrencilerin %32'si doğru cevap vermiştir. %7'si A seçeneğini, %16'sı B seçeneğini, %7'si C seçeneğini, %3'ü E seçeneğini işaretleyip %33'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 3: Reel katsayılı bir bilinmeyenli bir denklemin bazı kökleri
1 – i, 2 – 3i ve 1 dir.

Buna göre, **bu denklemin derecesi en az kaçtır?**

A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

Bu soruya öğrencilerin %32'si doğru cevap vermiştir. %40'ı A seçeneğini, %8'i C seçeneğini, %4'ü D seçeneğini, %2'si E seçeneğini işaretleyip %13'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 4:</u> Aşağıdaki denklemlerden hangisinin bir kökü 2 + 3i dir?

A) $x^2 - 4x - 13 = 0$ B) $x^2 + 4x - 13 = 0$

C) $x^2 + 4x + 13 = 0$ D) $x^2 - 4x + 13 = 0$

E) $x^2 - 2x - 3 = 0$

Bu soruya öğrencilerin %33'ü doğru cevap vermiştir. %3'ü A seçeneğini, %8'i B seçeneğini, %12'si C seçeneğini, %19'u E seçeneğini işaretleyip %22'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiği öğrencilerin %60'ının ikinci dereceden bir denklemin kökleriyle karmaşık sayı arasındaki ilişkiyi algılama noktasında bilgi eksikliği yaşadıkları görülmektedir. Bu durumun ortaya çıkmasında reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin bir kökü karmaşıksa (diskriminant 0'dan küçükse) diğer kökün bu kökün eşleniği olduğu noktasına yeterince vurgu yapılmaması olabilir. Bu sorunun aşılmasında öğretmenlerin diskriminantı 0'dan küçük olan denklemler yazdırıp bu denklemlerin köklerini buldurarak kökler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarması ve öğrencinin bilgiye kendisinin ulaşmasını sağlaması faydalı olabilir.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin çok büyük bir kısmının reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinin bu denklemin diskriminantının negatif olması durumunda birbirinin eşleniği olan iki karmaşık sayı olduğu bilgisinde eksiklik yaşadığı görülmektedir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin büyük bir kısmının derece, kök, karmaşık sayı ilişkisini kurma noktasında kavram yanılgılarının olduğu gözükmektedir. Bu sorunun A seçeneğine verilen yanıtlar oldukça şaşırtıcıdır. Doğru cevap öğrencilerin %32'si tarafından seçilirken A seçeneğini %40'ı işaretlemiştir. Soruda verilen üç kökün denklemi oluşturmak için yeterli olduğu düşülmüştür. Ancak bir karmaşık kökün eşleniğinin de kök olma durumu göz ardı edilmiştir.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, bir kökü karmaşık verilen ikinci dereceden reel katsayılı bir bilinmeyenli bir denklemi oluşturmada öğrencilerin bilgi eksikliği ve kavram yanılgıları yaşadığı görülmektedir. Bu konuyla ilişkili en basit davranışlardan biri olan bu davranışın tam oluşmamasında öğretmenlerin yeterli vurguyu yapamadığı düşünülebilir.

4.6. ALTINCI ALT PROBLEME AİT BULGULAR VE YORUM

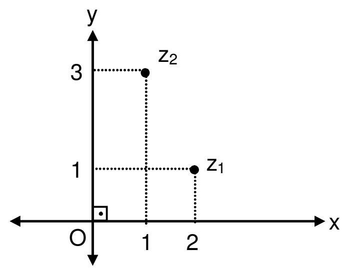
Altıncı alt problem "ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılarda dört işlem yapabilme ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?" şeklindedir. Bu problemle ilgili verileri toplayabilmek için aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

Soru 1: Karmaşık düzlemdeki A(1, –2) noktasına karşılık gelen karmaşık sayının standart gösterimi a + bi şeklindedir.
Buna göre, **bu karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –2i + 1 B) 1 + 2i C) –1 – 2i D) 2i – 2 E) 1 – 2i

Bu soruya öğrencilerin %66'sı doğru cevap vermiştir. %7'si A seçeneğini, %8'i B seçeneğini, %3'ü C seçeneğini, %3'ü D seçeneğini işaretleyip %13'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 2:



Karmaşık düzlemde karşılıklı geldiği noktalar işaretlenen z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için,
$z_1 + z_2$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 + 3i B) 3 + 3i C) 2 + 4i D) 3 + 4i E) 4 + 4i

Bu soruya öğrencilerin %75'i doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %4'ü B seçeneğini, %4'ü C seçeneğini, %4'ü E seçeneğini işaretleyip %8'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 3: **(1 – i).(2 + 3i).(3 – 4i) işleminin sonucu olan karmaşık sayının sanal kısmı kaçtır?**

A) – 18 B) –17 C) – 16 D) – 15 E) – 14

Bu soruya öğrencilerin %57'si doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %10'u C seçeneğini, %6'sı D seçeneğini, %7'si E seçeneğini işaretleyip %13'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 4: $z = a + bi$, $a \neq 0$ ve $b \neq 0$ ise,

$$\frac{z + \bar{z}}{Re(z)} + \frac{z - \bar{z}}{İm(z)}$$ **işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2 – 2i B) 4 C) 4.a D) 4.b E) 2 + 2i

Bu soruya öğrencilerin %33'ü doğru cevap vermiştir. %8'i A seçeneğini, %23'ü B seçeneğini, %6'sı C seçeneğini, %4'ü D seçeneğini işaretleyip %24'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 5: **$(1 + i)^{40}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2^{40} B) 2^{30} C) 2^{20} D) 2^{10} E) 2

Bu soruya öğrencilerin %50'si doğru cevap vermiştir. %8'i A seçeneğini, %3'ü B seçeneğini, %6'sı D seçeneğini, %18'i E seçeneğini işaretleyip %14'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 6: n bir doğal sayı olmak üzere,
$(1 + i)^{2.n}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^n.i^n$ B) 1 C) – 1 D) 2^n E) $2^n.i$

Bu soruya öğrencilerin %38'i doğru cevap vermiştir. %16'sı B seçeneğini, %6'sı C seçeneğini, %11'i D seçeneğini, %7'si E seçeneğini işaretleyip %21'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 7: **$\frac{3 + i}{3 - 4i}$ işleminin sonucunda bulunan karmaşık sayının eşleniğinin imajiner kısmı kaçtır?**

A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) 0 D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

Bu soruya öğrencilerin %30'u doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %8'i C seçeneğini, %39'u C seçeneğini, %4'ü E seçeneğini işaretleyip %12'si ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 8:</u> 3 – 4i karmaşık sayısının toplama işlemine göre tersi ile çarpma işlemine göre tersinin çarpımının reel kısmı kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Bu soruya öğrencilerin %33'ü doğru cevap vermiştir. %10'u B seçeneğini, %19'u C seçeneğini, %6'sı D seçeneğini, %6'sı E seçeneğini işaretleyip %23'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 9:</u> Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisinin çarpma işlemine göre tersinin eşleniği $\frac{2}{13} + \frac{3i}{13}$ sayısıdır?

A) 3 + 4i B) 3 – 4i C) 2 + 3i D) 2 – 3i E) 3 + 2i

Bu soruya öğrencilerin %26'sı doğru cevap vermiştir. %4'ü A seçeneğini, %4'ü B seçeneğini, %36'sı D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %23'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 10:</u> z bir karmaşık sayı olmak üzere,

$z.(1 + i) = -\bar{z} + 3i + 8$ ise,

$\frac{\text{Re}(z)}{\text{İm}(z)}$ **oranı kaçtır?**

A) – 2 B) $-\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

Bu soruya öğrencilerin %47'si doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %6'sı C seçeneğini, %10'u D seçeneğini, %3'ü E seçeneğini işaretleyip %28'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin karmaşık düzlemde koordinatları verilen bir noktaya karşılık gelen karmaşık sayının koordinatlarını yazma noktasında bilgi eksikliği yaşadıkları görülmektedir. Bu sorunun temelinde analitik geometri derslerinde koordinat düzlemi ve elemanlarına ilişkin temel kavramları öğrencilerin anlayamaması gösterilebilir. Bu sorunun aşılmasında analitik geometri ve matematik derslerinin işbirlikli biçimde işlenmesi faydalı olacaktır.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin daha az da olsa karmaşık düzlemde koordinatları verilen (şekille birlikte) iki karmaşık sayının toplamını standart biçimde yazmaya ilişkin bilgi eksikliği yaşadıkları görülmektedir. Birinci soruyla aynı davranışı ölçmeyi amaçlayan bu soruya verilen doğru yanıt yüzdesinin daha fazla olmasında soruya ait bilgilerin şekil üzerinde verilmesinin etkisi olduğu düşünülebilir. Genelde tüm derslerde, özelde matematikte somutlaşan durumların algılanmasının daha kolay olduğu açıktır. Ama şu da bir gerçektir ki soyut düşünmenin gelişebilmesi için, ki matematiğin büyük bir kısmı bu temeldedir, bu tarz davranışları ölçecek soruların da öğrencilere sorulması gerekir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin büyük bir kısmının karmaşık sayılarda çarpma işlemini yapmada bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Bu sorunun oluşmasında yeterli pratik yapılamamasının etkisi vardır.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin çok büyük bir kısmının karmaşık sayı, eşlenik, dört işlem yapma becerilerinde sorun yaşadıkları görülmektedir. Bu durumun nedeni sorunun sayısal değil de teorik olarak verilmesi ve öğrencilerin bu işlemleri yapma becerilerinin sınırlı olması olduğu düşünülebilir. Bunun aşılmasında öğretmenlerin pratik örnekleri vermesinin yanı sıra bu tarzdaki örnekleri de sunması gerekir.

Beşinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin yarısının karmaşık bir sayının kuvvetini hesaplama ile ilgili bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Özellikle konunun bu kısmı anlatılırken $(1 + i)^2 = 2i$ ve $(1 - i)^2 = -2i$ eşitliklerini öğretmenlerin iyi bir şekilde vurgulaması gerekmektedir.

Altıncı soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin yarısından çoğunun bir karmaşık sayının kuvvetini hesaplama ile ilgili bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Seçenekler incelendiğinde aynı davranışı ölçen beşinci soruya verilen doğru yanıt yüzdesinden daha az bir yüzdeyle yanıtlandığı görülmektedir. Bu soru öğrencinin genellemeye ulaşmasını amaçlayan bir sorudur. Genelde öğrencilerin genelleme yapmakta zorlandıkları görülmektedir. Dersler anlatılırken genelleme yapmayı sağlayacak problemlerin sunulması bu sorunun azalmasında etkili olabilir.

Yedinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin büyük bir kısmının karmaşık sayılarda bölme işlemi yapma ile ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Sorunun istediği, sonucun eşleniği ile ilgilidir. Öğrencilerin %39'u buna dikkat etmemiştir. Soruda istenilenin tam olarak anlaşılmadığı görülmektedir.

Sekizinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin bir karmaşık sayının toplama ve çarpma işlemlerine göre tersini bulma ile ilgili bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Bunun temelinde öğrencilerin bölme işleminde eşlenik ifadeyle çarpma durumunu anlamamış olmasıdır. Öğretmenlerin özellikle bölme işlemini anlatırken bu noktaya önem göstermesi gerekmektedir.

Dokuzuncu soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin çarpma işlemine göre tersi verilen bir karmaşık sayıyı bulma ile ilgili bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Oldukça düşük bir cevaplama yüzdesine sahip olan bu soru öğrencilerin bir ilişkiyi tersine çevirme ve yorumlamada zorluk çektiğini göstermektedir. Dersler anlatılırken kavramlara ilişkin ters örneklerin verilmesi, bilgiyi tersten kullanabilecekleri soruların sorulması bu sorunun aşılmasında faydalı olabilir.

Onuncu soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin karmaşık bir sayıyla ilişkili bir denklemi çözmede bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Yeterli sayıda uygulama yapılmasıyla bu sorun aşılabilir.

4.7. YEDİNCİ ALT PROBLEME AİT BULGULAR VE YORUM

Yedinci alt problem "ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir karmaşık sayının kutupsal biçimini anlama ve dört işlem yapabilme ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?" şeklindedir. Bu problemle ilişkili verileri toplayabilmek için aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

<u>Soru 1:</u> Kutupsal koordinatları $\left(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ olan karmaşık sayının standart biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 - i$ B) $i + 1$ C) $1 - i$

D) $-1 - i$ E) $i - 1$

Bu soruya öğrencilerin %33'ü doğru cevap vermiştir. %17'si A seçeneğini, %19'u B seçeneğini, %7'si C seçeneğini, %8'i D seçeneğini işaretleyip %25'i ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 2:</u> Kutupsal koordinatları $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3})$ olan z karmaşık sayısı için, $\frac{Re(z)}{İm(z)}$ kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) 2 D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$

Bu soruya öğrencilerin %30'u doğru cevap vermiştir. %6'sı A seçeneğini, %10'u B seçeneğini, %9'u C seçeneğini, %11'i E seçeneğini işaretleyip %31'i ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 3:</u> z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için;

Arg $(z_1 \, . \, z_2) = \dfrac{5\pi}{12}$ ve Arg $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right) = \dfrac{\pi}{4}$ dür.

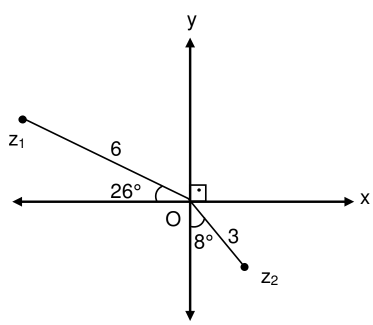
Buna göre, **z_1 karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisi <u>olabilir</u>?**

A) $1 + \sqrt{3}i$ B) $\sqrt{3} + i$ C) $\sqrt{3}i$

D) $1 + i$ E) 1

Bu soruya öğrencilerin %43'ü doğru cevap vermiştir. %15'i B seçeneğini, %5'i C seçeneğini, %8'i D seçeneğini, %6'sı E seçeneğini işaretleyip %23'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 4:</u>



$|z_1| = 6$ br $|z_2| = 3$ br

Karmaşık düzlemde görüntüleri verilen z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için;

$\dfrac{z_1^2}{z_2}$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2 + i$ B) $6\sqrt{3}i + 6\sqrt{3}$ C) $6i + 6$

D) $6i + 6\sqrt{3}$ E) $i + 1$

Bu soruya öğrencilerin %40'ı doğru cevap vermiştir. %12'si A seçeneğini, %12'si B seçeneğini, %10'u C seçeneğini, %4'ü E seçeneğini işaretleyip %20'si ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 5:</u> $\left| z - 2 + 3i \right| = 1$ **eşitliğini sağlayan z lerden x eksenine <u>en yakın</u> olanın modülü kaç birimdir?**

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2}$

Bu soruya öğrencilerin %32'si doğru cevap vermiştir. %14'ü A seçeneğini, %13'ü C seçeneğini, %5'i D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %29'u ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 6:</u> $\dfrac{(2.cis24°)^{20}}{(\sqrt{2}.cis5°)^{18}}$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2^{10}.cis36°$ B) $2^{10}.cis210°$ C) $2^{9}.cis120°$

D) $2^{11}.cis120°$ E) $2^{11}.cis30°$

Bu soruya öğrencilerin %31'i doğru cevap vermiştir. %10'u A seçeneğini, %8'i B seçeneğini, %4'ü C seçeneğini, %10'u D seçeneğini işaretleyip %36'sı ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin kutupsal koordinatları verilen bir karmaşık sayının standart biçimini yazma ile ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Karmaşık sayıların kutupsal biçimde yazımı matematiksel açıdan oldukça öneme sahiptir. Çünkü bir dönüşüm söz konusudur. Dönüşümler matematiğin vazgeçilmez öğeleridir. Durum ile problemi basitleştirme ve çözme anlamında önemlidirler. Öğretmenlerin karmaşık sayıların kutupsal biçimlerini anlatırken aradaki ilişkilerden bahsetmesi ve bu tarz bir yola başvurulmasının temel gerekçelerini kavratması bu davranışla ilgili eksikliklerin giderilmesinde etkili olabilir.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde kutupsal koordinatları verilen karmaşık bir sayının standart biçimini yazıp reel ve sanal kısmını bulma ile ilgili öğrencilerin bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin esas ölçünün çarpma ve bölme işlemlerinden değişimi ile ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Kutupsal biçimde yazılan karmaşık sayıların çarpımı ve bölümü durumlarında esas ölçülerinin değişimi öğretmenlerce örnekler verilip buluş yöntemi kullanılarak anlatılıp sorun çözülebilir.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde şekil üzerinde modülü ve esas ölçüsü verilen karmaşık sayılar ile işlem becerisi yapmada öğrencilerin bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin kutupsal koordinatların önemini kavramamasının burada etkisi olabilir.

Beşinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde modül-karmaşık sayı uygulamasını yapma ile ilgili öğrencilerin bilgi eksikliği yaşadıkları görülmektedir. Bu sorunun ortaya çıkmasında dersler arasındaki ilişkilerin kurulamamsı ve yeterli pratiğin yapılamaması olabilir.

Altıncı soruya verilen yanıtlar incelendiğinde De-moivre eşitliğinin kullanılmasına ilişkin öğrencilerin bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Düşük bir yanıtlama yüzdesine sahip soruda konunun bu kısmı anlatılırken özellikle De-moivre eşitliğinin iyi bir şekilde kavratılması gerekmektedir.

4.8. SEKİZİNCİ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUM

Sekizinci alt problem "ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir karmaşık sayının köklerini bulma ve orijin etrafında döndürme ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?" şeklindedir. Bu problemle ilgili verileri toplayabilmek için aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

Soru 1: **$z = 32.(\cos 270° + i.\sin 270°)$ karmaşık sayısının 5. dereceden köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2.cis270° B) 2.cis324° C) 2.cis18°

D) 2.cis92° E) 2.cis128°

Bu soruya öğrencilerin %30'u doğru cevap vermiştir. %9'u B seçeneğini, %8'i C seçeneğini, %7'si D seçeneğini, %8'i E seçeneğini işaretleyip %37'si ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>Soru 2:</u> i sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ C) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$

D) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

Bu soruya öğrencilerin %33'ü doğru cevap vermiştir. %9'u B seçeneğini, %18'i C seçeneğini, %4'ü D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %29'u ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>**Soru 3:**</u> $z = 1 + \sqrt{3}.i$ karmaşık sayısının karmaşık düzlemde belirttiği nokta işaretleniyor.

Karmaşık eksenler pozitif yönde $\frac{\pi}{3}$ radyanlık açı ile döndürüldüğünde; yeni oluşan koordinat sisteminde, işaretlenen nokta aşağıdakilerden hangisine karşılık gelir?

A) (1, 0) B) $(\sqrt{3}, 0)$ C) $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$

D) (2, 0) E) (1, 2)

Bu soruya öğrencilerin %29'u doğru cevap vermiştir. %12'si A seçeneğini, %21'i B seçeneğini, %12'si C seçeneğini, %6'sı E seçeneğini işaretleyip %29'u ise soruyu boş bırakmıştır.

<u>**Soru 4**</u>: Bir z karmaşık sayısı orijin etrafında pozitif yönde 43° döndürülerek z_1 karmaşık sayısı elde ediliyor. z_1 karmaşık sayısının saat yönünde 133°

döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı 1 + i olduğuna göre, **z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 + i B) i C) 1 – i

D) – 1 – i E) – 1 + i

Bu soruya öğrencilerin %26'sı doğru cevap vermiştir. %10'u A seçeneğini, %7'si B seçeneğini, %12'si C seçeneğini, %10'u D seçeneğini işaretleyip %35'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin karmaşık bir sayının köklerini bulma ile ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Son derece önemli yere sahip olan kök bulma konusu anlatılırken özellikle kök-esas ölçü-düzgün çokgen ilişkileri üzerinde vurgu yapılmalıdır.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin karmaşık bir sayının kareköklerini bulma ile ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde bir karmaşık sayının orijin etrafında dönmesi sonucu oluşan yeni karmaşık sayıyı bulma ile ilgili öğrencilerin bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde karmaşık sayı ve orijin etrafında dönme ile ilgili vurgulama yapmada öğrencilerin bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Özellikle orijin etrafında döndürme soruları anlatılırken şekillerin kullanılmasının olumlu etkisi olabilir.

5.0. SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmanın bundan önceki bölümlerinde ortaöğretim matematik ders müfredat program içerisinde yer alan karmaşık sayı konusu için belirlenen hedef davranışların ne oranda kazanıldığının bulguları ayrıntılı olarak verilmiş ve bu bulgulara dayanılarak yorumlar yapılmıştır. Bu bölümde ise sonuçlar ve öneriler sunulacaktır.

5.1. SONUÇLAR

Elde edilen bulguların yorumlanmasıyla aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

1. Öğrenciler karmaşık sayılar kümesine olan ihtiyacı anlama noktasında bilgi eksikliği yaşamaktadırlar.

2. Öğrenciler i sayısının anlamını kavrama ile ilgili bilgi eksiklikleri yaşamaktadır.

3. Öğrenciler i sayısıyla bir reel sayıyı karşılaştırma veya karşılaştırıp karşılaştırılamayacağını bilme ile ilgili eksikliği yaşamaktadır.

4. Öğrencilerde karmaşık sayılarla dört işlem yapabilme ile ilgili bilgi eksiklikleri oluşmuştur.

5. Öğrenciler ikinci dereceden denklemlerin köklerinin bulunması, kareköklü ifadelerin içlerinin negatif olması şeklinde matematikte sorun yaratan durumların kaynağını tam olarak anlayamamıştır.

6. Öğrenciler bir kompleks sayının modülü kavramını anlamada kavram yanılgıları yaşamaktadır.

7. Öğrencilerde bir kompleks sayının kutupsal gösteriminin algılanmasıyla ilgili sorunlar vardır.

8. Öğrenciler bir karmaşık sayının kutupsal biçimi ile ilgili kavramları anlama ve uygulamayla ilgili sorunlar yaşamaktadır.

5.2. ÖNERİLER

1. Öğrenciye sayı kümelerinin genişletilme nedenleri tam olarak anlatılmalı ve algılamaları çeşitli örneklerle sağlanmalıdır. Aksi durumda karmaşık sayı kümesinin anlatılması sırasında sorunlar yaşanmaktadır.

2. i sayısının anlamı üzerine çok değinilmelidir. i sayısı $\sqrt{-1}$ e eşit bir sayı değildir. $i^2 = -1$ olması ile bu durum çok farklıdır. İlk kavram yanılgısı burada başlayıp sonrasında büyüdüğünden konu anlatılmaya başlanırken bu eşitlik önemle vurgulanmalıdır.

3. Bir reel sayıyla bir karmaşık sayının karşılaştırılmasına ilişkin öğrencilerde kavram yanılgıları oluşmaktadır. Bu nedenle karmaşık bir sayının (sanal kısmı sıfırdan farklı), reel bir sayıyla karşılaştırılamayacağı gerçeği konu anlatımı sırasında vurgulanmalıdır.

4. Öğrencilerin karmaşık sayı işlemlerini kavramalarını hızlılaştırmak amacıyla yeterli sayıda karmaşık örnekler çözdürülüp olaylar arasındaki ilişkiler ve eşitlikler açığa çıkarılmalıdır.

5. Matematiğin farklı kısımlarında çıkan kimi sorunların aşılmasında karmaşık sayıların önemi vurgulanmalıdır. Çeşitli ikinci dereceden denklem örnekleri (diskriminantı negatif olan) veya köklü sayılarda kökün derecesinin çift olması durumunda kökü alınacak sayının negatif olması halindeki çözümsüzlük biçimindeki soru tipleri bu anlamda yardımcı olabilir.

6. İki nokta arasındaki uzaklık ile modül kavramı arasındaki ilişki kurulmalıdır. Bu kavramın algılanması bu haliyle kolaylaştırılabilir.

7. Öğrencilere matematikteki dönüşümlerin öneminden bahsedilmelidir. Kutupsal koordinatlara çevirme anlatılırken bu noktaya vurgu yapılmalıdır.

8. Anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirmede grup tartışmalarının önemi; yani öğrencilere kendi fikirlerini yansıtabilecekleri tartışma fırsatları vermenin etkinliği ispatlanmıştır. Bu yüzden öğrencilere matematiksel ilişkiler hakkında kendi düşüncelerini tartışabilecekleri bir ortam sunulmalı; ayrıca öğrenciler, aralarındaki fikir ayrılıklarını çözmek için cesaretlendirilmelidir.

9. Sınavlarda öğrencilere matematik ders kitaplarından alınan soruların sorulması ve derste çözülen örneklerin aynısının sorulması, öğrencileri ezberciliğe yönelterek düşüncelerini ve yaratıcılıklarını kısıtlamaktadır. Öğretmenler ölçme değerlendirme için soru-test geliştirme tekniklerini bilmediği için böyle bir uygulama yapıyor olabilirler. Dolayısıyla öğretmenler ölçme-değerlendirme konusunda yeterli bilgiye sahip olmalıdır.

10. Matematik dersinde klasik bir anlatım yönteminden çok konunun özelliğine göre bir veya birkaç öğretim yöntemi bir arada kullanılmalıdır.

11. Öğrencilerin birbirleri ile iletişimi iyi sağlanmalı, birbirleri ile tartışarak matematik adına bir şeyler öğrenmesine ortam hazırlanmalıdır. Böylelikle hem kalıcı öğrenme gerçekleşir hem de matematik problemlerinde başka çözüm yollarının da olabileceği fikrini benimserler.

12. Matematik öğretiminde yalnızca işlemsel bilgiye önem verilmemelidir. İşlemsel bilginin temelini oluşturan kavramsal bilgi üzerinde durulmalıdır. Yapılan eğitim işlemsel bilgi ile kavramsal bilginin dengelenmesine yönelik olmalıdır. Halbuki yapılan bir araştırmaya göre mevcut eğitim sistemi içerisinde kavramsal bilgi çok daha önemli olmasına rağmen, matematik öğretiminde işlemsel bilginin çok gerisinde kalmıştır (Baki, 1998).

13. Bütün bilimlerin temelinde matematik vardır. O halde matematik, matematik eğitimi ve matematiğin metodolojisine eğitimin her kademesinde geçmişten daha fazla önem verilmesi ve titizlikle gereken ne ise yapılması zorunludur. Eğitimde,

fertlerin anında memnun edilmesi gibi bir yanlış eğitim politikasına düşülmemesi gerekir.

14. Öğrenciyi merkeze alan ve onun özgürlüklerini kısıtlamayan, tam tersine gelişmesine yardımcı olan bir eğitim sistemine gereksinim duyan alanların başında belki matematik geliyor. Çağa ayak uydurabilen, bilimsel düşünen, yaratıcı bireyler yetiştirmek için, işe ilköğretimden itibaren, matematik öğretimindeki yaklaşımları değiştirmekle başlanabilir (Umay, 1996).

15. Öğrencilerin matematiğe karşı olan korku ve kaygılarının temelinde yatan, aslında bilinmeyene karşı duyulan korkudur (Nesin, 2001). Bu yüzden öğrencilere matematik en iyi şekilde öğretilmelidir. Matematik tam olarak öğretildiği zaman bu korku ve kaygı durumu ortadan kalkabilir.

16. Mevcut şartlarda uygulanması çok zor olsa da fakültelere giriş sınavı sadece test sınavıyla belirlenmemelidir. Belki bu test sınavı ön eleme sınavı olarak kullanılabilir. Fakat sonuçta analiz, sentez ve yorumlama gibi yüksek seviyeli bilişsel hedefleri ölçen bir sınavın daha fakülteler tarafından yapılması gerekir (Köroğlu, Albayrakoğlu, Kayser, 1996).

17. Matematik öğretiminde yararlanılan ders kitapları ve yardımcı kitaplar, farklı isimler altında da olsa biri birinin kopyası biçiminde düzenlenmiştir. Ünitelerin ortaya konuluşunda ve problemin çözüm yollarının irdelenmesinde farklı yaklaşımlara rastlanmamaktadır. Kitaplarda amaca hizmet edecek, yeterli sayıda grafik, şekil ve çizelge bulunmamaktadır. Varolanların da pek çoğu önceden hazırlanmış kitaplardan aktarılmış durumdadır. Ünitelerin başında varılmak istenen özel hedefler yoktur. Kesim sonlarındaki alıştırmaların büyük bir bölümü tek bir bağıntının hatırlanması ya da yalnızca işlem yapılarak çözülebilecek türden seçilmiştir. Ünite sonlarında öğrencilerin kendi kendilerine örnekleme yapabilmelerine önem ve fırsat verilmemektedir (Alkan, Sezer ve Özçelik, 1996).

Bütün bu eksikliklerin tekrar gözden geçirilerek çözüm yollarının aranması gerekmektedir.

18. Sınıftaki öğrenci sayısı süratle azaltılmalıdır. İdeal olan 15-20 kişilik sınıflarda ders yapılmasıdır. Gerçi, ülkemizin sosyal ve ekonomik durumuyla iç içe olan bu sorun çözülmez gibi görünüyorsa da okullarımızın süratle özelleştirilmesiyle halledilebileceği düşünülmektedir (Köroğlu, Albayrakoğlu, Kayser, 1996).

19. Öğrenciler işlenecek konu hakkında önceden bilgilendirilmelidir. Çünkü öğrenci için güvenlik çok önemlidir. Bir başka deyişle eğer sınıfta neler işlendiği-işleneceği ve bunların nasıl yapıldığı öğrenci tarafından bilinmiyorsa, bu anda kaygı ve stres oluşturur.

20. Öğretmen, değişik öğretim yöntem ve tekniklerini uygulayabilmelidir. Bu yöntem ve teknikleri, konunun amaçları, eldeki imkanlar, öğrencinin özellikleri ve konunun özelliklerini göz önünde bulundurarak seçebilmelidir. Ayrıca, matematik öğretiminde değişik yöntem ve teknikler kullanılarak öğrencilerin başarılı olmalarına, matematiği sevmelerine, matematikte kendilerine güvenmelerine, matematiksel düşünmelerine, matematiksel olarak iletişim kurmalarına ve matematiğin değerini anlamalarına yardımcı olunabilir.

21. Matematik dersi işlenirken, etkinliklerle, çalışma yaprağı, tartışma kavram haritası, soru-cevap yöntemi gibi farklı yöntemler kullanıldığı zaman öğrencilerin derse olan ilgileri artmakta ve eksik algılamaları da ortadan kalkmaktadır. Kavramların öğrencilerin zihnine tam anlamıyla yerleşebilmesi ve kalıcı olabilmesi için matematik öğretmenlerinin konuları etkinlik yaparak anlatması, kavramları soyut olmaktan çıkarıp somut hale getirebilmek için çalışma yapraklarından yararlanması gerekmektedir.

22. Öğretmenler konuları işlerken uygun zamanda, uygun öğretim yöntemlerini kullanmalıdır. Öğrenciler böylece kavramları tam olarak anlayabilecek ve karamlar kalıcı olacaktır. Tüm öğretmenler öğrenme-öğretme yöntemlerini,

öğrenmeyi daha etkin hale getirmek için kullanılabilecek reçeteler olarak görmelidir (McNeil ve Wiles, 1990).

23. Unutulmamalıdır ki hızlı kalkınmanın yolu eğitimden geçmektedir. Gerçekten düşünce üretilmeden toplumlar kalkınmaz. Düşünce üretiminin başında matematik gelir. Bu yüzden matematiksiz kalkınma olmaz (Kart, 2002). Bu nedenle ilköğretimde temeli atılan matematik eğitimine gerekli önemi vermeliyiz.

24. Öğrencilerin büyük çoğunluğu matematik öğretiminde hedeflenen düzeyden geri kalmaktadır. Bu durumun başta gelen sebeplerinden biri düz anlatım yönteminin okullarda yaygın olarak kullanılmasıdır. Bu yöntemle öğrencilerin çoğu hazırcı, pasif, ezberci e bir problemi kendi kendine çözemeyen bir grup olarak yetiştirilmiş olmaktadır (Nizamoğlu, 1996).

25. Öğrencilerin görüşlerine değer verilmeli, belirli konularda seçme şansı tanınmalıdır. Ayrıca bir şeyler üretebilecekleri yönünde yüreklendirilmeli ve içlerindeki potansiyel yaratıcı gücü fark etmeleri sağlanmalıdır. Yeni bir şeyler ortaya koyan öğrenci kendine güven kazanacak ve kişisel gelişim noktasında önemli mesafe kat edecektir

26. Bu araştırma bir ön çalışma olarak kabul edilerek daha geniş bir örneklem üzerinde her yönüyle daha kapsamlı çalışmalar yapılmalıdır.

KAYNAKÇA

- **Albayrak, M.,** 2000, İlköğretimde Matematik Ve Öğretimi, Aşık Matbaası, Ankara, (2. Baskı), s.12 – 19.

- **Alkan, H., Sezer, M., ve Özçelik, A.Z.,** 1996, "Matematik Öğretiminde Ölçme ve Değerlendirmenin Etkisi", II. Ulusal Eğitim Sempozyumu Bildirileri, Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi, İstanbul, s.375 – 385.

- **Alkan, H., Sezer, M., ve Köroğlu, H.,** 1996, "Matematik Öğretiminde Yeni Bir Model Yaklaşımı", II. Ulusal Eğitim Sempozyumu Bildirileri, Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi, İstanbul, s.390 – 394.

- **Altun, M.,** 1998, Matematik Öğretimi, Alfa Yayınları, Bursa, s.1 – 51.

- **Baki, A.,** 1998, "Matematik Öğretiminde İşlemsel Ve Kavramsal Bilginin Dengelenmesi", Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu, Özel Sayı, Erzurum, s.259 – 263.

- **Baykul, Y.,** 1999, İlköğretimde Matematik Öğretimi, Anı Matbaacılık, Ankara, (3. Baskı), s.35 – 45.

- **Beydoğan, H.Ö.,** 1998, Çocuklarda Kavram Öğrenme Ve Kavram Öğretme, K.K. Eğitim Fak. Yayınları, Erzurum, s 12–104.

- **Boyacıoğlu, H.,**2003, "Matematikte Ölçme ve Değerlendirmenin Öğrenci Başarısına Olan Katkısı" (Doktora Tezi), D.E.Ü. Buca Eğitim Fakültesi, İzmir.

- **Cuoco, A.,** 1997., Constructing The Complex Numbers, Intertional Journal Of Computers For Mathematical Learning, 2(2), p.155 – 186.

- **Demana, F., and Waits, B.K.**, 1990, "The Role Of Tecnology in Teaching Mathematics Teacher", January, Math. Teacher.

- **Demirel, Ö.,** 1999, Öğretme Sanatı, Pegem Yayıncılık, Ankara, s.80.

- **Dugopolski, M.,** 2002, Precalculus Functions And Graphs, Addison Wesley, Boston, MA.

- **Ertürk, S.,** 1994, Eğitimde Program Geliştirme, 8. Baskı, Meteksan, Ankara, s12.

- **Fidan, N., ve Erden, M.,** 1991, Eğitime Giriş, Alkım Yayınları, Ankara, s.22.

- **Göker, L.,** 1997, Matematik Tarihi Ve Türk– İslam Matematikçilerinin Yeri, M.E.B. Yayınları, İstanbul, s.53 – 242.

- **Işık, A. ,** 2001, "Matematik Dünyasında Değişimler", Journal Of Scientific Research Foundation, (Yayına Kabul), Indıa.

- **Işık, A. , ve Bekdemir, M.,** 1998, "Matematiğin Doğası ve Eğitimdeki Yeri", Çağdaş Eğitim, Ankara, sayı 245, s. 19 – 22.

- **İfrah, G.,** 1996, çev: Kurtuluş Dinçer, Rakamların Evrensel Tarihi-I, Tübitak yay., Ankara, (6. baskı), s.10 – 33.

- **Kart, C.,** 1999, "Matematik Dersinin Önemi" , Çağdaş Eğitim, Ankara, sayı 252, s.3-6.

- **Kart, C.,** 2002, "Matematik Dersinin Önemi" , Çağdaş Eğitim Dergisi, Ekim sayı 291.

- **Kleiner, I.,** 1998, Thinking The Unthinkable : The Story Of Complex Numbers, Mathematics Teacher, 81, p. 583-592.

- **Koçer, H.A.,** 1982, Türkiyede Modern Eğitimin Doğuşu ve Gelişimi, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul, s.101.

- **Köroğlu, H, Albayrakoğlu, S.,ve Kayser, S.,** 1996, "Matematik Öğretiminde Temel Kavramların Verilmesinde Karşılaşılan Güçlükler Ve Giderilme Yolları", II. Ulusal Eğitim Sempozyumu Bildirileri, Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi, İstanbul.

- **Mcneil, J.D. , Wıles, J.,** 1990, The Essentials of Teaching.

• **Nesin, A.,** 2001, "Matematik ve Sonsuz" , İstanbul Bilgi Üniversitesi Yayınları, İstanbul.

• **Nizamoğlu, Ş., Güney, Z., ve Yılmaz, S.,** 1996 "İlköğretim İkinci Kademesinde Matematik Öğretimi ve Sorunları" , D.E.Ü., İzmir.

• **Ortaöğretim Matematik Dersi Taslak Programı** , 1998, EARGED, M.E.B Yayınları, s.1–53.

• **Ortaöğretim Matematik Öğretimi Cilt – II,** 1997, Yök/Dünya Bankası, Milli Eğitim Geliştirme Projesi, Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi, Ankara, s.5.1– 5.3.

• **Pesen, C., Odabaş., A.,** 2000, Matematik Öğretimi, Mikro Basım Yayım-Dağıtım, Konya, s.15 – 38.

• **Savaş, E.,** 1999, Matematik Öğretimi, Kozan Ofset Matbaacılık San. Ve Tic. Ltd. Şti., Ankara, s.2 – 24.

• **Selvi, K.,** 1996, Fen Lisesi Ve Matematik Öğretim Programlarının Değerlendirilmesi, (Yayınlanmamış Doktora Tezi), Ankara Üniversitesi, Ankara, s.52-56.

• **Senemoğlu, N.,** 1997, Gelişim Öğrenme Ve Öğretim, Spot Matbaacılık, Ankara, s.470 – 480.

• **Türk, E.,** 1999 Türk Eğitim Sistemi, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara, s.105 – 106.

• **Tepedelenoğlu, N.,** 1984, Kim Korkar Matematikten, Bilim Sanat Yayınları, Ankara, s.14.

• **Titiz, M. T.,** 1998, Ezbersiz Eğitim Yol Haritası, Beyaz Yayınları, İstanbul, s.407.

• **Uluçay, C.,** 1978, Fonksiyonlar Teorisi Ve Riemann Yüzeyleri, Ankara Üniversitesi Basımevi, Ankara.

• **Umay, A.,** 1996, "Matematik Eğitimi ve Ölçülmesi", Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, sayı 12, Ankara, s.145–149.

- **Ülgen, G.,** 1996, Kavram Geliştirme ve Uygulamalar, Setma Basım, Ankara, (2. Baskı), s. 34 – 84.

- **Varış, F.,** 1978, Eğitimde Program Geliştirme, Ankara Ün. Basımevi, Ankara, (3. Baskı), s.205.

- **Yılmaz, A.,** 1990, Türkiye'de Fen Öğretiminin Genel Bir Değerlendirilmesi, Sonuçlar ve Öneriler, (Yayınlanmamış Doktora Tezi), H.Ü., Ankara, s.12.

Aşağıdaki test öğrencilerin karmaşık sayılar konusundaki kavram yanılgılarının tespiti ve çözüm önerilerinin belirlenmesi amacıyla hazırlanmıştır. Testteki sorulara vereceğiniz yanıtlar bilimsel bir önem taşıyacaktır. Bu nedenle bilemediğiniz soruları boş bırakmanız çok önemlidir. Çelişkiye düştüğünüz sorularda size en mantıklı gelen seçeneği işaretleyin. Test için öngörülen süre 60 dakikadır.
Bu çalışmaya katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Mehmet Fatih Özdemir

Matematik Öğretmeni

SORULAR

1. **Matematikte karmaşık sayılar kümesine olan ihtiyaç aşağıdaki denklemlerden hangisinin çözümü içindir?**

A) $x - 1 = 0$ B) $2x - 1 = 0$ C) $x^2 - 1 = 0$
D) $x^2 + 1 = 0$ E) $x^2 - 2 = 0$

2. **Aşağıdaki 2. dereceden denklemlerden hangisinin çözümü için karmaşık sayılar kümesine ihtiyaç vardır?**

A) $x^2 - 2x - 3 = 0$ B) $x^2 - 1 = 0$ C) $x^2 + x - 1 = 0$
D) $x^2 - x = 0$ E) $x^2 + x + 1 = 0$

3. **Aşağıdaki cümlelerden hangisi karmaşık sayıya olan ihtiyacı anlatmaktadır?**

A) Kareköklü bir ifadenin kökün içinin rasyonel olması durumunda çözümsüzlüğü
B) Kareköklü bir ifadenin kökün içinin irrasyonel olması durumunda çözümsüzlüğü
C) Köklü bir ifadenin kökün içinin negatif olması durumunda çözümsüzlüğü
D) Kareköklü bir ifadenin kökün içinin negatif olması durumunda çözümsüzlüğü
E) Tümü

4. **Reel sayılar kümesinden daha geniş bir küme olan karmaşık sayılar kümesi aşağıdaki ihtiyaçların hangisine cevap olarak doğmuştur?**

A) İki bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfırdan küçük olması halinde işlem yapılamaması nedeniyle
B) İkinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfırdan küçük olması halinde işlem yapılamaması nedeniyle

C) İkinci dereceden tek bilinmeyenli bir denklemin diskrimantının sıfırdan küçük olması durumunda işlem yapılamaması nedeniyle

D) İkinci dereceden tek bilinmeyenli bir denklemin diskrimantının sıfırdan büyük olması durumunda işlem yapılamaması nedeniyle

E) İkinci dereceden tek bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfıra eşit olması durumunda işlem yapılamaması nedeniyle

5. IR reel sayılar kümesini, C karmaşık sayılar kümesini göstermek üzere; **aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?**

I. $IR \cap C = \varnothing$ II. $IR \subset C$

III. $3 \in C$ IV. $i \in IR$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. IR (reel sayılar) ve C (komplex sayılar) kümeleri için, **aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?**

I. $IR \subset C$
II. $C \subset IR$
III. $IR = C$
IV. $IR \cap C \neq \varnothing$
V. $C - IR = \varnothing$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. –1 ve i sayıları için, **aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) $-1 = i$

B) $-1 > i$

C) $-1 < i$

D) $-i^2 = -1$

E) Bu sayılar karşılaştırılamaz.

8. $z = i$ ve 1 sayıları için, **aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) $z > 1$ B) $z < 1$ C) $z = 1$

D) $|z| = 1$ E) $|z| > 1$

9. $i^1 + i^2 + i^3 + \ldots + i^n = i$
Yukarıdaki eşitliğe göre, **doğum yılı n olan biri aşağıdaki yıllardan hangisinde doğmuş <u>olabilir</u>?**

A) 2000 B) 2001 C) 2002 D) 2003 E) 2004

10. Aşağıdaki işlemlerden hangisinin sonucu diğerlerinden farklıdır?

A) i^{404} B) i^{1000} C) i^{102} D) i^{500} E) i^{304}

11. Aşağıdaki sayılardan hangisi bir imajiner sayıdır?

A) 0 B) 1 C) – 1 D) 1 + i E) i

12. Aşağıdaki sayılardan hangisi, sanal kısmı olmayan karmaşık bir sayıdır?

A) $\sqrt{3} + 1$ B) $1 - \sqrt{-1}$ C) i D) 1 + i E) i^3

13. Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisinin; sanal kısmı 2, reel kısmı –3 tür?

A) 2 – 3i B) –3 + 2i C) 2 + 3i D) 3 + 2i E) –2 – 3i

14. z karmaşık sayısı için,
Re(z) = –2 ve İm(z) = 1 ise, $\bar{z}$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) – 2 – i B) – 2 + i C) 1 – 2i D) 1 + 2i E) 2 + i

15. Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisinin karmaşık düzlemde karşılık geldiği nokta sanal eksen üzerindedir?

A) 2 B) –1 C) – i D) 1 + 2i E) 1 + i

16. Karmaşık düzlemde A(–1, 2) noktasıyla aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisi eşleşir?

A) $2 - i$ B) $-1 + 2i$ C) $1 - 2i$ D) $2 + i$ E) $-1 - 2i$

17. Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisi karmaşık düzlemin IV. bölgesindedir?

A) $1 - 2i$ B) $1 + 2i$ C) $3 + i$ D) $-3 + i$ E) $-1 - 2i$

18. Karmaşık düzlemin II. bölgesinde yer alıp reel eksene 2 br ve sanal eksene 3 br uzaklıkta bulunan karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3 + 2i$ B) $2 - 3i$ C) $-2 + 3i$ D) $-3 - 2i$ E) $2 + 3i$

19. I. $z + \bar{z}$ karmaşık sayısı karmaşık düzlemin ikinci bölgesinde olabilir.
II. $z - \bar{z}$ karmaşık sayısı karmaşık düzlemin reel ekseni üzerindedir.
III. $z \,.\, \bar{z}$ sayısı daima reel dir.

z bir karmaşık sayı ve $\bar{z}$ onun eşleniği olmak üzere, **yukarıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri doğrudur?**

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

20. z karmaşık bir sayı ve $\bar{z}$ de bu karmaşık sayının eşleniği olmak üzere, $z \cdot \bar{z}$ **ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşit <u>olabilir</u>?**

A) i B) $-i$ C) 1 D) $1 - i$ E) $1 + i$

21. $Re(z) = -3$ ve $|z| = 5$ iken,
z aşağıdakilerden hangisi <u>olabilir</u>?

A) $-3 + 5i$ B) $3 - 5i$ C) $-3 - 3i$ D) $-3 - 4i$ E) $4 - 3i$

22. Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisinin modülü 10 dur?

A) $6 - 8i$ B) $10 - 10i$ C) $5 + 5i$

D) $3 - 4i$ E) $\sqrt{36} + \sqrt{81}$

23. z bir karmaşık sayı olmak üzere;
aşağıdakilerden hangisi merkezi (1, –2) ve yarıçapı 5 birim olan çemberin iç bölgesini gösterir?

A) $|z + 1 - 2i| < 5$ B) $|z + 2i - 1| < 5$ C) $|z + 2i - 1| \leq 5$

D) $|z + 2i + 1| \leq 5$ E) $|z - 1 - 2i| < 5$

24. $|z + 2 - 2\sqrt{3}\,i| = 2$ eşitliğini sağlayan z ler içinde argümenti en büyük olanın argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{5\pi}{4}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

25. $z = 6 - 8i$ karmaşık sayısı için,

$\left|\frac{(-z).(\bar{z})}{z^2}\right| + |z|$ **ifadesinin eşiti kaçtır?**

A) 1 B) 10 C) 11 D) 20 E) 21

26. z karmaşık sayısı için;

$z = \left(\overline{[(3-4i)^2]}\right)^{-1}.25$ ise,

$|z|$ **kaçtır?**

A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 1 D) 5 E) 25

27. Bir kökü $1 - 2i$ olan reel katsayılı 2. dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) –5 B) –3 C) 0 D) 3 E) 5

28. Toplamları ve çarpımları 2 olan iki karmaşık sayının farkı aşağıdakilerden hangisidir?
(Bu karmaşık sayılar reel katsayılı 2. dereceden bir bilinmeyenli denklemin kökleridir.)

A) –2 B) 0 C) 2 D) –2i E) 4i

29. Reel katsayılı bir bilinmeyenli bir denklemin bazı kökleri $1 - i$, $2 - 3i$ ve 1 dir.

Buna göre, **bu denklemin derecesi <u>en az</u> kaçtır?**

A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

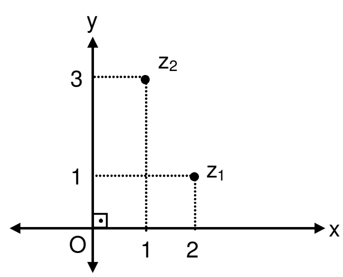
30. Aşağıdaki denklemlerden hangisinin bir kökü $2 + 3i$ dir?

A) $x^2 - 4x - 13 = 0$ B) $x^2 + 4x - 13 = 0$ C) $x^2 + 4x + 13 = 0$ D) $x^2 - 4x + 13 = 0$ E) $x^2 - 2x - 3 = 0$

31. Karmaşık düzlemdeki $A(1, -2)$ noktasına karşılık gelen karmaşık sayının standart gösterimi $a + bi$ şeklindedir.
Buna göre, **bu karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-2i + 1$ B) $1 + 2i$ C) $-1 - 2i$ D) $2i - 2$ E) $1 - 2i$

32.



Karmaşık düzlemde karşılıklı geldiği noktalar işaretlenen z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için,
$z_1 + z_2$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 + 3i$ B) $3 + 3i$ C) $2 + 4i$ D) $3 + 4i$ E) $4 + 4i$

33. $(1 - i).(2 + 3i).(3 - 4i)$ işleminin sonucu olan karmaşık sayının sanal kısmı kaçtır?

A) – 18 B) –17 C) – 16 D) – 15 E) – 14

34. $z = a + bi$, $a \neq 0$ ve $b \neq 0$ ise,

$\dfrac{z+\bar{z}}{Re(z)} + \dfrac{z-\bar{z}}{İm(z)}$ **işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2 - 2i$ B) 4 C) 4.a D) 4.b E) $2 + 2i$

35. $(1 + i)^{40}$ **işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2^{40} B) 2^{30} C) 2^{20} D) 2^{10} E) 2

36. n bir doğal sayı olmak üzere,

$(1 + i)^{2.n}$ **ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2^n.i^n$ B) 1 C) -1 D) 2^n E) $2^n.i$

37. $\dfrac{3+i}{3-4i}$ **işleminin sonucunda bulunan karmaşık sayının eşleniğinin imajiner kısmı kaçtır?**

A) $-\dfrac{4}{5}$ B) $-\dfrac{3}{5}$ C) 0 D) $\dfrac{3}{5}$ E) $\dfrac{4}{5}$

38. 3 – 4i karmaşık sayısının toplama işlemine göre tersi ile çarpma işlemine göre tersinin çarpımının reel kısmı kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

39. Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisinin çarpma işlemine göre tersinin eşleniği $\dfrac{2}{13} + \dfrac{3i}{13}$ **sayısıdır?**

A) $3 + 4i$ B) $3 - 4i$ C) $2 + 3i$ D) $2 - 3i$ E) $3 + 2i$

40. z bir karmaşık sayı olmak üzere,

$z.(1 + i) = -\bar{z} + 3i + 8$ ise,

$\dfrac{Re(z)}{İm(z)}$ **oranı kaçtır?**

A) -2 B) $-\dfrac{3}{2}$ C) 1 D) $\dfrac{3}{2}$ E) 2

41. Kutupsal koordinatları $\left(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ olan karmaşık sayının standart biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 – i B) i + 1 C) 1 – i D) –1 – i E) i – 1

42. Kutupsal koordinatları $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3})$ olan z karmaşık sayısı için, $\frac{Re(z)}{İm(z)}$ kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) 2 D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$

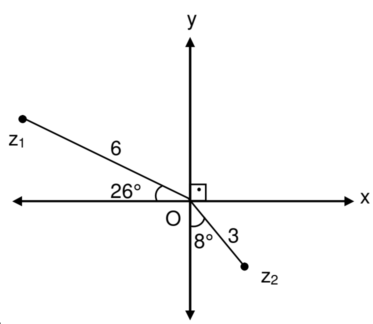
43. z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için;

Arg $(z_1 . z_2) = \frac{5\pi}{12}$ ve Arg $\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \frac{\pi}{4}$ dür.

Buna göre, **z_1 karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisi <u>olabilir</u>?**

A) $1 + \sqrt{3}i$ B) $\sqrt{3} + i$ C) $\sqrt{3}i$ D) 1 + i E) 1

44.



$|z_1| = 6$ br $|z_2| = 3$ br

Karmaşık düzlemde görüntüleri verilen z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için;

$\frac{z_1^2}{z_2}$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2 + i B) $6\sqrt{3}i + 6\sqrt{3}$ C) 6i + 6 D) $6i + 6\sqrt{3}$ E) i + 1

45. $|z - 2 + 3i| = 1$ **eşitliğini sağlayan z lerden x eksenine <u>en yakın</u> olanın modülü kaç birimdir?**

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2}$

46. $\dfrac{(2.cis24°)^{20}}{(\sqrt{2}.cis5°)^{18}}$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2^{10}.cis36°$ B) $2^{10}.cis210°$ C) $2^{9}.cis120°$

D) $2^{11}.cis120°$ E) $2^{11}.cis30°$

47. z = 32.(cos270° + i.sin270°) karmaşık sayısının 5. dereceden köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2.cis270° B) 2.cis324° C) 2.cis18°

D) 2.cis92° E) 2.cis128°

48. i sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$ B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$ C) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$

D) $\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}i$ E) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}i$

49. $z = 1 + \sqrt{3}.i$ karmaşık sayısının karmaşık düzlemde belirttiği nokta işaretleniyor. **Karmaşık eksenler pozitif yönde $\dfrac{\pi}{3}$ radyanlık açı ile döndürüldüğünde; yeni oluşan koordinat sisteminde, işaretlenen nokta aşağıdakilerden hangisine karşılık gelir?**

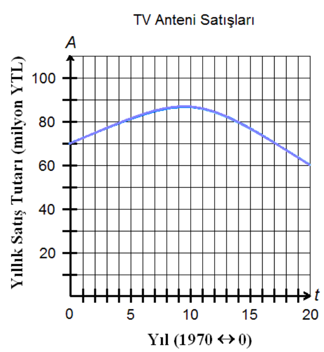
A) (1, 0) B) $(\sqrt{3}, 0)$ C) $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$

D) (2, 0) E) (1, 2)

50. Bir z karmaşık sayısı orijin etrafında pozitif yönde 43° döndürülerek z_1 karmaşık sayısı elde ediliyor. z_1 karmaşık sayısının saat yönünde 133° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı 1 + i olduğuna göre, **z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 + i B) i C) 1 – i

D) – 1 – i E) – 1 + i

ALT ÖĞRENME ALANI	KAZANIMLAR	ETKİNLİK ÖRNEKLERİ	AÇIKLAMALAR
	1. Gerçek sayılar kümesini genişletme gereğini örneklerle açıklar.	$x-5=0$, $2x-3=0$, $x^2-6=0$ denklemlerinin hepsinin gerçek sayılar kümesinde çözümlerinin olduğu vurgulanır. $x^2+1=0$ denkleminin, gerçek sayılar kümesinde çözümünün olup olmadığını tartışmaları istenir. Sonuç olarak gerçek sayılar kümesinden daha büyük bir kümeye ihtiyaç olduğu hissettirilir. Bir ülkede 1970-1990 yılları arasında TV anteni yıllık satış tutarı A (milyon YTL) $A=-0,2t^2+3,5t+70$, $0\le t\le 20$, $(t=0\leftrightarrow 1970)$ biçiminde verilmiştir. Bu modele bağlı olarak, hangi yıl içinde TV anteni yıllık satış tutarının 95 milyon YTL'ye ulaştığı buldurulur. $A=-0,2t^2+3,5t+70 \Rightarrow 95=-0,2t^2+3,5t+70$ $\Rightarrow 0,2t^2-3,5t+25=0$ Diskriminant negatif olduğu için bu denklemin gerçek kökü yoktur. Bu nedenle TV anteni yıllık satış tutarı hiçbir zaman 95 milyon YTL'ye ulaşamaz. Bu sonucun aşağıdaki grafiğe göre yorumu yaptırılır ve en çok satış yapılan yıl buldurulur.  Ayrıca satışların hangi yıllar içinde 80 milyon YTL'ye ulaştığı buldurulur ve önceki durumla farkı ifade ettirilir.	

Sınıf İçi Etkinlik [!] Uyarı İç İlişkilendirme Diğer Derslerle Bağlantılar Ölçme ve Değerlendirme

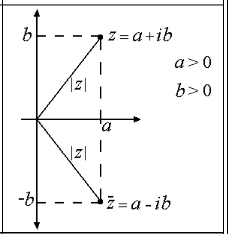
ÖĞRENME ALANI: CEBİR 1. BÖLÜM: KARMAŞIK SAYILAR

<table>
<tr><th>ALT ÖĞRENME ALANI</th><th>KAZANIMLAR</th><th>ETKİNLİK ÖRNEKLERİ</th><th>AÇIKLAMALAR</th></tr>
<tr><td></td><td>2. Sanal birimi (i sayısını) belirtir ve bu sayının kuvvetlerini hesaplar.</td><td>$i=\sqrt{-1}$ şeklinde tanımlandığı belirtilir. Aşağıdaki tablo doldurtularak i sayısının kuvvetleri hesaplatılır.
<table>
<tr><td>i^0</td><td>i</td><td>i^2</td><td>i^3</td><td>i^4</td><td>i^5</td><td>i^6</td><td>i^7</td><td>i^8</td><td>i^9</td><td>i^{10}</td><td>i^{11}</td><td>i^{12}</td><td>...</td></tr>
<tr><td>1</td><td>$\sqrt{-1}$</td><td>-1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Bu tablo yardımıyla $n\in N$ olmak üzere
$$i^k=\begin{cases}1, & k=4n\\ i, & k=4n+1\\ -1, & k=4n+2\\ -i, & k=4n+3\end{cases}$$
olduğu keşfettirilir.</td><td>$i=\sqrt{-1}$ ve $n\in Z^+$ olmak üzere, $\dfrac{i^{4n+3}+i^{8n-1}}{i^{2-12n}}$ ifadesinin en sade biçimini bulunuz.</td></tr>
<tr><td></td><td>3. Karmaşık sayıyı, standart biçimini, gerçek kısmını, sanal kısmını açıklar ve iki karmaşık sayının eşitliğini ifade eder.</td><td>İki karmaşık sayının birbirine eşit olması için gerçek kısımların birbirine, sanal kısımların da birbirine eşit olması gerektiği belirtilir. $z_1=2x-y-15+(x+y+2)i$ ve $z_2=3+8i$ olmak üzere, $z_1=z_2$ için x ve y değerleri buldurulur.</td><td>[!] $a,b\in R$ ve $i=\sqrt{-1}$ olmak üzere, $a+ib$ biçimindeki sayılara karmaşık sayı denildiği belirtilir.</td></tr>
</table>

Sınıf İçi Etkinlik [!] Uyarı İç İlişkilendirme Diğer Derslerle Bağlantılar Ölçme ve Değerlendirme

ÖĞRETİM PROGRAMI

ÖĞRENME ALANI: CEBİR **1. BÖLÜM:** KARMAŞIK SAYILAR

<table>
<tr><th>ALT ÖĞRENME ALANI</th><th>KAZANIMLAR</th><th>ETKİNLİK ÖRNEKLERİ</th><th>AÇIKLAMALAR</th></tr>
<tr><td></td><td>4. Karmaşık düzlemi açıklar ve verilen bir karmaşık sayıyı karmaşık düzlemde gösterir.</td><td>Karmaşık sayılar ile analitik düzlemin noktaları arasında bire bir ve örten bir eşleme yapılabilir. Bu eşlemede $z=a+ib$ karmaşık sayısına (a,b) noktası karşılık gelir. Buna göre, aşağıdaki karmaşık sayıları karmaşık düzlemde göstermeleri istenir.
• $z_1=-5$ • $z_2=4i$ • $z_3=3-2i$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>5. Bir karmaşık sayının eşleniğini ve modülünü açıklar, karmaşık düzlemde gösterir.</td><td>Aşağıdaki tablo doldurtulur.
<table>
<tr><th>Karmaşık Sayı</th><th>Gerçek Kısmı</th><th>Sanal Kısmı</th><th>Modülü</th><th>Eşleniği</th><th>Düzlemde Gösterimi</th></tr>
<tr><td>$z=a+ib$</td><td>$\mathrm{Re}(z)=a$</td><td>$\mathrm{Im}(z)=b$</td><td>$|z|=\sqrt{a^2+b^2}$</td><td>$\overline{z}=a-ib$</td><td></td></tr>
<tr><td>$z_1=3-2i$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$z_2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>6. Karmaşık sayılarda ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözümü yapar.</td><td>$x^2-2x+5=0$ denkleminin çözüm kümesi buldurulur. Elde edilen köklerin karmaşık düzlemde geometrik yorumu yaptırılır.

Köklerinden biri $3-2i$ olan gerçek katsayılı ikinci derece denklem yazdırılır.

$x^2-(1+2i)x-1+i=0$ denkleminin kökleri buldurulur.</td><td>[!] İkinci dereceden bir bilinmeyenli gerçek katsayılı bir denklemin köklerinden biri $a+ib$ ise diğeri $a-ib$ dir. ($a,b\in R$)

$x^2-6x+10=0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.</td></tr>
</table>

Sınıf İçi Etkinlik [!] Uyarı İç İlişkilendirme Diğer Derslerle Bağlantılar Ölçme ve Değerlendirme

ÖĞRETİM PROGRAMI

ÖĞRENME ALANI: CEBİR **1. BÖLÜM:** KARMAŞIK SAYILAR

<table>
<tr><th>ALT ÖĞRENME ALANI</th><th>KAZANIMLAR</th><th>ETKİNLİK ÖRNEKLERİ</th><th>AÇIKLAMALAR</th></tr>
<tr><td></td><td>7. Karmaşık sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini ve geometrik yorumlarını yapar, toplama işleminin özelliklerini gösterir.</td><td>Karmaşık sayılar toplanırken veya çıkarılırken gerçek kısımlar kendi aralarında sanal kısımlar da kendi aralarında toplanır veya çıkarılır.
Bu açıklamalardan sonra aşağıdaki çalışma kâğıdı dağıtılarak genel kurallara ulaşmaları sağlanır.
<table>
<tr><th>z_1</th><th>z_2</th><th>$z_1 + z_2$</th><th>$z_1 - z_2$</th></tr>
<tr><td>$1+2i$</td><td>$3-4i$</td><td>$4-2i$</td><td>$-2+6i$</td></tr>
<tr><td>$1-i$</td><td>$1+i$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$2-3i$</td><td>$\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\sqrt{2}-\sqrt{5}i$</td><td>$2\sqrt{2}+3\sqrt{5}i$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>x_1+iy_1</td><td>x_2+iy_2</td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>8. Karmaşık sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini yapar, çarpma işleminin özelliklerini gösterir.</td><td>Karmaşık sayılar arasında çarpma işlemi; çok terimlilerin çarpımında olduğu gibi yapılır. Bölme işleminde ise payda gerçek olacak şekilde eşlenik işlemi uygulanır.
Bu açıklamalardan sonra aşağıdaki çalışma kâğıdı dağıtılarak genel kurallara ulaşmaları sağlanır.
<table>
<tr><th>z_1</th><th>z_2</th><th>$z_1.z_2$</th><th>z_1/z_2</th></tr>
<tr><td>$1+2i$</td><td>$3-4i$</td><td>$11+2i$</td><td>$\frac{-1+2i}{5}$</td></tr>
<tr><td>$1-i$</td><td>$1+i$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$2-3i$</td><td>$\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\sqrt{2}-\sqrt{5}i$</td><td>$2\sqrt{2}+3\sqrt{5}i$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>x_1+iy_1</td><td>x_2+iy_2</td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>Aşağıdaki işlemleri yapınız.
• $\sqrt{-5}.\sqrt{5}.\sqrt{-3}.\sqrt{3}$
• $(3-2i)(1+4i)$
• $\frac{2+i}{3-4i}$
• $\frac{i}{2-i}-\frac{1}{2+i}$

$2z-\overline{z}=5+i-zi$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısını bulunuz.

$(\overline{z}-1)(1-i)=5-i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısını bulunuz.

$z^3+2z^2+kz+8=0$ denkleminin bir kökü $1-i$ ise k kaçtır?</td></tr>
</table>

Sınıf İçi Etkinlik [!] Uyarı İç İlişkilendirme Diğer Derslerle Bağlantılar Ölçme ve Değerlendirme

ÖĞRETİM PROGRAMI

ÖĞRENME ALANI: CEBİR 1. BÖLÜM: KARMAŞIK SAYILAR

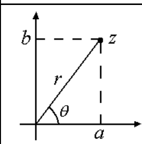
ALT ÖĞRENME ALANI	KAZANIMLAR	ETKİNLİK ÖRNEKLERİ	AÇIKLAMALAR
	9. Eşlenik ve modül ile ilgili özellikleri gösterir.	$z = \dfrac{\left(\sqrt{19}-\sqrt{6}i\right)\left(3+\sqrt{7}i\right)}{\left(\sqrt{6}-2i\right)^2}$ sayısının modülü buldurulur. $z_1 = 5-2i$, $z_2 = 3+4i$ karmaşık sayıları için aşağıdaki işlemler yaptırılır. • $\overline{z_1+z_2}$ • $\left\lvert \overline{z_1.z_2} \right\rvert$ • $\left\lvert \dfrac{z_1^{\,2}}{z_2} \right\rvert$ • $\left\lvert z_1^{-1}.\overline{z_2} \right\rvert$	[!] $z, z_1, z_2 \in C$ olsun. • $\overline{(\overline{z})} = z$ • $\overline{z_1+z_2} = \overline{z_1}+\overline{z_2}$ • $\overline{z_1-z_2} = \overline{z_1}-\overline{z_2}$ • $\overline{z_1.z_2} = \overline{z_1}.\overline{z_2}$ • $\overline{z_1:z_2} = \overline{z_1}:\overline{z_2}$ • $z.\overline{z} = \lvert z\rvert^2$ • $\lvert z_1.z_2\rvert = \lvert z_1\rvert.\lvert z_2\rvert$ • $\lvert z_1:z_2\rvert = \lvert z_1\rvert:\lvert z_2\rvert$, $(z_2 \neq 0)$
	10. Karmaşık düzlemde iki karmaşık sayı arasındaki uzaklığı açıklar ve karmaşık sayı ile çember ilişkisini belirtir.	Karmaşık düzlemde $z_1 = 4+6i$ ve $z_2 = 4+5i$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklık buldurulur. $\lvert z-4+5i\rvert = 2$ eşitliğini sağlayan $z = x+iy$ karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemini bulmaları ve karmaşık düzlemde göstermeleri istenir. $2 < \lvert z-2-2i\rvert \leq 3$ koşulunu sağlayan $z = x+iy$ karmaşık sayılarının grafiğini karmaşık düzlemde çizmeleri istenir. $\lvert z-3+4i\rvert = 1$ eşitliğini sağlayan $z = x+iy$ karmaşık sayılarının modülü en küçük ve en büyük olanlarının modülleri buldurulur.	[!] $z = x+iy$, $z_0 = x_0+iy_0$ ve $r \in R^+$ alınırsa; • $\lvert z-z_0\rvert = r$ eşitliği, merkezi (x_0, y_0) ve yarıçapı r birim olan bir çember belirtir. • $\lvert z-z_0\rvert < r$ eşitsizliği, merkezi (x_0, y_0) ve yarıçapı r birim olan çemberin iç bölgesini belirtir. • $\lvert z-z_0\rvert > r$ eşitsizliği, merkezi (x_0, y_0) ve yarıçapı r birim olan çemberin dış bölgesini belirtir. $z_1 = 1-2i$ ve $z_2 = -3+i$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklığı bulunuz.

Sınıf İçi Etkinlik [!] Uyarı İç İlişkilendirme Diğer Derslerle Bağlantılar Ölçme ve Değerlendirme

ÖĞRETİM PROGRAMI

ÖĞRENME ALANI: CEBİR **1. BÖLÜM:** KARMAŞIK SAYILAR

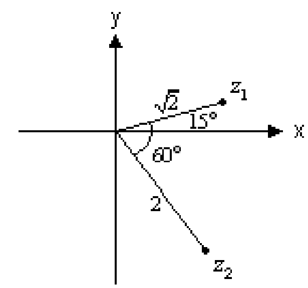
ALT ÖĞRENME ALANI	KAZANIMLAR	ETKİNLİK ÖRNEKLERİ	AÇIKLAMALAR
	1. Bir noktanın kartezyen koordinatları ile kutupsal koordinatları arasındaki bağıntıları bulur, standart biçimde verilen bir karmaşık sayının kutupsal koordinatlarını belirler ve karmaşık düzlemde gösterir.	Aşağıdaki çalışma kâğıdı dağıtılır.	Kutupsal koordinatları $\left(\sqrt{6}, \frac{5\pi}{3}\right)$ olan karmaşık sayıyı standart biçimde yazınız. $\lvert z-2i \rvert = 1$ eşitliğini sağlayan $z = x+iy$ karmaşık sayılarının argümenti en küçük ve en büyük olanlarının argümentlerini bulunuz.

Standart Biçimde Verilen Karmaşık Sayı	r nin Bulunması	θ Açısının Bulunması	Düzlemde Gösterilmesi	Karmaşık Sayının Kutupsal Biçimi
$z = a+ib$	$r = \lvert z \rvert = \sqrt{a^2+b^2}$	$\tan\theta = \frac{b}{a}$		$z = r.cis\theta$
$z = 1+i$				
$z = -\sqrt{3}+i$				
$z = -3\sqrt{2}-3\sqrt{6}i$				
$z = 2-\sqrt{3}i$				

Sınıf İçi Etkinlik [!] Uyarı İç İlişkilendirme Diğer Derslerle Bağlantılar Ölçme ve Değerlendirme

ÖĞRETİM PROGRAMI

ÖĞRENME ALANI: CEBİR **1. BÖLÜM:** KARMAŞIK SAYILAR

ALT ÖĞRENME ALANI	KAZANIMLAR	ETKİNLİK ÖRNEKLERİ	AÇIKLAMALAR
	2. Kutupsal biçimde verilen iki karmaşık sayı arasında toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri yapar.	$z_1 = \sqrt{2}(\cos 45^\circ + i\sin 45^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 150^\circ + i\sin 150^\circ)$ olmak üzere, $z_1 + z_2$ ve $z_1 - z_2$ işlemleri yaptırılır. $z_1 = (1+i)^3$ ve $z_2 = (1+\sqrt{3}i)^6$ olmak üzere $\frac{z_1}{z_2}$ bölme işlemi yaptırılır. $z_1 = (\cos 124^\circ + i\sin 56^\circ)$, $z_2 = (\cos 32^\circ + i\sin 148^\circ)$ ve $z_3 = (\cos 56^\circ - i\sin 236^\circ)$ olmak üzere $\frac{z_1 . z_2}{z_3}$ işlemi yaptırılır.	[!] Kutupsal biçimde verilen iki karmaşık sayı arasında yapılan çarpma ve bölme işlemlerinin geometrik yorumu verilmez.  $\frac{z_1}{z_2}$ karmaşık sayısını bulunuz. $z_1 = \text{cis}\,40^\circ$ ve $z_2 = \text{cis}\,100^\circ$ olduğuna göre $\lvert z_1 + z_2 \rvert$ ifadesini hesaplayınız.

Sınıf İçi Etkinlik [!] Uyarı İç İlişkilendirme Diğer Derslerle Bağlantılar Ölçme ve Değerlendirme

ÖĞRETİM PROGRAMI

ÖĞRENME ALANI: CEBİR **1. BÖLÜM:** KARMAŞIK SAYILAR

ALT ÖĞRENME ALANI	KAZANIMLAR	ETKİNLİK ÖRNEKLERİ	AÇIKLAMALAR
	3. Bir karmaşık sayının orijin etrafında pozitif yönde α açısı kadar döndürülmesi ile elde edilen karmaşık sayıyı bulur.	$z=\sqrt{3}-i$ karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 30° döndürülmesi ile elde edilen noktanın koordinatları buldurulur. $P(-1,1)$ noktasının orijin etrafında pozitif yönde 75° döndürülmesi ile elde edilen noktanın koordinatları buldurulur.	
	4. De Moivre kuralını ifade eder ve kutupsal koordinatlarda verilen bir karmaşık sayının kuvvetlerini belirler.	$z=-1+\sqrt{3}i$ olmak üzere, De Moivre formülü kullanarak z^{100} karmaşık sayısı buldurulur. $z=\sqrt{2}(\cos 24^{\circ}+i\sin 24^{\circ})$ olmak üzere, z^5 karmaşık sayısı buldurulur.	$z=\sqrt{3}-i$ olduğuna göre z^{15} karmaşık sayısını bulunuz.
	5. Verilen bir karmaşık sayının $(n\in N)$ n. dereceden köklerini belirler, kareköklerini ve küp köklerini bulur, karmaşık düzlemde gösterir ve geometrik olarak yorumlar.	8 – 6i karmaşık sayısının karekökleri buldurulur. Bu kökleri karmaşık düzlemde göstermeleri istenir ve geometrik yorumu yaptırılır. – 8i karmaşık sayısının küp kökleri buldurulur. Bu kökleri karmaşık düzlemde göstermeleri istenir ve geometrik yorumu yaptırılır. $x^2-(5-i)x+8-i=0$ denkleminin kökleri buldurulur.	$x^2-(1-i)x+2-2i=0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz. $z^2=1+\sqrt{3}i$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz. $z^3-8i=0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz. $z^2-5+12i=0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Sınıf İçi Etkinlik [!] Uyarı İç İlişkilendirme Diğer Derslerle Bağlantılar Ölçme ve Değerlendirme