T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÖRÜNTÜ KAVRAMINA İLİŞKİN ÖĞRENCİ GÜÇLÜKLERİNİ GİDERMEYE YÖNELİK BİR DERS TASARIMI

Rukiye ASLAN

İzmir
2011

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÖRÜNTÜ KAVRAMINA İLİŞKİN ÖĞRENCİ GÜÇLÜKLERİNİ GİDERMEYE YÖNELİK BİR DERS TASARIMI

Rukiye ASLAN

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Sibel YEŞİLDERE

İzmir
2011

YEMİN

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum **"Örüntü Kavramına İlişkin Öğrenci Güçlüklerini Gidermeye Yönelik Bir Ders Tasarımı"** adlı çalışmanın, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynak dizininde gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Rukiye ASLAN

29/ 06 / 2011

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında bana değerli önerileriyle yol gösteren, bir araştırmacı olarak her açıdan iyi yetişmem için gayret gösteren ve en zor anlarımda benden ilgi ve desteğini esirgemeyen değerli danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Sibel YEŞİLDERE'ye çok teşekkür ederim. Sizinle çalışmak; hayatımda elde edebileceğim en büyük şanslardan biriydi…

Lisans ve yüksek lisans eğitimimde kendilerinden çok şey öğrendiğim, iyi bir akademisyen ve eğitimci olmanın yanında bizlerden ilgi ve sevgilerini esirgemeyen ve en zor anlarımda yanımda olan değerli hocalarım Sayın Yrd. Doç. Dr. Süha YILMAZ'a ve Sayın Doç. Dr. Elif TÜRNÜKLÜ'ye sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Ayrıca bu süreçte varlığından güven duyduğum ve beni sevgiyle sahiplenen değerli hocam Sayın Dr. Güzin ÖZYILMAZ'a çok teşekkür ederim.

Yüksek lisans tez çalışmalarımın ilk aşamalarından itibaren her sorunumda yardımcı olan değerli arkadaşlarım Mürüvvet BERKÜN ve Selda CENGİZPEKER'e; Damla SARI'ya; Özgül SAVAŞ, Berna KUTLUK ve Erdem KAFTAN'a; ismini sayamadığım çalışma ve yüksek lisans dönem arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim. Çalışmalarım süresince sevgisiyle bana güven veren değerli arkadaşım Zerrin KARCILILAR'a çok teşekkür ederim. Yaptığım çalışmaları destekleyen, mesleğim ile birlikte eğitimimi devam ettirebilme imkânı tanıyan ve bir idareci olmaktan çok bir baba gibi yaklaşan değerli Okul Müdürüm Hidayet VURAL ve Müdür Yardımcım Halit SAĞIÇMAK'a teşekkürü bir borç bilirim.

Eğitim hayatımın her aşamasında desteklerini ve güvenlerini hissettiğim; iyiye, doğruya ve güzele ulaşmamda bana yol gösteren sevgili annem ve babam Nurdane ve Sefa GÖKCE'ye; varlığı ile bana güven veren canım ağabeyim Göksel GÖKCE'ye ihtiyaç duyduğum her an yanımda oldukları için teşekkür ederim. Yeni bir hayata el ele başladığımız bu yolda elimi hiç bırakmayan ve beni her kararımda destekleyen, başarımda büyük katkısı olan biricik eşim Ozan ASLAN'a çok teşekkür ederim. İyi ki varsın…

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM III

BÖLÜM IV

TABLO LİSTESİ

ŞEKİL LİSTESİ

ÖZET

Örüntü Kavramına İlişkin Öğrenci Güçlüklerini Gidermeye Yönelik Bir Ders Tasarımı

Rukiye ASLAN

Bu araştırmanın amacı, örüntü kavramına ilişkin literatürde rapor edilen öğrenci güçlüklerini belirlemek ve bu güçlükleri giderebilecek bir ders tasarımı hazırlamaktır.

Araştırmada, nitel araştırma yöntemleri araştırma sorularına ve araştırmanın odak noktasına uygun olacak şekilde kullanılmıştır. Öğrencilerin cebirsel genelleme süreçlerini güçlükler bağlamında inceleyerek bir ders tasarımı önerisi geliştirebilmek amaçlandığından nitel araştırma yöntemlerinden eylem araştırması benimsenmiştir.

Araştırmanın katılımcıları; 2010-2011 eğitim ve öğretim yılının 1. döneminde Denizli Raşit Özkardeş İlköğretim Okulu'nda öğrenim gören on üç 7. sınıf öğrencisidir. Bu katılımcılar, amaçlı örnekleme stratejisine göre belirlenmiştir. Uygulama sürecinde tutulan notlar, video ve ses kayıtları ve gözlem yolu ile veri toplanmıştır. Araştırmada üç adet veri toplama aracı kullanılmıştır. İlk veri toplama aracı öğrencilerin sayı örüntülerini genellemeye ilişkin ön öğrenmelerini ve güçlüklerini belirlemek amacıyla hazırlanan açık uçlu problemlerdir. İkinci veri toplama aracı, öğrenci güçlüklerini giderme amacıyla hazırlanan etkinliklerdir. Üçüncü veri toplama aracı ise uygulama sonrasında öğrenci güçlüklerindeki değişimi saptamayı amaçlayan açık uçlu problemlerdir.

Araştırmanın veri analizleri, öğrencilerin örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerinde kayda değer bir gelişim gösterdiklerini ortaya çıkarmıştır. Araştırma sonucunda; öğrencilerde strateji kullanımında, cebirsel genelleme yapabilmede, notasyon kullanımında, modelleri bir kural bulma yönünde etkili kullanabilmede gelişim gösterdikleri belirlenmiştir.

Araştırmadan elde edilen sonuçların özellikle örüntüler konusunda yaşanan güçlüklerin giderilmesinde ve bir etkinliğin nasıl tasarlanacağı konusunda eğitimcilere katkı sağlayacağı düşünülmektedir

Anahtar Kelimeler: Örüntü, öğrenci güçlükleri, cebirsel genelleme, etkinlik tasarımı

ABSTRACT

A Task Design About How to Remove Stdudents' Difficulties Relating to Pattern Concept

Rukiye ASLAN

The aim of this research is to define students' difficulties relating to pattern concept and prepare a lesson scheme to remove these difficulties.

In this research, qualitative research methods were used in an appopriate way focusing on the research and research questions. Action research that is one of the qualitative research methods was adopted because it was aimed to develop a lesson scheme by investigating students' difficulties relating to students' algebraic generalization process.

The participants are 13 students who are the 7th grade students of Raşit Özkardeş Primary School during 2010-2011 academic year in the first term.These participants were determined according to purposeful sampling strategy.The data was collected by observation, video and audio records and the notes taken during the practice process.Three data collecting tools were used.The first one is the open-ended problems which were prepared to define the students' difficulties and the students' pre-learning experience relating to their number pattern generalization. The tasks which were prepared to overcome students' difficulties are the second tool.The third tool is the open-ended problems aiming to find the changes on the students' difficulties after the practice.

The data analysis bring out that students have showed an important development on difficulties relating to pattern concept. On the result of the research, it is defined that students developed a great change on using strategy,doing algebraic generalization, using notation and using the models to find the rules.

It is thought that the results will contribute to the educators particularly about how to overcome difficulties on patterns and how to prepare a task.

Key Words: Pattern, Student Difficulties, Algebraic Generalization, Task Design

BÖLÜM I

GİRİŞ

Matematik eğitimi; bireylere dünyayı, çevrelerindeki etkileşimleri, sosyal olay ve olguları anlayabilmelerine yardımcı olacak bilgi ve beceri donanımı sağladığından günlük yaşamda matematiği etkili kullanabilme becerisi her geçen gün önem kazanmaktadır. Buna bağlı olarak değişen ve gelişen dünyada matematiği anlayabilen, etkili kullanabilen bireyler geleceğini şekillendirmede daha fazla şansa ve seçeneğe sahip olmaktadır. Yaşanan değişim ve gelişimler ise matematiğin ve matematik eğitiminin ortaya çıkan gereksinimler doğrultusunda tekrar değerlendirilmesi zorunluluğunu getirmiştir (MEB, 2009).

Matematik eğitimindeki son gelişmeler, öğrencilerin "matematiksel kavramları ve sistemleri anlayabilen, bunlar arasında ilişkiler kurabilen, bu kavram ve sistemleri günlük hayatta ve diğer öğrenme alanlarında kullanabilen" (MEB, 2009: 9) bireyler olmasını gerektirmektedir. Matematiğin sayı, geometrik şekil, fonksiyon ve uzay kavramları ile bu kavramların özelliklerini ve aralarında kurulan ilişkileri inceleyen bir bilim olduğu göz önüne alınırsa öğrencilere bu doğrultuda problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme yapma becerileri kazandırılmalıdır.

Problem çözme, ilişkilendirme, akıl yürütme gibi beceriler üzerine yapılan literatür taraması, matematik eğitiminde istendik pek çok boyutun "örüntü" kavramı üzerinde toplandığını göstermiştir (Birken ve Coon, 2008; Burns, 2000; Cathcart, Pothier, Vance ve Bezuk, 2003; NCTM, 1989; NCTM, 2000). Bu durum, söz konusu araştırmanın örüntü kavramı çerçevesinde şekillenmesini sağlamıştır.

Öğrencilerin güçlü bir cebir ve matematik bilgisine sahip olması yönünde yapılan araştırmalar, öğrencilerde örüntü kavramına ilişkin becerilerin sorunsuz biçimde kazanılması gerekliliğini ön plana çıkarmıştır. Örüntü kavramına verilen böylesine bir önem, bu kavrama ilişkin güçlüklerin giderilmesi ihtiyacını ortaya çıkarmıştır. Etkili öğrenme ve öğretme ilke ve yaklaşımlarına ilişkin araştırmalarda rastlanan bazı bulgular (Bell, 1993; Biza, Nardi ve Zachariades, 2007; Doyle, 1988; Henningsen ve Stein, 1997; Özmantar ve Bingölbali, 2009), bu çalışmada güçlük giderme amacıyla etkinliklerin kullanılabileceğine dair fikir vermiştir.

Söz konusu araştırmada örüntü kavramına ilişkin yaşanan öğrenci güçlüklerinin giderilmesine yönelik etkinlikler cebirsel genelleme süreci çerçevesinde ele alınmıştır.

Tez beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde çalışmanın amacına ve ortaya çıkış kaynağına, konunun önemine, getireceği yeniliklere ve bunların uygulanabilirliğine dair bilgilere değinilmektedir.

İkinci bölümde tez konusuyla ilgili yayın ve araştırmalara yer verilmiştir. Örüntü kavramına yönelik yapılan tanımlamalar ve bu kavramın matematiksel açıdan önemi açıklanmaktadır. Örüntü kavramına ilişkin güçlükler ele alınarak, yararlı olabilecek strateji, yaklaşım ve genelleme süreçlerine değinilmektedir. Ayrıca araştırmada güçlük giderme aracı olarak kullanılan etkinliklerin tasarım süreci, ilkeleri ve sınıflandırılması üzerine yapılan çalışmalar ele alınmıştır.

Üçüncü bölümde araştırmanın yöntemi açıklanmaktadır. Bu bölümde araştırma deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları ve geliştirilmesi, işleyiş, araştırmacının rolü, araştırmanın geçerlik ve güvenirliği ve veri çözümleme teknikleri ele alınmaktadır.

Dördüncü bölümde araştırmanın bulguları ve yorumları yer almaktadır. İlköğretim 7. sınıf öğrencilerine uygulanan Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 1'e, Sayı Örüntülerini Genelleme Etkinlikleri'ne ve Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 2'ye ilişkin elde edilen bulgular sunulmaktadır. Öğrencilerin genelleme süreçlerine ilişkin elde edilen bulgular kuramsal çerçeve etrafında ayrıntılı olarak incelenmektedir.

Beşinci bölümde, elde edilen bulguların genel değerlendirilmesi yapılmaktadır. Öğrencilerin örüntü kavramına ilişkin güçlükleri ve geliştirilen etkinliklerin bu güçlükleri gidermedeki etkisi tartışılmaktadır. Ayrıca yapılması yararlı olabilecek yeni araştırma konuları önerilmektedir.

1.1. Problem Durumu

Dünyada bilgi, sürekli bir değişim içindedir. Var olan bilgilerin her geçen gün değişmesi ve yenilenmesi bilimde de hızlı değişimlere sebep olmaktadır. Hızla gelişen bilime ve teknolojiye ayak uydurmaya çalışan toplumlarda "eğitim" anlayışı ve buna bağlı olarak "öğrenme" kavramı da boyut değiştirmiştir.

Türkiye'de 2005 yılında değişen öğretim programı, tüm bu yenilikler ve değişimler göz önüne alınarak uygulamaya konulmuştur. Yeni İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yapılandırmacı eğitim anlayışı gereği öğrencilere, değişen ve gelişen bilgiye ulaşma yollarının öğretilmesi esas alınmaktadır. Böylece İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda problem çözme (Milli Eğitim Bakanlığı, 2009: 12) ve ilişkilendirme becerileri (MEB, 2009: 20) üzerine odaklanılmıştır.

Bu doğrultuda günümüz matematik eğitimi anlayışı, kendi kendine öğrenebilen, matematiksel bilgiyi keşfedip yorumlayabilen bireyleri ön plana çıkarmıştır. Bu özellikteki bireyler, matematiği günlük hayatta etkin olarak kullanabilme potansiyeline sahiptir. Günlük hayatta kullanılan matematik de çevremizdeki ve doğadaki düzeni, ilişkileri matematikleştirme çabasıdır. Matematik yapısı gereği; ilişkiler kurma ve bu ilişkileri genelleme, desenler ve düzen oluşturma bilimidir. Desenler ve düzen oluşturma bilimi ifadesinin altında yatan temel kavram da örüntülerdir.

Tüm bunlardan hareketle matematiksel kavramların birbiriyle ve farklı disiplinlerle olan ilişkisinde desen ve düzen oluşturabilme öne çıkan önemli bir beceri haline gelmiştir. Bu yeterlilikleri kendinde bulunduran ve yeni matematik dersi öğretim programında ilk kez yer alan "örüntü" kavramının ele alınış şekli ve beraberinde getirdiği güçlükler de önem kazanmıştır.

Bir yandan örüntü kavramının merkezi matematiksel bir kavram haline gelmesi, diğer yandan örüntü kavramına ilişkin yaşanan güçlükler; örüntü kavramının doğru şekilde anlaşılması ve ele alınması gerekliliğini oluşturmuştur. Bir matematiksel kavramın doğru öğrenilmesi hatta matematik öğrenimi söz konusu olduğunda; öğretim sürecinde etkinlik kullanımını kaçınılmaz hale getirmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2009). Bazı araştırmalarda, güçlük giderme aracı olarak etkinliklerin kullanılabileceğine dair bulgulara rastlanmaktadır (Biza, Nardi ve Zachariades, 2007). Bu yüzden güçlük gidermeye yönelik etkinlik kullanımı; etkinliklerin seçimini, kullanım şeklini ve tasarım sürecini önemli hale getirmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2009).

Bu araştırmada örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerinin giderilmesi amaçlandığından güçlük giderme aracı olarak etkinlikler kullanılmaktadır. Sayı örüntülerini genellemeyi destekleyen bu etkinliklerin, hangi tasarım ilke ve prensipleri etrafında şekillendiği açıklanmaktadır.

1.2.Amaç ve Önem

Türkiye'de 2005 yılında değişen öğretim programı ile birlikte "örüntü" kavramı ilk defa matematik dersi öğretim programında yer almıştır. İlköğretim matematik dersi öğretim programında ilk kez yer alması, öğretmenlerin bu konuyu öğrencilik yaşamlarında deneyimlememiş olmaları ve örüntü kavramıyla ilk kez öğretme sürecinde karşılaşmaları, öğrencilerin değişen programın getirilerine ayak uyduramaması gibi sebeplerden ötürü örüntü konusu beraberinde öğrenme ve öğretme güçlükleri getirmiştir. Bu bağlamda araştırmanın amacı; örüntü kavramına ilişkin literatürde rapor edilen öğrenci güçlüklerini belirlemek ve bu güçlükleri giderebilecek bir ders tasarımı hazırlamaktır.

Türkiye'de örüntü kavramına yönelik az sayıda araştırma bulunmaktadır. Örüntü kavramına yönelik güçlükleri gidermeyi amaçlayan araştırmalar Türkiye'nin yanı sıra diğer ülkelerde de oldukça azdır. Araştırma yapmanın doğası gereği bulguların ülkelerin eğitim politikaları paralelinde farklılaşabileceği de göz önüne alınırsa örüntü kavramını konu alan araştırmaların sayısını arttırmanın gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle kendi matematik öğretim programımıza ışık tutacak bu çalışmanın matematik eğitimi araştırmalarına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.3. Problem Cümlesi:

Ders tasarımı, öğrencilerin sayı örüntülerini genellemede yaşadıkları güçlükleri gidermede ne ölçüde yardımcı olmuştur?

1.4. Alt Problemler:

1. Öğrenci güçlükleri bağlamında ve cebirsel genellemenin inşası çerçevesinde Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 1'de genelleme süreci nasıl gerçekleşmiştir?
2. Sayı Örüntülerini Genelleme Etkinlikleri'nin uygulanması sürecinde neler gözlemlenmmiştir?
3. Öğrenci güçlükleri bağlamında ve cebirsel genellemenin inşası çerçevesinde Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 2'de genelleme süreci nasıl gerçekleşmiştir?
4. Eylem planı sonrasında öğrencilerde ne yönde gelişim gözlemlenmiştir?

1.5. Sayıltılar

1. Bu araştırmada çeşitli kaynaklardan ve kurumlardan elde edilen bilgiler gerçeği yansıtmaktadır.
2. Öğrenciler örüntü kavramına ilişkin açık uçlu problemleri ve etkinlik sorularını içtenlikle yanıtlamışlardır.

1.6. Sınırlılıklar

1. Araştırma, 2010-2011 eğitim öğretim yılı birinci döneminde Denizli ili Merkez Raşit Özkardeş İlköğretim Okulu'nda aynı sınıfta öğrenim gören 13 tane 7. sınıf öğrencisinden oluşturulan çalışma grubu ile sınırlıdır.
2. Araştırma ilköğretim 7. sınıf matematik programında yer alan Örüntüler öğrenme alanının alt öğrenme alanıyla sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Örüntü : Nesne veya şekillerin belirli bir kurala göre oluşturdukları düzendir.

Genelleme : Özleden genele yapılan zihinsel geçiş işlemi.

Etkinlik : Kullancısı öğretmen ve öğrenci olan ve bir amaca yönelik hazırlanarak belirli bir pedagojik yaklaşımla hayata geçirilen öğrenme ve öğretme aracıdır.

1.8. Kısaltmalar

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM : Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

SÖGP 1: Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 1

SÖGP 2: Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 2

SÖGE : Sayı Örüntülerini Genelleme Etkinlikleri

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu çalışmada öğrencilerin örüntü kavramına ilişkin güçlüklerini gidermeye yönelik bir ders tasarımı hazırlamak amaçlandığından, araştırmanın iki önemli boyutu olarak "örüntü" kavramı ve "etkinlik tasarımı" ön plana çıkmaktadır. Bu nedenle, bu bölümde örüntü kavramı ile örüntü kavramına ilişkin güçlüklere yer verilirken diğer yandan örüntü kavramı ve etkinlik tasarımına yönelik yapılan çalışmalar ele alınmıştır.

2.1. Örüntü

Matematik, örüntülerden ve ilişkilerden oluşan bir bilim olarak görülmektedir. (Tanışlı ve Olkun, 2009). Matematiğin bu şekilde ele alınmasıyla matematiksel düzeni anlayabilmek için, yapısında bulunan örüntülerin ve ilişkilerin incelenmesi gerekliliği ortaya çıkmıştır (Hargreaves, Threlfall, Frobisher ve Shorrocks-Taylor, 1999). "Örüntüler, matematiksel kavramların anlaşılmasında anahtar faktördür" (Burns, 2000: 112). Çünkü örüntülerin yapısında bulunan "tanıma, devam ettirme ve oluşturma yeteneği; matematiksel ilişkileri görmede, genelleme yapmada, matematiğin düzenini ve mantığını anlamada temeldir" (Burns,2000:112). Bu durum, "örüntü" kavramını matematiksel kavramların merkezi haline getirmiştir.

Örüntü kavramına, sahip olduğu özelliklerin çeşitliliğine dayalı olarak farklı şekilde anlamlar yüklenmiştir. Bu nedenle "örüntü" kavramının çeşitli ifadelerle tanımlanmaya çalışıldığı görülmüştür. Bu ifadelerden bazıları;

- Örüntü; kelimelerle, sayılarla veya figürlerle yapılan fark edilebilir güçlü bir düzenlemedir (Birken ve Coon, 2008).

- Nesne veya şekillerin tekrar ederek oluşturduğu düzenlemedir (Tanışlı ve Olkun, 2009).
- Örüntü, nesneler ve sayılar arasındaki ilişkileri ve geometrik şekilleri içeren bir tasarımdır (Childs, 1995).

şeklindedir.

Birçok matematik öğretim programı; önde gelen önemli soruları çözebilmek için özel durumları incelemeye, sonuçları sistematik olarak düzenlemeye, bir örüntü bulmaya ve bu örüntüyü cevabı bulmada kullanmaya önem verir (Stacey, 1989). Bazı araştırmacılar örüntüleri, "matematiğin kalbi ve kaynağı" (Zazkis ve Liljedahl, 2002: 379) olarak gördüklerinden önemle üzerinde durmaktadırlar. Bunun nedeni ise örüntü kavramının çeşitli katkılar sağladığına yönelik görüşlerin bulunmasıdır (NCTM, 1989; NCTM, 2000; Burns, 2000; Tanışlı, 2008).

Örüntünün sağladığı katkılardan biri de cebirsel düşünmeye yöneliktir. Önemli matematiksel çalışmaların başarısında cebirsel semboller ve süreçler bir kule görevi görmektedir (NCTM, 2000). Cebirsel düşünme; nicelikler arasındaki değişimlerin analizini, matematiksel ilişkileri, ilişkilerin ve yapıların temsil edilmesini içerdiğinden cebiri en iyi şekilde öğrenebilmenin yolu örüntüler, ilişkiler ve fonksiyonlar kavramlarının anlaşılmasına dayanır (NCTM, 2000). Örüntü kavramını cebirin merkezinde tutan neden ise cebirin özellikleri ve bu özelliklerin örüntülerle olan ilişkisidir. Aşağıda cebir ve örüntü ilişkisi ayrıntılı olarak ele alınmaktadır.

Cebir, matematiğin genellemeler içeren bir alanıdır (Wheeler, 1996). Genelleme ise, "matematiğin kalbi" (Mason, 1996: 65) olarak görülebilir. Çünkü matematiksel problem çözmede ve cebirsel düşünmede şemaların bağlanması genelleme kullanılarak sağlanabilir (Amit ve Neria, 2008). Örüntüler, yapısında belirli bir kurala dayalı ilişkiler bulundurur ve bu ilişkiler genellenebilir. Bu özelliği, örüntüyü cebire girişte önemli bir kavram haline getirmektedir. Böylece "örüntüler genellemenin, genelleme ise cebirin yapı taşlarından birisi olarak görülebilir"

(Tanışlı ve Özdaş, 2009: 1486). Daha genel bir ifadeyle "Cebir hatta matematiğin kendisi, tamamen örüntülerin genellenmesi ile ilgilidir" (Lee, 1996: 103).

Diğer yandan birçok matematiksel işlemin temelinde fonksiyon kavramı yatar. Çünkü gerçek dünyada nicelikler arasında değişimler, ilişkiler ve benzerlikler bulunabilir (Heid, 1996). Bu ilişkiler ve değişimler fonksiyon kavramı ile ifade edilebilir. Çünkü fonksiyon kavramı, iki küme arasında tanımlanmış bir ilişkiye dayanmaktadır. Bir malın alış fiyatı ile satış fiyatı arasındaki ilişki, elde edilen kazancın satılan malın sayısı ile ilişkisi, bir fabrikanın çalışma saatlerine göre üretimi ve elde ettiği verim gibi günlük hayatta sıkça karşılaşılan örnek durumlar, fonksiyon kavramının kullanılmasını gerektirir. Örüntülerde ise "iki sayı kümesi arasında bir ilişki aramak, öğrencilerin fonksiyon kavramı anlayışını geliştirmede anahtar bir yoldur" (Burns, 2000: 113). Çünkü örüntülerde iki sayı kümesi arasında ilişki aramak, fonksiyon kavramında girdi ve çıktı değerleri arasındaki ilişkiyi aramakla benzerlik gösterir. Ayrıca nicelikler arasındaki ilişkilerin ve değişimlerin girdi ve çıktı değerleri ifade edilmesi notasyon kullanımını gerektirdiğinden genellemenin özünü oluşturmaktadır. Bu durumda da yine örüntü ilişkilerinin genellenmesi ile fonksiyon kavramına giriş sağlanmaktadır.

Fonksiyon kavramını ele alan cebirin, problem çözmeyle de iç içe olduğunu söylemek yanlış olmaz (Wheeler, 1996). Problem çözme, matematiğin gerçek dünyaya uygulanmasıdır (NCTM, 1989). Bu nedenle gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan problemleri çözebilmek için bu becerinin kazanılması gerekir. Dünyada ve yaşadığımız çevrede ise olay ve olguların belirli ilişkilere dayalı düzeni vardır. Bu ilişkileri ve değişimleri incelemek, analiz edebilmek ve tanımlayabilmek ise cebirsel düşünme ile ilgilidir. Dolayısıyla problem çözme yeteneği, cebirsel düşünmenin bir parçasıdır. Bir matematiksel problemin çözümü için ise toplanan verilerin analiz edilmesi gereklidir. Bunun için veriler arasında bir "ilişki aramak" yani "örüntü bulmak" söz konusudur. Tüm bunlardan hareketle; örüntü bulmak ve kullanmak matematiksel problem çözümü için önemli bir strateji kabul edilmektedir (Burns, 2000; Cathcart, Pothier, Vance ve Bezuk, 2003; Stacey, 1989).

Cebir, modellemeler ile ilgili bir alan olarak da kabul edilmektedir (Wheeler, 1996). Cebir, yapısı gereği matematiksel ilişkileri ve bu ilişkilerin temsil edilmesini içerir. Bu yüzden cebir; doğrudan semboller, simgeler, şekiller ve değişkenler ile ilgili olan bir modelleme olarak görülebilir. Bir değişken ya da sembol kullanmak, ilişkilerin ve karmaşık durumların genellenmesinde öğrencilere yeni bir dil sağlamaktadır (Cathcart ve diğer., 2003). Bu olumlu etki, öğrencilerin cebiri çözümlemesinde ve öğrenmesinde yardımcı olabilir. Örüntü kavramı, yapısında bulunan ilişkilerin genellenmesinde notayson kullanımını gerektirdiğinden cebirin bu özelliğini destekleyebilecek önemli bir araçtır.

Cebirin örüntü kavramı ile var olan bu iç içe ilişkisi örüntü kavramını önemli bir cebir aracı haline getirmektedir. Sonuç olarak örüntü kavramı cebir için bir yaklaşımdır ve öğrencilerin aritmetikten cebire geçişini sağlar (Zazkis ve Liljedahl, 2002).

2.2. Örüntü Kavramına İlişkin Öğrenci Güçlükleri

Yapılan çalışmalar, örüntü kavramını cebirin ve matematiğin anahtarı haline getirirken örüntü kavramına ilişkin ortaya çıkan yanılgı ve güçlükler cebirin ve matematiğin anlaşılmasında bir engel oluşturmaktadır. Literatürde örüntü kavramına ilişkin güçlükler farklı şekillerde ele alınmıştır.

Örüntü kavramına ilişkin sıkça rastlanan güçlüklerden ilki ardışık terimler arasındaki ilişkiye odaklı olanlardır. Lannin (2002), öğrencilerin bir örüntü problemiyle karşılaştığında bir sonraki terimi bulmaya odaklandığını ifade etmiştir. Bu güçlük örüntüye ait bir terimin, bir önceki terimden yararlanarak hesaplanmasına dayanır. Başka bir deyişle örüntünün genişletilmesine dayanır. Örneğin; 3, 5, 7, ... şeklinde devam eden bir sayı örüntüsünde 20. terimin hesaplanmasında; örüntü 3, 5, 7, 9, 11, 13, …, 39, 41 biçiminde 20. terime kadar devam ettirilir. Burada; 1. terim 3; 2. terim 3 + 2 = 5; 3. terim 5 + 2 = 7; 4. terim 7 + 2 = 9; ...; 19. terim 37 + 2 = 39; 20. terim 39 + 2 = 41 gibi ardışık terimler arasındaki fark kullanılarak istenilen terime kadar eklenmesi söz konusudur. Böyle bir güçlük gösteren öğrenci, verilen örnek örüntüye ait kuralı “bir önceki sayıya iki eklemek” şeklinde ifade edebilir

(Amit ve Neira, 2008). Bu durum öğrencinin "örüntüdeki ilişkiyi değil kullandığı yöntemi genelleştirmesi" (Amit ve Neira, 2008: 121) anlamına gelmektedir.

Carraher, Martinez ve Schliemann (2008), yapmış oldukları çalışmada yukarıda ifade edilen güçlüğe benzer bir öğrenci güçlüğüne işaret etmiştir. Fonksiyonel bir ilişkiye sahip olan örüntülerde öğrencilerin girdi sayısı arttıkça, girdi ile çıktı arasındaki ilişkiyi incelemek yerine çıktılar arasındaki ilişkiyi incelemeye odaklandıklarını tespit etmişlerdir. Başka bir deyişle öğrencilerin bir örüntüde terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi araştırmak yerine ardışık terimler arasındaki ilişkiyi incelemeye yönelik eğilimleri vardır.

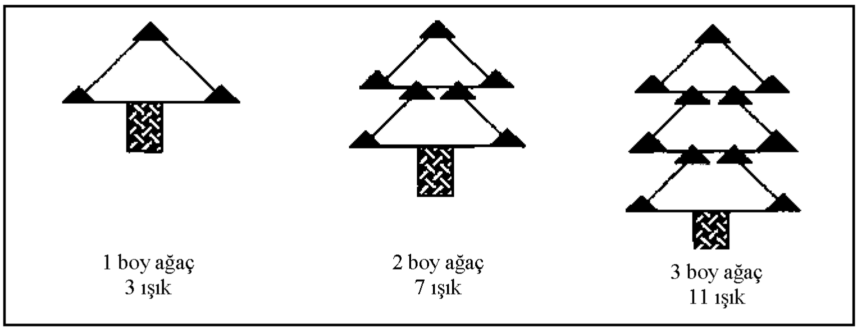
Ardışık terimler arasındaki ilişkiye odaklı benzer bir güçlüğün varlığını Hargreaves ve diğer. (1999) rapor etmiştir. Hargreaves ve diğer. (1999), çalışmalarında öğrencilerin artarak değişen örüntüleri devam ettirmede ve genelleştirmede sabit farkla değişen örüntülere göre daha çok zorlandıkları ifade etmişlerdir.

Stacey (1989); çalışmasında öğrencilerin yakın terimi kolaylıkla bulurken uzak terimi bulmada zorlandıklarını belirlemiştir. Stacey (1989)'nin yapmış olduğu çalışmadaki gözlemlenen öğrenci yaklaşımları, bu güçlüğe örnek olması açısından verilebilir. Çalışmada yer alan noel ağacındaki ışıklarla modellenmiş şekil örüntüsü Şekil 1'de gösterilmiştir.

Şekil 1

Noel Ağacı İçerikli Şekil Örüntüsü

(Stacey, 1989: 149)



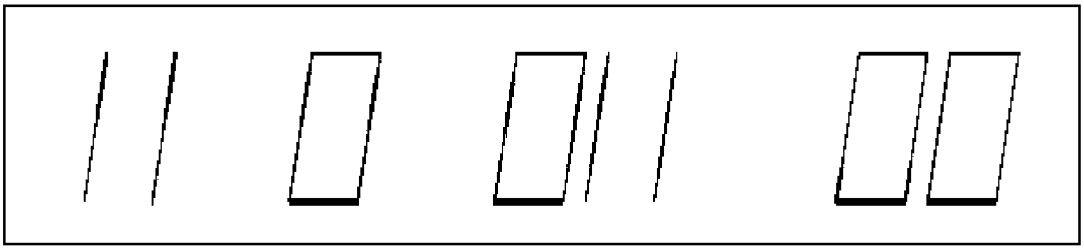
Stacey (1989), öğrencilerin şekil 1'de modellenen örüntüyü 3,7,11,15,19,… şeklinde devam ettirerek yakın terimleri hesaplayabildiklerini gözlemlemiştir. Ancak 20. terimi ya da 100. terimi hesaplamada öğrencilerin sayarak (20. ve 100. terime kadar); ardışık terimler arasındaki farkı kullanarak (20x4, 100x4), orantısal ilişkiler kullanarak (5. terim 17 ise 20. terim 20:5=4, 4x17=68) uzak adımları bulmada zorlandıklarını ve başarısız olduklarını ifade etmiştir.

Stacey (1989)'nin çalışmasında gözlemlenebilen durumlardan bir diğeri öğrencilerin modelden çok nümerik ilişkilere odaklanmış olmalarıdır. Yapılan çalışmalar bu yüzden öğrencilerin örüntüye uygun model seçemediklerini ve modeli etkili kullanamadıklarını göstermiştir (Steele ve Johanning, 2004; Yeşildere ve Akkoç, 2010). Örneğin; 2, 4, 6, … şeklinde devam eden bir sayı örüntüsü Şekil 2'deki gibi modellendiğinde uygun bir model seçilmiş olmayacaktır. Modeller bir görselleştirme aracı değil, kuralı bulma yönünde kullanılabilecek bir araç olmalıdır.

Şekil 2

2, 4, 6, … Sayı Örüntüsü İçin Örnek Bir Öğrenci Modellemesi

(Yeşildere ve Akkoç, 2010: 140)

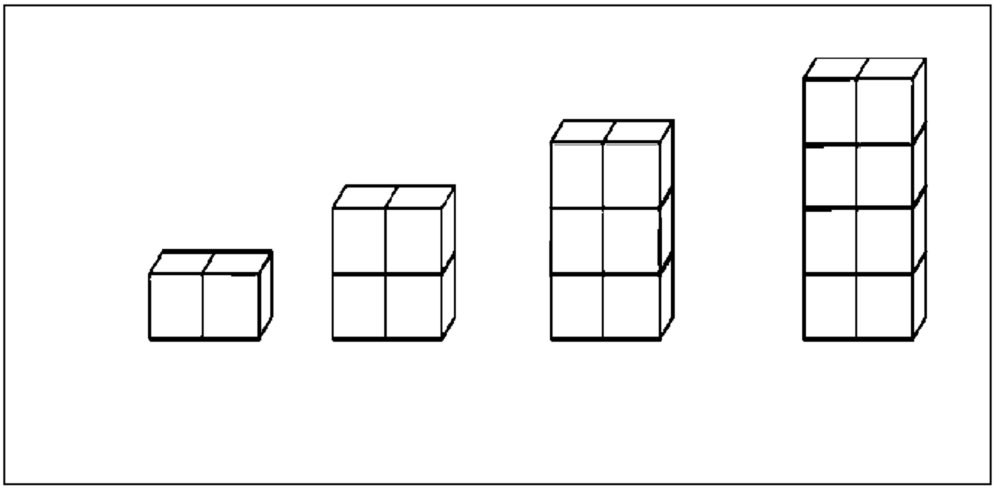


2, 4, 6, … şeklindeki sayı örüntüsüne uygun bir modelleme yapan örnek öğrenci bir yanıtı Şekil 3'te gösterilmiştir.

Şekil 3

2, 4, 6, … Sayı Örüntüsü İçin Yapılmış Uygun Bir Modelleme Örneği

(Yeşildere ve Akkoç, 2010: 143)



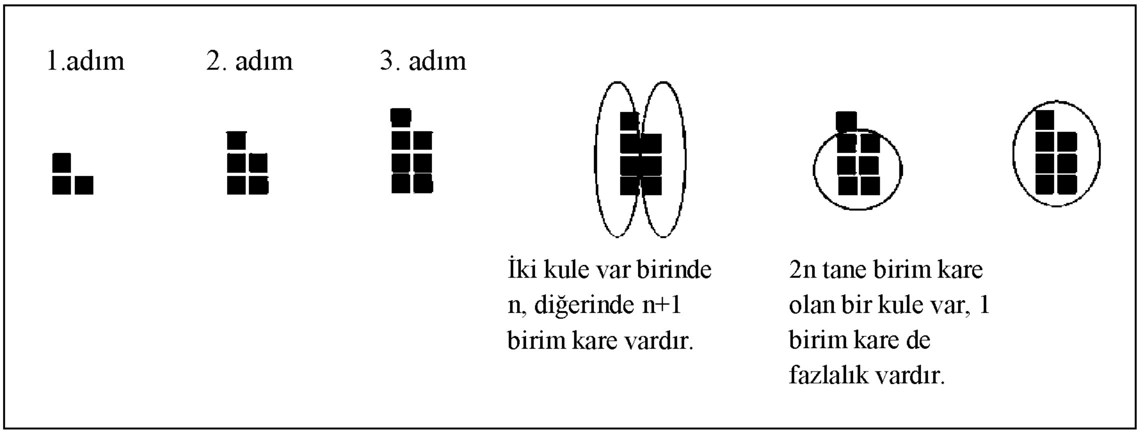
Burada Şekil 3'te gösterilen modellemenin uygun bir örnek olmasının nedeni her blokta 2 birim küp olması ve her adımda da adım sayısı kadar blokların üst üste koyulmuş olmasından kaynaklanmaktadır. Böylece adım sayısı ile birim küp sayıları arasında; 1.adımda 1x2 ; 2. adımda 2x2 ; 3. adımda 3x2 şeklinde ilişkisi kurulabileceğinden istenilen adım için söz konusu ilişki uygulanabilir. Örnek vermek gerekirse; 20. adım için 20x2 ilişkisi ve genel terim için n. adımda nx2 ilişkisi kurulabilir.

Benzer bir güçlük durumu ise şekil örüntülerinde modellerin bu şekilde kullanılmaktan uzak olmasıdır. Öğrenciler modeli, kuralı bulma yönünde analiz edip incelemektense nümerik ilişkiye dökerek bir kural aramaktadırlar. Modelin etkili kullanılmasına yönelik bir örnek Şekil 4'te gösterilmiştir.

Şekil 4

3, 5, 7, …Örüntüsüne Ait Modelin Analiz Edilmesi Örneği

(Cooper ve Warren, 2008: 29)



Becker ve Rivera (2006) ve Tanışlı (2008), yapmış oldukları çalışmalarında modelin etkili kullanılamamasına yönelik benzer bir güçlük durumu tespit etmişlerdir. Şekil örüntülerinde modeli analiz ederek görsel bir yaklaşım benimseyen öğrencilerin örüntünün sonlu bir adımındaki şekli doğru belirleyerek hesaplayabildiklerini ifade etmişlerdir. Modeli nümerik ilişkiye dökerek cebirsel bir yaklaşım gösteren öğrencilerin ise örüntüyü sonlu bir adıma devam ettirmede zorlandıklarını ortaya koymuşlardır.

Literatürde ifade edilen güçlüklerin çoğunluğu ise genellemeye yönelik olanlardır. Rico (1996), çalışmasında öğrencilerin n notasyonunu kavrayamadıkları için aritmetik genelleme yapabildiklerini ancak cebirsel genelleme yapamadıklarını ifade etmiştir. Örneğin; 3, 5, 7, … şeklinde verilen bir sayı örüntüsü için öğrenci 1. terim için 1+1+1, 2. terim için 2+2+1, 3. terim için 3+3+1 ilişkisini belirleyerek 25. terim için 25+25+1 ifadesini yazarak hesaplıyor ancak n. terim için benzer ilişkiyi kuramıyorsa söz konusu güçlüğü gösteriyor demektir (Radford, 2008).

Genellemeye dayalı güçlüklerden biri de öğrencilerin bir örüntüdeki ilişkiyi sözel olarak yazarken cebirsel olarak ifade edememesidir (Zazkis, Liljedahl ve Chernoff, 2008). Örneğin; 6, 12, 20 … şeklinde devam eden bir sayı örüntüsüne ait kural için öğrenci "adım sayısının 1 fazlası, bir sonraki sayıyla çarpılır " şeklinde bir ifade kullanırken " (n+1).(n +2) " cebirsel ifadesini yazamıyorsa söz konusu güçlüğü gösteriyor demektir (Zazkis, Liljedahl ve Chernoff, 2008).

Cooper ve Sakane (1986), yapmış olduğu çalışmasında öğrencilerin tek bir örnekten hareket ederek aşırı genelleme yapabileceklerini belirtmiştir. Örneğin; 2, 4, 8, 16, … şeklinde devam eden sayı örüntüsü için 1. terim 1x2 ilişkisinin belirlenerek örüntünün kuralı " 2^n" yerine "2n" şeklinde ifade ediliyorsa söz konusu güçlük gözlemlenmiş demektir.

2.3. Örüntü Kavramına İlişkin Yapılan Araştırmalar

Literatürde örüntü kavramına ilişkin yapılan çalışmaların genelde öğrencilerin göstermiş olduğu strateji ve yaklaşımlara yönelik olduğu belirlenmiştir. Genelleme sürecini inceleyen araştırmalar da son yıllarda oldukça ön plana çıkmıştır. Öğrencilerin örüntü kavramına ilişkin algı ve performanslarını inceleyen ve söz konusu algı ve performansların soru tiplerine göre değişimini araştıran çalışmalar da azımsanacak düzeyde değildir.

Türkiye'de örüntüler ile ilgili yapılmış çok az sayıda araştırma bulunmaktadır. Bu çalışmalar, öğrencilerin örüntü kavramına ilişkin anlama ve kavrama biçimlerini belirlemek amacıyla yapılmıştır. Söz konusu araştırmalardan biri, Tanışlı (2008) tarafından yapılmış olan ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerini belirlemeyi hedefleyen çalışmadır. Tanışlı (2008) araştırmasını, 2007-2008 öğretim yılı Eskişehir ilinde bir ilköğretim okulunda toplam 12 öğrenci üzerinde gerçekleştirmiştir. Çalışmasında tekrarlayan, sabit değişen ve artarak değişen örüntülere yer vermiştir. Araştırma sonunda tekrarlanan örüntülerde tekrar birimini belirlemenin; örüntüyü sonlu bir adıma devam ettirilebilmede, şekiller arası sayısal ilişkinin bulunmasında ve tekrarlanan bir örüntü oluşturulmasında önemli bir faktör olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin sayı örüntüsü etkinliklerinde; örüntüdeki ilişkiyi bir terimi önceki terimle ilişkilendirerek ya da örüntüdeki terimlerin doğal yapısını ele alarak tanımladıkları saptanmıştır. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkinin, fonksiyon tablosu halinde verilen örüntülerde kurulabildiği belirlenmiştir. Şekil örüntülerinde, cebirsel yaklaşımın benimsendiği gözlemlenmiştir. Bir örüntünün oluşturulmasında ya da oluşturulamamasındaki temel nedenin örüntüde saptanan özellik olduğu görülmüştür. Öğrencilerin kullandıkları örüntü çeşitlerinde en çok sözlü ifade biçimlerinin kullanıldığı, sembolik ifadelerin ise sözel ifadelere nazaran daha az kullanıldığı tespit edilmiştir. Strateji seçimlerinde öğrenci başarılarının etkili olmadığı, bunun yanı sıra örüntülerin sunuluş biçiminin (sayı dizisi, fonksiyon tablosu, şekil) etkili olduğu saptanmıştır.

Ülkemizde ilköğretim 3., 4., 5., 6., ve 7. sınıf öğrencilerinin örüntü kavramına ilişkin anlama ve kavrama biçimlerini belirlemek amacıyla yapılan diğer bir çalışma ise Yaman (2010) tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırma, 2008-2009 eğitim ve öğretim yılında Ankara ilinde sosyo-ekonomik düzeyi orta olan iki ilköğretim okulunda 317 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere 12 soruluk bir örüntü başarı testi uygulanmıştır. Söz konusu testte tekrarlayan, doğrusal genişleyen ve artarak değişen örüntülere ait tablo, sayı dizisi, şekil örüntüsü ve örüntü problemi formlarında sorular bulunmaktadır. Testin sonucuna göre sınıf düzeyi artarken başarılarının da arttıkları gözlemlenmiştir. Araştırmada öğrencilerin başarılı oldukları soru sıralamasının örüntülerin sunuluş biçimine göre tablolaştırılmış örüntü, şekil örüntüsü, sözel problem ve sayı örüntüsü olduğu belirlenmiştir. Bunun yanında örüntü çeşitlerine göre başarı sıralamasının ise tekrarlayan, doğrusal genişleyen ve karesel genişleyen örüntüler şeklinde olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin örüntüleri sonlu bir adıma devam ettirmede başarılı oldukları; ancak sembol kullanmayı gerektiren cebirsel ifadelerin yazımında zorluklar yaşadıkları belirlenmiştir. Öğrenciler, buna bağlı olarak örüntüye ait kuralı en çok sözel biçimde ifade etmişlerdir. Araştırmada saptanmış olan önemli bir nokta da öğrencilerin başarı performansının örüntünün sunum biçimi, örüntü tipi ve soru tipi ile ilgili olduğudur.

Literatürde odaklanılan araştırma konularından bir diğeri örüntü kavramına yönelik öğrenci strateji ve yaklaşımlarını inceleyen çalışmalardır. Öğrenci stratejilerini araştıran çalışmalardan biri Amit ve Neira (2008) tarafından genelleme yönünde gösterilen yaklaşımlara göre yapılmıştır. Amit ve Neira (2008), cebir öncesinde cebire yetenekli 11-13 yaşlarında bir grup öğrencinin lineer ve lineer olmayan örüntü problemlerindeki genelleme yöntemlerini incelemeyi amaçladıkları bir çalışma yapmışlardır. Çalışma, 50 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere genel terimi “ 8n+8 ”, “ n^2+4n” olan şekil örüntüleri ile genel terimi “[(n+1).(n+2)]/2” olan örüntü problemi sorulmuştur. Yapılan nitel analiz sonucunda üç problemin çözümünde öğrencilerin iki genelleme yaklaşımı gösterdiği belirlenmiştir: tekrarlanan-lokal, fonksiyonel-global. Öğrencilerin şekilsel, sözel ve nümerik temsiller arasında zihinsel esneklik ve kullandıkları yaklaşımlarda arka arkaya eklenen çözümler yerine daha etkili çarpımsal çözümler gösterdikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilerin örüntü dizisindeki ortak özellikler, genelleme yöntemleri ve geçici genellemenin örüntü dizisinde denenmesi üzerine yoğun düşünceleri, genelleme yapmalarında yardımcı olmuştur. Öğrencilerin yapmış oldukları genellemeler, cebirsel düşüncelerini açığa çıkarmıştır. Değişkenlerin, sabitlerin ve değişkenler-sabitler arasındaki ortak özelliklerin keşfedilmesi ve bunların cebirsel notasyon kullanılarak gösterilmesi cebirsel düşüncelerini belli etmiştir. Çalışmanın bulgularını ele alan Amit ve Neira (2008), örüntü problemlerini genellemeyi cebire açılan bir kapı olarak yorumlamışlardır.

Bishop (2000)’un, 23 tane 7. ve 8. sınıf öğrencisiyle gerçekleştirdiği araştırma ise daha çok kullanılan strateji odaklıdır. Söz konusu araştırmada çevre ve alan içeren doğrusal geometrik örüntülerde kullanılan çözüm stratejilerinin incelenmesi hedeflenmiştir. Genel terimi “2n+2”, “3n+2”, “2n+3” ve “2n-1” olan şekil örüntülerinde kenar uzunlukları aynı olan eşkenar üçgen, eşkenar dörtgen ve kareler kullanılmıştır. Sorular yapılan görüşmelerde öğrencilere yönlendirilmiştir. Öğrencilerden, örüntülerin istenilen adıma kadar devam ettirilmesi, ilişkilerin ifade edilmesi, ifadelerin açıklanması ve ters problemin çözülmesi (terimden terim sırasına ulaşmayı içeren problem) istenmiştir. Video ve ses kaydı analizleri ve yapılan incelemeler sonunda öğrencilerin;

(1) Model kullanarak somutlaştırma ve sayma,
(2) Uygun olmayan orantılar kurma (çarpma),
(3) Tekrarlanan ilişkilere odaklanma,
(4) Şekil sayısı ile çevre ya da alan arasındaki fonksiyonel ilişkiyi analiz etme,

gibi yaklaşımlar gösterdikleri belirlenmiştir.

Steele ve Johanning (2004); 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel problem durumlarında geliştirdikleri çözüm şemalarını açıklamayı ve etkili şema geliştirmelerine yardımcı olmayı amaçladıkları çalışmalarını, 8 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirmiştir. Öğrencilere geometrik bağlamda hazırlanmış 5 tane lineer genişleyen, 3 tane de karesel genişleyen (kuadratik) toplam 8 tane örüntü problemi sorulmuştur. Öğrencilere istedikleri yöntemi kullanabilecekleri söylenmiştir. Her problem üzerinde 2-3 ders saati çalışılmış ve araştırma 1 ayda tamamlanmıştır. Çalışma her problem üzerinde bireysel çalışmaları, sonrasında geri dönütlerle değerlendirilmesini ve alternatif stratejiler için küçük gruplarla tartışılmasını içermektedir. Araştırma sonucunda öğrencilerin diyagramlar çizdikleri, tablolar oluşturdukları görülse de en çok eksiltme veya inşa etmeye dayalı şemalar kullandıkları gözlemlenmiştir. 8 öğrenciden 5'inin bir ilişkiyi belirlemeye ve genelleme yapmaya yardımcı olacak iyi bağlantılı şemalar oluşturdukları gözlemlenmiştir. Bu öğrencilerin aynı zamanda sembol kullanarak genelleme yapmada başarılı oldukları görülmüştür. Diğer 3 öğrenci ise n notasyonunu kullanarak genelleme yapmada tablo oluşturmayı tercih etmiştir.

Steele (2008), öğrencilerin cebirsel düşünme sürecinin gelişimini incelemeye yönelik bir çalışma yapmıştır. Çalışma, 8 tane 7. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Bunun için kuadratik örüntüler içeren 2 problem durumu kullanılmıştır. Genel terimi [n.(n+1)]/2 olan merdiven problemi ve genel terimi [n.(n-1)]/2 olan yol problemi ile;

- Resimsel değişen ve büyüyen nicelikler arasındaki ilişkiyi içeren örüntülerin tanımlanmasında ve genellenmesinde,
- Görsel ve sembolik gösterimlerle bu genellemenin temsil edilmesinde,
- Örüntü bulmada ve genellemede içsel ve dışsal temsiller arasında etkili bir ilişki kurmada,

öğrencilere yardımcı olmak amaçlanmıştır. Uygulama sonucunda problemlerin öğrencilere niceliksel ilişkilerin genellenerek örüntüleri fark etmelerinde yardımcı olduğu, öğrencilerin düşüncelerini farklı dışsal temsillerle (diyagram çizme, tablo oluşturma, sözel genelleme yazma) modelledikleri ve genelleştirilmiş sembolik ifadeler kullandıkları görülmüştür. 8 öğrencinin 7'si, sözel ve sembolik genelleme yapabilmek için öncelikle diyagram çizmiş ve yorumlamıştır.

Lian ve Idris (2006), lineer (doğrusal) örüntülerde cebirsel çözüm gösteren öğrencilerin yaklaşımlarını değerlendirmek amacıyla bir araştırma yapmıştır. Öğrencilerin cebirsel çözüm yeteneklerinin değerlendirilmesi, aynı amaç doğrultusunda geliştirilmiş SOLO (Gözlemlenen Öğrenme Çıktılarının Yapısı) çalışmasının kuramsal çerçevesi etrafında yapılmıştır. Lineer büyüyen şekil örüntüsü, değişim, fonksiyon ve aritmetik dizi kavramları; lineer eşitlik formları olarak ele alınmıştır. Bu tür problemler içeren bir test uygulamasından sonra öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmıştır. Öğrencilerin başarıları, cebirsel çözüm süreçleri incelenmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin büyük çoğunluğunun cebirsel çözüm süreçlerinin yapılandırılmamış (yapısal öncesi- unistructural) veya çok yapılı (multistructural) olduğu saptanmıştır. Öğrencilerin, cebirsel notasyon kullanarak aritmetik düşüncelerini genellemede güçlük çektiği belirlenmiştir. Cebrisel çözüm başarısı düşük olan öğrencilerin sayma ve çizim yöntemini kullanmayı tercih ettikleri saptanmıştır.

Öğrenci yaklaşımlarını gösterilen yetenek ve performans bağlamında inceleyen benzer bir çalışmayı; Mulligan, Mitchelmore ve Prescott (2006) gerçekleştirmiştir. Yaptıkları araştırmada öğrencilerin örüntü algıları ile yaptıkları genellemenin temsil edilişi arasındaki ilişkiyi tanımlamaya çalışmışlardır. Araştırmanın bulguları 103 tane 1. sınıf öğrencisi üzerinde 16 durum çalışmasını içermektedir. Öğrencilerin örüntü genellemelerinde gösterdikleri stratejiler gözlemlenmiştir. Görüşmelerde öğrenci performansları "Matematiksel Örüntülerin ve Yapıların Değerlendirilmesi (PASA)" adlı 40 soruluk bir test uygulanarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin gösterdikleri performanslar; yapısal öncesi, gelişmekte olan, kısmi yapısal ve yapısal aşama olmak üzere 4 kategoriye ayrılmıştır. Yapısal öncesi aşama; örüntünün sayısal ve uzamsal yapısının algılanmasına yönelik hiçbir bulgu içermeyen aşamadır. Gelişmekte olan aşama; örüntünün sayısal ve uzamsal yapısını tam olarak temsil etmeyen özelliklerin algılanabildiği aşamadır. Kısmi yapısal aşama; örüntünün sayısal ve uzamsal yapısının özelliklerinin çoğunlukla algılanabildiği aşamadır. Yapısal aşama; örüntülerin sayısal ve uzamsal yapısı ile ilgili özelliklerin tam ve doğru şekilde algılanabildiği aşamadır. Araştırmada öğrencilerin %11'i (11 kişi)yapısal öncesi, % 38'i (39 kişi)gelişmekte olan, % 27'si (28 kişi) kısmi yapısal, % 24'ü (25 kişi) yapısal aşamada performans göstermiştir. Öğrencilerin performansları ile PASA sonuçları arasında 0,944 pozitif bir ilişki bulunmuştur.

Literatürde öğrenci yaklaşımlarını öğrencilerin göstermiş olduğu güçlükler bağlamında değerlendiren çalışmalar da bulunmaktadır. Stacey (1989), 9-13 yaş grubundaki öğrencilerin f(n)=an+b (b≠0) formunda olan lineer problemlerdeki genellemeleri nasıl yaptıklarını belirlemek için bir araştırma yapmıştır. 371 ilköğretim I. ve II. kademe öğrencilerinden genel terimi "3n+2" ve "4n-1" olan şekil örüntülerinin ve genel terimi "6n-2" bir sayı örüntüsünün 20., 100. ve 1000. adımları hesaplamaları istenmiştir. Öğrenciler bu soruları yanıtlarken sayma (counting method), ardışık terimler arasındaki farkın çarpılması (difference method), terim sırası arasındaki orantıya odaklı bütüne genişletme (whole-object method) ve lineer (linear method) yaklaşımları göstermişlerdir. Öğrencilerin en çok sayma yöntemi kullandığı görülmüştür. Sayma yönteminin mantıklı bir yol olmadığını gören öğrencilerin lineer yöntem ya da bütüne genişletme yöntemi kullandıkları gözlemlenmiştir. Genel olarak öğrencilerin yakın adımı kolaylıkla buldukları, uzak adımları hesaplamada zorlandıkları belirlenmiştir. Lineer yaklaşım gösteren öğrenciler (çoğunlukla II. kademe öğrencileri olsa da) lineer problemleri genellemede zorlanmışlardır. Bazı öğrencilerin özellikle I. kademe öğrencilerinin örüntülere ait bir ilişki aramada ve genel kuralı belirlemede isteksiz oldukları tespit edilmiştir.

MacGregor ve Stacey (1993), öğrencilerin tablo örüntülerinde göstermiş oldukları yaklaşımları ve notasyon destekli bir cebirsel genelleme yapmada gösterdikleri güçlükleri belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırma 14-15 yaş grubundaki 143 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere lineer genişleyen örüntü formunda üç tablo sorusu yöneltilmiştir. Öğrenciler, bu örüntülerin yakın ve uzak adımlarını hesaplamaya ve örüntüdeki ilişkiyi sembol kullanarak ifade etmeye çalışmıştır. Öğrencilerin çoğunlukla tabloları doğru şekilde tamamlayabildikleri, devam ettirebildikleri ve yorumlayabildikleri, buna karşın terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi incelemedikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin çok azı terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi tanımlayabilmiş olsa da örüntüye ait kuralı notasyon kullanarak ifade etmede zorlanmışlardır. Bunun nedeni olarak da öğrencilerin terimler arasındaki ilişkiye odaklanmaları ve örüntüdeki ilişkinin ve yapının tanımlanmasında yetersiz olmaları gösterilmiştir.

Carraher, Martinez ve Schliemann (2008), doğrusal genişleyen ve geometrik şekilleri içine alan problem durumlarının genellenmesinde ortaya çıkan sorunları incelemek için bir çalışma yapmıştır. 15 tane 3. sınıf (9 yaşında) öğrencisinin genelleme yapma ve genellemeyi temsil etme biçimleri incelenmiştir. Uygulama, iki ders saati boyunca ayrı yemek masaları ile birleştirilmiş yemek masalarını konu alan problemlerle gerçekleştirilmiştir. Uygulama sonucunda masalarda oluşan oturma yeri sayısının genellenmesinde öğrencilerin iki yaklaşım gösterdiği tespit edilmiştir: (1) Oturma yeri sayısını bir sayı dizisi gibi ele alma, (2) masa sayısı ile oturma yeri sayısını bir fonksiyon tablosu şeklinde girdi-çıktı değerleri olarak ele alma. İlk yaklaşımı kullanan öğrencilerin genelleme yapmaya çalışırken f(n) ile f(n-1) arasındaki fark ile (ardışık terimler arasındaki fark), f(n) ile n arasındaki farkı (terim sırası ile terim arasındaki fark) ele aldıkları görülmüştür. İkinci yaklaşımı kullanan öğrenciler ise bir seferde masada oluşan oturma yeri sayısını, yan yana masalarda ayrı masalara göre engel olunan oturma yeri sayısını, gerçek bir yemek masası oluşturmayı ele alarak genelleme yapmaya çalışmışlardır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin girdi değerleri arttıkça çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklandıkları, dizi şeklinde yinelenen kavramlardan kapalı bir fonksiyon kavramına geçmede ve deneyerek ulaştıkları genellemeyi teorik olarak genellemede zorlandıkları görülmüştür.

Lannin (2005), örüntü genellemesi içeren etkinlik ve problemlerde 25 tane 6. sınıf öğrencisinin gösterdiği yaklaşımları ve zorlukları incelemek, öğrenci yaklaşımları hakkında bir öngörü sağlamak amacıyla bir araştırma yapmıştır. Çalışma 10 günlük bir öğretimsel deneyimi içermektedir. Öğrenciler bu etkinlikleri tamamlamada hem zorluk çekmişler hem de yeterli potansiyel göstermişlerdir. Sınıf içi tartışmalar sırasında öğrencilerin uygun genellemeler yapabildikleri, genellemelerini doğrulamada eşdeğer örnekler kullandıkları, geometrik şema kullanan öğrencilerin genel düzenleme ve genelleme yapmada daha başarılı oldukları ve geçerli doğrulamalar yaptıkları saptanmıştır. Küçük grup çalışmalarında ise öğrencilerin nadiren genelleme yaptıkları, genel ilişkilerden çok özel ilişkilere odaklandıkları görülmüştür. Öğrencilerin genellemelerini deneysel doğrulama ve eşdeğer örnek verme şeklinde savunma eğilimi gösterdikleri gözlemlenmiştir.

Zazkis ve Liljedahl (2002), bir grup hizmet öncesi temel eğitim öğretmenliği öğrencisi ile tekrar eden örüntülerin genellenmesinde gösterdikleri yaklaşımları incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünme ile sembolleştirme ve genelleme yollarının çeşitliliği araştırılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin sözel olarak genelleme yeteneklerine cebirsel notasyonun eşlik etmediği ve buna dayandırılmadığı, çoğunlukla doğru çözümler yapsalar da cebirsel sembollerin kullanımının yetersiz olduğu görülmüştür.

Sasman, Linchevski, Oliver ve Liebenberg (1998), öğrencilerin cebirsel genelleme problemlerini çözme yaklaşımlarını inceleyen bir araştırma yapmıştır. Araştırma 10 tane 7. sınıf öğrencisiyle yapılan görüşmelerle gerçekleştirilmiştir. İki araştırmacı her öğrenciyle ayrı ayrı, üçüncüsünde ise birlikte görüşme yapmışlardır. Her görüşme 45 dakika sürmüştür. Son olarak 4. görüşmede iki tane genelleme problemi verilmiştir. Görüşmelerde bilişsel çatışma yaratılarak öğrenci yöntemleri incelenmiştir. Bilişsel çatışmalar yaratmak için öğrencilerden diğer öğrencilerin yöntemleri, başka seçenek çözümlerin doğruluğu hakkında yorumlar yapmaları istenmiştir. Öğrencilere sayı, şekil ve sayı-şekil örüntüsü içeren 8 problem sorulmuştur. Öğrencilerin çoğunlukla bütüne genişletme stratejisi kullandıkları ve tek bir örnekten aşırı genelleme yaptıkları gözlemlenmiştir. Bir kural bulmada notasyon destekli olmayan daha çok sözel genellemeler yapıldığı görülmüştür.

Sasman, Oliver ve Lincheski (1999), çeşitli boyutlarda temsil edilen (fonksiyon türü, sayıların durumu, tablo yapısı, şekillerin yapısı ve düzeni) örüntülerin öğrencilerin genelleme yaklaşımlarındaki etkisini incelemek amacıyla bir araştırma daha yapmışlardır. Çalışma bir önceki araştırmalarının devamı niteliğindedir. 10 tane 8. sınıf öğrencisiyle gerçekleştirdikleri çalışmada 8 örüntü problemi kullanılmıştır. Problemler çeşitli formlarda büyüyen ve şekiller içeren şekil örüntüleri ile tablo örüntülerini içermektedir. Her örüntünün ilk 6 terimi verilerek, 7. ve 8. terimlerin ne olduğu sorulmuştur. Öğrencilere, kullandıkları stratejiler ve gösterdikleri yaklaşımlar açıklatılmıştır. Daha sonra bu değerlerin katları olan 20. ve 60. terimler ile katları olmayan 19. ve 59. terimler sorularak kullanılan stratejiler üzerindeki etkisi incelenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin yakın adımlar için doğru sonuçlar elde ettikleri ve fonksiyonel kuralı doğru şekilde kullandıkları görülürken; uzak adımlarda stratejilerinin farklılaştığı, doğru ve yanlış sonuçlara ulaşıldığı saptanmıştır. Öğrencilerin çoğunlukla lineer örüntülerde fonksiyonel bir kurala ulaşmada başarılı oldukları, bu durumun basit kuadratik örüntülerde de gerçekleştiği belirlenmiştir. Fakat fonksiyonel ilişkiye ulaşsalar da kuralın sembol kullanarak yazılmasında zorlandıkları görülmüştür. Öğrencilerin çok azının şekil örüntülerinde modelde terim sırasına dayalı bir ilişki aradığı, diğerlerinin terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye odaklandığı görülmüştür. Tablo şeklinde verilen örüntülerde ise daha çok terimler arasındaki farka ve terim sırası arasındaki orantısal ilişkiye (bütüne genişletme) baktıkları saptanmıştır.

Becker ve Rivera (2006), genelleme sürecini başarıya götüren veya engelleyen faktörler ile stratejileri öğrenci zorlukları çerçevesinde değerlendiren bir çalışma yapmıştır. Araştırmada;

- Öğrencilerin örüntüleri genellemesini sağlayan veya engelleyen şeyler nelerdir?
- Öğrencileri genelleme yapmada başarıya götüren stratejiler nelerdir?
- Görsel ve sayısal ipuçları genellemeye ulaşmada nasıl kullanılmaktadır?
- Genelleme yapmada farklı eşitlikler kullanılıyor mu?
- Örüntülerin farklı temsil biçimleri arasında ilişkiler kuruluyor mu?

sorularına yanıt aranmıştır. Bunun için 22 tane 9. sınıf öğrencisi, 6 tane alt problemden oluşan iki problem durumunu yanıtlamaya çalışmıştır. Uygulamadan sonra öğrencilerle 20-30 dakika süren görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin sayısal, görsel ve pragmatik boyutta toplam 23 tane farklı strateji kullandığı belirlenmiştir. En çok kullanılan stratejinin ise sayısal-nümerik strateji olduğu saptanmıştır. Elde edilen sonuçlardan biri de öğrencilerin çoğunlukla görsel ipuçlarını kullanamadıkları olmuştur. Şekil örüntülerinde genelleme yapmada başarısız olan öğrencilerin öncelikle nümerik ilişkilere odaklanma eğiliminde oldukları gözlemlenmiştir. Öğrenciler, kullandıkları yaklaşımlar arasında esneklik sağlayamadığı için temsiller arasındaki bağlantıları fark etmede zorlanmışlardır. Dolayısıyla söz konusu esneklik kaybının genelleme stratejilerini etkilediği ifade edilmiştir.

Genelleme stratejilerini etkileyen faktörlere değinen araştırmaların yanı sıra genelleme yaklaşımlarını etkileyen faktörler de çeşitli araştırmacıların çalıştığı bir konu olmuştur. Bu araştırmacılardan Yeap ve Kaur (2008), öğrencilerin genelleme stratejilerini ve bu stratejilerin kullanımını etkileyen faktörleri inceleme amacıyla Singapur'da 38 tane 5. sınıf öğrencisi üzerinde birlikte bir araştırma yapmıştır. Her öğrenci ile genelleme gerektiren etkinlikleri tamamladıktan sonra bireysel görüşmeler yapılmıştır. Etkinliklerde şekil örüntüsü, örüntü problemi (sözel problem), sayı örüntüsü ve tablo problemi yer almaktadır. Öğrencilerin kullandıkları stratejilerin literatürde rapor edilen stratejileri (sayma, bütüne genişletme, farkın çarpılması yöntemi ve lineer yöntem) işaret ettiği görülmüştür. Strateji kullanımını etkileyen faktörlerin ise;

- Matematiksel yapıları ve ilişkileri görebilme yeteneği,
- Ön bilgiler,
- Üst bilişsel stratejiler,
- Kritik düşünme stratejileri,
- Tablo gibi buluşsal yöntemlerin organize edilerek kullanımı,
- Buluşsal yöntemlerin basitleştirilerek kullanımı;
- Etkinlik aşinalığı,
- Teknoloji,

olduğu belirlenmiştir.

Benzer bir çalışma yapan Lannin, Barker ve Townsend (2006), öğrencilerin gösterdikleri cebirsel genelleme stratejilerini ve bu stratejileri etkileyen faktörleri incelemişlerdir. Araştırma, biri yüksek diğeri orta performans gösteren 2 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler, 18 tane lineer ve karesel büyüyen örüntü etkinliği gerçekleştirmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin strateji kullanımını etkileyen kompleks faktörlerin;

1. Giriş değeri (örüntünün terim sırası),
2. Etkinliğin matematiksel yapısı,
3. Önceki stratejiler,
4. Problem durumunun görsel şekli,
5. Öğretmen ve diğer öğrenciler ile etkileşimler

olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerde bu faktörlerin belirli birleşimlerinin bulunmasının, strateji seçiminin tahmin edilebilirliğini artırdığı görülmüştür.

Lannin, Barker ve Townsend (2006), çalışmalarında öğrenci yaklaşımlarını etkileyen faktörlerden birinin öğretmen etkileşimi olduğunu belirlemiştir. Bu durum, öğretmenlerin örüntü kavramına yönelik yaklaşımlarının nasıl olduğu sorusunu akıllara getirmektedir. Bu doğrultuda Yeşildere ve Akkoç (2010), matematik öğretmen adaylarının örüntülerin öğretimine ilişkin bilgilerinin ne düzeyde olduğunu araştırmıştır. Araştırmada altı öğretmen adayının, mikro-öğretim etkinliklerinde sayı örüntülerinin kuralını bulmayı öğretirken kullandıkları stratejileri incelenmiştir. Öğretmen adaylarının kullandıkları stratejilerin; ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleme, tablo yapma, modelleme yapma ve deneme-yanılma olduğu belirlenmiştir. Araştırmada elde edilen çarpıcı bir nokta ise öğretmen adaylarının örüntülerle ilgili literatürde rapor edilen güçlüklere sahip olduğunun belirlenmiş olmasıdır. Bu bulgu örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerinin öğretmen kaynaklı olma olasılığını taşıması açısından önemlidir.

Öğretmen yaklaşımlarının genelleme sürecine etkisini inceleyen araştırmalardan birini Warren (2006) gerçekleştirmiştir. Bunun için küçük yaştaki öğrencilerin kullandıkları tanımlar ve sembolik formların genelleme yapma yetenekleri ile ilişkisini ve bu ilişkinin gelişmesindeki öğretmen eylemlerinin etkisini incelemeyi hedeflediği bir araştırma yapmıştır. Ortalama 10 yaş civarında 27 öğrenciyle gerçekleştirilen çalışmada 4 ders saati sürmüştür. Dersler beş ana bölümden oluşturulmuştur:

(a) Çeşitli şekilde büyüyen örüntüleri temsil etmek için somut materyaller kullanma,

(b) Örüntünün özünde olan fonksiyonel ilişkileri ortaya çıkarmada örüntüyü bir tabloya çevirme,

(c) Çubuk sayısı ve örüntünün konumu arasındaki ilişkinin gelişimini desteklemede özel bir dil geliştirme,

(d) Farklı yollarla günlük dil ve sembollerle yapılan genellemeleri paylaşma,

(e) Yaptıkları genellemeleri doğrulamak için öğrencileri cesaretlendirme.

Seçilen örüntülerin görsellikleri, konumları ve kuralları arasındaki ilişkiyi işaret edecek şekilde temsil edilmesine ve lineer olmasına dikkat edilmiştir. Çalışmada öğretim sürecindeki öğretmen eylemleri;

- Görsel temsiller ile tablo değerleri arasında ilişki için dil ve eylemlerin kullanımı
  - ✓ Örüntünün konumu nedir?
  - ✓ Tabloda örüntü nerede?
  - ✓ Örüntüyü nasıl tanımlarsın?
  - ✓ Örüntü nasıl bir kurala göre büyüyor?
- Görsel örüntüyü tanımlamada destekleyici özel bir dilin tanıtımı
  - ✓ 4. adım neye benzer?
  - ✓ Bunu nereden biliyorsun?
  - ✓ 10. adımda kaç çubuk olurdu?
  - ✓ Bunu nasıl hesapladın?
  - ✓ Yaptığın işlem 5. adımda nasıl çalışırdı?
  - ✓ Bundan daha farklı şekilde yapan var mı?
  - ✓ Bilinmeyen bir şey için matematiksel bir cümle yazabilir misiniz?
  - ✓ Herhangi bir adım hakkında konuşmak istesek, onu nasıl tanımlarız?

şeklinde sınıflandırılarak tanıtılmaya çalışılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin önceki araştırmalarda belirtilen güçlükleri gösterdikleri belirlenmiştir.

Bu güçlüklerin gelişimsel olmadığı; ancak deneyimsel olabileceği belirtilmiştir. Dört dersten sonra öğrencilerin %37'sinin örüntülerle ilgili ilişikleri doğru şekilde yazabildiği, sadece %19'nun kuralı sembol kullanarak yazabildiği gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin örüntü genellemelerindeki başarısını; anlama ve kavrama düzeyi ile gösterdikleri stratejiler ve yaklaşımlar bağlamında inceleyen araştırmaların yanında güçlü bir cebirsel düşünce yeteneğinin gelişimini sağlamada genelleme sürecinin sorunsuz biçimde tamamlanması gerektiğini düşünülerek yapılmış araştırmalar da bulunmaktadır. Bu araştırmacılardan Orton ve Orton (1999), çalışmalarında genellemeyi engelleyen dört büyük nedenin varlığını ortaya koymuşlardır:

(1) Aritmetik yetersizlik genelleme sürecinin ilerlemesini engelleyebilir.
(2) Yinelenen bir yaklaşım ile kural belirlemeye çalışmak, genel bir kurala ulaşmayı engelleyebilir.
(3) Öğrencilerin uygun olmayan yöntemlere (farklı sonuçlar ve kısa yollar) özendirilmesi kuralı bulma yönündeki yöntemlerden uzaklaştırılmasına neden olabilir.
(4) Öğrencilerin özel durumlarla ilgili yöntemleri bireysel olarak yorumladıklarının göz önünde tutulmaması olabilir.

Genelleme sürecine yönelik yapılan çalışmalardan bir diğeri ise García-Kruz ve Martinón (1998) tarafından gerçekleştirilmiştir. Çalışma, bir grup 15-16 yaşındaki orta öğretim öğrencisi ile lineer genişleyen örüntü problemlerindeki öğrenci yaklaşımlarını derinlemesine incelemek ve problemlerin anlaşılmasını sağlayarak genelleme yapmalarına yardımcı olmak amacıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmada üç tane lineer büyüyen örüntü probleminde öğrenci performanslarının analizi yapılmıştır. Problemlerde, öğrencilerden örüntüleri yakın adımlara (4. ve 5. terim) ve uzak adımlara (10. ve 20. terim) devam ettirmeleri ve örüntüye ait genel kuralı cebirsel olarak yazmaları istenmiştir. Uygulama öncesi öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılmıştır. Uygulama sırasında ise öğrenciler kendi çözümlerini sınıf ortamında tartışmışlardır. Araştırmacı, öğrencileri kendi çözümlerini küçük gruplar halinde tartışmaları için cesaretlendiren ve çözümleri yorumlayabilmelerine yardımcı olan bir rol üstlenmiştir. Öğrenci eylemleri göz önüne alınarak genelleme süreçleri 3 düzeyde tanımlanmıştır:

- Düzey 1 (Prosedürel faaliyetler): Bu düzeyde öğrenciler lineer örüntülerin tekrar eden veya yineleyen yapısının farkına varırlar. Bu düzeyde kullanılan stratejiler genelleme yapmaya yönelik değildir. Öğrenciler, çoğunlukla sabit farkı ekleme yaklaşımını kullanırlar.
- Düzey 2 (Prosedürel anlayış-Lokal genelleme): Bu düzeyde öğrenciler sayı ve şekil örüntülerinde değişmeyen hesaplamaları diğer terimlerin hesaplanmasında kullanırlar. Burada öğrencinin bir bilişsel şema geliştirmesi söz konusudur (sayma yöntemi, fonksiyon el ya da orantısal yaklaşım). Geliştirilen şemalar, sözel olarak tanımlanır.
- Düzey 3 (Kavramsal anlayış-Global genelleme): Bu düzeydeki öğrenciler bir strateji olarak örüntüye ait kural belirler. Burada benzer eylemler ve oluşturulan değişmezler benzer problem durumlarında kullanılır.

Becker ve Rivera (2008) ise genelleme sürecine yönelik kuramsal bir çerçeve oluşturmak amacıyla bir araştırma yapmıştır. Öğrencilerin göstermiş olduğu genelleme yaklaşımlarını, örüntüdeki ilişkiyi ele alma bakımından sınıflandıran Rivera ve Becker (2008), ortaokul öğrencilerinin şekil örüntülerini genellemede gösterdikleri kompleks saptama ve doğrulama yaklaşımlarını incelemeyi hedeflemişlerdir. Araştırma, 3 yıllık bir çalışma verilerinin kullanılması ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın katılımcıları, 11 yaşında 29 tane 6. sınıf öğrencisidir. Uygulama öncesi ve sonrası yapılan görüşmeler ve öğretim sırasındaki video kayıtları ele alındığında öğrencilerin sayı örüntülerini genellemede gösterdiği yaklaşımlar üç forma ayrılmıştır:

- Standart yapıcı genelleme (parçalardan şeklin bütününe gidilen bir yaklaşım)
- Standart dışı yapıcı genelleme (parçalardan şeklin bütününe gidilen bir yaklaşım)
- Standart parçalayıcı/ayırıcı genelleme (bütünden parçalara gidilen bir yaklaşım)

Yapıcı yaklaşımlar, modelin incelenmesinde parçalardan hareketle şeklin bütününe gidilerek yapılan genellemeye dayandırılmıştır. Parçalayıcı/ayırıcı yaklaşım ise modelin incelenmesinde belli bir bütünden eksiltilen parçaların göz önüne alınarak yapıldığı genellemeye dayandırılmıştır.

Genelleme sürecini inceleyen oldukça önemli çalışmalardan biri de Radford (2008) tarafından yapılmıştır. Radford (2008)'un yapmış olduğu ve bu araştırmanın kuramsal çerçevesini oluşturan "cebirsel genellemenin inşası" adlı çalışma ayrıntılı olarak aşağıda ele alınmaktadır.

2.4. Cebirsel Genellemenin İnşası

Radford (2008), genellemeye dayalı güçlüklerin genelleme sürecinde meydana gelen sorunlardan kaynaklanabileceğini belirtmiştir. Bu yüzden çalışmasında örüntü genellemelerini ele almıştır. Radford (2008), öğrencilerin yapmış olduğu örüntü genellemelerinin cebirsel genelleme, aritmetik genelleme ve olgunlaşmamış tümevarımlar şeklinde olduğunu belirtmiştir. Radford (2008),öğrencilerin kullandıkları genelleme süreçlerini aşağıdaki gibi açıklamaya çalışmıştır:

Cebirsel örüntü genellemeleri;

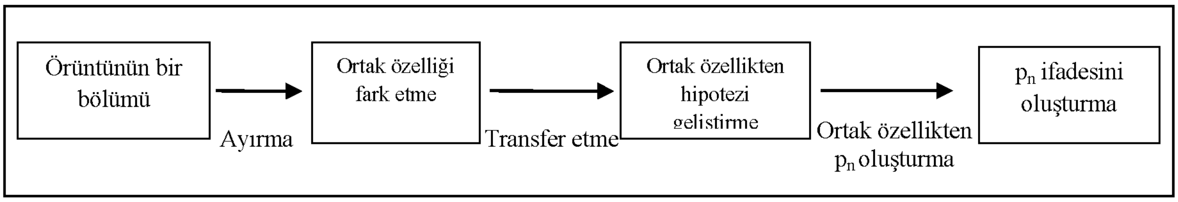
a) Örüntüdeki ortaklığı yakalama, anlama veya idrak etme,
b) Bu ortak özelliği dikkate alınan örüntünün veya sayı dizisinin tüm terimlerinde genelleme,
c) Örüntünün herhangi bir terimini doğrudan belirtmek için bir kural veya şema şekli belirtme,

süreciyle meydana gelmektedir.

Şekil 5

Cebirsel Örüntü Genellemesinin İnşası

(Radford,2008: 85)



Aritmetik örüntü genelleme sürecinde sayı dizisinin bütününe yönelik geliştirilen hipotezden sonuç çıkarılamadığı için belirsiz sayıların hesaplanması için bir kural geliştirilemez. Aritmetik genelleme süreci ise;

1. Örüntüdeki ortaklığı yakalama, anlama veya idrak etme,
2. Bu ortaklığı dikkate alınan örüntünün veya sayı dizisinin tüm terimlerinde genelleme,

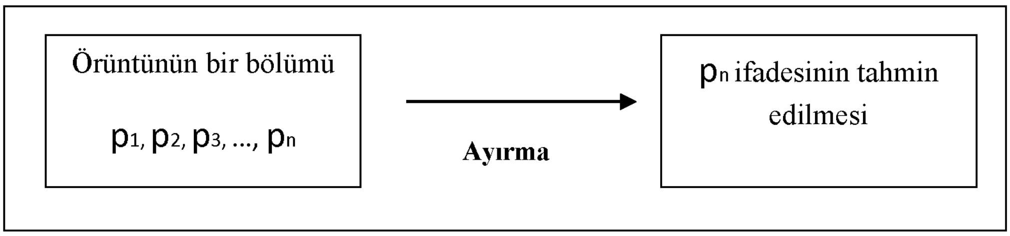
şeklinde gelişirken Şekil 5'teki süreç göz önüne alındığında son okla gösterilen aşama bulunmamaktadır.

Olgunlaşmamış tümevarımlar ise; " Genellemenin meydana getirdiği bir kural yolu değil; ancak tümevarımdan meydana gelen bir kuralın oluşması" sürecidir. Dolayısıyla olgunlaşmamış tümevarımlar bir genelleme olarak kabul edilmez.

Şekil 6

Olgunlaşmamış Tümevarımların inşası

(Radford,2008: 86)



Radford (2008), söz konusu araştırmasında öğrencilerin cebirsel genelleme yapmada zorlandıklarını ve örüntüleri genellemeye çalışırken çoğunlukla olgunlaşmamış tümevarımlar kullandıklarını belirlemiştir. Olgunlaşmamış tümevarımlar bir genelleme yolu kabul edilmediğinden, öğrencilerin cebirsel genelleme yapabilmelerini sağlamak gerekmektedir. Genelleme sürecinin dikkate alınmasıyla, öğrencilerde görülen bu güçlüğün giderilebileceği ifade edilmektedir (Radford, 2008).

2.5. Etkinlik Tasarımı

Matematik eğitimcileri, matematiksel anlayışın ve muhakemenin gelişimi için etkinlikleri önemli bir koşul olarak tanımlamaktadırlar (Hennigsen ve Stein, 1997). Çünkü öğrencilerin öğrendikleri her türlü bilgi, büyük ölçüde onlara verilen etkinlikler tarafından belirlenmektedir (Hiebert ve Wearne, 1993). Bu noktadan hareketle etkinlikler, öğrenme sürecinde etkili bir öğrenme ve güçlük giderme aracı olarak kullanılabilir.

Etkinlik tasarımının yapılabilmesi için, etkinliğin ne olduğunun anlaşılması gerekmektedir. Doyle (1988), bir akademik etkinliğin dört temel unsurunu tanımlamıştır;

a) Ürün: Bir etkinliğin ulaşılması gereken bir hedefi veya başarılması gereken bir sonucu olmalıdır. (Örneğin; Bir problemin çözümü, bir dizi test sorusunun cevapları, sınıf içinde verilen sözel cevaplar)
b) Kaynaklar: Bir etkinliğin başarılması için ulaşılabilecek durumdaki araçlardır. (Örneğin; ders notları, kitap bilgisi, diğer öğrenciler, öğretmenin sağladığı çözümlerin modelleri gibi.)
c) Operasyonlar: Kaynakları kullanarak bir ürüne veya sonuca ulaşabilmek için bulunulan eylemlerdir. (Örneğin; bir önceki derste verilen cevapların hatırlanması, bir kuralın uygulanması gibi.)
d) Sorumluluk: Sınıfın genel çalışma sisteminde etkinliğin önemi (Örneğin; etkinlikler sınıf geçme testlerinin % 20'sini oluşturması gibi.)

Bunun yanında ise Zaslavsky (2007) , etkinliklerin genelde üç temel eleman içerdiğini ve çoğunlukla aşağıda belirtilen bu elemanlar üzerine odaklanıldığına işaret etmiştir.

1) Matematik yapmak (matematiksel bir problemin çözülmesi, örüntülerin ve ilişkilerin tanımlanması, matematiksel kavramların sınıflandırılması gibi.)
2) Öğrenciler için gerçek olan etkinliklere değinilmesi (analiz etme, karşılaştırma, sınıflandırma veya yaratıcı etkinlikler gibi.)
3) Öğrenci düşüncelerini yansıtan sınıf olayları veya matematiksel bir etkinliğe verilen öğrenci yanıtlarını analiz etme yoluyla öğrenci düşüncelerini test etme.

Etkinliklerin, öğrenme sürecine katkıları ile ilgili çeşitli görüşler bulunmaktadır. "Etkinliklerin, öğrenciyi öğrenmenin merkezinde" tutması (Henningsen ve Stein, 1997: 525), öğrencinin öğrenme zincirinden kopmasını önleyebilecek bir etkinlik özelliğidir. Diğer yandan etkinlikler öğretmenlere öğrenci zorluk ve ihtiyaçlarını keşfetmek ve bunlara karşı duyarlılık geliştirmek için fırsatlar sunarken (Jaworski'den akt. Biza, Nardi ve Zachariades, 2007) öğrencilere de faaliyetleri ile ilgili yeterli geri bildirim sağlamaktadır (Biza, Nardi ve Zachariades, 2007). Çünkü etkinlikler; rutin olmayan açık uçlu problemlerin çözümünde karşılaşılan sorunları, etkinliğin yürütülmesi sırasında gösterilen yol, düşünce ve yansımalarla ortaya çıkarabilir (Ben-Chaim, Keret ve Ilany, 2007). Bazı araştırmacılar ise etkinliğin bu özelliğinden dolayı, araştırma olarak da adlandırılabileceğini ileri sürerler. Ayrıca yorumlamaya ve etkileşime dayalı sınıf etkinliklerindeki çalışmalar, öğretmene öğrenci fikirlerinin gelişiminin çokluğuyla ilgili bir görüş sağlayabilir (Doerr, 2006). Bu yolla öğrenci eğilimleri de gözlemlenebilir.

Gerçek araştırma etkinliklerinin öğrencilerin yargı ve bilgi kullanımını problem çözmek için harekete geçirmesi (Ilany'den akt. Ben-Chaim, Keret ve Ilany, 2007), etkinliklerin öğrencilere sağladığı diğer bir katkı olarak görülebilir. Çünkü öğrenciler, var olan bilgilerini yeni problem durumlarında kullanacağından öğrenilen bilgiler daha kalıcı olacaktır.

Zengin ve karmaşık etkinlikler, öğrencilerin problem durumlarını yorumlamada ve düşüncelerini önemli ölçüde geliştiren birden fazla yol içerdiğinden

(Doerr, 2006); matematik eğitiminin genel amaçlarından problem çözme stratejilerinin geliştirilmesine ve bunların günlük hayatta kullanabilmesine yardımcı olacaktır. Ancak problem çözme üzerine yapılan araştırmalar öğrencilerin yeni ya da yabancı bir problem çözme etkinliği sunulduğu zaman çok çabuk vazgeçme eğilimi içinde olduklarını göstermektedir (Doerr, 2006). Bu eğilimi azaltabilmek için gerçek yaşam problemlerine yer verilebilir. Çünkü gerçek yaşam içeriğine gömülü etkinliklerin önemli bir özelliği de yüksek motivasyon gücüdür. Bu tarz etkinliklerin önemli bir seviyede öğrenciyi uğraşmaya iten tetikleyici bir gücü vardır (Stylianides ve Stylianides, 2007).

Araştırmacılar, etkinlik tasarımı sürecinde bazı ilkeler, etkenler ve aşamalar üzerinde durmuşlardır. Örneğin Doerr (2006), yapmış olduğu etkinlik tasarımı çalışmalarını aşağıda belirtilen dört ilke etrafında şekillendirmiştir:

- Gerçeklik İlkesi: Etkinliklerin öğrenci için anlamlılık ifade etmesi temeline dayanır.
- Model Yapımı İlkesi: Bu ilke, öğrencilerin etkinlikte açıkça oluşturacakları bir modelin gerekliliğini fark etmeleri anlamına gelmektedir.
- Öz değerlendirme İlkesi: Etkinlikte öğrenciler kendi yanıtlarını yeterince iyi olduklarında yargılayabileceklerdir. Öğrenciler, tatminkâr bir çözüme sahip olduklarında dışsal bir otoriteye ihtiyaç duymayacaklardır.
- Belgelendirme İlkesi: Etkinliklerin çözümlerinde, öğrenci düşüncelerini temsil eden ve belgelendiren açıklamalar içermesidir.

Doerr (2006), bu tasarım ilkeleri ile şekillendirmiş olduğu etkinlik ile öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin kullanımını incelemeyi hedeflemiştir. Bunun için örüntü problemi içeren bir etkinlik tasarlamıştır. Problem, bir dama tahtasının birinci karesi üzerine bir kuruş, ikinci karesi üzerine 2 kuruş, üçüncü karesi üzerine 4 kuruş, dördüncü karesine 8 kuruş yerleştirilmesiyle elde edilen örüntünün incelenmesine dayalıdır. Öğrencilerin söz konusu büyüme durumunun modellenmesinde lineer fonksiyonları kullandıkları, değişim oranından hareketle eğimi araştırdıkları, ikinci dereceden fonksiyonlar buldukları, mükemmel kareler örüntüsünü açıklamaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Öğretmen, bu sırada öğrencilerin matematiksel bağlantılar kurmasına yardımcı olacak şekilde bir tutum göstermiştir. Etkinlik, bilinen işlem adımlarının yeni problem durumlarına uygulanması ile öğrencilerin kullanmış olduğu yaklaşımlar hakkında önemli geri dönütler sağlamıştır. Etkinlik içerisinde öğrenciler problem durumunu matematikselleştirmek zorunda kaldığından farklı ilişkilendirme yolları göstermişlerdir. Bu durum öğretmenin öğrencilerin problem durumu ile ilgili tam gelişmemiş düşüncelerinin nasıl cesaretlendirilebileceği ile ilgili yollar fark edebilmesine yardımcı olmuştur.

Tasarım ilkelerini belirli matematiksel konular içerisinde ele alan araştırmacılar da yer almaktadır. Cebire dayalı olarak geliştirdiği etkinliklerde tasarım ilkeleri belirleyen Ainley (2006); bir etkinlik tasarımı çerçevesi tanımlamaya çalışmıştır. Etkinlikler, örüntülere ilişkin hazırlanmış olup aşağıda belirtilen ilkeler çerçevesinde geliştirilmiştir:

- Çözümü çok basit olmayan gerçek yaşam problemlerini içermesi,
- Cebirsel sembollere ihtiyaç hissettirmesi,
- Özel hesap tablolarının kullanılabileceği fırsatlar sağlaması,
- Hesap tabloları notasyonu ile standart cebir arasındaki ilişkinin aritmetik işlemlerdeki akıcılık üzerine inşa edilmesi açsından fırsatlar sağlaması.

Çalışma 11-14 yaş grubundaki öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Birçok öğrencinin cebirsel notasyon kullanarak ifadeler yazdıkları, bazılarının özel sayısal örnekler vermeye odaklandığı bazılarının ise genellemeler tanımladıkları belirlenmiştir.

Etkinliklerin, tasarım ilklerinin yanında bazı faktörlerden de etkilendiğini gösteren çalışmalar da yapılmıştır. Watson ve Mason (2007), tasarım sürecinde etkinliğe öğrenenin asıl yaptığı işin yanında, diğer öğrenenlerle, kaynaklarla ve öğretmenle etkileşimin dâhil edilmesi gerektiğini belirterek bazı faktörlere işaret etmiştir.

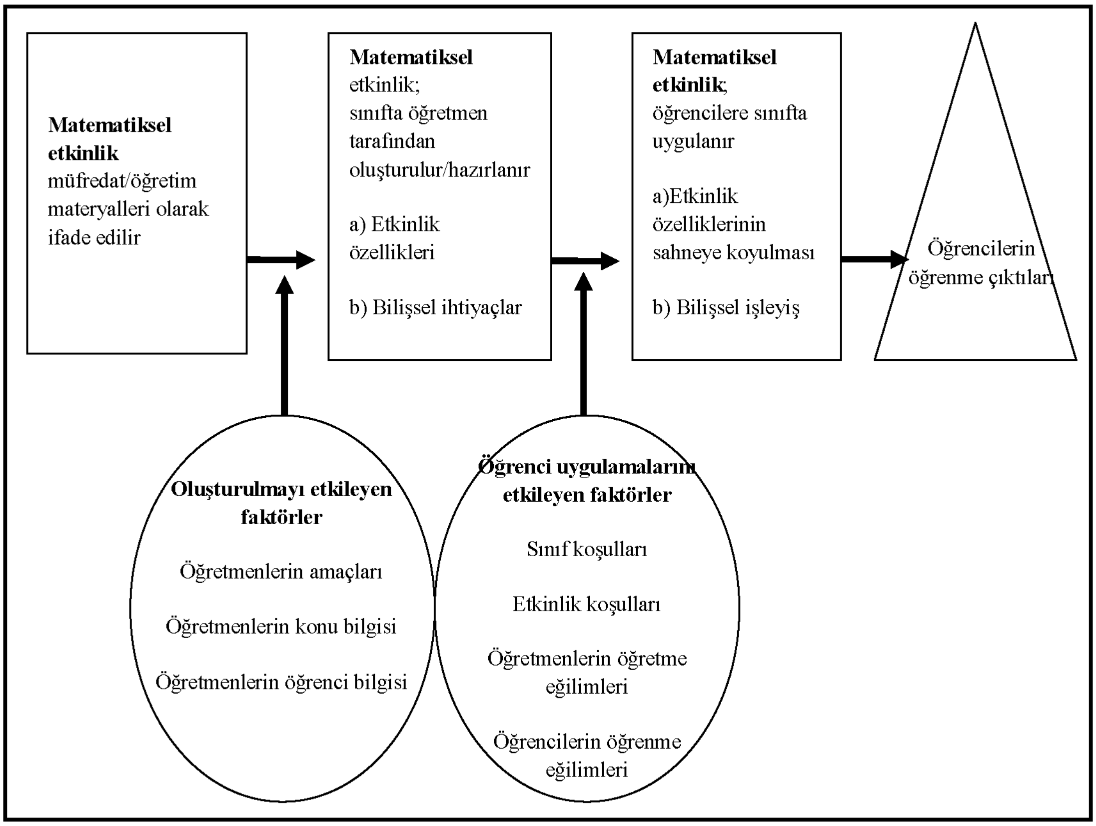
Henningsen ve Stein (1997), öğrencilerin yüksek seviyede matematiksel düşünce ve muhakeme yapabilmelerini sağlayan etkinliklerin hangi sınıf tabanlı faktörlerden etkilendiğini incelemek amacıyla bir araştırma yapmıştır. Bu faktörler, aşağıdaki gibi sınıflandırılmıştır:

1. Matematiksel etkinliğin oluşturulmasını etkileyen faktörler
   - Öğretmen amaçları
   - Öğretmenin konu bilgisi
   - Öğretmenin öğrenci bilgisi
2. Matematiksel etkinliğin uygulanmasını etkileyen faktörler
   - Sınıf koşulları
   - Etkinlik koşulları
   - Öğretmenlerin öğretme eğilimleri
   - Öğrencilerin öğrenme eğilimleri

Bu faktörler Şekil 7'deki gibi şemalaştırılarak aralarındaki ilişkiler gösterilmeye çalışılmıştır. Bu faktörler Henningsen ve Stein (1997)'in ele aldığı şekliyle aşağıda açıklanmaya çalışılmıştır.

Şekil 7

Etkinlik Faktörleri ile Öğrencilerin Öğrenme Çıktıları Arasındaki İlişki (Henningsen ve Stein, 1997: 528)



Şemalaştırılan bu sürece göre matematiksel etkinlikler üç aşamadan geçmektedir. Program geliştiriciler tarafından yazılan etkinlikler, sınıfta öğrenciler üzerinde uygulanmak üzere öğretmenler tarafından tasarlanır veya kurulumu yapılır. Bu tasarım ve kurulum sürecini etkileyen değişkenleri; öğretmenin belirlemiş olduğu hedefler, öğretmenin sahip olduğu konu alanı ve öğrenci bilgisi olarak ifade etmek mümkündür. Etkinlik özellikleri, sınıfta uygulanmak üzere hazırlanan etkinliklerin önem verilmesi gereken bir boyutudur. Matematiksel etkinlik özellikleri; çoklu stratejilerle, çoklu temsillerle ve matematiksel iletişimle desteklenmelidir. Öğretmen, bu tasarım sırasında öğrencileri cesaretlendirecek ek açıklamalar ve ayarlamalar yapabilir. Bu tasarım ve kurulum aşamasının diğer bir boyutu ise bilişsel ihtiyaçlardır. Bilişsel ihtiyaçlar, etkinliklerin tasarlanması ve uygulanması aşamasında etkinliğin çözümüne yönelik düşünme sürecinin türleri ile ilgili öğrencileri yönlendirebilecek öğretmen açıklamalarını içerir. Bu düşünme süreçleri, ezberlenen bir işlem yolundan daha karmaşık düşünme ve muhakeme stratejilerine kadar uzanan bir aralıkta yer alabilir. Etkinliğin uygulama aşamasını sınıf ve etkinlik koşulları, öğretmenin öğretim eğilimleri ve öğrencilerin öğrenme eğilimleri olarak ifade edilen faktörler etkilemektedir. Sınıf koşulları, verilen etkinliğin veya görevin kimler tarafından ve nasıl yapılacağı, nasıl bir nitelikte ve sorumluluk derecesinde yerine getirileceği ile ilgili beklentileri içeren bir faktördür. Etkinlik koşulları, öğrencilerin hangi ön bilgilerle ve ne kadar sürede etkinliği tamamlayacağı örneğindeki gibi özellikleri içeren bir faktördür. Sınıf içinde gerçekleştirilen etkinliğin, öğretmen ve öğrencilerin pedagojik ve öğrenme yaklaşımlarından nasıl etkilendiğini içeren faktör ise öğretmen ve öğrencilerin eğilimleridir. Tüm bu aşama ve faktörler, öğrencilerin öğrenme çıktılarını ve öğrenme çıktılarının niteliğini etkilemektedir. Çünkü araştırma bulgularına göre, hazırlanan etkinliklerdeki öğrenci başarısı yükseldikçe destek faktörlerin sayısının arttığını görülmüştür.

Etkinlik faktörlerini ele alan Stylianides ve Stylianides (2007) ise etkinlik uygulamaları için literatürde sentezlenen iki faktör üzerine yoğunlaşmıştır. Birincisi, etkinliğin yürütülmesindeki olası değişikliklere karşı öğretmen deneyimleri, bilgisi ve inançlarından etkilenen öğretmen duyarlılığıdır. İkinci ise, etkinliğin yürütülmesindeki sınıf gelenekleri ya da özelidir. Bu doğrultuda Stylianides ve

Stylianides (2007), farklı türdeki etkinliklerin sınıf uygulamalarının tanımlanması ve açıklanması için analitik bir çerçeve oluşturmayı hedeflemişlerdir. Araştırmalarında, matematik programına paralel olacak şekilde 4 ay boyunca haftada 1-2 ders saatinde uygulanan etkinlikler düzenlenmiştir ve uygulamalar esnasında gözlemler yapılmıştır. Etkinlikler, 7. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Uygulamaların bitiminde ders öğretmeni ile görüşme yapılmış, öğretme ve öğrenme ile ilgili düşünceleri değerlendirilmiştir. Araştırmanın bulguları; yüksek düzeydeki etkinliklerin genelde yavaş ve düzensiz ilerlemesine rağmen seviyesi düşük öğrencileri de içeren ürünler ortaya çıkardığını, öğrencilere matematiksel başarı duygusunu hissettiren yüksek motivasyon gücü sağladığını göstermektedir.

Etkinlikler, içeriğin belirli yönlerine dikkatin çekilmesi ve bilgiyi işleme yollarının belirtilmesiyle öğrencileri etkiler (Doyle, 1983). Böylece içerik ve öğrencilerin içerik paralelinde bilgiyi işleme yolları göz önüne alındığında etkinlikler çeşitlendirilebilir. Özellikle araştırma etkinlikleri farklı düzeylerde ve sarmal yapılarda olabilir (Ben-Chaim, Keret ve Ilany, 2007). Daha yüksek bilişsel yöntemler içeren etkinliklerde ise odak noktası; kavrama, yorumlama, bilgi ve becerilerin esnek bir şekilde uygulanması üzerinedir (Doyle, 1988). Etkinlikler, araştırmacılar tarafından amaçlarına, içeriğine, bilgiyi işleme yollarına göre çeşitlendirilmektedir.

Etkinlikler;

- matematiksel kavramların sınıflandırılması,
- çoklu gösterimlerin yorumlanması,
- matematiksel durumların değerlendirilmesi,
- öğrencinin kendi problemini yaratması ve çözmesi,
- var olan problem durumların genellenmesi,

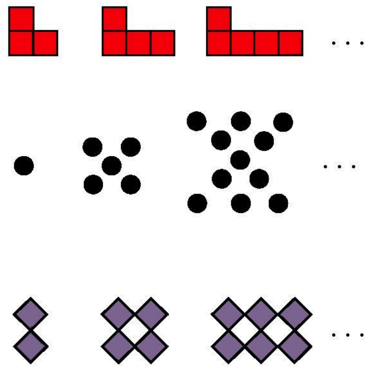
amaçları paralelinde çeşitlendirilmektedir (Swan, 2007).

a) Matematiksel Kavramların Sınıflandırılması Etkinlikleri

Matematiksel kavramların sınıflandırılması amacıyla geliştirilen bu etkinlikler, farklı terim ve sembollerin ne anlama geldiğinin öğrenilmesi ve bu gelişim sürecine katkı sağlamaya yardımcı olmak için hazırlanır. Böylece öğrencilerin, kavramlar arasındaki ayrımı ve özellikleri tanıması ve matematiksel dil ve tanımları kullanması gerekir. Seçimlerindeki kriterlerin tanımlanması, öğrencilerin matematiksel dilinin gelişmesini gerektirir. Şekil 8'de Swan (2007)'ın çalışmalarından uyarlanarak örüntü kavramının ele alınmasıyla hazırlanmış örnek bir matematiksel kavramların sınıflandırılması etkinliğine yer verilmiştir. Bu etkinlikte ardışık terimler arasındaki farkı sabit olan lineer örüntülerle, ardışık terimler arasındaki farkı sabit olmayan kuadratik örüntülere yer verilmiştir. Öğrenciler, bu örüntülerin modelleri, nümerik gösterimleri ya da genel terimleri arasında ne gibi farklılıkları olduğunu gözlemleyebileceklerdir.

Şekil 8

" Hangisi diğerlerinden farklıdır?" Etkinliği

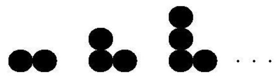
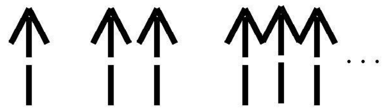
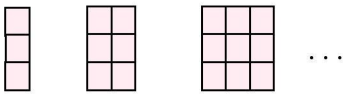
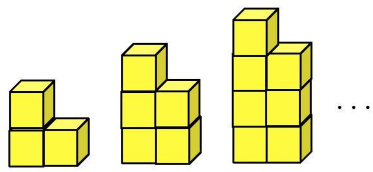
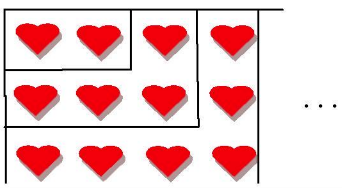
	a) 7, 11, 15, … b) 5, 10, 15, … c) 4, 16, 64, …	• n. (n+2) • 11n • 8n - 1

b) Çoklu Gösterimlerin Yorumlanması Etkinlikleri

Belli bir kavrama ait kelime, cebirsel sembol, diyagram, tablo, grafik, sembol gibi farklı gösterimler arasında bağlantılar kurulması, yorumlanması amacıyla hazırlanan etkinliklerdir. Aşağıda bu etkinliğe yönelik olarak sayı örüntülerinde örüntünün kuralı, örüntüye uygun modeli ve sayı örüntüsünün eşleştirilmesi istenmektedir. Çoklu gösterimler etkinliğine örnek olması açısından Swan (2007)'ın çalışmaları paralelinde geliştirilen sayı örüntüleri etkinlik örneği Şekil 9'da gösterilmiştir.

Şekil 9

Çoklu Gösterimlerin Yorumlanması Etkinliği

	n (n+1)	3, 6, 9, . . .
2n+1		2,3,4,5,…
	3, 5, 7, . . .	n+1
4n	2, 6, 12, . . .	
	3n	4, 8, 12,16,…

c) Matematiksel Durumların Değerlendirilmesi Etkinlikleri

Bu tür etkinliklerin hazırlanmasındaki amaç; öğrencilerin açıklama yapma, ikna etme ve ispat etme kapasitelerini geliştirmektir. Bunun için etkinliklerde bazı matematiksel durumların " her zaman ", " bazen " ve " hiçbir zaman " kriterlerine göre değerlendirilmesi istenir. Matematiksel durumları değerlendirme etkinliğine örnek olması açısından Swan (2007)'ın çalışmalarından uyarlanarak geliştirlen örüntü etkinliği Şekil 10'da gösterilmiştir.

Şekil 10

Matematiksel Durumların Değerlendirilmesi Etkinliği

	Her zaman	Bazen	Hiçbir zaman
Bir sayı örüntüsünde ardışık terimler arasındaki fark 5 ise örüntünün kuralı "5n" olur.			
Bir örüntünün kuralı 6n-1 ise ardışık terimler arasındaki fark 6'dır.			
Kuralı 9n+2 olan sayı örüntüsünde 5. terimi bulmak için n yerine 5 yazılır.			
Bir örüntünün kuralı belli ise örüntünün tüm terimleri bulunabilir.			

Örnek etkinlikte, örüntüler konusu ile ilgili bazı durum ifadelerine yer verilmiştir. Öğrenciler bu ifadelerin "her zaman", "bazen" ve "hiçbir zaman" kriterlerine göre geçerli olup olmadıklarını değerlendirerek açıklamalarına ve örneklerine yer vereceklerdir. Örneğin; ilk durum ifadesinin bazen geçerli olduğunu fark eden öğrenci, karşıt örneklerle açıklamalarını destekleyebilir. "Ardışık terimler arasındaki farkı 5 olan 3, 8, 13, … gibi bir sayı örüntüsünün kuralı "5n-2" şeklindedir" gibi karşıt örnekler verebilir.

d) Öğrencinin Kendi Problemini Yaratması ve Çözmesi Etkinliği

Bu tür etkinlikler, mümkün olan problem türlerinin aralığının bilincini arttırmak ve matematikte bu süreçte yapma ve geri alma süreçlerine odaklanmak amacıyla hazırlanırlar. Öğrencilere kendi problemlerini oluşturmaları ve çözmeleri istenir. Bu tarzdaki bir etkinliğe örnek olması açısından Swan (2007)'ın çalışmalarından uyarlanarak geliştirilmiş örüntü etkinliği Şekil 11'de gösterilmiştir.

Şekil 11

Kendi Sayı Örüntüsünü Oluşturma Etkinliği

a.n +b (a,b€Z ve a>0)

a=4, b=2 alınırsa

Örüntünün kuralı; 4n+2 olur.

n=1 ise; 4.1+2=6

n=2 ise; 4.2+2=10

n=3 ise 4.3+2=14

Örüntü; 6, 10, 14, …

Örnek olarak verilen etkinlikte, kuralı doğrusal bir fonksiyon şeklinde yazılabilen örüntülerin genel terim kalıbı verilmiştir. Öğrenci burada n'e ait katsayıyı ve sabit sayıyı istediği gibi seçebilir. Bu durumda oluşan kurala göre de örüntünün terimleri bulunarak sayı örüntüsü oluşturulur.

Bu tür etkinlikler, öğrencilere özgürlük sağladığından dolayı öğrenciler için eğlencelidir. Öğrenciler daha karmaşık problem durumları yaratırlar. Yaratılan sorular, çalışma arkadaşlarına çözmeleri için verilebilir.

e) Var Olan Problem Durumların Genellenmesi Etkinlikleri

Bu tür etkinliler yaratılan bütünsel bir problem durumunun bazı değişkenlere göre genellenmesi üzerine oluşturulur. Bu değişkenler tek tek silinerek, öğrencilere bilinmeyen değerin nasıl bulunabileceği sorulur. Burada amaç, bir dizi anlamlı ilişkilerin yapılandırılmasıdır. Örneğin; Şekil 12' deki örüntü problemi etkinliğinde ücret tarifesinde 5 km için 5x2+3= 13 gibi ilişki kurulması. Daha sonra müşterinin gideceği mesafeler için ödeyeceği ücretlerin ne olabileceği öğrencilere sorulur, olası cevaplar için tablo yapılabilir. En sonunda problem durumunda her sayı için mümkün olan " gidilen mesafe x 3 + 2 = taksi ücreti " şeklindeki ücret tarifesine ulaşılabilir. Söz konusu örüntü problemi etkinliği Swan (2007)'ın çalışmasından uyarlanarak geliştirilmiştir.

Şekil 12

Örüntü Problemi Etkinliği

Bir taksici, müşterilerinden 1 km'lik mesafe için 5 TL, 5 km'lik mesafe için 13 TL, 9 km'lik mesafe için 21 TL ücret almaktadır.

- Taksiye binen bir müşterinin yanında 300 TL vardır.
- Müşterinin gideceği yer 20 – 27 km uzaklıkta olabilir.
- Taksici, ücret tarifesini belirli bir kurala göre şekillendirmiştir.

Etkinlikler, farklı şekillerde de sınıflandırılmaktadır. Örneğin Doyle (1983), içeriğe ve bilgiyi işleme yollarına göre etkinlikleri aşağıdaki gibi sınıflandırmıştır:

1. Bellek Etkinlikleri: Bu etkinlikler, önceden karşılaşılan bilgilerin tanınmasını ya da yeniden oluşturulmasını gerektirir. Dolayısıyla, öğrenilecek içeriğin dış görünüşüne ve kelimelerin tekrar oluşturulmasına dikkati toplar. Örneğin; yabancı dil derslerindeki kelime bilgisine dayalı etkinlikler.
2. İşlemsel sürece dayalı veya rutin etkinlikler: Bu tür etkinliklerde öğrencilerden belli bir algoritmayı uygulaması ya da standart veya tahmin edilebilir bir formül kullanarak cevapları bulması beklenir. Örneğin; matematik dersindeki sözel problemleri çözmeye dayalı etkinlikler.
3. Anlamaya veya kavramaya dayalı etkinlikler: Söz konusu bu etkinlikler daha önce karşılaşılan bilgilerin başka şekle dönüştürülmüş yada farklı şekillerde açıklanmış versiyonların fark edilmesini, özel bir probleme uygulanan işlemlerden birine karar verilmesini veya yeni problemlere uygulanmasını gerektirir. Dolayısıyla bu etkinlikler, içeriğin kavramsal

yapılarına ve taşıdıkları anlamlara dayanır. Örneğin; bir işlem için alternatif formül bulma gibi.

4. Görüş Etkinlikleri: Öğrencilerden bir konu üzerinde görüş veya tercih belirtmesinin amaçlandığı etkinliklerdir.

Örüntü içerikli etkinlikler geliştiren ve bu etkinliklerin etkisini inceleyen araştırmacılardan biri Rivera (2010)'dır. Lineer büyüyen şekil örüntüleri içeren etkinlikler, bir şablon halinde 3 haftalık bir sınıf deneyimi ve dört buçuk ay süren klinik görüşmeler sonucunda ortaya çıkarılmıştır. Biri çok anlamlı, diğeri ikisi iyi tanımlanmış 3 etkinlik geliştirilmiştir. Geliştirilen etkinlikler 34 tane, klinik görüşmeler 11 tane 7. ve 8. sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Yapılan klinik görüşmelerde ortaya çıkan en az 6 tip cebirsel genelleme gözlemlenmiştir. Bu cebirsel genelleme türleri; standart eklemeli yapıcı genelleme, standart dışı eklemeli yapıcı genelleme, standart çarpımsal yapıcı genelleme, standart dışı çarpımsal yapıcı genelleme, yapı çözümsel genelleme, yardımcı yapıcı veya yapı çözümsel genelleme, dönüşümsel yapıcı ya da yapı çözümsel genelleme şeklinde sınıflandırılmıştır. Bulgulardan hareketle etkili ve düzenli bir görsel örüntü genelleme etkinliklerinin ifade dilen şu beş özelliğe sahip olması gerektiği belirtilmiştir:

- Örüntü niteliğinin etkisi: Örüntünün cebirsel yönden kullanışlı olması ile ilgilidir. Örüntü niteliğinin yüksek olması, ek olarak başka matematiksel bilgi olmadan ve fazla çaba gösterilecek detaylı bir inceleme olmadan yorumlanabilir bir yapıda olması demektir.
- Bilgi/eylem etkisi: Örüntünün önceki matematiksel bilgiler ve şekilsel eylemeler(odaklanma, çeşitlendirme, şekilsel aşamaların geçişi) ile ilgili olmasıdır.
- Aşama güdümlü gruplama: Görünen şablonların içeriğinin idrak edilerek örüntünün aşamaları arasında gösterilen gruplama eylemelerine yönlendirilmesini sağlar. Gruplama eylemeleri; ayırt etme ve tümevarım eylemeleri ile sembolik eylemleri içerir.
- Yapısal birim: Bir örüntünün içinde ve aşamaları arasında algılanan genel kimliğinin yorumlanabildiği en küçük birimdir.
- Benzeşim; Örüntünün parçaları arasındaki uyum ve tutarlılık ile ilgilidir.

Araştırma sonucunda, 11 öğrencinin de basit ve karmaşık yapıdaki örüntüleri içeren ve birbiriyle bağlantılı söz konusu kıstasların en az üçünün bulunduğu etkinliklerde genelleme yapmada başarılı oldukları gözlemlenmiştir.

Etkinlik tasarım sürecinin öğrenci üzerindeki etkisini inceleyen diğer bir araştırma ise Breen ve O'shea (2010) tarafından yapılmıştır. Tasarım yaklaşımlarının öğrenci faaliyetleri üzerindeki etkisinin incelenmesi hedeflenen çalışma, 12 yaşındaki iki yetenekli öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Tasarım yaklaşımlarının öğrenciler üzerindeki gelişimini incelemek için; yüksek düzeyli bir kâğıt katlama etkinliği geliştirilmiştir. Tasarımı yapılan bu etkinlik bazı karakteristik özellikler içermektedir:

- Kapsam: Öğrencilerin iki kâğıt katlama sürecinde alternatif kareler, dikdörtgenler yaratması ile ilgili araştırma faaliyetlerini içerir.
- Matematiksel içerik: Etkinlik, matematiğin diğer alanları ile bütünleştirilmeye çalışılmıştır. Örneğin; geometri (alan, çevre, kare, dikdörtgen), aritmetik (sayı tabloları, işlemler, oran), cebir (örüntü genellemesi).
- Çoklu temsiller: Öğrencilerin değişimleri anlayabilmelerine yardımcı olmak için çizimler, sayı tabloları, cebir formülleri, sözel tanımlar gerektiren temsil biçimleri kullanılmıştır.
- Etkinlik düzeni: Etkinlik özel durumların toplanması, organize edilmesi, bir örüntü oluşturulması ve çizilmesi, yorumlama ve uygulama eylemlerinin sıralanmasıyla düzenlenmiştir.
- Örüntünün genellenmesi: Kâğıt katlamayla oluşan çevre ve alan değişimlerinin farklılıklarının ve iki şekil arasındaki oranın genellenmesi ile ilgili faaliyetler içermektedir.
- Etkinliğin açıklık düzeyi: Etkinlik belirgin işlem adımlarının verilmediği yapılandırılmamış ve işlem adımlarının verildiği yapılandırılmış halde iki şekilde tasarlanmıştır.
- Sözel ifadeler: Örüntüleri tanımlama, açıklama ve çözümleri tartışma eylemleri, öğrencilerin sayısal ve cebirsel sembollerdeki matematiksel becerilerini geliştirme amacıyla yer almıştır.

- Özel hesap tablolarının kullanımı: Öğrencilerin model oluşturma süreçlerini ve problem durumlarını matematikleştirmelerine yardımcı olmak için kullanılmıştır.

Etkinliklerde, öğrencilerin öngörülmüş sırayı takip ederek matematiksel açıdan zengin ve becerikli şekilde çözümler yaptıkları saptanmıştır. Öğrencilerin, planlanan aşamadan önce ve problemi genel olarak analiz ederek çıkarımsal bir genelleme yaptıkları saptanmıştır. Öğrencilerin seçmiş oldukları çözüm yollarında matematiksel yeteneklerinin ve etkinliğin tasarım şeklinin etkili olduğu ifade edilmiştir.

Paralel bir çalışma ise Hiebert ve Wearne (1993) tarafından yapılmıştır. Etkinliklerin matematik öğretimi ve öğrenimi üzerindeki etkisini ortaya çıkarabilmek için bir ilköğretim okulundaki öğrencilerle çalışmışlardır. Araştırmaya 6 tane ilköğretim 2 seviyesindeki sınıftan 60-68 arasında öğrenci katılmıştır. Öğrenciler, temel becerilerine göre sınıf öğretmenleri tarafından başarı ortalamalarına göre 2 yüksek seviyeli, 4 düşük seviyeli olacak şekilde sınıflandırılmıştır. Uygulama, 12 haftada gerçekleştirilmiştir. Yüksek seviyeli ve düşük seviyeli sınıflardan 1'er tane sınıfa etkinlik temelli öğretim, diğerlerine ise ders kitabı temelinde öğretim yapılmıştır. Etkinlik temelli öğretim yapılan sınıflarda grup tartışmalarına daha çok önem verilmiştir. Etkinlik temelli öğretim yapılan sınıflarda diğer yaklaşımla öğretim yapılan sınıflara göre daha az sorunla karşılaşılmıştır. Ayrıca bu sorunlar etkinlik temelle öğretim yapılan sınıflarda daha kısa sürede çözümlenmiştir. Etkinlik temelli öğretim yapılan sınıflarda öğrencilerin farklı stratejiler gösterdikleri ve performanslarının daha yüksek olduğu saptanmıştır.

Etkinlik tasarımı sürecini bir döngü içerisinde ele alan araştırmacılardan biri ise Lieberman (2009)'dır. Lieberman (2009), anlamlı matematiksel etkinliklerin tasarımını destekleyen bu çalışma döngüsündeki basamakları;

- Taslak,
- Öğretim,
- Analiz,
- Kritik tasarım,

olarak belirlemiştir. Bunun için yaptığı çalışmada, bir grup öğretmen ile sorunlu bir matematik konusu seçilmiş ve bu içeriğe uygun bir etkinlik hazırlanmıştır. Hazırlanan bu içerik, bir taslak olarak ele alınmıştır. Etkinlik, birkaç öğretmen tarafından ders esnasında uygulanmış ve videoya kaydedilmiştir. Analiz aşamasında ders gözlemleri ve video kayıtları incelenmiştir. Özellikle ders esnasındaki öğrenci düşünceleri ve bu öğrence düşüncelerinin amaçlarla nasıl buluştuğu tartışılmıştır. Böylece öğretmenlere, öğrencinin etkinlik problemlerine nasıl yaklaştığıyla ilgili bilgi sağlanmıştır. Dersin analizinden sonra öğretmenler tartışmalarını yansıtıp ve etkinlik tasarımını yapmışlardır. Burada kritik tasarım, ders planlamanın aktif ve kritik rolü ile ilişkilidir. Kritik tasarım, etkinliğin son haline getirilmiş olduğu aşamadır.

Liljedahl, Chernoff ve Zazkis (2007), bir grup öğrenci üzerinde kullanışlı bir etkinlik tasarımının çerçevesini belirlemek amacıyla bir araştırma yapmıştır. Bunun için bir pentomino problemi içeren etkinlik hazırlanmıştır. Etkinlikte kullanılan pentomino şekillerinin bir yüzlük kart üzerine 5'e bölünecek şekilde yerleşim durumlarının incelenmesini içermektedir. Bu durum, yerleşim durumları arasında bir örüntü oluşturmayı içermektedir. Etkinliğin uygulanması sırasında öğrencilerin matematiksel açıklamalar içeren gözlemler yapabildikleri, oluşan örüntüleri açıklamada en çok simetri ve denge ilişkili ifadeler kullandıkları, yaklaşımlarını önceki matematiksel bilgi ve deneyimleriyle ilişkilendirebildikleri gözlemlenmiştir. Etkinliğin geliştirilme aşamalarını ise;

- Tahminsel analiz,
- Deneme,
- Yansıtıcı analiz,
- Düzeltme olarak belirlemişlerdir.

Tasarım sürecine teorik yaklaşımlar geliştirmeye çalışan araştırmacılardan biri de Bell (1993)'dir. Bell (1993), uygun bir öğretim tasarımı ile ilgili teorik bir yaklaşım belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Çalışmasını gerçekleştirirken;

- Matematiksel faaliyetler ve durumlar içeren etkinlikler kullanılmıştır.
- Öğrencilerin yönlendirilmesinde gerekli müdahaleler yapılmıştır.

- Bilişsel çatışma meydana getirilmiş ve çözülmesi sağlanmıştır.
- İçerik etkinliğin akışına göre değiştirilmiştir.
- Öğrencilere geri dönütler verilmiştir.
- Etkinlikler yansımalarla gözden geçirilmiştir.

Çalışmada örüntülere ilişkin kavram yanılgıları dikkate alınarak hazırlanmış etkinliğe de yer verilmiştir. Örüntülere ilişkin etkinliğin uzak terim kavramı gelişimine katkı sağladığı belirlenmiştir. Çalışmanın genel sonuçları ise; hata ve kavram yanılgılarında azalma olduğu, problem özelliklerinin fark edilebildiği, özgün problemlerin oluşturulabildiği, okul bilgilerinin günlük yaşamda kullanımı ile ilgili öngörü oluştuğu şeklinde sıralanmıştır.

Bu araştırmada Radford (2008)'un cebirsel genelleme inşası sürecinin öğrenciler tarafından tamamlanabilmesi için etkinlikler geliştirilmiştir. Etkinlikler, Doerr (2006)'in ve Ainley (2006)'in tasarım ilkelerini içermektedir. Rapor edilen güçlükler doğrultusunda Swan (2007)'ın etkinlik sınıflandırması dikkate alınmıştır. Tasarım sürecinde Henningsen ve Stein (1997)'in sınıf tabanlı faktörleri göz önünde bulundurulmuştur. Lieberman (2009)'ın tasarım döngüsü, pilot çalışmalarla birlikte takip edilmiştir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma yöntemi ele alınmıştır. Bu amaçla öncelikle araştırma deseni ve çalışma grubu hakkında bilgi verilmiştir. Sonrasında veri toplama yöntemlerine, veri toplama araçlarının geliştirilme sürecine, gerçekleştirilme adımlarına, araştırmacının rolüne, araştırmanın geçerliğine ve güvenirliğine, veri çözümleme tekniklerine ayrıntılı şekilde değinilmiştir.

3.1. Araştırma Modeli

Nitel araştırma yöntemi, bu başlık altında avantajları ve dezavantajları ele alınarak tartışılmıştır. Bu tartışmalardan hareketle araştırma deseninin nasıl oluşturulduğu açıklanmıştır.

Ulaşılmak istenen hedefler, araştırma yöntemlerinin ve desenlerinin belirlenmesinde önemli bir noktadır (Büyüköztürk ve diğer., 2009). Bu araştırmada nitel araştırma yöntemleri, araştırma sorularına ve araştırmanın odak noktasına uygun olacak şekilde kullanılmıştır.

Nitel araştırmalar araştırma konusunun "ne derece" olduğunu belirlemekten çok derinlemesine bir bakış açısı ve bilgi edinebilmek için yapılmaktadır (Büyüköztürk ve diğer., 2009). Başka bir deyişle nitel araştırmalarda amaç; nicel araştırmaların tersine genelleme yapmak değil derinlemesine betimleme yapmak olup özellikleri aşağıdaki gibidir (Glesne ve Peskin'den akt. Yıldırım ve Şimşek, 2008: 49):

- Nitel araştırmada gerçeklik, toplumsal olarak oluşturulan ve sürekli değiştirilen bir girişim olarak ele alınır.
- Nitel araştırmada asıl olan, çalışılan durumun kendisidir.

- Nitel araştırmada değişkenler karmaşık ve iç içe geçmiştir ve bunlar arasındaki ilişkileri ölçmek zordur.
- Nitel araştırmada amaç; derinlemesine betimlemeler ve yorumlamalar yapmak, araştırma yapılan katılımcıların bakış açılarını anlamaktır.
- Nitel araştırmada örüntülerin ortaya çıkarılması, çokluluk ve farklılık arayışı, verinin derinliği ve zenginliği içinde betimlenmesi gibi yaklaşımlar gösterilir.
- Nitel araştırmada, araştırmacı olay ve olgulara dâhil olur. Araştırmacının öznel ve empatik bir bakış açısı vardır.

Bu araştırmanın amacı; örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik bir ders tasarımı olduğu için lokal bir çalışma yapılmak istenmiştir. Burada bir genelleme yapma söz konusu değildir. Daha çok öğrenci güçlükleri ve öğrenci güçlüklerin giderme ile ilgili bir bakış açısı elde edilmesi ve rastlanan durumların derinlemesine incelenmesi söz konusudur. Burada çalışılan durum olarak örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri ve bu güçlükleri giderme ele alınmaktadır. Yapılan güçlük belirleme ve güçlük giderme çalışmalarında öğrenci yaklaşımları ayrıntılı olarak incelenmek istenmiştir. Uygulama sırasında öğrenci yaklaşımlarının çokluğu ve farklılığı araştırılmak istenmiştir. Verilerin bu zenginlik ve derinlik içinde betimlenmesi amaçlanmıştır. Yorumlar ve betimlemeler araştırmacının gözlemleriyle yapılacaktır. Tüm bu gerekçelerle araştırma yöntemi, nitel araştırma yöntemlerinden eylem araştırması olarak benimsenmiştir.

Eylem araştırması mevcut bir sorunu çözmeye yönelik sistematik veri toplamayı amaçladığından özellikle eğitim ve öğretimde kullanılması olumlu sonuçlar verebilir. Özellikle öğretmen, faaliyetlerini bir araştırma olarak ele alacağından karşılaştığı sorunlara bir araştırmacı gibi yaklaşım göstererek çözüm önerileri üretebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Çünkü eğitimde bir tek sorun ya da tek tip sorunlar yoktur. Farklılıkların ve çoklukların incelenmesi ile her özel durumun belli bir bölümüne hitap etme şansı yakalanabilir. Böylece öğretmenler uygulamalarını geliştirerek karşılaştıkları problemleri aşmada daha başarılı olabilirler.

Cohen, Manion ve Morrison (2002) öğretim yöntemleri, öğrenme stratejileri, değerlendirme prosedürleri, tutumlar ve değerler, öğretmenlerin profesyonel gelişimi, yönetim ve kontrol ve idarecilik alanlarında araştırma yaparken eylem araştırması kullanılabileceğini belirtmişlerdir.

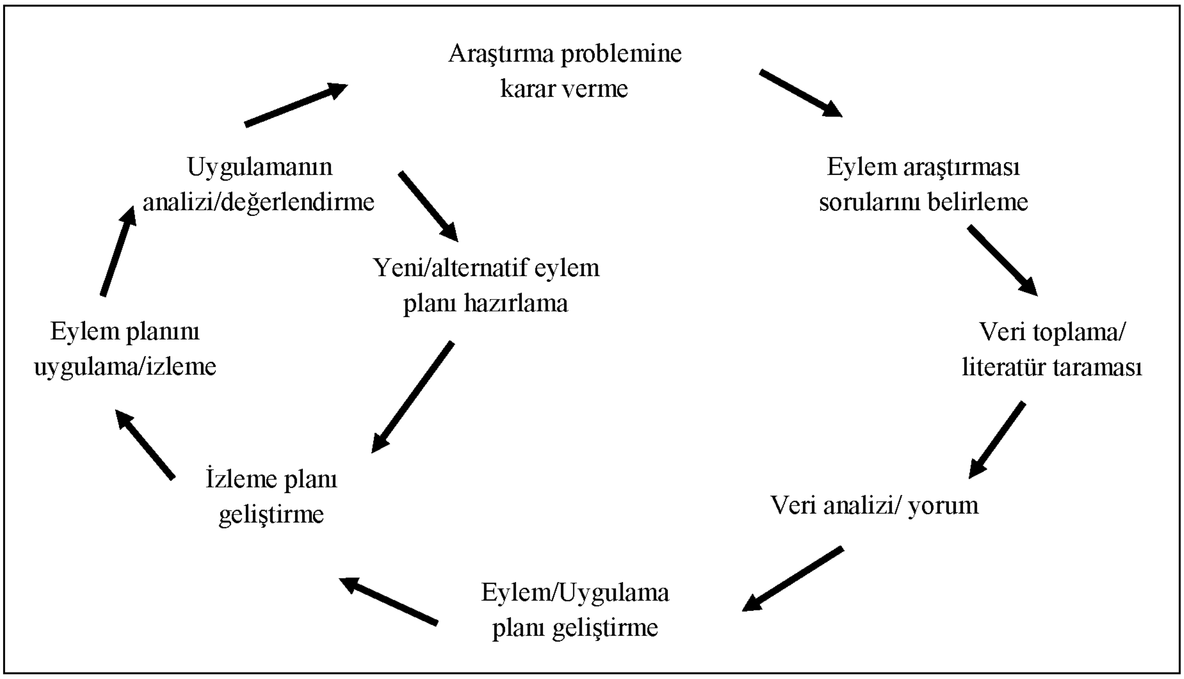
Araştırmada örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerinin giderilmesi ve ilköğretim 7. sınıf öğrencilerin örüntü kavranma ilişkin kullandıkları yöntemlerin, yaklaşımların ve stratejilerin cebirsel genelleme süreçleri içerisinde değerlendirilmesi planlandığından konu alanına uygun olması bakımından eylem araştırması yöntemi benimsenmiştir. Eylem araştırması türlerinden uygulayıcının aynı zamanda araştırmacı olduğu yaklaşım (Yıldırım ve Şimşek, 2008) kullanılmıştır.

Bu durumda eylem araştırması sürecinin nasıl geliştiği önem kazanmaktadır. Çünkü eylem araştırmasında ve diğer nitel araştırma yöntemlerinde odaklanılan önemli bir nokta da süreçtir (Büyüköztürk ve diğer., 2009). Eylem araştırması süreci ve aşamaları, aşağıda Şekil 13'te gösterilmiştir.

Şekil 13

Eylem Araştırması Süreci

(Yıldırım ve Şimşek, 2008: 298)



Bu noktadan hareketle çalışmanın eylem araştırması süreci ise aşağıdaki gibi şekillenmiştir:

Şekil 14

Araştırmanın Eylem Araştırması Süreci

Literatürde rapor edilen örüntü kavramına yönelik öğrenci güçlüklerinin belirlenmesi

↓

Güçlükler ve kuramsal çerçeve paralelinde örüntü kavramına yönelik güçlükleri gidermeye/önlemeye yönelik bir eylem planı geliştirilmesi

↓

Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 1'in uygulanması

↓

Eylem Planının uygulanması

↓

Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 2'nin uygulanması

↓

Eylem planını uygulama sürecinde gözlenenler ve veriler analiz edilerek mevcut eylem planının iyileştirilmesi

Bu araştırmada eylem araştırması sürecine literatürde rapor edilen örüntü kavramına yönelik öğrenci güçlüklerinin belirlenmesi ile başlanmıştır. Güçlüklerin analiz edilip yorumlanması sonrasında örüntü kavramına yönelik güçlükleri gidermeye yönelik bir eylem planı geliştirilmiştir. Bu eylem planı çerçevesinde öncelikle uygulama öncesi öğrencilerin güçlüklerini belirlemeyi amaçlayan problemler ve güçlüklerini gidermeye yönelik etkinlikler geliştirilmiştir. Bu süreçte, geliştirilen problemlere ve etkinliklere uzman görüşü alınarak ve pilot çalışma gerçekleştirilerek son hali verilmiş ve ders tasarımında kullanılmıştır. Hazırlanan eylem planının uygulanması sonrasında uygulama sürecinde gözlenenler ve uygulama sonrasında elde edilen veriler analiz edilerek mevcut eylem planı iyileştirilmiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Eylem araştırması, var olan sorunlarla ve problemlerle doğrudan ilişkisi olan kişiler üzerinde gerçekleştirilir (Büyüköztürk ve diğer., 2009). Nitel araştırmaların doğası gereği, bir popülasyon tüm üyelerinden eşit veriler elde edilen bir kaynak olarak değil, zengin durumlar ile ilgili bilgi alınabilecek bir kaynak olarak ele alınır (Wiersma, 2000). Bu durum, amaçlı örnekleme yöntemlerinin kullanılmasını gerektirir.

Bu araştırmanın çalışma grubu, amaçlı örnekleme ile seçilmiştir. Yeterli nitelikte veri elde edilmesinde amaçlı örneklemenin kullanılmasına dair iki önemli gerekçe; doğal olay ve olgular için çarpıcı, yeterli çeşitlilikteki veriler için de kapsamlı ve yapısal tanımlamalar yapabilmektir (Polkinghorne'den akt. Wiersma, 2000). Bu çalışmada örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerini ve öğrenci yaklaşımlarını incelemek ve geliştirilen eylem planının söz konusu güçlükleri gidermede etkisi araştırılmak istendiğinden amaçlı örnekleme yöntemi araştırmanın odak noktasına uygun düşmektedir. Amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örneklemesi kullanılmıştır.

Yıldırım ve Şimşek (2008: 108); maksimum çeşitlilik örneklemesindeki amacın "göreceli olarak küçük seçilen bir örneklemde problemle doğrudan ilişkisi olan bireylerin çeşitliliğini en üst derecede yansıtmak" olduğunu ifade eder. Burada bu çeşitliliğin amacı genelleme yapmak değildir.

3.2.1. Katılımcı Bilgileri

"Maksimum çeşitlilik örneklemesi: (1) farklılıkları vurgulanan durumların ayrıntılı tanımları ve (2) çeşitlilik göstermelerine rağmen bu durumların ortak yönleri ile ilgili iki tür bilgi üretmek için geliştirilmiştir." (Wiersma, 2000: 286) Bu nedenle söz konusu çalışma; başarı düzeyleri, çalışma şekilleri ve grup çalışmalarına yatkınlıkları birbirinden farklı 13 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Bu katılımcılar, Denizli Raşit Özkardeş İlköğretim Okulu'nda aynı sınıfta öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Öğrencilerin seçiminde, derslerine giren matematik dersi ve sınıf rehber öğretmenlerinin önerileri ve bir önceki yıla ait yılsonu başarı notları göz önüne alınmıştır. Verilerin sunumunda öğrencilerin adları değiştirilmiştir. Eylem planı katılımcılarının, matematik dersi başarılarına ve cinsiyetlerine göre dağılımları Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1

Eylem Planı Katılımcılarının Dağılımı

Matematik Dersi Başarı Düzeyleri	Öğrenci Sayısı		Toplam
	Kız	Erkek	
Pekiyi	2	2	4
İyi	-	2	2
Orta	2	1	3
Geçer	1	1	2
Zayıf	1	1	2
Toplam	6	7	13

3.3. Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi

Araştırma sürecinde tutulan notlar, video kayıtları ve gözlem yolu ile veri toplanmıştır. Araştırmada iki tane veri toplama aracı geliştirilmiştir. Bunlardan biri örüntülere ilişkin öğrenci güçlüklerini belirlemeyi amaçlayan 8 açık uçlu problemdir. Uygulama öncesinde ve sonrasında öğrenci güçlüklerindeki değişim bu problemlerle araştırılmıştır. İkinci veri toplama aracı ise öğrenci güçlüklerini gidermeyi amaçlayan 11 tane etkinliktir. Açık uçlu problemlerin ve etkinliklerin geliştirilmesinde Radford (2008)'un genelleme süreçleri ile ilgili çalışması kuramsal çerçeve olarak kabul edilmiştir. Veri toplama araçlarına pilot çalışma ve uzman görüşü alınarak son hali verilmiştir. Pilot çalışmanın yapılmasının amacı, problemlerin ve etkinliklerin öğrenci güçlüklerini ve kullandıkları yaklaşımları ortaya çıkarmada etkili olup olmadığını belirlemektir.

3.3.1. Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 1'in Geliştirilmesi

Literatür taraması sonucunda örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerinden bazıları;

a) Genelleme yapmaya yönelik yanlış kavrayış: Tek bir örnekten aşırı genelleme yapma (Cooper and Sakane, 1986)
b) 'n' notasyonunu kavrayamama: Aritmetik genelleme yapma ancak cebirsel genelleme yapamama (Rico, 1996)
c) Yakın terimi kolaylıkla bulma, uzak terimi bulmada zorlanma (Stacey,1989)
d) Örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma (Lannin 2002)
e) Örüntüdeki ilişkiyi anlama ve sözel olarak yazma ancak cebirsel olarak ifade edememe (Zazkis, Liljedahl and Chernoff, 2008)
f) Örüntüye uygun model seçememe ve modelleri etkili kullanamama (Steele and Johanning, 2004; Yeşildere ve Akkoç, 2010)

şeklinde rapor edilmiştir.

Yukarıda belirlenen öğrenci güçlükleri çerçevesinde 8 açık uçlu problem; katılımcıların eylem planı öncesinde ön bilgilerini, yaklaşımlarını ve gösterdikleri güçlükleri belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Bu açık uçlu problemlerin nasıl geliştirildikleri ve pilot çalışma bulguları sonrasında uzman görüşü de alınarak yeniden düzenlenmiş son halleri aşağıda ayrıntıları ile ele alınmıştır.

Problem 1

1)5, 6, 7, 8, 9,… sayı örüntüsü için;

a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 50. ve 100. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz.
e) *Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.*
f) Oluşturduğunuz modelden kuralı nasıl bulabileceğinizi *açıklayınız.*

Problem 1, sayı dizisi şeklinde hazırlanmış bir açık uçlu problemdir. Bu problemde öğrencilerden; örüntüye uygun model oluşturmaları, yakın ve uzak terimleri hesaplamaları, örüntüye ait bir kural bulmaları ve oluşturdukları modelden bu kuralın nasıl yazılabileceğini açıklamaları beklenmektedir.

1. açık uçlu problemlerde genel terimi n + 4 sayı örüntüsü verilmiştir. Sorunun ilk maddesinde öğrencilerden örüntüye uygun model oluşturulması istenmiştir. Bu madde "örüntüye uygun model seçememe" öğrenci güçlüğünün incelenmesi içindir. Sorunun b maddesi "Örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma" güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. c maddesi örüntünün, uzak terimlerini bulmaya yöneliktir. Bu maddelerle, terimleri bulurken genelleme yapma ihtiyacı hissedip hissetmediklerinin gözlemlenmesi ve bu doğrultuda "'n' notasyonunu kavrayamama: aritmetik genelleme yapma ancak cebirsel genelleme yapamama", "yakın terimi kolaylıkla bulma, uzak terimi bulmada zorlanma", "örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma" güçlüklerinin varlığının incelenmesi amaçlanmıştır. Sorunun d maddesi; "örüntüdeki ilişkiyi anlama ve sözel olarak yazma ancak cebirsel olarak ifade edememe" ve " 'n' notasyonunu kavrayamama" güçlüklerinin her ikisini de içeren bir soru maddesi olarak hazırlanmıştır. e maddesinde kuralın bulunması süreci, cebirsel ya da aritmetik genelleme veya olgunlaşmamış tümevarımlar çerçevesinde incelenmek istenmiştir. f maddesi ile öğrencilerin oluşturdukları model ile örüntüde var olan özellik arasında anlamlı bir ilişki kurup kuramadığı belirlenmek istenmiştir. Böylece "modelin etkili kullanılamaması" güçlüğü ayrıntılı olarak incelenebilecektir.

Problem 2

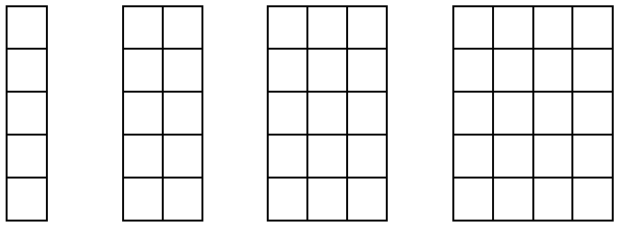
2) 2, 4, 6, 8, 10,… sayı örüntüsü için ; a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz. b) 9. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.* c) 40. ve 75. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.* d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz. e) *Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.*

Problem 2, genel terimi “2n” olan bir sayı örüntüsü olarak hazırlanmıştır. Bu problemde öğrencilerden örüntüye uygun model oluşturmaları, örüntüyü sonlu bir adıma devam ettirmeleri, örüntüdeki ilişkinin notasyon kullanarak genellenmesi ve bu genellemenin oluşturulan model üzerinden de açıklanabilmesi beklenmektedir.

Problemin a maddesinde örüntüye uygun model oluşturulması istenerek “örüntüye uygun model seçememe” güçlüğünün incelenmesi hedeflenmiştir. Sorunun b maddesi “Örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma” güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. c maddesi örüntünün, uzak terimlerini bulmaya yöneliktir. Bu maddelerle, sonlu bir adıma devam ettirmede daha kısa ve mantıklı bir çözüm yolu bulma ihtiyacı hissedip hissetmediklerinin gözlemlenmesi amaçlanmıştır. Bu doğrultuda “‘n’ notasyonunu kavrayamama: aritmetik genelleme yapma ancak cebirsel genelleme yapamama”, “yakın terimi kolaylıkla bulma, uzak terimi bulmada zorlanma”, “örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma” güçlüklerinin varlığının incelenmesi amaçlanmıştır. Sorunun d maddesi; “örüntüdeki ilişkiyi anlama ve sözel olarak yazma ancak cebirsel olarak ifade edememe” ve “ ‘n’ notasyonunu kavrayamama” güçlüklerinin her ikisini de içeren bir soru maddesi olarak hazırlanmıştır. e maddesinde öğrencilerin genelleme süreçlerinin ayrıntılı olarak incelenmesi hedeflenmiştir. f maddesi ile öğrencilerin oluşturdukları model ile örüntüde var olan özellik arasında anlamlı bir ilişki kurup kuramadığı belirlenmek istenmiştir.

Problem 3

3) Aşağıda modellenmiş örüntü için ;



1. adım   2. adım   3. adım   4. adım

a) 10. adımda kaç adet birim kare olur? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

b) 30 ve 80. adımda kaç adet birim kare kullanılır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) Her bir adımda kullanılacak olan birim kare sayısını veren bir kural bulunuz.

d) Kuralı nasıl bulduğunuzu *ayrıntılı olarak açıklayınız.*

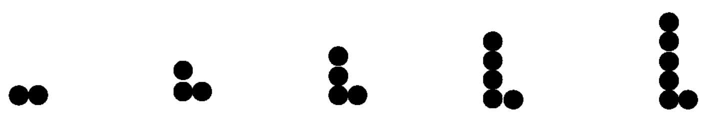
Problem 3, şekil örüntüsü olarak hazırlanmış açık uçlu problemlerden biridir. Bu problemde öğrencilerin, modelden yararlanarak yakın ve uzak terimleri hesaplamaları ve örüntüye ait genel bir terim yazmaları beklenmektedir. Öğrencilerin kuralı nasıl bulduklarını ayrıntılarıyla açıklamaları ve bu sayede genelleme süreçleri incelenmek istenmiştir.

3. problemde kuralı 5n olan bir örüntü, birim karelerle modellenmiştir. Bu problem, "modellerin etkili kullanılamaması" güçlüğü temelinde hazırlanmış olup, örüntüye ait modelin sonlu bir adıma devam ettirilmesinde ve genel terimin bulunmasında kullanılma durumu incelenmek istenmektedir. Sorunun a maddesi, örüntüdeki ortak özelliğin anlaşılma durumunun belirlenmesi ve örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. Sorunun b maddesi, bir sonraki terimi bulmaya odaklanma güçlüğünü ve yakın ve uzak terimlerin bulunmasında kullanılan süreçleri incelemek için hazırlanmıştır. Bu süreç

içerisinde öğrencilerin daha kısa ve kullanışlı bir çözüm yolu arayışı içinde olup olmadıkları kullanılan stratejiler ile gözlemlenecektir. c maddesi, genelleme yapmaya yönelik yanlış kavrayışın olup olmadığının belirlenmesi, n notasyonunu kavrayamama, örüntüdeki ilişkiyi anlama ve sözel olarak yazma ancak cebirsel olarak ifade edememe ve modellerin etkili kullanılamaması güçlüklerinin gözlemlenebileceği bir soru maddesi olarak hazırlanmıştır. Öğrenci örüntüdeki ortaklığı farklı algıladıysa aşırı genelleme yapma olasılığı vardır. Öğrencide n notasyonunu kavrayamama güçlüğü var ise aritmetik genelleme yaparken cebirsel genelleme yapamayabilir. Ya da örüntüdeki ilişkiyi anlayıp, bu ilişkiyi sözel olarak ifade edebilirken cebirsel olarak ifade edemeyebilir. Öğrenciler kuralın bulunmasında modelden yararlanabilirler. Ya da modellerin etkili bir şekilde kullanılmaması da öğrencilerin gösterdiği bir güçlük olarak gözlemlenebilir. d maddesi, genel terimin ya da kuralın bulunmasında öğrencilerin cebirsel, aritmetik ya da olgunlaşmamış tümevarımlar süreçlerinin gözlemlenmesi ve değerlendirilmesi amacıyla hazırlanmıştır.

Problem 4

4) Aşağıda modellenmiş örüntü için;



1.adım 2. adım 3. adım 4. adım 5.adım . . .

a) 9. adımda kaç tane nokta kullanılır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

b) 25. ve 50. adımda kaç tane nokta kullanılır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) Her bir adımda kullanılacak nokta sayısını veren bir kural bulunuz.

d) Kuralı nasıl bulduğunuzu *açıklayınız.*

Problem 4, şekil örüntüsü olarak hazırlanmış açık uçlu problemlerden bir diğeridir. Bu problemde öğrencilerden, modeli örüntüyü sonlu bir adıma devam ettirmede ve bir kuralı bulma yönünde kullanmaları beklenmektedir.

4. problemde kuralı “n+1” bir şekil örüntüsü birim noktalarla modellenmiştir. Bu problem, “modelleri etkili kullanamama” güçlüğü temelinde hazırlanmıştır. Öğrencilerin, modelleri istenen terimlerin ve genel terimin bulunması yönünde etkili kullanıp kullanamadıklarını tespit etmek için hazırlanmıştır. a maddesi, örüntüdeki ortak özelliğin anlaşılma durumunun belirlenmesine ve örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. Sorunun b maddesi, yakın ve uzak adımların hesaplanmasında gösterilen öğrenci yaklaşımlarını incelemek için hazırlanmıştır. c maddesi, genelleme yapmaya yönelik yanlış kavrayışın olup olmadığının belirlenmesi, n notasyonunu kavrayamama, örüntüdeki ilişkiyi anlama ve sözel olarak yazma ancak cebirsel olarak ifade edememe ve modellerin etkili kullanılamaması güçlüklerinin gözlemlenebileceği bir soru maddesi olarak hazırlanmıştır. Öğrencilerin genelleme yapma sürecinde modelin etkisi incelenecektir. d maddesi, genel terimin bulunmasında öğrencilerin içinde bulundukları cebirsel genelleme, aritmetik genelleme ya da olgunlaşmamış tümevarımlar süreçleri ayrıntılı olarak gözlemlenmek istenmiştir.

Problem 5

5.problem, genel terimi n olan ve günlük hayatla ilişki kurulabilmesi amacıyla hazırlanmış bir şekil örüntüsü problemidir. Bu problemde, öğrencilerden model üzerinden ortak bir ilişki belirlemeleri ve bu ilişkiden hareketle yakın ve uzak terimleri hesaplayabilmeleri, örüntüye ait genel terimi yazabilmeleri beklenmektedir.

5) Arzu, bir iç mimardır. Kendisine dekorasyon için verilen bir mekanın duvarlarına aşağıdaki süslemeyi yapacaktır.

. . .

1.adım 2.adım 3.adım . . .

a) Süsleme için 5. adımda kaç adet taş gereklidir?

b) Süslemenin 10. adımı için kaç adet taş gereklidir?

c) 41 adet süsleme taşı, süslemenin kaçıncı adımında kullanılabilir?

d) Her bir adımda kullanılacak olan taşların sayısını veren bir kural bulunuz.

e) Kuralı nasıl bulduğunuzu aşağıdaki bölümde açıklayınız.

Sorunun a maddesi, bir sonraki terimi bulmaya odaklanma güçlüğüne yöneliktir. b maddesi, örüntüdeki ortak ilişkinin ayırt edilmesiyle diğer terimlere transfer edilmesi sürecine yöneliktir. Böylece öğrencilerin genelleme sürecinin hangi aşamasında oldukları gözlemlenecektir. c maddesi, örüntüdeki terim sırası ile terim arasındaki ilişkinin kavranıp yorumlanmasına dayalıdır. d maddesi genelleme yapmaya yönelik yanlış kavrayışın olup olmadığının belirlenmesi amacıyla hazırlanmıştır. Ayrıca bu soru maddesi; n notasyonunu kavrayamama, örüntüdeki ilişkiyi anlama ve sözel olarak yazma ancak cebirsel olarak ifade edememe güçlüklerinin gözlemlenmesi için de tasarlanmıştır. e maddesinde, örüntüye ait genel terimin yazılmasında öğrencilerin gösterdiği yaklaşımlar cebirsel genelleme, aritmetik genelleme ya da olgunlaşmamış tümevarımlar süreçleri içerisinde incelenecektir.

Problem 6

6) Bir bitkinin gelişimi, çevre şartlarına göre araştırılmaktadır. Ege bölgesinde yetiştirilen bu bitkinin gelişimi aşağıdaki gibi gözlemlenmiştir:

Haftalık Sıra Numarası	Boyunun uzunluğu (mm)
1. hafta	9
2. hafta	10
3. hafta	11
4. hafta	12
…	…
n. hafta	?

a) 5. haftada bu bitkinin boyunun uzunluğu kaç mm olur?

b) Bitkinin 7. ve 15. haftalarda boyunun uzunluğu kaç mm olur? <u>*Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*</u>

c) 75. haftada boyunun uzunluğu kaç mm olmalıdır? <u>*Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*</u>

d) Bu bitkinin haftalara göre (örneğin n. haftada) boyunun uzunluğu veren bir kural geliştiriniz.

e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

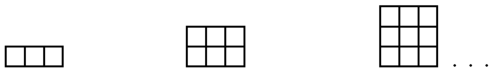
6. soru, tablo halinde ve bir günlük hayat durumu içerisinde verilen bir örüntü problemidir. Genel terimi “n + 8” olan bu örüntünün tablo halinde verilmesinin nedenlerinden biri de bir kural bulma yönünde terim sırası ile terim arasındaki ilişkinin kullanılma durumunu incelemektir.

Problemin a, b ve c maddelerinde öğrencilerin, örüntüdeki ortak özelliği belirlemedeki yaklaşımları incelenecektir. a ve b maddesinde yakın terimler; c maddesinde uzak terimler sorulmuştur. Örüntüdeki ortak özelliğin belirlenmesi ve bu özelliğin transfer edilme durumları incelenecektir. d maddesi, n notasyonunu kavrayamama güçlüğüne dayalı olarak hazırlanmıştır. e maddesi, n notasyonunun kavranamaması durumunda öğrencinin örüntüdeki ilişkiyi anlayıp sözel olarak yazabilmesi ancak cebirsel olarak ifade edememesi güçlüğünün olası varlığı üzerine hazırlanmıştır. Ayrıca bu soru maddesi, genelleme yaparken öğrencinin cebirsel genelleme, aritmetik genelleme ya da olgunlaşmamış tümevarımlar süreçlerindeki eylemlerinin anlaşılması üzerine hazırlanmıştır.

Problem 7

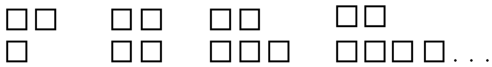
7) Aşağıda modellenmiş örüntülerin kuralını *sadece verilen modelleri kullanarak* bulunuz.

a)



1.adım 2.adım 3.adım . . .

b)



1.adım 2.adım 3.adım 4.adım . . .

Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

İki aşamalı hazırlanan bu problemde, diğer şekil örüntüleri problemlerinden farklı olarak genel terimi yazmada sadece modeli kullanma yönergesi verilmiştir. Diğerlerinde böyle bir yönerge verilmemiş, öğrencilerin model kullanma tercihleri incelenmek istenmiştir. 7. problemde bu yönerge verilerek öğrencilerin model dışında başka bir yol üzerinden hareket etmeleri önlenmek istenmiştir.

7. problem, örüntüye uygun model seçememe ve modelleri etkili kullanamama güçlüğü temel alınarak kuralı model üzerinden buldurmayı amaçlayan bir problemdir. Öğrencilerin, modeli ele alma yaklaşımları incelenmek istenmiştir. Kuralı 3n ve n+2 olan örüntüleri genellerken öğrencilerin cebirsel genelleme, aritmetik genelleme ya da olgunlaşmamış tümevarımlar sürecindeki yaklaşımlarının incelenmesi hedeflenmektedir. Bu nedenle, kurala nasıl ulaşıldığının açıklanmasını gerektiren sorular sorulmuştur. Böylece, öğrencinin hangi yolla genelleme yaptığı ve genelleme yaparken hangi güçlüğü gösterdiği anlaşılabilecektir.

Problem 8

Problem 8, genel terimi "n + 7" olan ve bir örüntünün gülük yaşam durumu içerisinde ele alınmasıyla hazırlanmış bir örüntü problemidir. Öğrencilerin çevrelerinde bulunan örüntüleri ve ilişkileri fark etme ve yorumlama yaklaşımları incelenecektir.

8) Derya Öğretmen, öğrencilerine bir başarı testi uygulamaktadır. Öğrencilerine yapabildiği doğru sayısına göre çikolata verecektir. Örneğin; 2 soruyu doğru yapan 9 adet, 3 soruyu doğru yapan 10 adet, 4 soruyu doğru yapan 11 adet çikolata alacaktır. Buna göre;

a) 6 soruyu ve 13 soruyu doğru yapan öğrenciler kaç tane çikolata alacaktır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

b) 60 soruyu ve 80 soruyu doğru yapan öğrenciler kaç adet çikolata alabilir? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

d) Doğru sayısına göre kazanılan çikolata sayısını veren bir kural geliştiriniz.

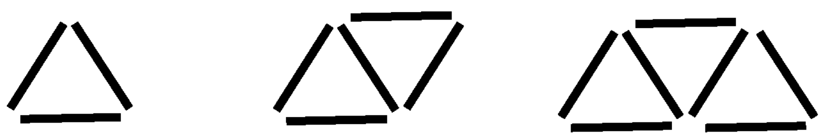
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu *ayrıntılı olarak açıklayınız.*

Problemin çözümü için verilen bilgilerde terim sırası 2'den başlatılmıştır. Buradaki amaç, öğrencilerin örüntüyü algılama durumlarını ve bu algıda belli bir esnekliğin olup olmadığını incelemektir. Problemin a maddesinde yakın terimler sorulmuştur. Öğrencilerin ortak özelliği belirlemede hangi yaklaşımı tercih ettikleri belirlenecektir. b maddesinde uzak terimler sorulmuştur. Böylece öğrencilerin belirledikleri ortak özelliği transfer edip edemedikleri incelenecektir. a ve b maddelerine yer verilmesinin genel amacı, bir sonraki terimi bulmaya odaklanma ve yakın terimi kolaylıkla bulurken uzak terimi bulmada zorlanma güçlüklerini gözlemlemektir. d maddesinde, öğrencilerin cebirsel genelleme sürecini tamamlama durumlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Dolayısıyla n notasyonunu kavrayamama ve örüntüdeki ilişkiyi sözel olarak anlama ancak cebirsel olarak ifade edememe güçlükleri de gözlemlenebilecektir. e maddesi ise öğrencilerin örüntüyü genellemede kullanmış oldukları genelleme süreçlerini incelemek içindir.

3.3.2. Sayı Örüntülerini Genelleme Etkinliklerinin Geliştirilmesi

Araştırmada kullanılan diğer veri toplama aracı ise eylem planının önemli bir parçası olan etkinliklerdir. Etkinlikler, literatürde rapor edilen ve SÖGP 1 ile öğrencilerde gözlemlenmiş olan güçlükleri giderme amacıyla belirli özelliklere dikkat edilerek hazırlanmıştır. Çünkü Doyle (1983), etkinliklerin tasarımında içerikte belirli yönlere dikkatin çekilmesi ve bilgiyi işleme yollarının belirtilmesi ile öğrencilerin etkilendiğini öne sürmektedir. Etkinlik tasarımında içeriği geliştirirken örüntü kavramına ilişkin yaşanan öğrenci güçlüklerine üzerine Swan (2007)'ın kuramsal çerçevesi göz önüne alınarak senaryolar hazırlanmıştır. Pilot çalışma bulguları ve uzman görüşü alınarak son haline getirilen etkinlikler ve senaryoların hazırlanmasında dikkate alınan kriterler aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

Etkinlik 1



1.adım   2. adım   3. adım   . . .

a) Bir sonraki adımda çubuk sayısı kaç olmalıdır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

b) 10. ve 30. adımda kaç çubuk vardır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) Büyük sayılar için örneğin 100. ve 2000. adımda kaç tane çubuk vardır? *Büyük sayılarda nasıl bir yol izlememiz gerekir?*

d) Örüntünün herhangi bir adımı için özellikle büyük adımlar için bir kural geliştirebilir miyiz? Örneğin n. adımda kaç tane çubuk vardır?

Kuralı 2n + 1 olan söz konusu etkinlik n notasyonunu kavrayamama güçlüğü temelinde hazırlanmıştır. Bu yüzden amacımız öğrencilerin n notasyonuna ihtiyaç duymalarını sağlamaktır. Orton, Orton ve Roper (1999), öğrencilerin geometrik bir içerik ile karşılaştığında örüntü bulmada yaygın olarak terimler arasındaki farkı bulduklarını ve buna odaklandıklarını belirlemişlerdir. Bu bulgudan hareketle etkinliğin a maddesi bir sonraki terimi bulmaya, b maddesi sonlu bir terimi bulmaya yönelik olup öğrencilerin ardışık terimler arasındaki ilişkiye ele alma yaklaşımları incelenecektir. Stacey (1989), çalışmasında öğrencilerin yakın adımı kolayca bulurken, uzak adımı hesaplamada zorlandıklarına dair bulgular elde etmişti. Bu güçlüğün paralelinde öğrencilerin uzak adımları hesaplarken zorlanacakları düşünüldüğünden, farklı bir işlem yoluna ihtiyaç duymaları için c maddesi hazırlanmıştır. Öğrencileri bu doğrultuda n notasyonuna yönlendirmek için d maddesi hazırlanmıştır. Radford (2008)'un çalışmasında, n notasyonunun kavranamaması durumunda artış miktarı ile terim sırası arasındaki ilişkiye vurgu yaptığı gözlemlenmiştir. Bu doğrultuda e maddesi öğrencilerin kuralı bulmada n notasyonun kullanılabilmesi için yönlendirme amacı taşımaktadır.

Etkinlik 2

Bu etkinlik, terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye dikkatin çekilmesi amacıyla hazırlanmıştır. Zazkis, Liljedahl ve Chernoff (2008); öğrencilerin genelleme yaparken zorlandıklarını, bunun aşılması için de farklı yöntemler önerilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Buna dayanarak, örüntülerin farklı gösterimlerinin kullanılması ve farklı yöntemlerin önerilmesi ile genelleme yapma zorluğuna ilişkin tablo hazırlanmıştır. Öğrenciler, farklı yöntemlere yönlendirilmeye çalışılacaktır. Orton, Orton ve Roper (1999) 'ın da değindiği gibi öğrenciler yaygın olarak farka odaklandıkları için, özellikle bu etkinlikte terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye dikkatin çekilmesi istenmektedir. Stacey (1989), bunun için terimlerin ardışık verilmemesini önermektedir. Böylece ardışık olmayan terimler tabloda verilirken, öğrencilerin terim sırası ile terim arasındaki ilişkiden hareketle kuralı bulmaları amaçlanmıştır.

I)Aşağıdaki tabloda bir örüntü verilmiştir. Buna göre;

Sıra no	Terim
1	7
2	8
3	9
…	…
9	?
…	…
90	?
…	…
n	?

a) Örüntünün 9. adımındaki sayı kaçtır? Nasıl buldunuz?
b) Örüntünün 90. adımındaki sayı kaçtır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
c) Örüntünün herhangi bir adımındaki sayıyı bulmak için bir kural geliştiriniz. Örneğin n. adımdaki sayı kaçtır?
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

II. Aşağıdaki tabloda bir örüntü verilmiştir. Verilen örüntüye göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

Sıra no	Terim
1	3
…	…
4	15
…	…
11	43
…	…
25	?
…	…
80	?
…	…
n	?
…	…

a) Verilen örüntüye göre 25. adımdaki terim kaçtır? Bu sayıyı nasıl buldunuz?
b) 80. terim ne olmalıdır? Bu terimi bulurken nasıl bir yol izlediniz?
c) Herhangi bir terim için özellikle de 100. 600. ya da 2000. terimleri bulurken kolaylık sağlayacak bir kural geliştiriniz.
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
e) Bu kurala göre 3^{25}. adımdaki sayı kaç olmalıdır?
f) O halde n. adımdaki sayı kaç olur?

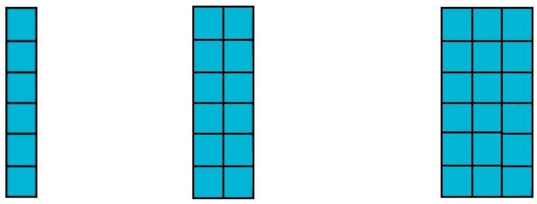
Etkinliğin a ve b maddeleri yakından uzağa doğru giden terimlerin sorulduğu maddelerdir. "Yakın terimleri bulma, ancak uzak terimleri bulamama" güçlüğünden hareketle öğrencilerin, ardışık terimler arasındaki ilişkiyi kullanma durumları ile terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi fark edebilme ve uygulayabilme becerileri incelenecektir. c maddesinde uzak terimleri bulmada kolaylık sağlayacak n notasyonunun farkına varılması ile öğrencilerden bir kural oluşturmaları istenmiştir.

n notasyonunun kullanımına dikkat çekmek ve n notasyonunu kavratabilmek açısından Zazkis, Liljedahl ve Chernoff (2008)'un çalışmalarında yaptığı gibi terim sırası üslü nicelik (3^{25}. terim) olan terim öğrencileri yönlendirmek için sorulmaktadır. e maddesi de n notasyonunun kullanılması için sorulmuştur. Radford (2008), çalışmalarında genelleme yaparken öğrencilerin cebirsel, aritmetik genelleme ya da olgunlaşmamış tümevarımlar sürecinden geçtiğini ortaya koymuştur. f maddesi, öğrencilerin kuralı bulmada içinde bulundukları genelleme süreçlerini incelemek amacıyla hazırlanmıştır.

Etkinlik 3

Bu etkinlik "Örüntüye uygun model seçememe ve modelleri etkili kullanamama" (Steele and Johanning, 2004; Yeşildere ve Akkoç, 2010) güçlüğü esas alınarak hazırlanan altı aşamalı bir etkinliktir. Burada görsel modellerin bir kural bulma yönünde kullanılması ile genellemeye ulaşılması amaçlanmıştır. Stacey (1989), çalışmasında bulunan kuralların denenmediği sonucuna ulaşmıştır. Bu yüzden 3.1.e, 3.2.f, 3.3.e, 3.4.f ve 3.6.d maddeleri, öğrencilere buldukları kuralı deneme alışkanlığı kazandırmak amacı taşımaktadır.

Etkinlik 3.1

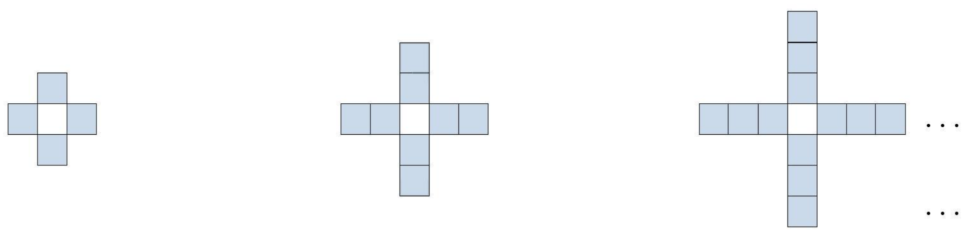


1.adım 2. adım 3. adım ...

a) Verilen örüntünün 11. adımında kaç tane birim kare vardır? *Nasıl buldunuz?*
b) 45. adımda kaç tane birim kare vardır? *Nasıl buldunuz?*
c) Herhangi bir adımdaki birim karelerin sayısını bulurken, örneğin n. adımda kaç tane birim kare olduğunu bulurken ne yapmalıyız? Kuralı bulurken sadece modeli kullanabilir miyiz?
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
e) Bulduğunuz kuralı 11. adım için uygulayınız. Sonuçları karşılaştırınız.

3.1.'de kuralı 6n olan ve birim karelerle modellenmiş bir örüntü verilmiştir. a maddesi yakın bir adımın, b maddesi ise uzak adımın bulunmasına yönelik olup, öğrencilerin yakın ve uzak adımı bulma stratejileri incelenmek istenmektedir. "Yakın adım kolaylıkla hesaplama uzak adımları hesaplayamama" güçlüğü ve modelin bu güçlük üzerindeki etkisi incelenecektir. c maddesi genelleme yapamama güçlüğünden hareketle hazırlanmıştır ve görsel modeli kullanmayan öğrencilerin modele yönlendirilmesi amaçlanmıştır. Takip eden d maddesi ile de kuralı nasıl buldukları sorulmuştur. Çünkü genelleme süreçleri incelenmek istenmiştir.

Etkinlik 3.2

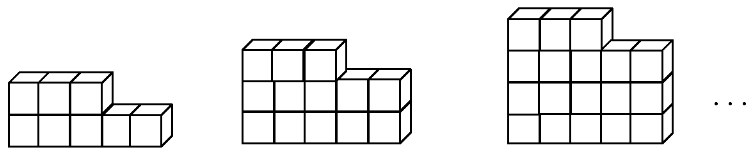


1.adım 2. adım 3. adım

a) Verilen örüntünün ne gibi özelliklerini gözlemlediniz?
b) 9. adımda kaç tane birim kare vardır? Nasıl buldunuz?
c) 75. adımda kaç tane birim kare vardır? 9. adımda izlediğiniz yolu 75. adımda da kullanmak mantıklı mıdır?
d) Model üzerinde ortak olarak neyi gözlemlediniz? Her adımdaki modellerin ortak ya da değişmeyen yönleri var mıdır? Bu yönleriyle birim kare sayısı arasında bir ilişki olabilir mi?
e) Örüntünün herhangi bir adımı için verilen model üzerinden bir kural geliştirebilir miyiz? n. adımda kaç tane birim kare vardır?
f) Bulduğunuz kuralı 9. adım için deneyiniz. Sonuçları kontrol ediniz.

3.2'de kuralı 4n olan ve birim karelerle modellenmiş bir örüntü verilmiştir. Radford (2008), araştırmasında genel bir tartışma ile modellere dikkat çekerek etkinliğe başlamıştır. Bu paralelde a maddesi, modelin etkili kullanılmasını sağlamak için model üzerindeki ilişkilere dikkat çekilmesi amacıyla hazırlanmıştır. b maddesi, bir sonraki terimi bulmaya odaklanma güçlüğüne ilişkin hazırlanmış olup öğrencilerin nasıl bir yaklaşım gösterdikleri incelenecektir. c maddesinde uzak terim sorularak yakın terimi bulmadaki yaklaşımlarından hareketle daha kullanışlı bir yol bulmaları beklenmektedir. d maddesi, modelin kuralı bulmada yardımcı olabilecek özelliklerine dikkat çekilmesi amacıyla hazırlanmıştır. Zazkis, Liljedahl ve Chernoff (2008), öğrencilere genelleme yapmada farklı yöntemlerin önerilmesi ve bu yöntemlerin kullanılmasının sağlanmasını önerdiğinden, e maddesinde kuralın model üzerinden bulunması istenmiştir.

Etkinlik 3.3

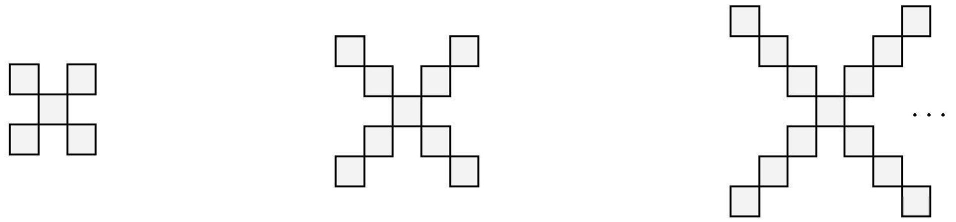


1.adım 2. adım 3. adım . . .

a) Verilen şekil örüntüsünün ne gibi özelliklerini gözlemlediniz? *Açıklayınız.*
b) Örüntünün 10. adımında kaç tane birim küp vardır? *Nasıl buldunuz?*
c) Örüntünün 100. adımında kaç tane birim küp vardır? Teker teker saymak yerine model üzerinden bunu nasıl bulabiliriz?
d) Bu model üzerinden bir kural bulabilir miyiz?
e) n. adımdaki birim küplerin sayısını nereden bulabiliriz?
f) Bulduğunuz kuralı diğer adımlar için deneyiniz. Sonuçları karşılaştırınız.

3.3.'te kuralı 5n + 3 olan ve birim küplerden oluşan örüntü verilmiştir. a maddesi, modelin etkili kullanılabilmesi için modelin özelliklerine dikkat çekilmesi amacıyla hazırlanmıştır. b ve c maddeleri yakından uzağa doğru giden terimlerin sorulduğu maddelerdir. Önceki etkinliklerden hareketle öğrencilerin terimleri bulma yaklaşımları incelenmek istenmektedir. c maddesi öğrencilerin modele yönlendiren bir madde olarak hazırlanmıştır. d ve e maddeleri genellemeye ulaşmalarını sağlayarak Radford (2008)'un üzerinde çalıştığı genelleme süreçlerine yöneliktir.

Etkinlik 3.4



1.adım 2. Adım 3. adım . . .

a) Verilen şekil örüntüsünün ne gibi özelliklerini gözlemlediniz? <u>*Açıklayınız.*</u>
b) Örüntünün 6. adımında kaç tane birim kare vardır? <u>*Nasıl buldunuz?*</u>
c) 60. adımında kaç tane birim kare vardır? <u>*Nasıl buldunuz?*</u>
d) O halde 7^{10} . adımdaki birim kare sayısını bulmak için nasıl bir yol izleyebiliriz?
e) Bu örüntünün herhangi bir adımındaki birim kare sayısı için nasıl bir kural uygulanır? <u>*Kuralı, model üzerinden bulmaya çalışınız.*</u>
f) 2. adımdaki birim kare sayısını bulmak için oluşturduğunuz kuralı deneyiniz. Sonuçları karşılaştırınız

3.4.'te 4n + 1 olan ve birim karelerden oluşan bir şekil örüntüsü verilmiştir. a maddesi, modelin etkili kullanılamaması güçlüğünü gidermede örüntünün görsel özelliklerine dikkat çekebilmek için hazırlanmıştır. Bu özellikleri örüntünün diğer terimlerine transfer edemeyen öğrenciler için Radford (2008) 'un çalışmalarından hareketle n notasyonunun ihtiyacını hissettirmek amacı ile a maddesi yakın terimi, b maddesi uzak terimi buldurmaya yönelikken c maddesi model üzerinde özellikle artış miktarları ile terim sırasına vurgu yapılarak modelin etkili kullanılması amacını taşır. n notasyonuna yönelik kavrayışın sağlanması amacıyla Zazkis, Liljedahl ve Chernoff (2008)'un çalışmalarından hareketle üslü nicelik kullanılarak d maddesi hazırlanmıştır. e maddesi yine genelleme yapamama güçlüğünden hareketle öğrencilerin genelleme süreçlerini ve modelin bu süreç üzerindeki etkisini incelemek içindir.

Etkinlik 3.5

1.adım 2. adım 3.adım ...

Aşağıdaki soruları modelden yararlanarak yanıtlayınız.

a) Şekilde verilen örüntüye göre 8 tane kare için kaç tane çubuk kullanılır? Çubuk sayısını bulurken hangi işlem yollarını izlediniz?

b) 50 tane kare oluşturmak için kaç tane çubuk kullanılır? Çubuk sayısını bulurken hangi işlem yollarını izlediniz? 50 tane kare oluşturmak için kullanılan çubukların sayısını bulabilmek için daha çabuk ve kısa bir yol bulabilir miyiz?

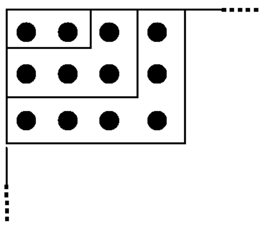
c) 8^{20}tane kare kaç tane çubuk ile yapılabilir?

d) Herhangi bir sayıda kare oluşturmak için kaç tane çubuk kullanılacağını gösteren bir kural geliştiriniz. n. tane kare için kaç tane çubuk kullanılabilir?

3.5'te kuralı 3n + 1 olan bir örüntü verilmiştir. a maddesi yakın adımdaki terimi sorarak önceki etkinlikler paralelinde öğrencinin modele yönelik strateji ve yaklaşımlarını incelemek amacıyla hazırlanmıştır. b maddesi ise uzak adımın sorulduğu bir maddedir. Terimler arasındaki farka odaklanan ve uzak adımı bulmada zorlanan öğrenciler için modelin özelliklerine dikkat çeken yönlendirici sorular içermektedir. c maddesi ise, yine n notasyonunun kavranması açısından üslü nicelik olarak verilen terim sırasına karşılık gelen terimi bulmayı amaçlar. d maddesinde bir kural bulmaları istenmiştir. Genelleme yapma süreçlerinin gözlemlenmesi amaçlanmıştır.

Etkinlik 3.6

3.6'da kuralı n. (n + 1) olan ve noktalardan oluşan bir örüntü verilmiştir. a ve b maddeleri yakın ve uzak adımın sorulduğu maddelerdir. Burada yakın terimi bulma, uzak terimi bulamama güçlüğünden hareket edilerek öğrencilerin kullandıkları yaklaşımlar ve stratejiler gözlemlenmek istenmiştir. b maddesinde modellerin etkili kullanılamaması güçlüğüne ilişkin olarak modelin kullanılmasına ilişkin yönlendirme soruları içermektedir. n notasyonunu kavrayamama ve örüntüdeki ilişkiyi anlama, sözel olarak yazma ancak cebirsel olarak ifade edememe güçlükleri üzerinde modelin etkisini araştırmak için c maddesi hazırlanmıştır. Bu etkinin genelleme süreçleri içerisinde ele alınması planlanmıştır.



1.dikdörtgenin içinde 2 tane, 2. dikdörtgenin içinde 6 tane, 3.dikdörtgenin içinde 12 tane nokta vardır.

a) 5. dikdörtgenin içinde kaç tane nokta bulunur? Nasıl buldunuz?
b) 100. ve 500. dikdörtgenlerin içinde kaç tane nokta bulunur? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Herhangi bir adımdaki ya da sıradaki dikdörtgenin içindeki nokta sayısını bulmak için bir kural geliştiriniz. n. dikdörtgende kaç tane nokta vardır?
d) Oluşturduğunuz kuralı 3. dikdörtgenin içindeki noktaların sayısını bulmada kontrol ettikten sonra 40. dikdörtgenin içindeki noktaların sayısını hesaplamak için kullanınız.

Etkinlik 4

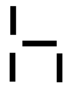
Bu etkinlikteki amaç; örüntülerdeki nümerik ilişkinin keşfedilmesini sağlamaktır. Bu etkinliğin temelinde öğrencilerin ardışık terimler arasındaki ilişkiye odaklanmaları (Orton, Orton ve Roper, 1999) ve "Örüntüdeki ilişkiyi anlama ve sözel olarak yazma ancak cebirsel olarak ifade edememe" (Zazkis, Liljedahl ve Chernoff, 2008) güçlüğü yer almaktadır. Rico (1996), örüntüdeki ilişkilerin öğrenciler tarafından analiz edilmediğini ve bu nedenle genelleme yapılamadığını ifade etmiştir. Bu bağlamda sayı örüntülerine ilişkin terimler arasındaki fark ile kural arasındaki ilişkinin keşfedilmesi amaçlanmıştır. Bir tabloda kuralı 4n, 2n+3, 3n-1, 6n+2 ve 5n olan beş farklı örüntü verilmiştir. a maddesi bu örüntülerin ardışık terimler arasındaki farkını buldurmak için hazırlanmıştır. b maddesi, yapılan diğer etkinliklerin paralelinde örüntülerin kuralının bulunmasını amaçlar. c maddesi cebirsel olarak yazılan kuralın katsayısının tablodaki ilgili yere yazılmasını ve bu sayede ardışık terimler arasındaki fark ile ilişkisinin görülebilmesini amaçlamıştır. d maddesi de terimler arasındaki fark ile katsayı arasındaki ilişkinin öğrencilerin kendi cümleleriyle ifade ederek bu ilişkiyi nasıl algıladıklarını öğrenme amacı içerir. e maddesi, fark edilen ilişkinin yorumlanabilmesi açısından öğrencilerin kendi oluşturacakları bir örüntüde söz konusu ilişkinin denenmesini gerektirir.

	Örüntü	Terimler arasındaki fark	Örüntünün Kuralı	Kuraldaki katsayı
1	8, 16, 24, ...			
2	5, 7, 9, ...			
3	2, 5, 8, ...			
4	8, 14, 20, ...			
5	7, 14, 21, ...			

a) Tabloda verilen örüntülerin terimleri arasındaki farkı bulunuz.
b) Her bir örüntünün kuralını bulunuz ve tablodaki ilgili yerlere yazınız. Kuralı bulmayı kolaylaştırmak için tablo ya da model kullanabilirsiniz.
c) Elde ettiğiniz kuralların katsayılarını tablodaki ilgili sütuna yazınız.
d) Terimler arasındaki fark ile kuralı yazarken kullandığımız katsayı arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu ilişkiyi kendi cümlelerinizle ifade ediniz.
e) Bir sayı örüntüsü oluşturunuz ve belirlediğiniz ilişkinin varlığını araştırınız.

Etkinlik 5

Steele (2008), cebirsel durumlarda farklı dışsal temsiller arasındaki ilişkinin fark edilmesinin ve anlaşılmasının örüntülerin genellenmesinde ve belirlenmesinde öğrencilere yardımcı olacağını iddia etmiştir. Bu öneriden hareketle örüntülerin sayısal, görsel model ve tablo gösterimleri arasında ilişki kurulması amaçlanmıştır. Bu etkinliğin tasarımında Swan (2007)'ın çoklu gösterimler etkinliği temel alınmıştır. Bu doğrultuda genel terimi n + 3 olan bir örüntünün ilk iki adımı verilmiş ve a maddesinde 6. adımına kadar öğrencilerden modelleri devam ettirmeleri ve örüntüde kullanılan çubuk sayılarının tabloya yazmaları istenmiştir. Böylece terim sırası ile terim de yazıldığında tablo gösterimi de kullanılmış olacaktır. b maddesi, modele yönlendiren önceki etkinlikler dâhilinde yakın ve uzak adımların modelleri göz önünde tutularak hesaplanmasını içermektedir. c maddesinde, verilen örüntüye ait kuralın bulunması istenmiştir. Hem Radford (2008) 'un çalışmalarındaki gibi genelleme süreci incelenecek, hem de genelleme yapamama güçlüğünün ne düzeyde olduğu gözlemlenecektir. d ve e maddeleri, model üzerindeki sabit özelliklerle değişikliklerin kurala nasıl yansıdığına dikkat çekilmesi amacıyla hazırlanmıştır.

Sıra No	Model	Çubuk Sayısı	Örüntünün Kuralı
1		4	
2			
3			
4			
5			
6			

a) Bir örüntüye ait ilk 6 adım ile ilgili verilen tabloyu uygun şekilde doldurunuz.
b) 11. ve 85. Adımda kullanılan çubuk sayısı kaç tanedir? 11. ve 85. adımdaki modeller ne yönde değişir?
c) Oluşturduğunuz örüntünün kuralını bulunuz.
d) Verilen örüntünün modelinde değişmeyen veya sabit kalan kısımlar var mı? Modeller üzerinde değişmeyen kısımları işaretleyiniz. Bu kısımlarda kaç tane çubuk kullanılmıştır? Değişmeyen kısımlardaki çubuk sayısı ile kural arasında nasıl bir ilişki vardır?
e) Modellerde her seferinde yeni eklenen çubukları işaretleyiniz. Her seferinde kaç çubuk eklenmiştir? Örüntünün terimleri arasındaki fark kaçtır? Modelde her seferinde eklenen çubukların sayısı, terimler arasındaki fark ve kural arasında bir ilişki var mıdır?

Etkinlik 6

Problem çözme üzerine araştırmalar, öğrencilerin yeni ya da yabancı bir problem çözme etkinliği sunulduğu zaman çok çabuk vazgeçme eğilimi içinde olduklarını göstermektedir (Doerr, 2006). Biz de bu eğilimi olumlu yönde değiştirmeyi amaçladık. Doerr (2006)'in zengin ve karmaşık etkinliklerin öğrencilerin problem durumlarını yorumlayabilmelerini ve fikirlerinin gelişimini sağlayan birden fazla yol bulundurduklarını belirttiğinden, örüntülere problem durumu içerisinde de yer vermeye karar verilmiştir.

Deniz, yaz tatilinde bir telefon abone merkezinde çalışacaktır. Deniz, haftalık 5 TL ve her sattığı 100 kontör başına da 2 TL alacaktır.

a) 3 adet 100 kontör sattığında Deniz haftalık kaç TL kazanır? Nasıl buldunuz?

b) 1-5 adet arası kontör satışları için alacağı haftalıklar için bir tablo oluşturunuz.

c) 10 adet 100 kontör sattığında haftalığını kaç TL olarak alır? Bu sayıyı nasıl buldunuz?

d) Çok fazla sayıda 100 kontör sattığında örneğin 50 adet sattığında haftalığını kaç TL olarak alır?

e) Herhangi bir sayıda sattığı 100 kontör adeti için alacağı haftalığı bulabilecek bir kural geliştirebilir miyiz?

f) Pekala 3^{10} adet 100 kontör satmış olsaydı alacağı haftalık kaç TL olurdu? Nasıl bir işlem yapmalıyız?

Etkinliğin a, b ve c maddeleri "Yakın terimi bulma, ancak uzak terimi bulamama" güçlüğü temelinde hazırlanarak öğrencilerin yaklaşımlarını ve stratejilerini incelemek amacını taşımaktadır. d maddesi "genelleme yapmaya yönelik yanlış kavrayış" ve "genelleme yapamama" güçlüğüne yönelik hazırlanırken Radford (2008) 'un bahsettiği gibi genelleme süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. e maddesinde, genelleme yapmanın kolaylaştırılması ve n notasyonun kavranmasına yardımcı olması açısından Zazkis, Liljedahl ve Chernoff (2008)'un önerileri üzerine terim sırası üslü nicelik şeklinde verilmiştir.

3.3.3. Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 2'nin Geliştirilmesi

Eylem planı çerçevesinde geliştirilen etkinliklerin, öğrencilerde yarattığı değişimi ve güçlük gidermedeki etkisini araştırmak için SÖGP 1 paralelinde 8 tane açık uçlu problem hazırlanmıştır. Pilot çalışma bulguları ve uzman görüşü göz önünde tutularak son hali verilen problemlerin nasıl geliştirildiği aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Problem 1

1)	1, 4, 7, 10 . . . sayı örüntüsü için;
a)	Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b)	7. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
c)	80. ve 100. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
d)	Örüntünün herhangi bir adımındaki sayıyı bulmak için bir kural geliştiriniz.
e)	Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Problem 1, sayı dizisi olarak hazırlanmış bir açık uçlu problemdir. Bu problemde; öğrencilerden örüntüye uygun model oluşturmaları, yakın ve uzak terimleri hesaplamaları ve örüntüye ait genel bir terim yazmaları beklenmektedir.

1. problemde kuralı 3n-2 olan bir sayı örüntüsü verilmiştir. a maddesi, öğrencilerdeki örüntüye uygun model seçememe güçlüğüne yönelik olarak hazırlanırken uygulanan etkinliklerin bu güçlük üzerindeki etkisi incelenmek istenmiştir. b ve c maddeleri "yakın terimleri kolaylıkla bulma uzak terimleri bulmada zorlanma" güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. d maddesi "genelleme yapamama" ve "n notasyonunu" kavrayamama güçlükleri temelinde hazırlanmıştır. Bu güçlüğün değişimi incelenmek istenmektedir. e maddesi, Radford (2008)'un çalışmasında üzerinde durduğu genelleme süreçlerinin incelenmesi amacıyla hazırlanmıştır. Öğrencilerin, eylem planı öncesindeki genelleme süreçleri ile karşılaştırma yapılmak istenmektedir. f maddesi, modellerin etkili kullanılamaması güçlüğü temelinde hazırlanmış olup yer verilen etkinliklerin etkisini gözlemlemek için hazırlanmıştır.

Problem 2

Problem 2, sayı dizisi olarak hazırlanmış bir örüntü problemidir. Öğrencilerden etkinlikler çerçevesinde öğrendiklerini problemlere uygulamaları, sayı örüntülerini genellemede uygun strateji seçmeleri, örüntüyü sonlu bir adıma devam ettirmeleri ve cebirsel genelleme yapmaları beklenmektedir.

2) 6, 11, 16, … sayı örüntüsü için;

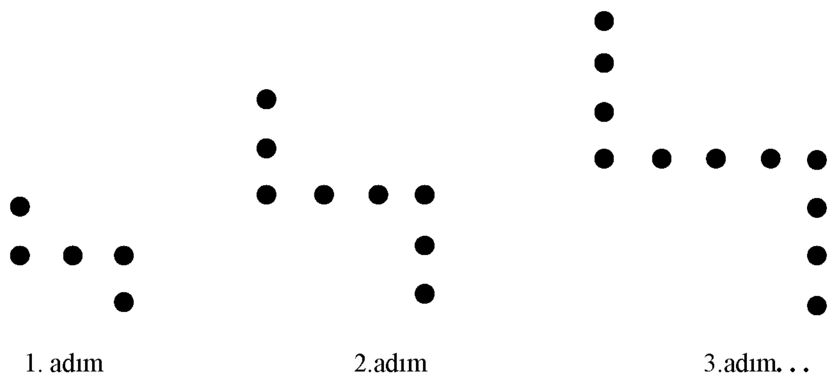
a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) Örüntünün genel terimini (n. adımını) bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) 100. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
e) Örüntünün kuralını oluşturduğunuz model üzerinden nasıl bulabilirsiniz? Açıklayınız.

2. problemde kuralı 5n+1 olan bir sayı örüntüsü verilmiştir. a maddesi, örüntüye uygun model seçememe güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. Görsel modellerin etkili kullanımına yönelik etkinliklerin bu güçlük üzerindeki etkisinin araştırılması amaçlanmaktadır. b maddesi genelleme yapamama güçlüğü temelinde hazırlanırken, oluşturulan görsel modelin etkili kullanılıp kullanılmadığı incelenecektir. Ayrıca öğrencilerin genelleme süreçlerindeki değişimleri, Radford (2008)'un kuramsal çerçevesinde incelenecektir. c ve d maddeleri; yakın terimi kolayca bulma, uzak terimleri bulmada zorlanma güçlüğüne yönelik oluşturulmuştur. Uygulanan etkinliklerin, bu güçlük ile ilgili öğrenci yaklaşımları üzerindeki etkisi araştırılacaktır. e maddesi, görsel modellerin etkili kullanılamaması güçlüğü paralelinde hazırlanırken, genelleme yapmada modeli kullanmayan öğrencileri modele yönlendirmek ve öğrencilerin modelleri ele alma yaklaşımlarını incelemek amacıyla hazırlanmıştır.

Problem 3

Problem 3, şekil örüntüsü olarak hazırlanmış açık uçlu problemlerden biridir. Öğrencilerden bu problemde modeli etkili kullanması beklenmektedir. Başka bir deyişle istenen terimlerin hesaplanmasında ve genel terimin yazılmasında modelin biçimsel özelliklerinden hareket edip etmedikleri gözlemlenecektir. Böylece geliştirilen eylem planının etkisi araştırılacaktır.

Bu problemde kuralı 3n+2 olan bir şekil örüntüsü verilmiştir. Öğrencilerin, şekil örüntülerinde işlem yapma yaklaşımları araştırılacaktır. a ve b maddeleri yakın terimi kolayca bulma, uzak terimleri bulmada zorlanma güçlüğü temelinde hazırlanmıştır. Model kullanımına yönelik etkinliklerin, öğrencilerin bu güçlüğünü gidermede ve yaklaşımlarında etkili olup olmadığı gözlemlenecektir. c maddesi n notasyonunu kavrayamama ve genelleme yapamama güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. d maddesi, öğrencilerin genelleme süreçlerini ve modelin genelleme sürecindeki etkisini incelemek için hazırlanmıştır.



Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.

Yukarıda modellenmiş örüntü için;

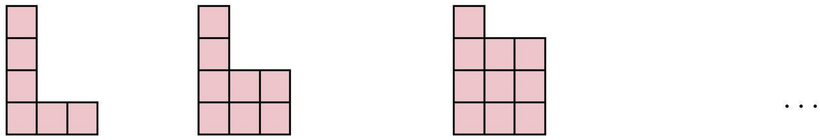
a) 10. adımda kaç tane nokta vardır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

b) 60. ve 90. adımda kaç tane nokta vardır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) Her bir adımda kullanılacak olan nokta sayısını veren bir kural bulunuz. n. adımda kaç tane nokta kullanılır?

d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Problem 4



1.adım 2.adım 3.adım . . .

Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.

Yukarıda modellenmiş örüntü için;

a) Örüntünün 7. adımında kaç birim kare kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) Örüntünün 20. ve 35. adımlarında kaç birim kare kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Örüntünün herhangi bir adımında kullanılacak birim kare sayısını veren bir kural geliştiriniz.
d) Bu kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Problem 4, şekil örüntüsü olarak hazırlanan açık uçlu problemlerden biridir. Genel terimi "2n + 4" olan örüntü, birim karelerle modellenmiştir. Bu problemde, öğrencilerin model üzerinden hareket ederek yakın ve uzak terimleri hesaplayabilmeleri ve cebirsel genelleme yapabilmeleri beklenmektedir.

a ve b maddeleri, yakın terimi kolaylıkla bulma, uzak terimleri bulmada zorlanma güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. Etkinliklerin bu güçlük üzerine etkisi araştırılmak istenmektedir. c maddesi, genelleme yapamama ve n notasyonunu kavrayamama güçlüğü üzerine hazırlanmış olup etkinliklerin öğrencilerin genelleme süreçleri üzerindeki etkisi araştırılacaktır. d maddesi ile nümerik ilişkilerin keşfedilmesi ile ilgili etkinliklerin etkisi araştırılacaktır. e maddesi, örüntüye uygun model seçememe güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. Çoklu gösterimler etkinliğinin model-kural ilişkisinin öğrenci kavrayışları, öğrencilerin yaklaşımları ve stratejileri üzerindeki etkisi incelenecektir.

Problem 5

Problem 5, şekil örüntüsü olarak hazırlanmış problemlerden bir diğeridir. Bu problemde kuralı “n + 5” olan örüntü, birim küplerle modellenmiştir. Öğrencilerden, modeli kullanarak genel terime ulaşmaları beklenmektedir.

1.adım 2.adım 3.adım . . .

<u>Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.</u>

Yukarıda modellenmiş olarak verilen örüntü için;

a) Örüntünün 8. adımında kaç birim küp kullanılmıştır? *<u>Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.</u>*
b) Örüntünün 15. ve 70. adımlarında kaç birim küp kullanılmıştır? *<u>Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.</u>*
c) Örüntünün herhangi bir adımında kullanılacak birim kare sayısını veren bir kural geliştiriniz.
d) Bu kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Bu problem, model etkili kullanamama güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. 3. ve 4. problemlerde olduğu gibi bu problemde de sadece modelin kullanılmasına yönelik yönerge verilmiştir. Bu yönergenin amacı, öğrencilerin modeli nümerik ilişkiye dökerek sayısal ilişkilere odaklanması yerine modeli kullanmaya teşvik etmektir. a ve b maddeleri; yakın adımı kolaylıkla hesaplama, uzak adımı hesaplayamama güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. Model kullanmanın, bu güçlük üzerindeki etkisi araştırılacaktır. c maddesi, genelleme yapamama ve örüntüdeki ilişkiyi anlama, sözel olarak yazma ancak cebirsel olarak ifade edememe güçlüklerinde değişim olup olmadığının incelenmesi içindir. Öğrencilerin, genelleme sürecinin hangi aşamasında oldukları d maddesi yardımıyla araştırılacaktır.

Problem 6

Problem 6'da, tablo halinde verilen bir örüntü verilmiştir. Bu problemde; öğrencilerin ortak noktayı belirlemede terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi kullanmaları, buradan hareketle yakın ve uzak adımları hesaplamaları ve cebirsel genelleme yapmaları beklenmektedir.

Sıra No	Terim
1	5
2	11
3	17
4	23
…	…
12	?
…	…
100	?
…	…
n	?
…	…

Tabloda verilen örüntü için;

a) Bir sonraki terim kaç olmalıdır?

b) 12. ve 18. terimler kaç olmalıdır? *Bu değerleri nasıl buldunuz?*

c) 65. ve 100. terimler kaç olmalıdır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

d) n. terim kaçtır? Örüntünün herhangi bir adımındaki sayı için bir kural geliştiriniz.

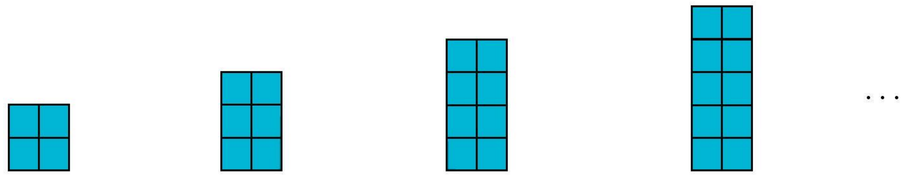
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Problemde, kuralı 6n-1 olan örüntü için tablo gösterimi kullanılmıştır. Tablonun etkili kullanımı ve terim ve terim sırası arasındaki ilişkinin kullanılması amacıyla hazırlanmıştır. a, b ve c maddeleri yakın terimi kolayca bulma, uzak terimi bulmada zorlanma güçlüğü temelinde hazırlanmıştır. Tablo kullanımına yönelik yapılan etkinliklerin bu güçlüğe etkisi gözlemlenecektir. Öğrencilerin yaklaşımlarındaki veya stratejilerindeki değişim araştırılacaktır. d maddesi, n notasyonunu kavrayamama ve genelleme yapamama güçlüğüne yöneliktir. Etkinliklerin bu güçlük üzerinde ve öğrencilerin yaklaşımlarında farklılık yaratıp yaratmadığı gözlemlenecektir. e maddesi ise genelleme süreçlerinin incelenmesi için hazırlanmıştır.

Problem 7

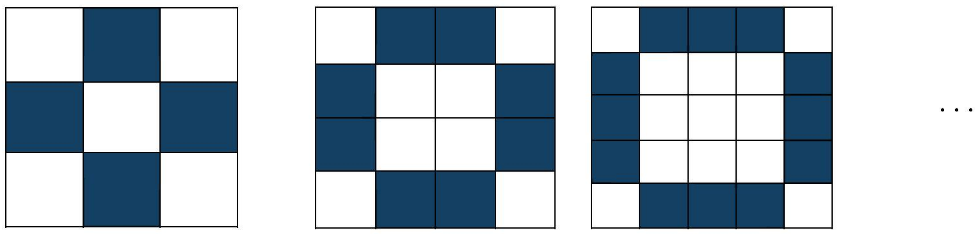
Aşağıdaki örüntülerin kuralını sadece modeli üzerinden bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a)Her bir adımda kullanılan birim kare sayısını veren bir kural geliştiriniz.



1. adım 2.adım 3.adım 4.adım ...

b) Her bir adımda kutular içindeki beyaz karelerin sayısını veren bir kural geliştiriniz.



1. adım 2.adım 3.adım ...

Problem7, örüntüye uygun model seçememe ve modeli etkili kullanamama güçlüğüne yönelik hazırlanmıştır. Bunun için kuralı “ 2n+ 2 ” ve “ n.n + 4 ” olan iki şekil örüntüsü verilmiştir. Öğrencilerin kuralı bulmada sadece modelleri kullanmaları istenmektedir. Etkinliklerin, öğrencilerin yaklaşımlarında ve kullandıkları stratejilerde modelin etkisi araştırılacaktır.

Problem 8

8. problemde, kuralı 2n + 3 olan bir örüntü problem durumu içerisinde verilmiştir. Doerr (2006)’in de belirttiği gibi öğrenciler yabancı bir problemle karşılaştığında çok çabuk vazgeçme eğilimindedir. Etkinliklerin bu eğilimi olumlu yönde değiştirip değiştirmediği gözlemlenecektir. Ayrıca öğrenciler genel olarak örüntüleri, sadece art ardına gelen sayı ve şekil olarak algılamaktadırlar. Öğrencilerin

örüntüleri, günlük hayatta ve çevremizde bulunan ilişkilerin ve düzenin bir ifadesi şeklinde görebilmeleri konusunda değişim olup olmadığı da incelenmek istenmiştir. a ve b maddeleri yakın terimi kolaylıkla bulma, uzak terimleri bulmada zorlanma güçlüğünün problem durumu içerisine yerleştirilmesiyle öğrencilerin farklı bir algılama içerisinde olup olmadıkları incelenecektir. c maddesi genelleme yapamama ve n notasyonunu kavrayamama güçlüğü temelinde hazırlanmıştır. Bu güçlüğün problem durumu içerisindeki algılanışı ve öğrencilerin yaklaşımlarındaki değişiklikler incelenecektir. d maddesinde genelleme yapan öğrencilerin genelleme süreçleri incelenmek istenmiştir.

Bir taksici, 2 km'lik mesafe için 7 TL, 3 km'lik mesafe için 9 TL, 5 km'lik mesafe için 13 TL ücret almaktadır. Buna göre;

a) Taksi şoförünün 1 km'lik ve 10 km'lik mesafeler için müşteriden alacağı ücretleri bulunuz.

b) 50 km'lik ve 75 km 'lik mesafeler için müşteri kaç TL taksi ücreti ödeyecektir? Bu değerleri nasıl buldunuz? Açıklayınız.

c) Gidilen mesafenin herhangi bir km' si için müşterinin kaç TL ödeyeceğini nasıl buluruz? Belirlemek için bir kural yazınız. n km yol gidildiğinde müşteri kaç TL öder?

d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

3.4. İşlem Adımları

SÖGP 1 ve 2'nin ve sayı örüntülerini genelleme etkinliklerinin uygulanma ve gerçekleştirilme adımları bu kısımda belirtilmiştir. Uygulamanın yapılabilmesi için Denizli İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli yasal izinler alınmıştır.

3.4.1. SÖGP 1'in Gerçekleştirilme Adımları

SÖGP 1, 2010-2011 eğitim ve öğretim yılının birinci döneminde Denizli Raşit Özkardeş İlköğretim Okulu'nda 7. sınıf öğrencilerinden oluşturulan 13 kişilik çalışma grubuna uygulanmıştır. SÖGP 1, 8 açık uçlu problemden oluşmaktadır. Problemlerin bir ders saatinde cevaplanması zor olduğundan, problemler ikiye bölünüp art arda iki ders saati boyunca uygulanmıştır. Bu süreç, kamera ve ses kaydına alınmıştır. Katılımcılar, kamera ve ses kaydı ile ilgili bilgilendirilmiştir ve onayları alınmıştır. Uygulama, araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilere uygulama yapılmadan önce araştırmanın amacı, önemi, öğrencilerin araştırmadaki rolü, uygulama süresi ve problemlerle ilgili gerekli açıklamalar araştırmacı tarafından belirlenen Ek 1'deki "Katılımcı Bilgilendirme Kriterleri"ne göre yapılmıştır.

3.4.2. Sayı Örüntülerini Genelleme Etkinliklerinin Gerçekleştirilme Adımları

Eylem araştırması kapsamında geliştirilen etkinlikler, 2010-2011 eğitim öğretim yılının 1. döneminde 3 haftalık bir süre içerisinde gerçekleştirilmiştir. Her hafta 4 ders saati süresince etkinlikler uygulanmıştır. Etkinlikler, içinde sadece öğrenci ve araştırmacının bulunduğu bir sınıf içerisinde gerçekleştirilmiştir.

Etkinlikler, aynı sınıfta öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerinden 13 kişi ile gerçekleştirilmiştir. Hazırlanan eylem planı doğrultusunda etkinliklerle örüntü konusu işlenmiştir. Çalışma grubundaki öğrenciler, 3-4'er kişilik gruplara ayrılmıştır. Bu gruplar oluşturulurken; gruplar arasında homojenlik, grupların kendi içerisinde ise heterojenlik sağlanmaya çalışılmıştır.

Etkinlikler 6 ana başlık halinde verilmiş olup 12 aşamadan oluşmaktadır. Etkinlikler, 12 ders saati sürmüştür. Etkinlikler sırasında öğrencilerin kullanması için masada çalışma yaprağı ve kalem bulundurulmuştur. Bu süreçte kamera ile ders işlenişleri kayda alınmıştır. Grupla çalışan öğrencilerin etkileşimlerinin hiç birini kaçırmamak için ses kayıt cihazı kullanılmıştır. Ses kayıt cihazının kullanılması konusunda, öğrenciler bilgilendirilmiş ve onayları alınmıştır. Öğrencilerin sözel olmayan davranışlarını hatırlamaya yardımcı olacak notlar alınmıştır. Öğrencilere uygulama öncesinde; araştırmanın amacı, önemi, öğrencilerin araştırmadaki rolü, uygulama süresi ve problemlerle ilgili gerekli açıklamalar araştırmacı tarafından belirlenen Ek 2'deki yönergeye göre yapılmıştır.

3.4.3. Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 2'nin Gerçekleştirilme Adımları

Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 2, eylem planı çerçevesinde geliştirilen etkinliklerin öğrenci üzerindeki değişimini gözlemlemek amacıyla hazırlanmıştır. SÖGP 2, 8 açık uçlu problemden oluşmaktadır. Araştırmacı tarafından 2 ders saatinde uygulanmıştır. Her oturumda öğrenciler, 4 açık uçlu problemi yanıtlamışlardır. Bu süreç, kamera ve ses kaydına alınmıştır. Kamera ve ses kaydı için katılımcılar bilgilendirilmiş ve onayları alınmıştır.

Öğrencilere uygulama yapılmadan önce araştırmanın amacı, önemi, öğrencilerin araştırmadaki rolü, uygulama süresi ve problemlerle ilgili gerekli açıklamalar araştırmacı tarafından belirlenen Ek 3'teki "Katılımcı Bilgilendirme Kriterleri"ne göre yapılmıştır.

3.4.4. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırma, yapısı gereği araştırmacıya farklı bir rol biçmektedir. Nicel bir araştırmada bir araştırmacının rolü veri toplama olarak ele alınırken, nitel çalışmada araştırmacının kendisi veri toplama aracı olarak görülmektedir (Mertens, 1998: 175). Büyüköztürk ve diğerleri (2009) nitel bir araştırmada araştırmacının rolünü; gerçeği arayan araştırmacıların çalıştıkları ve gördükleri sürecin bir parçası olarak hareket eden kişi olarak ele almaktadır. Yıldırım ve Şimşek (2008: 43) ise araştırmacının rolünün, çalıştığı alanda zaman harcayarak araştırmada yer alan katılımcılarla doğrudan ilişki kuran ve bu çalışma alanında kazanmış olduğu bakış açısını verilerin analizinde kullanan kişi olduğunu belirtmiş ve bu nedenle sürecin doğal bir parçası haline gelerek veri toplama aracı işlevi kazandığını ifade etmiştir.

Nitel çalışmalarda, araştırmacı sürecin bir parçası olduğundan olayların doğal akışını etkilememelidir; bunun yanında ise "tam nesnellik" uğruna veri kaynaklarına uzak durarak geçerli bilgileri kaybetmemelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Bu çalışmada araştırmacı; olayların doğal akışını bozmayacak kadar uzak, daha anlamlı ve derin bilgiler sağlamak için sürecin bir parçası gibi çalışıp geçerli bilgileri kaybetmeyecek kadar yakın bir rol üstlenmiştir. Araştırmacı, öğrencilerin örüntü kavramına ilişkin güçlüklerini ve bu güçlüklerini gidermede genelleme süreçlerindeki problemleri ortaya çıkarmaya çalışan tarafsız bir rol üstlenmiştir. Bunun sağlanabilmesi için eylem planı sırasında öğrencilerin çözüm yollarına ulaşmasını ve genelleme sürecini tamamlamasını engelleyen güçlükleri ortaya çıkarmak ve bu güçlükleri gidermelerine yardımcı olmak için sorular yönlendirmiştir. Bu süreçte gözlemlenen önemli bilgiler not edilmiştir.

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik, nicel araştırmaya paralel olacak terimlerle karşılanmaktadır. İç geçerlik "inandırıcılık" (credibility) terimi ile, dış geçerlik "aktarılabilirlik" (transferability) terimi ile, güvenirlik "güvenirlik" (dependability) terimi ile, tarafsızlık "teyit edilebilirlik" terimi ile karşılanmaktadır (Guba ve Lincoln'den akt. Mertens,1998). Eylem araştırmasının geçerlik ve güvenirliği bu kriterlere göre sağlanmaya çalışılmıştır. Eylem araştırmasının geçerlik ve güvenirliğinin sağlanmasında kullanılabilecek stratejiler aşağıda Tablo 2'de gösterilmiştir.

Tablo 2

Eylem Araştırmasında Kullanılan Geçerlik ve Güvenirlik Stratejileri

Kriterler	Kullanılan Stratejiler
İnandırıcılık (İç geçerlik)	Uzun süreli etkileşim
	Derin odaklı veri toplama
	Uzman İncelemesi
Aktarılabilirlik (Dış geçerlik)	Ayrıntılı Betimleme
	Amaçlı örnekleme
Tutarlık (İç güvenirlik)	Tutarlık incelemesi
Teyit edilebilirlik (Dış güvenirlik)	Teyit incelemesi

İnandırıcılık, araştırma sürecinin ve sonucunun açık ve tutarlı bir uyumda olmasını gerektirir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmanın inanırlığını sağlamada uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama ve uzman incelemesi stratejileri kullanılmıştır.

Bu çalışmada uzun süreli etkileşim için çalışma sayısı arttırılmış ve çalışma süreci uzatılmaya çalışılmıştır. Açık uçlu problemler bir hafta içerisinde 2'şer saatte, etkinlikler ise haftada 4 saat olmak üzere 3 hafta süresince uygulanmıştır. Böylece eylem planı, 5 hafta süresince 16 saatte tamamlanmıştır.

Derinlik odaklı veri toplama için, eylem planı süresince ortaya çıkan durumlar ve ilişkiler mümkün olduğunca yorumlanmaya ve değerlendirilmeye çalışılmıştır. Bu yorumlara, tezin IV. bölümünde yer verilmiştir.

Uzman incelemesi, araştırma konusu hakkında araştırmacının tarafsız bir akranı ile araştırmanın başlangıcından sonuna kadarki süreci çeşitli boyutlarıyla tartışmasına; bulgulara, sonuçlara, analizlere ve hipotezlere eleştirel gözle bakmasına ve araştırmacıya geri bildirimde bulunmasına dayanır (Mertens, 1998). Bu araştırmanın inanırlığını artırmada uzman incelemesi yapılmıştır.

Nitel araştırmalar, olay ve olguların içinde bulundukları ortamdan etkilendiğini ve bu nedenle bir örneklemeden elde elden verilerin ve sonuçların benzer bir örneklemde de gerçekleşmeyeceğini varsayar (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 270). Nitel çalışmalarda bu nedenle genelleme yapmak mümkün olmaz. Bu durumda tekrar edilebilirlik anlamına gelen genelleme yerine nitel araştırmalarda aktarılabilirlik kavramı benimsenmektedir. Aktarılabilirliği sağlamak adına kullanılabilecek stratejilerden biri amaçlı örneklemedir. Çünkü nitel araştırmalarda hem görülme sıklığı fazla olan hem de özel olan bilgilere ulaşma eğilimi vardır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu durumda veri kaynaklarının, zenginliğin ve farklılığın yansıtılması bakımından amaçlı örnekleme yöntemine göre belirlenmesi gerekmektedir. Bu araştırmada aktarılabilirliğin sağlanması adına katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemine göre cinsiyet, başarı düzeyleri ve çalışma şekilleri dikkate alınmıştır. Aktarılabilirliği sağlayan diğer bir strateji ise ayrıntılı betimlemedir. Bu stratejide diğer araştırmacıların sonuçları anlaması ve benzer ortamlarda benzer çalışmaları yapabilmelerini kolaylaştırmak için verilerin, bulguların, analizlerin, kategorilerin kısacası her aşamanın ayrıntılı tanımlaması yapılmaktadır (Büyüköztürk ve diğer., 2009: 266)

"Nitel araştırmalarda tutarlık, ulaşılan sonuçların verilerle takip edilebilmesi ve kontrol edilebilmesi ile sağlanır" (Yeşildere, 2006: 65). Verilerin takip edilmesi açısından bu araştırmada ses ve görüntü kaydının yanında gözlem notları tutulmuştur. Ses ve görüntü kayıtları çözümlenmiş ve raporlandırılmıştır. Böylece öğrencilere ait açık uçlu problemlerin bulunduğu dokümanlar ve çalışma yaprakları, orijinal ses ve görüntü kayıtları ile araştırmacı raporlarından istenildiği zaman tutarlık incelemesi yapılabilecektir.

Nitel araştırmalarda, araştırmacı katılımcı bir rolde olduğundan tam olarak bir nesnellik sağlanamaz. Bu nedenle nitel araştırmalarda nesnellik yerine teyit edilebilirlik kavramı kullanılmaktadır. Teyit edilebilirlik, elde edilen verilerin ve yapılan yorumların araştırmacının hayal ürünü olmaması anlamına gelmektedir. Araştırmada teyit edilebilirliği sağlamak için teyit incelemesi stratejisi kullanılmıştır. Bunun için araştırmada elde edilen ham veriler, veri toplama araçları, analiz aşamasında yapılan kodlamalar, görüntü ve ses kayıtları gerektiğinde incelemeye sunulması için saklanmaktadır.

3.5.1. Veri Toplama Araçlarının Geçerlik ve Güvenirlikleri

Araştırmada kullanılan ve eylem planı çerçevesinde geliştirilen açık uçlu problemlerin ve etkinliklerin, geçerlik ve güvenirlikleri uzaman görüşü alınarak ve pilot çalışmaları yapılarak sağlanmıştır. Pilot çalışma katılımcıları, Denizli ili Raşit Özkardeş İlköğretim Okulu'nda 8. sınıfta öğrenim gören 15 öğrenciden oluşmaktadır. Bu katılımcılar belirlenirken; başarı düzeyleri, grup çalışmalarına yatkınlıkları ve çalışma özellikleri göz önüne alınmıştır. Katılımcılar, derslerine giren matematik ve sınıf rehber öğretmenlerinin önerileri ile öğrencilerin bir önceki yıla ait matematik dersi yılsonu başarı ortalamaları dikkate alınarak seçilmişlerdir.

Pilot çalışma katılımcılarının, matematik dersi başarılarına göre dağılımları Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3

Pilot Çalışma Katılımcılarının Başarı Düzeylerine Göre Dağılımı

Matematik Başarısı Düzeyleri	Zayıf	Geçer	Orta	İyi	Pekiyi
Öğrenci Sayısı	3	3	3	3	3
Toplam	15				

3.6. Veri Çözümleme Teknikleri

Bu kısımda açık uçlu problemlerle ve eylem planı çerçevesinde gerçekleştirilen etkinliklerle elde edilen verilerin analizlerinin nasıl yapıldığı açıklanmaktadır.

3.6.1. Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 1'in ve 2'nin Analizi

SÖGP 1 ve SÖGP 2'de yer alan açık uçlu problemlere verilen her bir yanıtın nitel analizinde; öğrencilerin örüntü kavramına ilişkin gösterdikleri güçlükler, kullandıkları çözüm stratejileri, gösterdikleri yaklaşımlar, örüntü genellemeleri ve genelleme süreçleri gibi yönler üzerinde odaklanılmıştır. Nitel analiz, Radford (2008)'un genelleme süreçlerinin incelenmesi için oluşturduğu kategoriler doğrultusunda yapılmıştır. Bu kategoriler; *ortak noktayı belirleme, hipotez oluşturma* ve *genel terimi yazma* şeklindedir. Öğrencilerin verdiği yanıtlar adı geçen kategorilere göre değerlendirilmiştir. Ayrıca, söz konusu açık problemlerde karşılaşılan özel ve farklı durumlar yine bu kategorilere göre değerlendirilmiştir.

3.6.2. Sayı Örüntülerini Genelleme Etkinliklerinin Analizi

Sayı örüntülerini genelleme etkinliklerinin nitel analizinde, Radford (2008)'un genelleme süreçleri üzerine yaptığı çalışma kuramsal çerçeve olarak kabul edilmiştir. Bu doğrultuda verilerin ve ses kayıtlarının tümü ele alınarak analizleri yapılmıştır. Öğrencilerin göstermiş olduğu farklı güçlükler ve yaklaşımlar, kullandıkları çözüm yolları ve stratejiler Radford(2008)'un genelleme süreci için oluşturduğu kategorilere göre incelenmiştir. Eylem planı çerçevesinde geliştirilen bu etkinliklerin öğrenciler üzerindeki olumlu etkisi, ortak gelişimler ana başlığı altında strateji kullanımına, genelleme sürecine, notasyon kullanımına ve model kullanımına yönelik gelişmeler olmak üzere dört alt başlık halinde incelenmiştir.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde açık uçlu problemlerden ve eylem planı çerçevesinde geliştirilen etkinliklerden elde edilen bulgular ve yorumlar yer almaktadır.

4.1. Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 1'e İlişkin Bulgular

1. alt probleme ilişkin bulgulara bu başlık altında yer verilmektedir. SÖGP 1'e ilişkin bulgular, öğrenci güçlükleri bağlamında ve Radford (2008)'un cebrisel genelleme inşası çerçevesinde iki başlık altında incelenmektedir.

4.1.1. SÖGP 1'e İlişkin Bulguların Öğrenci Güçlükleri Bağlamında Değerlendirilmesi

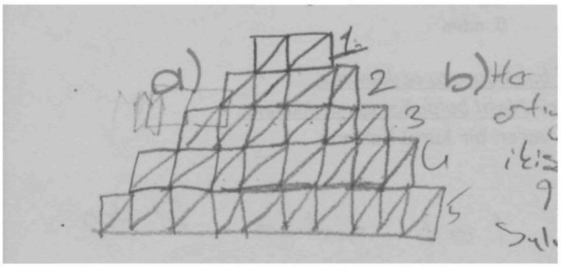
SÖGP 1 uygulamasından sonra genel bir değerlendirme sonucunda aşağıdaki durumlar gözlemlenmiştir. Bu durumlar, öğrenci güçlükleri çerçevesinde ele alınmıştır.

Toplamda 8 açık uçlu probleme yanıt veren öğrencilerin 1. ve 2. açık uçlu problemler üzerinde daha fazla zaman harcadıkları görülmüştür. Özellikle açıklama gerektiren sorular için isteksizlik gösterdikleri ve öğrencilerin zorluk çektiği gözlemlenmiştir.

Literatürde öğrencilerin örüntülere uygun model seçemediklerine ve modelleri etkili kullanamadıklarına dair bulgulara ulaşan çalışmalar yer almaktadır (Steele and Johanning, 2004; Yeşildere ve Akkoç, 2010). Sayı dizisi şeklindeki örüntü problemlerinde öğrencilerden modelleme yapmaları istenmiştir. Öğrencilerden bazıları süsleme şeklinde modelleme yapmıştır. Bu öğrencilerde örüntüler için, belli bir ilişki barındıran bir yapı kavramı olmaktan çok süslemeye ve görselleştirmeye dayalı bir kavram anlayışı bulunduğu gözlemlenmiştir. Kuralı 2n olan sayı örüntüsü için bir öğrencinin yaptığı modelleme, söz konusu duruma örnek olması açısından Şekil 15'te gösterilmiştir.

Şekil 15

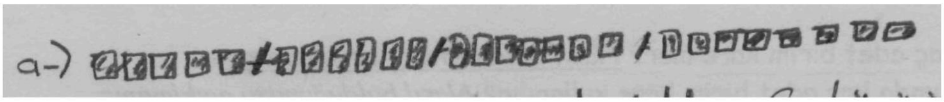
Hazal'ın SÖGP 1'de 2. Problem İçin Yaptığı Modelleme



Süsleme tarzında modelleme yapan öğrenciler, kuralı bulmaya yardımcı olacak bir model oluşturamamışlardır. Kuralı bulmaya yardımcı olacak bir model oluşturamayan diğer öğrencilerin kullandıkları farklı bir yöntem ise yan yana dizilen çubuklar veya şekillerdir. Bu duruma yönelik bir öğrencinin kuralı n+4 olan sayı örüntüsü için yapmış olduğu modelleme örneği şekil 16'da verilmiştir.

Şekil 16

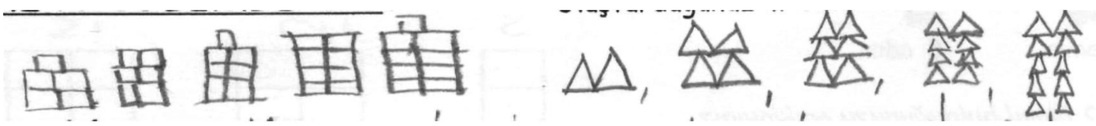
Birol'un SÖGP 1'de 1. Problem İçin Yaptığı Modelleme



Kuralı bulma yönünde yardımcı olacak modelleme yapabilen öğrenci sayısı 2'dir. Bu öğrencilerin her ikisi de kuralı 2n olan sayı örüntüsünde kuralı bulmaya yardımcı olacak bir model oluştururken, kuralı n+4 olan sayı örüntüsünde görsellik özelliği göz önüne alınan bir model oluşturmuştur. Bu öğrencilerden Hakan'ın her iki sayı örüntüsü için yaptığı modelleme örnekleri Şekil 17'de verilmiştir. Kuralı 2n olan sayı örüntüsüne uygun modelleme yapabildiği görülmüştür. Ancak kuralı n+4 olan sayı örüntüsünde tek kalan birim kareleri farklı yerleştirmiş olmasından dolayı kuralı bulma amacı dışında oluşturulan ve daha çok görsellik özelliği ön planda tutulan bir model olduğu görülmüştür. Modelde tek kalan birim kareler belli bir sütün üzerine yerleştirildiğinde her bir adımda bulunan 4 birim kare rahatlıkla görülebilmektedir. Bunu yapmayan Hakan'ın, örüntüye uygun modelleme yapmadığı söylenebilir.

Şekil 17

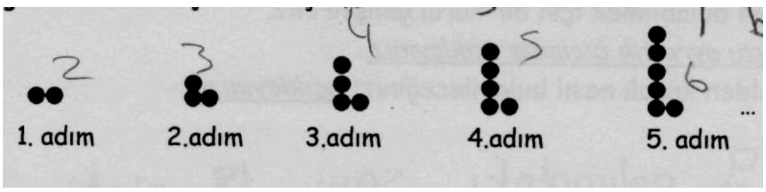
Hakan'ın SÖGP 1'de 1. ve 2. Problemler İçin Yaptığı Modellemeler



SÖGP 1'de öğrencilerin tamamının, verilen modelleri bir görselleştirme aracı olarak algıladıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler, şekil örüntülerinde görsel modelleri nümerik ilişkiye dökmüşlerdir. Modeller, öğrenciler tarafından yakın ve uzak adımların hesaplanması ve genel terimin yazılması amaçları doğrultusunda kullanılmamıştır. Rastlanan bu duruma örnek olabilecek bir öğrenci örneği Şekil 18'te verilmiştir.

Şekil 18

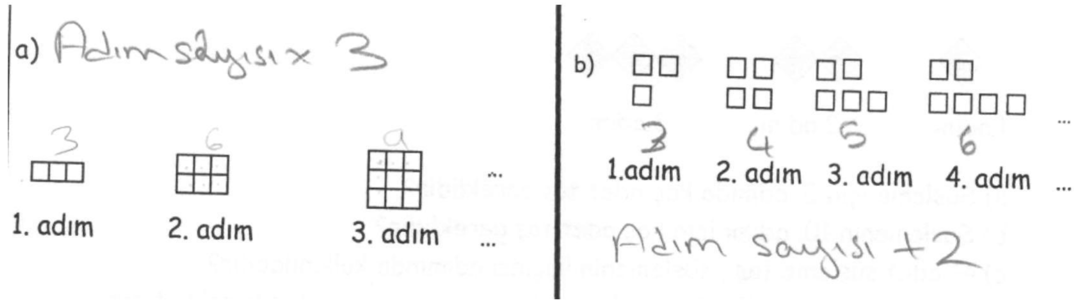
Özge'nin SÖGP 1'de 4. Problemi Ele Alma Yaklaşımı



Sadece modelden yararlanarak örüntüye ait kuralın bulunması istenen 7. soruda yine nümerik ilişkiye dönüştürme tüm öğrencilerde görülmüştür. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 19'da verilmiştir. Öğrenci Emre, verilen görsel modeli önce nümerik ilişkiye çevirmiş, sonra adım ile adım sayısı arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Bu ilişkiyi genel terimi yazmada kullanmıştır.

Şekil 19

Emre'nin SÖGP 1'de 7. Problemi Ele Alma Yaklaşımı

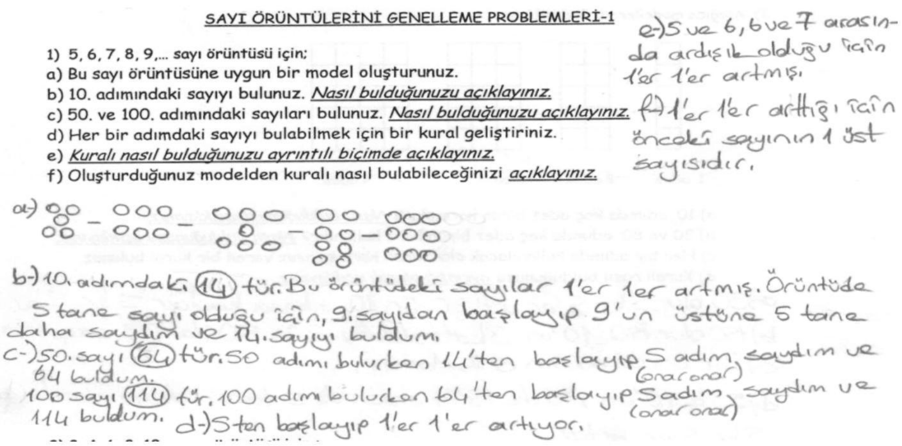


Yukarıdaki durumlar göz önüne alınırsa öğrencilerin SÖGP 1'de "Örüntüye uygun model seçememe ve modelleri etkili kullanamama" (Steele and Johanning, 2004; Yeşildere ve Akkoç, 2010) güçlüğünü gösterdikleri söylenebilir.

Radford(2008), öğrencilerin bir örüntü problemiyle karşılaştığında odaklandıkları noktaların onları genel bir terime götürebileceğini veya götüremeyeceğini belirtmektedir. Öğrencilerin çoğunluğu SÖGP 1'de ardışık terimler arasındaki farktan hareket ederek bir kural belirlemeyi tercih etmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerde "Örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma (Lannin, 2002) "Yakın terimi kolaylıkla bulma, uzak terimi bulmada zorlanma" (Stacey,1989) güçlükleri gözlemlenmiştir. Ortak noktayı terimler arasındaki fark olarak belirleyen bir öğrencinin Şekil 20'deki örnek yanıtını ele alalım.

Şekil 20

Reyhan'ın SÖGP 1'de 1. Problemdeki Yaklaşımı


SAYI ÖRÜNTÜLERİNİ GENELLEME PROBLEMLERİ-1

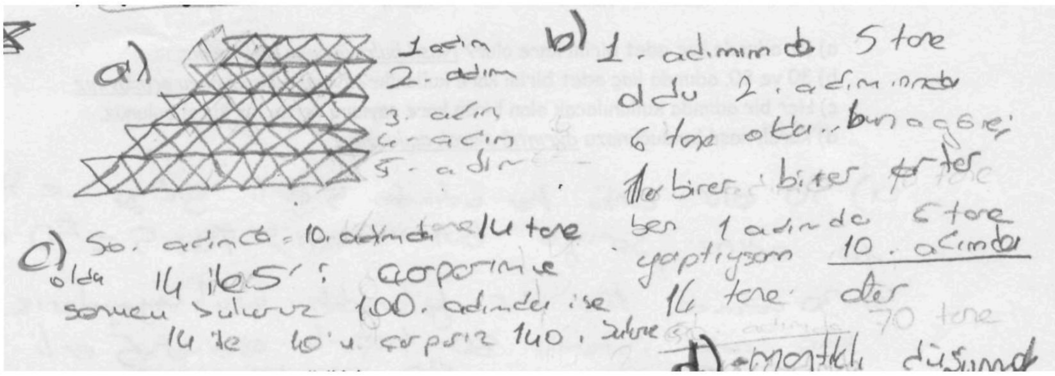
1) 5, 6, 7, 8, 9,... sayı örüntüsü için:
a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 50. ve 100. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz.
e) *Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.*
f) Oluşturduğunuz modelden kuralı nasıl bulabileceğinizi *açıklayınız.*

Öğrenci Reyhan, kuralı n+4 olan bir sayı örüntüsünde ortak nokta olarak ardışık terimler arasındaki farkı belirlemiştir. Bu doğrultuda örüntünün tüm terimlerinin hesaplanabilmesini sağlayan bir hipotez geliştirememiştir. Bu nedenle yakın adımı ardışık terimler arasındaki farkı ekleyerek bulmuştur. Başka bir deyişle örüntüyü genişletme yönünde bir strateji kullanmıştır. Burada "Örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma (Lannin, 2002) güçlüğü söz konusudur. Uzak adımlar için ardışık terimler arsındaki farkı ekleyerek sayma yolunun kolay olmayacağını anlayan Reyhan, onar onar ekleme yapmayı tercih etmiştir. İyi düşünülmemiş bu yöntemle yanlış sonuçlara ulaşmıştır. Reyhan'ın bu yaklaşımından "Yakın terimi kolaylıkla bulma, uzak terimi bulmada zorlanma" (Stacey,1989) güçlüğünü gösterdiği gözlemlenmiştir. Bir hipotez geliştiremeyince genel bir terim de yazamamıştır. Bir kural olarak ardışık terimler arasındaki farkı ortaya koymuştur. Başka bir ifadeyle örüntüyü değil kullandığı yöntemi genellemiştir.

Literatürde de belirtildiği gibi öğrenciler çoğunlukla uzak adımları hesaplamada, lineer bir yaklaşımdan çok bütüne genişletme veya fark yöntemi kullanmıştır. Öğrenci Hazal, kuralı n+4 olan sayı örüntüsünde öğrencilerin çoğu gibi ardışık terimler arasındaki farka odaklanmıştır. Yakın adımı sayma yoluyla bulmayı tercih etmiştir. Ancak uzak adımlar için bu yolun kullanışlı olmayacağını görünce terim sırası arasındaki oranı incelemiştir. Buradan hareketle bütüne genişletme yöntemi kullanmıştır. Örneğin; 10 adımı sayarak 14 bulduğundan 50. adımın hesaplanmasında 50. adım/ 10. adım= 5 oranlamasını yaparak 14'ün 5 ile çarpılması gerektiğini belirtmiştir. Aynı şekilde 100. adımın hesaplanmasında da aynı stratejiyi benimsemiştir. Öğrenci Hazal'ın vermiş olduğu örnek yanıt Şekil 21'de verilmiştir.

Şekil 21

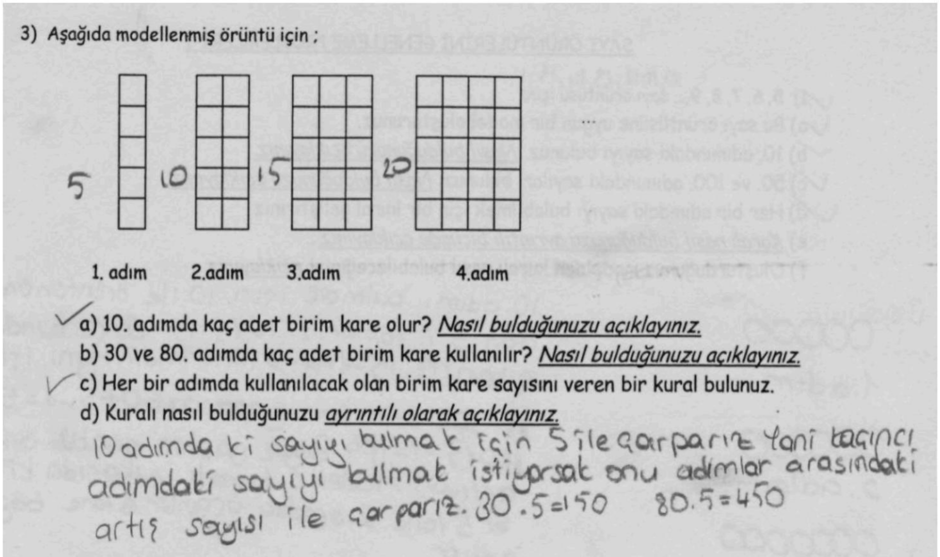
Hazal'ın SÖGP 1'de 1. Problemdeki Yaklaşımı



Kuralı 5n olan şekil örüntüsünde ortak noktasını ardışık terimler arasındaki fark olarak belirleyen öğrenci Canan'ın örnek yanıtı Şekil 22'de gösterilmiştir.

Şekil 22

Canan'ın SÖGP 1'de 3. Problemdeki Yaklaşımı



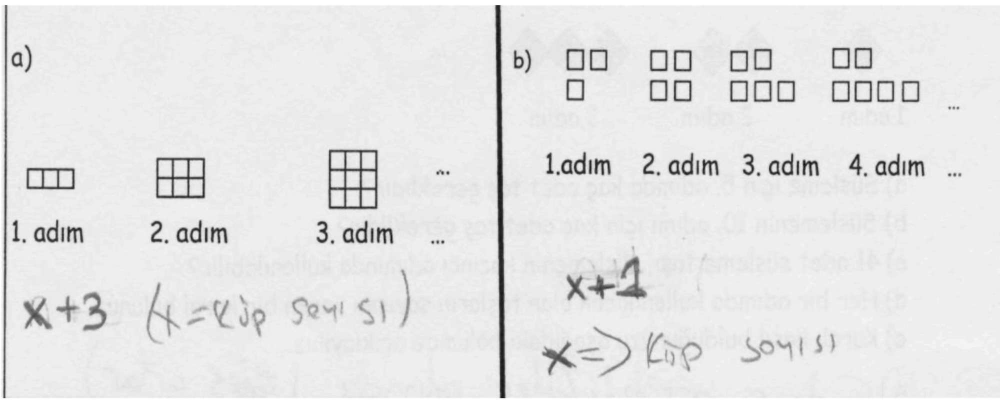
Canan, modeli nümerik ilişkiye dökerek model kullanmayı tercih etmemiştir. Ardışık terimler arasındaki farkı 5 olarak belirleyince terim sırası ile ardışık terimler ararsındaki farkı çarpmıştır ve ulaştığı aynı sonuçlardan hareketle bu yolu benimsemiştir. Ardışık terimler arasındaki farka odaklanan öğrencilerin bu sayıyı toplayarak ve çarparak denedikleri SÖGP 1'de gözlemlenmiş bir durumdur. Bu öğrencilerin örüntüye ait bir ilişki aradıkları söylenemeyebilir. Çünkü Radford

(2008)'a göre bu deneme-yanılma yöntemiyle bulunmaya çalışılan, örüntüdeki ilişkinin rastgele arandığı bir durumdur. Dolayısı ile öğrenci var olan ilişkinin farkında değildir. Öğrenci Canan'ın yaptıkları göz önüne alındığında olgunlaşmamış tümevarımlar ile soruları çözmeye çalıştığı söylenebilir. Oysaki cebirsel genelleme yapabilen öğrenciler belirledikleri ilişkiyi örüntünün tüm terimlerinin hesaplanması için bir hipoteze dönüştürebilirler. Hipotezini doğruladıktan sonra da örüntüye ait genel bir terim yazabilirler.

Ardışık terimler arasındaki farka odaklanan diğer öğrenci Arda'nın Şekil 23'te örnek bir yanıtı gösterilmiştir. Arda, terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi çoğunlukla diğer problemlerde ele almıştır. Bu problemde ise tutumunu değiştirdiği gözlemlenmiştir. Sadece modelden yararlanarak genel bir kuralın bulunmasının istendiği 7. problemde öğrenci Arda'nın, ortak noktasını ardışık terimler arasındaki fark olarak belirlemesi olgunlaşmamış tümevarımlar yaparak genel terimi yazmasına neden olmuştur. Dolayısı ile bu genel terim, örüntünün tüm terimleri için geçerli olan bir genelleme yolu ile değil tümevarımlardan oluşan bir kural yolu ile yazılmıştır.

Şekil 23

Arda'nın SÖGP 1'de 7. Problemdeki Yaklaşımı

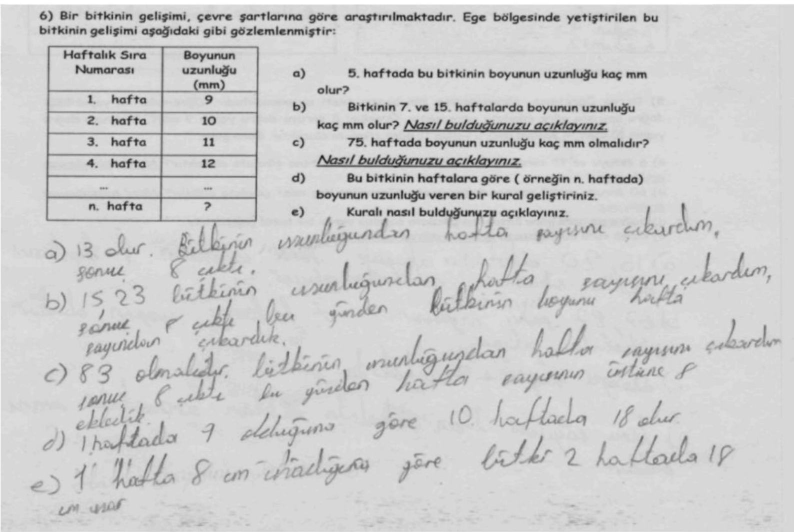


Radford (2008), örüntünün ortak noktasından hareketle örüntünün tüm terimleri için geçerli olan bir hipotezden genel terim yazıldığında cebirsel genelleme yapılabildiğini ifade etmiştir. Ancak bu hipotezden bir sonuç çıkarılamaz ise bir genel terim oluşturulamayacaktır. Bu durumda ise aritmetik genelleme söz konusudur. Bu çerçevede terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye yönelerek ortak noktayı belirleyen öğrenci yanıtları aşağıda incelenmiştir.

Literatürde öğrencilerin çoğunlukla aritmetik genelleme yapabildikleri ancak cebirsel genelleme yapamadıkları, örüntüdeki ilişkiyi anlayıp sözel olarak yazabildikleri ancak cebirsel olarak ifade edemedikleri ile ilgili güçlüklerden bahsedilmektedir (Rico, 1996; Zazkis, Liljedahl and Chernoff, 2008). SÖGP 1'de ifade edilen benzer durumlara rastlanmıştır. Bu durumlardan biri ise terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye odaklanan öğrencilerin çoğunlukla hipotezlerinden genel bir terim yazamamış olmalarıdır. Bu öğrenciler aritmetik genelleme yapmışlardır. Bu bulguya örnek olması açısından aritmetik genelleme yapan öğrencilerden Hakan'ın yanıtları Şekil 24'te gösterilmiştir. Öğrenci Hakan, kuralı n+8 olan tabloda verilen sayı örüntüsünde terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi ortak noktası olarak belirlemiştir. Hafta sayısının 8 fazlasının bitkinin boyunun uzunluğuna eşit olduğunu fark ederek, bu özelliği örüntülerin tüm terimleri için bir hipoteze dönüştürebilmiştir. Başka bir deyişle 5., 7., 15. ve 75. hafta sayılarına 8 ekleyerek bitkinin boyunun uzunluğunu bulmuştur. Ancak geliştirdiği hipotezden bir sonuç çıkaramadığı için genel terimi yazamamıştır. "Hafta sayısına 8 eklenmesi" ile ilgili kullanılan ifade, örüntüye ait kuralın sözel ifadesidir.

Şekil 24

Hakan'ın SÖGP 1'de 6. Problemdeki Yaklaşımı



6) Bir bitkinin gelişimi, çevre şartlarına göre araştırılmaktadır. Ege bölgesinde yetiştirilen bu bitkinin gelişimi aşağıdaki gibi gözlemlenmiştir:

Haftalık Sıra Numarası	Boyunun uzunluğu (mm)
1. hafta	9
2. hafta	10
3. hafta	11
4. hafta	12
...	...
n. hafta	?

a) 5. haftada bu bitkinin boyunun uzunluğu kaç mm olur?

b) Bitkinin 7. ve 15. haftalarda boyunun uzunluğu kaç mm olur? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) 75. haftada boyunun uzunluğu kaç mm olmalıdır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

d) Bu bitkinin haftalara göre (örneğin n. haftada) boyunun uzunluğu veren bir kural geliştiriniz.

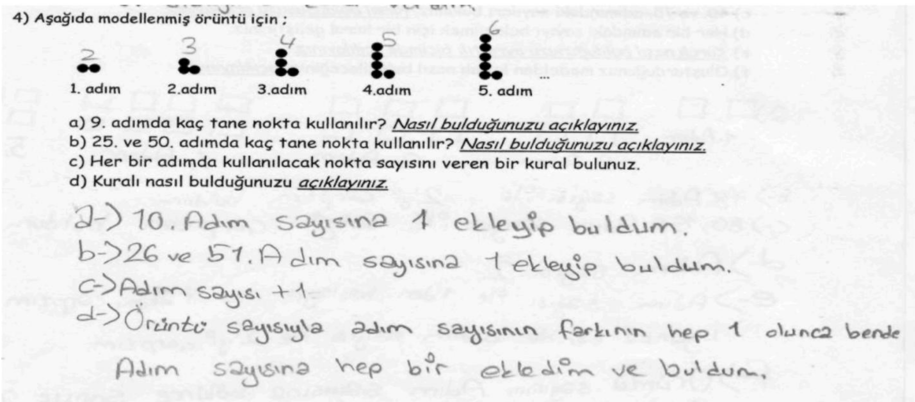
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a) 13 olur. Bitkinin uzunluğundan hafta sayısını çıkardım, sonuç 8 çıktı.
b) 15, 23 bitkinin uzunluğundan hafta sayısını çıkardım, sonuç 8 çıktı bu yüzden bitkinin boyunu hafta sayısından çıkardık.
c) 83 olmalıdır. bitkinin uzunluğundan hafta sayısını çıkardım sonuç 8 çıktı bu yüzden hafta sayısının üstüne 8 ekledik.
d) 1 haftada 9 olduğuna göre 10. haftada 18 olur
e) 1' hafta 8 cm olduğuna göre bitki 2 haftada 18 cm olur

Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme yönünde stratejisini seçen öğrencilerden çok azı cebirsel genelleme yapabilmiştir. Bu öğrenciler ortak noktadan hareketle belirledikleri hipotezlerini tüm terimler için geçerli olan bir kurala dönüştürebilmişlerdir. Ortak noktasını terim ile terim sırası arasındaki ilişkiye odaklanarak belirleyen bir öğrenci olan Emre'nin örnek yanıtı Şekil 25'te gösterilmiştir.

Şekil 25

Emre'nin SÖGP 1'de 4. Problemdeki Yaklaşımı



4) Aşağıda modellenmiş örüntü için ;

2 3 4 5 6

1. adım 2.adım 3.adım 4.adım 5. adım ...

a) 9. adımda kaç tane nokta kullanılır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) 25. ve 50. adımda kaç tane nokta kullanılır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Her bir adımda kullanılacak nokta sayısını veren bir kural bulunuz.
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu *açıklayınız.*

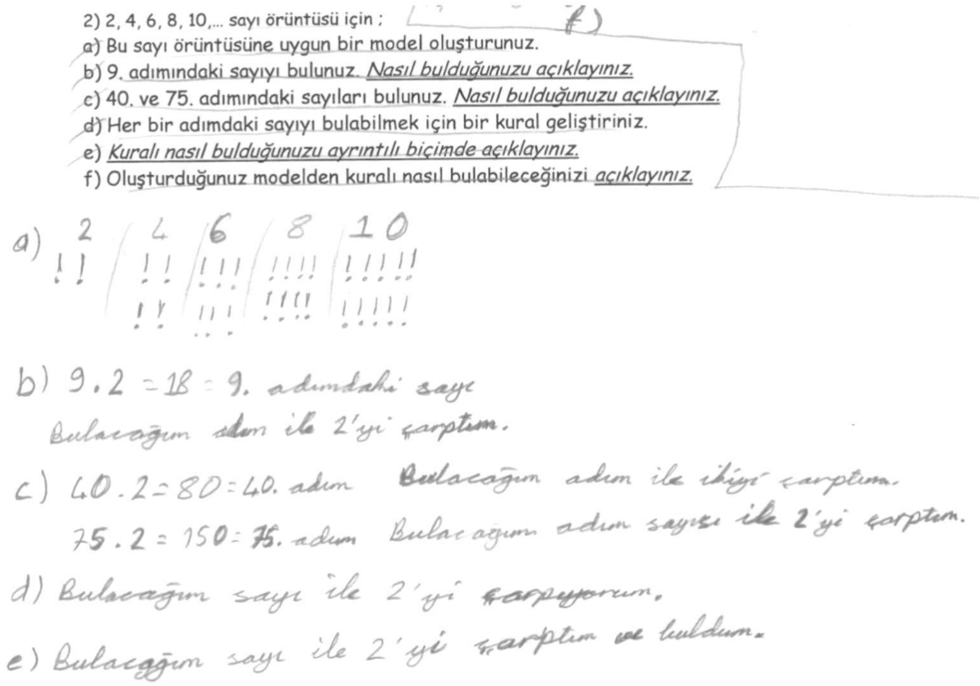
a-> 10. Adım sayısına 1 ekleyip buldum.
b->26 ve 51. Adım sayısına 1 ekleyip buldum.
c->Adım sayısı +1
d->Örüntü sayısıyla adım sayısının farkının hep 1 olunca bende Adım sayısına hep bir ekledim ve buldum.

Öğrenci Emre, kuralı n+1 olan şekil örüntüsünde modeli kullanmayı tercih etmemiştir. Modeli nümerik ilişkiye dökmüştür. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiden hareket ederek ortak noktasını belirlemiştir. Bu ilişkiyi örüntünün tüm terimleri için geçerli olan bir hipoteze dönüştürerek yakın ve uzak adımları hesaplamıştır. Bu hipotezini doğruladıktan sonra da "adım sayısı + 1" genel terimini yazarak cebirsel genelleme yapabilmiştir.

Öğrencilerden 4'ünün, örüntüye ait kural yazarken cebirsel bir ifade kullandığı belirlenmiştir. Bu öğrencilerin 2 tanesinin SÖGP 1'deki tüm örüntü problemlerinde genel terime ilişkin cebirsel bir ifade kullandığı, buna karşın diğer iki öğrencinin ise nadiren cebirsel ifade kullandığı gözlemlenmiştir. Geriye kalan 9 öğrencinin, bir kural ifadesi için sözel cümleler kullanmayı tercih ettikleri gözlemlenmiştir. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 26'da gösterilmektedir.

Şekil 26

Yiğit'in SÖGP 1'de 2. Problemdeki Yaklaşımı


2) 2, 4, 6, 8, 10,... sayı örüntüsü için ;
a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 9. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 40. ve 75. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz.
e) *Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.*
f) Oluşturduğunuz modelden kuralı nasıl bulabileceğinizi *açıklayınız.*

a) 2 4 6 8 10

b) 9.2 = 18 = 9. adımdaki sayı
Bulacağım adım ile 2'yi çarptım.

c) 40.2 = 80 = 40. adım Bulacağım adım ile ikiyi çarptım.
75.2 = 150 = 75. adım Bulacağım adım sayısı ile 2'yi çarptım.

d) Bulacağım sayı ile 2'yi çarpıyorum.

e) Bulacağım sayı ile 2'yi çarptım ve buldum.

Görüldüğü gibi öğrenci Yiğit, bulacağı adım için adım sayısı ile 2'nin çarpılacağını bir kural ifadesi olarak belirtmiştir. Bu örnek yanıttan "Örüntüdeki ilişkiyi anlama ve sözel olarak yazma ancak cebirsel olarak ifade edememe" (Zazkis, Liljedahl and Chernoff, 2008) güçlüğü gözlemlenmiştir.

SÖGP 1'de genel olarak değerlendirildiğinde öğrencilerin;

- ✓ 'n' notasyonunu kavrayamama: Aritmetik genelleme yapma ancak cebirsel genelleme yapamama (Rico, 1996)
- ✓ Yakın terimi kolaylıkla bulma, uzak terimi bulmada zorlanma (Stacey,1989)
- ✓ Örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma (Lannin, 2002)
- ✓ Örüntüdeki ilişkiyi anlama ve sözel olarak yazma ancak cebirsel olarak ifade edememe (Zazkis, Liljedahl and Chernoff, 2008)
- ✓ Örüntüye uygun model seçememe ve modelleri etkili kullanamama (Steele and Johanning, 2004; Yeşildere ve Akkoç, 2010)

güçlüklerini gösterdikleri belirlenmiştir.

4.1.2. SÖGP 1'e İlişkin Bulguların Cebirsel Genelleme İnşası Çerçevesinde Değerlendirilmesi

Geliştirilen eylem planı öncesinde öğrencilerin var olan bilgilerini, bu bilgilerle neler yapabildiklerini ve hangi strateji ve yaklaşımları kullandıklarını belirlemek amacıyla uygulanan SÖGP 1, Radford (2008) 'un kuramsal çerçevesi altında analiz edilmiştir. Bu bölümde öğrencilerin yanıtları ortak noktayı belirleme, hipotez oluşturma ve genel terimi yazma başlıkları altında sunulacaktır.

Ortak Noktayı Belirleme

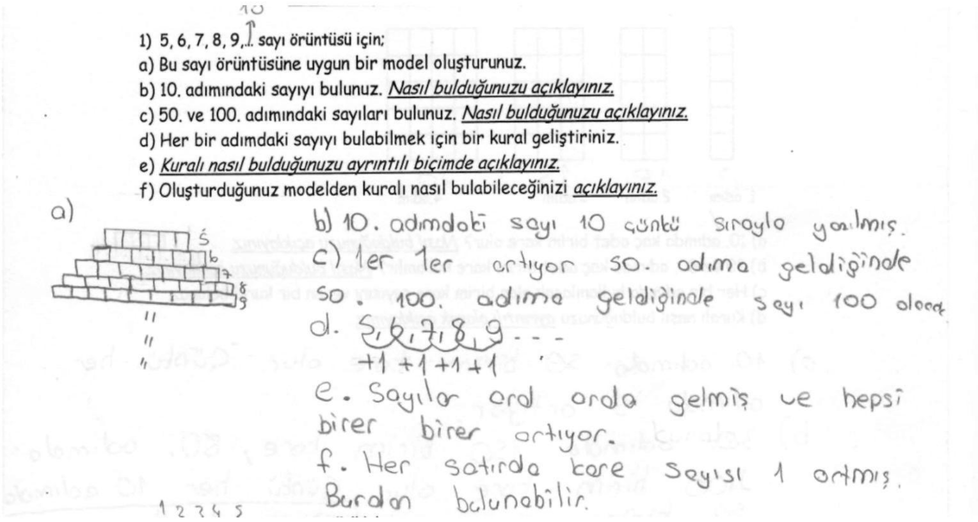
Radford (2008)' e göre cebirsel bir örüntü genellemesi; örüntünün bir bölümünde görülen ortak noktanın anlaşılması ve bu ortaklığın örüntünün diğer bütün bölümleri için genellenmesi yeteneğine dayanır. Örüntüdeki ortak noktanın belirlenmesi ise örüntünün bir bölümündeki elemanlar arasında benzerlik ve farklılık gibi kısmi özelliklerin anlaşılmasına dayanır.

Öğrencilerin ortak noktayı üç tür yaklaşıma odaklanarak belirledikleri görülmüştür. Bu yaklaşımlar ardışık terimler arasındaki ilişkiye odaklanma, terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye ve terim sırası sayıları arasındaki orana odaklanmadır.

Ardışık terimler arasındaki ilişkiye odaklanma yaklaşımı öğrencinin verilen bir örüntüdeki ardışık terimlerin farkını almayı içermektedir. Radford (2008), ardışık terimler arasındaki fark yaklaşımının bir genelleme yapmaya götüremeyeceğini belirtmektedir. Çünkü öğrenci uzak adımları hesaplarken ardışık terimler arasındaki farkı arka arkaya ekleyecek ve bir genel terim için bundan kaç tane ekleneceği ile ilgili karmaşaya düşecektir. Bu yaklaşıma örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 27'de gösterilmiştir.

Şekil 27

Özge'nin SÖGP 1'deki 1. Problemde Ortak Noktayı Belirleme Yaklaşımı



Öğrencilerin verdikleri yanıtlar incelendiğinde genel olarak kuralı n + k (k≥0, k∈Z) şeklinde olan örüntü problemlerinde ardışık terimler arasındaki ilişkiye odaklanma eğiliminin daha fazla olduğu gözlemlenmiştir.

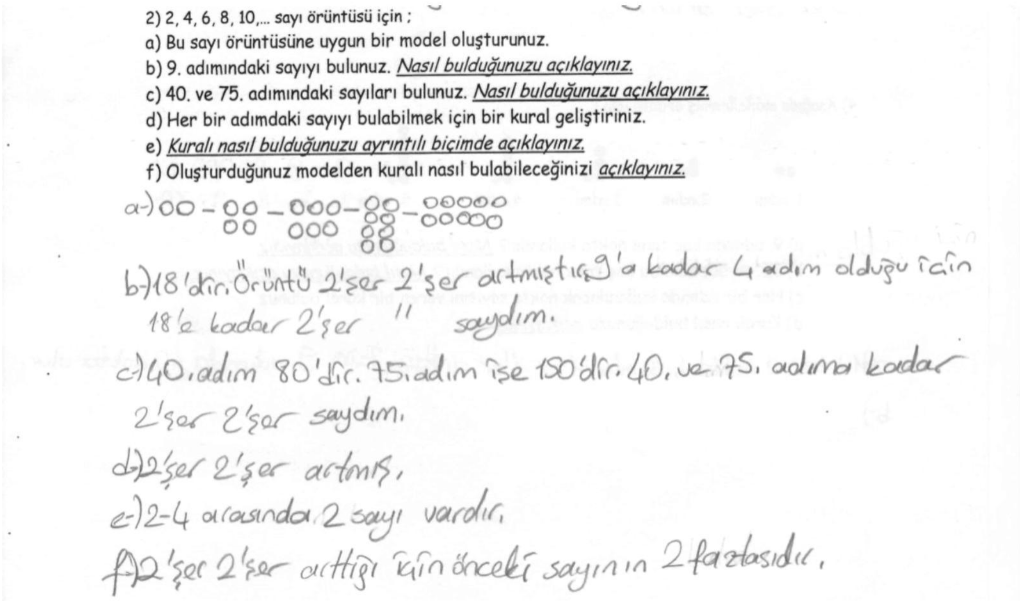
Açık uçlu problemlerin arasında kuralı 5.n; n+1 ve n olan üç tane şekil örüntüsüne dayalı soru bulunmaktadır. Kuralı 5n olan şekil örüntüsünde öğrencilerden 9 tanesi ardışık terimler arasındaki ilişkiye odaklanmışlardır. Öğrencilerin verdikleri yanıtlardan bazıları;

- ✓ "5'er 5'er saydım."
- ✓ "Sayılar arttıkça kareler beşer beşer artıyor."
- ✓ "Her adımda 5 artıyor."

şeklindedir. Bu yanıtlardan görüldüğü gibi, öğrencilerin örüntüyü genellemeye yönelik değil genişletmeye yönelik eğilimleri bulunmaktadır. Bu durum, Şekil 28'deki yanıtta kendini göstermektedir:

Şekil 28

Reyhan'ın SÖGP 1'deki 2. Problemde Ortak Noktayı Belirleme Yaklaşımı


2) 2, 4, 6, 8, 10,... sayı örüntüsü için ;
a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 9. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 40. ve 75. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz.
e) *Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.*
f) Oluşturduğunuz modelden kuralı nasıl bulabileceğinizi *açıklayınız.*

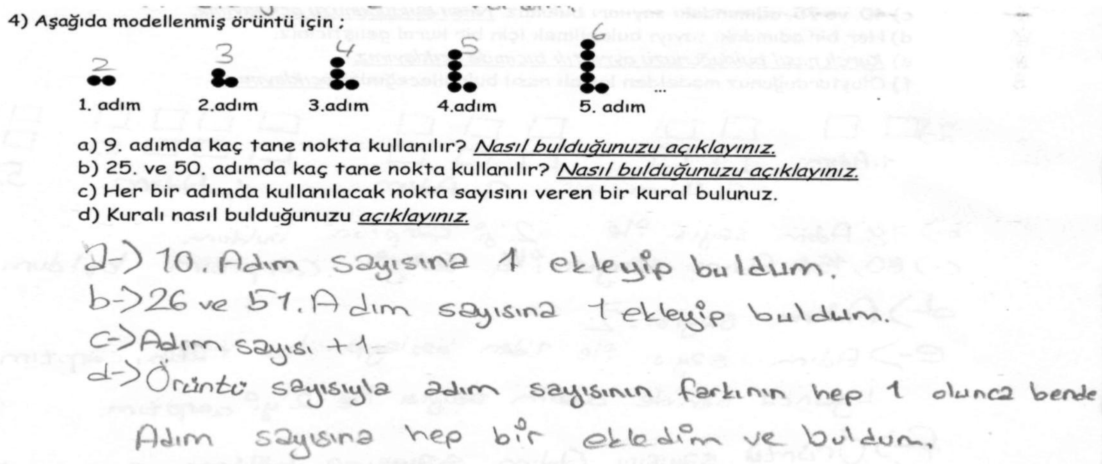
a-)
b-) 18'dir. Örüntü 2'şer 2'şer artmıştır. 9'a kadar 4 adım olduğu için 18'e kadar 2'şer 2'şer saydım.
c-) 40. adım 80'dir. 75. adım ise 150'dir. 40. ve 75. adıma kadar 2'şer 2'şer saydım.
d-) 2'şer 2'şer artmış.
e-) 2-4 arasında 2 sayı vardır.
f-) 2'şer 2'şer arttığı için önceki sayının 2 fazlasıdır.

Şekil 28'de de görüldüğü gibi 40. ve 75. adım için genel bir kural bulma yerine bu adımlara kadar sayma yolu tercih edilmiştir.

Ortak noktayı belirlemede görülen ikinci yaklaşım terim sırası ile terim arasındaki ilişikiye odaklanmadır. Bu yaklaşıma örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 29'da gösterilmiştir.

Şekil 29

Emre'nin SÖGP 1'deki 4. Problemde Ortak Noktayı Belirleme Yaklaşımı


4) Aşağıda modellenmiş örüntü için ;

a) 9. adımda kaç tane nokta kullanılır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) 25. ve 50. adımda kaç tane nokta kullanılır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Her bir adımda kullanılacak nokta sayısını veren bir kural bulunuz.
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu *açıklayınız.*

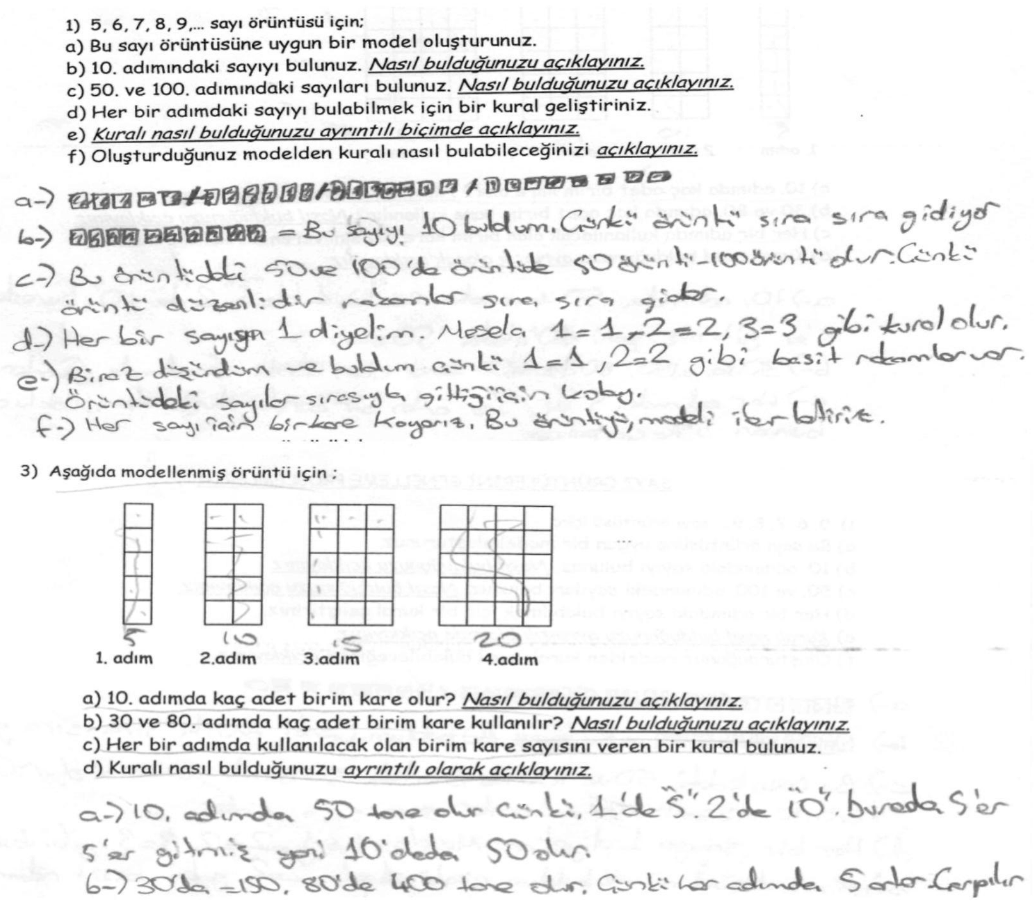
a-) 10. Adım sayısına 1 ekleyip buldum.
b-) 26 ve 51. Adım sayısına 1 ekleyip buldum.
c-) Adım sayısı + 1
d-) Örüntü sayısıyla adım sayısının farkının hep 1 olunca bende Adım sayısına hep bir ekledim ve buldum.

Öğrencilerin verdikleri yanıtlarda kuralı k.n (k>0, k€Z) şeklinde olan örüntü problemlerinde terim sırası ile terim arasındaki farka yönelme eğilimlerinin olduğu gözlemlenmiştir.

Şekil 30'da kuralı n + k şeklinde olan örüntüde ardışık terimler arasındaki farka odaklanan bir öğrencinin, kuralı n. k şeklinde olan bir örüntüyle karşılaştığında yaklaşımını terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme yönünde değiştirdiği görülmüştür.

Şekil 30

Birol'un SÖGP 1'deki 1. ve 3. Problemlerde Ortak Noktayı Belirleme Yaklaşımları



1) 5, 6, 7, 8, 9,... sayı örüntüsü için;
a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 50. ve 100. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz.
e) *Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.*
f) Oluşturduğunuz modelden kuralı nasıl bulabileceğinizi *açıklayınız.*

a-)
b-) = Bu sayıyı 10 buldum. Çünkü örüntü sıra sıra gidiyor
c-) Bu örüntüdeki 50 ve 100'de örüntüde 50 örüntü-100 örüntü olur. Çünkü örüntü düzenlidir rakamlar sıra sıra gider.
d-) Her bir sayıya 1 diyelim. Mesela 1=1, 2=2, 3=3 gibi kural olur.
e-) Biraz düşündüm ve buldum çünkü 1=1, 2=2 gibi basit rakamlar var. Örüntüdeki sayılar sırasıyla gittiği için kolay.
f-) Her sayı için bir kare koyarız. Bu örüntüyü, modeli ile belirtir.

3) Aşağıda modellenmiş örüntü için ;

5 10 15 20
1. adım 2.adım 3.adım 4.adım

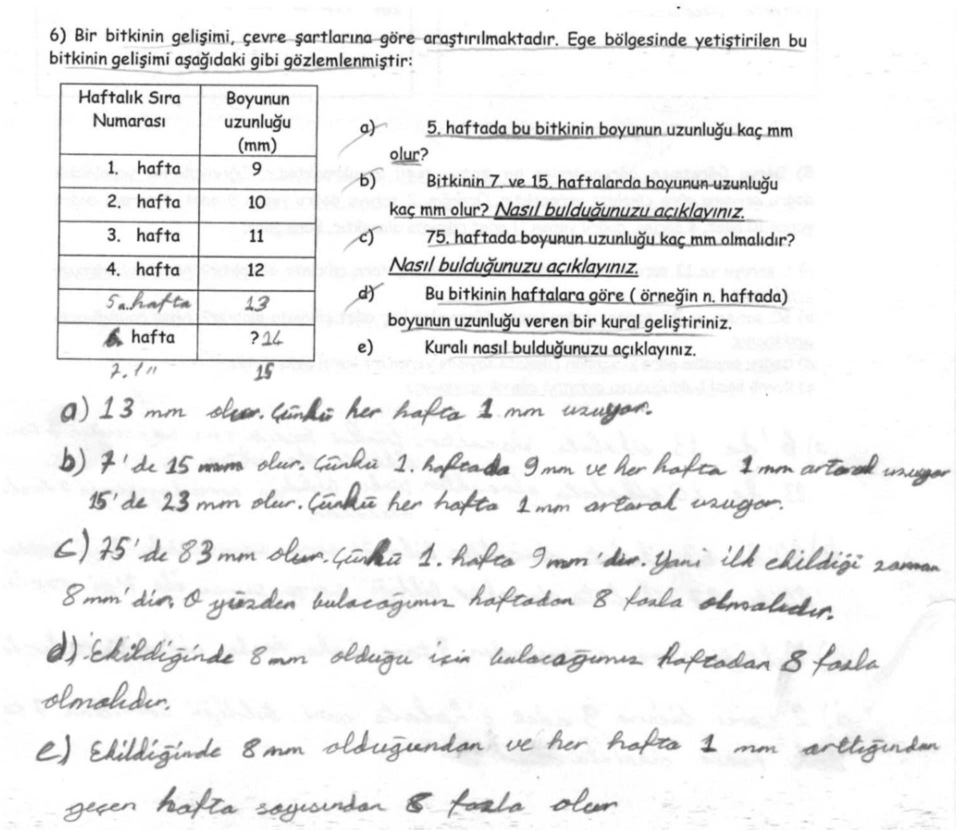
a) 10. adımda kaç adet birim kare olur? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) 30 ve 80. adımda kaç adet birim kare kullanılır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Her bir adımda kullanılacak olan birim kare sayısını veren bir kural bulunuz.
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu *ayrıntılı olarak açıklayınız.*

a-) 10. adımda 50 tane olur çünkü 1'de 5'. 2'de 10'. burada 5'er 5'er gitmiş yani 10'dada 50 olur.
b-) 30'da =150, 80'de 400 tane olur. Çünkü her adımda 5 ile çarpılır

Tablo halinde verilen sayı örüntüsünde, öğrencilerin terimler arasındaki farka daha çok yöneldikleri gözlemlenmiştir. Kuralı n + 8 olan tablodaki sayı örüntüsü için öğrencilerden 8 tanesi, örüntüyü tanımlamada ortak nokta olarak terimler arasındaki farkı ele almıştır. Ancak bu öğrencilerden bazıları, yakın adımdan uzak adımları hesaplamaya geçtiklerinde bu tutumlarını değiştirmişlerdir. Bu yaklaşıma örnek olacak bir öğrenci yanıtı Şekil 31'de verilmiştir.

Şekil 31

Yiğit'in SÖGP 1'deki 6. Problemde Ortak Noktayı Belirleme Yaklaşımı


6) Bir bitkinin gelişimi, çevre şartlarına göre araştırılmaktadır. Ege bölgesinde yetiştirilen bu bitkinin gelişimi aşağıdaki gibi gözlemlenmiştir:

Haftalık Sıra Numarası	Boyunun uzunluğu (mm)
1. hafta	9
2. hafta	10
3. hafta	11
4. hafta	12
5. hafta	13
6. hafta	?14
7. ,,	15

a) 5. haftada bu bitkinin boyunun uzunluğu kaç mm olur?

b) Bitkinin 7. ve 15. haftalarda boyunun uzunluğu kaç mm olur? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) 75. haftada boyunun uzunluğu kaç mm olmalıdır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

d) Bu bitkinin haftalara göre (örneğin n. haftada) boyunun uzunluğu veren bir kural geliştiriniz.

e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a) 13 mm olur. Çünkü her hafta 1 mm uzuyor.

b) 7'de 15 mm olur. Çünkü 1. haftada 9 mm ve her hafta 1 mm artarak uzuyor 15'de 23 mm olur. Çünkü her hafta 1 mm artarak uzuyor.

c) 75'de 83 mm olur. Çünkü 1. hafta 9 mm'dir. Yani ilk ekildiği zaman 8 mm'dir. O yüzden bulacağımız haftadan 8 fazla olmalıdır.

d) Ekildiğinde 8 mm olduğu için bulacağımız haftadan 8 fazla olmalıdır.

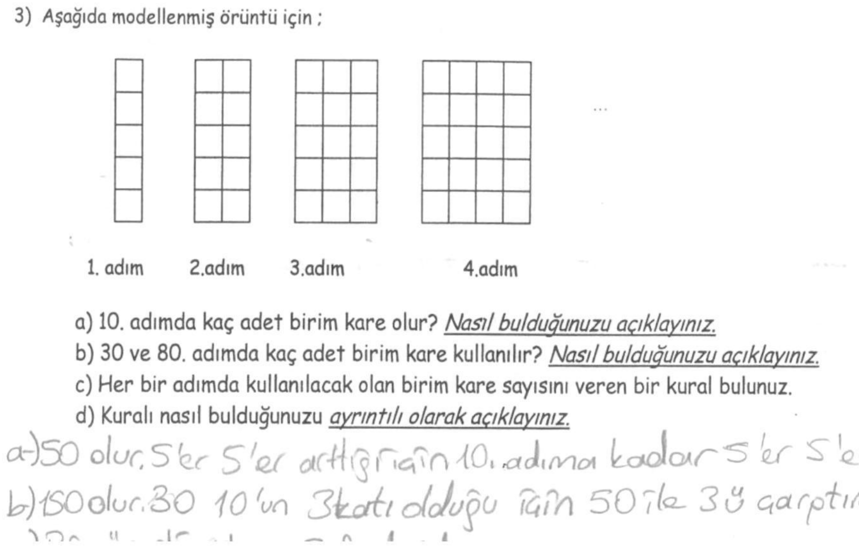
e) Ekildiğinde 8 mm olduğundan ve her hafta 1 mm arttığından geçen hafta sayısından 8 fazla olur

8. soru, bir sayı örüntüsünün günlük hayatla ilişkili olarak farklı bir problem durumu içerisine yerleştirilmesiyle oluşturulmuş bir açık uçlu problemdir. Kuralı n+7 olan bu problemde öğrencilerden hiçbiri terimler arasındaki farka odaklanmamıştır. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi ele almayı tercih etmişlerdir. Günlük hayatla şekillendirilen problemler, öğrencileri örüntüdeki ilişkileri araştırmaya, terim ile terim sırası arasındaki ilişkiye yönlendirmiş olabileceği düşünülmektedir.

Bu problemlerde göze çarpan diğer bir ortak noktayı belirleme yaklaşımı ise terim sırası sayıları arasındaki orana odaklanmadır. Bu yaklaşıma örnek olacak bir öğrenci yanıtı Şekil 32'de gösterilmiştir.

Şekil 32

Reyhan'ın SÖGP 1'deki 3. Problemde Ortak Noktayı Belirleme Yaklaşımı



Yukarıdaki öğrenci yanıtında 10. adımı ardışık terimler arasındaki farkı ekleyerek sayma yolu ile 50 bulan öğrenci 30. adımı hesaplayabilmek için 30/10=3 olduğundan 50x3 ilişkisini kurmaktadır. Yani terim sırası sayıları arasındaki oranının terimler arasında da kurulması söz konusudur. Öğrencilerin 4'ünün; bu yaklaşımı sayı dizilerinde, şekil örüntülerinde ve örüntü probleminde kullandıkları görülmüştür.

SÖGP 1 incelendiğinde, öğrencilerin terimler arasındaki farka odaklanarak genel bir kuralı bulma yönünde hareket etmedikleri gözlemlenmiştir. Özellikle kuralı n+k ($k \geq 0$, $k \in Z$) olan örüntülerde, öğrencilerin terimleri sayarak bulma eğilimleri olduğu görülmüştür. Radford (2008), terimler arasındaki farkın genel bir kuralı ifade etmeye yönelik bir yaklaşım olmadığını belirtmektedir. Böyle bir eğilim içersinde olan öğrenciler uzak adımları hesaplamada ve genel bir kural yazmada başarısız olmuşlardır. Bu öğrencilerden bazıları, kuralı n.k şeklinde olan bir örüntü ile karşılaştığında yaklaşımlarını değiştirerek terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye odaklanmış, uzak terimleri hesaplamada ve genel bir kural yazmada başarılı olmuştur.

Hipotez Oluşturma

Radford (2008), örüntünün belli bir bölümünde belirlenen ortak noktanın örüntünün tüm terimlerinin hesaplanabilmesi için bir ilişkiye dönüştürülmesiyle hipotez oluşturma aşamasının gerçekleştiğini belirtir. Burada belirlenen ortak özelliğin transfer edilmesi söz konusudur.

SÖGP 1'de öğrencilerin çoğunluğunun genel bir kuralı bulma yönünde hareket etmedikleri belirlenmiştir. Bu durumda ortak noktayı belirleme aşamasında kullanılan yaklaşımların, hipotez oluşturma aşamasını ne yönde etkilediği aşağıda incelenmiştir. Bu aşamada öğrencilerin çoğunlukla geçerli ve sağlam bir dayanağı olmadan olası tahminler yaptıkları gözlemlenmiştir. Bu yaklaşımı gösteren öğrenciler olgunlaşmamış tümevarımlar yönünde hareket etmişlerdir.

SÖGP 1'de ardışık terimler arasındaki farka odaklanan öğrenciler, örüntünün bütün terimleri için geçerli olan bir hipotez geliştirememişlerdir ya da geliştirdikleri hipotezi uzak adımlar için uygulayamamışlardır. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 33'te gösterilmiştir.

Şekil 33

Reyhan'ın SÖGP 1'de 6. Problemde Hipotez Geliştirme Yaklaşımı

6) Bir bitkinin gelişimi, çevre şartlarına göre araştırılmaktadır. Ege bölgesinde yetiştirilen bu bitkinin gelişimi aşağıdaki gibi gözlemlenmiştir:

Haftalık Sıra Numarası	Boyunun uzunluğu (mm)
1. hafta	9
2. hafta	10
3. hafta	11
4. hafta	12
5. hafta	13
n. hafta 6.	? 14

a) 5. haftada bu bitkinin boyunun uzunluğu kaç mm olur?

b) Bitkinin 7. ve 15. haftalarda boyunun uzunluğu kaç mm olur? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) 75. haftada boyunun uzunluğu kaç mm olmalıdır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

d) Bu bitkinin haftalara göre (örneğin n. haftada) boyunun uzunluğu veren bir kural geliştiriniz.

e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a-) 13 mm dur. Günkü ⇒ 1. hafta 9 mm, 2. hafta 10 mm olduğuna göre 1 mm artmış. 4. hafta 12 mm ise 5. hafta 13 mm olur.

b-) 7. hafta 15 mm - 15 hafta 23 mm dur. Günkü ⇒ Her hafta 1'er mm arttığı için 7. hafta 15 mm, 15. hafta 23 mm olur.

c-)

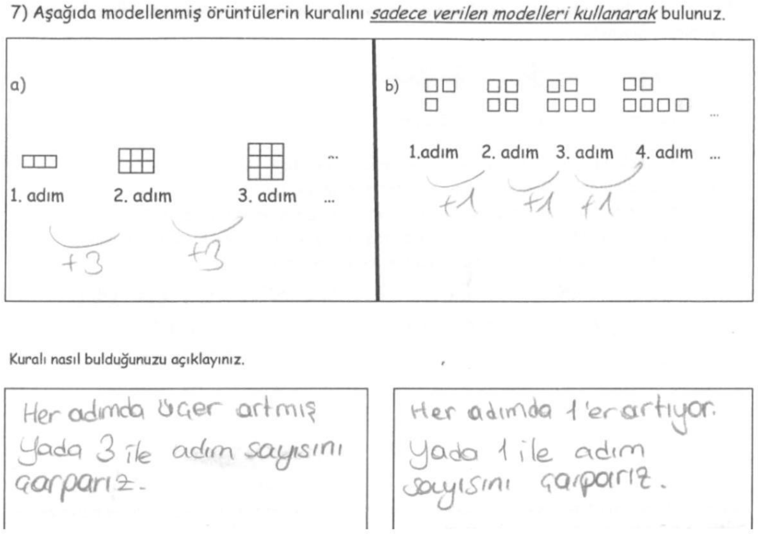
d-) Boy uzunluğu 1'er mm artmış.

e-) 9 ile 10'un arasında 1 sayı olduğu için.

Ardışık terimler arasındaki farka odaklanan öğrenciler çoğunlukla geliştirdikleri hipotez için olgunlaşmamış tümevarımlar kullanmışlardır. Şekil 34'te, olgunlaşmamış tümevarımlar yönündeki varsayımlarla hipotezler geliştirmeye çalışan bir öğrenci örneği verilmiştir.

Şekil 34

Canan'ın SÖGP 1'deki 7. Problemde Hipotez Geliştirme Yaklaşımı



Ardışık terimler arasındaki farka odaklanan öğrencilerin, oluşturdukları hipotez ile ilgili ifadelerinden bazıları;

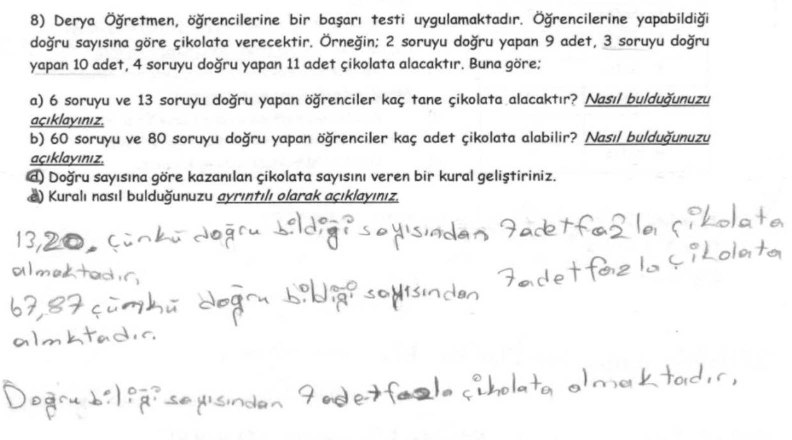
- 1'er 1'er arttığı için önceki sayının bir üst sayısıdır.
- 2'şer 2'şer arttığı için önceki sayının 2 fazlasıdır.
- Sayılar art arda gelmiş ve hepsi birer birer artıyor.
- 2 ile çarparız; çünkü örüntü 2'şer çoğalıyor.
- Modelde 3'er 3'er arttığı için; ya 3 ile çarparız ya da 3 ile toplarız.

şeklindedir.

Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye odaklanan öğrenciler, bütün terimleri içine alabilen hipotezler oluşturabilmişlerdir. Bu sayede örüntünün uzak adımlarını hesaplamada başarılı oldukları gözlemlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 35'te gösterilmiştir.

Şekil 35

Begüm'ün SÖGP 1'deki 8. Problemde Hipotez Geliştirme Yaklaşımı



8) Derya Öğretmen, öğrencilerine bir başarı testi uygulamaktadır. Öğrencilerine yapabildiği doğru sayısına göre çikolata verecektir. Örneğin; 2 soruyu doğru yapan 9 adet, 3 soruyu doğru yapan 10 adet, 4 soruyu doğru yapan 11 adet çikolata alacaktır. Buna göre;

a) 6 soruyu ve 13 soruyu doğru yapan öğrenciler kaç tane çikolata alacaktır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) 60 soruyu ve 80 soruyu doğru yapan öğrenciler kaç adet çikolata alabilir? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Doğru sayısına göre kazanılan çikolata sayısını veren bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu *ayrıntılı olarak açıklayınız.*

13,20, çünkü doğru bildiği sayısından 7 adet fazla çikolata almaktadır,
67,87 çünkü doğru bildiği sayısından 7 adet fazla çikolata almktadır.

Doğru bildiği sayısından 7 adet fazla çikolata almaktadır,

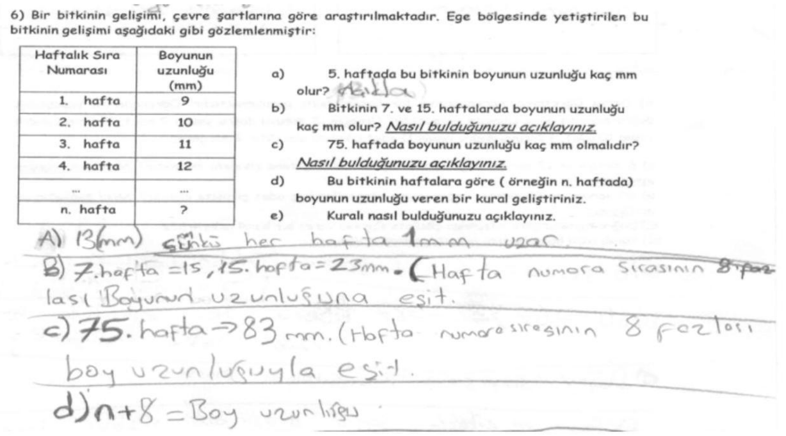
Genel Terimi Yazma

Radford (2008), örüntünün tüm terimleri için geliştirilen hipotezin cebirsel ifade şeklinde yazılmasının genel terimi yazma aşaması ile ilgili olduğunu ifade etmiştir. SÖGP 1'de 13 öğrencinin 9 tanesi, 8 açık uçlu problem için hiçbir şekilde genel terim yazamamıştır. Bahsedilen bu 9 öğrencinin çoğunlukla hipotezlerini ardışık terimler arasındaki farktan hareket ederek oluşturduğu gözlemlenmiştir.

Ortak noktayı belirleme aşamasında terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye odaklanan öğrencilerin, farklı notasyonlar kullanarak genel terimi yazabildikleri görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı şekil 36'da verilmiştir.

Şekil 36

Arda'nın SÖGP 1'de Seçmiş Olduğu Yaklaşımla Yazdığı Genel terim



6) Bir bitkinin gelişimi, çevre şartlarına göre araştırılmaktadır. Ege bölgesinde yetiştirilen bu bitkinin gelişimi aşağıdaki gibi gözlemlenmiştir:

Haftalık Sıra Numarası	Boyunun uzunluğu (mm)
1. hafta	9
2. hafta	10
3. hafta	11
4. hafta	12
...	...
n. hafta	?

a) 5. haftada bu bitkinin boyunun uzunluğu kaç mm olur?
b) Bitkinin 7. ve 15. haftalarda boyunun uzunluğu kaç mm olur? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 75. haftada boyunun uzunluğu kaç mm olmalıdır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Bu bitkinin haftalara göre (örneğin n. haftada) boyunun uzunluğu veren bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

A) 13(mm) çünkü her hafta 1mm uzar.
B) 7.hafta =15, 15. hafta = 23mm. (Hafta numara sırasının 8 fazlası Boyunun uzunluğuna eşit.
c) 75. hafta → 83 mm. (Hafta numara sırasının 8 fazlası boy uzunluğuyla eşit.
d) n+8 = Boy uzunluğu

Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye dayalı olarak oluşturdukları hipotezlerden genel terimi yazan öğrencilerin bazı ifadeleri aşağıdaki gibidir;

- Adım sayısı . 2
- Hafta sayısı + 8
- Adım sayısı= Taş sayısı
- n + 8 = Boy uzunluğu
- Doğru sayısı + 7 = Çikolata sayısı
- Adım sayısı + 0

SÖGP 1'de öğrencilerin genelde terimler arasındaki farka odaklandıkları ve bu yönde hareket eden öğrencilerin hipotez oluşturmada ve genel terimi yazmada başarısız oldukları gözlemlenmiştir. Bu öğrencilerin çoğunlukla genel terim yazmada olgunlaşmamış tümevarımlar yönünde hareket ettikleri saptanmıştır. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye odaklanan öğrencilerin hipotezler geliştirip aritmetik genellemeler yapabildikleri; ancak çok az öğrencinin notasyon kullanarak genel terimi yazdıkları görülmüştür.

4.2. Sayı Örüntülerini Genelleme Etkinliklerine İlişkin Bulgular

2. alt probleme ilişkin bulgulara bu başlık altında değinilmiştir. Belirli güçlüklere yönelik hazırlanan 11 etkinlikten elde edilen bulgular, ayrı ayrı her etkinlik için ele alınmıştır. Öğrenciler, söz konusu etkinlikleri 3-4 kişiden oluşan 4 grup şeklinde çalışmışlardır. İlk etkinliklerde daha çok bireyselliğe yönelen öğrencilerin ilerleyen zamanlarda takım şeklinde çalışmaya ve çözüm önerilerini tartışmaya başladıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin her etkinlik sonrası grup çalışmalarını daha iyi yürüttükleri gözlemlenmiştir.

4.2.1. Etkinlik 1'e İlişkin Bulgular

Etkinlik 1, "n" notasyonuna ihtiyaç duyulması amacıyla hazırlanmıştır. Bu etkinliğin uygulanması sırasında "n" notasyonu için çok fazla sorun yaşanmamıştır. Öğrencilerin çoğunluğunda, uzak adımların hesaplanması için bir kısa yol bulma çabası gözlemlenmiştir.

Begüm, Hazal ve Birol adlı öğrencilerin Etkinlik1'deki grup çalışmasının bazı kısımları aşağıda ayrıntıları ile incelenmiştir. Begüm, Hazal ve Birol öncelikle bu etkinliğe modeli nümerik ilişkiye dökerek başlamışlardır. Ardışık terimler arasındaki farkı 2 olarak belirledikten sonra bir sonraki adımı 9 olarak hesaplamışlardır.

26 Begüm: *7 oluyor burada.*
27 Hazal: *1,2,3,4,5,6,7. 2'şer 2'şer...*
29 Birol: *2'şer 2'şer artıyor.*
30 Hazal: *9 olacak bu da.(4.adımı çizmeye çalışarak)*
31 Birol: *1,2,3,4,5,6,7,8,9.*
32Hazal: *Tamam işte, doğru oldu.(Oluşturdukları şekil ile 3. Terime ardışık terimler arasındaki farkı ekleyerek çubuk sayılarını karşılaştırıyorlar.)*
33Birol: *b'ye geçelim. 10. ve 30. adımda kaç çubuk vardır?*
34 Hazal: *Ama bunun pratiğini bulmamız lazım!*

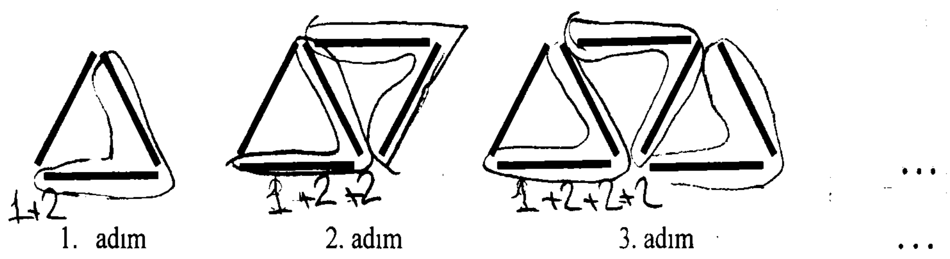
Hazal, örüntüyü genişleterek 10. ve 30. adımı hesaplanmasının kolay olmayacağını fark etmiştir. Bu nedenle daha kısa ve kullanışlı bir yol bulunması gerektiğini belirtmiştir. Bu durum açıkça bir "n" notasyonuna ihtiyaç duyulduğunun göstergesidir.

134 Birol: *5. adımda 11.*
135 Hazal: *5. adımda...*
136 Birol: *10 u 5 e böldük. 10 bölü 5 eşittir 2; 11çarpı 2 eşittir 22.*
137 Hazal: *22.*
138 Begüm: *30. adım kaç oluyor?*
139 Birol: *10. adımda 22. Ha, tamam. Şimdi 22 ile 3 ü çarpacağız.*
140 Begüm: *Evet.*
141 Hazal: *Hıı, tamam anladım.*

Birol, görüldüğü üzere uzak adımlar için bütüne genişletme yöntemi kullanmıştır. Begüm'ün bir yandan 10. adımı çizdiği ve sonuçları karşılaştırmak istediği görülmüştür. Bu yöntemin geçersiz olduğu anlaşılmak üzereyken araştırmacı gelmiştir. Araştırmacıya örüntünün 2'şer 2'şer arttığını söylemişlerdir. Araştırmacı, öğrencilerden her adımda eklenen çubuk sayılarını işaretlemelerini istemiştir. Aynı işaretlemeleri ilk adım için de yapmaları önerilmiştir. Öğrenciler her adım için eklenen çubuklarla birlikte toplam çubuk sayılarının matematiksel ifadelerini yazmışlardır. Birol'un çalışma yaprağından işlem adımlarını gösteren bir örnek Şekil 37'de verilmiştir.

Şekil 37

Birol'un Etkinlik 1 İçin Yaptığı İşlem Adımları



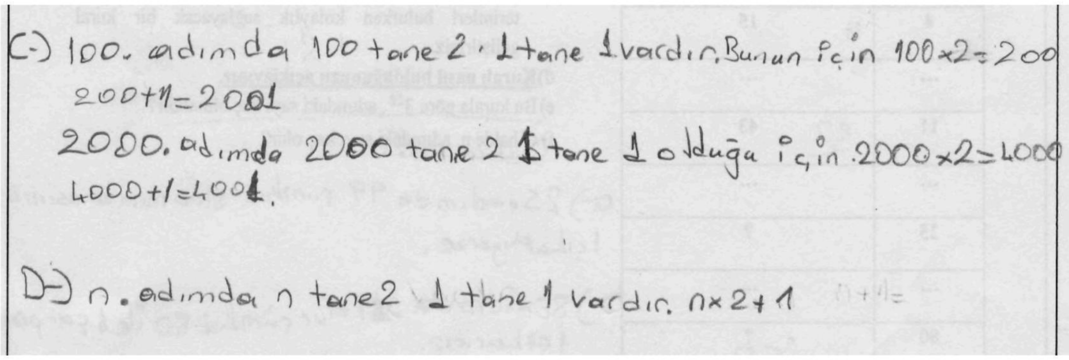
Araştırmacının yaptığı bu yönlendirmelerden sonra öğrenciler örüntüde var olan ilişkiyi açıkça görebilmişlerdir. Öğrencilerin bu ilişkiyi belirleme noktasındaki etkileşimleri aşağıda gösterilmiştir.

> ***186 Hazal:*** *O zaman 2. adımda 2 tane 2, 3. adımda 3 tane,4'te de böyle.*
> ***187 Begüm:*** *O zaman 10 da da 10 tane 2 olacak. 10 kere 2;20. 21 ediyor.*
> ***188 Hazal:*** *Aaa, tamam. O zaman 100. adımda da 100 tane 2, 1 tane 1.*

Görüldüğü gibi Hazal ve Begüm örüntüdeki ilişkiyi keşfetmişler ve ortak noktalarını belirlemişlerdir. Bu ilişkiyi 10. ve 100. adımı hesaplayabilmek için bir hipoteze dönüştürmüşlerdir. Çalışmalarına devam ettiklerinde hipotezlerinden sonuç çıkararak genel terimi oluşturabildikleri gözlemlenmiştir. Uzak adımların hesaplanmasını ve oluşturdukları genel terimi gerekçesiyle çalışma yaprağına yazan Begüm'ün verdiği yanıt Şekil 38'de gösterilmiştir.

Şekil 38

Begüm'ün Etkinlik 1 Sorularına Verdiği Yanıtlar


C-) 100. adımda 100 tane 2 · 1 tane 1 vardır. Bunun için 100×2=200
200+1=2001
2000. adımda 2000 tane 2 1 tane 1 olduğu için 2000×2=4000
4000+1=4001.

D-) n. adımda n tane 2 1 tane 1 vardır. n×2+1

Etkinlik 1 üzerinde çalışan diğer bir gruptaki Emre, Özge ve Hakan'ın bulundukları etkileşimin bir kısmı aşağıda ayrıntılı olarak analiz edilmiştir.

Emre, Özge ve Hakan öncelikle modeli nümerik ilişkiye dökmüşlerdir.

12 ***Emre:*** *1. adımda 3 tane var.*

13 ***Özge:*** *2. adımda 5 tane var.*

14 ***Emre:*** *2. adımda 5 tane adım sayısını çubuk sayısından çıkar. 5–2=3 öyle oluyor.*

15 ***Özge:*** *Ya bak adım sayısı ile örüntü sayısında... Her adımda +2 var.*

Emre ve Özge, verilen örüntüyü inceleyerek genelleme sürecinin "ayırma" aşamasını gerçekleştirmişlerdir. Emre, adım sayısı ile adım arasındaki ilişkiye odaklanarak ortak noktasını belirlerken, Özge ortak noktasını terimler arasındaki fark olarak belirlemiştir.

16 ***Emre:*** *Çubuk sayısından adım sayısını çıkardığımızda 2 kalıyor(1. adımı göstererek). Bunda (2.adımı göstererek) 3 kalıyor. Bunda da (3.adımı göstererek) 4 kalıyor. Yani adım sayısına 2 eklersek yani 1. adıma 2, 2. adıma 3, 3. adıma 4, 4.adıma 5 eklersek olur.*

Görüldüğü gibi Emre, belirlediği ilişkiyi transfer ederek örüntünün tüm terimleri için geçerli olan bir hipotez geliştirmiştir. Emre'nin burada cebirsel genelleme sürecinin "transfer etme" aşamasında olduğu söylenebilir.

17 ***Özge:*** *4. adım ne? 4+5=9 doğru çıkıyor.*

18 ***Hakan:*** *Adım sayısını bir üst rakamı ile topluyoruz. Mesela bu 10 ya 11 ile topluyoruz.*

19 ***Özge:*** *Mesela...*

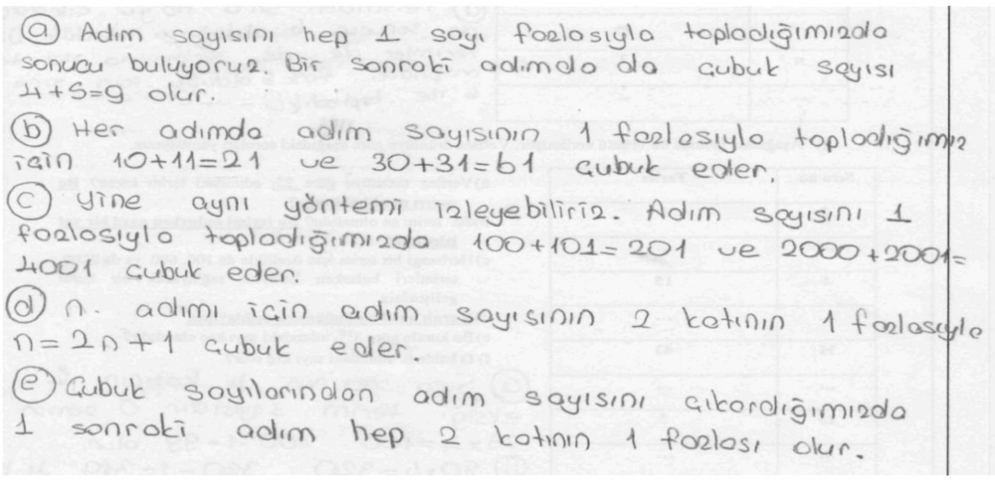
20 ***Emre:*** *Adım sayısını kendi sayısının 1 fazlasıyla topluyoruz işte anladın mı?*

21 ***Özge:*** *O zaman burada 10 burada 11...*

Özge'nin, Emre'nin hipotezini 4.adımda deneyerek kendi bulduğu sonuç ile karşılaştırdığı görülmüştür. Emre, oluşturduğu hipotezden sonuç çıkararak örüntüye ait genel bir kural ifade edebilmiştir. Dolayısı ile cebirsel genelleme sürecini büyük ölçüde tamamlamıştır. Özge, Emre'nin gösterdiği ilişkiyi örüntünün diğer terimlerine uygulayabilecek şekilde geliştirmiştir. 10. adımda bu ilişkiyi uygulayarak aritmetik genelleme yapabilmiştir. Hakan'ın da Emre'nin işaret ettiği ilişkiyi örüntünün tüm terimleri için geçerli olan bir kural haline getirebildiği ve buradan yakın adımı hesaplamak için yapılacak işlem adımını belirttiği görülmüştür. Yaptıkları grup çalışmasına örnek olması açısından Özge'nin etkinlik sorularına verdiği yanıtlar Şekil 39'da gösterilmiştir.

Şekil 39

Özge'nin Etkinlik 1 Sorularına Verdiği Yanıtlar



a) Adım sayısını hep 1 sayı fazlasıyla topladığımızda sonucu buluyoruz. Bir sonraki adımda da cubuk sayısı 4+5=9 olur.

b) Her adımda adım sayısının 1 fazlasıyla topladığımız için 10+11=21 ve 30+31=61 cubuk eder.

c) Yine aynı yöntemi izleyebiliriz. Adım sayısını 1 fazlasıyla topladığımızda 100+101=201 ve 2000+2001=4001 cubuk eder.

d) n. adımı için adım sayısının 2 katının 1 fazlasıyla n=2n+1 cubuk eder.

e) Cubuk sayılarından adım sayısını cıkardığımızda 1 sonraki adım hep 2 katının 1 fazlası olur.

Adım ile adım sayısı arasındaki ilişkiye odaklanarak cebirsel genelleme yapabilen diğer öğrenci gruplarının ulaştıkları genel terim ifadeleri şöyledir;

- (n+1) + n
- (n.3) – (n-1)

Etkinlik 1 sonunda öğrencilerin pratik bir yol için genel bir kural ifadesi oluşturma ihtiyacı hissettikleri, terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi ele aldıkları görülmüştür.

4.2.2.Etkinlik 2'ye İlişkin Bulgular

Etkinlik 2, terim sırası ile terimler arasındaki ilişkiye dikkatin çekilmesi ile kullanılan stratejilerin bu yönde oluşturulması amacıyla hazırlanmış iki aşamalı bir etkinliktir. Bu etkinliğin uygulanması sırasında karşılaşılan ve gözlemlenen olaylar aşağıda ayrıntıları ile ele alınmıştır.

İlk aşamada öğrencilerin çok zorlanmadığı gözlemlenmiştir. Hatta tablo halinde verilmiş olması öğrencilerin örüntüdeki ilişkiyi oldukça çabuk şekilde fark etmelerine ve n notasyonu ile kuralın ifade edilmesine yardımcı olmuştur. Farklı yollar tercih edenler de olmuştur. Örneğin; " 1. adımdan 9. adıma 8 artış olursa, 1. adımdaki 7 de 8 arttığında 15 olur" şeklinde çözüm yolları da üretilmiştir.

Öğrencilerden Hazal'ın, Birol'un ve Begüm'ün SÖGP 1'de kullandıkları stratejiler, çoğunlukla ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleme yönündeyken Etkinlik 2'nin ilerleyen aşamalarında terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi incelemeye yönelmişlerdir. Bunulla ilgili aralarında geçen konuşmalar aşağıda ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

7 ***Birol:*** *Ardışık olduğu için birer birer gidiyor. 3'te 9, 4'te 10, 5'te 11, 6'da 12, 7'de 13, 8'de 14, 9'da 15.*

8 ***Hazal****: 15 i buradan bulduk.*

9 ***Birol:*** *Ardışık olduğu için 15 olur.*

10 ***Hazal:*** *Bir de 90. adımdaki sayı kaçtır?*

11 Birol: *Pratik...Pratik yol.*

Görüldüğü üzere yakın adımı örüntüyü genişletme yoluyla hesaplamışlardır. Ardışık terimler arasındaki farkın sürekli eklenmesiyle 90. adımı hesaplamanın zor olduğunu hissettiklerinden dolayı bu stratejilerini değiştirmeye karar vermişlerdir. Bunun için terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye yönelmişlerdir.

12 Begüm: *Bir dakika, bir şey söyleyeceğim. Hani şey... Şimdi 7 ile 2'yi çarpınca 14 yapıyor (2. terim için) ya 8. adımda 14 oluyor. 8(2. terim)ile 7(1. terim)'nin alakası olması lazım.*
13 Hazal: *Ardışık gidiyorlar ya...*
14 Begüm: *Ama işte... Pratik yolunu bulmak için mesela 7 ile de 3 ü çarptığında 21 eder. 21'in, kaçıncıda (hangi terimde)olduğunu bulmak için kolay bir şey olması lazım...*
15 Hazal: *O zaman... İşte onun için biz de, 90.'yı tek tek saymamak için pratik yolunu bulmaya çalışıyoruz.*

Begüm, söz konusu ilişkinin terim sırasının 7 katı olduğunda 1. terim ile 2. terimde aynı durumun var olmadığına dikkat çekmeye çalışmıştır. Begüm kolay bir yol olması gerektiğini belirtirken, Hazal da 90. terimi sayarak hesaplamamak için pratik bir yol aradıklarını eklemiştir. Burada örüntünün tüm terimlerinin hesaplanmasına olanak veren bir kuralın varlığına ihtiyaç duyulduğu gözlemlenmiştir. Dolayısıyla "n" notasyonuna ihtiyaç duyma durumu söz konusudur. Öğrencilerin hepsi birden dikkatlerini terim ile terim sırası arasındaki ilişkiye çevirmiştir. Ve her terim için kullanılabilecek ortak bir yol aramışlardır. Çeşitli denemelerden sonra terim ile terim sırası arasındaki ilişkiyi bulmuşlardır.

16 Begüm: *Mesela 1. adım 7 çarpı 1, 7 (1.terim 7) oldu. 8 çarpı... (2. terime yöneldiğinde)*
17 Birol: *Sıra no 2 burada çarpı 4 olmuş (2. terim için 2x2=4 ilişkisini ifade etmektedir) ,burada çarpı 3...(3. terimde terim sayısının 3 ile çarpıldığını ifade etmektedir)*

***18 Begüm:** Ha! 1. de*

***19 Hazal:** Azalmış*

***20 Begüm:** Bakın,1ile 7'nin arasında 5 var, 8 ile 2'nin arasında…*

***21 Birol:** Bunda 5 yok ki.6,6…*

***22Begüm:** 6 şuraya gelir, hepsinde 6 şar artıyor. Yani 90. adımda 96 olur.*

***23 Hazal:** Aaa, evet bulduk!*

Uzak adımlar için ardışık terimler arasındaki ilişkiyi kullanmanın kolay olmayacağını fark eden ve terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye yönelen Begüm, Hazal ve Birol; terim ile terim sırası arasındaki farkın 6 olduğunu belirlemişlerdir. Begüm'ün 1.terim ile 7, 2. terim ile 8, 3. terim ile 9 arasındaki farkın 6 olduğunu bulması örüntüye ait ortak özelliği belirlediği aşamadır. "Hepsinde 6'şar artıyor." ifadesi sözü edilen ortak özelliğin örüntünün tüm terimleri için geçerli bir hipoteze dönüştürülmesi durumudur. Burada cebirsel genelleme sürecinin "transfer etme" aşaması gerçekleştirilmiştir. 90. adımı 96 olarak hesaplayabildiklerinden bu aşamaya kadar aritmetik genelleme yapabildikleri söylenebilir.

Öğrenciler, örüntüye ait genel bir kuralın bulunmasının istendiği soruya geldiklerinde n. adım ifadesinde ne yapacakları konusunda kararsızlık yaşamışlardır. Yaşadıkları bu kararsızlığa örnek olması için aşağıda Hazal'ın cümlelerine yer verilmiştir.

***27 Hazal:** c için ne yapacağız? Örüntünün herhangi bir adımındaki sayıyı bulmak için ………. n. adımda kaç olur? İşte ne yapacağız o zaman?*

Araştırmacı, bu kararsızlıklarını gidermek için etkinlik üzerinde çalışan grubun genel terimi oluşturmalarına yardımcı olmak için aşağıdaki soruları yönlendirmiştir:

***41 Araştırmacı:** Pekâlâ; genel, böyle bütün sayıları kapsayacak bir kural geliştirmek istesek… Mesela; n. adımda.*
(Öğrenciler düşünüyor.)

***42 Araştırmacı:** Mesela 3.adımda ne yapmamız lazım?*

***43 Begüm:**3+6*

***44 Araştırmacı:** Pekâlâ 90.adımda?*

***45 Hazal**: 90+6*

***45 Birol:** 90+6*

***45 Begüm:**90+6*

***46 Birol:** n+6*

Araştırmacı, öğrencilerin oluşturdukları hipotezden sonuç çıkarabilmeleri için diğer adımlarda yapılan işlemleri hatırlatmıştır. Böylece ilişki kurmalarına yardımcı olmuştur. Bu işlemler arka arkaya yaptırıldığında öğrencilerin genel kural ifadesine ulaşabildikleri gözlemlenmiştir.

Hazal, Begüm ve Birol, I. aşama üzerinde diğer gruplara göre daha çok zaman harcamışlardır. Bunun sebebi de ortak noktayı belirlerken öncelikle ardışık terimler arasındaki ilişkiyi incelemiş olmalarından kaynaklanmaktadır.

Etkinlik 2'nin II. aşaması öğrencilerin I. aşamadaki stratejileri ardışık terimler arasındaki ilişkiyi incelemek olan öğrencilerin doğrudan terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi incelemesini sağlamayı amaçlamıştır. Bu doğrultuda terimler ardışık verilmemiştir. II. aşamadaki bu farklılık öğrencilerde zor olduğuyla ilgili bir algı uyandırmıştır. I. aşamada çok fazla zorlanmayan öğrenciler, II. aşama üzerinde oldukça zaman harcamışlardır.

Etkinliğin II. aşamasında karşılaşılan ilginç durumlardan birisi de öğrencilerin terimlerin ardışık verilmemesi sebebiyle arada kalan terimleri bulmaya çalışmış olmalarıdır. Bu durum ile ilgili etkinlik üzerinde çalışan Arda, Reyhan ve Yiğit arasında geçen konuşmalar aşağıda ayrıntılı olarak incelenmiştir.

***108 Arda:**11-3=8, 12-8=4, 3+4=7*

***109 Reyhan:** Bunu nasıl çıkaracağız?*

***110 Arda:** Tabi şimdi 2. burada 4 (artacak) olacak, 7. 4+7 budur (3. terimi*

hesaplıyor) Bununla bunun arasındaki fark ne olacak biliyor musun? Burası 2, burası 7, bu 9, buda 11. Yani 5 ekledik, bir daha 5 ekledik, çıkmadı.Ben çözemedim de bunu. Yanlış oldu.
***111 Araştırmacı:** Bulduğun ilişkileri arkadaşlarına anlatmalısın. Eğer onlar senin anlatımını desteklemiyorlarsa orda bir çözüm hatası olabilir.*
***112 Arda:** Tamam. 2'yi 4 ile toplarsak 6. 6'yı 5 ile toplarsak 11. 11'i 6 ile toplarsak 17.17 ile 7'yi topluyoruz 24.Değil mi?*
***113 Yiğit:**24 olmaz. 36' lı bir şey olacak.*

Arda ve arkadaşları, terimlerin ardışık verilmemesinden ötürü aradaki terimleri bulmaya çalışırken yukarıdaki gibi anlamsız işlemler de yapmışlardır. Örneğin Arda; terim sırası, terim ve terim sırası ile terim arasındaki farkı kullanarak bir ilişki bulmaya çalışmıştır. Bu yaklaşımdan sonuç alamayınca terim sırası ile terim arasındaki farkın her adımda artarak devam ettiği varsayımından hareketle olası terimleri hesaplamaya çalışmıştır.

***145 Arda:** Bir dakika, bak şimdi. 3'er 3'er artacak diyelim. Böldüğümüzde burası 6 tamam mı? İkinci adım 6. 3.adımda 9 olacak tamam mı? Üç üç artıyor ya, şimdi 4 artıracağız, 10. 5 artıracağız. 1'de (1. terimde) 2 artıyor. 2'de (2. terimd) 4 artıyor, 3'te...*
***146 Reyhan:** 3'te (3. terimde) 4, 4'te (4. terimde) 5 artıyor.*

Araştırmacı arada kalan terimleri bulmaya çalışan gruba, I aşamada yaptıkları işlemleri hatırlatmıştır. Arada kalan bütün terimleri (9. terimden 90. terime kadar) hesaplamanın gerekli olmadığını farkeden gruba I. aşamada kullandıkları strateji sorulmuştur. I. aşamada terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi incelediklerini söyleyen öğrenciler, böylece II. aşamada da aynı stratejiye yönelmişlerdir. Yaklaşımlarını terim sırası ile terim arasında bir ilişkiyi inceleme olarak değiştiren gruptaki öğrenciler, kısa bir süre sonra yakın ve uzak adımları hesaplayabilmiş ve genel terimi yazabilmiştir.

Etkinlik 2'de öğrencilerin ortak noktayı belirlemede terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi ele almaya başladıkları ve bu yöntem ile ilgili farkındalık oluştuğu gözlemlenmiştir.

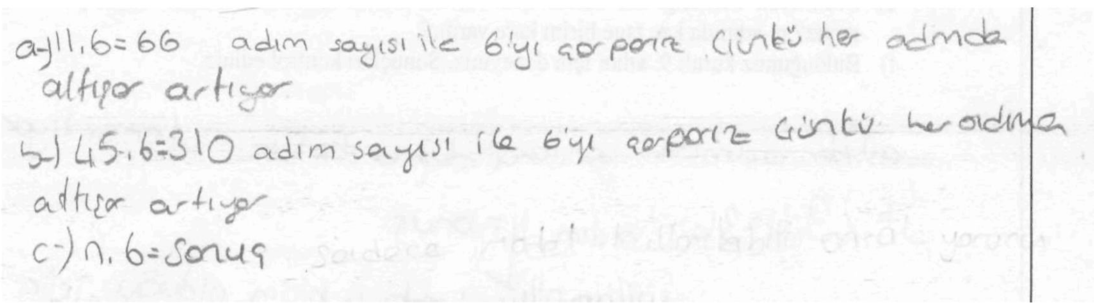
4.2.3. Etkinlik 3.1'e İlişkin Bulgular

SÖGP 1'de öğrencilerin modelleri sadece görselleştirme aracı olarak algılama eğilimi içinde oldukları belirtilmişti. Öğrenciler bu yüzden örüntüye ait ilişkileri model üzerinden incelememişlerdir. Görsel modelleri nümerik ilişkiye dökerek sayılar arasında bir ilişki aramışlardır. Halbuki görsel modeller örüntüye ait ilişkileri daha belirgin göstermektedir. Bu yüzden örüntüye ait herhangi bir terimin hesaplanmasında ve genel terimin yazılmasında modeller etkili bir araçtır.

Etkinlik 3.1'in uygulanması sırasında öğrencilerin tümü, modeli nümerik ilişkiye dökerek sayısal bir ilişki aramaya odaklanmıştır. Devamında ise öğrenciler, çoğunlukla ardışık terimler arasındaki farkı belirlemiştir. Belirledikleri farkı da bir şekilde yakın ve uzak adımı hesaplamada kullanmışlardır. Ancak bu durumun örüntüye ait ilişkinin bilincinde olmalarından değil, rastlantıya bağlı olarak gerçekleşen bir hesaplama yolu ile olduğu gözlemlenmiştir. Söz konusu duruma örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 40'ta verilmiştir.

Şekil 40

Etkinlik 3.1'deki İlişkiyi Ele Alan Bir Öğrenci Yanıtı



Şekil 40'ta görüldüğü gibi öğrenci yapmış olduğu işlemlerde, örüntüdeki ilişkinin farkında değildir. Ardışık terimler arasındaki farka dayandırılarak yapılmıştır.

Amacımız görsel modellerin etkili kullanılmasını sağlayarak bu yöndeki güçlüğü ortadan kaldırmak olduğundan, etkinliğin uygulanması sırasında öğrencileri modele yönlendirmek için çaba gösterilmiştir. Hatta bunu yaparken öğrencilerin bu stratejiye karşı direnç gösterdikleri görülmüştür. Araştırmacı, grupların birinde farklı bir çözüm yolunun olup olamayacağını öğrencilerle tartışırken öğrencilerden biri modeldeki kenar uzunlukları ile ilgili noktayı fark etmiştir. Bu sırada grup arkadaşlarından biri de ilk kullandıkları yolun daha mantıklı olacağını ifade ederek modele yönelik bir seçeneğe karşı isteksizlik göstermiştir. Bu olaydaki konuşmalara aşağıda yer verilmiştir.

*17 **Araştırmacı:** a şıkkını (11. adımı) nasıl yaptınız bakalım? Kaç tane birim kare var?*

*18 **Hazal:** Hocam burada 6 tane var(terimler arasındaki farkı göstererek).Biz de her adımla 6'yı çarptık.*

*19 **Araştırmacı:** Nerden anladınız bunu?*

*20 **Birol:**+ 6 artıyor.1. adımda 6, 2.adımda +6 artıyor 12 oluyor.Burada (3.adımı) +6 artıyor 18 oluyor.*

*21 **Begüm:** Yani her adımın sayısıyla 6'yı çarpıyoruz buluyoruz.*

*22 **Hazal:**6'yı çarpıyoruz buluyoruz.*

*23 **Begüm:** 6 kere 2, 12.*

*24 **Birol:** Ya da mesela her adımda böyle 6 tane var.*

*25 **Araştırmacı:** Şekli saydınız baştan 6 dediniz(1. adımı göstererek,) 12 (2.adımı göstererek) dediniz.*

*26 **Hazal:**18. (3. adıma işaret ederek)*

*27 **Birol:** Mesela böyle de olur; Burada 6 var, şurada 2 var onları çarparız (2. adımdaki dikdörtgensel bölgenin kenar uzunluklarını gösteriyor)...*

*28 **Hazal:**6 ile 2'yi çarparız.*

*29 **Birol:** ... 12 . Mesela burada 3 tane var, burada 6 (3. adıma ait dikdörtgensel bölgenin kenar uzunluklarına işaret ediyor).Bunları çarpacağız, sonuçları bulacağız.*

Birol, yaptıkları işlem adımlarını anlatırken modele ait bir özellik fark etmiştir. Her adımdaki dikdörtgensel bölgelerin kenar uzunlukları ile alanı arasında bir özellik belirlemiştir. Böylece örüntünün modelinden hareketle bir ortak özellik ayırt etmiştir. Buradan sonra araştırmacı fark edilen özelliğin diğer adımlara transfer edilmesini sağlayacak sorular yönlendirmiştir. Bunun için adımdaki modellerin özellikleri ile ilgili sorular sormuştur.

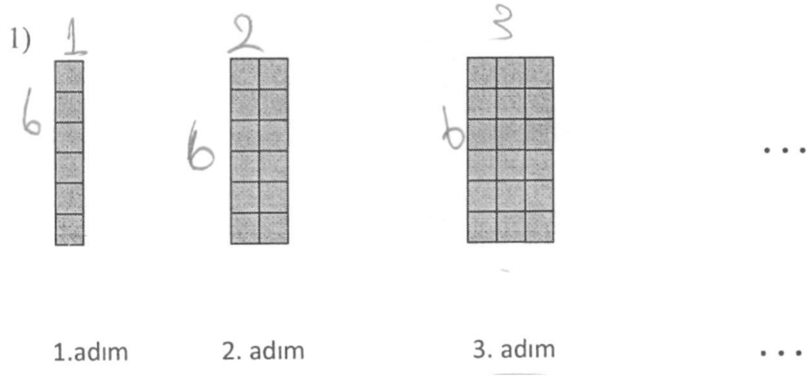
30 Araştırmacı: *Peki o söylediğin şey ile 11. adımda nasıl bir şekil olacak?*
31 Birol: *11'le 6'yı çarpacağız.*
32 Araştırmacı: *Şekli nasıl olacak?*
33 Hazal: *Evet, onun için ilk söylediğiniz daha mantıklı değil mi?*
34 Araştırmacı: *Pekâlâ şekille adım sayısı arasında bir ilişki var mı?*

Görüldüğü gibi Hazal, model kullanımına ve model üzerinden hareket edilmesine karşı bir isteksizlik göstermiştir. Çünkü öncesinde "adım sayısı x 6" şeklinde bir ilişki belirlemiş olduklarından bu stratejiden hareket etmek anlamsız gelmiş olabileceği düşünülmektedir. Araştırmacı, ayırt edilen özelliğin transfer edilmesi için öğrencileri diğer adımlara ait modellere yönlendirmiştir. Bir hipotez geliştirilmesine yardımcı olabilmek için şekil ile adım sayısı arasında bir ilişki olup olmadığını sormuştur.

Öğrencileri modele yönlendirmek isteyen araştırmacı, bu konuda sıkıntı yaşayan öğrenci gruplarına öncelikle birim karelerle hangi düzlemsel şeklin inşa edildiğini sormuştur. Dikdörtgensel bölgeleri fark eden öğrencilerden her adımdaki dikdörtgensel bölgelerin kenar uzunluklarının yazılması istenmiştir. Bu öneriyi gerçekleştiren bir öğrenci örneği Şekil 41'de gösterilmiştir.

Şekil 41

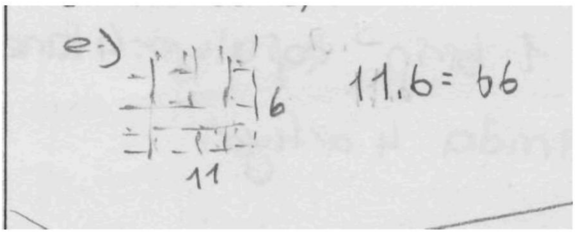
Etkinlik 3.1'de Bir Öğrencinin Öneri Üzerine Yaptığı Model Analizi



Öğrencilerin bu aşamadan sonra her adımda bulunan birim kare sayısı ile dikdörtgensel bölgelerin kenar uzunlukları konusunda ilişki kurmaları zor olmamıştır. Her adımdaki dikdörtgensel bölgelerin bir kenar uzunluğunun 6 birim, diğer kenar uzunluklarının da adım sayısına eşit uzunlukta olduğunu keşfetmişlerdir. Bu yoldan her adımdaki birim kare sayısını hesaplamak için dikdörtgensel bölgelerin kenar uzunluklarını çarpmak gerektiği öğrenciler tarafından farkedilmiştir. Verilen adım sayılarının modellerinin taslaklarını çizen öğrenciler de olmuştur. Bahsedilen duruma örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 42'de gösterilmiştir.

Şekil 42

Etkinlik 3.1'de Bir Öğrencinin Yakın Adım İçin Oluşturduğu Taslak Model



Yukarıda bahsedilen duruma örnek olması açısından Hazal, Birol, Begüm ve Aras'ın bu aşamadan sonraki çalışmaları aşağıda incelenmiştir. Hazal, Birol, Begüm ve Aras'ın çalışmalarında Birol'un dikdörtgensel bölgelere ait ayırt etmiş oldukları özelliği transfer edebilmelerine ve bir hipotez geliştirebilmelerine yardımcı olmak için model ile adım sayısı arasındaki ilişkinin fark ettirilmesi amaçlanmıştır. Şekil

41'de gösterilen öneriyi uygulayan Birol ve arkadaşlarının bu aşamadan sonra çalışmalarının nasıl etkilendiği aşağıda aralarında geçen konuşma ile ele alınmıştır.

> ***41 Birol:*** *Hepsi yanlamasına (dikdörtgensel bölgelerin bir kenar uzunluklarını ifade ediyor) 6 (birim) oluyor. Şöyle olacak, şöyle 6 (her adımdaki dikdörtgensel bölgelerin birer kenar uzunluklarını gösteriyor); böyle 1, 2, 3. (her adımdaki dikdörtgensel bölgelerin diğer kenar uzunluklarını gösteriyor).*

Birol, her adımdaki dikdörtgensel bölgelerin dikey kenar uzunluklarının 6 birim olduğunu belirlemiştir. Ayrıca Birol, her adımda dikdörtgensel bölgelerin yatay kenar uzunluklarının 1, 2 ve 3 … birim şeklinde değiştiğinin farkına varmıştır.

> ***116 Araştırmacı:*** *Pekâlâ, bakın bakalım. Adım sayısıyla şekil arasında nasıl bir ilişki var?*
> ***117 Hazal:*** *Eniyle adım sayısı aynı.*
> ***118 Birol:*** *Hepsi birbirine…..*
> ***119 Araştırmacı:*** *Yani dikdörtgenlerin bir kenarının uzunluğu aynı. O halde 11. adımdaki şekil nasıl olur? Tahmin edelim.*
> ***120 Hazal:*** *O zaman şurada eninde 11 (birim) tane olur, boyunda 6(birim) tane olur.*

Dikdörtgensel bölgelerin kenar uzunluklarının yazdırılması, örüntüdeki ilişkilerin daha açık ve net şekilde görülmesine yardımcı olmuştur. Yukarıda örnek öğrenci etkileşiminde de görüldüğü gibi bu durum; dikdörtgensel bölgelerin bir kenar uzunluğunun her adımda 6 birim, diğer kenar uzunluklarının adım sayısına eşit olarak değiştiğinin öğrenciler tarafından keşfedilmesine yardımcı olmuştur.

> ***124 Araştırmacı:*** *Peki içinde kaç tane birim kare olur?*
> ***125 Birol:*** *66.*
> ***126 Hazal:*** *66*
> ***127 Araştırmacı:*** *Yani 11 ve 6 birim olduğu için mi çarptınız?*

128 Birol: *Evet.*

129 Araştırmacı: *Peki 45. adımın şekli nasıl olur?*

130 Birol: *Boyu hep aynı kalıyor (6 birimlik kenarları gösteriyor), 45. adımı soruyorsa burası 45 tane uzayacak.*

131 Araştırmacı: *Peki böyle tek tek saymaya gerek var mı bu birim kareleri?*

132 Birol: *Hayır, kısa yoldan oluyor yani.*

133 Araştırmacı: *Şimdi bir kural bulacaksınız.*

Öğrencilerin, 11. ve 45. adıma ait modelleri zihinlerinde canlandırarak açıklamaları, fark ettikleri özelliği transfer edebildiklerini göstermiştir. Bu çalışmadan sonra Hazal, Birol, Begüm ve Aras'ın oluşturdukları hipotezden bir kural oluşturma çalışmaları aşağıda incelenmiştir.

154 Birol: *Her adımda boyla en çarpılıyor. Her adımda eni farklılaşıyor.*

155 Hazal: *İşte onu yazacağız anladın mı?*

156 Aras: *Tamam işte, eniyle boyu çarparız.*

Oluşturdukları hipotezden bir kural belirleyen öğrencilerin notasyon kullanarak genel terimi yazabilmelerine yardımcı olmak için araştırmacı öğrencilerden "n." adıma ait modelin tasvir edilmesini istemiştir. Bundan sonra araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen konuşmalara aşağıda yer verilmiştir.

195 Araştırmacı: *n. adımda diyor, n. adımı yazar mısınız?*

196 Birol: *n çarpı 6.*

197 Hazal: *Şurası n olur, şurası da 6.(Örüntüdeki bir model üzerinden açıklamalar yapıyor.)*

198 Birol: *Şu n burası 6.*

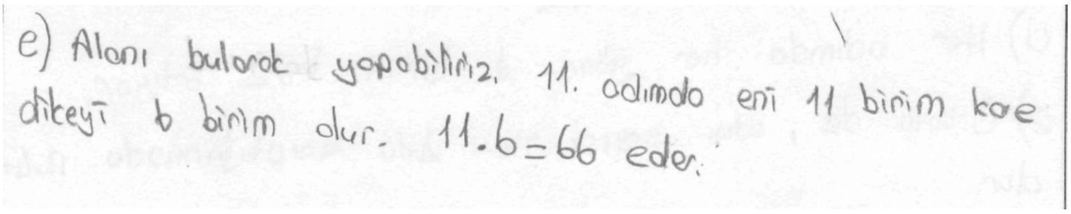
199 Araştırmacı: *Kural o yüzden ne olur?*

200 Birol: *n çarpı 6.*

Bu etkinliğin uygulanmasında yakın ve uzak adımların hesaplanması, genel terimin yazılması için öğrencilerin modeli kullanma algısı; modeli nümerik ilişkiye dökmekten ibarettir. Ancak bu etkinlikle söz konusu algıda değişimler yaşandığını gözlemlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 43'te gösterilmiştir.

Şekil 43

Etkinlik 3.1'de Bir Öğrencinin Gösterdiği Görsel Yaklaşım Örneği



4.2.4. Etkinlik 3.2'ye İlişkin Bulgular

Kuralı n.k (k>0, k€Z) şeklinde olan şekil örüntülerine ilk basamaklarda yer verilmiştir. Buradaki amaç, öğrencilerin daha belirgin ve basit özellikleri olan modelleri incelemelerine fırsat vererek bu yönde bir alışkanlık kazandırmaktır. Etkinlik 3.2, kuralı 4n olan şekil örüntüsü olarak hazırlanmıştır.

Bu etkinlikte yine öğrencilerin modeli nümerik ilişkiye dökerek soruları yanıtlamaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin tamamı, bu örüntüye ait özellikler sorulduğunda ilk olarak ardışık terimler arasındaki farkı belirtmişlerdir. Dolayısıyla öğrenciler, örüntüyü bir özelliği ile tanımlamada ardışık terimler arasındaki ilişkiyi kullanmıştır. Ancak araştırmacı modele yönelik özellikler olup olmadığını sorduğunda öğrencilerden aldığı yanıtlar şu şekilde olmuştur:

- ✓ Her koldan yanlara doğru açılıyor.
- ✓ Örüntüde her yönden bir birim kare artıyor.
- ✓ Her adımda her yönden bir birim kare artmış. Her adımda 4'er 4'er artıyor.
- ✓ Adım (sayısı) ile kolların (her koldaki birim kare sayısı) sayısı aynı olur.

Modele ait özellikler sorularak öğrencilerin modeli yönlendirilmeleri sağlanmıştır. Bu aşamadan sonraki çalışmalara örnek olması açısından bir grubun aralarında geçen konuşmalara aşağıda yer verilmiştir.

31 Hazal: *Bak 1. adımda 1 tane, 2'de 2 tane, 3'te 3 tane. (Her adımda her koldaki birim kare sayılarını ifade ediyor)*

32 Birol:*1. adımda yanında 1 tane, 2'de 2 tane.*

33 Hazal:*2'de 2 tane.Buda ne oluyor biliyor musun?Her adımda yanları 1'er 1'er artıyor. Mesela 11. adımda yanında 11 tane olacak değil mi?*

Yukarıdaki grup konuşmalarından görülebileceği gibi öğrenciler, her adımda kollardaki birim kare sayısı ile ilgili bir özellik ayırt etmiştir. "1.adımda 1 tane, 2'de 2 tane, 3'te 3 tane." ifadeleri belirledikleri ortak noktayı göstermektedir. "11. adımda yanında 11 tane olur" ifadesi, bu özelliğin örüntünün herhangi bir adımı için transfer edilebildiğini göstermektedir.

Hazal, Birol, Begüm ve Aras çalışmalarına devam ettikçe tekrar nümerik ilişkilere yönelmiştir. Yakın adımı, ardışık terimler arasındaki farkı kullanarak hesapladıkları görülmüştür. Bu nedenle araştırmacı, öğrencileri tekrar modele yönlendirmek için aşağıdaki soruları sormuştur:

84 Araştırmacı: *Her adımdaki kolların yanına kaç tane birim kare olduğunu yazmanızı istiyorum.*

(Öğrenciler her adım için her koldaki birim kare sayılarını yazarlar.)

85 Begüm: *Adım (sayısı) ile kolların (kollardaki birim kare) sayısı aynı.*

86 Birol: *1. Adımda 1 tane, 2'de 2 tane, 3'te 3 tane.*

87 Araştırmacı: *Peki 9. adımın şekli nasıl olur?*

88 Birol: *Kollar 9 tane olacak, şunlar (kolları gösteriyor) 9 tane olacak.*

89 Araştırmacı: *Kaç tane kol var?*

90 Hazal: *Dört.*

90 Birol: *Dört.*

90 Begüm: *Dört. 4 ile çarparız.*

91 Araştırmacı: *Bu yüzden mi 4 ile çarptınız?*

92 Hazal: *Evet.*

92 Birol: *Evet.*

92 Begüm: *Evet.*

93 Araştırmacı:*75. adımın şekli nasıl olur?*

94 Birol: *Her kolda 75 tane(birim kare) olur.*

95 Begüm: *75ile 4'ü çarparız.*

96 Araştırmacı: *Kuralı ne olur?*

97 Hazal: *n x 4*

97 Birol: *n x 4*

97 Begüm: *n x 4*

98 Araştırmacı: *n. adımın şekli nasıl olur?*

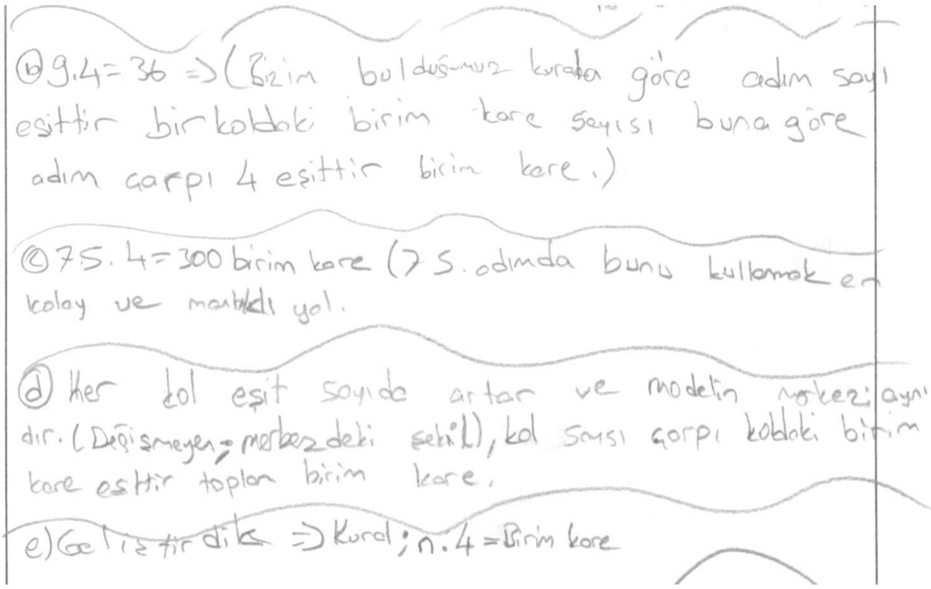
99 Birol: *Her kolda n tane (birim kare) olur.*

100 Hazal: *4 tane de kol olduğu için 4 ile çarparız.*

Modeldeki özellikler sorulduğunda belirledikleri özellikten hareket eden öğrenci grupları da olmuştur. Yukarıdaki gibi tekrar modele yönlendirilmeleri gerekmemiştir. Bu öğrenci gruplarından biri de Arda ve Reyhan'dır. Bu öğrenciler modele yönlendirildikten sonra kolayca yakın ve uzak adımları hesaplayabilmişler ve genel terimi yazabilmişlerdir. Yaptıkları çalışmaya örnek olması açısından Arda'ya ait yanıtlar Şekil 44'te gösterilmiştir.

Şekil 44

Arda'nın Etkinlik 3.2 Sorularına Verdiği Yanıtlar



(b) 9.4=36 => (Bizim bulduğumuz kurala göre adım sayı eşittir bir koldaki birim kare sayısı buna göre adım çarpı 4 eşittir birim kare.)

(c) 75.4=300 birim kare (75. adımda bunu kullanmak en kolay ve mantıklı yol.

(d) Her kol eşit sayıda artar ve modelin merkezi aynıdır. (Değişmeyen = merkezdeki şekil), kol sayısı çarpı koldaki birim kare eşittir toplam birim kare.

e) Genelleştirdik => Kural; n.4 = Birim kare

Benzer grup çalışmalarını yürüten öğrencilerin bu aşamadan sonra belirledikleri ortak özelliği transfer ederek yakın ve uzak adımları hesaplamada zorlanmadıkları ve daha hızlı ilişkiler kurdukları gözlemlenmiştir. Böylece genel terimi yazmada güçlük çekmedikleri söylenebilmektedir.

Öğrenciler, ardışık terimler arasındaki ilişkiyi kullanmaya çalıştığı zaman modeldeki özelliklere yönlendirilmeye çalışılmıştır. Etkinlik 3.2 sonunda, öğrencilerin bazılarında modelin özelliklerinden hareket etmeye çalıştıkları gözlemlenmiştir.

4.2.5. Etkinlik 3.3'e İlişkin Bulgular

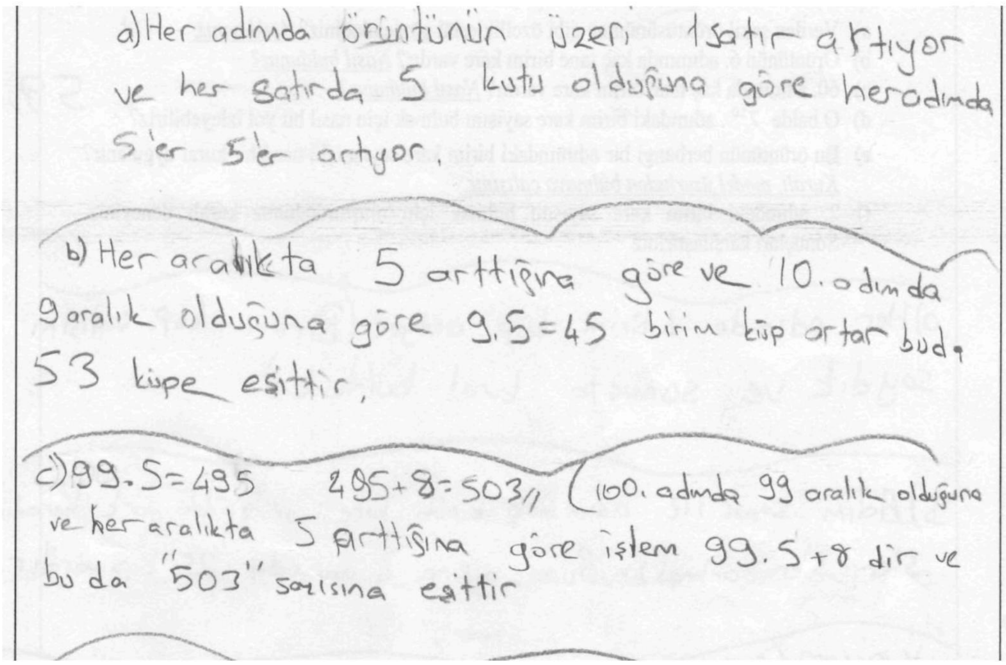
Etkinlik 3.3, görsel modellerin etkili kullanılması amacıyla hazırlanmış etkinliklerin 3. aşamasıdır. Bu etkinlik öğrenciler üzerinde farklı bir etki yaratmıştır. Bunun sebebi, modelde üç boyutlu şekillerin kullanılması olabilir. Etkinlik 3.3'ün uygulanması sırasında karşılaşılan durumlardan bazıları aşağıda ele alınmıştır.

Etkinlik 3.3 uygulanırken öğrenciler ilk olarak her adımdaki birim küp sayılarını sayarak modeli nümerik ilişkiye dökmüşlerdir. Her grup ardışık terimler arasındaki farkı belirledikten sonra terim sırası ile terim arasında bir ilişki araştırmıştır. Diğer gruplardan farklı şekilde stratejiler kullanarak bir çözüm yolu geliştirmeye çalışan gruplar da olmuştur. Arda, Reyhan ve Yiğit'in bu etkinlik için model kullanımından önce geliştirdiği bir çözüm yolu aşağıda ele alınmıştır.

Arda, Yiğit ve Reyhan; örüntüyü inceledikten sonra her adımdaki birim küp sayılarını model üzerinden sayarak bulmuştur. Örüntünün her satırda 5 birim küp arttığını belirlemişler ve bunu bir özellik olarak kabul etmişlerdir. Arda, Yiğit ve Reyhan ortak noktalarını ardışık terimler arasındaki fark olarak belirlemiştir. Yani genelleme sürecinin ayırma aşamasını gerçekleştirmişlerdir. Bu öğrencilerin kullandıkları stratejiye ve buldukları çözüm yollarına örnek olması açısından verdikleri bir yanıt Şekil 45'te gösterilmiştir.

Şekil 45

Arda'nın Etkinlik 3.3 Sorularına Verdiği Yanıtlar



Görüldüğü üzere Arda ve arkadaşları adımlar arasındaki artışlara odaklanmışlardır. Örneğin; 3. adıma kadar 2 aralık bulunmaktadır ve ilk terime 2 kez 5 eklenecektir. Buradan 10. adımda 9 aralık bulunduğundan 9 kez artış olacağı, 100. adımda 99 tane aralık bulunduğundan 99 kez artış olacağı sonucuna ulaşmışlardır.

Öğrencilerin, adım sayısının 1 eksiği kadar artış olduğunu fark ettikleri görülmüştür. Belirledikleri ortak noktayı transfer ederek bir hipotez geliştirebilmişlerdir. Arda, Yiğit ve Reyhan'ın genel terimi yazarken aralarında geçen konuşmaları aşağıda ele alınmıştır.

*7 **Araştırmacı:** Örüntünün ne gibi özelliklerini gözlemlediniz?*
***8 Arda:** Şurası (modeldeki en üst kısmı gösteriyor)3 (birim küp), şurası (modeldeki 3 birim küplük blokların hemen yanındaki boşluğu gösteriyor) 2 (birim küp) artıyor.*
***9 Yiğit:** Her adımda bir satır artıyor.*

Arda'nın ve Yiğit'in bir özellik belirlemede model üzerinden hareket ettikleri, ifadelerinden anlaşılmaktadır. Arda, her adımdaki büyümenin yönünü modelin üstünden olduğunu, Yiğit ise büyümenin modelin alt kısmından olduğunu ifade etmiştir. Model üzerinden bir ortak özellik belirleyebilme, modeli kullanma açısından önemlidir. Ancak Arda, Yiğit ve Reyhan belirledikleri bu özelliği yakın ve uzak adımların hesaplanmasında kullanmamışlardır. Arda'nın da etkisiyle nümerik ilişki aramaya devam etmişlerdir.

***12 Arda:** 10. adımda kaç birim küp vardır?*
***13 Yiğit:** 10 kere 5, 50;(düşünüyor) 53.*
***14 Reyhan:** 10. adım…*
***15 Yiğit:** Her adımda beş beş artacak işte.*
***16 Arda:** 9 kere 5, 45 artacak.*
***17 Yiğit:** Nasıl 45?*
***18 Arda:** 1 ile 2 beş artacak, 2 ile 3 beş artacak. Toplam 3. adımda iki kez artacak. 10. adımda 9 aralık olduğuna göre 9 kere 5, 45.(Düşünüyor) 53.*
***19 Yiğit:** 5, 10, 15, 20, 25,…45, 50. Hımm 53.*

Arda'nın, ardışık terimler arasındaki farktan hareketle 3. adım için 2 kez artış olacağını ayırt ederek bir özellik belirlediği görülmüştür. 10. adım için 9 kez artış olacağından toplam artışın 9 x 5= 45 birim küp olduğunu belirleyebilmiştir. İlk terim üzerine, bu artış miktarını ekleyince 10. adımı 53 olarak hesaplamıştır. Buradan belirlenen özelliğin transfer edilerek bir hipotez oluşturulması söz konusudur. Yiğit ise Arda'nın yaptığı hesabın sağlamasını model üzerinden sayarak gerçekleştirmiştir. Yiğit'in model üzerinden bir özellik belirleyebildiği burada gözlemlenmiştir. Çünkü adım sayısı kadar 5 eklemiştir. Aynı şekilde Arda'nın oluşturduğu hipotezi 100. adım için uygulayabildiği aşağıdaki ifadelerinden anlaşılmaktadır.

23 Arda: *100. Adımda 99 aralık var, 99 çarpı 5…*

24 Yiğit: *Artı 8.*

25 Arda: *5 kere 9, 45. Kırk beşin beşi… 583*

26 Yiğit: *Yani?*

27 Arda: *Her adımda 5 arttığına göre ve 100. adımda 99 tane aralık olduğuna göre 99 çarpı 5; artı 8, 583.*

Etkinliğin amacı görsel modellerin bir kural bulma yönünde kullanılması olduğundan c şıkkında bununla ilgili yer alan soruda bu yaklaşımdan uzaklaşarak modele yönelmişlerdir. Yönlendirici sorularla model üzerinden genel terimi yazabilmişlerdir. Araştırmacı, öğrencilere genel terime ulaşmanın başka yolu olup olmadığını sorunca ilk yaklaşımlarını sonuca bağlamaya çalışmışlardır.

83 Arda: *n x 5…*

84 Yiğit: *(n – 1) x 5…*

85 Arda: *(n – 1) nereden geldi? Ha, evet!*

86 Yiğit: *Adım sayısının 1 eksiği kadar artıyor ya.*

87 Arda: *(n – 1) x 5 + 3.*

……………………………………………………………………….

(Çeşitli adımlar için genel terimin denemesini yapmışlardır)

92 Arda: *9 kere 5, 45. 45+ 8= 53. Ama biz 8 ekliyorduk. (n – 1) x 5 + 8*

Arda, Yiğit ve Reyhan adım sayısının 1 eksiği kadar artış olacağından hareketle kullandıkları lineer yaklaşımı sonuçlandırmışlardır. Aynı örüntüye ait bir genel terim ifadesi daha yazabilmişlerdir.

Örüntüyü inceleyen Özge, Emre, Hakan ve Aras fiziksel özelliklere dayalı özellikler belirlemişlerdir. Buna yönelik aralarında geçen konuşma aşağıdaki gibidir:

15. Emre: *Örüntüde bak 5 küp eklenmiş üst üste.*

16. Aras: *Üst üste değil, ikisinin ortasına (3 birim küplük blok ile 5birim küplük blokları kastediyor). Üstüne eklense o arada ikisinin arasında boşluk olurdu.*

17. Emre: *Tamam boşluk var zaten.*

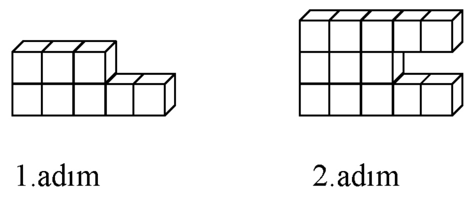
18. Aras: *Şunun arasına bak, buraya eklerse bak burada boşluk olurdu.*

19. Hakan: *Her satırda eklenmiyor mu ikisinin ortasına?*

Aras'ın dikkat çekmek istediği nokta aslında şudur; her adımda eklenen 5 birimlik küplerin üste koyulamayacağını, aksi takdirde 3 birim küplük bloğun yanında 2 birim küplük yerin boş olması gerektiğidir. Bu yüzden 3 birim küplük blokların üstte kalabilmesi için yeni eklenen 5 birim küplük blokların, blokların arasına yerleştirilmesi gerektiğini söylemek istemiştir. Aras'ın bu düşüncesi şekil 8'de görselleştirilmeye çalışılmıştır.

Şekil 46

Aras'ın 5 Birim Küplük Blokların Üste Eklenmesi Durumunda Oluşması Gerektiğini Düşündüğü Yapı



Aras, Enes, Hakan ve Özge her seferinde eklenen birim küplerin yerini tartışmaya devam ederken araştırmacı gelmiş ve onlara bazı sorular yöneltmiştir. Aralarında geçen konuşma aşağıda incelenmiştir.

***41 Emre:** Bu küplerden oluşan şekle boşluğa iki küp, onun üstüne soldan sağa üç küp ekleniyor. Örüntü böyle devam ediyor.*

***42Araştırmacı:** Peki baksa bir yere eklenmiş olabilir mi?*

***43 Emre:** Nasıl yani?*

***44 Aras:** İkisinin ortasına eklenmiş olabilir. (3 birim küplük blok ile 5 birim küplük blok arasına eklenmiş olabileceğini kastediyor.)*

***45 Araştırmacı:** İllaki bunun yanına mı ekleniyor?(3 birim küplük blokları göstererek)*

***46 Emre:** Yok, işte buda böyle olmuş.*

Araştırmacının eklenen birim küplerin yeri ile ilgili sorduğu soruların amacı, modeldeki ilişkiyi gözden kaçırmalarını önlemektir. Farklı şekilde örüntüyü genişlettiklerinde ilişkilerin gözden kaçırılması ve yanlış ilişkilerin ifadesi olasılığını gidermek için modelin her adımda büyüme durumu ile ilgili öğrencilerde esneklik oluşturulmaya çalışılmıştır. Böylece eklenen birim küpler yerine, modelin genel yapısına odaklanmaları sağlanmıştır. "Örüntünün başka yönde büyümesi mümkün müdür?" , "Birim küpler başka yere eklenmiş olabilir mi?" soruları bahsedilen amaç doğrultusunda öğrencilere yönlendirilmiştir. Emre'nin söyledikleri göz önüne alındığında önce eklenen birim küplerin yeri için kesinlik belirttiği görülmüştür. Ancak diğer grup arkadaşlarının ifadeleri ve araştırmacının soruları ile bu düşünceden sıyrıldığı yapılan konuşmalarda gözlemlenmiştir.

***47 Aras:** Şuraya mesela bunun ikisinin arasına da eklenebilir. (3 birim küplük blok ile 5 birim küplük blok arasına eklenmiş olabileceğini kastediyor.)*

***48 Özge:** Yukarı doğru artmıyor mu acaba?*

***49 Aras:** 5, 5 artıyor.*

***50Özge:** Yukarı doğruda artıyor.*

***51 Emre:** Şurada iki küpün (birim küp bloklarını kastetmektedir) arasına eklenmiş hocam. Burada da böyle olmuş işte. Burada da böyle olmuş.*

***52 Hakan:** Bir dahakine de 4...*

***53 Emre:** Buraya eklenecek, şuraya da üç tane ekleniyor.*

54 Araştırmacı: *Başka bir yöne doğru artması mümkün değil mi?*

55 Aras: *Aşağı doğru artarsa, üstü aynı kalıyor (3 birim küplük blokların aynı kalacağını, 5 birim küplük blokların her adımda alta doğru eklendiğini ifade ediyor).*

56 Araştırmacı: *Neresi üstü?*

57 Aras: *Şurası.(3 birim küplük blokları gösteriyor)*

58 Emre: *Burası aynı kalır, şuraya 5 tane… (3 birim küplük blokların aynı kaldığını ifade ediyor, 5 birim küplük blokların ise yapının alt kısmından eklendiğini gösteriyor.)*

59 Özge: *Zaten öyle oluyor galiba hocam.*

Aras, araya eklenen 5 birim küplük blokların yapının alt kısmından eklenebileceğini bu durumda 3 birim küplük blokların sabit kalacağını fark etmiştir. Bu düşüncesini grup arkadaşları Özge ve Emre'nin de benimsediği görülmüştür. Aras, her etkinlikten sonra model kullanımına daha çok yönelen bir öğrenci olmuştur. Modeldeki ilişkileri daha hızlı fark edebilmiştir. Şekil örüntülerinde yakın ve uzak adımların hesaplanmasında ve genel terimin yazılmasında daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir. Yukarıda geçen konuşmalarda onun bu gelişimi bir basmak daha ilerlettiğini söylemek mümkündür.

Özge, Emre, Aras ve Hakan sonrasında Emre'nin de yönlendirmesiyle terim sırası ile terim arasındaki ilişkiden genel terimi "5 kat + 3" şeklinde oluşturmuşlardır. Ancak kuralın model üzerinden nasıl bulunabileceği ile ilgili etkinlik sorusuna geldiklerinde yaşadıkları kararsızlık sonrasında araştırmacı bazı sorular yönlendirmiştir.

75 Araştırmacı: *Peki. Şimdi sizden bir şey yapmanızı istiyorum. Her satırdaki birim küp sayılarını kenarlarına yazmanızı istiyorum.*

Öğrenciler, her adım için her satırda bulunan birim küp sayılarını yanlarına yazmışlardır. Bu nokta etkinliğin dönüm noktasıdır. Çünkü modeldeki ilişkiyi bir hipoteze dönüştürme ve buradan da bir genel terim yazma aşamasının başlangıcıdır.

Öğrenciler, biraz inceleme yaptıktan sonra ilişkileri görmeye başlamışlardır. Bu duruma örnek olması açısından aralarında geçen konuşmaya aşağıda yer verilmiştir.

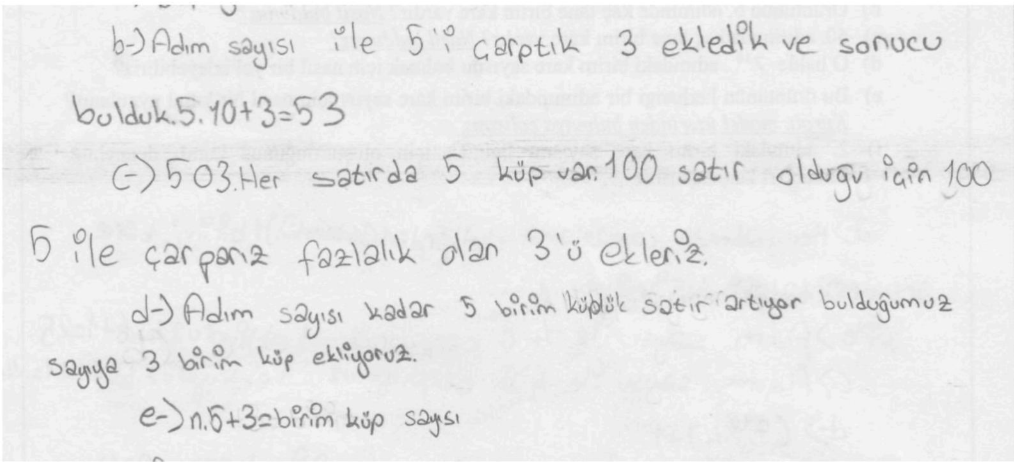
> ***123 Hakan:*** *İkinci adımda iki 5 oluyor, bir 3 oluyor. 3. adımda üç (tane) 5, bir (tane) 3…*
>
> ***124 Emre:*** *10. adımda on (tane) 5, bir (tane) 3.*
>
> ***125 Aras:*** *Dur! Neydi şimdi?*
>
> ***126 Emre:*** *10. adımda on (tane) 5, bir (tane) 3;1. adımda bir (tane) 5, bir (tane)3; 2. adımda iki (tane)5, bir(tane)3.*
>
> ***127 Emre:*** *Anlamadın!*
>
> ***128 Aras:*** *Anlamadım. Anladım da kafam karıştı. Bir dakika…(Düşünüyor.)*
>
> ***129 Emre:*** *Şimdi bak,1. adımda 1 tane 5, 1 tane 3; 2. adımda 2 tane 5,1 tane 3; 3. adımda 3 tane 5, 1 tane 3. Adım sayısı kadar 5 var. (5 birim küplük blokları ifade etmeye çalışıyor)*

Yukarıda geçen konuşmalar göz önüne alındığında öğrencilere yanıtları söylemektense onları çözüm yollarına yönlendirecek ipuçları vermek daha yararlı olacaktır. Her adım için her satırdaki birim küp sayılarının yazdırılmasıyla modelde var olan ilişki öğrenciler tarafından keşfedilmiştir. Hakan ve Emre'nin 1. adımda 1 tane, 2. adımda 2 tane, 3. adımda 3 tane 5 birim küplük blok olduğunu ortak nokta olarak belirlediği görülmüştür. Bu ise cebirsel genelleme sürecinin "ayırma" aşamasıdır. Bu ortak özelliğin 10. adım için uygulanması, örüntünün tüm terimleri için bir hipotez geliştirildiğini ve "transfer etme" aşamasının gerçekleştirildiğini göstermiştir.

Öğrenciler adım sayısı kadar 5 birim küplük blok olduğunu fark ettiklerinden 10. adımdaki ve 100. adımdaki birim küp sayılarını modelden yararlanarak hesaplayabilmişlerdir. Oluşturdukları hipotezden "5n+3" genel terimini yazmışlardır. İşlem adımlarını ve yazdıkları genel terimi gerekçeleriyle açıklayan Emre'nin yanıtları örmek olması açısından aşağıda Şekil 47'de gösterilmiştir.

Şekil 47

Emre'nin Etkinlik 3.3 Sorularına Verdiği Yanıtlar


b-) Adım sayısı ile 5'i çarptık 3 ekledik ve sonucu bulduk. 5.10+3=53

c-) 503. Her satırda 5 küp var. 100 satır olduğu için 100 5 ile çarparız fazlalık olan 3'ü ekleriz.

d-) Adım sayısı kadar 5 birim küplük satır artıyor bulduğumuz sayıya 3 birim küp ekliyoruz.

e-) n.5+3=birim küp sayısı

Etkinlik 3.3 uygulamasında öğrencilerin model üzerinden özellikler belirlemeye çalıştıkları görülmüştür. Cebirsel yaklaşımı tercih edenler, bu özellikleri, bir kural bulma yönünde kullanamamıştır. Verilen ipuçları ile öğrencilerin, bu özelliklerin görsel yaklaşım yönünde kullanılması sağlanmıştır.

4.2.6. Etkinlik 3.4'e İlişkin Bulgular

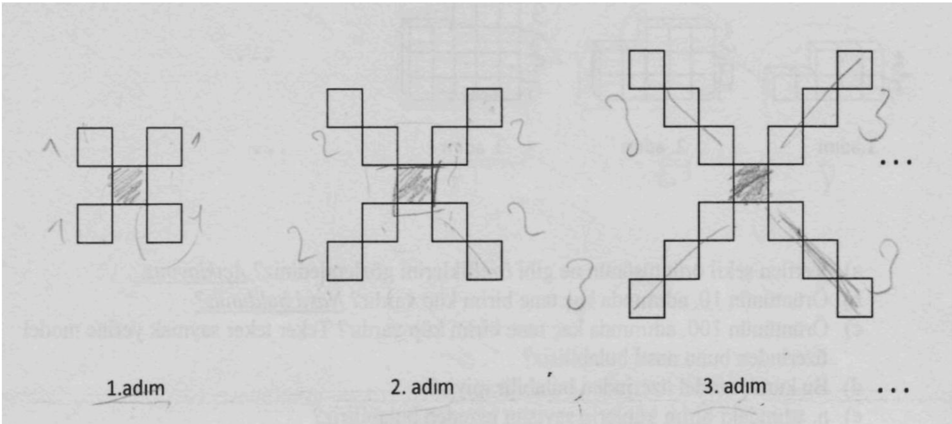
Görsel modellere yönelik aynı amaç doğrultusunda hazırlanan etkinliklerin 4. aşaması etkinlik 3.4'tür. Öğrencilerin bu uygulamada, modeli kullanmaya daha çok yatkın oldukları ve modeli farklı şekillerde incelemeye başladıkları gözlemlenmiştir.

Görsel modellerin etkili kullanılmasını amaçlayan etkinliklerin her bir aşaması uygulandıkça öğrencilerde modelin özelliklerini inceleme ve bu özellikleri amaçları doğrultusunda kullanma eğilimlerinin arttığı gözlemlenmiştir. Canan, Rıdvan ve Mine bu gelişime örnek olabilecek öğrenci gruplarından biridir. Adı geçen öğrenciler daha önce uygulanan etkinliklerde modeli nümerik ilişkiye dökerek cebirsel bir yaklaşım göstermişlerdir. Ancak şekil örüntülerinde, etkinlik uygulamaları devam ettikçe bu eğilimden uzaklaşmaya ve modeli kullanmaya başlamışlardır.

Canan, Rıdvan ve Mine etkinliğe başladıklarında modeldeki birim kare sayılarını saymadan incelemişlerdir. Canan ile Rıdvan örüntüdeki ilişkiyi hızlı bir şekilde model üzerinden keşfetmişlerdir. Bahsedilen duruma örnek olması açısından öğrenci Canan'ın modeli inceleme yaklaşımı Şekil 48'de gösterilmiştir.

Şekil 48

Canan'ın Etkinlik 3.4'te Modeli Analiz Etme Yaklaşımı



Araştırmacı öğrenci grubunun yanına gelince örüntüye ait bir ilişki bulup bulmadıklarını ve hangi stratejiyi kullandıklarını öğrenmek için etkinlik sorularına ek olarak yönlendirici sorular da sormuştur. Araştırmacı örüntüye ait genel terimi çok çabuk söyleyen Rıdvan'a, örüntünün özelliklerini model üzerinden sormuştur. Yöneltilen soruların amacı, bir kural bulmada modele ait özelliklerin kullanılıp kullanılmadığını öğrenebilmektir.

*15 **Araştırmacı:** Evet, yine bir şekil örüntüsü verilmiş.Ne gibi özelliklerini gözlemlediniz? Şekil örüntüsünün ne gibi özelliklerini gözlemlediniz?*

*16 **Rıdvan:** Ortadaki (birim kare)sabit, kollar (4 yöne doğru giden kolları kastediyor) adımla (adım sayısıyla) çarpılır, bir eklenir.*

*17 **Araştırmacı:** Sen kuralı bulmayı anlattın, genel olarak şöyle özelliğinden bahsederseniz(modeli işaret ediyor).*

*18 **Rıdvan:** Kollar adımla...*

*19 **Canan:** Kollar her adımda birer artıyor, dört kol olduğu için dört artıyor.*

*20 **Araştırmacı:** Her adımda dört artıyor. Pekâlâ, birim karelerin sayısıyla adım sayısı arasında nasıl bir ilişki var?*

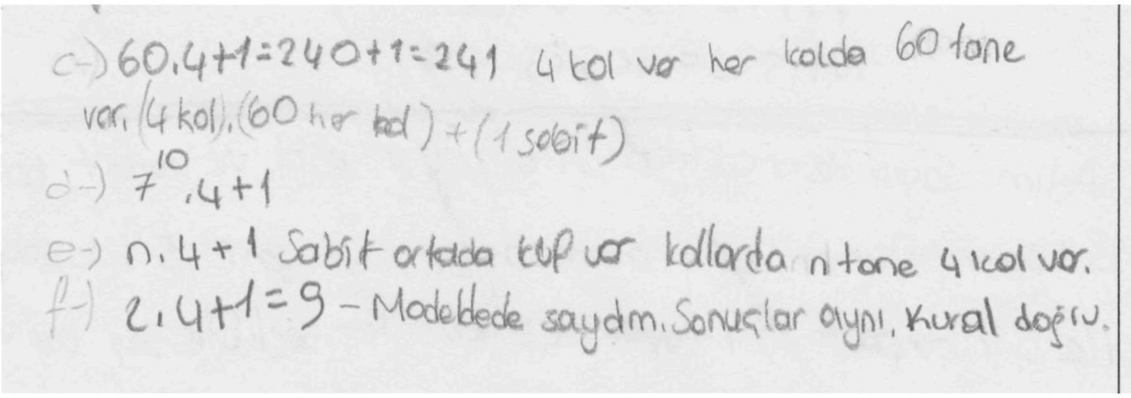
21 Canan: *Eşit, kollardaki.6. adım 6 çarpı 4 artı 1. Nasıl buldum, kollardaki (birim kare sayısı) sayı ile…*

22 Rıdvan: *Kollarda şey olmaz mı,6. adımda altı (birim kare) olur. O zaman kollarda altı (birim kare)olur. 6 çarpı 4 artı 1 değil mi?*

Canan ve Rıdvan'ın, her adımda ortadaki birim karenin sabit ve kollarda da adım sayısı kadar birim kare olduğunu fark ettikleri konuşmalarından gözlemlenmiştir. Bu özellikten tüm terimler için geçerli bir hipotez oluşturdukları, 6. adımda model üzerinden yaptıkları hesaplardan anlaşılmıştır. Bu nedenle öğrencilerin cebirsel genelleme sürecinin hipotez oluşturma aşamasını tamamladıkları söylenebilir. Genel terimi notasyon kullanarak yazabildikleri çalışma yapraklarında gözlemlenmiştir. Bu aşamaya örnek olması açısından gruptan bir öğrencinin verdiği yanıt Şekil 49'da gösterilmiştir.

Şekil 49

Canan'ın Etkinlik 3.4 Sorularına Verdiği Yanıtlar



4.2.7. Etkinlik 3.5'e İlişkin Bulgular

Görsel modeller içeren etkinlikler uygulandıkça daha fazla öğrenci modele yönelerek özellikleri incelemeye başlamıştır. Israrla modeli nümerik ilişkiye döküp cebirsel yaklaşım gösteren öğrencilerde bile her aşamadan sonra modeli kullanma sıklığının arttığı, model üzerinden yakın ve uzak adımların hesaplandığı, genel terimin yazıldığı gözlemlenmiştir.

Arda, Yiğit ve Reyhan'ın uygulamalar sırasında farklı çözüm yolları arayan bir öğrenci grubu olduğu gözlemlenmiştir. Çözüm yolunu bulsalar da alternatif çözüm yolları üretmek için çaba göstermişlerdir. Bu etkinliğin başında örüntüdeki ilişkiyi keşfetseler de yeni ilişkiler belirleyerek aynı kuralın farklı ifadelerine ulaşmışlardır. Aşağıda bu gruptaki öğrencilerin çözüm yolları incelenmiştir.

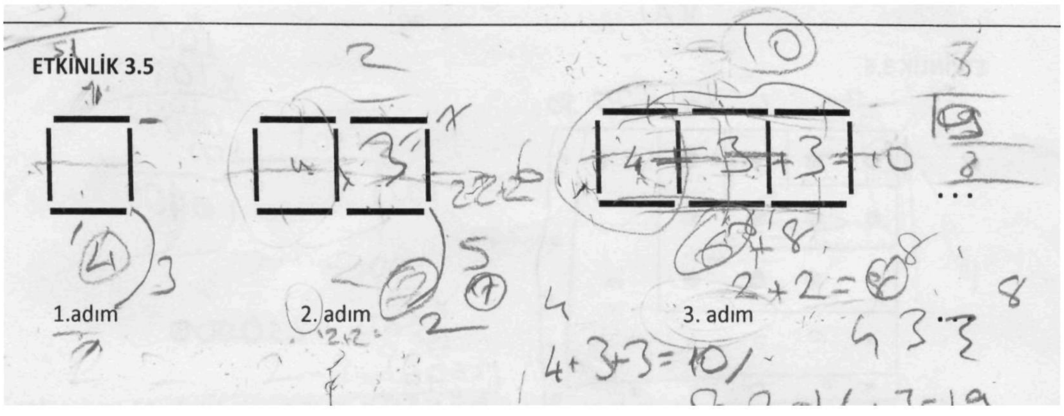
Arda etkinliğe başladığında modeldeki çubuk sayıları ile adım sayısı arasında bir ilişki keşfetmiştir. Bu ilişkiyi bulduğu andaki konuşmalarına aşağıda yer verilmiştir.

94 Arda: *Birinci adımda üst ve alttakiler (çubuk sayıları) aynı ya 1, buna eşit (adım sayısını ifade ediyor). Üst ve altın toplamı (çubuk sayıları) yine buna eşit, buradakine (1. adımı gösteriyor) eşit. Bir fazlası şu (ortadaki çubukları gösteriyor). Şunun toplamı (1+1), 1 fazlası 2. İşte burada da 2. adımda; mesela burada 2 tane var (üstteki çubukları gösteriyor), burada (alttaki çubukları gösteriyor) 2 tane var. Ama burada (ortadaki çubukları gösteriyor) bir fazlası var, 3.*

Arda ve arkadaşları çözüm yollarını tartışırken bir karışıklık yaşamışlardır. Devamında Arda, kolay bir yol daha olabileceğini düşünerek modeldeki karelerin içine çubuk sayılarını yazmıştır. Arda'nın yaptığı bu işlem aşağıda Şekil 50'de görülmüştür.

Şekil 50

Arda'nın Etkinlik 3.5'te Modeli Analiz Etme Yaklaşımı



Arda her adımda oluşan karelerdeki çubuk sayısını 1. adımda 4, 2. adımda 4+3, 3. adımda 4+3+3 şeklinde yazınca 4'e adım sayısının 1 eksiği kadar 3 eklendiğini fark etmişlerdir. Buradan " 4 + (adım sayısı – 1) x 3" şeklindeki kuralı Arda, sözel olarak ifade edebilmiştir. Bu durumla ilgili aralarındaki etkileşim aşağıda gösterilmiştir.

131 Arda: *Bak şimdi, 2. adımda 2 tane kutu var ya birini komple alıyoruz; 4 (çubuk). Şimdi bir tane eksik olacağı için 3'ü ekleriz, topla 7. Cevap bak 7. Öğretmene bu kuralı söyleyelim diyorum.*

132 Reyhan: *Aynı işlem diğer adımda da tekrarlıyor.*

133 Arda: *Sürekli tekrarlıyor. Mesela burada...*

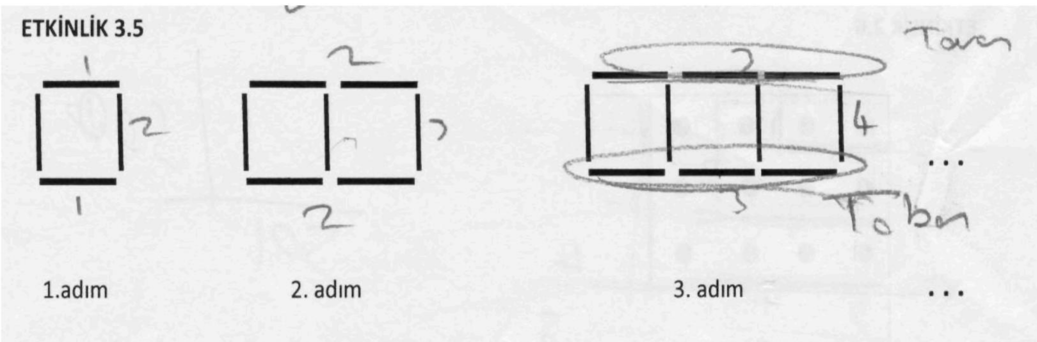
134 Yiğit: *3'le topluyorsun işte 7+3.*

135 Arda: *Dört, üç, üç. Adım sayısı 3 ya, en başa 4 alıyoruz tamam mı? Ondan sonra adım sayısından bir eksiği kadar da 3 ekliyoruz.(3.adımı göstererek)*

Farklı açılardan gözlemler yapan öğrenciler de olmuştur. Başka bir grupta çalışan Rıdvan da modeli analiz edebilmiştir. Rıdvan'ın model üzerinde yaptığı işlemler, Şekil 51'de gösterilmiştir.

Şekil 51

Rıdvan'ın Etkinlik 3.5'te Modeli Analiz Etme Yaklaşımı



Ancak bazı grupların modeli analiz edebilmesi daha uzun sürmüştür. Çünkü bu gruplar sayısal ilişkilere odaklanmıştır. Hakan, Aras, Özge ve Emre de etkinliğe her adım için modelde kullanılan çubuk sayılarını sayarak başlamışlardır. Emre'nin örüntüye ait kuralı adım sayısı ile adım arasındaki ilişkiden bulması çok uzun sürmemiştir. "adım sayısı x 3 + 1" genel terimini arkadaşlarına anlatmaya çalışmıştır. Bu sırada araştırmacı öğrencilerin tamamına etkinliğin başındaki yönergeyi hatırlatarak modeli kullanmaları gerektiğini söylemiştir. Öğrenciler modeli incelerken araştırmacı ile Aras arasında aşağıdaki konuşma geçmiştir.

90 Araştırmacı:*8.adım için ne yapardık? 8.adım için nasıl yapmayı denerdin?*

91 Aras:*1 dakika. Üç, altı... Üstte 8 tane olur 8.adımda.*

92 Özge: *Model üzerinden mi hocam terim falan?*

93 Aras: *8 tane küp olurdu, çubuk 8 tane olurdu. Üstlerinde, yanda yine 1 tane olurdu, burada da 8. Toplardım yani,8 ile mesela 8'i birimlerini, çubuklarını.*

Araştırmacı, Aras'ın modeli incelerken önemli birkaç nokta yakaladığını fark etmiştir. Aras'ın bu noktalardan hareketle yakın ve uzak adımları hesaplamasına, genel terimi oluşturmasına yardımcı olacak çözüm yolları geliştirmesi için yönlendirici sorular sormuştur.

94 Araştırmacı: *Bir daha anlat bakayım. Nerede 8 tane olurdu?*

95 Aras: *Bir şu üst tarafta 8 tane olurdu, alt tarafta da 8 tane olurdu.*

96 Araştırmacı: *Hımm.*

97 Aras: *Yan tarafında, şurada (gösteriyor) bir 8, sonunda 1 olurdu. Ortalarında kesecek şekilde 8 tane küp(kare demek istiyor) olurdu.*

Araştırmacı, Aras'ın söylemek istediğini anlamıştır. Ancak hem grup arkadaşlarının anlayabilmesi hem de daha açık ve düzgün ifadeler kullanması için sorular yöneltmeye devam etmiştir.

98 Araştırmacı:*8 tane için kaç tane olurdu orada(Aras'ın son gösterdiği kısma işaret ederek) çubuk?*

99 Aras:*8 tane için ortadakini kesecek şekilde 3 her...*

***100 Araştırmacı:** Mesela bak bakalım, 2.adımda ortada kaç tane çubuk var? (Dikey duran çubuklar kastedilmektedir.)*

***101 Aras:**1 tane, 4 tane olurdu…*

Bu soru için grubun diğer üyeleri de düşüncelerini söylemiştir ve yanıtlar yönlendirilmek istenen noktadan uzaklaşmaya başlamıştır. Aras'ın ve arkadaşlarının kafasının karıştığını gören araştırmacı sorusunu tekrar yönlendirmiş ve konuşmalar aşağıdaki gibi gelişmiştir.

***110 Aras:** Haa yok ortada yok, yanında 2 tane.*

***111 Araştırmacı:** 2.adımda?*

***112 Aras:** 3 tane.*

***113 Araştırmacı:** 3.adımda?*

***114 Aras:** 4 tane.*

***115 Araştırmacı:** 8. adımda?*

***116 Aras:** 4 tane, (düşünüyor) evet 9 tane oluyor. (3. adım ile 8. adım arasında ilişki kurmaya çalışıyor.)*

Aras, arada dikey olarak kalan çubuk sayılarını tekrar düşünmüştür. Yönlendirici sorular ile fark ettiği özelliği 8. adıma transfer edebildiğini verdiği yanıtlardan görmek mümkündür. Araştırmacı Aras'ın ayırt edebildiği özellikleri toparlamasına yardımcı olabilmek için sorular sormaya devam etmiştir.

***121 Araştırmacı:**8.adımda?*

***122 Aras:**9*

***123 Araştırmacı:**9 tane nerede var şimdi?*

***124 Aras:** Ortasında. (Arda kalan dikey çubukları kastediyor)*

***125 Araştırmacı:** Ortasında, evet. Yukarıda kaç tane demiştin?*

***126 Aras:**8*

***127 Araştırmacı:** Aşağıda?*

***128 Aras:** 8*

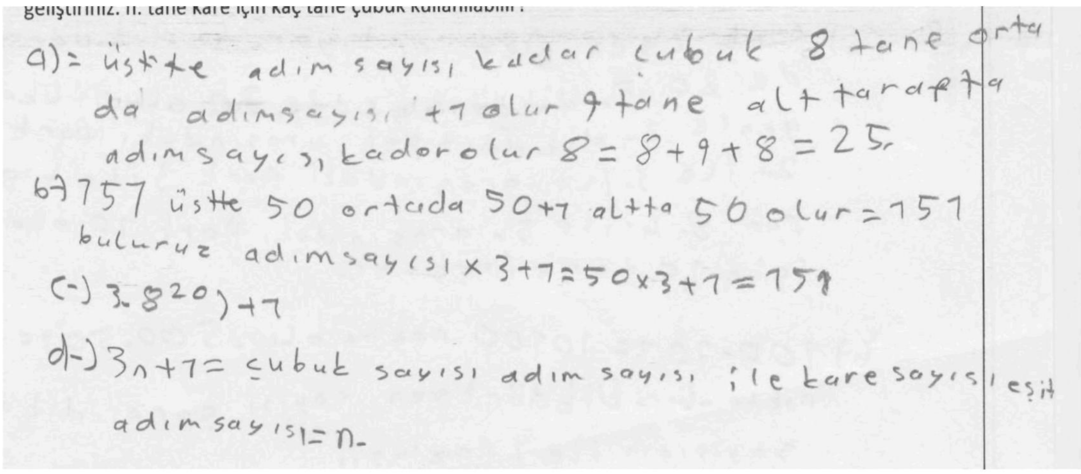
***129 Araştırmacı:** Toplam kaç yaptı?*

130 Aras: *8, 8 daha 16; 9 daha... 25 mi yapıyor?*

Görüldüğü gibi Aras, öncelikle 3. adımda altta ve üstte 3'er tane çubuk olduğunu fark etmiştir. Yani modelden yararlanarak bir ortak nokta belirlemiştir. Belirlediği bu ortak noktayı 8. adımdaki çubuk sayısının hesaplanması için transfer etmiştir. Dolayısıyla cebirsel genelleme sürecinin hipotez oluşturma aşamasını gerçekleşmiştir. Araştırmacı öğrencinin fark ettiği özellikleri toparlayabilmesi açısından örüntüdeki diğer adımlarının modellerine yönelik sorular sormuştur. Aras'ın kendi başına ilişkiler oluşturabilmesine yardımcı olmaya çalışmıştır. Bahsedilen duruma örnek olması açısından Aras'ın çalışma yaprağının bir bölümü Şekil 52'de gösterilmiştir.

Şekil 52

Aras'ın Etkinlik 3.5 Sorularına Verdiği Yanıtlar



Yukarıdaki olayın ardından grup arkadaşları uzak adımı hesaplamadan önce örüntüye ait kuralı modelden oluşturmaya karar vermiştir. Aşağıda, etkinliğin devamında gruptaki öğrenciler arasında geçen konuşmalara yer verilmiştir.

134 Emre: *Şimdi model üzerinden, bu model üzerinden kuralı bulalım.*

135 Aras: *Bekle! (Çalışma yaprağına bir önceki sorunun yanıtını yazmayı henüz bitirdi.)*

136 Emre: *Üstte adım sayısı kadar çubuk değil mi? Bak!*

137 Özge: *Evet, üstte adım sayısı kadar.*

138 Emre: *Üstte adım sayısı kadar çubuk +...*

139 Aras:+ *ortada adım sayısı +1*

140Emre: *Adım sayısı +1, +1...(bir yandan yazdığı için tekrarlar yapmaktadır)*

141 Aras: *Altta da aynısı, şu...*

142 Emre: *Üstte...*

143Aras: *8 tane yani, adım sayısı kadar...*

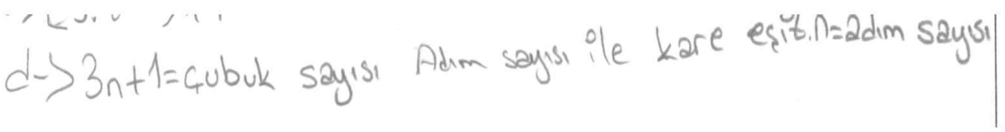
144 Emre: *Adım sayısı kadar.*

145Aras:*Çubuk olur.*

Yukarıdaki konuşmalar, öğrencilerin geliştirdikleri hipotezden örüntüye ait kuralı nasıl oluşturduğuna dair fikir verebilir. Modeli inceleyerek "Üstte ve altta adım sayısı kadar, ortada adım sayısının 1 fazlası kadar çubuk olur." ifadelerini belirtmeleri ortak özellikten örüntüye ait kurala ulaştıklarını göstermiştir. Kuralı oluşturduktan sonra notasyon kullanarak genel terimi yazabilmişlerdir. Yazdıkları genel terim, aşağıda Şekil 53'te gösterilmiştir.

Şekil 53

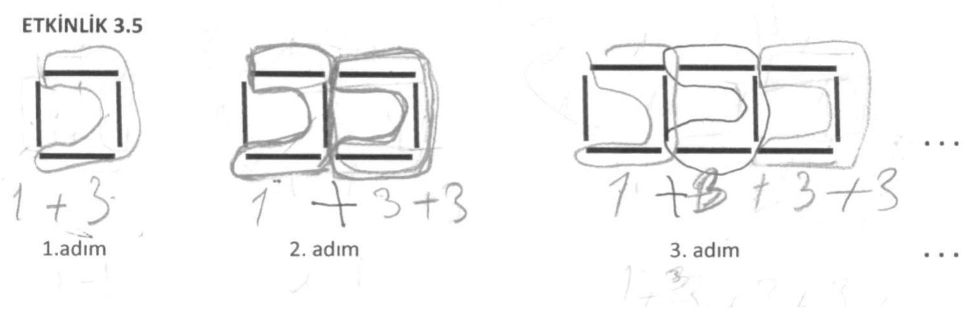
Etkinlik 3.5'te Bir Öğrencinin Yazdığı Genel Terim



Araştırmacı, model üzerinden bir özellik belirleyemeyen öğrencilere her adımda eklenen çubukları işaretlemelerini önermiştir. Hazal, Aras, Birol ve Begüm bu gruplardan birisidir. Gruptaki öğrenciler terim sırası ile terim arasındaki ilişkiden hareket ederek örüntüye ait genel terimi bulmuşlardır. Ancak model üzerinden nasıl bulunacağına dair bir çözüm yolu bulamadıkları için araştırmacı, aşağıdaki gibi her adımda eklenen çubukları gruplandırmalarını söylemiştir. Aynı gruplandırmayı ilk adımda da uygulayan öğrenciler, eklenen çubukları sayısını her adımda Şekil 54'te gösterildiği gibi yazınca örüntüye ait bir ilişki keşfedebilmişlerdir.

Şekil 54

Etkinlik 3.5'te Bir Öğrencinin Öneriler Üzerine Yaptığı Model Analizi



Bu işlemin yapılması, öğrencilerin örüntüdeki ilişkiyi açıkça görebilmelerine yardımcı olmuştur. Bu öneriden hareket eden Hazal ve Birol, çalışmalarını yaparken örüntüye ait belirledikleri kuralı aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir.

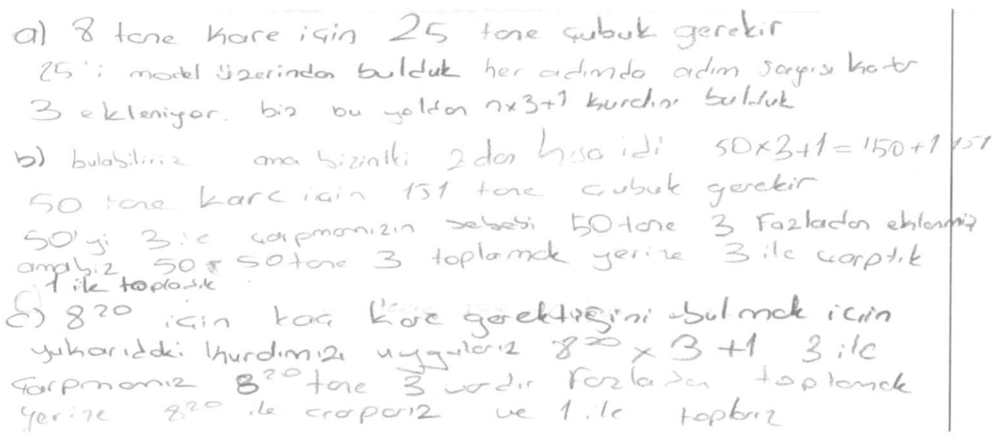
82 ***Hazal:*** *Adım sayısı kadar, yine aynı şey. Adım sayısı kadar 3 var yani.*

83 ***Birol:*** *Adım sayısı kadar 3 var. Adımla 3'ü çarpıp 1 mi ekleyeceğiz? Ha evet bak, burada da 3 var.*

Öğrenciler adım sayısı kadar 3 eklendiğini görebildiklerinden yakın ve uzak adımları kolaylıkla hesaplamışlardır. Aynı şekilde genel terimi yazarken de zorlanmamışlardır. Yaptıkları grup çalışmasında Hazal'ın verdiği yanıtlar örnek olması açısından Şekil 55'te gösterilmiştir.

Şekil 55

Hazal'ın Etkinlik 3.5. Sorularına Verdiği Yanıtlar



Grupların çalışmaları incelediğinde örüntüye ait kuralın aşağıdaki gibi farklı şekillerine de ulaştıkları gözlemlenmiştir.

- (A.s. x 4) – (a.s. -1)
- n. x 2 + n + 1
- A.s x 3 + 1
- n + n + (n+1)

Etkinlik 3.5'te görsel yaklaşım gösteren öğrenci sayısında artış olmuştur. Bu öğrenciler, modeli analiz ederek bir kural bulma yönünde kullanmışlardır.

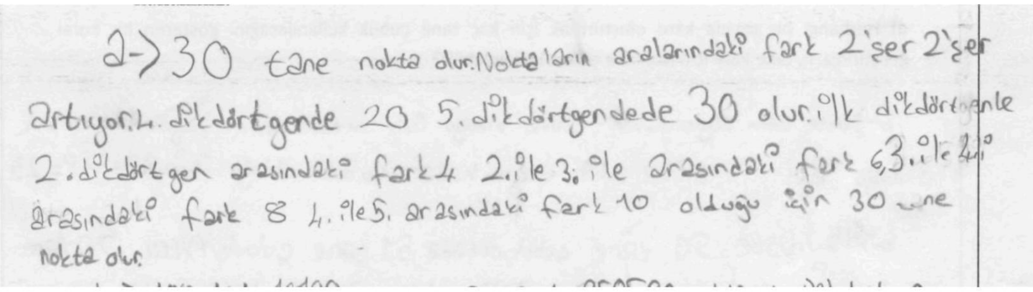
4.2.8. Etkinlik 3.6'ya İlişkin Bulgular

Görsel modellere yönelik hazırlanan altı aşamalı etkinlikler içerisinde, öğrenciler en çok bu etkinlikte zorlanmış ve zaman harcamıştır. Öğrenciler, çoğunlukla yakın adımı ardışık terimler arasındaki farkı kullanarak hesaplamışlar ve genel terim için terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır.

Bu etkinlik öğrenciler tarafından gerçekleştirilirken öğrencilerin modeli çok fazla incelemediği ve analiz edemediği görülmüştür. Bunun nedenlerinden biri de etkinlikte yer alan modelin ders kitaplarında veya çeşitli kaynaklarda bulunan şekil örüntüleri ile benzer yönlere sahip olmaması olabilir. Bu nedenle Arda, Yiğit ve Reyhan'ın grubu dışındaki tüm öğrencilerin yakın adımı ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyerek hesaplama yoluna gittikleri görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 56'da gösterilmiştir.

Şekil 56

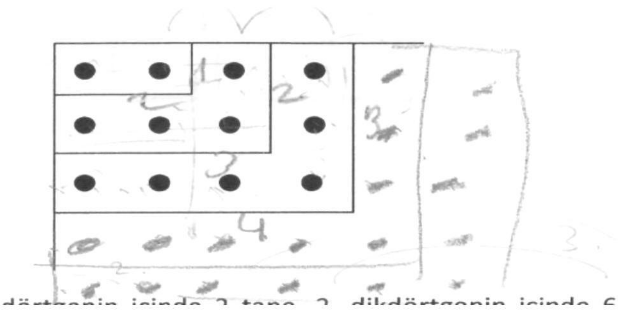
Etkinlik 3.6'da Yakın Adımlar İçin Ardışık Terimler Arasındaki İlişkiyi Ele Alan Öğrenci Yanıtı


a-> 30 tane nokta olur. Noktaların aralarındaki fark 2'şer 2'şer artıyor. 4. dikdörtgende 20 5. dikdörtgendede 30 olur. ilk dikdörtgenle 2. dikdörtgen arasındaki fark 4 2. ile 3. ile arasındaki fark 6, 3. ile 4. arasındaki fark 8 4. ile 5. arasındaki fark 10 olduğu için 30 tane nokta olur.

Öğrencilerin 5. dikdörtgendeki nokta sayısını bulmak için kullandıkları başka bir yöntem ise modeli devam ettirmek olmuştur. Bu yöntemi kullanan bir öğrenci yanıtı aşağıda şekil 57'de gösterilmiştir.

Şekil 57

Etkinlik 3.6'da Modeli Devam Ettirme Yaklaşımı Gösteren Bir Öğrenci Yanıtı



Yukarıda Şekil 56'da ve Şekil 57'de gösterilen öğrenci örnekleri şunu göstermektedir ki; sayısal ilişkiye dökerek ardışık terimler arasındaki farkı kullanmak ya da modeli devam ettirerek bir sonraki adımı bulmaya çalışmak öğrencilerde örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma (Lannin 2002) güçlüğünü ortaya çıkarmıştır. Bu iki yöntem aynı güçlüğün farklı halleridir.

Etkinlik 3.6'da öğrenciler genel olarak model üzerinden ilişki aramaktan kaçınmışlardır. Modelin kullanılması ile ilgili önerilerden sonra incelemeye başlasalar da her seferinde eklenen noktalar dikkatlerini çekmiştir. Dolayısıyla ardışık terimler arasındaki farka tekrar dönüş yapmışlardır. Bu durumu gözlemleyen araştırmacı, her bir dikdörtgenin dikey ve yatay kenarlarına düşen nokta sayılarının yazılmasını önermiştir. Bu öneriyi yerine getiren öğrencilerden Hazal, Begüm ve Birol arasında geçen konuşmalara örnek olması açısından aşağıda yer verilmiştir.

105 Hazal: *2. dikdörtgen şöyle şurası oluyor(2. dikdörtgeni gösteriyor). Demek ki burası (dikey kenar)2 oluyor, burası(yatay kenar) 3.*

106 Hazal: *Neden 3 oluyor biliyor musun? Şunda bak 1,2,3 tane nokta var ya ondan 3 oluyor. Bak burada da 2 nokta var, ondan 2 oluyor.*

107 Birol: *3. dikdörtgen burası 3 burası 4.*

108 Hazal: *Evet. O zaman 3. de burası 3, burası 4 olur. 1 dakika bizim 3. dikdörtgenimizde burası 3 mü?*
109 Birol: *Evet.*

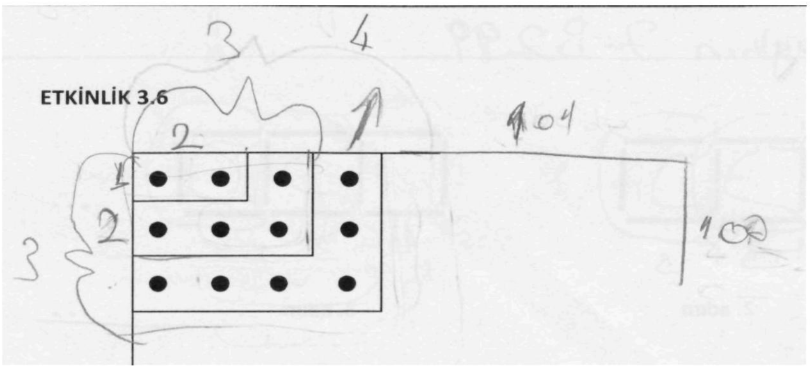
Hazal ve Birol, dikdörtgenlerin dikey ve yatay kenarlarına düşen nokta sayılarını yazdıktan sonra her adımda dikey ve yatay kenarlar arasındaki ilişkiyi fark edebilmişlerdir. Ayrıca Hazal, dikey kenarların dikdörtgenin sıra numarası (başka bir ifade ile adım sayısı) ile aynı olduğunu keşfetmiştir. Böylece Hazal ve Birol, model üzerinden kendilerine bir ortak nokta belirleyebilmişlerdir. Bu durum, cebirsel genelleme sürecinde örüntüye ait ortak özelliğin ayırt edildiğini göstermektedir.

110. Hazal: *O zaman 100. dikdörtgenimizde burası 100 olacak.*
111. Birol: *Evet.*
112. Hazal: *O zaman burası 101 olacak, 1 fazlası yani.*

Devam eden konuşmalar incelendiğinde bu öğrencilerin belirledikleri ortak noktadan hareketle tüm terimler için geçerli olan bir hipotez geliştirebildikleri gözlemlenmiştir. Yukarıda Hazal'ın gerçekleştirdiği işlem, cebirsel genelleme sürecinin "transfer etme" aşamasıdır. Bu sırada 100. dikdörtgen için taslak bir dikdörtgen oluşturmuşlardır. Begüm'ün 100. adım için oluşturduğu taslak dikdörtgen şekil d'de gösterilmiştir. Bu durumun, sonlu adımlara ait modellerin öğrencilere tasvir ettirilmesinden kaynaklanan bir gelişim olduğu düşünülmektedir.

Şekil 58

Begüm'ün Etkinlik 3.6'da Modeli Analiz etme Yaklaşımı



Öğrencilerin oluşturdukları hipotezden genel kuralı nasıl oluşturduklarına dair aralarında geçen konuşmaya aşağıda yer verilmiştir.

133 Hazal: *Şey yazacağız, adım sayısı kadar boylamasına noktası vardır. İşte 1. adım kaç tane bizde 2 tane(yataya düşen nokta sayısını ifade ediyor).Demek ki, yani burası da iki. Adım sayısına göre boylaması ise 1 eksiğidir.*

134 Birol: *Enlemesi 1 fazla 1 eksik değil.*

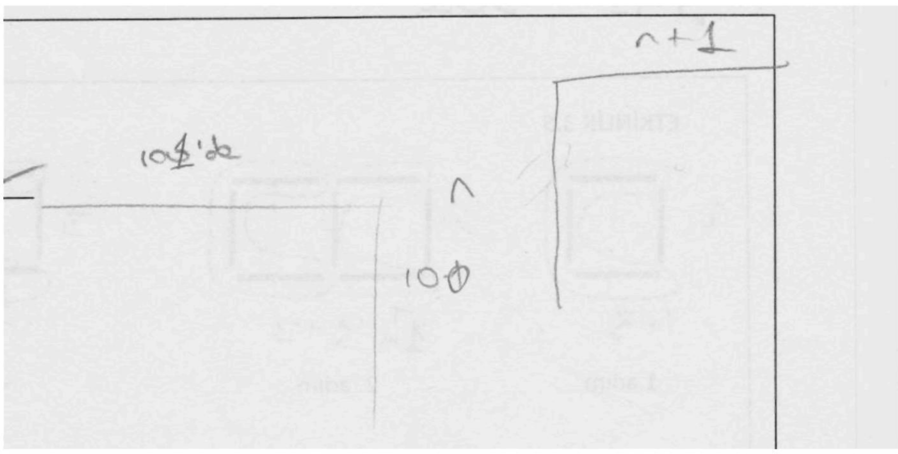
135 Hazal: *Ama burada burası adım sayısı olması lazım.*

136 Begüm: *Hayır adım sayısı burası oluyor. Ha tamam, tamam doğru.*

Yukarıda yapılan işlemler, geliştirilen hipotezden genel terimin yazılması için gerçekleştirilmiş basamakların ilkidir. 1. dikdörtgeni inceleyen Hazal'ın bunu n. adım için uygulamaya çalıştığı görülmüştür. Hazal'ın bir anlık dalgınlığı ile yaptığı hatayı Begüm ve Birol düzeltmiştir. Birol'un n. adım için oluşturduğu taslak dikdörtgen Şekil 59'da gösterilmiştir. Öğrencilerin belirtilen adımlara ait modelleri zihinlerinde canlandırdıklarında hesaplama yaparken bir adım öne geçtikleri söylenebilir. Çünkü öğrenci, bu durumu kullandığında ilişkileri çok daha hızlı şekilde ifade edebilir.

Şekil 59

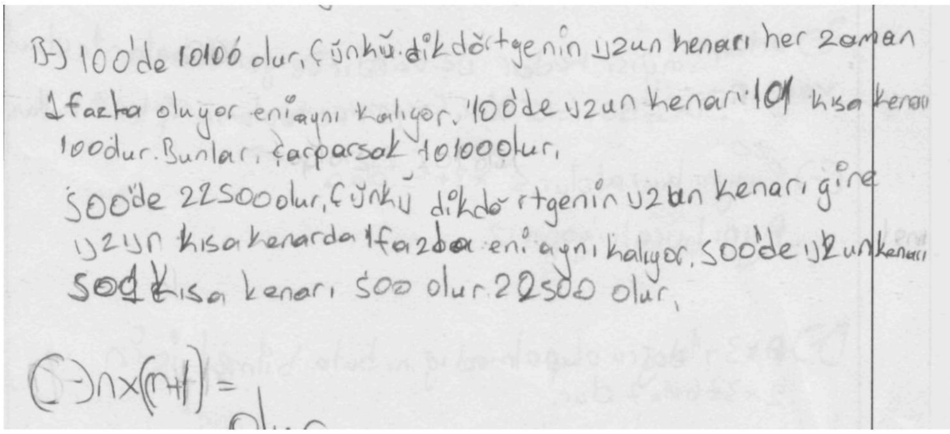
Birol'un Etkinlik 3.6'da Oluşturduğu Taslak Modeller



n. adım için taslak dikdörtgen oluşturan Hazal, Birol ve Begüm için genel terimi yazmak sorun yaratmamıştır. Aşağıda bu yöntemle yakın ve uzak adımı hesaplayan ve genel terimi yazan Hazal'ın yanıtları örnek olması açısından Şekil 60'ta gösterilmiştir.

Şekil 60

Hazal'ın Etkinlik 3.6 Sorularına Verdiği Yanıtlar


B-) 100'de 10100 olur, Çünkü dikdörtgenin uzun kenarı her zaman 1 fazla oluyor eni aynı kalıyor. 100'de uzun kenarı 101 kısa kenarı 100dur. Bunları çarparsak 10100 olur.
500'de 22500 olur, Çünkü dikdörtgenin uzun kenarı göre uzun kısa kenarda 1 fazla eni aynı kalıyor. 500'de uzun kenarı 501 kısa kenarı 500 olur 22500 olur.
C-) n x (n+1) =

Görüldüğü üzere Hazal ve arkadaşları modelden yararlanarak cebirsel genellemeye ulaşmıştır. Ancak 500. adım için aritmetik işlem hataları yaptıkları da gözlemlenmiştir.

Etkinlik 3.6'da, öğrencilerin sonlu adımlara ve n. adıma ait modelleri tasvir ettikleri ve bu tasvirler üzerinden işlemler yaptıkları gözlemlenmiştir. Bu durum, modellerin etkili kullanılmasına yönelik öğrencilerde farkındalık oluştuğunu göstermektedir.

4.2.9. Etkinlik 4'e İlişkin Bulgular

Etkinlik 4 hazırlanırken örüntüye ait ilişkilerin öğrenciler tarafından keşfedilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla 5 değişik sayı dizisi şeklinde örüntü verilmiştir. Her sayı örüntüsünün tek tek incelenmesiyle ortak özelliklerin fark edilmesi beklenmiştir. Öğrenciler diğer örüntü problemlerinde gösterdikleri strateji ve yöntem çeşitliliğini sayı dizileriyle karşılaştığında gösterememiştir. Ortak noktayı belirlemede, terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerden bazılarının ardışık terimler arasındaki ilişkiye yöneldikleri gözlemlenmiştir.

Öğrenciler, etkinliğe her bir örüntüdeki ardışık terimler arasındaki farkı bularak başlamışlardır. Bundan sonraki aşamada örüntülere ait kuralın bulunmasında öğrencilerin zorlandıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler nereden başlayacaklarına ve nerede ilişki arayacaklarına karar verememişlerdir. Daha önce öğrenilmiş olan bilgilerini, bu etkinlikle ilişkilendirememişlerdir. Soruda tablo ya da modelden yararlanabilecekleri ile ilgili ipucu verilmesine rağmen bu kısma kimsenin çok fazla dikkat etmediği görülmüştür.

Tablodaki her örüntüde ardışık terimler arasındaki farkı belirleyen öğrencilerin, bu yoldan bir kural geliştirmeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Söz konusu duruma örnek oluşturması açısından bir öğrenci grubunun aralarında geçen konuşmaya aşağıda yer verilmiştir.

24 Hazal: *Burada...*

25 Birol : *n+ 8*

26 Hazal: *n x 8*

27 Birol : *n + 8! Çarpı 8 olur mu? Bak!*

28 Hazal: *Ya baksana bir!*

29 Birol: *Çarpıyor olsa 16 ile 6'yı, şey 8'i çarp 24 mü ediyor?*

30 Hazal: *Kaç n çarpı..?*

31 Begüm: *n+8*

31 Birol: *n+8*

32 Hazal: *n+ 8. Bu da, 2.'de kaç?*

33 Begüm: *n+2*

33 Birol: *n+2.*

34 Birol: *Üçüncüde...*

35 Hazal: *Üçüncüde n+3*

35 Birol: *n+3*

36 Begüm: *n+3*

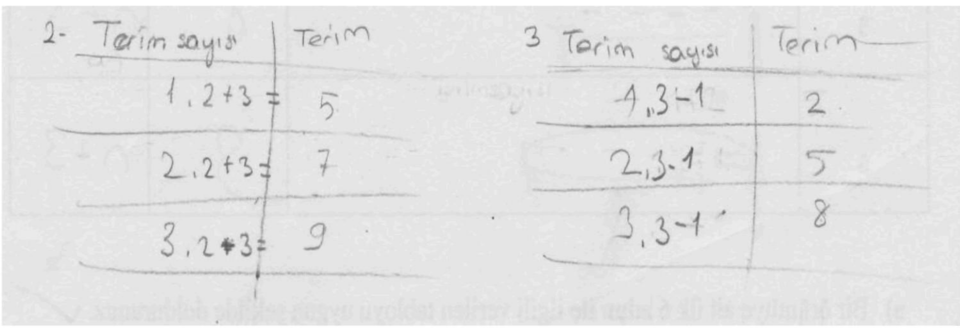
37 Hazal: *n+4, n+7.*

Yukarıdaki öğrenci etkileşiminde de görüldüğü gibi öğrenci Birol ve Begüm, tablo ve model oluşturma ile ilgili ipuçlarını dikkate almadıklarından bir sonraki terime odaklanma güçlüğü göstermişlerdir. Hazal ise terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme yaklaşımını diğer arkadaşlarının baskısı ile değiştirmiştir. Birol'un "Çarpıyor olsa 16 ile 6'yı, şey 8'i çarp 24 mü ediyor?"şeklinde söylediği ifadesinden "n" notasyonunu terim sırası yerine terim olarak ele aldığı belirlenmiştir. Dolayısıyla Birol ve arkadaşları, örüntüye ait ilişkiyi değil kullandıkları yöntemi genellemişlerdir (Amit ve Neira, 2008)

SÖGP 1'de olduğu gibi bu etkinlikte terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi kullananlar zorlanmamışlardır. Ancak grup arkadaşları onları anlamakta zorlanmıştır. Araştırmacı, bu sorunu çözmek ve örüntüyü yukarıdaki gibi Hazal, Begüm ve Birol gibi ele alan öğrencilerin bu güçlüğü aşarak bir kural bulmalarına yardımcı olmak için tablo ve model kullanabileceklerini söylemiştir. Böylelikle tablo oluşturan Hazal, Begüm ve Birol örüntülere ait kuralları terim sırası ile terim arasındaki ilişkiden yararlanarak bulmuştur. Benzer şekilde diğer öğrenci gruplarında da etkinliğin akıcı şekilde ilerlediği gözlemlenmiştir. Öğrencilerin birlikte tartışarak ya da sayı örüntülerini paylaşarak her bir örüntünün kuralını belirledikleri görülmüştür. Öğrencilerin sayı örüntülerinin kuralını bulmak için oluşturdukları tablolara örnek olması açısından bir öğrenci örneği Şekil 61'de verilmiştir.

Şekil 61

Etkinlik 4'te Tablo Yapma Stratejisini Kullanan Bir Öğrenci Yanıtı



Çok ilginçtir ki öğrencilerin hiçbiri model oluşturmayı ve modelden yararlanmayı tercih etmemiştir. Tamamı tablo oluşturma yoluyla örüntüye ait genel terimi bulmuştur. Örüntüye ait kuralı bulmak için yaptıkları grup çalışmasına örnek olması açısından öğrencini Mine'nin yanıtına Şekil 62'de yer verilmiştir. Görüldüğü gibi Mine ve çalışma arkadaşları genel terimi yazarken notasyon konusunda esnek davranmıştır.

Şekil 62

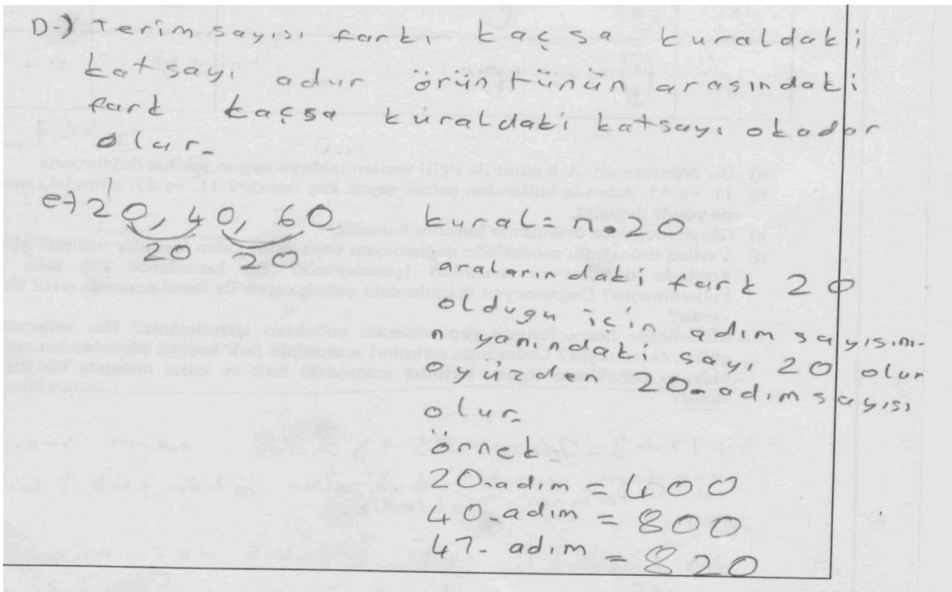
Mine'nin Etkinlik 4'te Verdiği yanıtlar

	Örüntü	Terimler arasındaki fark	Örüntünün Kuralı	Kuraldaki katsayı
1	8, 16, 24, ...	8	n.8	8
2	5, 7, 9, ...	2	(t.s.2)+3	2
3	2, 5, 8, ...	3	(t.s.6)+2	3
4	8, 14, 20, ...	6	(t.s.3)-1	6
5	7, 14, 21, ...	7	n.7	7

Öğrencilerin tabloyu doldurduktan sonra örüntüye ait ilişkileri analiz etmeleri oldukça kolaylaşmıştır. Her öğrenci, ardışık terimler arasındaki fark ile kuraldaki (genel terimdeki) katsayının birbirine eşit olduğunu çok çabuk görebilmiştir. Fark ettikleri ilişkinin kendi oluşturdukları sayı örüntülerinde de olup olmayacağını araştırmak isteyen öğrencilerin çoğunlukla kuralı n.k (k>0, k€Z) şeklinde olan örüntüler oluşturdukları gözlemlenmiştir. Bu bulguya örnek olması açısından, öğrenci Aras'ın fark ettiği ilişkiye ait ifadesine ve oluşturduğu sayı örüntüsüne Şekil 63'te yer verilmiştir.

Şekil 63

Aras'ın Etkinlik 4 Sorularına Verdiği Yanıtlar

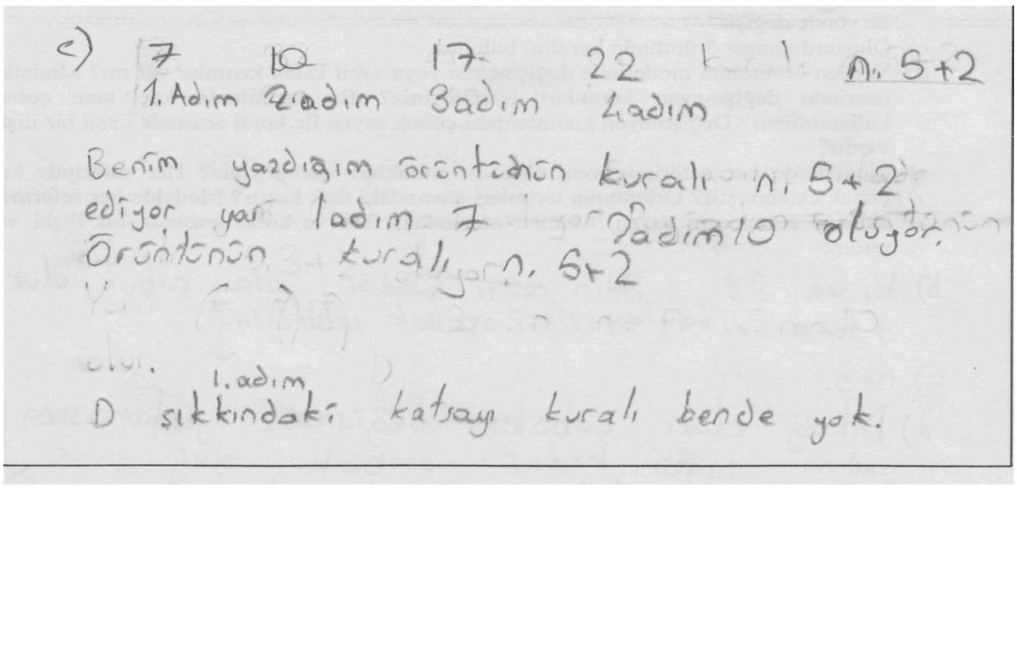

D-) Terim sayısı farkı kaçsa kuraldaki katsayı odur örüntünün arasındaki fark kaçsa kuraldaki katsayı okadar olur.

e-) 20, 40, 60 kural: n.20
20 20
aralarındaki fark 20 olduğu için n yanındaki sayı 20 olur oyüzden 20. adım sayısı olur
örnek
20. adım = 400
40. adım = 800
41. adım = 820

Öğrencilerden sadece Hakan, dikkatsizliği yüzünden oluşturduğu örüntüde ardışık terimler arasındaki fark ile katsayı arasındaki bu ilişkinin olmadığını düşünmektedir. Kuralı "5n+2" olan bir örüntü oluşturan Hakan, terimlerden birini hesaplarken yaptığı işlem hatasından dolayı örüntüyü yanlış şekilde incelemiştir. Hakan'ın söz konusu yanıtı, Şekil 64'te gösterilmiştir.

Şekil 64

Hakan'ın Etkinlik 4 Sorularına Verdiği Yanıtlar


c) 7 10 17 22 kural n. 5+2
1. Adım 2. adım 3. adım 4. adım
Benim yazdığım örüntünün kuralı n. 5+2 ediyor yani 1 adım 7 2. adım 10 oluyor örüntünün kuralı n. 5+2
olur.
1. adım
D sıkkındaki katsayı kuralı bende yok.

Hakan, önce bir kural belirleyip sonra da örüntünün terimlerini bulmuştur. Görüldüğü gibi oluşturduğu örüntünün 2. terimini yanlış hesaplamıştır. Bu nedenle artış miktarları birbirine eşit gözükmemiştir. Hakan buradan yola çıkarak, ifade edilen ilişkinin oluşturduğu sayı örüntüsünde olmadığını düşünmektedir.

Öğrenciler ardışık terimler arasındaki fark ile genel terime ait katsayı için değişik ifadeler kullanmışlardır. Bunlardan bazıları şöyledir;

- Terimler arasındaki fark = Kuraldaki katsayı
- Terimler arasındaki fark, örüntü kuralının katsayısına eşittir.
- Terimler arasındaki fark ile kuraldaki katsayı aynıdır.

Etkinlik 4, örüntüdeki nümerik ilişkilerin analiz edilebilmesine yardımcı olmuştur. Öğrencilerde, ardışık terimler arasındaki farkın ve nümerik özelliklerin kural üzerinde yaratabileceği değişimler ile ilgili bir bakış açısı oluştuğu gözlemlenmiştir.

4.2.10. Etkinlik 5'e İlişkin Bulgular

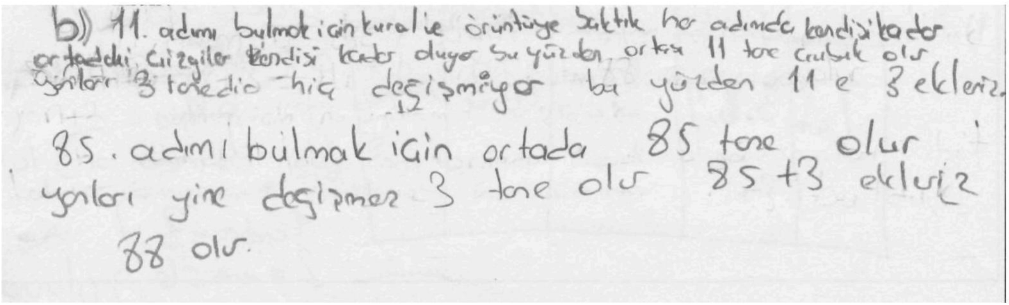
Farklı dışsal temsillerin ilişkilendirilmesi ve anlaşılması, örüntülerin genellenmesinde ve belirlenmesinde öğrencilere cebrisel genelleme yapması açısından önemli bir ilerleme sağlayacaktır. Bu doğrultuda geliştirilen etkinlikte öğrencilerin sayı örüntüsü, modeli ve kuralı arasındaki ilişkiler kurabilmesini ve bu ilişkiden yararlanarak cebirsel genellemeye ulaşılabilmeleri amaçlanmıştır.

Eylem planı aşama aşama ilerlerken özellikle bu etkinlikte öğrencilerin çalışma boyunca öğrendiklerini daha çok ilişkilendirebildikleri gözlemlenmiştir. Modele yönelik oluşan değişim bu etkinlikte açıkça görülmüştür. Genel terimin yazılmasında terim sırası ile terim arasındaki ilişkiden yararlanan öğrenciler olsa da öğrencilerin çoğunluğu modeli kullanmıştır. Özellikle bu etkinliğin tablo halinde verilmesi görsellik ön planda oluğu için öğrenciler açısından daha ilgi çekici olmuştur. Etkinlik boyunca, ardışık terimler arasındaki farkı kullanarak sayma yöntemi kullanan öğrenci olmamıştır. Böylece örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma (Lannin 2002) güçlüğüne yönelik öğrencilerde olumlu yönde bir değişim olduğu söylenebilir.

Modeli inceleyen öğrenciler; yatay durumda adım sayısı kadar çubuk olduğunu, dikey durumda da 3 tane değişmeyen çubuk olduğunu fark etmiştir. Bu sayede yakın ve uzak adıma ait çubuk sayılarını hesaplamak, genel terimi yazmak öğrenciler açısından oldukça kolay olmuştur. 11. ve 85. adımda bulunan çubuk sayılarını, bu adımlara ait modele dayanarak yanıtlayan öğrenci Hazal'ın verdiği yanıt örnek olması açısından Şekil 65'te gösterilmiştir.

Şekil 65

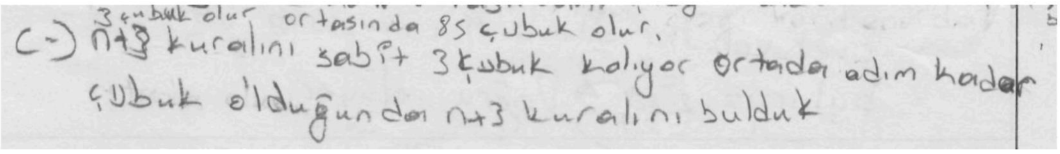
Hazal'ın Etkinlik 5 Sorularına Verdiği Yanıtlar



Hazal, görüldüğü gibi örüntüye ait modeli incelemiştir. Yaptığı inceleme sonucunda yatayda 1. adımda 1 tane, 2. adımda 2 tane, 3. adımda 3 tane çubuk olduğunu, dikeyde 3 tane çubuk olduğunu ayırt etmiştir. Hazal'ın modelden yararlanarak ortak noktasını belirlemiş olduğu söylenebilir. Ortak noktasını modelden yararlanarak belirledikten sonra, bu özelliği 11. ve 85. adımlar için transfer edebilmiştir. Başka bir deyişle, modeller üzerindeki değişimleri doğru şekilde ifade edebilmiştir. Bu durum, yakın ve uzak adımın hesaplanmasına yardımcı olmuştur. Söz konusu aşamaya kadar gelen Hazal'ın ve benzer yöntemi kullanan diğer öğrencilerin, cebirsel genelleme sürecinde hipotez geliştirme aşamasını tamamladıkları söylenebilir. Hazal ve arkadaşları genel terimi yazarak cebrisel genelleme yapabilmişlerdir. Bunu yaparken yine yakın ve uzak adımın hesaplanışında olduğu gibi modeli kullanmışlardır. Begüm'ün çalışma yaprağında genel terimin yazılışı ile ilgili yaptığı işlemler örnek olması açısından Şekil 66'da gösterilmiştir.

Şekil 66

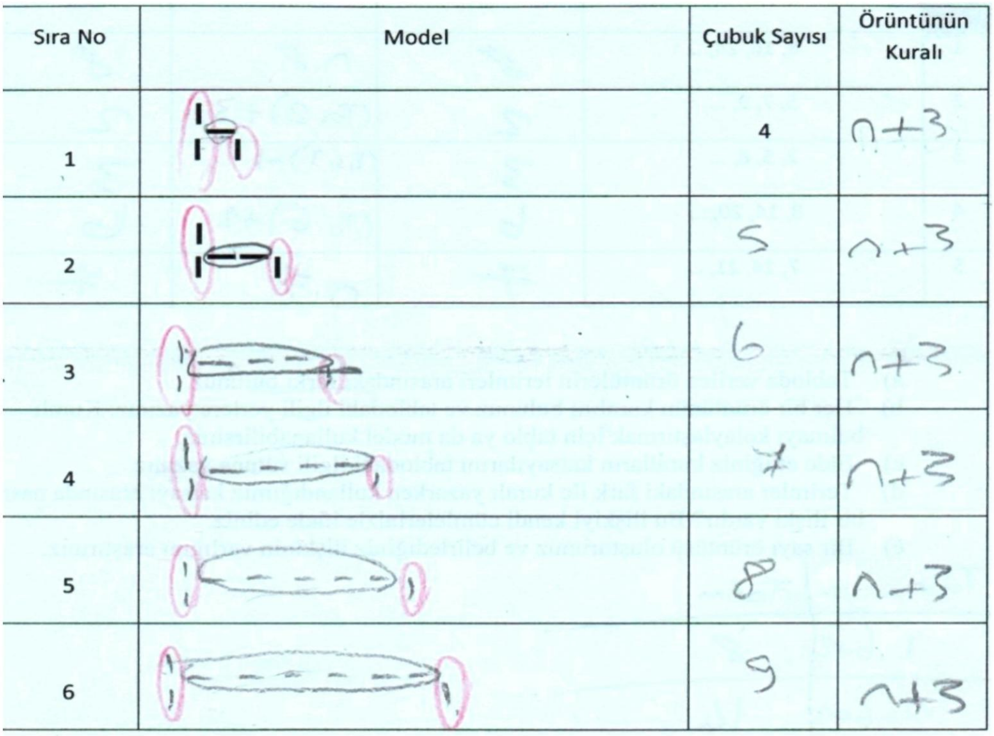
Begüm'ün Etkinlik 5'te Genel Terim Yazma Yaklaşımı



Model üzerinde yaptığı analize örnek olması açısından başka bir gruptaki öğrenci Rıdvan'a ait yanıt Şekil 67'de gösterilmiştir.

Şekil 67

Rıdvan'ın Etkinlik 5'te Modeli Analiz Etme Yaklaşımı



Sıra No	Model	Çubuk Sayısı	Örüntünün Kuralı
1		4	n+3
2		5	n+3
3		6	n+3
4		7	n+3
5		8	n+3
6		9	n+3

Rıdvan, modeli analiz etmeye çalışırken değişen çubukları siyah renkli kalem içerisinde göstermiştir. Yaptığı bu işlem, işaretlenen kısımdaki çubukların adım sayısına bağlı olarak değiştiğini görebilmesine yardımcı olmuştur. Kırmızı kalemi kullanarak her adımda sabit kalan çubukları işaretlemiştir. Bu analiz yardımıyla önce örüntüye ait kuralı bulmuştur. Sonrasında yakın ve uzak adımı bu kural yolu ile hesaplamaya çalışmıştır. Rıdvan, bu işlemi etkinliğin en başında gerçekleştirmiştir. Ancak Rıdvan gibi etkinliğin başında olmasa da modele yönelik değişen ve sabit kalan çubukların işaretlenmesi ile ilgili soruyla karşılaşan öğrencilerin, benzer yöntemlerle modeli analiz etmeye çalıştıkları gözlemlenmiştir.

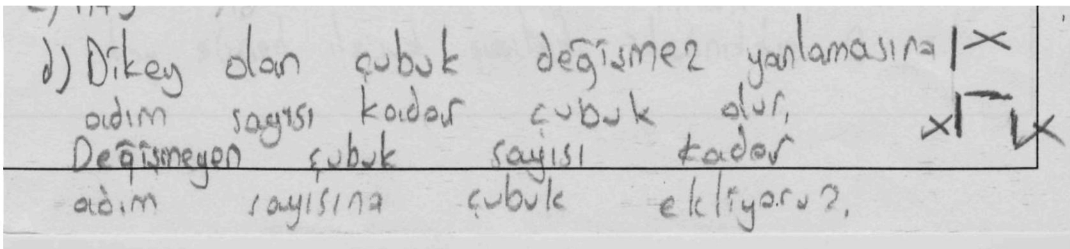
Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiden yararlanan öğrenciler de olmuştur. Bu öğrenciler modele yönelik etkinlik sorularına dikkat etmemiş veya bu sorular üzerinde durmayı tercih etmemiştir. Bu durum, etkinliğin hazırlanış amacına uygun değildir. Öğrencilerin, çoklu gösterimler arasındaki ilişkiyi kurabilmeleri için modele yönelik değişimleri fark etmeleri beklenmektedir. Bu nedenle araştırmacı öğrencilere; 11. ve 85. adıma ait modellerin açıklanması ve ne yönde değişimlerin olacağı ile ilgili sorular yöneltmiştir. Zorlanan öğrencilere, örüntünün ilk 6 adımına ait model ilişkileri hatırlatılmıştır. Böylece ilişkilerin transfer edilebilmesine yardımcı olunmaya çalışılmıştır.

Etkinliğin öncelikli amacı örüntüye ait ilişkilerin öğrenciler tarafından fark edilmesini sağlamaktır. Öğrencilerin çoklu gösterimleri ilişkilendirebilmelerine ve böylece cebirsel düşünme becerilerinin gelişmesine yardımcı olmak amaçlanmıştır. Bu etkinlikte bahsedilen ilişkilerin öğrenciler tarafından ne ölçüde keşfedildiği aşağıda ele alınmıştır.

Örüntüye ait kural ile model arasındaki ilişkiyi fark eden öğrenci Hakan'ın yanıtı örnek olması açısından Şekil 68'de gösterilmiştir.

Şekil 68

Hakan'ın Etkinlik 5 Sorularına Verdiği Yanıtlar

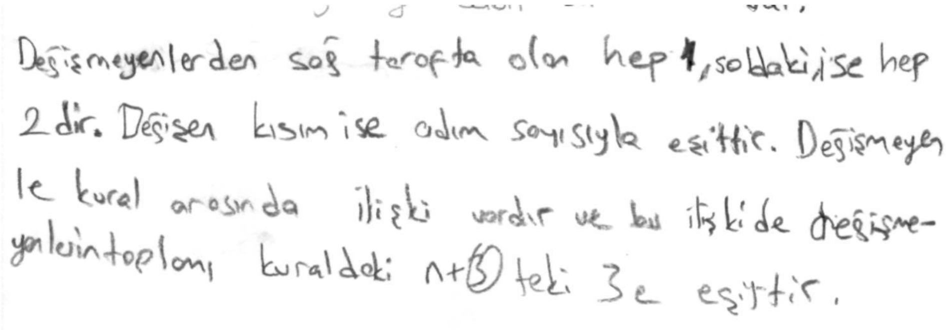


Hakan, değişen çubukların adım sayısı kadar ve yatay olduğunu, değişmeyen çubuk sayısının da adım sayısına eklendiğini ifade etmiştir. Hakan, model ile kural arasında bir ilişkilendirme yapabilmiştir.

Öğrenci Arda ise bu ilişkiyi daha çok sayısal ifadeler kullanarak incelemiştir. Arda'nın yanıtı aşağıda Şekil 69'da gösterilmiştir.

Şekil 69

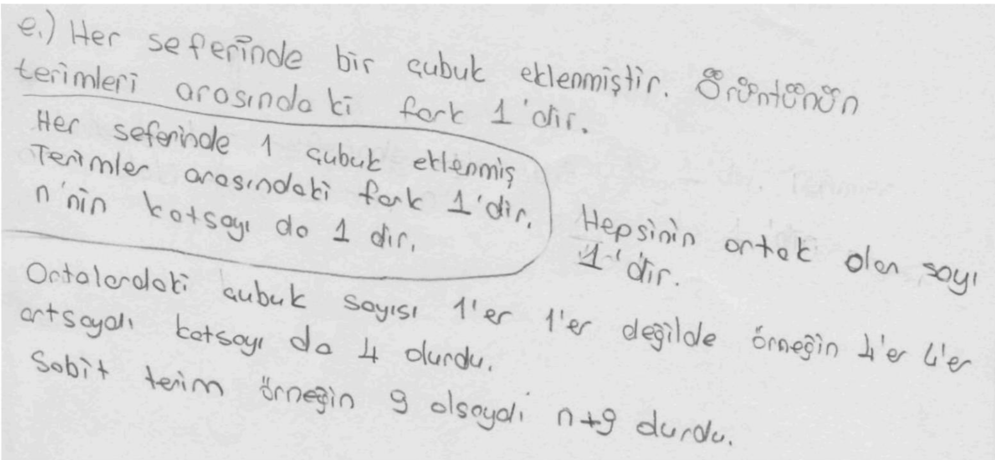
Arda'nın Etkinlik 5 Sorularına Verdiği Yanıtlar


Değişmeyenlerden sağ tarafta olan hep 1, soldaki ise hep 2 dir. Değişen kısım ise adım sayısıyla eşittir. Değişmeyenle kural arasında ilişki vardır ve bu ilişkide değişmeyenlerin toplamı kuraldaki n+3 teki 3e eşittir.

Arda, değişmeyen çubuk sayısının "n+3" genel terimindeki 3'e eşit olduğunu ifade etmiştir. Bir anlamda kural üzerindeki etkisini fark etmiş durumdadır. Bu etkiyi daha farkında olarak açıklayan öğrenci Özge'nin yanıtı aşağıda Şekil 70'te gösterilmiştir.

Şekil 70

Özge'nin Etkinlik 5 Sorularına Verdiği Yanıtlar


e.) Her seferinde bir çubuk eklenmiştir. Örüntünün terimleri arasındaki fark 1'dir.
Her seferinde 1 çubuk eklenmiş Terimler arasındaki fark 1'dir. n'nin katsayı da 1 dir.
Hepsinin ortak olan sayı 1'dir.
Ortalardaki çubuk sayısı 1'er 1'er değilde örneğin 4'er 4'er artsaydı katsayı da 4 olurdu.
Sabit terim örneğin 9 olsaydı n+9 durdu.

Özge; her defasında 1 tane yeni çubuk eklendiğini, ardışık terimler arasındaki farkın ve n'in katsayısının 1 olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca ardışık terimler arasındaki fark 4 olduğunda kuralın katsayısının 4, sabit çubukların sayısının 9 olduğunda ise genel terimin "n+9" olacağını belirtmiştir. Bu durum; çubuk sayılarındaki değişimin, örüntünün kuralı üzerinde ne gibi değişiklik yaratacağı konusunda öğrencide farkındalık oluştuğunu göstermektedir.

Araştırmacı, öğrencilerde farkındalık oluşturabilmek için etkinlik sorularına ek olarak aşağıdaki soruları da yöneltmiştir.

- Her defasında eklenen çubuk sayısı 4 olsaydı örüntü ve genel terim üzerinde nasıl etkisi olabilirdi?
- Model üzerindeki sabit çubuk sayısı 7 ya da 9 olsaydı kural üzerinde nasıl bir değişim yaratırdı?

Etkinlik 5 sonunda, öğrencilerin örüntülere ait temsil biçimleri arasında ilişki kurabildiği ve örüntüdeki nümerik değişimlerin kural üzerindeki etkisini yorumlayabildikleri gözlemlenmiştir.

4.2.11. Etkinlik 6'ya İlişkin Bulgular

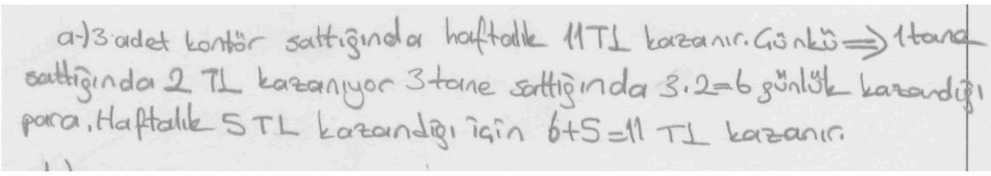
Etkinlik 6, örüntüleri gerçek yaşam durumu problemleri içerisine yerleştirerek öğrencilerin daha rahat ve anlamlı ilişkiler kurmasına ve bu sayede de cebirsel genelleme yapmasına yardımcı olması için hazırlanmış bir etkinliktir.

Etkinlik 6, öğrencilerin eğlenceli bir şekilde ve çok fazla karmaşa yaşamadan ve çok kısa sürede tamamladıkları etkinlik olmuştur. SÖGP 1'de olduğu gibi, bu etkinlikte de öğrencilerin tamamı örüntüyü sonlu bir adıma devam ettirebilmede başarılı olmuştur. Bazı öğrenciler, birkaç ipucu ve yönlendirmenin yardımı ile sorun yaşadıkları kısımları çözümlemişler ve etkinliği tamamlayabilmişlerdir.

Etkinliğin ilk sorusu tüm öğrenciler tarafından kolaylıkla yanıtlanmıştır. Örüntüye ait yakın adımın hesaplanmasını gerektiren bu soru için bir öğrenci yanıtı örnek olması açısından Şekil 71'de gösterilmiştir.

Şekil 71

Etkinlik 6'da Bir Öğrencinin Yakın Adımı Hesaplama Yaklaşımı


a-) 3 adet kontör sattığında haftalık 11TL kazanır. Çünkü ⇒ 1 tane sattığında 2 TL kazanıyor 3 tane sattığında 3.2=6 günlük kazandığı para, Haftalık 5TL kazandığı için 6+5=11 TL kazanır.

1-5 adet arası kontör satışı için tablo oluşturulmasının istendiği soruda öğrenciler çok zorlanmasa da bazı karasızlıklar yaşamışlardır. Bu durumun öğrencilerin sadece kontör satışından kazanacağı parayı da ihtimaller arasında yer vermelerinden kaynaklanmaktadır. Araştırmacı, karışıklığı çözmek adına öğrencilerin etkinlikte verilen bilgileri ve soruyu tekrar okumalarını önermiştir. Öğrenciler, dikkatlerini yoğunlaştırarak okuyunca ve araştırmacının ipuçları ile bu karışıklığı çözümleyebilmişlerdir. Ayrıntılı bir tablo hazırlayan öğrenci Emre'nin yanıtı örnek olması açısından aşağıda Şekil 72'de gösterilmiştir.

Şekil 72

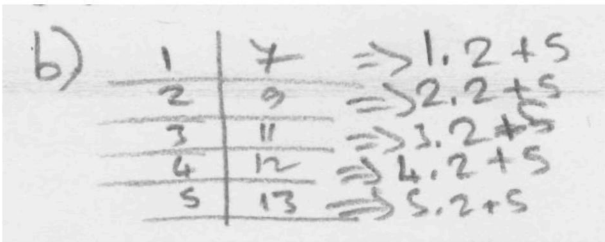
Emre'nin Etkinlik 6'da Haftalıklar İçin Oluşturduğu Tablo

Sattı kontör	Kontörden aldığı para	Sabit aldığı para	Haftalık
1	2	5	7
2	4	5	9
3	6	5	11
4	8	5	13
5	10	5	15

Tabloda cebirsel ilişkileri gösteren öğrenciler de olmuştur. Kontör sayısı ile haftalık arasındaki ilişkiyi açıkça göstermeyi tercih eden öğrencilerden Rıdvan'ın yanıtı aşağıda Şekil 73'te gösterilmiştir.

Şekil 73

Rıdvan'ın Etkinlik 6'da Haftalıklar İçin Oluşturduğu Tablo



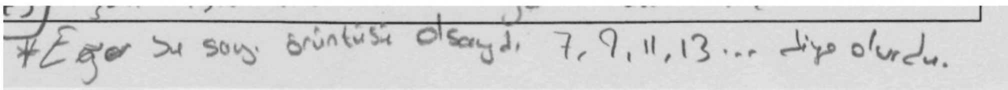
b)

1	7	=> 1.2+5
2	9	=> 2.2+5
3	11	=> 3.2+5
4	12	=> 4.2+5
5	13	=> 5.2+5

Kendi tablolarını yapan öğrenciler, oluşan sayı örüntüsünü fark etmişlerdir. Tablo oluşturulması; öğrencilerin günlük yaşam içerisinde bulunan örüntüleri keşfetmesine ve ilişkiler oluşturmasına yardımcı olmak açısından önemlidir. Problemde oluşan örüntüyü fark eden öğrencilerden biri olan Hazal'ın, çalışma yaprağındaki ifadesi örnek olması açısından Şekil 74'te gösterilmiştir.

Şekil 74

Hazal'ın Etkinlik 6'da Bulduğu Örüntü

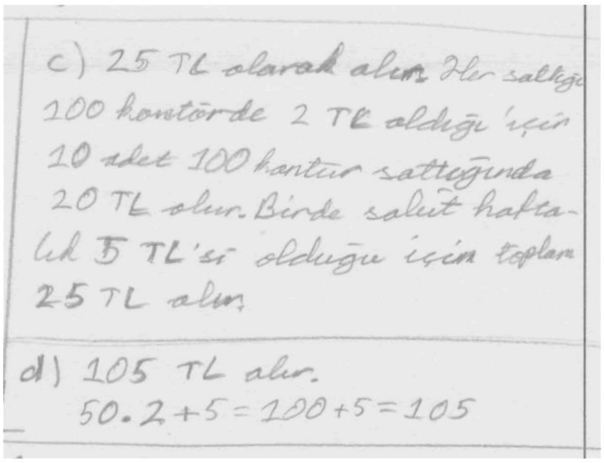


#Eğer şu sayı örüntüsü olsaydı 7, 9, 11, 13 ... diye olurdu.

Öğrencilerin tümü, 3 kontör satışından alacağı haftalığı hesaplayabilmiştir. Bu öğrenciler aynı zamanda 10 adet ve 50 adet 100 kontör satışı ile alacağı haftalığı da sorunsuz biçimde hesaplamışlardır. Bu duruma örnek olabilecek öğrenci Yiğit'e ait yanıt aşağıda Şekil 75'te gösterilmiştir.

Şekil 75

Yiğit'in Etkinlik 6 Sorularına Verdiği Yanıtlar


c) 25 TL olarak alır. Her satışı
100 kontörde 2 TL olduğu için
10 adet 100 kontür sattığında
20 TL olur. Birde sabit hafta-
lık 5 TL'si olduğu için toplam
25 TL alır.

d) 105 TL alır.
50.2+5=100+5=105

Herhangi bir sayıda kontör satışı için alınacak haftalık ile ilgili bir kural oluşturulması istendiğinde öğrencilerin notasyon ile ilgili tereddütleri olmuştur. Bu durum daha önceki etkinlik uygulamalarında "n" notasyonunu adım sayısı olarak nitelendirmelerinden kaynaklanmaktadır. Aslında bu sayede öğrencilerin notasyon konusunda esneklik kazanması sağlanabileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin söz konusu tereddütlerine örnek olması açısından Emre, Aras ve Özge arasında geçen konuşmaya aşağıda yer verilmiştir.

315 Emre: *2 çarpı"n"...*

316 Özge: *Hu! 2 çarpı "n" mi?*

317 Özge: *"n" adım sayısı oluyor ama.*

318 Emre: *Fark etmez ki kontör sayısı, "n" eşittir kontör sayısı.*

319 Aras: *Nasıl? Yanlış oluyor. "n" kontör sayısı mı oluyor?*

320 Emre: *Burada kontör sayısı.*

"n" notasyonunu adım sayısı olarak kabullenen öğrencilerin, bu etkinlikte kontör sayısını temsil etmesi ile ilgili direnç gösterdikleri görülmüştür. Ancak grup tartışmalarını sürdürünce notasyon konusunda hem fikir olmuşlardır ve örüntüye ait genel terimi yazabilmişlerdir. Öğrencilerin bulunduğu etkileşimi görebilmek açısından bu süreçteki konuşmalarına aşağıda yer verilmiştir.

332 ***Emre:*** *"n" şey, kontör.*

333 ***Aras:*** *Tamam onu biliyorum.*

334 ***Özge:*** *100 kontör,100 kontör tamam mı?*

335 ***Emre:*** *2 (TL), her sattığı 100kontör basına aldığı para.*

336 ***Aras:*** *Evet.*

337 ***Emre:****5 (TL) ise haftalık para olduğundan dolayı...*

338 ***Aras:*** *"n" neydi?100kontör müydü?*

339 ***Emre:*** *"n" mi?*

340 ***Aras:*** *Hıhı. Kontör sayısı değil miydi?*

341 ***Emre:*** *100kontör(sayısı).*

342 ***Aras:*** *Kontör sayısı işte.*

343 ***Emre:*** *Tamam fark etmiyor.*

344 ***Emre:*** *Kuralı geliştirdik yazıyorum.*

345 ***Özge:*** *Şey, yazdım. Evet geliştirebiliriz. 2 ile, 2 çarpı "n" , artı 5.*

346 ***Özge:*** *Enes! Kontör adedi ile 2'yi çarparız. Sabit olan 5'i kontörlerden aldığı paraya ekleriz.*

347 ***Emre:*** *Tamam.*

Öğrenciler, notasyon konusunda anlaşmaya vardıktan sonra, birlikte kuralı oluşturmuştur. Notasyon esnekliği sağlandıktan sonra kuralı yazmada gerekçelerinin farkına varabilmişlerdir. Başka bir deyişle "n" notasyonunun niçin 2 ile çarpıldığı ve bu ifadeye niçin 5 eklendiği öğrenciler tarafından fark edilmiş bir durumdur. "n" notasyonu ile ilgili karmaşıklığı çözümleyebilen öğrencilerin örüntüye ait genel terimi yazmaları sorun olmamıştır. Genel terimi yazan öğrenci Mine'nin yanıtı, örnek olması açısından Şekil 76'da gösterilmiştir.

Şekil 76

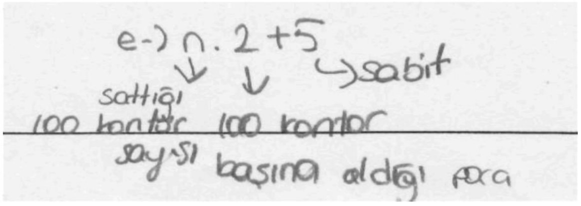
Mine'nin Etkinlik 6 İçin Genel Terim Yazma Yaklaşımı

e-) Her bir sattığı kontörü 2 ile çarpariz. Çarpmanızdaki amaç ise her sattığı kontörde aldığı 2 TL. Sonra 5 ekleriz sabit para olan haftalığıdır.
$n.2+5=?$

Notasyon esnekliğini kazanmış olan öğrencilerden Canan'ın örüntüye ait kuralı yazarken kullandığı kısa ve öz anlatım, örnek olması açısından aşağıda Şekil 77'de gösterilmiştir.

Şekil 77

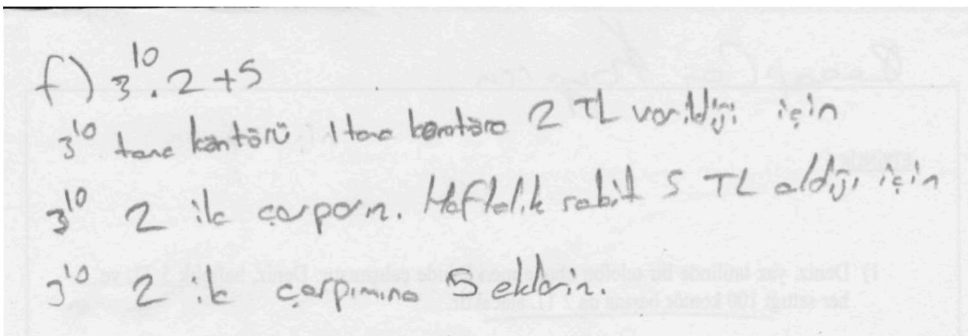
Canan'ın Etkinlik 6 İçin Genel Terim Yazma Yaklaşımı



Üslü ifadeler, öğrencilerin genel terimi yazması için etkinlik sorularında kullanılmıştır. Önceki etkinliklerde üslü ifadeleri kullanan öğrenciler, 3^{10} adet kontör satışından elde edilecek haftalığı bulmak için oluşturdukları ifadeyi rahatlıkla yazabilmişlerdir. Örnek olması açısından öğrenci Rıdvan'ın yanıtı aşağıda Şekil 78'de gösterilmiştir.

Şekil 78

Rıdvan'ın Etkinlik 6 Sorularına Verdiği Yanıtlar



4.3. Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 2'ye İlişkin Bulgular

3. alt probleme ilişkin bulgular bu başlık altında ele alınmaktadır. SÖGP 1'e ilişkin bulgular, öğrenci güçlükleri bağlamında ve Radford (2008)'un cebrisel genelleme inşası çerçevesinde iki başlık altında incelenmektedir.

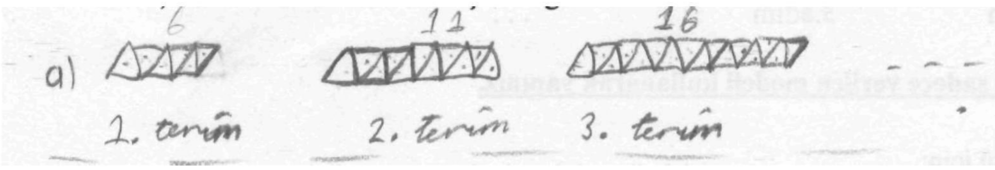
4.3.1. SÖGP 2'ye İlişkin Bulguların Öğrenci Güçlükleri Bağlamında Değerlendirilmesi

Literatürde öğrenci performanslarının soruların sunum biçiminden etkilendiğine dair bulgulara rastlanmaktadır (Tanışlı, 2008; Yaman, 2010; Sasman, Oliver ve Lincheski, 1999). Bu bulgular öğrenci performanslarının sayı dizisi şeklindeki örüntülerde oldukça düşük olduğunu göstermektedir. Benzer şekilde SÖGP 1'de olduğu gibi SÖGP 2'de de sayı dizisi şeklindeki örüntü problemlerinde oldukça zaman harcamışlardır.

SÖGP 1'de öğrencilerde, modellerin daha çok süsleme ve görselleştirme aracı olarak kullanıldığına yönelik algılarının olduğu gözlemlenmiştir. Eylem planı sonrasında uygulanan SÖGP 2'de, 1. ve 2. problemler için öğrencilerden modelleme yapmaları istenmiştir. Öğrencilerde modellere yönelik bulunan süsleme ve görselleştirme algısının değiştiği gözlemlenmiştir. Süslemeye yönelik modelleme yapan sadece 1 öğrenci olmuştur. SÖGP 1'de çoğunlukla tercih edilen modelleme, yan yana dizilen çubuk ya da şekillerden yapılmıştır. Bu duruma örnek olabilecek bir öğrenci örneği Şekil 79'da gösterilmiştir.

Şekil 79

Yiğit'in SÖGP 2'de 2. Problem İçin Yapmış Olduğu Modelleme

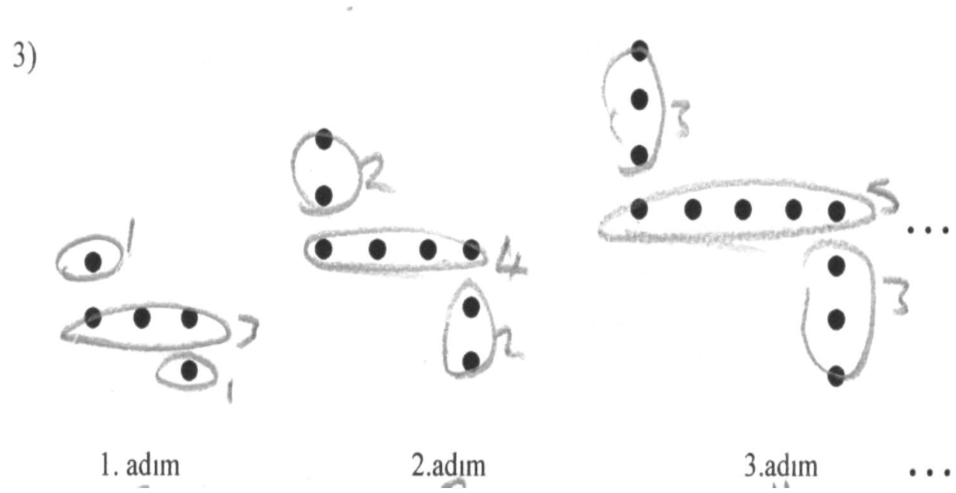


Görüldüğü gibi öğrenci Yiğit, kuralı "5n+1" olan sayı örüntüsü için yan yana dizilen birim üçgenler kullanmıştır. Yaptığı bu modellemenin kuralı bulma yönünde yardımcı olamayacağı söylenebilir.

Problemlerde öğrencilerin tümü, modeli analiz etmeye ve kullanmaya çalışmıştır. Her öğrenci şekil örüntülerindeki modelleri inceleyerek bir ilişki araştırmıştır. Model üzerindeki ilişkilerden yararlanarak soruları yanıtlamaya çalışmışlardır. Bu sayede yakın ve uzak adımları hesaplamada ve örüntüye ait genel terimi yazmada çaba göstermişlerdir. Modelin incelenmesine yönelik örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 80'de gösterilmiştir.

Şekil 80

Rıdvan'ın SÖGP 2'deki 3. Problemde Modeli Analiz Etme Yaklaşımı

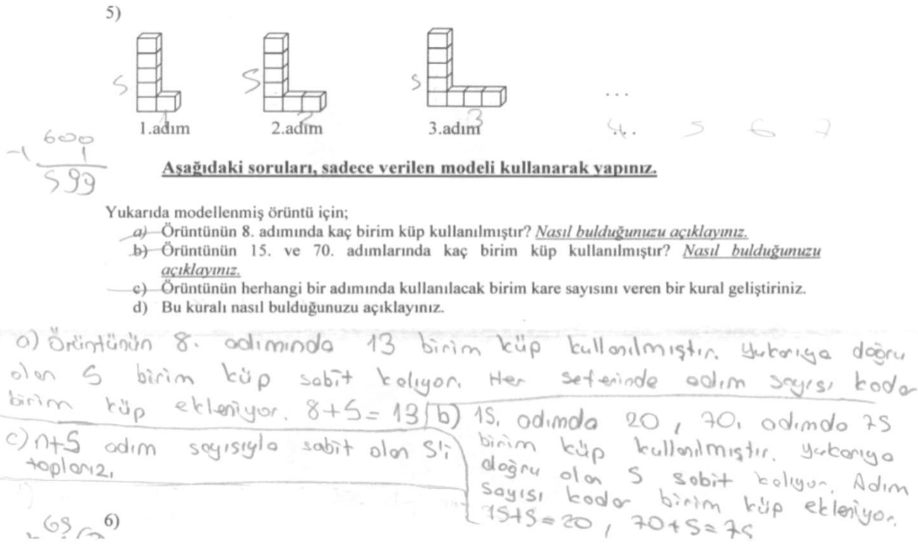


Öğrenci Rıdvan; genel terimi "3n+2" olan şekil örüntüsünü, yakın ve uzak adımları hesaplamaya ve genel terimi yazmaya yardımcı olabilecek şekilde analiz edebilmiştir. Şekil örüntüsünün; her adımda üst ve alt kısımlarda kalan nokta sayısının adım sayısı kadar, arada kalan nokta sayılarının ise adım sayısının 2 fazlası olduğunu belirleyebilmiştir.

Şekil örüntülerinde öğrencilerin modeli kullanma eğiliminin bu uygulamada oldukça fazla olduğu gözlemlenmiştir. Modeli kullanarak yakın ve uzak adımları hesaplayan ve cebirsel genelleme yapabilen bir öğrenci yanıtı Şekil 81'de gösterilmiştir.

Şekil 81

Özge'nin SÖGP 2'deki 5. Problemde Modeli Analiz Etme Yaklaşımı


5)

1.adım 2.adım 3.adım ...

Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.

Yukarıda modellenmiş örüntü için;

a) Örüntünün 8. adımında kaç birim küp kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

b) Örüntünün 15. ve 70. adımlarında kaç birim küp kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) Örüntünün herhangi bir adımında kullanılacak birim kare sayısını veren bir kural geliştiriniz.

d) Bu kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a) Örüntünün 8. adımında 13 birim küp kullanılmıştır. Yukarıya doğru olan 5 birim küp sabit kalıyor. Her seferinde adım sayısı kadar birim küp ekleniyor. 8+5=13

b) 15. adımda 20, 70. adımda 75 birim küp kullanılmıştır. Yukarıya doğru olan 5 sabit kalıyor. Adım sayısı kadar birim küp ekleniyor. 15+5=20, 70+5=75

c) n+5 adım sayısıyla sabit olan 5'i toplarız.

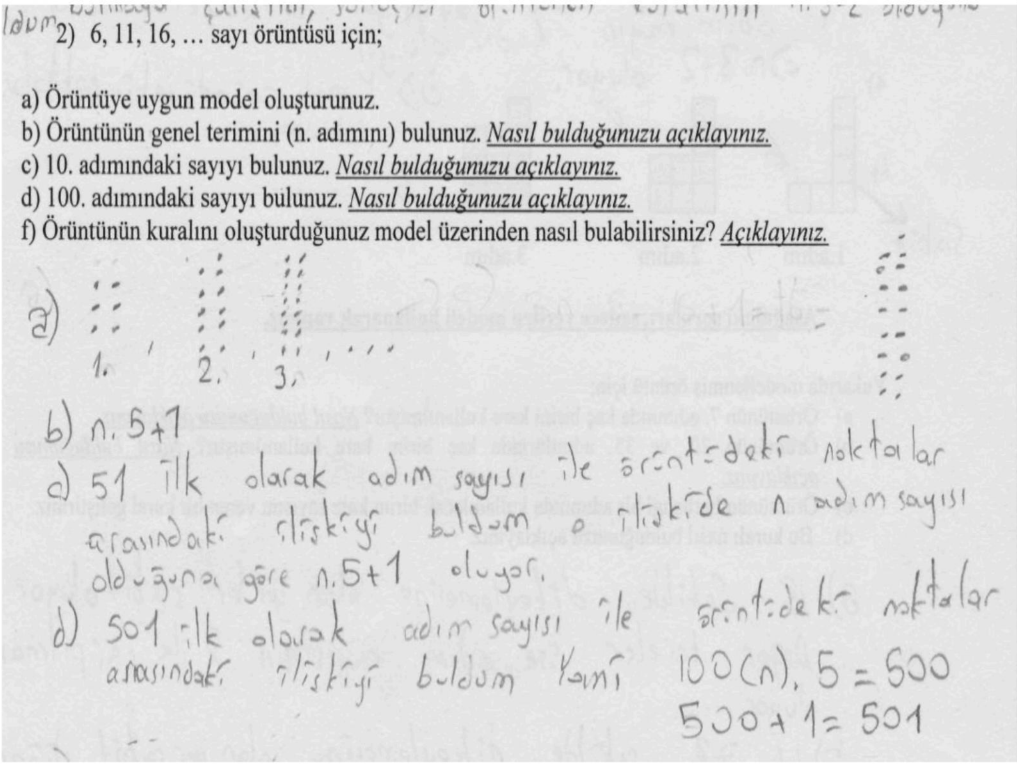
6)

Genel terimi "n+5" olan şekil örüntüsünü öğrenci Özge, yukarıda görüldüğü gibi modeli analiz ederek kullanmaya çalışmıştır. Her bir adımda 5 birim küpten oluşan sütun ve hemen yanında adım sayısı kadar birim küp olduğunu bulmuştur. Böylece Özge, ortak noktasını model üzerinden belirlemiştir. Yakaladığı bu ortak özelliği yakın ve uzak adımları hesaplamak için transfer edebilmiştir. Başka bir deyişle, 8. adıma ait modeli zihninde canlandırabilmiştir. 5 birim küplük bir sütun olacağını, sütunun hemen yanında da 8 birim küp olacağını düşünerek 13 birim küp olduğunu hesaplayabilmiştir. Aynı çözüm yolunu diğer adımlardaki birim küp sayısını hesaplayabilmek için de kullanmıştır. Özge, belirlediği ortak noktadan hareketle örüntünün tüm terimleri için hipotez geliştirebilmiştir. Hipotezinden sonuç çıkararak genel terimi yazabilmiş ve böylece cebirsel genelleme yapabilmiştir.

Literatürde öğrencilerin daha çok ardışık terimler arasındaki ilişkiden hareket ederek bir sonraki terimi bulmaya odaklandıklarını gösteren çalışmalar bulunmaktadır (Lannin, 2002). SÖGP 1'de, bu bulguları destekleyecek sonuçlar elde edilmiştir. SÖGP 2'de ise öğrencilerin ortak noktayı belirlemede çoğunlukla terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye odaklandıkları gözlemlenmiştir. Bu sayede öğrenciler yakın ve uzak adımları hesaplamada ve genel terimi yazmada daha başarılı olmuşlardır. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi araştıran bir öğrencinin yanıtı, örnek olması açısından Şekil 82'de gösterilmiştir.

Şekil 82

Hakan'ın SÖGP 2'deki 2. Problemi Ele Alma Yaklaşımı



2) 6, 11, 16, … sayı örüntüsü için;

a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) Örüntünün genel terimini (n. adımını) bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) 100. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
f) Örüntünün kuralını oluşturduğunuz model üzerinden nasıl bulabilirsiniz? *Açıklayınız.*

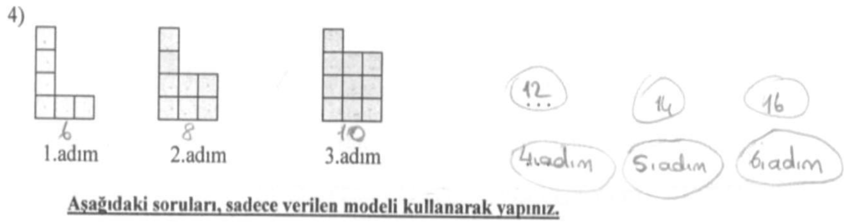
a) 1. 2. 3.
b) n.5+1
c) 51 ilk olarak adım sayısı ile örüntüdeki noktalar arasındaki ilişkiyi buldum o ilişkide n adım sayısı olduğuna göre n.5+1 oluyor.
d) 501 ilk olarak adım sayısı ile örüntüdeki noktalar arasındaki ilişkiyi buldum yani 100(n).5=500
500+1=501

Öğrenci Hakan, kuralı bulmaya yönelik bir model oluşturamasa da ortak noktasını belirlerken terim sırası ile terim arasındaki ilişkiden yararlanmıştır. Buradan belirlediği ilişki ile hem genel terimi yazabilmiştir hem de yakın ve uzak adımı hesaplamada başarılı olmuştur.

Öğrencilerden bazıları ardışık terimler arasındaki farkı bularak örüntüyü genişletseler de buldukları ilişkinin kontrolü açısından yapanlar olmuştur. Bu duruma örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 83'te gösterilmiştir.

Şekil 83

Reyhan'ın SÖGP 2'deki 4. Problemi Ele Alma Yaklaşımı



Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.

Yukarıda modellenmiş örüntü için;

a) Örüntünün 7. adımında kaç birim kare kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) Örüntünün 20. ve 35. adımlarında kaç birim kare kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Örüntünün herhangi bir adımında kullanılacak birim kare sayısını veren bir kural geliştiriniz.
d) Bu kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

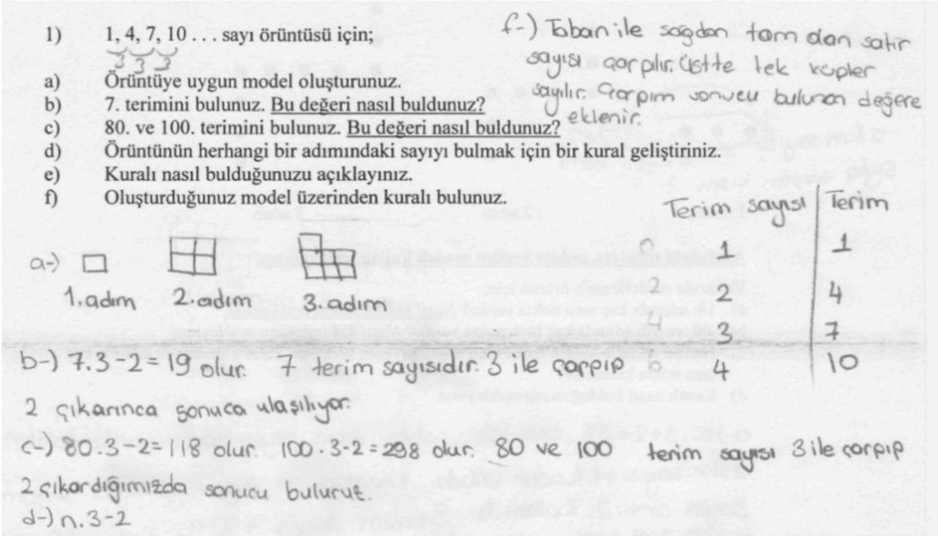
a) Baştaki bloklar sabit olduğu için, yanındaki bloklar adım sayısı kadar artıyor. 14+4=18 ⇒ 7. adımdaki terim sayısı.
b) a'daki işlemin aynısını yaparım ⇒ 40+4=44 ⇒ 20. adım. 70+4=74 ⇒ 35. adım.
c) n. 2+4 = birim kare
d) modelden yararlanarak buldum. En baştaki blok sabit yani 4. Onun yanındaki blok adım sayısının 2 katı kadar artıyor.

Öğrenci Reyhan, Şekil 83'te görüldüğü gibi modelden yaralanarak yakın ve uzak adımı hesaplayabilmiş ve genel terimi yazabilmiştir. Ancak bulduğu ilişkiyi kontrol etmek için yine de ardışık terimler arasındaki farkı kullanarak 7. adıma kadar saydığı gözlemlenmiştir.

Öğrenciler, SÖGP 1'de örüntülere uygun tablo oluşturmayı hiçbir şekilde tercih etmemiştir. Ancak SÖGP 2'de terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi incelemek için tablo oluşturmak, çoğunlukla başvurdukları bir strateji olmuştur. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi incelemek için tablo oluşturan bir öğrenci yanıtı Şekil 84'te gösterilmiştir.

Şekil 84

Canan'ın SÖGP 2'deki 1. Problemi Ele Alma Yaklaşımı


1) 1, 4, 7, 10 . . . sayı örüntüsü için;
a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) 7. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
c) 80. ve 100. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
d) Örüntünün herhangi bir adımındaki sayıyı bulmak için bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
f) Oluşturduğunuz model üzerinden kuralı bulunuz.

f-) Taban ile sağdan tam dan satır sayısı çarpılır. Üstte tek küpler sayılır. Çarpım sonucu bulunan değere eklenir.

a-) 1. adım 2. adım 3. adım

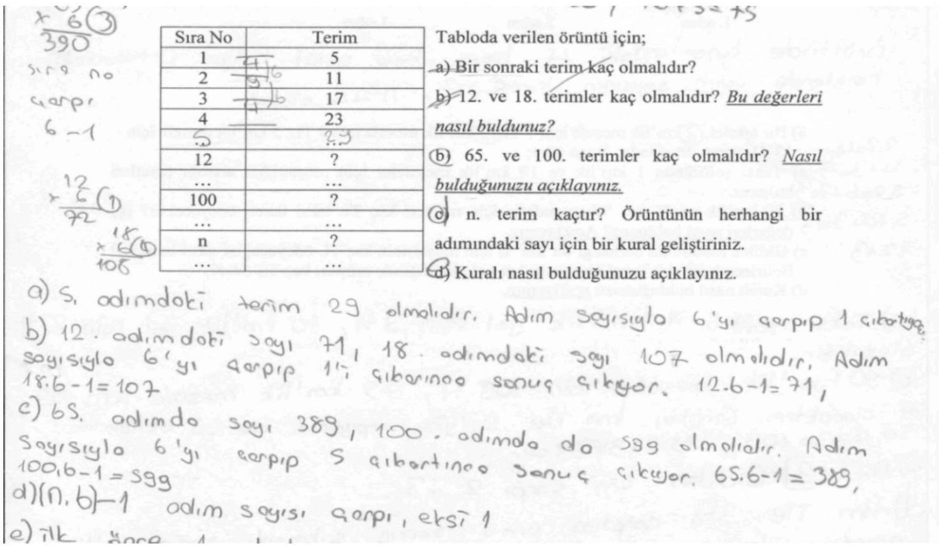
Terim sayısı	Terim
1	1
2	4
3	7
4	10

b-) 7.3 − 2 = 19 olur. 7 terim sayısıdır. 3 ile çarpıp 2 çıkarınca sonuca ulaşılıyor.
c-) 80.3 − 2 = 118 olur. 100.3 − 2 = 298 olur. 80 ve 100 terim sayısı 3 ile çarpıp 2 çıkardığımızda sonucu buluruz.
d-) n.3 − 2

SÖGP 1'de bazı öğrencilerin hiçbir şekilde notasyon kullanmadıkları gözlemlenmiştir. Ancak SÖGP 2'de tüm öğrencilerin notasyon kullandıkları ve çoğunluğunun genel terimi doğru şekilde ifade edebildiği gözlemlenmiştir. SÖGP 1'de hiçbir şekilde cebirsel genelleme yapamayan ve notasyon kullanmayan Özge'nin, SÖGP 2'de cebirsel genelleme yaparak yazdığı genel terim ifadesi örnek olması açısından aşağıda Şekil 85'te gösterilmiştir.

Şekil 85

Özge'nin SÖGP 2'deki 6. Problemi Ele Alma Yaklaşımı


Sıra No	Terim
1	5
2	11
3	17
4	23
5	29
12	?
…	…
100	?
…	…
n	?
…	…

Tabloda verilen örüntü için;
a) Bir sonraki terim kaç olmalıdır?
b) 12. ve 18. terimler kaç olmalıdır? Bu değerleri nasıl buldunuz?
c) 65. ve 100. terimler kaç olmalıdır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
d) n. terim kaçtır? Örüntünün herhangi bir adımındaki sayı için bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

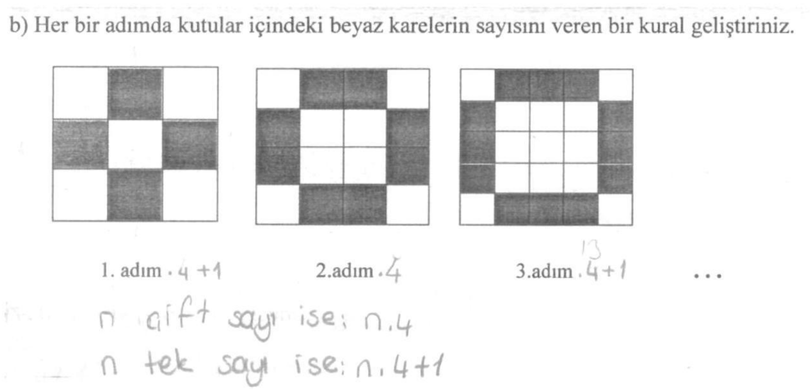
sıra no çarpı 6 − 1

a) 5. adımdaki terim 29 olmalıdır. Adım sayısıyla 6'yı çarpıp 1 çıkartınca
b) 12. adımdaki sayı 71, 18. adımdaki sayı 107 olmalıdır. Adım sayısıyla 6'yı çarpıp 1'i çıkarınca sonuç çıkıyor. 12.6 − 1 = 71, 18.6 − 1 = 107
c) 65. adımda sayı 389, 100. adımda da 599 olmalıdır. Adım sayısıyla 6'yı çarpıp 1 çıkartınca sonuç çıkıyor. 65.6 − 1 = 389, 100.6 − 1 = 599
d) (n.6) − 1 adım sayısı çarpı, eksi 1
e) İlk önce …

Bu uygulamada, öğrencilerin şekil örüntülerinde bir ilişki belirleyemedikleri zaman terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye yöneldikleri gözlemlenmiştir. Sadece modelden yararlanarak örüntüye ait kuralın bulunmasının istendiği 7. soru için öğrenciler çoğunlukla modeli kullanmışlardır. Bu açık uçlu soruda rastlanan en ilginç durum ise öğrenci Canan'ın kuralı "n.n + 4" olan örüntü için, adım sayısının tek veya çift sayı oluşuna göre iki tane kural geliştirmiş olmasıdır. Canan'ın yanıtı Şekil 86'da gösterilmiştir.

Şekil 86

Canan'ın SÖGP 2'deki 7. Problemde Modeli Analiz Etme Yaklaşımı



Canan, görüldüğü gibi modeldi analiz edemediği için terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Belirlemiş olduğu özellikler 1., 2. ve 3. adım için doğru olsa da örüntünün tüm terimleri için geçerli bir özellik değildir. Belirlediği hipotezi diğer adımlar için test etmediği için yanlış bir genelleme yaptığı görülmüştür.

SÖGP 2'de öğrencilerin notasyon destekli cebirsel genelleme yapabildikleri, bir kural ifadesi için sözel ifadeler yerine cebirsel ifadeler kullandıkları, yakın ve uzak adımı kolayca hesaplayabildikleri, sayma yöntemini çoğunlukla tercih etmedikleri ve modelleri bir kural bulma yönünde kullanabildikleri gözlemlenmiştir.

4.3.2. SÖGP 2'ye İlişkin Bulguların Cebirsel Genelleme İnşası Çerçevesinde Değerlendirilmesi

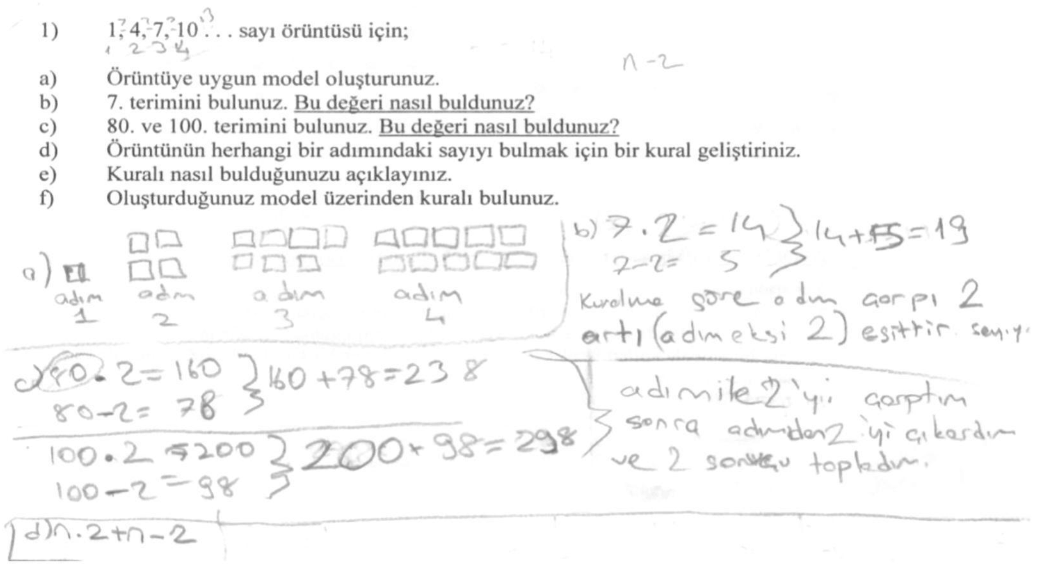
Geliştirilen eylem planının, öğrenciler üzerindeki etkilerini belirlemek amacıyla uygulanan SÖGP 2'deki öğrenci yaklaşımları Radford (2008) 'un kuramsal çerçevesi altında analiz edilmiştir. Bu bölümde öğrencilerin yanıtları ortak noktayı belirleme, hipotez oluşturma ve genel terimi yazma başlıkları altında sunulacaktır.

Ortak Noktayı Belirleme

Örüntünün belli bir bölümüne ait benzerlik ve farklılıklardan hareketle ortak nokta belirlenmektedir. Belirlenen bu ortak nokta, genel bir terime ulaşılmasını ve cebirsel genelleme sürecinin tamamlanmasını sağlayacağı gibi cebrisel genelleme sürecinden uzaklaşılmasına da neden olabilir. Öğrencilerin SÖGP 1'de çoğunlukla ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyerek ortak noktalarını belirledikleri gözlemlenmiştir. SÖGP 2'de ise öğrencilerin çoğunlukla terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleyerek ortak noktalarını belirledikleri gözlemlenmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin çoğunluğunun örüntüyü genişletmeye yönelik eğilimlerinden uzaklaşarak örüntüyü genelleme yönünde hareket ettikleri görülmüştür. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci örneği Şekil 87'de gösterilmiştir.

Şekil 87

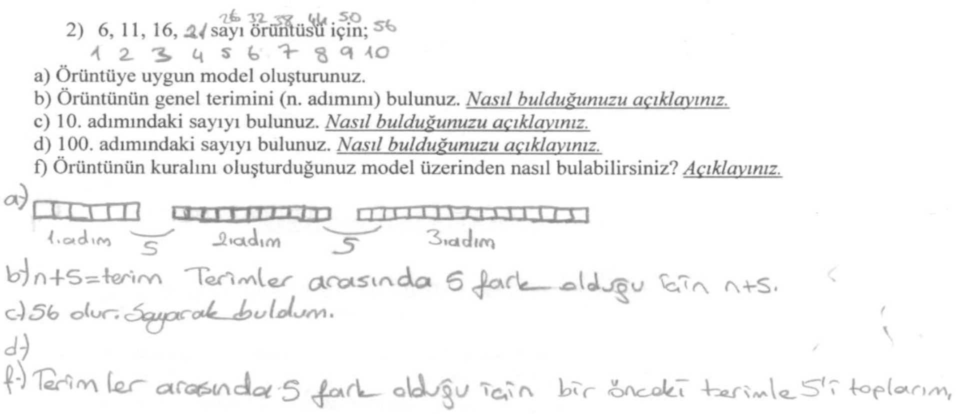
SÖGP 2'deki 1. Problemde Bir Öğrencinin Ortak Noktayı Belirleme Yaklaşımı



Sayı dizilerinde ve şekil örüntülerinde, ortak noktayı belirlemede sadece üç öğrencinin ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceledikleri görülmüştür. Örüntüyü genişletmeye dayalı bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci örneği Şekil 88'de gösterilmiştir.

Şekil 88

SÖGP 2'deki 2. Problemde Bir Öğrencinin Ortak Noktayı Belirleme Yaklaşımı

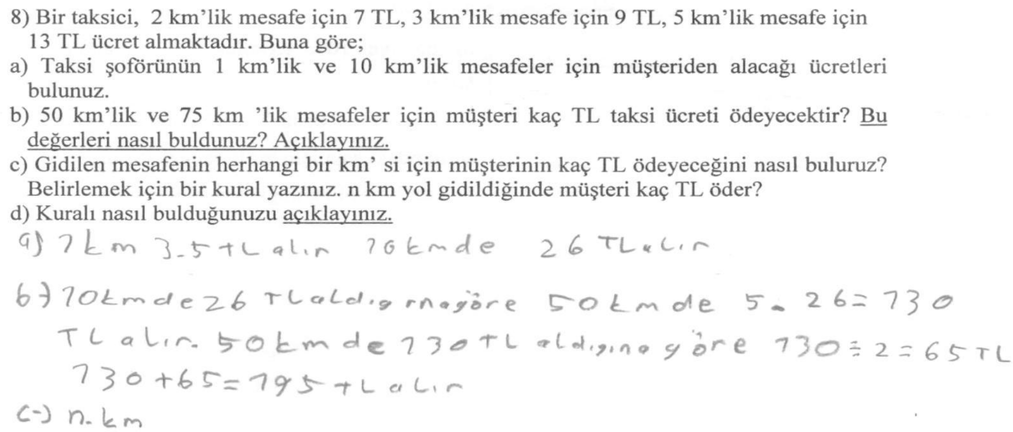

2) 6, 11, 16, 21 sayı örüntüsü için; 26 32 38 44 50 56
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) Örüntünün genel terimini (n. adımını) bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) 100. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
f) Örüntünün kuralını oluşturduğunuz model üzerinden nasıl bulabilirsiniz? *Açıklayınız.*

a) 1.adım 5 2.adım 5 3.adım
b) n+5=terim Terimler arasında 5 fark olduğu için n+5.
c) 56 dur. Sayarak buldum.
d-)
f-) Terimler arasında 5 fark olduğu için bir önceki terimle 5'i toplarım,

SÖGP 2'de sadece iki öğrencinin örüntü probleminde ortak noktayı belirlemede terim sırası sayıları arasındaki oranı incelediği görülmüştür. Bu öğrenci yanıtı Şekil 89'da gösterilmiştir.

Şekil 89

SÖGP 2'deki 8. Problemde Bir Öğrencinin Ortak Noktayı Belirleme Yaklaşımı

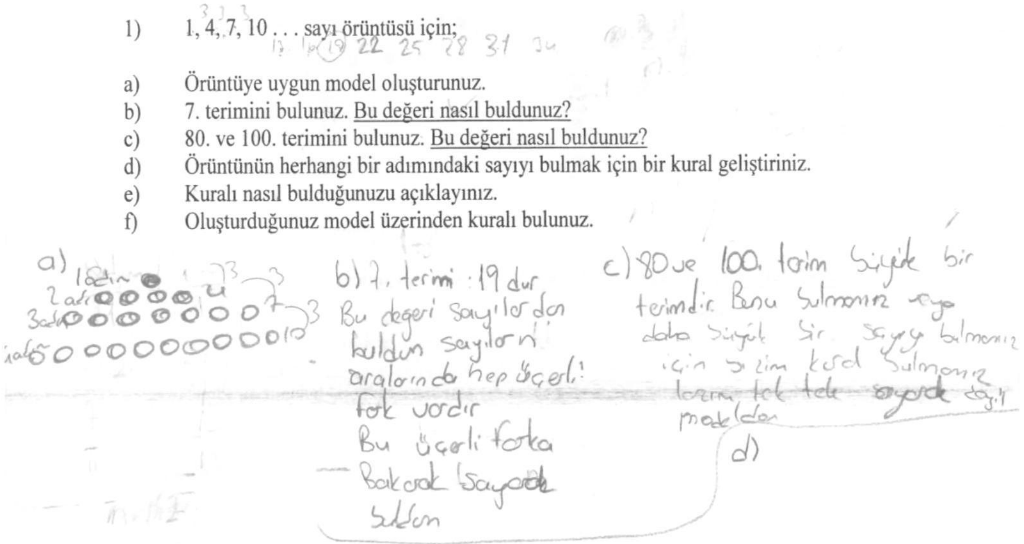

8) Bir taksici, 2 km'lik mesafe için 7 TL, 3 km'lik mesafe için 9 TL, 5 km'lik mesafe için 13 TL ücret almaktadır. Buna göre;
a) Taksi şoförünün 1 km'lik ve 10 km'lik mesafeler için müşteriden alacağı ücretleri bulunuz.
b) 50 km'lik ve 75 km 'lik mesafeler için müşteri kaç TL taksi ücreti ödeyecektir? Bu değerleri nasıl buldunuz? Açıklayınız.
c) Gidilen mesafenin herhangi bir km' si için müşterinin kaç TL ödeyeceğini nasıl buluruz? Belirlemek için bir kural yazınız. n km yol gidildiğinde müşteri kaç TL öder?
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a) 1 km 3,5 TL alır 10 km de 26 TL alır
b) 10 km de 26 TL aldığına göre 50 km de 5.26=130 TL alır. 50 km de 130 TL aldığına göre 130÷2=65 TL
130+65=195 TL alır
c-) n.km

Ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerin diğer açık uçlu sorularda terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye yöneldikleri de gözlemlenmiştir. Bu öğrenciler terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi incelerken bir özellik belirleyemediklerinde ardışık terimler arsındaki ilişkiye yönelmişlerdir. Böylece yakın adımları hesaplayabilmişlerdir. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci örneği Şekil 90'da ve 91'de gösterilmiştir.

Şekil 90

Hazal'ın SÖGP 2'deki 1. Problemde Ortak Noktayı Belirleme Yaklaşımı

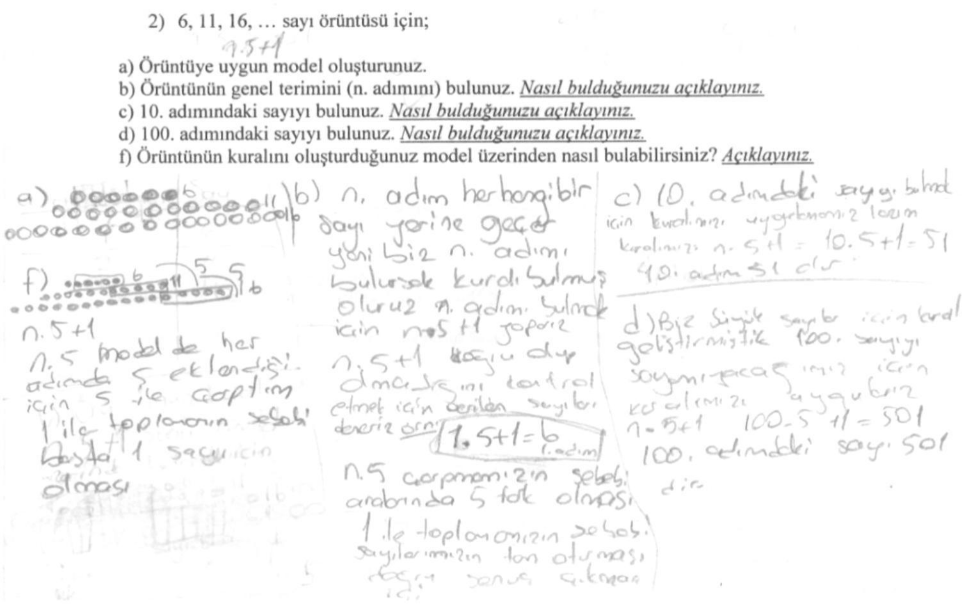

1) 1, 4, 7, 10 . . . sayı örüntüsü için;

a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) 7. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
c) 80. ve 100. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
d) Örüntünün herhangi bir adımındaki sayıyı bulmak için bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
f) Oluşturduğunuz model üzerinden kuralı bulunuz.

SÖGP 2'de çoğunlukla ortak noktayı belirlerken terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleyen bu öğrencinin, bir ilişki belirleyemediğinde yaklaşımını ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleme olarak değiştirdiği görülmüştür. Özellikle c şıkkına verdiği yanıttan bir bakıma çaresiz kaldığı için kullandığı gözlemlenmiştir. Bu öğrencinin diğer sorularda kullandığı terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme yaklaşımına örnek olabilecek yanıtı Şekil 91'de gösterilmiştir.

Şekil 91

Hazal'ın SÖGP 2'deki 2. Problemde Ortak Noktayı Belirleme Yaklaşımı



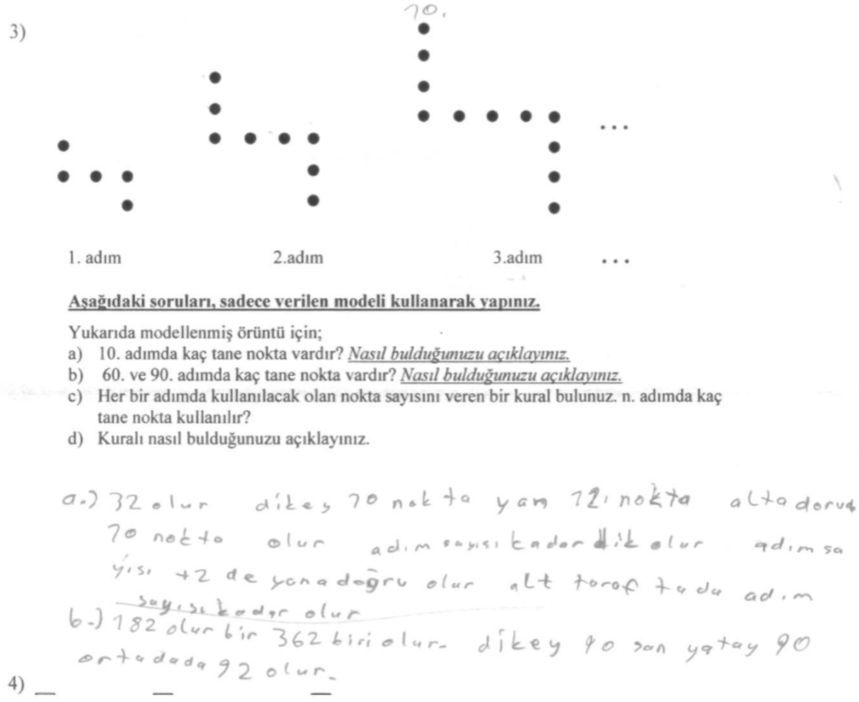
SÖGP 2'de öğrencilerin çoğunluğunda ortak noktayı belirlerken bir kuralı bulmaya yönelik yaklaşımlarının olduğu gözlemlenmiştir. Bu strateji ile hareket eden öğrencilerin yakın ve uzak adımları hesaplamada daha başarılı oldukları ve örüntüye ait bir genel terim yazabildikleri gözlemlenmiştir.

Hipotez Geliştirme

SÖGP 2'de ortak noktayı belirlemede kullanılan yaklaşımların, hipotez geliştirme aşamasını nasıl etkilediği aşağıda ele alınmıştır. Bu aşamada ortak noktasını belirlemede terim sırası ile terim arasındaki ilişkiye odaklanan öğrencilerin kuralı bulma yönünde bir hipotez geliştirebildikleri gözlemlenmiştir. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 92'de gösterilmiştir.

Şekil 92

SÖGP 2'deki 3. Problemde Bir Öğrencinin Hipotez Geliştirme Yaklaşımı


3)

10.

1. adım 2.adım 3.adım ...

Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.

Yukarıda modellenmiş örüntü için;
a) 10. adımda kaç tane nokta vardır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) 60. ve 90. adımda kaç tane nokta vardır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Her bir adımda kullanılacak olan nokta sayısını veren bir kural bulunuz. n. adımda kaç tane nokta kullanılır?
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a.) 32 olur dikey 10 nokta yanı 12 nokta alta doruğ 10 nokta olur adım sayısı kadar dik olur adım sayısı +2 de yana doğru olur alt tarafta da adım sayısı kadar olur

b.) 182 olur bir 362 biri olur. dikey 90 son yatay 90 ortadada 92 olur.

4)

Şekil 92'de verilen öğrenci yanıtında öğrencinin ortak noktasını belirlemede terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi ele alması onun kuralı bulma yönünde bir hipotez geliştirebilmesine yardımcı olmuştur

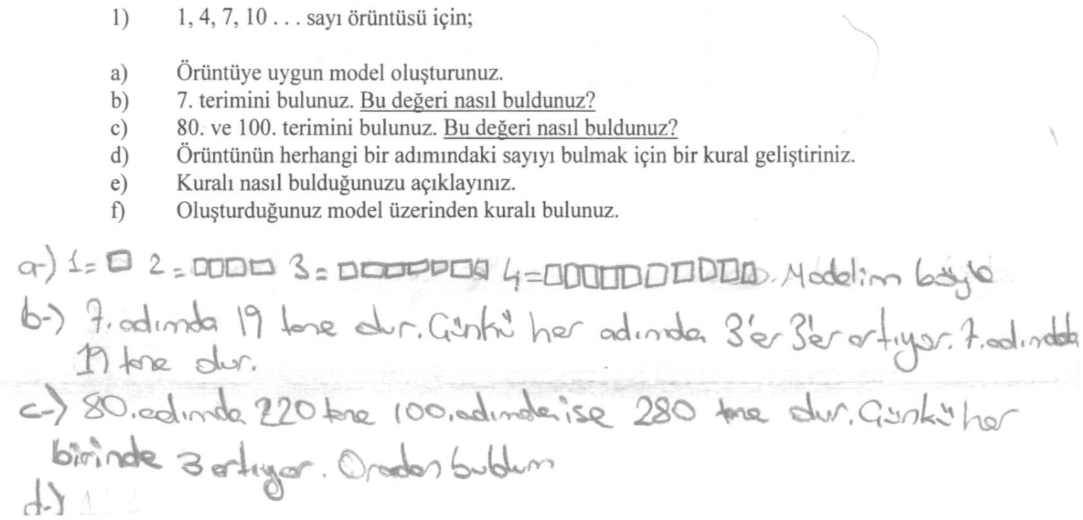
Ortak noktasını terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleyerek belirleyen öğrencilerin oluşturdukları hipotezler ile ilgili ifadelerden bazıları şöyledir:

- Adım sayısını 2 ile çarpar 3 ekleriz.
- Adım sayısı ile birim küp sayısı arasında 5 fark var.
- En soldaki sütun 4 (birim kare), sağdaki iki sütunda adım sayısına eşit (birim kare) olur.
- Terim sayısı ile terimler arasındaki farkı çarpıp 2 çıkardığımızda sonuç çıkar.
- Adım sayısı kadar (üst) dik (sütunda) (nokta) olur, adım sayısı + 2 de yana doğru (nokta) olur, alt (sütunda) tarafta da adım sayısı kadar (nokta)olur.
- Adım sayısından bir fazla (birim kare) taban + 4 sabit (birim) kare.

Nadiren de olsa ortak noktayı belirlemede ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerin, hipotezler oluşturamadıkları ya da oluşturdukları hipotezleri uzak adımlar için uygulayamadıkları görülmüştür. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 93'te gösterilmiştir.

Şekil 93

SÖGP 2'deki 1. Problemde Bir Öğrencinin Hipotez Geliştirme Yaklaşımı



1) 1, 4, 7, 10 . . . sayı örüntüsü için;

a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) 7. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
c) 80. ve 100. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
d) Örüntünün herhangi bir adımındaki sayıyı bulmak için bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
f) Oluşturduğunuz model üzerinden kuralı bulunuz.

a) 1= □ 2= □□□□ 3= □□□□□□□ 4=□□□□□□□□□□. Modelim böyle
b-) 7. adımda 19 tane dur. Çünkü her adımda 3'er 3'er artıyor. 7. adımda 19 tane dur.
c-) 80. adımda 220 tane 100. adımda ise 280 tane dur. Çünkü her birinde 3 artıyor. Oradan buldum
d-)

Öğrencilerin ardışık terimler arasındaki ilişkiden hareketle oluşturdukları hipotezlerin bir kuralı bulma yönünde olmadığı görülmüştür. Oluşturdukları hipotez ifadelerinden bazıları ise şöyledir:

- Her artan adımda 3 sayı artıyor.
- Her adımda 3 artıyor.
- Terimler arasında 5 fark olduğu için bir önceki terimle 5'i toplarım.
- Her adımda birim kare sayısı 2 tane artmış.

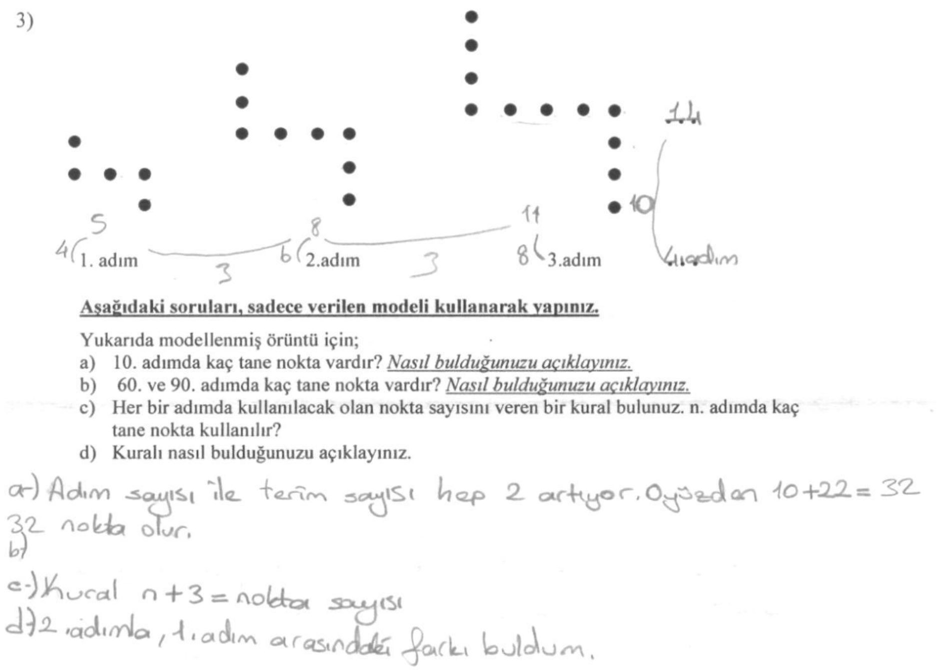
Genel Terimi Yazma

Cebirsel genelleme sürecinin tamamlanabilmesi için örüntünün tüm terimleri için geçerli olan hipotezden sonuç çıkarılarak genel terimin yazılması gerekir. Burada notasyon kullanımı söz konusudur. SÖGP 2'de öğrencilerin tümü doğru ya da yanlış şekilde yaptıkları genellemelere notasyon kullanarak cebirsel ifadeler yazmışlardır.

Ortak noktayı belirlemede ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerin yazdıkları genel terimi olgunlaşmamış tümevarımlar ile yazdıkları görülmüştür. Bu şekilde örüntüyü genişletmeye dayalı olarak olgunlaşmamış tümevarımlar yoluyla genel terim yazan öğrenci sayısı 2'dir. Özellikle bu öğrencilerden birinin, " n " notasyonunu terim sırası yerine terimi temsil edecek şekilde SÖGP 2'de yer yer kullandığı gözlemlenmiştir. Bu bulguya örnek olabilecek öğrenci yanıtı Şekil 94'te gösterilmiştir.

Şekil 94

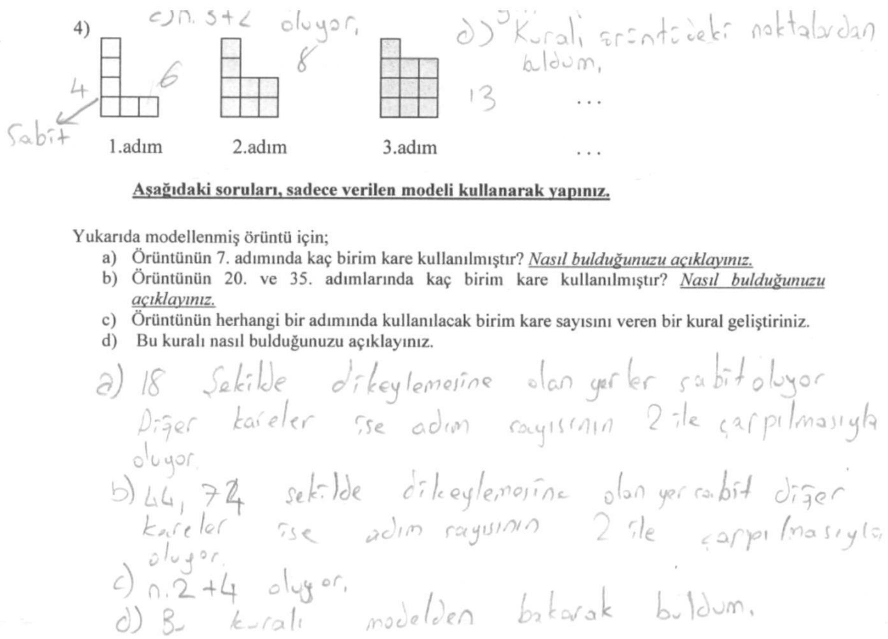
SÖGP 2'deki 3. Problemde Bir Öğrencinin Genel Terim Yazma Yaklaşımı



Ortak noktayı belirlemede terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerin cebirsel genelleme yaparak örüntüye ait kuralı yazabildikleri görülmüştür. Özellikle terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerin cebirsel genellemeye ulaşmada şekil örüntülerinde daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 95'te gösterilmiştir.

Şekil 95

SÖGP 2'deki 4. Problemde Bir Öğrencinin Genel Terim Yazma Yaklaşımı


4) c) n.5+2 oluyor, d) Kuralı örüntüdeki noktalardan buldum,

4 6 8 13

Sabit

1.adım 2.adım 3.adım ...

Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.

Yukarıda modellenmiş örüntü için;

a) Örüntünün 7. adımında kaç birim kare kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) Örüntünün 20. ve 35. adımlarında kaç birim kare kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Örüntünün herhangi bir adımında kullanılacak birim kare sayısını veren bir kural geliştiriniz.
d) Bu kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a) 18 Şekilde dikeylemesine olan yerler sabit oluyor Diğer kareler ise adım sayısının 2 ile çarpılmasıyla oluyor.
b) 44, 74 şekilde dikeylemesine olan yer sabit diğer kareler ise adım sayısının 2 ile çarpılmasıyla oluyor.
c) n.2+4 oluyor.
d) Bu kuralı modelden bakarak buldum.

Öğrencilerin cebirsel genellemeye ulaşarak genel terimi yazmada başarılı oldukları soru türlerinin; şekil örüntüleri, sözel problem, tablo ve sayı dizisi şeklinde sıralandığı gözlemlenmiştir.

4.4. Eylem Planı Sonrasında Öğrencilerde Görülen Gelişmeler

4. alt probleme ilişkin bulgular bu başlık altında incelenmiştir. Literatürde rapor edilen öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik geliştirilen eylem planının öğrencilerde ne gibi gelişimler sağladığını görebilmek için genel bir değerlendirme yapılmıştır. Bunun için eylem planının öğrenciler üzerindeki etkisi; strateji kullanımı, cebirsel genelleme yapabilme, notasyon kullanımı ve modelin etkili kullanılması başlıkları altında aşağıda ayrıntılı olarak incelenecektir.

4.4.1. Strateji Kullanımına Yönelik Gelişmeler

Öğrencilerin eylem planı öncesinde var olan bilgi ve becerilerini, kullandıkları yöntem ve stratejileri belirleyebilmek için hazırlanan açık uçlu problemlerde kullanılan çözüm yolları incelenmiştir. Yapılan değerlendirme sonucunda öğrencilerin bir kural bulma yönünde çok fazla strateji geliştiremediği görülmüştür. SÖGP 1'de öğrencilerin kullanmış oldukları stratejiler Tablo 4'te gösterilmiştir.

Tablo 4

SÖGP 1'de Öğrencilerin Kullandıkları Stratejiler

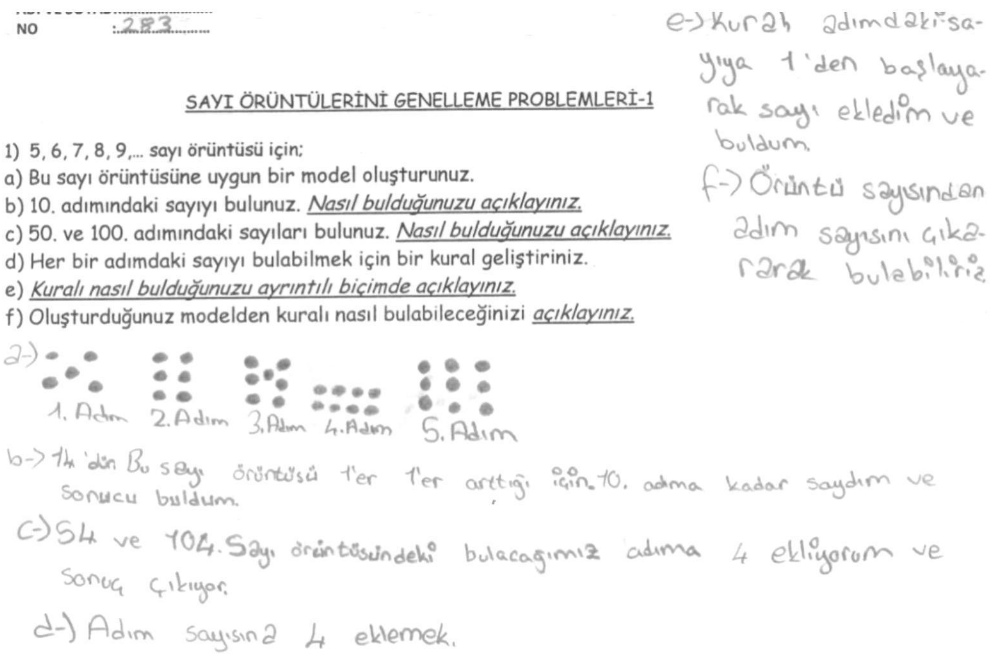
Öğrenciler	***Kullanılan Stratejiler***			
	Ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleme	**Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme**	**Terim sırası sayıları arasındaki oranı inceleme (bütüne genişletme)**	**Deneme yanılma**
Emre	√	√		√
Hakan	√	√		√
Özge	√	√	√	√
Aras	√	√	√	√
Arda	√	√		√
Yiğit	√	√		√
Reyhan	√	√		√
Canan	√	√		√
Rıdvan	√	√		√
Mine	√	√		√
Begüm	√	√		√
Hazal	√	√	√	√
Birol	√	√	√	√

"Ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleme" stratejisi; terimler arasındaki farkı kullanarak hareket etme yönünde ifade edilebilir. "Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme" stratejisi terim sırasını kullanarak terime ulaşmada kullanılan ve her terim sırası için geçerli olan ortak bir işlem yolunun ele alınması şeklindedir. "Terim sırası sayıları arasındaki oranı inceleme" stratejisi terim sıra sayıları arasında kurulan oranının terimler arasında da kullanılması şeklinde açıklanabilir. "Deneme yanılma" stratejisi belirgin bir çözüm yolu kullanmadan tesadüf eseri denemeler yoluyla bir genel terime ulaşmayı ifade etmektedir.

SÖGP 1'de Tablo 4'ten de anlaşılacağı üzere öğrencilerin, strateji anlamında çeşitlilik gösteremedikleri gibi kullandıkları stratejiler ile de genel bir terime çoğunlukla ulaşamadıkları gözlemlenmiştir. Başka bir deyişle seçtikleri strateji ile cebirsel ifade yazamayan öğrenci sayısı oldukça fazladır. SÖGP 1'de problemlerin tümünde cebrisel genelleme yapabilen öğrenci olmadığı gözlemlenmiştir. Açık uçlu problemlerde çoğunlukla cebirsel genelleme yapabilen öğrenci sayısı 2'dir. Örüntüye ait bir kural için öğrencilerin genel olarak sözel ifadeler kullandıkları gözlemlenmiştir. Bu bulguya örnek olması açısından Şekil 96'da SÖGP 1'de seçtiği stratejiyle genel terimi yazamayan bir öğrenci yanıtı gösterilmiştir.

Şekil 96

Emre'nin SÖGP 1'deki 1. Problemde Kullanmış Olduğu Strateji



NO :283

SAYI ÖRÜNTÜLERİNİ GENELLEME PROBLEMLERİ-1

1) 5, 6, 7, 8, 9,... sayı örüntüsü için:
a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 50. ve 100. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz.
e) *Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.*
f) Oluşturduğunuz modelden kuralı nasıl bulabileceğinizi *açıklayınız.*

e-) Kuralı adımdaki sayıya 1'den başlayarak sayı ekledim ve buldum.
f-) Örüntü sayısından adım sayısını çıkararak bulabiliriz.

a-) 1. Adım 2. Adım 3. Adım 4. Adım 5. Adım

b-) 14'dün Bu sayı örüntüsü 1'er 1'er arttığı için 10. adıma kadar saydım ve sonucu buldum.

c-) 54 ve 104. Sayı örüntüsündeki bulacağımız adıma 4 ekliyorum ve sonuç çıkıyor.

d-) Adım sayısına 4 eklemek.

Öğrenci Emre'nin Şekil 96'daki yanıtlarında farklı stratejiler kullandığı görülmüştür. Öncelikle stratejisini ardışık terimler arasındaki ilişki olarak seçmiştir ve bu sayede yakın adımı hesaplayabilmiştir. Ancak uzak adımlar için ortak noktasını belirlemede, stratejisini terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme olarak belirlemiştir. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiden hareketle örüntünün tüm terimleri için geçerli olan bir hipotez geliştirebilmek için deneme ve yanılma yaptığı verdiği yanıtlardan gözlemlenmiştir. Ancak geliştirdiği hipotezden genel bir terim yazamamıştır. Kuralı ise “adım sayısına 4 eklemek” şeklinde sözel olarak ifade etmiştir.

Eylem planı sonrasında 8 tane açık uçlu problemin bulunduğu SÖGP 2’ de öğrencilerin yanıtlarında kullanmış olduğu strateji dağılımı Tablo 5’te görülmektedir.

Tablo 5

SÖGP 2’de Öğrencilerin Kullandıkları Stratejiler

Öğrenciler	***Kullanılan Stratejiler***						
	Ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleme	**Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme**	**Terim sırası sayıları arasındaki oranı inceleme (bütüne genişletme)**	**Deneme yanılma**	**Tablo yapma**	**Modelleme yapma**	**Modelden yararlanma**
Emre	√	√					
Hakan		√			√		√
Özge		√					√
Aras		√					√
Arda		√					√
Yiğit		√		√			√
Reyhan	√		√	√			√
Canan		√		√	√	√	√
Rıdvan		√		√	√		√
Mine	√	√		√			√
Begüm	√	√					√
Hazal		√					√
Birol	√	√			√		√

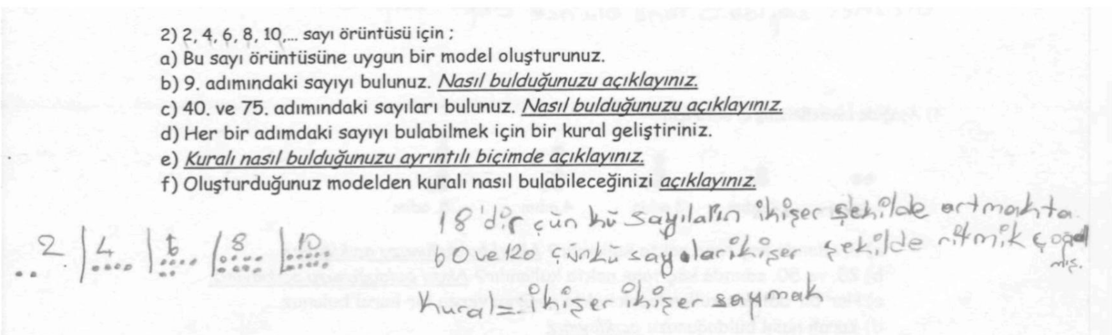
Burada tablo yapma stratejisi; tablonun sütunlarına terim sırası ile onlara karşılık gelen terimleri yazmak suretiyle aralarındaki ilişkinin incelenmesine dayanır. Modelleme yapma stratejisi, sayı örüntülerine uygun ve kuralı bulma yönünde yardımcı olan bir model oluşturmak suretiyle örüntüye ait ilişkilerin araştırılmasına dayanmaktadır. Modelden yararlanma stratejisi; şekil örüntülerinde model üzerinden kuralı bulma yönünde analiz ve incelemeler yapmaya dayanır.

Tablo 4 ile Tablo 5'i karşılaştırırsak öğrencilerin kullandıkları stratejilerde çeşitliliğin arttığı görülebilir. Öğrenciler SÖGP 1'de 4 değişik strateji kullanmışken, SÖGP 2'de 7 değişik strateji kullanmıştır.

Örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma (Lannin 2002) güçlüğünü gidermek için terim sırası ile terim sırası arasındaki ilişkiye dikkatin çekilmesi amacıyla Etkinlik 2 hazırlanmıştır. Öğrencilerin eylem planı öncesinde ortak noktayı belirlemede ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleme yönünde kullandıkları stratejilerini eylem planı sonrasında terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisine doğru değiştirdikleri gözlemlenmiştir. Radford (2008), ardışık terimler arasındaki ilişkinin kuralı bulma yönünde bir strateji olmadığını ifade etmiştir. Dolayısıyla bu durum bizim için olumlu bir gelişmedir. Çünkü SÖGP 1'de çoğunlukla ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerin cebirsel genelleme yapamadıkları görülmüştür. Bu öğrenciler yalnızca kuralı "n" ve "n+1" olan örüntülerde sezgisel olarak aritmetik genelleme yapabilmişlerdir. Belirlenen bu duruma örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 97 ve şekil 98'de gösterilmiştir. Öğrenci Begüm'ün SÖGP 1'de çoğunlukla kullanmış olduğu ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisini seçtiğinde gelebildiği nokta, Şekil 97'de gösterilen yanıtından gözlemlenmiştir.

Şekil 97

Begüm'ün SÖGP 1'deki 2. Problemde Kullanmış Olduğu Strateji


2) 2, 4, 6, 8, 10,... sayı örüntüsü için ;
a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 9. adımındaki sayıyı bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
c) 40. ve 75. adımındaki sayıları bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.
f) Oluşturduğunuz modelden kuralı nasıl bulabileceğinizi açıklayınız.

2 | 4 | 6 | 8 | 10

18'dir çünkü sayıların ikişer şekilde artmakta

60 ve 120 çünkü sayıları ikişer şekilde ritmik çoğalmış.

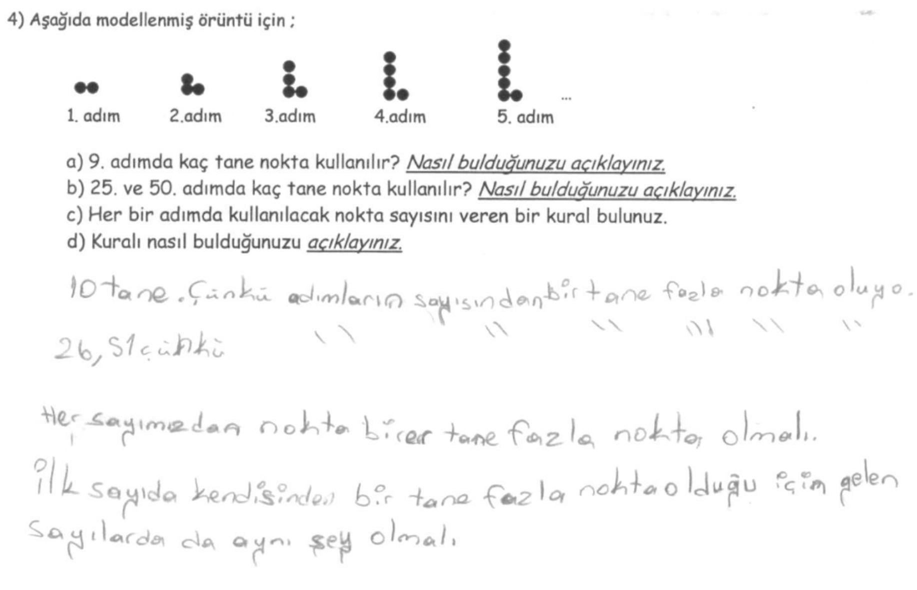
kuralı= ikişer ikişer saymak

Şekil 97'de Begüm'ün SÖGP 1'de kuralı "2n" olan sayı örüntüsü için ortak noktasını belirlemedeki stratejisini ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleme olarak seçtiği görülmüştür. Belirlediği bu strateji, uzak adımların hesaplanmasına yardımcı olamadığı gibi örüntüye ait genel terime de ulaştıramamıştır.

Öğrenci Begüm'ün SÖGP 1'de kuralı "n+1" olan şekil örüntüsü için terim sırası ile terim arasındaki ilişkiden yararlandığı gözlemlenmiştir. Bu strateji ile yakın ve uzak adımları hesaplayabilmiştir. Oluşturduğu hipotezden genel bir terim yazamadığı için aritmetik genelleme yapabildiği gözlemlenmiştir. Öğrenci Begüm'ün yanıtı Şekil 98'de gösterilmiştir.

Şekil 98

Begüm'ün SÖGP 1'deki 4. Problemde Kullanmış Olduğu Strateji



4) Aşağıda modellenmiş örüntü için ;

1. adım 2.adım 3.adım 4.adım 5. adım ...

a) 9. adımda kaç tane nokta kullanılır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) 25. ve 50. adımda kaç tane nokta kullanılır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Her bir adımda kullanılacak nokta sayısını veren bir kural bulunuz.
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu *açıklayınız.*

10 tane. Çünkü adımların sayısından bir tane fazla nokta oluyo.
26, 51 çünkü

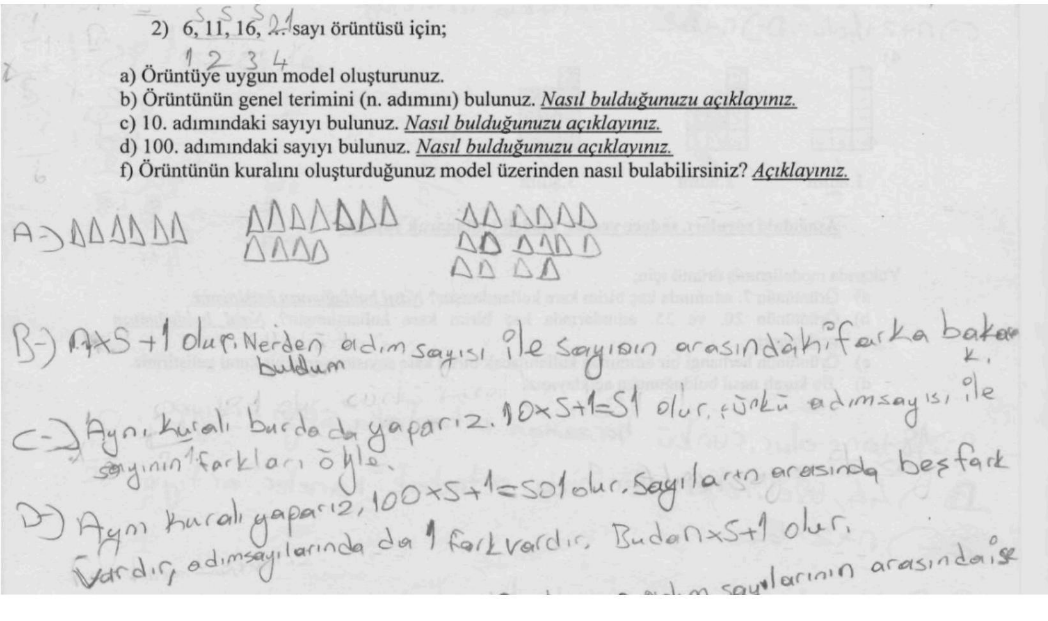
Her sayımızdan nokta birer tane fazla nokta olmalı.
İlk sayıda kendisinden bir tane fazla nokta olduğu için gelen sayılarda da aynı şey olmalı.

Şekil 98'de öğrenci Begüm'ün stratejisini terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme olarak belirlediği yanıtlarından gözlemlenmiştir. Begüm, terim sırası ile terim arasındaki farkın 1 olduğunu ayırt etmiştir. Aynı özelliğin 10. , 25. ve 50. adım için de geçerli olacağını fark etmiştir. 9. , 25. ve 50.adım için de terim sırası ile terim arsında 1 fark olacak şekilde "9+1", "25+1" ve "50+1" ilişkisini kurabilmesi ile transfer etme aşamasına kadar geldiği görülmüştür. Oluşturduğu hipotezden sonuç çıkaramadığı için genel bir terim yazamamıştır. Dolayısıyla cebirsel genelleme yapamamıştır. Ancak bu aşamaya kadar gelmiş olması aritmetik genelleme yapabildiğini göstermiştir.

SÖGP 1'de genel terimi tek işlem içeren örüntülerde bile cebirsel genelleme yapamayan öğrencilerin çoğunlukta olduğu gözlemlenmiştir. SÖGP 2'de ise öğrencilerin çoğunlukla terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme yönündeki stratejileri ile ortak noktalarını belirlemişlerdir. Bu sayede öğrencilerin çoğunlukla genel terimi iki işlem içeren örüntülerde bile cebirsel genelleme yapabildikleri görülmüştür. Bu duruma örnek olması açısından stratejisini eylem planı sonrası değiştiren öğrenci Begüm'ün SÖGP 2'de verdiği yanıt Şekil 99'de gösterilmiştir.

Şekil 99

Begüm'ün SÖGP 2'deki 2. Problemde Kullanmış Olduğu Strateji


2) 6, 11, 16, 21 sayı örüntüsü için;

a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) Örüntünün genel terimini (n. adımını) bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) 100. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
f) Örüntünün kuralını oluşturduğunuz model üzerinden nasıl bulabilirsiniz? *Açıklayınız.*

Şekil 99'da Begüm'ün verdiği yanıtlar incelenirse, kuralı "5n+1" olan sayı örüntüsü için ortak noktasını belirlemedeki stratejisini terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme olarak tercih ettiği görülebilir. Seçtiği bu strateji ona, yakın ve uzak adımın hesaplanmasında yardımcı olurken genel terime de ulaşmasını sağlamıştır. Öğrenci Begüm'ün SÖGP 1'de seçmiş olduğu strateji nedeniyle tek işlem içeren genel terimleri bile yazamadığı gözlemlenmiştir. Şekil 99'daki yanıtında, stratejisindeki değişiklik nedeniyle iki işlem içeren genel terime bile ulaşabildiği ve cebirsel genelleme yapabildiği görülmüştür.

Etkinlik 2'nin öğrenciler üzerindeki göstermiş olduğu diğer olumlu bir gelişim ise öğrencilere tablo yapma stratejisini kazandırmış olmasıdır. SÖGP 1'de hiçbir öğrenci tablo oluşturmayı bir strateji olarak seçmemiştir. Eylem planı sonrasında uygulanan SÖGP 2'de ise bazı öğrencilerin tablo oluşturmayı bir strateji olarak kullandığı ve bu yoldan cebirsel genelleme yapabildikleri görülmüştür. Tablo yapma stratejisi ile cebirsel genelleme yapabilen bir öğrenci yanıtı örnek olması açısından Şekil 100'de gösterilmiştir.

Şekil 100

Rıdvan'ın SÖGP 2'deki 8. Problemde Kullanmış Olduğu Strateji

1km	5
2km	7
3	9
4	11
5	13
6	15
7	17

8) Bir taksici, 2 km'lik mesafe için 7 TL, 3 km'lik mesafe için 9 TL, 5 km'lik mesafe için 13 TL ücret almaktadır. Buna göre;

a) Taksi şoförünün 1 km'lik ve 10 km'lik mesafeler için müşteriden alacağı ücretleri bulunuz.

b) 50 km'lik ve 75 km 'lik mesafeler için müşteri kaç TL taksi ücreti ödeyecektir? Bu değerleri nasıl buldunuz? Açıklayınız.

c) Gidilen mesafenin herhangi bir km' si için müşterinin kaç TL ödeyeceğini nasıl buluruz? Belirlemek için bir kural yazınız. n km yol gidildiğinde müşteri kaç TL öder?

d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

n. 2 +3 = sonuç

a) 1.2+3=5

10.2+3=23

b) 50.2+3 = 103 TL

75.2+3 = 153 TL

c) n. 2+3= sonuç

d) adım sayısını 2 ile çarpar 3 eklerim.
Her adımda bu kural oluyor.

Öğrenci Rıdvan'ın Şekil 100'deki yanıtlarında birden fazla strateji kullandığı gözlemlenmiştir. SÖGP 2'de sözel örüntü problemine yönelik öncelikle tablo oluşturma ve buradan da terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme stratejilerini seçmiştir. Belirlediği ilişkiyi örüntünün tüm terimleri için bir hipoteze dönüştürmesi " 10 x 2 + 3", " 50 x 2 + 3" yanıtlarından gözlemlenmiştir. Bu hipotezinden yola çıkarak "n.2 + 3" genel terimini yazması cebirsel genelleme yapabildiğini göstermiştir.

4.4.2. Genelleme Sürecine Yönelik Gelişmeler

Bazı araştırmacılar örüntüleri genellemenin, genellemenin ise cebirin önemli bir yapıtaşı olarak görülebileceğini ifade etmektedirler (Tanışlı ve Özdaş 2009). Öğrencilerde cebir alanında hedeflediğimiz kazanımlarına ulaşabilmek için öğrencilerin genelleme yapabilmesini sağlamak önceliğimiz olmalıdır. Dolayısıyla genelleme süreci ve bu süreçte yaşanan güçlüklerin giderilmesi önemli hale gelmektedir. Radford(2008), yaptığı bir araştırmada, 7. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme etkinliklerindeki öğrenci eylemlerinin ve akılcığının süreç biçimlerini incelemiştir. Radford(2008) öğrenciler tarafından yapılan örüntü genellemelerini; cebirsel genelleme, aritmetik genelleme ve olgunlaşmamış tümevarımlar şeklinde sınıflandırmaktadır. Ancak Radford (2008), olgunlaşmamış tümevarımların öğrenciler tarafından kullanılmasına rağmen bir genelleme yolu olmadığını belirtmektedir. Bizim de istediğimiz öğrencilerin olgunlaşmamış tümevarımlar yerine cebirsel genelleme yapabilmesini sağlamaktır. SÖGP 1'de öğrencilerde gözlemlediğimiz örüntü genellemelerine ait dağılım Tablo 6'da gösterilmiştir.

Tablo 6

SÖGP1'de Öğrencilerin Yapmış Olduğu Örüntü Genellemeleri

Öğrenciler	***Kullanılan Örüntü Genellemeleri***		
	Olgunlaşmamış Tümevarımlar	**Aritmetik Genelleme**	**Cebirsel Genelleme**
Emre	√	√	√
Hakan	√	√	
Özge	√	√	
Aras	√	√	
Arda	√	√	√
Yiğit	√	√	
Reyhan	√	√	
Canan	√	√	
Rıdvan	√	√	
Mine	√	√	
Begüm	√	√	
Hazal	√	√	
Birol	√	√	

Tablodan da görüleceği üzere öğrencilerin örüntüleri genellemede en çok olgunlaşmamış tümevarımlar ile aritmetik genelleme yaptığını söylemek mümkündür. Cebirsel genelleme yapabilen öğrenciler ise Arda ve Emre'dir. Bu öğrenciler tüm sorularda cebirsel genelleme yapamamışlardır.

Eylem planı sonrasında uygulanan SÖGP 2'de, öğrencilerin yapmış oldukları örüntü genellemelerinin dağılımı Tablo 7'de gösterilmiştir.

Tablo 7

SÖGP 2'de Öğrencilerin Yapmış Olduğu Örüntü Genellemeleri

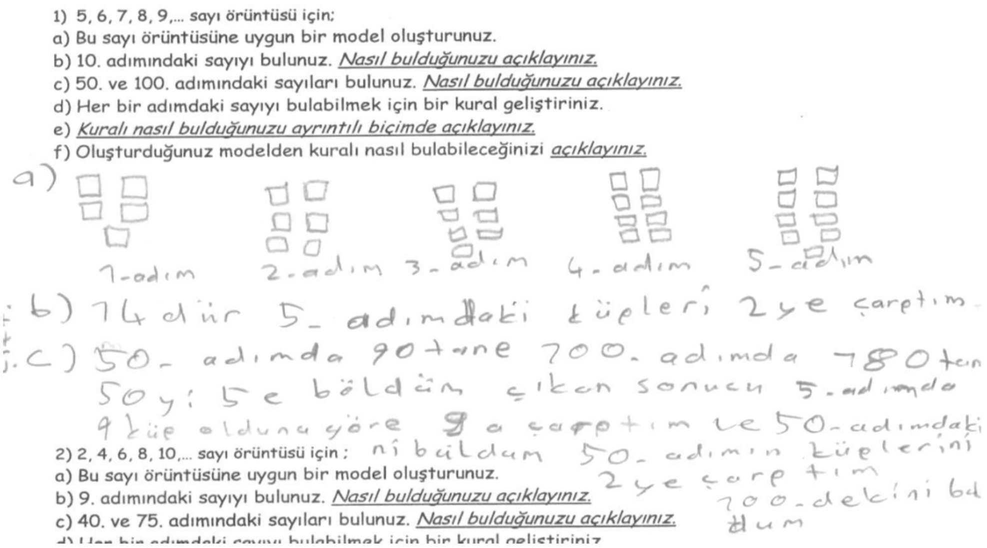
Öğrenciler	***Kullanılan Örüntü Genellemeleri***		
	Olgunlaşmamış Tümevarımlar	**Aritmetik Genelleme**	**Cebirsel Genelleme**
Emre			√
Hakan			√
Özge		√	√
Aras		√	√
Arda			√
Yiğit			√
Reyhan	√	√	√
Canan			√
Rıdvan		√	√
Mine	√		
Begüm		√	√
Hazal		√	√
Birol		√	√

SÖGP 2'de öğrencilerin örüntüleri genellemede çoğunlukla cebirsel genelleme yaptıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca Tablo 7 incelenirse, öğrencilerin genelleme yapmada olgunlaşmamış tümevarımlardan cebrisel genellemeye doğru yöneldikleri görülebilir. Öğrencilerin çoğunluğu olgunlaşmamış tümevarımlar ile genelleme yapmaktan uzaklaşarak cebirsel genelleme yapabilmeye başlamışlardır. Öğrenciler, SÖGP 2' de sayı örüntülerini genellemede SÖGP 1'e göre gelişim göstermişlerdir. Sayı dizileri için çoğunlukla terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme ve deneme-yanılma stratejileri birlikte kullanılarak genelleme yapıldığı gözlemlenmiştir. Cebirsel genellemenin en çok yapılabildiği örüntüler ise şekil örüntüleridir. Başka bir deyişle öğrenciler şekil örüntülerinde cebrisel genelleme yaparken daha başarılı olmuşlardır. Öğrencilerin soru çeşitlerine göre cebrisel genelleme yapabilme başarılarının; şekil örüntüleri, sözel örüntü problemi, tablo ve sayı dizileri şeklinde olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerdeki bu gelişim, aşama aşama ve değişik güçlüklerin giderilmesini amaçlayan etkinlikler sayesinde gerçekleşmiştir. Bu bulguya örnek olması açısından aşağıda bazı öğrenci yanıtları ayrıntıları ile ele alınmıştır.

Öğrencilerden Aras'ın, SÖGP 1'de genel olarak ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyen, uzak adımları hesaplayamayan ve olgunlaşmamış tümevarımlar ile genelleme yoluna giden; başka bir ifadeyle literatürde rapor edilen tüm güçlükleri gösteren bir öğrenci olduğu gözlemlenmiştir. SÖGP 1'de çoğunlukla deneme-yanılma stratejisini kullanan ve belli bir işlem mantığı içermeyen hesaplamalar yapan öğrenci Aras'ın, bu bulguya örnek olması açısından Şekil 101'de SÖGP 1'de verdiği yanıtlardan biri gösterilmiştir.

Şekil 101

Aras'ın SÖGP 1'deki 1. Problemde Göstermiş Olduğu Genelleme Yaklaşımı


1) 5, 6, 7, 8, 9,... sayı örüntüsü için;
a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 50. ve 100. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz.
e) *Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.*
f) Oluşturduğunuz modelden kuralı nasıl bulabileceğinizi *açıklayınız.*

a) 1-adım 2-adım 3-adım 4-adım 5-adım
b) 14 dür 5_ adımdaki küpleri 2ye çarptım.
c) 50- adımda 90 tane 100. adımda 180 tan 50yi 5e böldüm çıkan sonucu 5.adımda 9 küp olduğuna göre 9 a çarptım ve 50-adımdaki ni buldum 50- adımın küplerini 2ye çarptım 100-dekini buldum

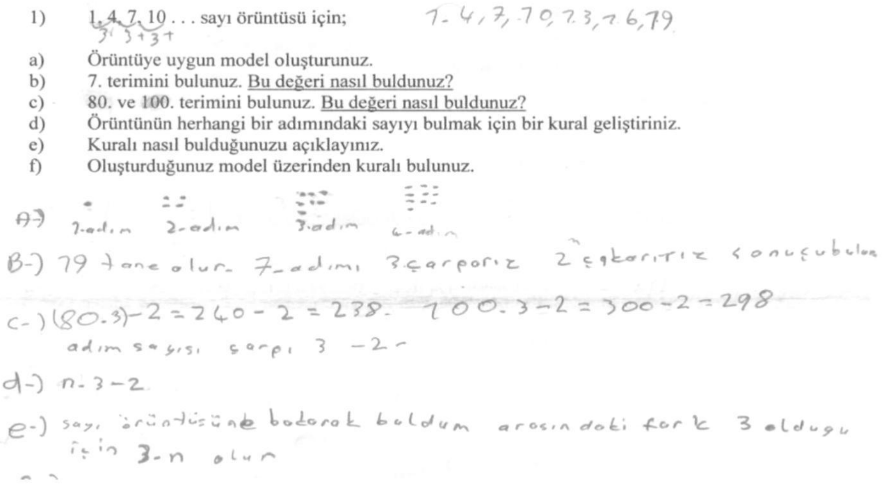
2) 2, 4, 6, 8, 10,... sayı örüntüsü için;
a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 9. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 40. ve 75. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

Öğrenci Aras'ın, SÖGP 1'de kuralı "n +4" olan sayı örüntüsüne vermiş olduğu yanıtı ele alırsak, belirli bir işlem mantığıyla hareket etmediği söylenebilir. Yakın adımı örüntüyü genişleterek sayma yolu ile bulduğu, uzak adımlar için ise deneme-yanılma stratejisi ile belirli bir işlem mantığına dayanmayan hesaplamalar yaptığı gözlemlenmiştir. Örüntüye ait genel bir kural ifadesi de yazamamıştır. Dolayısıyla Öğrenci Aras'ın olgunlaşmamış tümevarımlar yönünde hareket ettiği gözlemlenmiştir. Çünkü belirli bir özellik ayırt edilmemiş ve ortak nokta belirlenememiştir. Bir ortak noktadan hareket ederek örüntüye ait ilişki belirlemekten çok olası durumlar üzerinden hesaplamalar yapmıştır.

Öğrenci Aras'ın her geçen etkinlik sonrasında daha belirgin stratejiler kullandığı gözlemlenmiştir. SÖGP 2'de öğrenci Aras'ın kuralı "3n – 2" olan bir sayı örüntüsüne verdiği yanıtlar, örnek olması açısından Şekil 102'de gösterilmiştir.

Şekil 102

Aras'ın SÖGP 2'deki 1. Problemde Göstermiş Olduğu Genelleme Yaklaşımı


1) 1, 4, 7, 10 . . . sayı örüntüsü için; 1- 4, 7, 10, 13, 16, 19
3 3+3+
a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) 7. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
c) 80. ve 100. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
d) Örüntünün herhangi bir adımındaki sayıyı bulmak için bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
f) Oluşturduğunuz model üzerinden kuralı bulunuz.

A-) 1-adım 2-adım 3-adım 4-adım
B-) 19 tane olur. 7-adımı 3 çarparız 2 çıkarırız sonucu buluruz
C-) (80.3)-2 = 240 - 2 = 238. 100.3-2 = 300-2 = 298
adım sayısı çarpı 3 -2-
d-) n.3-2
e-) sayı örüntüsüne bakarak buldum arasındaki fark 3 olduğu için 3.n olur

Aras'ın Şekil 102'deki yanıtlarında, sayı örüntüsüne kuralı bulma yönünde uygun bir model oluşturamadığı görülmüştür. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme ve deneme-yanılma stratejisi kullanmıştır. Örüntüdeki nümerik ilişkilerin keşfedilmesi amacıyla hazırlanan Etkinlik 4'te ardışık terimler arasındaki fark ile örüntüye ait kuralda bulunan katsayı arasındaki ilişki incelenmiştir. Burada keşfedilen ilişkinin öğrenci Aras tarafından kullanıldığı, e şıkkına verdiği yanıttan gözlemlenmiştir. Ardışık terimler arasındaki fark ile örüntüye ait kuralda kullanılan katsayının eşit olduğundan hareketle bu örüntüde ardışık terimler arasındaki fark 3 olduğundan kuralda "3.n" ifadesinin kullanılması gerektiğini belirtmiştir. Bundan sonrası için terim sırası ile terim arasındaki ilişkisini inceleme stratejisi ile deneme-yanılma stratejisi de kullanarak "3n-2" genellemesini yapabildiği görülmüştür. Yakın ve uzak adımları da bu kural üzerinden hesapladığı, yakın adımı örüntüyü devam ettirerek kontrol ettiği gözlemlenmiştir.

Görüldüğü üzere Aras, eylem planı öncesinde belirli bir strateji ile hareket etmemiş ve olgunlaşmamış tümevarımlar yönünde bir yaklaşımı göstermiştir. Eylem planı sonrasında farklı stratejileri birlikte kullanmıştır ve cebirsel genelleme yönünde bir yaklaşım göstermiştir.

4.4.3.Notasyon Kullanımına Yönelik Gelişmeler

Literatürde "n notasyonunu kavrayamama: Aritmetik genelleme yapma ancak cebirsel genelleme yapamama" (Rico, 1996) rapor edilen güçlükler arasındadır. "n" notasyonuna ihtiyaç duyulması amacıyla Etkinlik 1 hazırlanmıştır. Diğer etkinliklerde de "n. adım" ile ilgili sorulara yer verilerek öğrenciler notasyon kullanımına yönlendirilmek istenmiştir. Öğrencilerin SÖGP 1 ve SÖGP 2'deki notasyon kullanımlarına ait dağılım, Tablo 8'de gösterilmiştir.

Tablo 8

SÖGP 1 ve SÖGP'de Öğrencilerin Notasyon Kullanımı

Öğrenciler	*Notasyon Kullanımı*	
	SÖGP 1	**SÖGP 2**
Emre	√	√
Hakan	√	√
Özge		√
Aras		√
Arda	√	√
Yiğit		√
Reyhan		√
Canan	√	√
Rıdvan		√
Mine		√
Begüm		√
Hazal		√
Birol		√

SÖGP 1' de öğrencilerden sadece 3 tanesi, örüntüye ait bir kural ifadesi için notasyon destekli cebirsel genelleme yapabilmiştir. Notasyon kullanımı, cebirsel genellemenin kesinlikle yapılabildiğini göstermese de yapıldığına dair bir işaret olarak görülmektedir (Radford, 2006). SÖGP 1' de öğrencilerin problemlerde bazen notasyon kullanmadıkları, notasyon kullansalar da hepsi için cebirsel genelleme yapamadıkları gözlemlenmiştir.

SÖGP 2'de ise öğrencilerin hepsi notasyon kullanmıştır. Ancak Mine notasyon kullansa da cebirsel genelleme yapamamıştır. Bu nedenle söz konusu güçlüğü hala gösterdiği gözlemlenmiştir. Mine haricindeki diğer öğrencilerin çoğunlukla notasyon destekli cebirsel genelleme yapabildikleri gözlemlenmiştir. Sonuç olarak öğrenci Mine dışındaki öğrenciler "n notasyonunu kavrayamama: Aritmetik genelleme yapma ancak cebirsel genelleme yapamama" (Rico, 1996) güçlüğünü aşabilmede oldukça gelişim göstermişlerdir. Mine'deki gelişim, cebirsel genelleme yönünde bir notasyon kullanımı olmasa da bir kural ifadesi için notasyon kullanılması gerektiği yönünde olmuştur.

Öğrencilerden Yiğit'in SÖGP 1'de kuralı n+4 olan sayı örüntüsünde aritmetik genelleme yapabildiği gözlemlenmiştir. Verdiği yanıt, Şekil 103'te gösterilmiştir. Yiğit'in kuralı "n+4" olan sayı örüntüsünde kuralı bulma yönünde bir modelleme yapamadığı görülmüştür. Çünkü her adımda altta ve üstte bulunan noktalar belli bir düzende ilerlememektedir. Yakın adımlar için Yiğit'in ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyerek ortak noktasını belirlediği gözlemlenmiştir. Ancak uzak adımlar için bu stratejisini terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme olarak değiştirmiştir. Bunu yaparken Yiğit'in her terim için eklenen artış miktarını ele aldığı gözlemlenmiştir. Örneğin; ardışık terimler arasındaki farkı 1 olarak bulduğundan 50. adıma ulaşıncaya kadar ilk terime 49 kez ardışık terimler arasındaki farkın ekleneceğini belirlemiştir. Böylece "5 + 49 x 1" ilişkisini oluşturmuştur. Bu durum, Yiğit'in lineer bir yaklaşım göstererek aritmetik genelleme yapabildiğini göstermiştir.

Şekil 103

Yiğit'in SÖGP 1'deki 1. Problemde Notasyon Kullanımı Yaklaşımı

1) 5, 6, 7, 8, 9,... sayı örüntüsü için;
a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 50. ve 100. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz.
e) *Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.*
f) Oluşturduğunuz modelden kuralı nasıl bulabileceğinizi *açıklayınız.*

a) 5 6 7 8 9

b) 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Örüntüyü 20'ye kadar sürdürdüm ve soldan onuncuyu buldum. Bu da örüntünün 10. adımıdır.

c) 5+49=54=50. adım 5+99=104=100. adım
5 ile 49'u topladım. 50. adım buldum. 5 ile 99'u topladım. 100. adımı buldum.

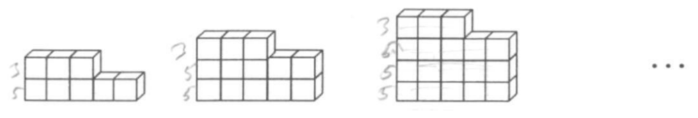
d) Bulacağım adım sayısından 1 çıkarıyorum ve 1. sayı ile topluyorum.

e) Bulacağım adım sayısından 1 çıkardım. Çünkü 1. sayı da dahil olduğu için böyle yapıyorum.

Bu yaklaşımını etkinliklerde de göstermiştir. Bu bulguya örnek olması açısından Yiğit'in etkinlik 3.3'te vermiş olduğu yanıt aşağıda Şekil 104'te gösterilmiştir.

Şekil 104

Yiğit'in Etkinlik 3.3'teki Notasyon Kullanımı Yaklaşımı



1.adım 2. adım 3. adım ...

a) Verilen şekil örüntüsünün ne gibi özelliklerini gözlemlediniz? *Açıklayınız.*
b) Örüntünün 10. adımında kaç tane birim küp vardır? *Nasıl buldunuz?*
c) Örüntünün 100. adımında kaç tane birim küp vardır? Teker teker saymak yerine model üzerinden bunu nasıl bulabiliriz?
d) Bu kuralı model üzerinden bulabilir miyiz?
e) n. adımdaki birim küplerin sayısını nereden bulabiliriz?
f) Bulduğunuz kuralı diğer adımlar için deneyiniz. Sonuçları karşılaştırınız.

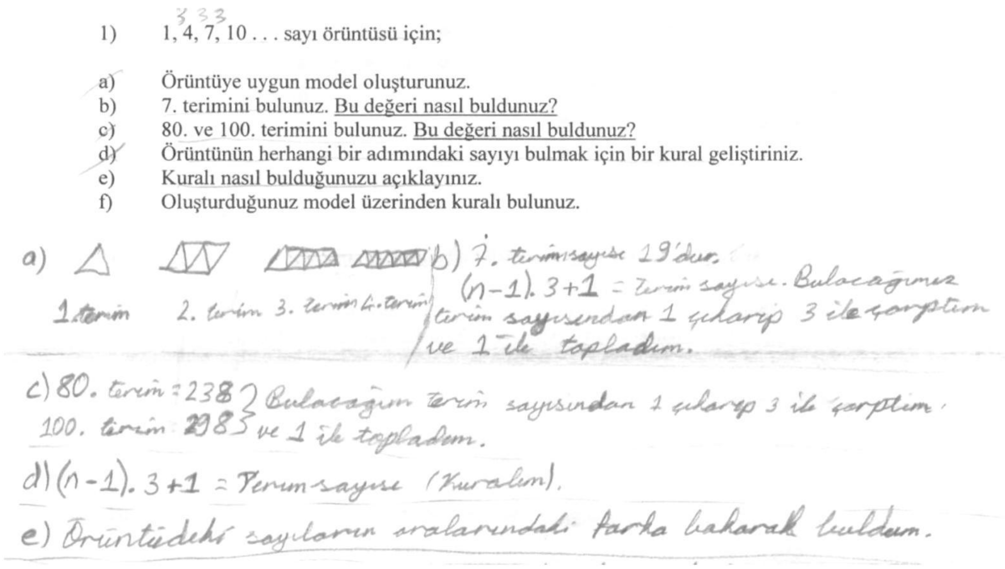
a) Her adımda 1 satır artıyor.

b) Her aralıkta 5 birim artmaktadır. 1-10. adım arasında 9 aralık vardır. Bu 9 aralıkta 45 birim artmaktadır. 1. adımdaki 8 birim ile toplarız ve 53 buluruz. Bu da 10. adımdır.

Şekil 104’teki yanıtlarda, Yiğit’in aritmetik genelleme yapabildiği ancak notasyon destekli bir genel terim yazamadığı için cebrisel genelleme yapamadığı gözlemlenmiştir. SÖGP 1’de örüntüleri genellemede çoğunlukla olgunlaşmamış tümevarımlar kullanan ya da aritmetik genelleme yapabilen Yiğit’in eylem planı sonrasında çoğunlukla notasyon destekli cebirsel genelleme yapabildiği gözlemlenmiştir. Eylem planı sonrasında Yiğit’in SÖGP 2’de bir sayı örüntüsünü ele alış biçimi Şekil 105’te gösterilmiş ve aşağıda ayrıntılarıyla incelenmiştir.

Şekil 105

Yiğit’in SÖGP 2’deki 1. Problemde Notasyon Kullanımı Yaklaşımı


1) 1, 4, 7, 10 . . . sayı örüntüsü için;

a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) 7. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
c) 80. ve 100. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
d) Örüntünün herhangi bir adımındaki sayıyı bulmak için bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
f) Oluşturduğunuz model üzerinden kuralı bulunuz.

a) 1.terim 2. terim 3. terim 4. terim
b) 7. terim sayısı 19'dur. (n-1).3+1 = terim sayısı. Bulacağımız terim sayısından 1 çıkarıp 3 ile çarptım ve 1'i ile topladım.
c) 80. terim = 238, 100. terim 298 Bulacağım terim sayısından 1 çıkarıp 3 ile çarptım ve 1 ile topladım.
d) (n-1). 3+1 = Terim sayısı (Kuralım).
e) Örüntüdeki sayıların aralarındaki farka bakarak buldum.

Yiğit’in vermiş olduğu yanıtlarda, kuralı bulma yönünde bir modelleme yapamadığı görülmektedir. Ortak noktasını belirlemede ise terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisini kullanmıştır. SÖGP 2’de Yiğit’in her adımdaki artış miktarından yararlanarak lineer bir yaklaşım gösterdiği gözlemlenmiştir. Yiğit ise etkinlikler sırasında bu durum için “aralık” ifadesini kullanmıştır. Yiğit, öncelikle 7. terimde 6 kez, 80. terimde 79 kez, 100. terimde de 99 kez artış olduğunu belirlemiştir. Buradan ilk terime 7. terim için (7 - 1) x 3, 80. terim için (80 – 1) x 3, 100. terim için (100 – 1) x 3 eklenmesi gerektiğini fark etmiştir. Böylece örüntüdeki ortak özelliği transfer edebilmiştir. Buradan örüntünün tüm terimleri için geçerli olan bir hipotez geliştirmiştir. Hipotezinden (n – 1) x 3 + 1 genel terimini yazarak notasyon destekli cebirsel genelleme yapabilmiştir.

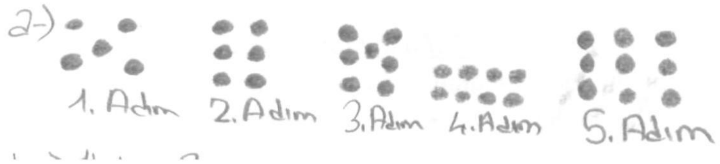
4.4.4. Model Kullanımına Yönelik Gelişmeler

Örüntü kavramı üzerine yapılan bazı araştırmalar; öğrencilerin örüntüye ait modelleri bir görselleştirme ya da süsleme aracı olarak algıladıklarına, örüntüye uygun model seçemediklerine ve modelleri bir kural bulma yönünde etkili olarak kullanamadıklarına dair bulgular içermektedir (Steele and Johanning, 2004; Yeşildere ve Akkoç, 2010). Ancak modeller, cebrisel genelleme yapmayı destekleyen ve kolaylaştıran bir araçtır. Bu nedenle 3.1; 3.2; 3.3; 3.4; 3.5 ve 3.6 etkinlikleri, modellerin etkili kullanılmasını sağlamaya yönelik hazırlanmıştır.

SÖGP 1'de öğrencilerin modelleri bir süsleme aracı olarak algılama ve bu doğrultuda modelleri nümerik ilişkiye dökerek sayısal ilişkilerden yararlanma eğilimleri olduğu gözlemlenmiştir. Öğrenciler, örüntülere uygun bir model seçememişlerdir. Şekil örüntülerinde ise modelleri etkili kullanamamışlardır. Bu bulguya örnek olması açısından aşağıda bazı öğrenci örneklerine yer verilmiştir.

Şekil 106

Emre'nin SÖGP 1'deki 1. Problem İçin Yaptığı Modelleme



Şekil f'de öğrenci Emre'nin kuralı "n+4" olan sayı örüntüsü için oluşturduğu modelleme gösterilmiştir. Emre, kuralı bulma yönünde bir modelleme yapmamıştır. Dikkat edilirse her adımdaki model, diğer adımlardaki modellere göre belirli bir büyüme ilişkisi içinde değildir. Örneğin; 3. adımdaki modelden 4. adımdaki modele geçişte bir düzen mevcut değildir. Sanki her adımadaki model, diğerlerinden bağımsız şekilde oluşturulmuştur. Ayrıca Emre'nin, oluşturduğu modelden nasıl yararlanacağına dair bir bilgisinin bulunmadığı verdiği yanıtlardan gözlemlenmiştir. Emre'nin, model üzerinden kuralın nasıl bulunabileceğine dair yanıtı şekil ç'de gösterilmiştir. Verdiği yanıtta nümerik ilişkiyi ele aldığı gözlemlenmiştir.

Şekil 107

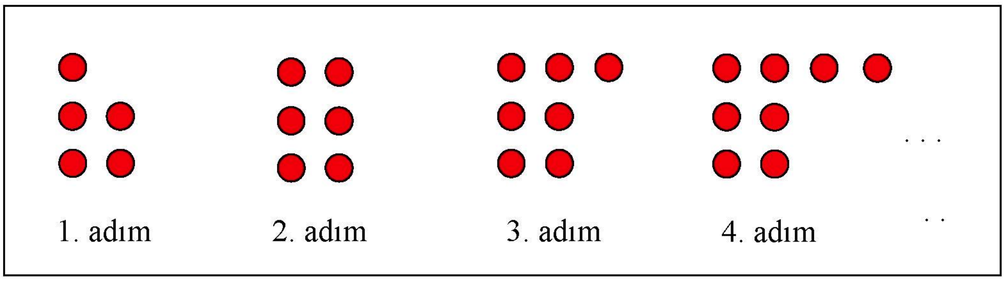
Emre'nin SÖGP 1'deki 1. Problemde Oluşturduğu Modeli Ele Alma Yaklaşımı

f-) Örüntü sayısından
adım sayısını çıka-
rarak bulabiliriz

Bu örüntüye uygun olabilecek bir modelleme örneği Şekil 108'de gösterilmiştir.

Şekil 108

SÖGP 1'deki 1. Probleme Uygun Olabilecek Bir Modelleme Örneği



Böyle bir modelleme her bir adımın bir önceki adım ile ilişkisini ve belli bir düzen içerisinde büyüdüğünü gösterecektir. Örneğin; 1.adımdaki üst sırada bulunan noktanın yanına 2. adımda ve diğer adımlarda birer nokta eklenerek örüntü genişletilmiştir. Başka bir ifadeyle oluşturulan bu modelde en üstteki sırada adım sayısı kadar nokta bulunmaktadır.

Emre, SÖGP 1'de kuralı "2n" olan sayı örüntüsüne diğerine göre daha düzenli bir modelleme oluştursa da kuralı bulma yönünde yapılmamıştır. Emre'nin kuralı "2n" olan sayı örüntüsü için yapmış olduğu modelleme Şekil 109'da gösterilmiştir.

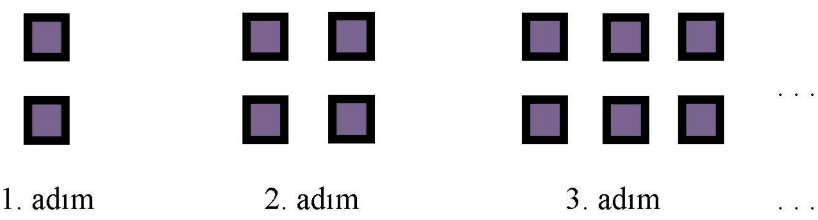
Şekil 109

Emre'nin SÖGP 1'de 2. Problem İçin Yaptığı Modelleme

Şekil 109'da Emre'nin 1. adımda birim karelerle oluşturmuş olduğu yapıdan dolayı kuralı bulma yönünde bir modelleme yapamadığı görülmektedir. Eğer 1. adımdaki birim kareler Şekil 110'da gösterildiği gibi bir sütun oluşturacak şekilde yerleştirilseydi kuralı bulma yönünde uygun bir modelleme olacaktı.

Şekil 110

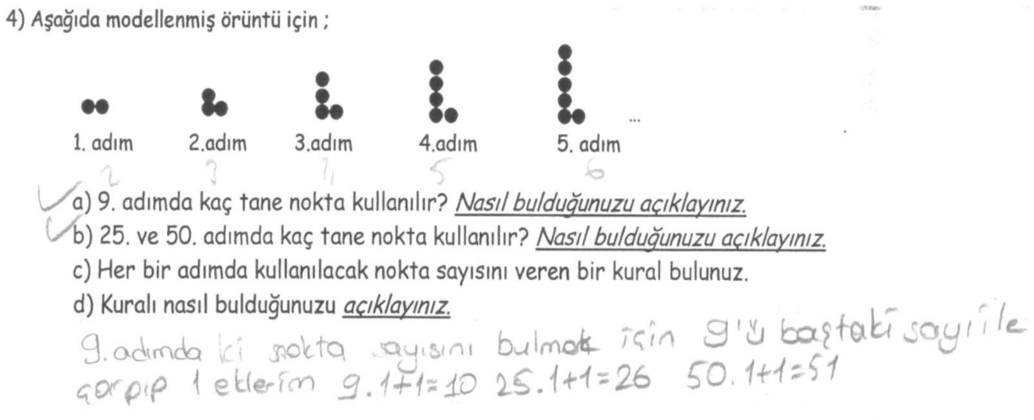
SÖGP 1'deki 1. Probleme Uygun Olabilecek Bir Modelleme Örneği



SÖGP 1'de modellerin bir görselleştirme aracı olarak algılanmasından kaynaklanan bir modeli kullanamama durumu söz konusudur. Bu yüzden öğrencilerin tamamı, modeli nümerik ilişkiye dökerek cebirsel bir yaklaşım göstermiştir. Öğrenciler, görsel ipuçlarını kullanamamış ve modele dayalı cebrisel genelleme yapamamıştır. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 111'de gösterilmiştir.

Şekil 111

Canan'ın SÖGP 1'deki 4. Problemde Modeli Ele Alma Yaklaşımı

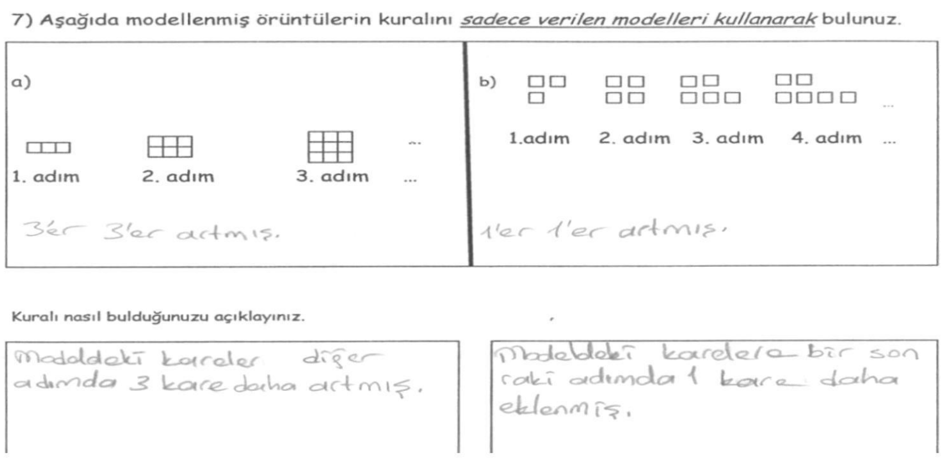


Öğrenci Canan'ın Şekil 111'de gösterilen yanıtında, modeli nümerik ilişkiye dökerek cebrisel bir ilişki aradığı gözlemlenmiştir. Canan, diğer öğrenciler gibi modeli bir kural bulma yönünde kullanamamıştır.

SÖGP 1'de sadece modelden yararlanılmasının istendiği 7. problemde bile öğrenciler modeli analiz edememişler ve nümerik ilişkiden hareket etmişlerdir. Bu duruma yönelik bir öğrenci örneği şekil ö'de gösterilmiştir. Öğrenci Reyhan'ın Şekil 112'de gösterilen yanıtında, diğer tüm öğrenciler gibi görsel ipuçlarını kullanamadığı için modelden bir kural bulma yönünde yararlanamamıştır.

Şekil 112

Reyhan'ın SÖGP 1'deki 7. Problemde Modeli Ele Alma Yaklaşımı



Eylem planından sonra SÖGP 2'de öğrencilerde görülen değişim SÖGP 1 ile birlikte Tablo 9'da gösterilmiştir.

Tablo 9

SÖGP 1 ve SÖGP 2'de Modelden Yararlanarak Cebirsel Genelleme Yapabilen Öğrenciler

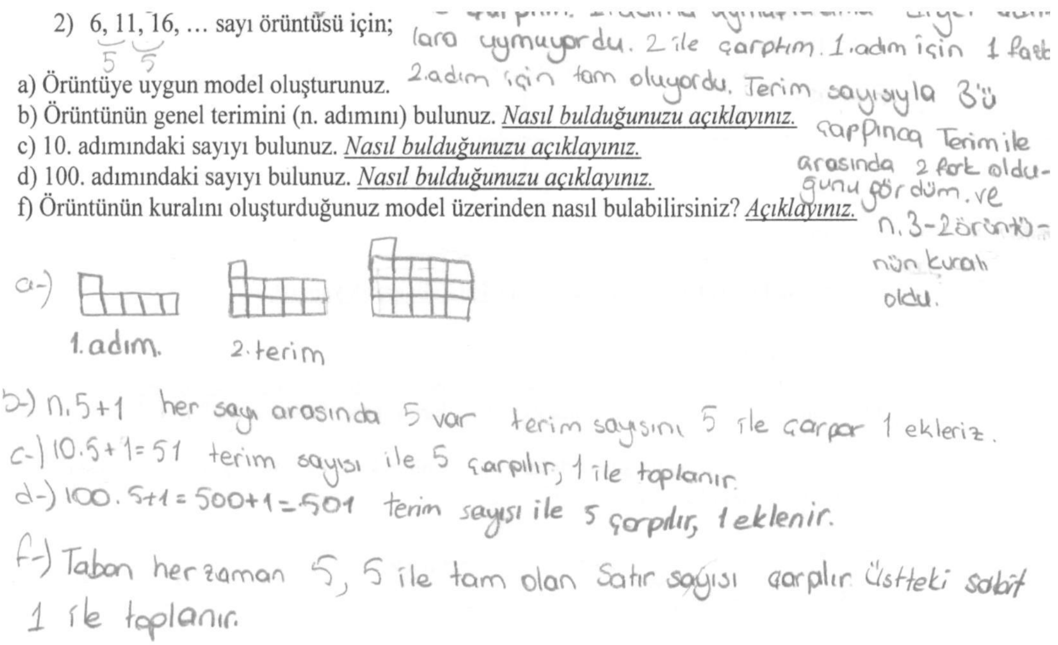
Öğrenciler	***Modelden Yararlanma***	
	SÖGP 1	**SÖGP 2**
Emre		
Hakan		√
Özge		√
Aras		√
Arda		√
Yiğit		
Reyhan		√
Canan		√
Rıdvan		√
Mine		
Begüm		
Hazal		√
Birol		√

Tablo 9 incelendiğinde, SÖGP 2 'de modelden yararlanarak cebirsel genelleme yapabilen öğrencilerin çoğunlukta olduğu görülmüştür. Öğrencilerdeki bu değişim, görsel modellere dayalı cebirsel genelleme yapılabilmesi için hazırlanan 3.1; 3.2; 3.3; 3.4; 3.5 ve 3.6 etkinliklerinden kaynaklanmaktadır. Aşağıda bu bulgulara örnek oluşturabilecek bazı öğrenci örnekleri incelenmiştir.

Öğrencileri model kullanmaya teşvik eden etkinliklerden sonra bazı öğrencilerin modelleme yaklaşımlarında değişimler gözlemlenmiştir. Bu öğrencilerin SÖGP 2'de her adım için diğer adımlardan bağımsız bir model oluşturma yerine belirli bir düzende devam eden ve genelleme yapmayı destekleyebilecek modeller de oluşturdukları gözlemlenmiştir. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci örneği Şekil 113'te gösterilmiştir.

Şekil 113

Canan'ın SÖGP 2'deki 2. Problem İçin Yaptığı Modelleme


2) 6, 11, 16, … sayı örüntüsü için;

a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) Örüntünün genel terimini (n. adımını) bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) 100. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
f) Örüntünün kuralını oluşturduğunuz model üzerinden nasıl bulabilirsiniz? *Açıklayınız.*

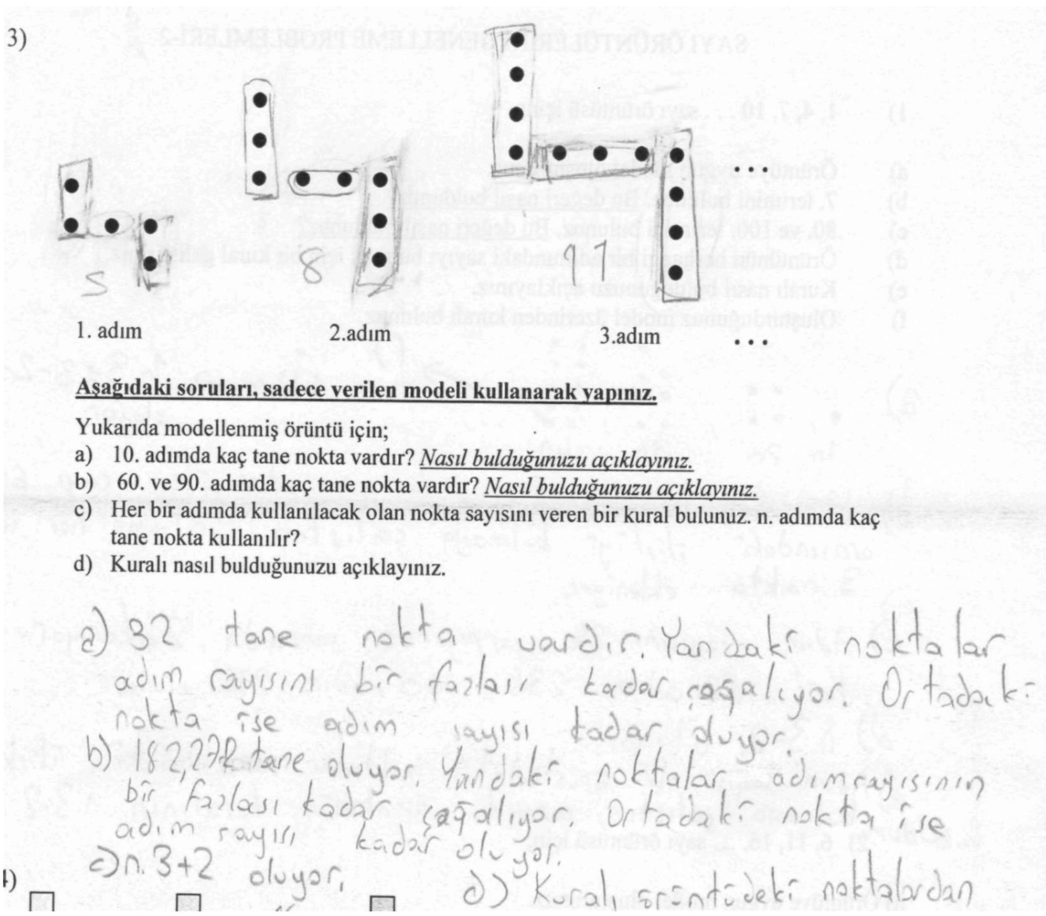
Şekil 113'te öğrenci Canan'ın kuralı "5n+1" olan sayı örüntüsüne kuralı bulma yönünde yardımcı olacak bir model oluşturduğu görülmüştür. Verdiği diğer yanıtlar incelendiğinde etkinlik 4 ve etkinlik 5'in etkileri de gözlemlenmiştir. Etkinlik 4, bir sayı örüntüsündeki nümerik ilişkilerin incelenmesi amacıyla hazırlanmıştır. Bu etkinlikten, öğrencilerin çıkarmış olduğu sonuçlardan birisi de ardışık terimler arasındaki fark ile genel terimdeki katsayıların eşit olmasıdır. Canan'ın bu özelliği kullandığı, b şıkkındaki "…her sayı arasında 5 fark var terim sayısını 5 ile çarpar 1 ekleriz." biçimindeki ifadesinden anlaşılmıştır. Etkinlik 5'te çoklu gösterimlerin ilişkilendirilmesi amacıyla model üzerindeki değişimlere ve sabit kalan kısımlara dikkat çekilerek kural üzerindeki etkisi incelenmişti. Öğrenci Canan'ın oluşturduğu modelden ve f şıkkına verdiği yanıttan; modeldeki değişen ve aynı kalan kısımları fark edebildiği ve bunların kural ile ilişkisini belirleyebildiği görülmüştür. Ayrıca f şıkkına verdiği yanıttan görsel modeller üzerinden örüntüye ait kurala ulaşabildiği gözlemlenmiştir. Burada, görsel modellerin etkili kullanılması amacıyla altı aşamalı olarak hazırlanan 3. etkinliğin öğrenci üzerindeki olumlu etkisi gözlemlenmiştir.

SÖGP 1'de öğrencilerin hiçbiri şekil örüntülerinde modelden yararlanmamıştır. SÖGP 2'de ise birçok öğrencinin model üzerinden cebrisel genellemeye ulaştığı görülmüştür. Bu bulguya örnek olması açısından aşağıda bazı öğrenci yanıtları ayrıntıları ile ele alınmıştır.

3. açık uçlu soru, kuralı "3n+2" olan bir şekil örüntüsü olarak hazırlanmıştır. Bu soruda öğrencilerin modeli farklı şekillerde inceledikleri gözlemlenmiştir. Öğrenci Hakan'ın bu soruya verdiği yanıt Şekil 114'te gösterilmiştir.

Şekil 114

Hakan'ın SÖGP 2'deki 3. Problemde Modeli Analiz Etme Yaklaşımı


3)

5 8 11

1. adım 2.adım 3.adım . . .

Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.

Yukarıda modellenmiş örüntü için;

a) 10. adımda kaç tane nokta vardır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

b) 60. ve 90. adımda kaç tane nokta vardır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) Her bir adımda kullanılacak olan nokta sayısını veren bir kural bulunuz. n. adımda kaç tane nokta kullanılır?

d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a) 32 tane nokta vardır. Yandaki noktalar adım sayısını bir fazlası kadar çoğalıyor. Ortadaki nokta ise adım sayısı kadar oluyor.

b) 182, 272 tane oluyor. Yandaki noktalar adım sayısının bir fazlası kadar çoğalıyor. Ortadaki nokta ise adım sayısı kadar oluyor.

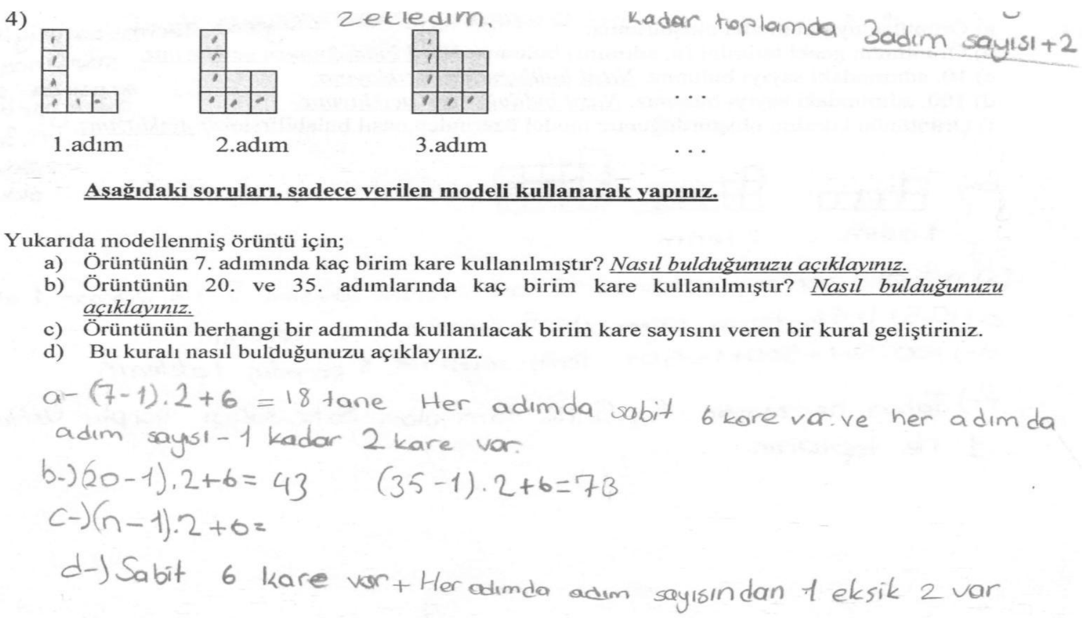
c) n.3+2 oluyor. d) Kuralı örüntüdeki noktalardan

Öğrenci Hakan, modeli dikey ve yatay noktalar şeklinde ele almıştır. Her adımdaki nokta sayısını gruplandırmıştır. Böylece her gruptaki nokta sayıları ile adım sayıları arasında bir ilişki ayırt edebilmiştir. Modelden yararlanarak ortak noktasını belirleyen Hakan, bu ortak özelliği 10., 60. ve 90. adımlara transfer edebilmiştir. 10. adımda üst yanda 10+1, alt yanda 10+1 ve ortada 10 tane nokta olacağından hareketle 10 adımı 32 olarak hesaplamıştır. Aynı şekilde 60. adımda üst yanda 60+1, alt yanda 60+1 ve ortada 60 tane nokta olacağını düşünerek 60. adımı 182, benzer şekilde 90. adımı da 272 olarak hesaplamıştır. Başka bir deyişle, yakın ve uzak adımların modellerini zihninde canlandırabildiği gözlemlenmiştir. "Yandaki noktalar adım sayısının 1 fazlası kadar çoğalıyor. Ortadaki noktalar adım sayısı kadar oluyor." hipotezinden ise "3n+2" kuralına ulaştığı görülmüştür. Hakan'ın SÖGP 1'de çoğunlukla aritmetik genelleme yapan ve modelden yararlanmayan bir öğrenci olduğu belirlenmiştir. SÖGP 2'de ise modelleri etkili şekilde kullanarak cebrisel genellemeye ulaşabilen bir öğrenci olduğu görülmüştür.

4. açık uçlu problemde, kuralı " 2n + 4" olan bir şekil örüntüsüne yer verilmiştir. Bu soruda modeli farklı şekillerde ele alan Canan ile Arda'nın yanıtları Şekil 115'te ve 116'da gösterilmiştir.

Şekil 115

Canan'ın SÖGP 2'deki 4. Problemde Modeli Analiz Etme Yaklaşımı



4) zetledim. kadar toplamda 3adım sayısı+2

1.adım 2.adım 3.adım ...

Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.

Yukarıda modellenmiş örüntü için;

a) Örüntünün 7. adımında kaç birim kare kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

b) Örüntünün 20. ve 35. adımlarında kaç birim kare kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) Örüntünün herhangi bir adımında kullanılacak birim kare sayısını veren bir kural geliştiriniz.

d) Bu kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a- (7-1).2+6 = 18 tane Her adımda sabit 6 kare var. ve her adımda adım sayısı-1 kadar 2 kare var.

b-)(20-1).2+6= 43 (35-1).2+6=78

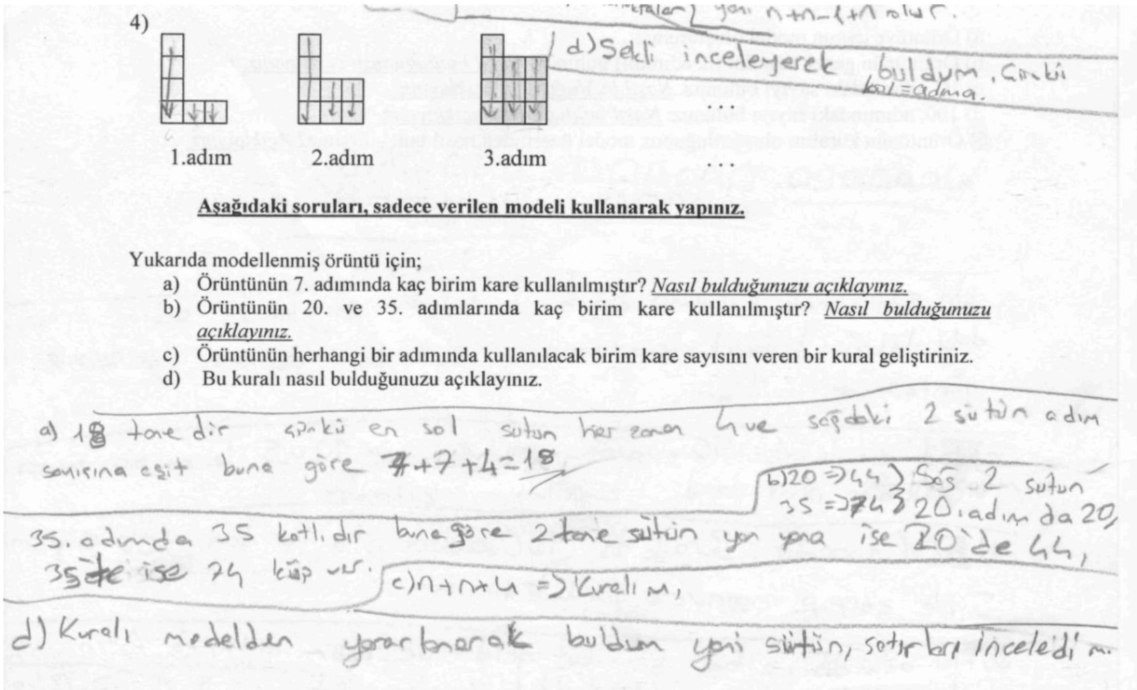
c-)(n-1).2+6=

d-) Sabit 6 kare var+ Her adımda adım sayısından 1 eksik 2 var

Öğrenci Canan, Şekil 115'te görüldüğü gibi modeli analiz edebilmiştir. Her adımda sabit 6 birim kare ve adım sayısının 1 eksiği kadar da 2 birim karelik blok olduğu fark etmiş ve ortak noktasını belirlemiştir. Buradan yola çıkarak bu özelliği 7., 20. ve 35. adımlar için transfer ederek hesaplayabildiği gözlemlenmiştir. Oluşturduğu bu hipotezinden "(n – 1) . 2 + 6" ifadesini yazarak ederek cebirsel genelleme yapabildiği gözlemlenmiştir.

Şekil 116

Arda'nın SÖGP 2'deki 4. Problemde Modeli Analiz Etme Yaklaşımı



Şekil 116'da modeli farklı bir şekilde ele alan Arda'nın modeli sütunlar halinde gruplandırdığı görülmüştür. Her bir sütundaki birim kare sayısı ile adım sayısı arasında bir özelik fark etmiştir. Bu özelliği 7. adım için "7 + 7 + 4", 20. adım için "20+ 20 + 4", 35. adım için "35 + 35 + 4" şeklinde transfer etmiştir. Böylece yakın ve uzak adımları bu adımlara ait modelleri zihninde canlandırarak hesaplayabilmiştir. Oluşturduğu bu hipotezden ise " n + n + 4" genel terimini yazarak cebirsel genellemeye ulaştığı görülmüştür.

Öğrencilerin modeli farklı ele alış şekilleri, genel terim ifadelerini yazmada bir esneklik ve zenginlik sağlamıştır. Dolayısıyla öğrenciler, modelden yararlanarak aynı genel terime farklı yollar ile ulaşabileceği konusunda bir yaklaşım kazandıkları gözlemlenmiştir.

SÖGP 2'de 5. açık uçlu problemde kuralı "n+5" olan bir şekil örüntüsüne yer verilmiştir. Öğrencilerin çoğunluğu, bu problemde zorlanmadan modeli ele almış ve cebrisel genelleme yapmıştır. Bu öğrencilerden biri olan öğrenci Reyhan'ın verdiği yanıt örnek olması açısından Şekil 117'de gösterilmiştir.

Şekil 117

Canan'ın SÖGP 2'deki 3. Problemde Modeli Analiz Etme Yaklaşımı

5)

<u>Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.</u>

Yukarıda modellenmiş örüntü için;

a) Örüntünün 8. adımında kaç birim küp kullanılmıştır? *<u>Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.</u>*

b) Örüntünün 15. ve 70. adımlarında kaç birim küp kullanılmıştır? *<u>Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.</u>*

c) Örüntünün herhangi bir adımında kullanılacak birim kare sayısını veren bir kural geliştiriniz.

d) Bu kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a) 13 birim küp kullanılmıştır. Çünkü ⇒ Dikey bloklar sabit, yatay bloklar adım sayısı kadar olduğu için ⇒ 8+5=13 olur.

b) Dikey bloklar sabit, yatay bloklar adım sayısı kadar olduğu için 15+5=20
20 ⇒ 15. adım. 70+5=75 ⇒ 70. adım.

c) n+5 = birim küp sayısı.

d) Her adımda dikey bloklar 5 tane yani sabit. Yatay bloklar ise adım sayısına eşit olduğu için n+5 = birim küp sayısı.

6)

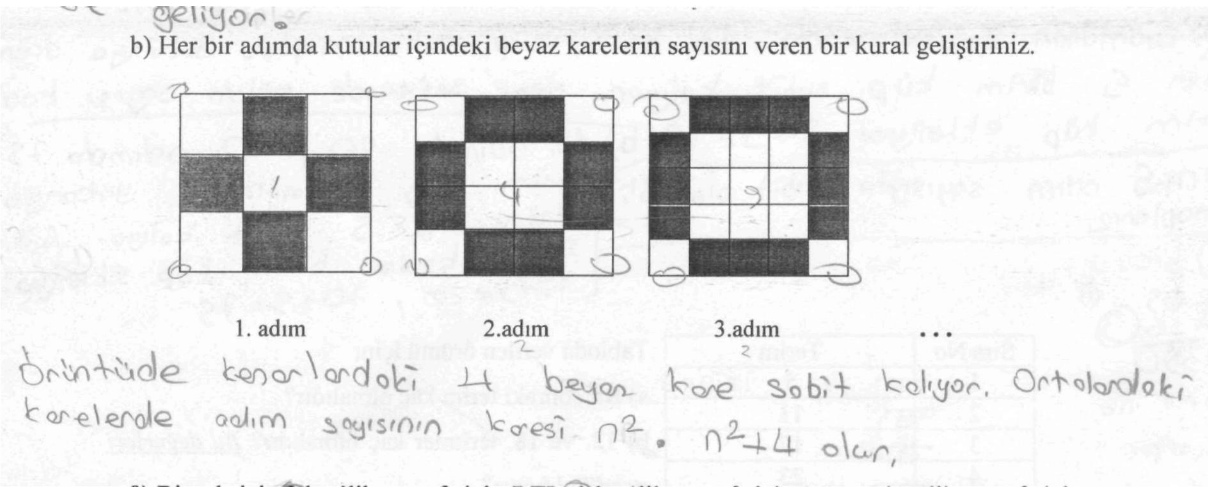
Öğrenci Reyhan, model üzerindeki birim küpleri dikey ve yatay olarak gruplandırmıştır. Yatay ve dikey olarak gruplandırdığı birim küplerin sayısı ile adım sayısı arasında bir ortak özellik fark etmiştir. Belirlediği bu ortak özelliği transfer ederek 8. adım için " 8 + 5 ", 15. adım için " 15 + 5 ", 70. adım için " 70 + 5 " şeklinde ilişkilendirebilmiştir. Bu yoldan yakın ve uzak adımları hesaplayabilmiştir.

Dikey bloktaki birim küplerin sayısının sabit ve 5 tane, yatay bloktaki birim küp sayısının adım sayısına göre değiştiğini fark ederek oluşturduğu hipotezinden “ n + 5 ” genel terimine ulaşarak cebrisel genelleme yapabilmiştir. Öğrenci Reyhan’ın, SÖGP 1’de cebrisel genelleme yapabilen bir öğrenci olmadığı, notasyon kullanmadığı ve modelden yararlanan bir öğrenci olmadığı gözlemlenmiştir. SÖGP 2’de ise Reyhan’ın modelleri bir kural bulma yönünde etkili şekilde kullandığı, çoğunlukla cebirsel genelleme yapabildiği soruların ise şekil örüntüleri olduğu gözlemlenmiştir.

SÖGP 2’de 7. soru, iki şekil örüntüsünün bulunduğu ve sadece modelden yararlanarak örüntüye ait kuralın bulunmasını isteyen bir açık uçlu problemdir. SÖGP 1’de benzer soru için özellikle belirtilmesine rağmen birkaç öğrenci dışındaki öğrencilerin modeli kullanmadığı ve nümerik ilişkiye dökerek kurala ulaşmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. SÖGP 2’de ise öğrenciler, çoğunlukla modeli analiz etmeye çalışmıştır. Özellikle 7. sorunun b şıkkında yer alan şekil örüntüsünde öğrencilerin zorlandığı görülmüştür. Gözlemlenen gelişmelerden bir diğeri ise etkili bir strateji kullanmayan, notasyona hiçbir şekilde yer vermeyen ve örüntüleri genellemede olgunlaşmamış tümevarımlar kullanan öğrencilerin bile bu soruda görsel ipuçlarının farkına varmış olmalarıdır. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 118’de gösterilmiştir.

Şekil 118

Özge’nin SÖGP 2’deki 7. Problemde Modeli Analiz Etme Yaklaşımı



Öğrenci Özge'nin Şekil 118'deki yanıtında incelenirse modeli analiz etmeye çalıştığı görülmüştür. Köşedeki beyaz birim karelerin her adımda sabit ve ortada bulunan beyaz birim karelerin adım sayısının karesine eşit olduğunu belirleyebilmiştir. Geliştirdiği hipotezinden " $\boldsymbol{n^2}$ + 4" genel terimini yazabilmiştir. Özge, görsel ipuçlarını değerlendirerek modeli analiz edebilmiştir. Eylem planı öncesinde SÖGP 1'de olgunlaşmamış tümevarımlar kullanan ve cebirsel genelleme yapamayan Özge, SÖGP 2'de modelleri etkili kullanarak görsel bir yaklaşımla cebrisel genellemeye ulaşabilmiştir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu tez kapsamında 7. sınıf öğrencilerinin örüntü kavramına ilişkin göstermiş oldukları güçlüklerin ve geliştirilen eylem planının öğrencilerin gelişimi üzerindeki etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu bölümde elde edilen bulguların eğitimsel çıkarımları ve veri analizi sürecinde saptanan bazı noktalar tartışılmaktadır.

Eylem planı öncesinde öğrencilerin hazır bulunuşluklarını ve gösterdikleri güçlükleri belirlemek amacıyla uygulanan SÖGP 1'de, araştırmanın gerçekleştirildiği on üç 7. sınıf öğrencisinin bulgularına bakıldığında örüntüdeki ilişkiyi belirlerken çoğunlukla ardışık terimler arasındaki ilişkiye odaklandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrenci sayısı ise oldukça azdır. Bazı öğrenciler, terim sırası sayıları arasındaki oranı incelemişlerdir. Bu bulgu yapılan diğer araştırmalarla tutarlılık göstermektedir. Carraher, Martinez ve Schliemann (2008); Lannin (2002); MacGregor ve Stacey (1993); Sasman, Oliver ve Linchevski (1999); Stacey (1989) tarafından yapılmış olan çalışmalar aynı bulguya işaret etmektedir. Özellikle tablo halinde verilen örüntüde öğrencilerin ardışık terimler arasındaki ilişkiyi incelemiş olmaları Sasman, Oliver ve Linchevski (1999)'nın araştırma sonuçlarıyla tutarlık göstermektedir. Sasman, Oliver ve Linchevski (1999)'nin çalışmalarında yer alan tablo sorularında öğrencilerin daha çok terimler arasındaki farka ve terim sırası arasındaki orantısal ilişkiye (bütüne genişletme) baktıkları sonucuna ulaşmıştır. Açıklanmaya çalışılan bu durumlar, öğrencilerin cebirsel genelleme sürecini tamamlayabilmeleri açısından önemlidir. Bu nedenle SÖGP 1'de çoğunlukla cebirsel genelleme yapılamamasının nedeninin öğrencilerin örüntüye ait ilişkinin belirlenmesinde gösterdikleri yaklaşımdan kaynaklandığı düşünülmektedir.

Öğrencilerin belirledikleri ortak özellik, yakın ve uzak adımların hesaplanmasında gösterdikleri yaklaşımları ve kullandıkları yöntemi etkilemiştir. Araştırmanın bulguları; belirlenen ortak ilişkinin öğrencilerin tüm terimleri tanımlayabilmesinde etkili olduğunu göstermektedir. Ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerin yakın ve uzak adımlar için farklı yöntem ve yaklaşımlar geliştirdikleri belirlenmiştir. Bu yüzden yakın adımı kolaylıkla hesaplarken uzak adımı hesaplamada zorlandıkları saptanmıştır. Bu bulgu, Stacey (1989)'nin yapmış olduğu araştırmanın bulguları ile tutarlılık göstermektedir. Ayrıca Stacey (1989) araştırmasında öğrencilerin çoğunlukla sayma yöntemi, farkın çarpılması yöntemi, bütüne genişletme yöntemi ve lineer yöntem kullandıklarını saptamıştır. SÖGP 1'de yer alan açık uçlu problemlerde öğrenciler Stacey (1989)'nin çalışmasını destekleyecek yöntemler kullanmışlardır. SÖGP 1'de öğrencilerin özellikle yakın adımlar için sayma yöntemi kullandıkları saptanmıştır. Ayrıca uzak adımlar için daha kullanışlı bir çözüm yolu geliştiremeyen öğrencilerin başvurduğu yöntemler ise sayma, bütüne genişletme ve farkın çarpılması yöntemi olmuştur. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi bir ortak özellik belirlemek için inceleyen öğrenciler ise lineer bir yaklaşım sergileyerek uzak adımları hesaplamada çoğunlukla başarılı olmuşlardır.

SÖGP 1'de Öğrenciler, örüntüye ait bir kural için çoğunlukla sözel ifadeler kullanmışlar ve cebirsel bir ifade yazmada zorlanmışlardır. Notasyon destekli bir kural ifadesi yazan öğrenci sayısı oldukça azdır. Cebirsel bir ifade yazmada öğrencilerin zorluk çektikleri ve isteksizlik gösterdikleri saptanmıştır. Bu bulgu Carraher, Martinez ve Schliemann (2008); Lian ve Idris (2006); MacGregor ve Stacey (1993); Sasman, Linchevski, Oliver ve Liebenberg (1998); Tanışlı (2008); Yaman (2010); Zazkis, Liljedahl ve Chernoff (2008); Zazkis ve Liljedahl (2002) tarafından yapılmış olan çalışmaların sonuçları ile tutarlıdır. Söz konusu araştırmacılar; çalışmalarında sözel ifade biçimlerinin daha çok kullanıldığına ve cebirsel bir ifade yazmada sembol ve notasyon kullanımında güçlük çekildiğine işaret etmektedir.

SÖGP 1'de öğrenciler çoğunlukla olgunlaşmamış tümevarımlar kullanmışlar ve aritmetik genelleme yapabilmişlerdir; buna karşın cebirsel genelleme yapmada başarısız olmuşlardır. Bu bulgu Radford (2008)'un araştırmasında ulaştığı sonuçlarla tutarlıdır. Radford (2008), belirlenen ortak özellikten tümevarım yoluyla elde edilen genel terimin basit tümevarımlarla yapıldığını ifade eder. SÖGP 1'de genel olarak ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerin basit tümevarımlar yaptıkları saptanmıştır. Bu araştırmadan elde edilen bulgular, terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerin aritmetik genelleme ya da cebirsel genelleme yaptıklarını göstermektedir. Cebirsel genelleme yapabilen öğrenci sayısı ise oldukça azdır. Genel terim ifadelerinde ise sözel ifadelere rastlanmıştır.

SÖGP 1'de öğrenciler, örüntülerin sunum biçimine göre değişen performans sergilemişlerdir. Öğrenci performansları "şekil", "sözel problem", "tablo" ve "sayı örüntüsü" şeklinde sıralanmaktadır. Bu bulgu Lannin, Barker ve Townsend (2006); Tanışlı (2008) ve Yaman (2010)'ın çalışmalarındaki sonuçlara işaret etmektedir. Lannin, Barker ve Townsend (2006), problemin görsel yapısının öğrenci yaklaşımlarını etkilediğine dair sonuçlara ulaşmıştır. Tanışlı (2008) ve Yaman (2010) ise; öğrencilerin performanslarını etkileyen faktörlerden birinin sunum biçimi olduğunu belirtirken, Yaman (2010) öğrenci performanslarını "tablo", "şekil", "sözel problem" ve "sayı dizisi" şeklinde sıralamaktadır. Burada öğrencilerin başarılarının soru türlerinden etkilendiği sonucu tutarlıdır. Ancak performans sıralamasındaki uyumsuzluğun öğrencilerin geçmiş deneyimleriyle ilgili olabileceği düşünülmektedir. Başka bir deyişle tablo sorularının sıralamadaki bu tutarsızlığı, öğrencilerin tablo soruları ile ilgili daha önce karşılaşmamış olmaları ile ilgili olabilir.

SÖGP 1'de öğrenciler, görsel ipuçlarını iyi değerlendirememişler ve modeli analiz edememişlerdir. Bu nedenle, modeli etkili kullanamamışlardır. Bu bulgu Steele ve Johanning, (2004) ile Yeşildere ve Akkoç (2010)'un çalışmalarında öğrencilerin modeli bir kural bulma yönünde kullanmadıklarına dair ulaşmış oldukları sonuçlara işaret etmektedir. Becker ve Rivera (2006) ve Tanışlı (2008) ise öğrencilerin görsel ipuçlarını yorumlayamamış olmalarının öğrencileri cebirsel yaklaşıma yönlendirdiğine dair sonuçlar elde etmişlerdir. Bu araştırmanın bulguları da Becker ve Rivera (2006) ile Tanışlı (2008)'nın sonuçlarına paralellik göstermektedir. Öğrenciler, modeli analiz edemediklerinden dolayı görsel ipuçlarından ortak özellik belirleyememişlerdir. Modeli nümerik ilişkiye dökmüşler ve sayısal ilişkilere odaklanmışlardır.

SÖGP 1'de öğrenciler, açıklama gerektiren sorularda isteksizlik göstermişler ve zorluk çekmişlerdir. Bu tür sorular, genelleme süreçlerinin ayrıntılı olarak incelenmesi amacıyla işlem adımlarının yapılması ve kuralın bulunması ile ilgili açıklamalar içermektedir. Öğrenciler, işlem adımlarının gerekçelerini ifade etmede ve kuralı bulma sürecini anlatmada isteksizlik gösterirken bu sorular üzerinde fazla bir uğraş göstermemişlerdir. Açıklamalarında ise genelde kısa ve kalıpsal cümleler kullandıkları görülmüştür. SÖGP 1'in uygulanması sırasında açıklama gerektiren soru maddelerine yönelik öğrencilerin bir kararsızlık ve karmaşa yaşaması ve bu doğrultuda araştırmacıya yönelttikleri sorular zorluk çektiklerine dair sonuca varılmasının nedenlerinden biridir.

SÖGP 1'de ulaşılan sonuçlardan biri diğeri ise öğrencilerde Cooper ve Sakane (1986)'nin değinmiş olduğu aşırı genelleme yapma güçlüğüne rastlanmamış olmasıdır.

Eylem planı çerçevesinde geliştirilen etkinliklerin öğrenci üzerinde ne gibi gelişimler ve olumlu değişimler sağladığının belirlenebilmesi için uygulanan SÖGP 2'de öğrenciler, çoğunlukla ortak bir özellik belirlemede terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi incelemeyi tercih etmişlerdir. Bu doğrultuda öğrencilerin, eylem planı sonrasında gösterdikleri değişimlerden biri de ortak özelliği belirleme yönünde olmuştur. Öğrencilerin çoğu ortak bir örüntü özelliği belirlemede terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi incelerken, ardışık terimler arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrenci sayısı oldukça azdır. Tablo sorusunda ise eylem planından sonra öğrencilerde çoğunlukla terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleme eğilimi, geliştirilen tablo etkinliklerinde terimlerin ardışık verilmemesinin bir sonucu olarak görülmektedir.

Elde edilen bu bulgular, eylem planının öğrenci üzerindeki olumlu değişimini göstermektedir.

SÖGP 2'de öğrencilerin belirledikleri ortak özellik, yakın ve uzak adımları hesaplamada göstermiş oldukları yöntem ve stratejileri etkilemiştir. Öğrencilerin ortak noktayı belirleme yaklaşımlarındaki değişiklik örüntüyü genişletme eğiliminden uzaklaştırmıştır. Öğrenciler, bir kural bulma yönünde kullanabileceği yaklaşımlara yönelmiştir. Bu bulgu, Hiebert ve Wearne (1993)'nin çalışmasıyla tutarlık göstermektedir. Hiebert ve Wearne (1993), yaptıkları çalışmada etkinlik temelli öğretim yapılan sınıflarda öğrencilerin yöntem ve yaklaşımlarında çeşitlilik oluştuğu sonucuna ulaşmışlardır. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerin ise daha çok fonksiyonel bir ilişki arayarak lineer bir yaklaşım göstermişlerdir. Terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrenci sayısının artması öğrencilerin sayma yönteminden uzaklaşarak fonksiyonel ilişkilere yönelmesini sağlamıştır.

SÖGP 2'de öğrenciler, örüntüye ait bir kural ifadesinde sözel ifadeler yerine daha çok cebirsel ifadeler kullanmışlardır. Eylem planı çerçevesinde geliştirilen etkinliklerde cebirsel sembollere ihtiyaç hissettirilmesi, öğrencilerin sembolik dil kullanımını geliştirmeye yardımcı olmuştur. Bu bulgu, Ainley (2006)'in yapmış olduğu çalışmada ulaşmış olduğu sonuç ile tutarlılık göstermektedir. Ainley (2006), tasarladığı etkinliklerde çeşitli kriterleri göz önünde tutmuştur. Bu kriterlerden bazıları cebirsel sembollere ihtiyaç hissettirilmesi, notasyon ile cebir arasındaki ilişkinin aritmetik işlemlerdeki akıcılık üzerine inşa edilmesi ile ilgilidir. Ainley (2006)'in bu kriterlerle tasarladığı etkinliklerde öğrencilerin cebirsel notasyon destekli genelleme yaptıkları sonucuna ulaşmıştır.

Öğrenciler, çoğunlukla cebirsel genelleme yapmışlar ve olgunlaşmamış tümevarımlar kullanmaktan uzaklaşmışlardır. Öğrencilerin cebirsel genelleme yapabilmelerini sağlamak için öncelikle var olan güçlüklerin ele alınması öğrenci eğilimleri ile ilgili bilgiler sağlamıştır. Etkinlik tasarımında öğrenci eğilimlerinin ele alınması, öğrencilerin cebirsel genelleme yapabilme başarısını arttırmıştır. Bu bulgu, Henningsen ve Stein (1997)'in yapmış olduğu çalışma ile tutarlıdır. Henningsen ve Stein (1997), etkinlik tasarımında ne kadar çok sınıf tabanlı faktörler dikkate alınırsa başarının o kadar artacağına dair sonuçlara ulaşmışlardır. Belirttikleri bu sınıf tabanlı faktörlerden bir de öğrenci eğilimleridir. Ayrıca etkinlik tasarımında cebirsel genelleme süreçlerinin dikkate alınarak öğrenciye rehberlik edecek soruların ve desteklerin belirlenmiş olması öğrencilerin cebirsel genelleme yapabilme başarılarını yükseltmiştir. Bu bulgu, Radford (2008)'un çalışmaları ile paralellik göstermektedir. Çünkü Radford (2008), çalışmasında öğrencileri cebirsel genelleme süreci içerisine yönlendirecek sorular sorarak cebirsel genelleme yapabilmelerine yardımcı olmuştur. Buna rağmen araştırmada az da olsa basit tümevarımlar kullanarak genelleme yapan öğrenciler bulunmaktadır. Bu durum Lannin, Barker ve Townsend (2006)'ın da değindiği gibi öğretmen ve öğrenci etkileşimlerinden, önceden kullanılan stratejilerden ya da Yeap ve Kaur (2008)'ın değindiği gibi matematiksel yapıları görebilme yeteneğinden ya da sahip oldukları ön bilgilerden kaynaklanabilir. Öğrencilerin genelleme yapabilme başarılarını etkileyen diğer bir faktörün yapılan grup içi tartışmalar olduğu düşünülmektedir.

SÖGP 2'de öğrencilerin performansları soruların sunum biçiminden etkilenmiştir. Öğrencilerin cebirsel genelleme yapabilme başarıları yükselirken, başarılı oldukları soru biçimlerinde bir değişiklik saptanmamıştır. Öğrencilerin başarılı oldukları soru biçimlerinin "şekil", "sözel problem", "tablo" ve "sayı dizisi" şeklinde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum Lannin, Barker ve Townsend (2006); Tanışlı (2008) ve Yaman (2010)'ın çalışmalarındaki sonuçlarla paralellik gösterse de Yaman (2010)'ın ulaşmış olduğu soru biçimlerindeki sıralama ile tutarlı değildir. Yaman (2010), soru biçimlerindeki başarı sıralamasının "tablo", "şekil", "sözel problem" ve "sayı dizisi" şeklinde olduğu sonucuna ulaşmıştır. Eylem planının, bu sıralamayı değiştirecek bir etki yaratmamış olması bu sıralamanın öğrencilerin matematiksel yapıları görebilme becerileri, ön bilgiler ve geçmiş deneyimler ile ilgili olabileceği olasılıklarını kuvvetlendirmektedir.

SÖGP 2'de öğrenciler, genel olarak şekil örüntülerindeki görsel ipuçlarını değerlendirmişler ve modeli bir kural bulma yönünde kullanmışlardır. Böylece modeli bir kural bulma yönünde etkili olarak kullanabilmişlerdir. Eylem planı uygulanırken öğrencileri görsel ipuçlarına yönlendirecek sorular yöneltilmiştir. Bu durum öğrencilerin görsel yaklaşım ile genellemeye ulaşmalarına yardımcı olmuştur. Bu bulgu Warren (2006)'in çalışması ile tutarlık göstermektedir. Warren (2006), genelleme yapabilme yeteneklerinin öğretmen eylemlerinden etkilenebileceğini belirtmiş ve çeşitli sınıflandırmalar yapılmıştır. Eylem planında, Warren (2006) çalışmasında kullanmış olduğu öğretmen sorularına paralel "11.adımın şekli neye benzer?", "9. adımda model nasıl değişir?" gibi sorulara yer verilmiştir.

SÖGP 2'de öğrenciler, genel olarak çözüm yolları ve kuralı bulma adımlarını açıklamada isteksizlik göstermiş olsalar da ifade etmede daha az zorluk çekmişlerdir. Eylem planının uygulanmasında öğrencilerin işlem adımları ve ulaştıkları genellemeler ile ilgili tartışma ortamları yaratılması ile kendilerini ifade etme ve çözüm yollarını karşılaştırma fırsatları tanınmıştır. Bu bulgu Lannin, Barker ve Townsend (2006); Lannin (2005)'in ve Warren (2006)'ın ulaştıkları sonuçlara işaret etmektedir. Lannin, Barker ve Townsend (2006) gösterilen yaklaşımların öğrenci ve öğretmen etkileşiminden etkilendiği sonucuna ulaşırken Warren (2006) ise yapılan genellemelerin paylaşılmasının, öğrencilerin genellemelerini doğrulamada cesaretlendirilmesinin ve öğretmenin destekleyici eylemlerinin bu durumda etkili olabileceğine yönelik bulgulara ulaşmışlardır.

Elde edilen bulgulardan eylem planının; öğrencilerin strateji kullanımında, cebirsel genelleme yapabilmesinde, notasyon kullanımında, modelleri bir kural bulma yönünde etkili kullanabilmesinde gelişim sağladığı belirlenmiştir.

Genel bir değerlendirme yapıldığında bu araştırmada öğrenci güçlüklerinin giderilmesinde öğretmen eylemelerinin etkisi olduğunu düşündürtecek bulgulara ulaşılmıştır. Ulaşılan bu sonuç Lannin, Barker ve Townsend (2006); Warren (2006); Yeşildere ve Akkoç (2010)'un çalışmalarındaki sonuçlara işaret etmektedir. Yeşildere ve Akkoç (2010)'un, çalışmalarında öğretmen adaylarının literatürdeki öğrenci güçlüklerini gösterdiğine dair ulaştıkları sonuç öğrenci güçlüklerinin öğretmen kaynaklı olabileceğini düşündürmektedir. Lannin, Barker ve Townsend

(2006)'ın sonuçları ise bu düşünceyi destekler niteliktedir. Çünkü öğrencilerin genelleme yaklaşımlarını etkileyen faktörlerden biri olarak öğretmen etkileşimini belirlemeleri öğrencilerin genelleme sürecindeki öğretmen etkisini göstermektedir. Warren (2006) ise çalışmasının sonucunda öğrencilerin genelleme yaklaşımları üzerinde etkili olan öğretmen eylemelerini belirlemiştir. Radford (2008), öğrencilerin genelleme süreçlerini incelediği çalışmasında sormuş olduğu sorularla Özmantar, Bingölbali, Demir, Sağlam ve Keser (2009), çalışmalarında oluşturulan sınıf içi normlarda öğretmen eylemlerinin öğrenci faaliyetlerini etkilediğine dair sonuçlara ulaşmışlardır. Bu nedenle eylem planının uygulanması sırasında;

1. İddiaların/çözümlerin açıklanması,
2. Düşüncelerin (iddia/çözüm/açıklama) gerekçelerinin sunulması,
3. Herkesin çekinmeden fikrini paylaşması,
4. Sınıfta paylaşılan düşüncelerin herkes tarafından anlaşılmaya çalışılması,
5. Herkesin yapılan açıklamalara/çözümlere/iddialara katılıp katılmadığını belirtmesi,
6. Anlaşılmayan açıklama/iddia/çözümlerin dile getirilmesi,
7. Alternatif/farklı çözüm/açıklamalar üretilmesi,
8. İddia/çözüm/açıklamaların doğruluğunun sorgulanması (Özmantar ve diğer., 2009:9)

davranışlarının ortaya çıkarılmasına özen gösterilmiştir.

Örüntü kavramı, cebirin merkezinde yer alan bir kavram konumundadır. Örüntü kavramının anlaşılması; bu kavram üzerine inşa edilecek olan ilişkilendirme yolu ile matematiksel yapıların çözümlenmesi, genelleme yapabilme yeteneğinin gelişimi, cebirsel düşüncenin ve semboller dilinin gelişimi ve tümevarım yöntemlerini anlaşılması açısından önem arz etmektedir. Burada en önemli görev öğretmenlere düşmektedir. Bu nedenle yeni araştırma konuları önerilerinin yanında uygulamaya yönelik önerilere de yer verilmiştir.

Öğrencilerin cebirsel genelleme yapabilmelerini sağlamak için öğretmenlerin var olan öğrenci güçlükleri ile ilgili bilgi sahibi olması gerekir. Çünkü Henningsen ve Stein (1997), etkili bir öğrenme ve öğretme sürecinde öğrenci eğilimlerinin önemli bir faktör olabileceğine ilişkin sonuçlara ulaşmıştır. Bu nedenle İlköğretim Matematik Öğretim Programı'na öğrenci güçlükleri ile ilgili bilgiler eklenebilir. Bu sayede öğretmenler, öğrenci eğilimlerini göz önüne alarak daha etkili öğretimler gerçekleştirebilir.

Steele (2008), öğrencilerde güçlü bir cebirsel dilin ve düşüncenin gelişimi için çoklu temsiller arasında anlamlı ilişkiler kurulması gerektiğini belirtmiştir. Bu noktadan hareketle öğrencilerin cebirsel dil gelişimini sağlamak açısından cebirsel sembollere ihtiyaç hissettirilmeli ve farklı temsil biçimleri arasında ilişki kurulması sağlanmalıdır. Özellikle bu araştırma için geliştirilen "çoklu temsil biçimlerinin ilişkilendirilmesi" ile ilgili etkinliklere yer verilebilir.

Öğretmenler sınıf içerisinde sorunun yanıtını veren, yanlışları düzelten bir rol içerisinde olmamalıdır. Öğrencileri çözüm yolları üzerine düşünmeye, alternatif çözümler ile karşılaştırmaya ve yorum yapmaya yönlendirmelidir. Böylece öğrencilerin yaklaşımlarını gözden geçirmesi ve ortaya çıkan sorunların kaynağının belirlenmesine yardımcı olunabilir. Özmantar ve diğer. (2009); bu tür öğretmen yaklaşımlarının öğrencilerde problem çözme, yaratıcı ve eleştirel düşünme, araştırma ve sorgulama gibi becerlerin gelişiminde önemli bir rol oynadığını ifade etmektedir.

Radford (2008), örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerini genelleme süreci içerisinde değerlendirmiştir. Böylece zorluk ve yanılgıların tespit edilmesi ve giderilmesi bir ölçüde kolaylaşmaktadır. Dolayısıyla örüntü kavramı, cebirsel genelleme sürecinin aşamaları göz önünde bulundurularak ele alınmalıdır. Öğrencilere yöneltilen sorular ve hazırlanan etkinliklerde bu süreç göz önüne alındığında var olan sorunların kaynağını belirlemek ve öğrencileri bu sürece dâhil etmek kolaylaşacaktır.

Lannin, Barker ve Townsend (2006); Tanışlı (2008) ve Yaman (2010)'ın yapmış olduğu çalışmların bulguları paralelinde ğrenci performanslarının örüntülerin sunum biçimlerinden etkilendiği, problemlerin görsel biçimlerinin öğrenci yaklaşımlarını etkilediği ve geçmiş deneyimlerin öğrenci strateji ve yaklaşımlarını etkilediği göz önüne alındığında çeşitli soru biçimlerine yer verilmelidir. Öğrenciler şekil örüntüleri, sayı örüntüleri, tablo halinde verilen örüntüler, günlük yaşam ile ilişkilendirilen sözel problemler ile erken yaşlarda tanıştırılmalıdır. Öğrencilerin, genelleme yaparken görsel yaklaşım kullanabilmelerine yardımcı olmak amacıyla özellikle şekil örüntülerinde görsel ipuçlarına dikkat çekilmesi ve görsel ipuçlarından yararlanarak modelin analiz edilmesi sağlanmalıdır.

Doerr (2006)'in çalışması göz önüne alınırsa öğrencileri düşünmeye ve araştırmaya iten etkinlikler kendilerinde yüksek motivasyon gücü bulundurduğundan öğrencilerin daha yaratıcı ve zengin çözüm yaklaşımları göstermelerine olanak tanır. Bu nedenle öğretmenlerin konunun yapısına, kullanım amacına, kullanım şekline yönelik etkinlik tasarımı ile ilgili bilgi sahibi olması gerekir. Bu nedenle İlköğretim Matematik Programı'nda etkinlik tasarımı ile ilgili daha ayrıntılı bilgilere yer verilebilir, bu konuda seminerler düzenlenebilir.

Örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerini gidermeyi amaçlayan bu çalışmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak yapıldığında ilgili alan yazına katkısı olabileceği düşünülen araştırma önerilerine aşağıda değinilmiştir.

Örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerinin kaynağını belirlemeye yönelik araştırmalar yapılabilir. Böylece sorunun kaynağı analiz edildiğinde, öğrencilerin örüntü kavramı ile cebirsel düşüncelerinin gelişimine katkı sağlayacak uygulamaların önü açılacaktır.

Etkinlik özelliklerinin öğrenci güçlüklerini giderme üzerindeki etkisi araştırılabilir. Söz konusu güçlükleri gidermede geliştirilecek bir etkinliğin sahip olması gereken özellikler teorik bir çerçevede ele alındığında, öğretmenlere uygulamalarında ışık tutabilir.

Öğretmenlerin etkinlik tasarımına ilişkin bilgi düzeyleri araştırılabilir. Böylece belirlenen eksiklerin giderilmesi ve sorunların çözümü için eğitimler ve seminerler planlanabilir. Bu eğitimlerle öğretmenler söz konusu alanda kendilerini geliştirme fırsatı yakalayarak daha nitelikli öğretim faaliyetleri düzenleyebilirler.

KAYNAKÇA

Ainley, J. (2006). **Puposeful task design: an algebraic example.** In Anais do SIPEMAT. (pp.1-12).Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação– Universidade Federal de Pernambuco.

Altun, M. (2008). **Matematik öğretimi.** Bursa: Erkam Matbaası.

Amit, M. ve Neria, D. (2008). "**Rising the Callenge": Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students.** ZDM Mathematics Education. 40: 111-129

Becker, J.R. ve Rivera,F. (2005). **Generalization Strategies of Beginning High School Algebra Students.** Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4: 121-128. Melbourne: PME

Bell, A. (1993). **Principles For The Design of Teaching.** Educational Studies in Mathematics. 24. 5-34

Ben-Chaim, D., Keret, Y. ve Ilany, B. (2007). **Designing and implementing authentic investigative proportional reasoning tasks: the impact on pre-service mathematics teachers' content and pedagogical knowledge and attitudes.** J Math Teacher Educ. 10: 333-340

Birken, M ve Coon, A.C. (2008). **Discovering Patterns in Mathematics and Poetry.** Amsterdam- New York: Rodopi

Bishop, J. (2000). **Linear geometric number patterns: middle school students' strategies.** Mathematics Education Research Journal. Vol. 12, No. 2, 107-126

Biza,I., Nardi, E.,Zachariades,T. (2007). **Using Tasks to Explore Teacher Knowledge in Situation-Specific Contexts.** J Math Teacher Educ.10: 301-309

Breen,S. ve O'shea, A. (2010). **Mathematical Thinking and Task Design.** Irish Mathematics Society Bulletin.66: 39-49

Burns, M. (2000). **About Teaching Mathematics. A K-8 Resource. (**2nd ed.) Sausalito, California: Math Solutions Publication.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak E.K., Akgün Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel F. (2009). **Bilimsel Araştırma Yöntemleri (4. baskı).** Ankara: Pegem Akademi

Carraher, D.W., Martinez, M.V. ve Schliemann,A.D. (2008). **Early algebra and mathematical generalization.** ZDM Mathematics Education. 40: 3-22

Cathcart, D.W., Pothier,Y.M., Vance, J.H. ve Bezuk, N.S. (2003). **Learning Mathematics in Elementary and Middle Schools.** 3rd ed-Upper Saddle River, NJ: Merill/Prentice Hall

Childs, K.M. (1995). **An Investigation of the Role of Patterns in Developing Algebraic Thinking**. Doktora Tezi**,** Texas A&M University.

Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. (2002). **Research methods in education**. London: Routledge.

Cooper,T.J. ve Warren, E. (2008). **The effect of different representations on years 3 to 5 students' ability to generalise.** ZDM Mathematics Education. 40: 23-37

Cooper, M. ve Sakane, H. (1986). **Comparative experimental study of children's strategies with deriving a mathematical law.** In Proceedings of the Tenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education . 410–414. London: University of London, Institute of Education.

Doerr, H.M. (2006). **Examining the tasks of teaching when using students' mathematical thinking.** Educational Studies in Mathematics. 62. 3-24

Doyle,W. (1983). **Academic Work.** Review of Educational Research. 53. 159-199

Doyle,W. (1988). **Work in mMathematics Classes: The Context of Students' Thinking During Instruction.** Educational Psychologist. 23(2). 167-180

García-Kruz, J.A. ve Martinón,A. (1998). **Level of generalization linear patterns.** Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2: 329-336. Stellenbosch: PME

Hargreaves, M., Threlfall, J., Frobisher, L., ve Shorrocks-Taylor, D. (1999). **Children's strategies with linear and quadratic sequences.** In A. Orton (ed.), Pattern in the teaching and learning of mathematics. 67-83. London: Cassell.

Heid, M., K. (1996). **Reflections on Mathematical Modeling and Redefinition of Algebraic Thinking.** N. Bednarz, C. Kieran ve L. Lee (ed.), Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. 221-224. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Henningsen, M. ve Stein, M. K. (1997). **Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning.** Journal for Research in Mathematics Education. Vol 28. No:5. 524-549

Hiebert, J. ve Wearne, D. (1993). **Instructional tasks, classroom discourse and students' learning in second-grade arithmetic.** American Educational Research Journal. 30(2): 393-425

Lannin, J. (2002). **Developing middle school students' understanding of recursive and explicit reasoning**. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, Louisiana. (ERIC Document Reproduction Service No. ED465529).

Lannin, J. (2005). **Generalization and Justification: The Challenge of Introducing Algebraic Reasoning Through Patterning Activities**. Mathematical Thinking and Learning. 7(3): 231-258

Lannin, J., Barker, D. ve Townsend, B. (2006). **Algebraic Generalisation Strategies: factors Influencing Student Strategy Selection.** Mathematics Education Research Journal. Vol.18, No.3: 3-28

Lee, L. (1996). **An initiation into algebraic culture through generalization activities**. N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (ed.), Approaches to algebra: Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. 87-106. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lian, L.H. ve Idris, N. (2006). **Assessing Algebraic Solving Ability of Form Four Students.** International Electronic Journal of Mathematics Education. Vol.1, No.1:55-76

Liljedahl P., Chernoff, E. ve Zazkis R. (2007). **Interweaving mathematics and pedagogy in task design:a tale of one task.** J Math Teacher Educ.10: 239-249

Liljedahl P. ve Zazkis R. (2002). **Generalization of Patterns: The Tension Between Algebraic Thinking and Algebraic Notation** . Educational Studies in Mathematics 49: 379-402

Lieberman, J. (2009). **Using Lesson Study to Develop an Appreciation of and Cmpetence in Task Design.** B.Clarke, B. Grevholm ve R.Millman (Ed.), Tasks in Primary Mathematics Teacher Education: Purpose, Use, and Exemplars, Mathematics Teacher Education 4. 11-24. NY: Springer

MacGregor, M. ve Stacey, K. (1993). **Seeing a pattern and writing a rule.** I.Hirabayashi, N. Nohda, K. Shigematsu and F. Lin (Ed.), Proceeding of The 17th Conference for Psychology of Mathematics Education 1. 181-188.

Mason, J. (1996). **Expressing Generality and Roots of Algebra.** N. Bednarz, C. Kieran ve L. Lee (ed.), Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. 65-86. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

MEB. (2009). **İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu**, Ankara.

Mertens, D. (1998). **Research Methods in Education and Psycholog**y. London: Sage Publications

Mulligan, J., Mitchelmore, M. ve Prescott, A. (2006). **Integrating Concepts and Processes in Early Mathematics: The Australian Pattern and Structure Mathematics Awareness Project (Pasmap).** Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4: 209-216. Prague: PME.

National Council Teachers Mathematics (NCTM). (1989). Principles and Standards for School Mathematics**.**<http://standards.nctm.org/> (13.04.2011)

National Council Teachers Mathematics (NCTM). (2000). Principles and Standards for School Mathematics**.**<http://standards.nctm.org/> (13.04.2011)

Orton, A. ve Orton, J. (1999). **Pattern and the approach to algebra**. In A. Orton (Ed.), Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics. s. 104-120. London: Cassel

Orton, J., Orton, A. ve Roper, T. (1999**). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern.** In A. Orton (ed.), Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics. 121-136. London: Cassell.

Özmantar, M.F. ve Bingölbali, E.(2009). **Etkinlik Tasarımı ve Temel Tasarım Prensipleri.** E. Bingölbali ve M.F. Özmantar (Ed.), İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri, 313-348. Ankara: Pegem Akademi Yayınları

Özmantar, M.F., Bingölbali, E., Demir,S., Sağlam, Y. ve Keser, Z. (2009). **Değişen öğretim programları ve sınıf içi normlar.** Uluslararası İnsan Bilimleri Dergisi. Cilt 6. Sayı 2. 1-23

Radford, L. (2006). **Algebraic Thinking and the Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective.** Alatorre, S., Cortina, J.L., Sáiz, M., and Méndez, A.(Ed.), Proceedings of the 28th annual meeting of thebNorth American Chapter of the International Group forbthe Psychology of Mathematics Education. Vol. 1: 2-17. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.

Radford, L. (2008). **Iconicity and Contraction: A Semiotic Investigation of Forms of Algebraic Generalizations of Patters in Different Contexts.** ZDM Mathematics Education. 40: 83-96

Rico, L. (1996). **The role of representation systems in the learning of numerical structures.** In: L. Puig, & A. Gutierrez (Eds.), Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Vol. 1 : 87–102. Valencia: University of Valencia.

Rivera, F.D. ve Becker, J.R. (2008). **Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generaliztions involving linear figural patterns.** ZDM Mathematics Education. 40: 65-82

Rivera, F.D. (2010). **Visual templates in pattern generalization activitiy.** Educ Stud Math. 73: 27-328

Sasman, M., Linchevski, L., Olivier, A. & Liebenberg, R. (1998). **Probing children's thinking in the process of generalisation.** Proceedings of the Fourth Annual Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa. 210-218. Pietersburg: University of the North.

Samsan, M. C., Linchevski, L. ve Olivier, A. (1999). **The influence of different representations on children's generalisation thinking processes.** Proceedings of the Seventh Annual Conference of the Southern African Association for research in Mathematics and Science Education. Harare, Zimbabwe. 406-415.

Stacey K. (1989). **Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems.** Educational Studies in Mathematics. 20. 147-164

Steele D.F. (2008). **Seventh-grade students' representations for pictorial growth and change problems.** ZDM Mathematics Education. 40: 97-110

Steele, D.F. ve Johanning, D.I. (2004). **A Schematic-Theoretic View of Problem Solving and Development of Algebraic Thinking.** Educational Studies in Mathematics 57: 65-90

Stylianides, A. J. ve Stylianides, G. J. (2008). **Studying the classroom implementation of tasks: High-level mathematical tasks embedded in "real life" contexts.** Teaching and Teacher Education. 24: 859-875

Swan, M. (2007). **The impact of the task-based professional development on teachers' practices and beliefs: A design research study.** J Math Teacher Educ.10: 217-237

Tanışlı, D. (2008). **İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülere İlişkin Anlama ve Kavrama Biçimlerinin Belirlenmesi.** Doktora Tezi, A.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Tanışlı, D. ve Olkun, S. (2009). **Basitten Karmaşığa Örüntüler**. Ankara: Maya Akademi

Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2009). **İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede kullandıkları stratejiler.** Educational Sciences: Theory & Practice. 9(3), 1453-1497.

Warren, E. (2006). **Teacher Actions That Assist Young Students Write Generalizations in Words and in Symbols.** Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 5, pp. 377-384. Prague: PME.

Watson, A. ve Mason, J. (2007). **Taken-as-shared: a Review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education.** J Math Teacher Educ.10: 205-215

Wheeler, D. (1996). **Backwards and Forwards: Reflections on Different Approaches to Algebra.** N. Bednarz, C. Kieran ve L. Lee (ed.), Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. 317-326. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Wiersma,W. (2000). **Research Methods in Education: An Introduction.** USA: Allyn and Bacon

Yaman, H. (2010). **İlköğretim Öğrencilerinin Matematiksel Örüntülerdeki İlişkileri Algılayışları Üzerine Bir İnceleme**. Doktora Tezi, H.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü

Yeap, B.H. ve Kaur, B. (2008). **Elementary school students engaging in making generalisation: a glimpse from a Singapore classroom.** ZDM Mathematics Education. 40: 55-64

Yeşildere,S. (2006). **Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6.,7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi.** Doktora Tezi, D.E.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Yeşildere,S., Akkoç,H. (2010). **Matematik Öğretmen Adaylarının Sayı Örüntülerine İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin Konuya Özel Stratejiler Bağlamında İncelenmesi.** OMÜ Eğitim Fakültesi Dergisi. 29 (1): 125-149

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri** (7. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık

Zazkis, R. , Liljedahl, P. ve Chernoff, E.J. (2008). **The role of examples in forming and refuting generalizations.** ZDM Mathematics Education. 40: 131-141

Zazkis,R. ve Liljedahl.P. (2002). **Generalization of Patterns: The Tension Between Algebraic Thinking and Algebraic Notation.** Educational Studies in Mathematics. 49: 379-402

Zaslavsky, O. (2007). **Mathematics-related tasks, teacher education and teacher educators.The dynamics associated with tasks in mathematics teacher.** J Math Teacher Educ.10: 433-440

Ek 1

SÖGP 1 Katılımcı Bilgilendirme Kriterleri

Merhaba. Ben Rukiye ASLAN. Okulunuzda matematik öğretmeni olarak görev yapmaktayım. Aynı zamanda Dokuz Eylül Üniversitesi'nde yüksek lisans yapıyorum. "Örüntü Kavramına İlişkin Öğrenci Güçlüklerini Gidermeye Yönelik Bir Ders Tasarımı" üzerine bir araştırma yapıyorum ve sizlerin örüntü kavramına ilişkin güçlüklerinizi belirlemek için geliştirdiğim "Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri1"i sizlere uygulamak istiyorum.

Problemler, 8 sorudan oluşmaktadır. Sorulara vereceğiniz yanıtlar araştırma için oldukça önemlidir. Bu nedenle, her bir soruyu dikkatlice okuyup yanıtlayınız. Eğer hata yaparsanız sorunun yanıtını düzgün şekilde siliniz. Özellikle yanıtları nasıl bulduğunuzu ayrıntılı olarak açıklamanız araştırma açısından önemlidir.

Problemler, iki ders saati süresince uygulanacaktır. Bu nedenle her oturumda 4 probleme yanıt vereceksiniz.

Sorulara verdiğiniz yanıtların tümü gizli kalacaktır. Bu bilgileri, araştırmacıların dışında herhangi bir kimsenin görmesi mümkün değildir. Yanıtlarınızın tümü, araştırmacı tarafından analiz edilecektir. Ayrıca araştırma raporunu yazarken kişilerin isimleri rapora kesinlikle yansıtılmayacaktır. Araştırmanın sonuçlarını öğrenmek isterseniz araştırma sonunda elde edilen verileri sizlerle paylaşabilirim.

Başlamadan önce, bu söylediklerimle ilgili belirtmek istediğiniz bir düşünce ya da sormak istediğiniz bir soru var mı? Soruları yanıtlarken herhangi bir sorunla karşılaşırsanız veya sormak istediğiniz bir şey olursa sorabilirsiniz.

Lütfen, yanıtlarınızı sorular için yer ayrılmış ilgili yerlere yapınız. Araştırmanın yararı açısından bu süreç kamera ve ses kaydına alınacaktır. Sizin için bir sakıncası var mı?

Araştırmaya katıldığınız için teşekkür ederim.

Soruları yanıtlamaya başlayabilirsiniz. Başarılar dilerim.

Ek 2

SÖGE Katıulımcı Bilgilendirme Kriterleri

Merhaba. Araştırmam için geliştirmiş olduğum “Sayı Örüntülerini Genelleme Etkinlikleri”ni sizlerle gerçekleştirmek istiyorum. Etkinlikler, 6 bölümden oluşmakta olup 12 aşamalıdır. Etkinlik sorularına vereceğiniz yanıtlar araştırma için oldukça önemlidir. Bu nedenle her bir soruyu dikkatlice okuyarak grup arkadaşlarınızla birlikte yanıtlayınız. Lütfen silgi kullanmayınız. Eğer hata yaparsanız hatalı kısmı çerçeve içine alınız. Özellikle yanıtları nasıl bulduğunuzu ayrıntılı olarak açıklamanız, araştırma açısından oldukça önemlidir. Etkinlikler tahmini olarak 12 ders saati sürecektir. Bunun için 4’er kişilik çalışma gruplarına ayrılacaksınız. Herkes için çalışma yaprağı, boş kâğıt ve kalem olacaktır. Etkinlik çalışmaları, kamera kaydına alınacaktır. Örüntülerin genelleme süreçleriyle ilgilendiğim için, aynı zamanda grup çalışmalarınızda ses kayıt cihazı kullanılacaktır. Kamera ve ses kayıtlarınızı ve çalışma yapraklarınızı araştırmacı dışında kimse görmeyecektir. Kamera ve ses kaydı yapılmasının sizin açınızdan bir sakıncası var mı? Lütfen çalışmalarınızı yaparken rahat olunuz. Yanıtlarınızın tümü araştırmacı tarafından analiz edilecektir. Ayrıca araştırma raporunu yazarken kişilerin isimleri rapora kesinlikle yansıtılmayacaktır. Çalışmaya katıldığınız için teşekkür ederim.

Ek 3

SÖGP 2 Katılımcı Bilgilendirme Kriterleri

Merhaba, arkadaşlar. Birlikte gerçekleştirdiğimiz etkinliklerden sonra sizlerde var olan değişimi araştırmak amacıyla geliştirdiğim “Sayı Örüntülerini Genelleme Problemleri 2”yi uygulamak istiyorum.

Problemler, 8 sorudan oluşmaktadır ve iki ders saatinde uygulanacaktır. Problemler 8 sorudan oluştuğu için ikiye bölünüp iki ders süresince uygulanacaktır. İlk ders problemlerin ilk yarısı, ikinci ders ise ikinci yarısı olmak üzere her oturumda 4 açık uçlu probleme yanıtlayacaksınız. Sorulara vereceğiniz yanıtlar araştırma için oldukça önemlidir; bu nedenle her bir soruyu dikkatlice okuyup yanıtlayınız. Eğer hata yaparsanız sorunun yanıtını düzgün şekilde siliniz. Özellikle yanıtları nasıl bulduğunuzu ayrıntılı olarak açıklamanız araştırma açısından önemlidir.

Sorulara verdiğiniz yanıtların tümü gizli kalacaktır. Bu bilgileri araştırmacıların dışında herhangi bir kimsenin görmesi mümkün değildir. Yanıtlarınızın tümü araştırmacı tarafından analiz edilecektir. Ayrıca araştırma raporunu yazarken kişilerin isimleri rapora kesinlikle yansıtılmayacaktır. Araştırmanın sonuçlarını öğrenmek isterseniz, araştırma sonunda elde edilen veriler sizlerle paylaşılacaktır.

Başlamadan önce, bu söylediklerimle ilgili belirtmek istediğiniz bir düşünce ya da sormak istediğiniz bir soru var mı? Soruları yanıtlarken herhangi bir sorunla karşılaşırsanız veya sormak istediğiniz bir şey olursa çekinmeden sorabilirsiniz.

Lütfen, yanıtlarınızı sorular için yer ayrılmış ilgili yerlere yapınız. Bu sürecin kamera ve ses kaydına alınması araştırma açısından önemlidir. Kamera ve ses kaydı alınmasının sizin açısından bir sakıncası var mı?

Araştırmaya katıldığınız için teşekkür ederim.

Soruları yanıtlamaya başlayabilirsiniz. Başarılar dilerim.

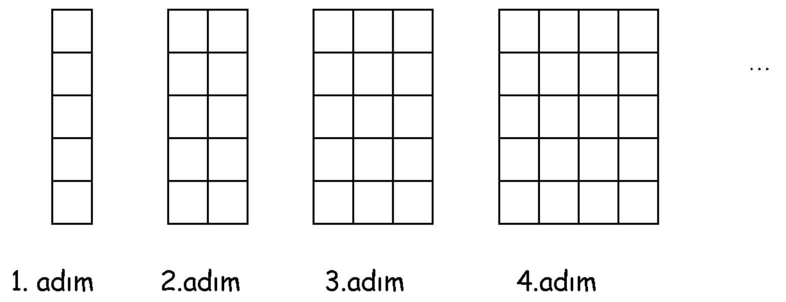
Ek 4

SAYI ÖRÜNTÜLERİNİ GENELLEME PROBLEMLERİ-1

1) 5, 6, 7, 8, 9,... sayı örüntüsü için;
a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 50. ve 100. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz.
e) *Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.*
f) Oluşturduğunuz modelden kuralı nasıl bulabileceğinizi *açıklayınız.*

2) 2, 4, 6, 8, 10,... sayı örüntüsü için ;
a) Bu sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturunuz.
b) 9. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 40. ve 75. adımındaki sayıları bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) Her bir adımdaki sayıyı bulabilmek için bir kural geliştiriniz.
e) *Kuralı nasıl bulduğunuzu ayrıntılı biçimde açıklayınız.*
f) Oluşturduğunuz modelden kuralı nasıl bulabileceğinizi *açıklayınız.*

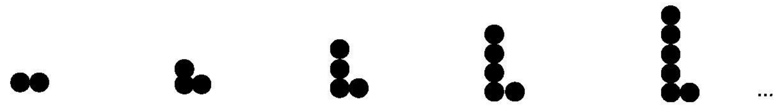
3) Aşağıda modellenmiş örüntü için ;



a) 10. adımda kaç adet birim kare olur? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) 30 ve 80. adımda kaç adet birim kare kullanılır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Her bir adımda kullanılacak olan birim kare sayısını veren bir kural bulunuz.
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu *ayrıntılı olarak açıklayınız.*

Ek 4

4) Aşağıda modellenmiş örüntü için;



1. adım 2.adım 3.adım 4.adım 5. adım ...

a) 9. adımda kaç tane nokta kullanılır? *<u>Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.</u>*
b) 25. ve 50. adımda kaç tane nokta kullanılır? *<u>Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.</u>*
c) Her bir adımda kullanılacak nokta sayısını veren bir kural bulunuz.
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu *<u>açıklayınız.</u>*

5) Arzu, bir iç mimardır. Kendisine dekorasyon için verilen bir mekanın duvarlarına aşağıdaki süslemeyi yapacaktır.

1.adım 2.adım 3.adım

a) Süsleme için 5. adımda kaç adet taş gereklidir?
b) Süslemenin 10. adımı için kaç adet taş gereklidir?
c) 41 adet süsleme taşı, süslemenin kaçıncı adımında kullanılabilir?
d) Her bir adımda kullanılacak olan taşların sayısını veren bir kural bulunuz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu aşağıdaki bölümde açıklayınız.

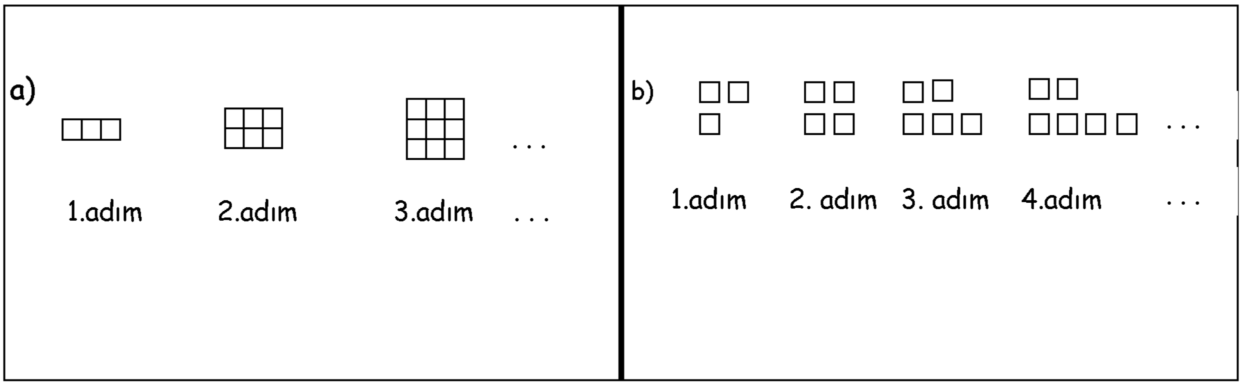
6) Bir bitkinin gelişimi, çevre şartlarına göre araştırılmaktadır. Ege bölgesinde yetiştirilen bu bitkinin gelişimi aşağıdaki gibi gözlemlenmiştir:

Haftalık Sıra Numarası	Boyunun uzunluğu (mm)
1. hafta	9
2. hafta	10
3. hafta	11
4. hafta	12
...	...
n. hafta	?

a) 5. haftada bu bitkinin boyunun uzunluğu kaç mm olur?
b) Bitkinin 7. ve 15. haftalarda boyunun uzunluğu kaç mm olur? *<u>Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.</u>*
c) 75. haftada boyunun uzunluğu kaç mm olmalıdır? *<u>Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.</u>*
d) Bu bitkinin haftalara göre (örneğin n. haftada) boyunun uzunluğu veren bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Ek 4

7) Aşağıda modellenmiş örüntülerin kuralını _sadece verilen modelleri kullanarak_ bulunuz.



Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

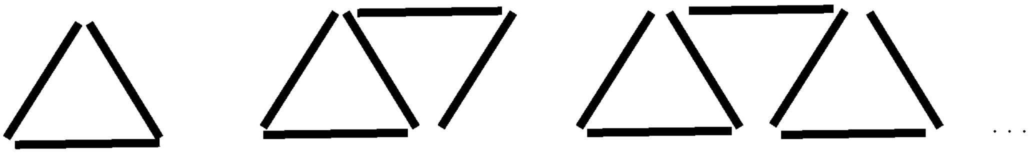
8) Derya Öğretmen, öğrencilerine bir başarı testi uygulamaktadır. Öğrencilerine yapabildiği doğru sayısına göre çikolata verecektir. Örneğin; 2 soruyu doğru yapan 9 adet, 3 soruyu doğru yapan 10 adet, 4 soruyu doğru yapan 11 adet çikolata alacaktır. Buna göre;

a) 6 soruyu ve 13 soruyu doğru yapan öğrenciler kaç tane çikolata alacaktır? _Nasıl bulduğunuzu açıklayınız._
b) 60 soruyu ve 80 soruyu doğru yapan öğrenciler kaç adet çikolata alabilir? _Nasıl bulduğunuzu açıklayınız._
d) Doğru sayısına göre kazanılan çikolata sayısını veren bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu _ayrıntılı olarak açıklayınız._

Ek 5

SAYI ÖRÜNTÜLERİNİ GENELLEME ETKİNLİKLERİ

ETKİNLİK 1



1. adım 2. adım 3. adım . . .

a) Bir sonraki adımda çubuk sayısı kaç olmalıdır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) 10. ve 30. adımda kaç çubuk vardır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Büyük sayılar için örneğin 100. ve 2000. adımda kaç tane çubuk vardır? *Büyük sayılarda nasıl bir yol izlememiz gerekir?*
d) Örüntünün herhangi bir adımı için özellikle büyük adımlar için bir kural geliştirebilir miyiz? Örneğin n. adımda kaç tane çubuk vardır?
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Ek 5

ETKİNLİK 2

Sıra no	Terim
1	7
2	8
3	9
…	…
9	?
…	…
90	?
…	…
n	?
…	…

I) Aşağıdaki tabloda bir örüntü verilmiştir. Buna göre;

a) Örüntünün 9. adımındaki sayı kaçtır? *Nasıl buldunuz?*

b) Örüntünün 90. adımındaki sayı kaçtır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) Örüntünün herhangi bir adımındaki sayıyı bulmak için bir kural geliştiriniz. Örneğin n. adımdaki sayı kaçtır?

d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

II) Aşağıdaki tabloda bir örüntü verilmiştir. Verilen örüntüye göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

Sıra no	Terim
1	3
…	…
4	15
…	…
11	43
…	…
25	?
…	…
80	?
…	…
n	?
…	…

a) Verilen örüntüye göre 25. adımdaki terim kaçtır? Bu sayıyı nasıl buldunuz?

b) 80. terim ne olmalıdır? Bu terimi bulurken nasıl bir yol izlediniz?

c) Herhangi bir terim için özellikle de 100. 600. ya da 2000. terimleri bulurken kolaylık sağlayacak bir kural geliştiriniz.

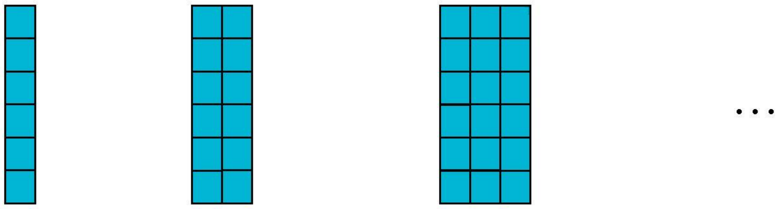
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

e) Bu kurala göre 3^{25}. adımdaki sayı kaç olmalıdır?

f) O halde n. adımdaki sayı kaç olur?

Ek 5

<u>ETKİNLİK 3.1</u>



1.adım 2. adım 3. adım …

a) Verilen örüntünün 11. adımında kaç tane birim kare vardır? *<u>Nasıl buldunuz?</u>*

b) 45. adımda kaç tane birim kare vardır? *<u>Nasıl buldunuz?</u>*

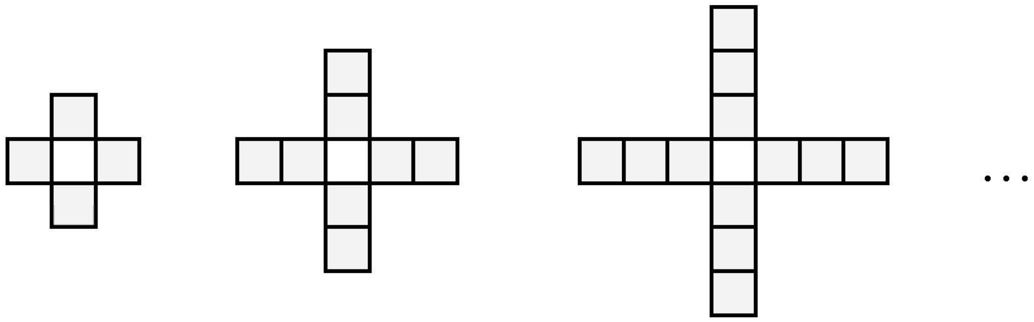
c) Herhangi bir adımdaki birim karelerin sayısını bulurken, örneğin n. adımda kaç tane birim kare olduğunu bulurken ne yapmalıyız? Kuralı bulurken sadece modeli kullanabilir miyiz?

d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

e) Bulduğunuz kuralı 11. adım için uygulayınız. Sonuçları karşılaştırınız.

Ek 5

<u>ETKİNLİK 3.2</u>

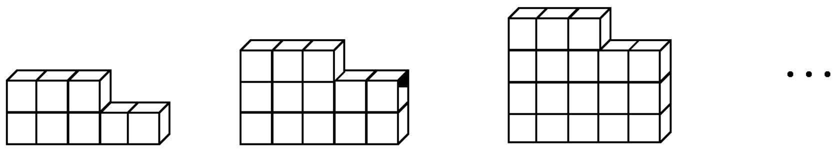


1.adım 2. adım 3. adım . . .

a) Verilen örüntünün ne gibi özelliklerini gözlemlediniz?
b) 9. adımda kaç tane birim kare vardır? <u>*Nasıl buldunuz?*</u>
c) 75. adımda kaç tane birim kare vardır? 9. adımda izlediğiniz yolu 75. adımda da kullanmak mantıklı mıdır?
d) Model üzerinde ortak olarak neyi gözlemlediniz? Her adımdaki modellerin ortak ya da değişmeyen yönleri var mıdır? Bu yönleriyle birim kare sayısı arasında bir ilişki olabilir mi?
e) Örüntünün herhangi bir adımı için verilen model üzerinden bir kural geliştirebilir miyiz? n. adımda kaç tane birim kare vardır?
f) Bulduğunuz kuralı 9. adım için deneyiniz. Sonuçları kontrol ediniz.

Ek 5

<u>ETKİNLİK 3.3</u>

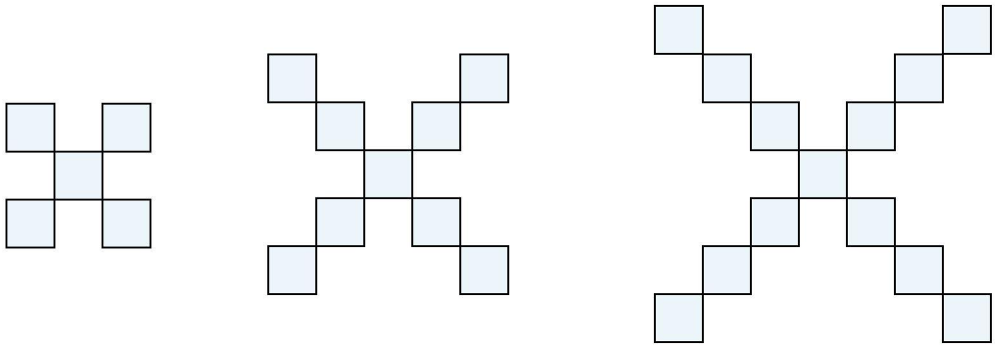


1.adım 2. adım 3. adım . . .

a) Verilen şekil örüntüsünün ne gibi özelliklerini gözlemlediniz? <u>*Açıklayınız.*</u>
b) Örüntünün 10. adımında kaç tane birim küp vardır? <u>*Nasıl buldunuz?*</u>
c) Örüntünün 100. adımında kaç tane birim küp vardır? Teker teker saymak yerine model üzerinden bunu nasıl bulabiliriz?
d) Bu model üzerinden bir kural bulabilir miyiz?
e) n. adımdaki birim küplerin sayısını nereden bulabiliriz?
f) Bulduğunuz kuralı diğer adımlar için deneyiniz. Sonuçları karşılaştırınız.

Ek 5

<u>ETKİNLİK 3.4</u>



1.adım 2. adım 3. adım …

a) Verilen şekil örüntüsünün ne gibi özelliklerini gözlemlediniz? *<u>Açıklayınız.</u>*

b) Örüntünün 6. adımında kaç tane birim kare vardır? *<u>Nasıl buldunuz?</u>*

c) 60. adımında kaç tane birim kare vardır? *<u>Nasıl buldunuz?</u>*

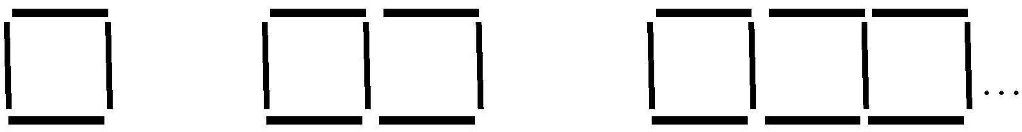
d) O halde 7^{10} . adımdaki birim kare sayısını bulmak için nasıl bir yol izleyebiliriz?

e) Bu örüntünün herhangi bir adımındaki birim kare sayısı için nasıl bir kural uygulanır? *<u>Kuralı, model üzerinden bulmaya çalışınız.</u>*

f) 2. adımdaki birim kare sayısını bulmak için oluşturduğunuz kuralı deneyiniz. Sonuçları karşılaştırınız

Ek 5

ETKİNLİK 3.5



1.adım 2. adım 3. adım ...

Aşağıdaki soruları modelden yararlanarak yanıtlayınız.

a) Şekilde verilen örüntüye göre 8 tane kare için kaç tane çubuk kullanılır? Çubuk sayısını bulurken hangi işlem yollarını izlediniz?

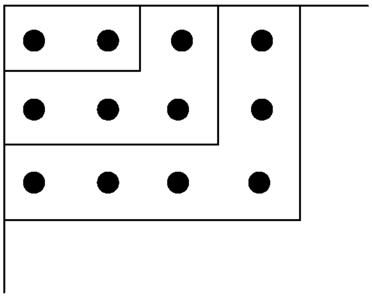
b) 50 tane kare oluşturmak için kaç tane çubuk kullanılır? Çubuk sayısını bulurken hangi işlem yollarını izlediniz? 50 tane kare oluşturmak için kullanılan çubukların sayısını bulabilmek için daha çabuk ve kısa bir yol bulabilir miyiz?

c) 8^{20} tane kare kaç tane çubuk ile yapılabilir?

d) Herhangi bir sayıda kare oluşturmak için kaç tane çubuk kullanılacağını gösteren bir kural geliştiriniz. n. tane kare için kaç tane çubuk kullanılabilir?

Ek 5

<u>ETKİNLİK 3.6</u>



1.dikdörtgenin içinde 2 tane, 2. dikdörtgenin içinde 6 tane, 3.dikdörtgenin içinde 12 tane nokta vardır.

a) 5. dikdörtgenin içinde kaç tane nokta bulunur? Nasıl buldunuz?
b) 100. ve 500. dikdörtgenlerin içinde kaç tane nokta bulunur? *<u>Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.</u>*
c) Herhangi bir adımdaki ya da sıradaki dikdörtgenin içindeki nokta sayısını bulmak için bir kural geliştiriniz. n. dikdörtgende kaç tane nokta vardır?
d) Oluşturduğunuz kuralı 3. dikdörtgenin içindeki noktaların sayısını bulmada kontrol ettikten sonra 40. dikdörtgenin içindeki noktaların sayısını hesaplamak için kullanınız.

Ek 5

ETKİNLİK 4

	Örüntü	Terimler arasındaki fark	Örüntünün Kuralı	Kuraldaki katsayı
1	8, 16, 24, …			
2	5, 7, 9, …			
3	2, 5, 8, …			
4	8, 14, 20, ...			
5	7, 14, 21, …			

a) Tabloda verilen örüntülerin terimleri arasındaki farkı bulunuz.

b) Her bir örüntünün kuralını bulunuz ve tablodaki ilgili yerlere yazınız. Kuralı bulmayı kolaylaştırmak için tablo ya da model kullanabilirsiniz.

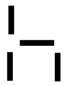
c) Elde ettiğiniz kuralların katsayılarını tablodaki ilgili sütuna yazınız.

d) Terimler arasındaki fark ile kuralı yazarken kullandığımız katsayı arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu ilişkiyi kendi cümlelerinizle ifade ediniz.

e) Bir sayı örüntüsü oluşturunuz ve belirlediğiniz ilişkinin varlığını araştırınız.

Ek 5

ETKİNLİK 5

Sıra No	Model	Çubuk Sayısı	Örüntünün Kuralı
1		4	
2			
3			
4			
5			
6			

a) Bir örüntüye ait ilk 6 adım ile ilgili verilen tabloyu uygun şekilde doldurunuz.
b) 11. ve 85. Adımda kullanılan çubuk sayısı kaç tanedir? 11. ve 85. adımdaki modeller ne yönde değişir?
c) Oluşturduğunuz örüntünün kuralını bulunuz.
d) Verilen örüntünün modelinde değişmeyen veya sabit kalan kısımlar var mı? Modeller üzerinde değişmeyen kısımları işaretleyiniz. Bu kısımlarda kaç tane çubuk kullanılmıştır? Değişmeyen kısımlardaki çubuk sayısı ile kural arasında nasıl bir ilişki vardır?
e) Modellerde her seferinde yeni eklenen çubukları işaretleyiniz. Her seferinde kaç çubuk eklenmiştir? Örüntünün terimleri arasındaki fark kaçtır? Modelde her seferinde eklenen çubukların sayısı, terimler arasındaki fark ve kural arasında bir ilişki var mıdır?

Ek 5

ETKİNLİK 6

Deniz, yaz tatilinde bir telefon abone merkezinde çalışacaktır. Deniz, haftalık 5 TL ve her sattığı 100 kontör başına da 2 TL alacaktır.

a) 3 adet 100 kontör sattığında Deniz haftalık kaç TL kazanır? Nasıl buldunuz?

b) 1-5 adet arası kontör satışları için alacağı haftalıklar için bir tablo oluşturunuz.

c) 10 adet 100 kontör sattığında haftalığını kaç TL olarak alır? Bu sayıyı nasıl buldunuz?

d) Çok fazla sayıda 100 kontör sattığında örneğin 50 adet sattığında haftalığını kaç TL olarak alır?

e) Herhangi bir sayıda sattığı 100 kontör adeti için alacağı haftalığı bulabilecek bir kural geliştirebilir miyiz?

f) Pekâlâ, 3^{10} adet 100 kontör satmış olsaydı alacağı haftalık kaç TL olurdu? Nasıl bir işlem yapmalıyız?

Ek 6

SAYI ÖRÜNTÜLERİNİ GENELLEME PROBLEMLERİ 2

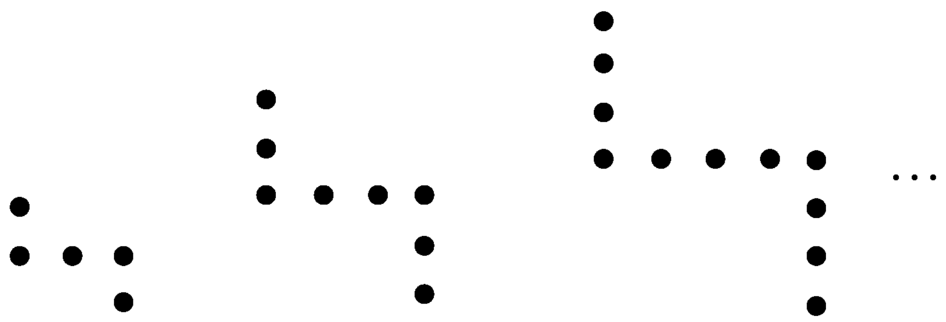
1) 1, 4, 7, 10 . . . sayı örüntüsü için;

a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
c) 80. ve 100. terimini bulunuz. Bu değeri nasıl buldunuz?
d) Örüntünün herhangi bir adımındaki sayıyı bulmak için bir kural geliştiriniz.
e) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
f) Oluşturduğunuz model üzerinden kuralı bulunuz.

2) 6, 11, 16, … sayı örüntüsü için;

a) Örüntüye uygun model oluşturunuz.
b) Örüntünün genel terimini (n. adımını) bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) 10. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
d) 100. adımındaki sayıyı bulunuz. *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
f) Örüntünün kuralını oluşturduğunuz model üzerinden nasıl bulabilirsiniz? Açıklayınız.

3)



1. adım   2.adım   3.adım   . . .

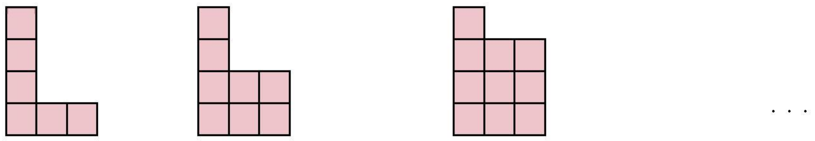
Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.

Yukarıda modellenmiş örüntü için;

a) 10. adımda kaç tane nokta vardır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) 60. ve 90. adımda kaç tane nokta vardır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Her bir adımda kullanılacak olan nokta sayısını veren bir kural bulunuz. n. adımda kaç tane nokta kullanılır?
d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Ek 6

4)



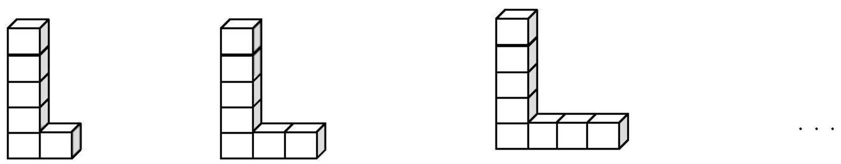
1.adım 2.adım 3.adım . . .

Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.

Yukarıda modellenmiş örüntü için;

a) Örüntünün 7. adımında kaç birim kare kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) Örüntünün 20. ve 35. adımlarında kaç birim kare kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Örüntünün herhangi bir adımında kullanılacak birim kare sayısını veren bir kural geliştiriniz.
d) Bu kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

5)



1.adım 2.adım 3.adım . . .

Aşağıdaki soruları, sadece verilen modeli kullanarak yapınız.

Yukarıda modellenmiş örüntü için;

a) Örüntünün 8. adımında kaç birim küp kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
b) Örüntünün 15. ve 70. adımlarında kaç birim küp kullanılmıştır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*
c) Örüntünün herhangi bir adımında kullanılacak birim kare sayısını veren bir kural geliştiriniz.
d) Bu kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Ek 6

6)

Sıra No	Terim
1	5
2	11
3	17
4	23
…	…
12	?
…	…
100	?
…	…
n	?
…	…

Tabloda verilen örüntü için;

a) Bir sonraki terim kaç olmalıdır?

b) 12. ve 18. terimler kaç olmalıdır? *Bu değerleri nasıl buldunuz?*

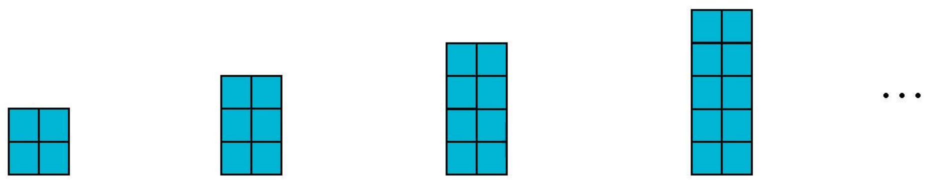
b) 65. ve 100. terimler kaç olmalıdır? *Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.*

c) n. terim kaçtır? Örüntünün herhangi bir adımındaki sayı için bir kural geliştiriniz.

d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

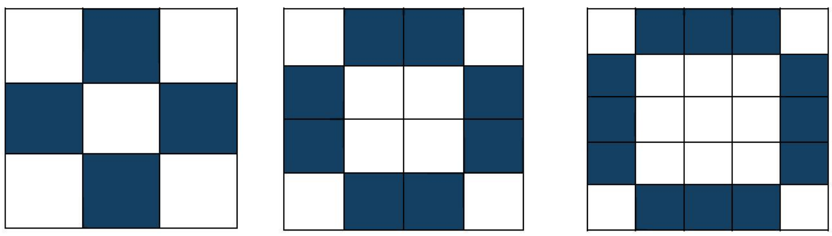
7) Aşağıdaki örüntülerin kuralını sadece modeli üzerinden bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

a) Her bir adımda kullanılan birim kare sayısını veren bir kural geliştiriniz.



1. adım 2.adım 3.adım 4.adım …

b) Her bir adımda kutular içindeki beyaz karelerin sayısını veren bir kural geliştiriniz.



1. adım 2.adım 3.adım …

Ek 6

8) Bir taksici, 2 km'lik mesafe için 7 TL, 3 km'lik mesafe için 9 TL, 5 km'lik mesafe için 13 TL ücret almaktadır. Buna göre;

a) Taksi şoförünün 1 km'lik ve 10 km'lik mesafeler için müşteriden alacağı ücretleri bulunuz.

b) 50 km'lik ve 75 km 'lik mesafeler için müşteri kaç TL taksi ücreti ödeyecektir? Bu değerleri nasıl buldunuz? Açıklayınız.

c) Gidilen mesafenin herhangi bir km' si için müşterinin kaç TL ödeyeceğini nasıl buluruz? Belirlemek için bir kural yazınız. n km yol gidildiğinde müşteri kaç TL öder?

d) Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Ek 7

T.C.
DENİZLİ VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.20.00.09.010/ 32528 **30 Eylül 2010**
Konu : Anket Onayı.

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :a) Pamukkale Üniversitesi Rektörlüğünün 15/09/2010 tarih ve 823-3599 sayılı yazıları.
b) Dokuz Eylül Üniversitesi Öğrenci İşleri Dairesi Başkanlının 15/09/2010 tarih ve 504/01731 sayılı yazıları.

Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Ana Bilim Dalı Okul Öncesi öğretmenliği Bilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Zeynep Ceren YEŞİLYURT Pamukkale Üniversitesi Rektörlüğünün ilgi a) yazıları gereği, ekli listede belirtilen merkez İlköğretim okullarında (9 adet) **"Türkiye de çocukları okul öncesi eğitim kurumlarına devam eden ebeveynlerin okul öncesi eğitim kurumlarından beklentileri ve okul öncesi eğitim kurumlarının bu beklentileri karşılama düzeyleri "** konulu araştırma yapmak istemektedir.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik öğretmenliği Yüksek Lisans öğrencisi Rukiye ASLAN Dokuz Eylül Üniversitesi Öğrenci İşleri Dairesi Başkanlının ilgi a) yazıları gereği, müdürlüğümüze bağlı Merkez Raşit Özkardeş İlköğretim Okulunda " **Örüntü Kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik bir ders tasarımı** " konulu araştırma yapmak istemektedir.

Adı geçen Yüksek Lisans öğrencilerinin ilgi (a-b) yazıları ekinde belirlenen okullarda, konuları ile ilgili anket çalışmalarını 25/05/2011 tarihine kadar yapmaları Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde OLUR'larınıza arz ederim.

Mahmut OĞUZ
Milli Eğitim Müdürü

OLUR
29/09/2010
Alp ASLANARGUN
Vali a.
Vali Yardımcısı

EKLER :
1-İlgi yazı (2 Sayfa)
2-Anket Formu (... Sayfa)

Saltak Mh.Oğuzhan Cd.No:76 20100 DENİZLİ
Bilgi için : VHKİ H.ÇEPNİ
Telefon: (0 258) 265 55 54 / 617 – 262 23 53
Faks: (0 258) 265 01 69
egitim20@meb.gov.tr