T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEKNOLOJİ DESTEKLİ ORTAMDA MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜM SÜREÇLERİNİN ANALİZ EDİLMESİ: YAKLAŞIM VE DÜŞÜNME SÜREÇLERİ ÜZERİNE BİR AÇIKLAMA

Çağlar Naci HIDIROĞLU

İzmir
2012

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEKNOLOJİ DESTEKLİ ORTAMDA MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜM SÜREÇLERİNİN ANALİZ EDİLMESİ: YAKLAŞIM VE DÜŞÜNME SÜREÇLERİ ÜZERİNE BİR AÇIKLAMA

Çağlar Naci HIDIROĞLU

Danışman
Doç. Dr. Esra BUKOVA GÜZEL

İzmir
2012

YEMİN METNİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama” adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurulmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin Kaynak Dizini’nde gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

23/05/2012

Çağlar Naci HIDIROĞLU

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

Çağlar Naci HIDIROĞLU tarafından Doç. Dr. Esra BUKOVA GÜZEL yönetiminde hazırlanan "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından "**Yüksek Lisans Tezi**" olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Esra BUKOVA GÜZEL

Danışman

Prof. Dr. Şaur NİZAMOĞLU

Jüri Üyesi

Doç. Dr. Süha YILMAZ

Jüri Üyesi

24 / 04 / 2012

Prof. Dr. h. c. İbrahim ATALAY

Enstitü Müdürü

Adres: Uğur Mumcu Cad.135 Sk. No:5 35150 Buca/İZMİR
Telefon: +90 (232) 440 09 08 - 440 09 11 **Faks:** +90 (232) 420 60 45
e-posta: egitimbil@deu.edu.tr

T.C
YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
ULUSAL TEZ MERKEZİ

TEZ VERİ GİRİŞİ VE YAYIMLAMA İZİN FORMU

Referans No	430100
Yazar Adı / Soyadı	Çağlar Naci Hıdıroğlu
Uyruğu / T.C.Kimlik No	T.C. 21704410414
Telefon / Cep Telefonu	02324201602 05067134478
e-Posta	caglar_naci@hotmail.com
Tezin Dili	Türkçe
Tezin Özgün Adı	Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama
Tezin Tercümesi	Analysing Mathematical Modelling Problems Solving Processes In The Technology-Aided Environment: An Explanation On Approaches and Thought Processes
Konu Başlıkları	
Üniversite	Dokuz Eylül Üniversitesi
Enstitü / Hastane	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Bölüm	Eğitim Bilimleri Bölümü
Anabilim Dalı	Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı
Bilim Dalı / Bölüm	Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Türü	Yüksek Lisans
Yılı	2012
Sayfa	248
Tez Danışmanları	Doç. Dr. Esra Bukova Güzel
Dizin Terimleri	Matematiksel modelleme=Mathematical modelling Matematik eğitimi=Mathematics education
Önerilen Dizin Terimleri	Matematiksel modelleme süreci=Mathematical modelling process GeoGebra yazılımı=GeoGebra Software Matematik öğretmen adayı=Mathematics student teacher Gömülü teori=Grounded theory Teknoloji destekli matematiksel modelleme=Technology-aided mathematical modelling
Yayımlama İzni	☐ Tezimin yayımlanmasına izin veriyorum ☒ Ertelenmesini istiyorum [2 Yıl]

b. Tezimin Yükseköğretim Kurulu Tez Merkezi tarafından çoğaltılması veya yayımının 22.05.2014 tarihine kadar ertelenmesini talep ediyorum. Bu tarihten sonra tezimin, internet dahil olmak üzere her türlü ortamda çoğaltılması, ödünç verilmesi, dağıtımı ve yayımı için, tezimle ilgili fikri mülkiyet haklarım saklı kalmak üzere hiçbir ücret (royalty) talep etmeksizin izin verdiğimi beyan ederim.
NOT: (Erteleme süresi formun imzalandığı tarihten itibaren en fazla 3 (üç) yıldır.)

23.05.2012

ÖNSÖZ

Ulaşmak istediğim her hedefe ışık tutarak kendi doğrularımı bulmamı sağlayan sevgili annem ve babam Gülderen ve Hasan Doğan HIDIROĞLU'na beni bu günlere getirdikleri için sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Tüm hayatım boyunca her türlü konuda yol gösteren, uzakta da olsa beni hiç yalnız bırakmayan, varlığıyla bana güç veren canımın diğer yarısı biricik kardeşim İsmail Mert HIDIROĞLU'na ve arkadaşım Emine MERTGÜL'e tez çalışmamdaki manevi desteklerinden ötürü çok teşekkür ediyorum.

Katılımcı öğretmen adaylarına problem çözüm süreçlerini video kaydına almama izin verdikleri, kendileri ile yapılan informal gerçekleştirilen görüşmelere zaman ayırdıkları ve tüm çalışmalara gönüllü olarak ve içtenlikle katıldıkları için, Arş. Gör. Semiha Kula ve Arş. Gör. Ayşe Tekin'e de tez çalışmam sürecinde görüş ve düşünceleriyle verdikleri destekten dolayı teşekkür ederim.

Eğitim-öğretim hayatım boyunca bana emeği geçmiş tüm öğretmenlerime saygılarımı sunuyorum Ayrıca, yüksek lisans eğitimim boyunca çalışmalarım konusunda bana zaman ayıran, tüm düşüncelerimi dikkate alıp, fikirleriyle bana yol gösteren değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Işıkhan Uğurel'e ve yoğun tez çalışma sürecimde tezimi maddi açıdan destekleyen ve bu sayede daha aktif ve verimli bir şekilde kendimi tezime verme imkanını bana veren TÜBİTAK Bilim Adamı Yetiştirme Grubu'na teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak yüksek lisans eğitimimin başladığı ilk günden bu yana her türlü şeyden fedakarlık edip çalışmalarım konusunda bana zaman ayıran, tüm düşüncelerimi dikkate alıp değerli fikirleri ile bana yol gösteren, yoğun akademik çalışmaları ile yüksek motivasyonla çalışmamı sağlayan çok değerli danışmanım Sayın Doç. Dr. Esra BUKOVA GÜZEL'e teşekkürü bir borç bilirim.

Tez çalışması; 2011.KB.EGT.009 numaralı Yüksek Lisans Tezi Projesi olarak Dokuz Eylül Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

Tablo Listesi

Şekil Listesi

ÖZET

Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama

Çağlar Naci HIDIROĞLU

Bu araştırmanın amacı, teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecinde meydana gelen yaklaşım ve düşünme süreçlerinin açıklanmasıdır. Araştırmada, matematiksel modelleme sürecinin temel bileşenleri ortaya çıkarılarak, alt basamaklarının temel özellikleri ve birbiriyle olan bağlantıları ayrıntılı olarak incelenmiştir. Teknoloji destekli ortam, bilgisayar aracılığıyla Geogebra yazılımının, videoların, animasyonların, resimlerin ve ScreenHunter programının kullanılmasıyla sağlanmıştır.

Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden biri olan gömülü teori yaklaşımından yararlanılarak yürütülmüştür. Araştırmanın katılımcılarını 2011-2012 öğretim yılında bir devlet üniversitesinin ortaöğretim matematik öğretmenliği son sınıfında öğrenim gören gönüllü on dokuz öğretmen adayı oluşturmaktadır. Katılımcılara bir dönem boyunca yüksek lisans tez danışmanı tarafından, araştırmacının da düzenli olarak dersleri takip ettiği Matematiksel Modelleme dersi verilmiştir. Katılımcılar, lisans eğitimleri boyunca altı dönem (iki dönem GeoGebra içeren) bilgisayar ve matematiğe özgü yazılımlara yönelik dersler almıştır. Ayrıca öğretmen adaylarına GeoGebra'nın temel yapısı hatırlatılarak söz konusu yazılım ve modelleme ile ilgili uygulamalar yapılmıştır. Bu sayede katılımcıların matematiksel modelleme ve teknolojideki becerilerinin geliştirilmesi sağlanarak, veri toplama aşamasında matematiksel modelleme problemlerine ilişkin zengin bir çözüm sürecinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Birlikte çalışma gruplarında öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinin incelendiği bu çalışmada araştırmacılar tarafından tasarlanmış üç matematiksel modelleme problemi, grupların çözüm süreçlerini ve sesli düşünmelerini (think aloud) içeren video çözümlemeleri,

GeoGebra çözüm dosyaları, grupça problem çözümlerine verilen yazılı yanıtların kağıtları ve araştırmacı tarafından grupların modelleme sürecinde alınan kısa hatırlatıcı gözlem notları veri toplama araçları olarak kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak kullanılan üç problem literatürdeki matematiksel modelleme problemlerinin yapısı, nitelikleri ve öğrencilerin ön bilgileri dikkate alınarak tasarlanmıştır. Söz konusu problemler "Salıncak Problemi", "Boy-Ayak Uzunluğu Problemi" ve "Stat Problemi" olarak adlandırılmıştır. Öğrencilerin kendi istekleri doğrultusunda oluşturdukları 2,3 veya 4 kişilik birlikte çalışma grupları tarafından söz konusu problemler çözülmüştür. Öğrencilerin problemleri çözerken sesli düşünmeleri, tüm yaklaşımlarını ve düşüncelerini açıklamaları istenmiştir. Çalışmada her problem için her grup ayrı zamanlarda boş bir sınıfta toplanmış, tüm problemlerin çözümlerinde araştırmacı da ortamda bulunmuştur. Çözüm süreçlerinde öğrenciler GeoGebra yazılımından ve ScreenHunter programından aktif olarak yararlanmıştır. Bununla birlikte problemlerle birlikte öğrencilere problemler ile ilgili animasyon, video ve resimler de verilmiştir. Öğrencilerin çözüm süreçleri video kamera ve bilgisayar aracılığıyla kaydedilmiştir. Verilerin analizinde gömülü teori yöntemine dayanan sürekli karşılaştırmalı analiz yöntemi kullanılmıştır. Gömülü teori yaklaşımına dayanarak açık kodlama, eksen kodlama ve seçici kodlamayı içeren ayrıntılı nitel veri analizi sürecinin sonucunda kategoriler oluşturularak ve kategoriler arasındaki ilişkiler vurgulanarak, teknoloji ile zenginleştirilmiş yaklaşım ve düşünme süreçlerine ait bir kuram ve bu kuramı açıklayan modeller üç kişi tarafından gerçekleştirilen analizler doğrultusunda ortaya konmuştur.

Araştırmada elde edilen verilerden; teknoloji kullanımının matematiksel modelleme sürecine önemli katkılar sağladığı görülmüştür. Tasarlanmış teknoloji destekli matematiksel modelleme problemlerinin çözümleri katılımcılar için zengin bir bilişsel süreci ortaya çıkarmıştır. Öğrenciler süreç boyunca teknoloji ve matematik bilgilerini kullanarak çözüm için farklı yaklaşımlar sergilemişlerdir. Problemlerle birlikte verilen animasyon, video ve resimler süreç boyunca uygun bir çözüm stratejisinin önemli birer elemanları olmuştur. Verilerin analizi sonucunda araştırmacı tarafından modelleme sürecine dair 8 temel bileşen (karmaşık gerçek yaşam durumu, gerçek yaşam problem durumu, gerçek yaşam problem durumunun bir modeli, yardımcı matematiksel modeller, ana matematiksel model/ler, matematik çözüm, gerçek yaşam çözümü, kısa bir çözüm raporu ya da gerçek yaşam problem durumu) 7 temel basamak (problemin analizi, sistematik yapıyı kurma, matematikselleştirme, üst matematikselleştirme, matematiksel analiz, yorumlama/değerlendirme, modelin doğrulanması) ve bu 7 temel basamağı ortaya çıkaran 47 alt basamak ortaya konulmuş ve aralarındaki ilişkiler ortaya konulmuştur. Modelleme sürecine dair yapılan çalışmalar dikkate alındığında tez çalışmasının orijinal ve farklı bir bakış açısı getireceği düşünülmektedir. Süreçte her basamakta teknolojinin etkisi gözlenmiştir. Özellikle genel çözüm stratejisini oluştururken, gerçek yaşam çözümlerine ulaşılırken ve modelin doğrulanması adına yaklaşımlar sergilenirken teknolojinin olumlu etkisi görülmüştür. Gerçek yaşam çözümlerinden kaynaklanan işlemlerin karmaşıklığı teknoloji sayesinde en aza indirilmiştir. Bu da öğretmen adaylarının süreç içerisinde matematiksel işlemler içerisinde boğulmalarının önüne geçmiş, araştırmacıya daha verimli bir zihinsel süreç raporu sunmuştur. GeoGebra yazılımın matematiksel modellemede zengin bir bilişsel süreç için ideal ortam yarattığı görülmüştür. GeoGebra'da cebirsel ve geometrik temsiller arasındaki ilişkinin süreç içerisinde düzenli karşılaştırılması, yazılımın Türkçe olması ve kullanımının kolay olması süreçte daha etkili bir rol üstlenmesine zemin hazırladığı gözlenmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin ders içi ve ders dışı etkinliklerde teknoloji ile zenginleştirilmiş bir matematiksel modelleme süreci içerisinde bulunmaları sağlanarak modelleme ve teknoloji becerilerini geliştirecek zengin ortamlar oluşturulabilir. Lisans derslerinde teknoloji destekli matematiksel modelleme dersinin dikkate alınması düşünülebilir yada matematiksel modelleme dersinin içeriğine teknoloji entegre edilerek daha zengin bir öğrenim ortamı tasarlanabilir. İleriki araştırmalarda, matematiksel modellemeye yönelik farklı bir sınıflandırma çerçevesinde problemler tasarlanarak modelleme süreci incelenebilir. Bilişsel süreç gibi üstbilişsel sürece dair de daha yoğun bir nitel veri analizi gerçekleştirilebilir. Bunun yanında GeoGebra 3D yazılımı kullanılarak da yazılımın sürece olan etkisi açıklanabilir.

Anahtar Kelimeler: Matematik Eğitimi, Matematiksel Modelleme, Matematiksel Modelleme Süreci, Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme, GeoGebra, Matematik Öğretmen Adayı, Gömülü Teori

ABSTRACT

Analysing Mathematical Modelling Problems Solving Processes In The Technology-Aided Environment: An Explanation On Approaches and Thought Processes

Çağlar Naci HIDIROĞLU

The purpose of this study is to explain the approach and thinking processes occurring during the solution process of mathematical modeling problems in technology- aided environment. In the research, by revealing the basic components of the aforesaid complex modeling process, the basic characteristics of sub steps and the connections of each other was examined in detail. The technology- aided media was provided through the Geogebra software, videos, animations, pictures and using Screenhunter program.

The research was conducted by using the grounded theory approach one of the qualitative research methods. The participants of the research consisted of 19 voluntary senior mathematics student teachers having training in Secondary Mathematics Teaching Department in 2011-2012 academic years. The participants were given a Mathematical Modeling Course by the master's thesis advisor during one term and the researcher also followed this course. At the same time the participants took courses regarding computer based and mathematics based software during six terms (including GeoGebra for two terms) in their undergraduate education. In addition, some implementations about the GeoGebra and modeling were made by being made the mathematics student teachers to remember the basic structure of GeoGebra. Therefore, the acquisition of a substantial solution process related to mathematical modeling problems during the data collection was aimed by promoting the development of the participants' skills in mathematical modeling and technology. In this study in which the modeling processes of the mathematics student teachers were examined in the collaboration groups, three mathematical modeling problems designed by the researchers, the video analysis including the solution

processes of the groups and their thinking aloud, GeoGebra solution files, the papers given by the groups for the problems' solutions and brief reminder observation notes were used as data collection tools. These three problems used for the data collection tools were designed considering the structures and qualities of the mathematical modeling problems in literature, and the students' pre-knowledge. The problems in question were called as "Swing Problem", "Height-Foot Length Problem" and "Stadium Problem". These problems were solved by the collaboration groups of 2, 3 or 4 students made in accordance with their wishes. The students were asked to think aloud, and to explain all their approaches and thoughts during solving the problems. In the study, each group met in an empty class for each problem, and the researcher also participated in all the problem solutions. The students benefited from the GeoGebra Software and the ScreenHunter program actively during the solution processes. In addition, the animations, videos and pictures were given to the students. The solution process of the students was recorded using a camera and a computer. The constant comparative analysis based on grounded theory method was used for the data analysis. After the qualitative detailed data analysis process including open coding, axial coding and selective coding based on grounded theory approach, a theory concerning approaches and thought processes supported technology by creating categories and emphasizing the relations between these categories and the model explaining this theory were put forward in accordance with the analyses carried out by three people.

It was seen that the technology usage contributed to mathematical modeling process through the data obtained in the study. The solutions of the designed technology-aided mathematical modeling problems put forward a rich cognitive process for the participants. The students demonstrated some different approaches for the solution using their technology and mathematics knowledge for during the process. The animations, videos and pictures given with the problems were some important items of an appropriate solution strategy during the process. With the result of the data analysis, eight basic components (complex real-world situation, real-life problem situation, a model of real-life problem situation, helping mathematical models, the main mathematical model/s, mathematical solution, real-

world solution, a brief solution report or a real-world problem situation), seven basic steps (analyzing the problem, establishing the systematic structure, mathematization, top mathematization, mathematical analysis, interpretation/evaluation, the model verification) and 47 sub-steps revealing these seven basic steps, and the relations between them were put forward by the researchers. It is thought that the thesis study will bring an original and different aspect considering the studies about modeling process. The effects of technology were observed in each step during the process. The effects of technology were observed especially when a general solution strategy was being composed, the real- life solutions were being obtained and the approaches on behalf of the model verification were being displayed. The operations' complexity stemmed from real- life solutions was minimized thanks to technology. Thus, this operation prevented the mathematics student teachers to get drowned in mathematical operations, and presented a more efficient mental process report to the researcher. It was seen that GeoGebra software could create an ideal environment for a rich cognitive process in mathematical modeling. It was observed that the regular comparison of the relations between algebraic and geometric representations in GeoGebra during the process, being Turkish of the software's language and being easy of its use prepared a ground in order to take on a more effective role. Accordingly, some rich environments which improve their modeling and technology skills can be provided by being provided the students to participate in a mathematical modeling process enriched through technology for classroom and extracurricular activities. It can be considered for under graduate lessons that the lesson for technology- aided mathematical modeling should be taken into account, or a richer learning environment can be created by integrated technology into the lesson for mathematical modeling. The modeling process can be observed by created some problems in a different classification framework for mathematical modeling for further studies. A more intensive qualitative data analysis can be performed for metacognitive process like for cognitive process. In addition, the effects of the software can be explained by using GeoGebra 3D software.

Key Words: Mathematics Education, Mathematical Modeling, Mathematical Modeling Process, Technology-aided Mathematical Modeling, GeoGebra, Mathematics Student Teacher, Grounded Theory

BÖLÜM I

GİRİŞ

Prof. Dr. Ali Dönmez' in "Matematiğin Öyküsü ve Serüveni" isimli 10 ciltlik serisinin son kitabında matematiğin tarihsel sürecine dair aşağıdaki ifadesi dikkat çekmektedir:

> Galileo'nun düşen cisimlerin hareketini tanımlamaya olan ilgisi bu hareketi gözlemleyebilmesi için onu gerekli gördüğü bazı teknolojik araçları kullanmaya yöneltmiştir. İlk olarak demir bir bilye ve bilyenin üzerinde hareket edeceği tahta bir yüzeyi ele almıştır. Galileo'nun, hızın sürekli değişen bir değişken olduğu üzerine inşa edilen teorisi ve teorinin matematiksel ispatı o dönemde geniş çapta kabul gören düşünce de olmamıştır. Bu süreçte ona kendisinden daha önceki bilim adamlarının yaptığı çalışmalar, Öklid geometrisi ve Öklid'in tasarladığı askeri pusula önemli bir yol gösterici olmuş; pusula da Galileo'nun yaptığı deneyler hakkında ona teorik bir düşünce sağlamıştır. Galileo yaklaşık olarak aynı zamanda da logaritmayı icat etmiş ve ilk sürgülü hesap cetvelinin temelini atmıştır (Dönmez, 2002).

Sonuç olarak Galileo tarafından iki temel buluş gerçekleşmiş ve iki teknolojik araç (askeri pusula, sürgülü hesap cetveli) yıllar önce icat edilmiştir. Bu bilimsel ve teknolojik gelişmelerin birbirine olan bağının sadece ufak bir tarihsel örneği olmasının ötesinde bu gelişmeleri hızlandıran en büyük etken bilim ve teknoloji arasındaki sınırsız etkileşimdir. Bu dikkate alındığında, teknolojik araçların (bilgisayar sistemleri) ve matematiğin dünyadaki rolünün ve uygulamalarının, önceki kuşakların hayal bile edemeyeceği kadar, öğrencilere ve öğretmenlere matematiksel güçlerini kullanmalarına olanak sağlayacak (Edwards & Penney, 2001) bir ortam yaratabileceğini düşünmek yanlış olmaz.

İnsanlarda ve toplumlarda meydana gelen değişimlerin ve gelişmelerin temelinde insanın var olduğu dünyayı anlamlandırma çabası vardır. Son yıllardaki araştırmalar geleneksel matematik öğrenme ve öğretme yaklaşımlarıyla yarının bireylerinin ihtiyaç duyacakları problem çözme, ilişkilendirme ve akıl yürütme gibi temel matematiksel becerilerinin geliştirilemeyeceğini ifade etmektedir (English & Watters, 2004; Greer, 1997; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2006; Mousoulides, Christou & Sriraman, 2006; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Schoenfeld, 1992; Verschaffel et al., 1997; Zawojevski, Lesh and English, 2003). Bu nedenle matematik öğrenme ve öğretme pratiklerimizin modern çağın talepleri doğrultusunda yeniden tanımlanmaları ve gözden geçirilmeleri gerekmektedir. Ülkemizdeki matematik dersi ortaöğretim programında bunun önemine şu şekilde değinilmiştir:

> Değişen dünyamızda, matematiği anlayabilen, günlük yaşamında matematik bilgisini ve matematiksel becerileri kullanabilen insan ihtiyacı giderek artmaktadır. Bu yeterliliklere sahip bireylerin geleceği şekillendirmede daha etkin roller alacağı kaçınılmazdır (MEB, 2006:2).

İnsanlık tarihindeki gelişmelere ve Singapur, Avusturalya, Amerika, Almanya, İsviçre, İsveç gibi çoğu ülkenin matematik öğretim programlarına (MEB; 2006; NCTM, 1979; 1989; 2000; Skolverket, 1997; Swedish Ministry Education, 1994) bakıldığında, tarihsel akışın içerisinde kendisini daima canlı tutan iki kavram ön plana çıkmaktadır. Bu iki kavramdan biri teknoloji, diğeri ise matematiksel modellemedir. 1990'ların sonlarından itibaren farklı ülkelerde matematiksel modellemenin öneminin arttığı ve Almanya, Amerika, Avustralya, İngiltere, İsveç ve daha pek çok ülkede de ilköğretimden başlayıp ortaöğretimin sonuna kadar matematiksel modellemeye öğretim programlarında kapsamlı bir şekilde yer verilmeye başlandığı görülmektedir (Blomhøj & Kjeldsen, 2006; Blum,W. et al., 2002; Lingefjärd, 2006; Maaβ, 2006; NCTM, 1989, 2000; Niss, 1989; Stillman, Galbraith, Brown & Edwards, 2007). Farklı ülkelerdeki modelleme üzerine yapılan çalışmaların ardından ülkemizde de, yenilenen matematik dersi öğretim programlarında (MEB, 2006) matematiksel modellemeye ilk kez önemli bir yer ayrıldığı ve son yıllarda matematiksel modelleme ile ilgili araştırmaların (Aydın, 2008; Bukova Güzel ve Uğurel, 2010; Bukova-Güzel, 2011; Doruk, 2010; Kertil, 2008; Özer Keskin, 2008) arttığı görülmüştür.

Bilgiye erişimin bu kadar kolaylaştığı dünyamızda artık bilgiyi ezberleyen, kuralları bilen insan ihtiyacı yerini ulaştığı bilgiyi problem çözme sürecinde kullanabilen, bilgisini farklı disiplinlere uygulayabilen, varsayımda bulunabilen, genelleme yapabilen, analitik düşünebilen ve karşılaştığı problemleri matematiksel akıl yürütme ile modelleyebilen insana bırakmıştır (MEB, 2006). Berry (2002), öğretmenlerin matematik öğretimi ve öğreniminde tartışma yaratma, uygun ve kullanışlı çalışmalar yapma, temel yetenek ve rutinleri sağlamlaştırma, bunlarla ilgili uygulamalar sağlama, gerçek problemleri çözme ve araştırmaya dayalı çalışmalar yapma olmak üzere altı önemli içeriğe yer vermeleri gerektiğini ifade etmektedir. Bu altı içerik incelendiğinde gerçek yaşam ve matematik arasındaki herhangi bir ilişkinin tüm çeşitlerini ifade etmek anlamına gelen matematiksel modellemenin (Blum, 2002) matematik öğretimi ve öğreniminin önemli bir bileşeni olduğu görülmektedir.

Matematiksel modelleme en genel anlamıyla gerçek yaşamdaki bir durumun matematiksel olarak ifade edilerek açıklanması süreci olarak tanımlanabilir (Berry & Houston, 1995; Blum & Niss, 1989). King (2002), matematiksel modellemeyi şu şekilde ifade etmektedir:

> Yani elimizde önce bir gerçek dünya problemi vardır, sonra ise onun matematiksel modeli. Arkasından da modelin analizi yapılır, sonra da geri döner analizin sonucunu gerçek dünya durumuna uyarlarız (King, 2002: 89).

Peter Koop (2004)'a göre matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemlerinin çözümünü, matematiksel olmayan durumların matematikselleştirilmesini içeren, gerçek yaşam durumuna ilişkin bir matematiksel modelin inşasını, bilinmeyenlerin bulunmasını ve matematiksel modelden çıkarılan matematiksel sonuçların gerçek dünya durumuna transferini gerektiren karmaşık bir süreçtir. Skemp (1986), matematiksel modeller üzerinde çalışmakla birçok yeni icat için model olabilecek düşüncelerin üretilebileceğini vurgulamaktadır. Skemp (1986)'in bu ifadesi de matematik öğretiminin temel hedeflerinden birini akla getirmektedir: "Okulda başarıdan, yaşamda başarıya". Matematik öğretimine matematiksel modellemenin entegrasyonu ülkelerin matematik programlarının (ilköğretim ve ortaöğretim) temel amaçlarından biri olarak ifade edilen bu ilkeyi pozitif anlamda doğrudan etkileyebilecektir.

Literatürde, matematiksel modellemenin ne olduğuna dair yapılan çeşitli tanımlar mevcuttur. Bu tanımlar ilerleyen bölümlerde ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır. Tanımlar dikkate alındığında matematiksel modellemenin pek çok bileşeni olan karmaşık bir süreç olduğu ortaya çıkmaktadır. İlerleyen bölümlerde farklı araştırmalarda modelleme sürecine ait basamaklara ve bu basamaklarda ihtiyaç duyulan becerilere ayrıntılı olarak yer verilmektedir.

Son yıllarda matematiksel modelleme gibi teknolojinin matematik eğitimine entegrasyonu da araştırmacılar için büyük önem taşımaktadır. Lingefjärd (2002)'a göre tipik bir gelişmiş grafik hesap makinesinin 550 sayfalık bir kılavuzu olduğu günümüzde teknoloji her yıl çok daha fazla gelişme gösterecektir. Bu doğrultuda matematik eğitimindeki amaçlardan biri, teknolojik gelişmelerin matematik eğitimindeki gelişmeleri de pozitif olarak tetiklemesini sağlamak olmalıdır. Bilgisayar teknolojisinin sürekli gelişmesi; sınıf ortamında kullanılabilecek yazılımlarının hem niteliğini hem de niceliğini arttırmakta, alternatifleri de sürekli çoğalmaktadır (Lingefjärd, 2000). Baki (2002), teknolojik anlamda yaşanan bu devrimin şu an, matematik öğrenme ve öğretme süreçlerinde insanları bilgisayarlar vasıtasıyla Excel, Cabri, Derive, Sketch, GeoGebra gibi yazılımları, BASIC, Logo gibi programlama dillerini kullanmaya yönlendirdiğini vurgulamaktadır.

Günümüzde pek çok ülkede matematik dersi öğretim programlarında yer bulan matematiksel modelleme ve teknolojinin iç içe olduğu durumlar farklı bir araştırma alanı olarak karşımıza çıkmakta ve teknoloji ile iç içe olan matematiksel modelleme sürecinin önemi araştırmacılar tarafından vurgulanmaktadır (Galbraith, Stillman, Brown & Edwards; 2007; Lingefjärd, 2006). Lingefjärd (2006) ise, günümüzde teknoloji, mühendislik, mimarlık, ekonomi ve çok daha fazla alanlarda teknoloji ile barışık, problem çözme ve matematiksel modelleme yapabilme becerisi gelişmiş bireylere ihtiyaç arttığını ifade etmektedir.

Baki (2002), bilgisayarın hesap makinesi gibi kullanılmasının yanında, model kurma, yorumlama, analiz ve genelleme yapma gibi üst düzey zihinsel becerileri geliştirmek amacıyla kullanabilirse, öğrencilerin anlamlı ve işlevsel matematik öğrenmelerinin daha kolay olacağını vurgulamış ve teknolojinin sağladığı yeni bakışların, denemelerin, sınamaların ve araştırma kolaylıklarının matematiğin içeriğini ve uğraş alanlarını genişlettiğini ifade etmiştir. NCTM (1989)'in okul matematiği için hazırladığı standart raporlara ve Lingefjärd (2000)'a göre, öğrenmeyi arttırmak ve farklı yaklaşımlar kazandırmak için teknolojiye verilen önem sayesinde öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinin üstesinden gelebilecekleri ve bu sayede matematiksel anlayışlarını ve düşüncelerini geliştirebilecekleri vurgulanmıştır.

Karmaşık bir yapıdaki düzeni çözümleyebilmek, ona farklı açılardan bakabilme ile kolaylaşmaktadır (Baki, 2002). Verimli bir matematik öğretiminin önemli bileşenlerinden birisinin kavramlara ve olaylara farklı yönleriyle ele alabilmek (MEB, 2006) olduğu düşünüldüğünde; teknoloji destekli matematiksel modellemenin temel bileşenleriyle ve süreciyle öğrenciye zengin bir zihinsel ortam sağlayacağını düşünülmektedir.

Problem Durumu

Matematik eğitimin temel amaçlarından biri öğrencileri iyi bir problem çözücü olarak yetiştirmektir (Baki, 2002; MEB, 2006; NCTM, 2000). Baki (2008), geleneksel öğretim anlayışında matematiğin birbirinden kopuk, günlük yaşam ihtiyaçlarından uzak, değişmez, kesin, soyut kurallardan ve ayrı ayrı öğrenilmesi gereken denklemlerden oluşan bir uğraş alanı olarak algılandığını ifade etmiş, bu şekilde öğrenciye sunulacak bir matematik öğretimin istenilen amaca hizmet etmesinin mümkün olmadığını vurgulamıştır. Schoenfeld (1992) de bunu destekler nitelikte problemi, kafa karıştırıcı veya çözümü açık seçik kolayca görülmeyen, matematikte cevabı verilmesi gereken şaşırtıcı, zor ve öğrencileri yaratıcı düşünmeye yönlendirici sorular olarak tanımlayarak problemin sahip olması gereken temel nitelikleri belirtmiş ve geleneksel problemlerin matematik eğitiminde yetersiz kaldığını ifade etmiştir.

Bu düşünceleri kabul eden birçok araştırmacı (Berry&Houston, 1995; Blum &Niss, 1991; English&Doerr, 2004; Freudenthal, 1991; Kaiser; 2005; Lesh&Doerr, 2003; Lingefjärd, 2000) açık uçlu, kalıp cümlelerle öğrenciyi yönlendirmeyen ve rutin olmayan gerçek yaşam problemlerinin, öğrencileri gerçek yaşam durumları üzerinde çalıştırararak onları okul dışındaki ve gelecekteki hayatlarında problem çözme becerisi gelişmiş bireyler olarak yetişmelerini sağlayacağına inandıkları için matematiksel modelleme problemleri üzerinde son 20 yıldan bu yana önemli araştırmalar yapmaktadırlar.

Blum & Niss (1989), matematiksel modellemeyi çok yönlü bir problem çözme süreci olarak tanımlarken, Stillman, Galbraith, Brown, Edwards (2007), modellemeyi yansıtıcı üst bilişsel etkinliklerin gerçekleştiği doğrusal veya tek yönlü olmayan bir süreç olarak ifade etmektedir. Lingefjärd (2000) ise, matematiksel modellemenin bir olayın gözlemlenmesi, ilişkilerin ortaya çıkarılması, matematiksel analizlerin yapılması, sonuçların elde edilmesi ve modelin tekrar yorumlanması süreçlerini içerdiğini vurgulayarak matematiksel modelleme sürecinin önemini ve görünenden karmaşık olan yapısını vurgulamaktadır.

Lingefjärd (2000) "Matematik Öğretmen Adayları ile Teknolojiyi Kullanarak Matematiksel Modelleme" başlıklı doktora tez çalışmasında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde yaşadıkları zorluklara ve bu sırada teknolojinin matematiksel modelleme sürecine olan etkisine değinmiş, geleneksel tarzın yanında teknoloji ile zenginleştirilerek oluşturulmuş modelleme etkinlikleri sayesinde öğrencilerin matematiği anlamalarının ve matematiksel modelleme becerilerinin geliştiğinden bahsetmiştir. Galbraith, Stillman, Brown&Edwards (2007) da teknoloji kullanımın matematiksel modelleme sürecinde öğrenciler için yaratıcı ortamlar sağlayacağını vurgulamış ve öğrencilerin bu süreç boyunca duruma uygun teknolojiyi kullanarak uygun modeli oluşturmaları gerektiğini ifade etmiştir.

Matematik eğitiminde birlikte çalışarak öğrenmenin hem bilgisayar donanımlı öğrenme ortamlarındaki problem çözme etkinlikleri için (Baki, 1994; Hoyles, 1985; akt. Baki, 2002) hem de matematiksel modelleme (Antoinus, Haines, Jensen, Niss & Burkhardt, 2007) için uygun ortam yaratacağı, öğrencilerin matematiksel düşünme ve araştırma becerilerini geliştireceği (Ärlebäck, 2009) ifade edilmektedir. Aynı zamanda birlikte çalışabilmenin çok boyutlu projelerde planlama, kontrol etme ve iletişim kurmada başarı için önemli bir yetenek olduğu (Lesh & Doerr, 2003'ten akt. English & Watters, 2004) ve sadece bir ya da birkaç öğrencinin diğerlerine yardım etmelerini değil, bütün öğrencilerin eşit derecede öğrenme sürecine katılmalarını ve katkı sağlamalarını sağlayacağı (Zajac & Hartup, 1997; akt. Blatcford, Kutnick, Baines & Galton, 2003) vurgulanmaktadır. Modelleme sürecinde oluşturulacak modeller başkaları tarafından kullanılacağından, öğrenciler herbir süreci, yöntem ve stratejiyi açıklamak durumunda kalacaklardır (Zawojewski, Lesh & English, 2003) ve bu da araştırmacıya birlikte çalışma gruplarıyla süreci ayrıntılı bir şekilde inceleme imkanı sağlayabilecektir.

Baki (2002) teknoloji, birlikte çalışma ve matematiksel modelin ilişkisini şu sözlerle açıklamıştır:

> Bilgisayar donanımlı ortamlarda küçük gruplarla çok daha verimli ve işlevsel öğrenme ortamları oluşturulabilir. Böyle bir ortamda öğrenci araştırma türünden karmaşık problemleri çözebilir, çözüm yolları geliştirebilir, analiz yapabilir, varsayımda bulunarak genellemeler yapabilir. Bu sayede öğrenciler kullanımına sunulan bilgisayar yazılımlarını kullanarak matematiksel bir örüntünün, modelin veya ilişkilerin sayısal ve grafiksel olarak görüntülenmesi sağlayabilir (Baki, 2002: 16).

Geçmişe oranla matematiksel modellemenin matematik öğretim programlarında daha etkin bir role sahip olmasına rağmen hala matematik derslerinde gerçek modelleme problemlerinin kullanımının nadir olduğu da ifade edilmektedir (Blum, 2002). Ayrıca Peter-Koop (2004), matematiksel problem çözme ve modelleme hakkında geniş çapta araştırma varken; matematiksel modelleme süreçlerine dair araştırmalara yeterince önem verilmediğini vurgulamıştır. Birlikte çalışmanın bu sürece olacak katkısı, teknoloji destekli modelleme sürecine yönelik araştırmaların sığ olması gibi faktörler düşünüldüğünde birlikte çalışma gruplarıyla teknoloji destekli bir ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin kuramsal bir çerçevede sunulması büyük önem taşımaktadır.

Amaç ve Önem

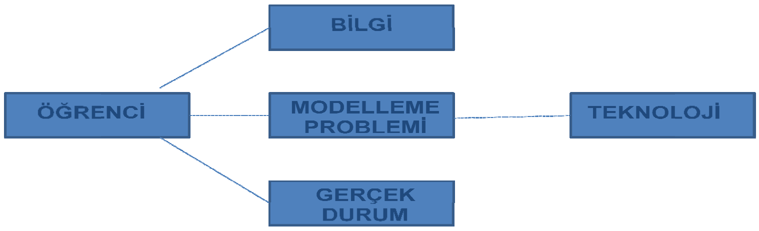
Dünya genelinde özellikle Türkiye gibi gelişmekte olan ülkelerde eğitim alanında yeni yapılanmalar olmaktadır. Öğretim programlarında matematiksel modellemeye önemli bir yer verilmesinin nedenlerinden bazıları şu şekilde ifade edilmektedir:

- öğrencileri problem çözmeye teşvik etmek,
- matematiğin özeliklerini ve yaşamdaki rolünü temsil eden düzenli resmi kurmak,
- öğrencileri günümüzde, gelecekte ve iş yaşamlarında modelleme yapabilecek şekilde yetiştirmek,
- verileri sayısallaştırma ve düzenlemenin yanı sıra oluşturma, açıklama, doğrulama, tahmin etme ve sunma gibi süreçleri geliştirmek için önemli fırsatlar sunmak,
- disiplinler arası yaklaşımlarla öğrencilerin anlamlı öğrenmelerine yardımcı olmak,
- modelleme problemlerinin disiplinler arası doğasından dolayı, matematiğin diğer disiplinlerle iş birliği içinde projelerde kullanımına olanak tanımak,
- matematiksel kavramların, yöntemlerin, sonuçların kazanımını desteklemek ve öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine yardımcı olmak,
- matematik öğretmenlerinin diğer disiplinlerdeki öğretmenlerle işbirliği içinde olmalarını sağlamaktır (Blomhøj & Kjeldsen, 2006; Blum & Niss, 1989; English, 2009; Lingefjärd, 2006; English & Watters, 2004).

MEB (2006)'de ise bilgisayar destekli matematiksel modelleme sürecinin önemi şu sözlerle ifade edilmektedir:

> Bilgisayar teknolojisi, öğrenme-öğretme ortamlarını, olumlu yönde zenginleştirebilecek potansiyele sahip olarak karşımızda durmaktadır. Bilgisayar, matematik sınıflarına bir öğretme aracı olarak değil de bir öğrenme aracı olarak girebilirse sahip olduğu potansiyel ile geleneksel öğrenme-öğretme ortamlarımızı geliştirebilir ve değiştirebilir. Bu yaklaşıma göre, bilgisayar destekli matematik öğretimi yapılan bir ortamda kendilerine sunulan yazılımları öğrenciler etkileşimli olarak kullanır, problemleri adım adım çözer, dönütler alarak yanlışlarını öğrenir. Bu anlamda bilgisayar, öğrencinin bilgi ve becerilerini ön plana çıkaran bir köprü rolü oynar (MEB, 2006:15).

Şekil 1 Modelleme Sürecinin Temel Bileşenleri (Lingefjärd, 2000)



Lingefjärd (2000) bilgisayar destekli bir matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin modelleme problemiyle etkileşim içinde olduğunu ve bu etkileşim esnasında gerçek bir durumun modelini kurmak için bilgilerini teknoloji ile birlikte kullandıklarını ifade etmektedir. Clayton (1999) da matematik eğitiminin bir hedefinin, öğrencilerin geniş çapta matematiksel modellemenin öneminin farkında olmalarını sağlamak ve onların bilgilerini ve teknolojik araçlarını bu süreçte nasıl etkin bir şekilde kullanabileceklerini öğretmek olduğunu ifade etmiştir. Tüm bunlar dikkate alındığında matematik eğitiminde öğrendiklerini aktaracak olan öğretmen adaylarının bugün, elde ettiği sonuçları yorumlayan, üretme becerisine sahip, alternatif çözüm yollarını değerlendiren ve geliştiren, teknolojik araçların matematiksel yararlılığının ve sınırlılığının farkında olan matematiksel bir anlayışa sahip olmaları (NCTM, 2000) önemlidir.

Bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler artık metin, müzik, resim, hareketli resim ve video gibi iletişim örüntülerini kolayca işleyebilir hale getirmiş ve bu olanakları her kullanıcının hizmetine sunmuştur ve eğitim ortamında tek bir bilgi ifade biçimi, örneğin sadece metin veya sadece resim yetersiz kalabileceğinden, değişik ifade biçimlerinin birbirini engellemeyecek şekilde anlamlıca ilişkilendirilerek işe koşulması önerilmektedir (Akpınar, 1995; Orr ve diğerleri, 1997; Stemler, 1997; akt. Akpınar, 1999: 60). Öğretimde kullanılacak resimlerin animasyonların ve videoların, öğrencilere bilginin keşfi için uygun stratejiler geliştirmede, birbirleriyle etkileşim kurmada ve tartışmalar yapmada katkı sağlayacak ortamı sunabileceği, değişkenler arasındaki ilişkilerin anlaşılmasını kolaylaştırarak modellemeyi kolaylaştırabileceği ve somut ve soyut ifadelerin ilişkilendirilmesine yardımcı olabileceği ifade edilmiştir (Akpınar, 1999: 68). Baki (2002) de etkileşim düzeyi yüksek, video ve animasyonların öğrencilere problem oluşturma, problem çözme, koşulları yeniden tanımlayarak sonuçlarını gözleme, model oluşturma, yeni ilişkileri ve özellikleri keşfetme gibi olanaklar sağladığından bahsetmiştir. NCTM (1998) de teknolojinin matematiksel öğrenmeyi en iyi şekilde nasıl desteklenebileceği değil, aynı zamanda öğrencilerin matematiksel gücüne, farklı düşünmelerine ve kavramsal becerilerine teknolojinin varlığının ne şekilde etki edeceği ele alınmaktaktadır.

Bu araştırmada ayrıntılı olarak açıklanması planlanan teknoloji destekli ortamdaki matematiksel modelleme sürecinin NCTM (1998)'de ifade edilen bu düşünceye bir cevap niteliği taşıdığı düşünülmektedir. Ortaya çıkarılan zengin zihinsel aktiviteler sayesinde, matematiksel modelleme sürecinin kapsamlı bir zihinsel süreç modeli sunulmuştur ve bu da teknolojinin matematiksel düşünceye olan etkisinin bir göstergesi olarak düşünülmektedir. Ayrıca sürecin nasıl şekillendiğini ayrıntılı olarak inceleyen az sayıda araştırma yapıldığı göz önünde bulundurulduğunda karmaşık yapıya sahip matematiksel modelleme sürecinin daha ayrıntılı bir şekilde tanımlanmasının, matematiksel modelleme süreci ile ilgili bundan sonra yapılacak diğer çalışmalara daha farklı ve derin bakış açısı getireceği düşünülmektedir. Tez çalışmasında teknoloji destekli ortamdaki modelleme sürecine yönelik uygun ortam yaratacağı ve süreci derinlemesine izleme imkanı sağlayacağı düşünülerek çözüm süreci birlikte çalışma gruplarıyla gerçekleştirilmiştir. Geometri, cebir ve analize hitap edebilen dinamik matematik yazılım programı GeoGebra matematiksel modelleme problemlerini çözüm sürecinde öğretmen adaylarınca kullanılmıştır. Matematiksel modelleme sürecinin GeoGebra ile iç içe olduğu ayrıntılı ilk araştırma niteliği taşıyan bu çalışmada GeoGebra destekli çözüm sürecinin yanında problemle birlikte video, animasyon ve resimler verilerek zengin bir zihinsel süreç ortamı yaratılmak istenmiştir.

Bu doğrultuda çalışmanın amacı, teknoloji destekli ortamdaki birlikte çalışma gruplarının, matematiksel modelleme problemlerini çözerken sergiledikleri yaklaşım ve düşünme süreçlerini açıklamak ve matematiksel modelleme sürecinin yapısını ayrıntılı bir şekilde analiz ederek kuramsal bir çerçeveye oturtmaktır.

Problem Cümlesi

"Birlikte çalışma gruplarının teknoloji destekli ortamda, tasarlanan matematiksel modelleme problemlerini çözerken sergiledikleri yaklaşımlar ve düşünme süreçleri nasıl şekillenmektedir?"

Alt Problemler

1) Teknoloji destekli ortamda, birlikte çalışma gruplarının tasarlanan matematiksel modelleme problemlerini çözerken ortaya çıkan modelleme sürecini oluşturan temel bileşenler, temel basamaklar ve alt basamaklar nelerdir?

2) Teknoloji destekli ortamda, birlikte çalışma gruplarının tasarlanan matematiksel modelleme problemlerini çözerken sergiledikleri bilişsel aktiviteleri nasıl şekillenmektedir?

3) Teknoloji destekli ortamda, birlikte çalışma gruplarının tasarlanan matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknoloji hangi basamaklarda nasıl rol oynamaktadır?

Sayıltılar

1) Belirlenen süreçte, matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları matematik alan bilgilerini problem çözüm sürecine yansıtacakları düşünülmektedir.

2) Araştırma kapsamında gerçekleştirilen uygulamaların matematiksel modelleme problemlerinin yapısına uygun olduğu düşünülmektedir.

3) Problem çözüm sürecinde kullandıkları GeoGebra yazılımına yönelik bilgi ve beceriye sahip oldukları ve bunu da problem çözme sürecine yansıtacakları düşünülmektedir.

4) Uygulama süreci grup çalışmaları şeklinde yürütüleceği için, grup elemanlarının görevleri eşit oranda ve yeterli düzeyde yapacakları kabul edilmiştir.

5) Matematik öğretmen adaylarının, veri toplama araçlarını ciddiyetle cevaplayacakları ve araçların uygulanmasında hiçbir sorun yaşanmadığı düşünülmektedir.

6) Veri toplama araçlarının uygulanmasında yaşanabilecek aksaklıklar problemlere ilişkin uygulamalarla ile düzeltilmiştir.

Sınırlılıklar

1) Araştırma süresi 2011-2012 öğretim yılı bahar dönemi ile sınırlıdır.

2) Araştırma, hem uygulamalara katılan matematik öğretmeni adaylarının bilgi, deneyim, yaklaşım ve görüşleri hem de araştırmacıların deneyim ve gözlemleriyle sınırlıdır. Bu bakımdan gömülü teori yaklaşımına göre ortaya çıkan teori ve modeller, bu bilgi, görüş, yaklaşım, gözlem ve deneyimlerle sınırlıdır.

3) Araştırma Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Matematik Öğretmenliği programında son sınıfta öğrenim gören on dokuz öğretmen adayı ile sınırlıdır.

4) Araştırmada toplanan veriler, matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli ortamda tasarlanan matematiksel modelleme problemlerini çözerken kaydedilen video çekimleri, GeoGebra çözüm dosyaları, problemlere ilişkin yazılı yanıt kağıtları ve araştırmacı tarafından alınmış gözlem notlarıyla sınırlıdır.

5) Araştırma matematik öğretmen adaylarının matematik ve bilgisayar alan bilgileri ile sınırlıdır.

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde tez konusu ile ilgili yapılan yayın ve araştırmalara yer verilmektedir. İlgili yayın ve araştırmalar bölümü şu alt başlıklar altında sunulacaktır:

- Matematiksel Model ve Modellemenin Tanıtımı,
- Matematiksel Modellemeye Yönelik Farklı Bakış Açıları,
- Matematiksel Modelleme Sürecine İlişkin Yapılan Araştırmalar,
- Matematiksel Modelleme Problemlerinin Sınıflandırılması,
- Matematiksel Modellemeye Teknolojinin Etkisine İlişkin Yapılan Araştırmalar,
- Dinamik Matematik Yazılımı GeoGebra' nın Tanıtımı.

Matematiksel Model ve Modellemenin Tanıtımı

Matematiksel model ve matematiksel modelleme arasındaki ayrım bizi öncelikle model ve modelleme arasındaki ayrımın ne olduğunu sorgulamaya yöneltmektedir. Bu soruya bir yanıt olarak, Sriraman (2005) model ve modelleme terimleri arasındaki anlam farkının, süreç ve ürün arasındaki anlam farkına benzediğini ifade etmektedir. Sriraman (2005)'e göre modelleme, bir duruma yanıt verebilmek için ihtiyacımız olan durumun modelini oluşturma sürecidir. Lingefjärd (2000) ise modellemenin bir problem durumunu açıklamak için model oluşturma sürecinden çok daha fazlasını içeren bir süreç olduğunu vurgulamaktadır. Hem Lingefjärd (2000) hem de Sriraman (2005) modelin modelleme süreci sonunda oluşturulmuş ürün olduğu vurgulamaktadır. Modelleme bir durumun fiziksel, sembolik ya da soyut modelini oluşturma sürecini ifade etmektedir (Lesh&Doerr, 2003). Lingefjärd (2000) modelin iki temel özelliğinin olduğuna değinmektedir:

-Modeller belli bir gerçek yaşam durumunun daha iyi irdelenmesini ve açıklanmasını sağlayan gösterimlerdir.

-modeller herhangi bir gerçekliğin daha az ya da çok ideal halleri veya basitleştirilmiş halleridir.

Matematiksel model ve matematiksel modelleme arasındaki ayrıma bakıldığında, Stark&Nichols (2005) matematiksel modeli, gerçek durumları, eylemleri ve süreçleri temsil eden matematiksel tekniklerden yararlanarak ve matematiksel notasyonlara bağlı kalınarak oluşturulmuş sembolik modeller olarak tanımlamıştır. Berry & Houston (1995) da matematiksel modeli, gerçek yaşam problemiyle veya durumuyla ilgili dikkatlice yapılacak varsayımlar doğrultusunda grafik, denklem, eşitsizlik gibi matematiksel yapılar kurularak gerçek yaşam durumunu temsil edecek ya da tanımlayacak iki veya daha fazla değişkenin arasındaki ilişkinin matematiksel bir gösterimi olarak tanımlamaktadır.

Lesh & Doerr (2003)' in modelleme yaklaşımına göre, matematiksel düşünme sürecinde öğrencilerin kullandıkları zihinsel araçların tamamı zihinsel modeller olarak adlandırılmaktadır. Lesh & Doerr (2003)' e göre matematiksel model ise bir gerçek durumun yorumlanmasına, çözümlenmesine olanak sağlayan zihindeki yapıların matematiksel bir forma dönüştürülmüş dış temsilleri olarak ifade edilmektedir. Buradan iki sonuca ulaşmamız mümkündür:

- matematiksel modeller zihinsel modelleme sürecinin birer ürünüdür.
- matematiksel modelleme süreci, bir zihinsel modelleme sürecini gerektirir.

Matematiksel modelleme, "Öğrencilerin gerçek hayatta kullanabilecekleri matematiksel bilgi ve matematiksel düşünme becerisine sahip olabilmeleri için nasıl bir matematiksel eğitimi yapılmalıdır?" ve "Geleneksel yöntemlerin ve problem çözme aktivitelerinin öğrencilerin problem çözme becerisini geliştirmedeki yetersizliğini nasıl önleyebiliriz?" sorularına aranan çözümlerden biri olarak araştırmalarda karşımıza çıkan ve günümüzde önemli bir çalışma alanı olan kavramlardan biridir (Mousolides, Christou & Sriraman, 2006; NCTM, 2000; Turner, 2007).

Matematiksel modelleme, hayatın her alanındaki problemlerin doğasındaki ilişkileri daha kolay görebilmeyi, onları keşfedip aralarındaki ilişkileri matematiksel terimlerle ifade edebilmeyi, sınıflandırabilmeyi, genelleyebilmeyi ve sonuç çıkarabilmeyi kolaylaştıran dinamik bir yöntem olarak tanımlanmaktadır (Fox, 2006). Blum (2002), matematiksel modellemenin bir yandan gerçek yaşamdan matematiksel yaşama geçişi, diğer yandan ise bu geçişteki tüm süreci temsil ettiğini ifade ederek bu kavramı tanımlamıştır. Pollak (1979) ise modellemenin, matematiğin ve matematiğin dışında kalan dünyanın karşılıklı etkileşimi olduğunu ifade etmektedir.

Henn (2007) ve Lingefjärd (2006), matematiğin soyut yapısını daha iyi anlamak için öğrencilerin modelleme yoluyla çevrelerindeki yaşam ile aralarında bir köprü kurduklarını ifade etmektedir. Bunun yanında, matematiksel modellemenin; yararlı modellerin oluşumunu sağlayan anlamlı içeriklerin kullanıldığı, gerçeklere ilişkin deneyimlerin kazanıldığı bir ortam yaratarak öğrencilerin matematiği okul dışındaki yaşamlarında kullanabilecekleri bir kaynak olarak görmelerinde ve matematiksel becerilerinin gelişimi için uygun bir ortam sağlanmasında etkili olduğu belirtilmektedir (Freudenthal, 1973; Stevens, 2000; Streefland, 1993; akt. English, 2006). Öğrencilerin matematiksel modellemenin çok kapsamlı durumlardaki değerinin farkına varmalarını sağlamak matematik eğitiminin önemli amaçların biri olarak gösterilmektedir (Lingefjärd, 2006). Lingefjärd (2000) matematiksel modellemenin farklı tanımlarına rastlamanın mümkün olduğunu ve bunun iki temel sebepten kaynaklandığını ifade etmektedir. Lingefjärd (2000)'a göre bunlardan biri araştırmacıların matematiksel modellemeye karşı bakış açılarından; diğeri ise matematiksel modelleme gibi karmaşık süreci bir tanıma sığdırmanın zorluğundan kaynaklanmaktadır. İzleyen bölümde matematiksel modellemeye yönelik farklı bakış açılarına ayrıntılı olarak yer verilmektedir.

Matematiksel Modellemeye Yönelik Farklı Bakış Açıları

Araştırmacıların konumlarına, temel hedeflerine, etkilendikleri yaklaşımlara ve uygulama alanlarına göre matematiksel modellemeye yönelik bakış açıları farklılıklar göstermektedir. Bu ise matematiksel modellemeyle ilgili araştırmalarda kuramsal farklılıklar görülmesine yol açmaktadır. Kaiser (2005), Kaiser&Sriraman (2006), Blomhoj (2008)'in çalışmalarından derlenen matematiksel modelleme yaklaşımlarının sınıflandırılması Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1 Matematiksel Modelleme Yaklaşımlarının Sınıflandırılması (Kaiser,2005; Kaiser&Sriraman,2006; Blomhoj, 2008)

Yaklaşımın Adı	Temel Hedefleri	Etkilendiği Yaklaşımlar	Kaynak	Önemli İsimler
Gerçeğe Uygun veya Uygulamalı Modelleme	Faydacı hedefler, gerçek yaşam problemlerini çözme, gerçek yaşamı daha iyi anlama, modelleme becerilerini geliştirme	Pollak' ın pragmatik (faydacı) yaklaşımı	Anglo- Saxon pragmatizmi ve uygulamalı matematik	Pollak (1969), Haines/Crouch
Bağlamsal Modelleme	Konu ilişkili ve psikolojik hedefler (örneğin, sözel problemleri çözme)	Sistemler yaklaşımına neden olan bilgi işleme yaklaşımı	Amerikan problem çözme tartışmaları, günlük okul pratikleri	Sriraman Lesh & Doerr (2003) Chamberlin (2002) Lesh & Caylor (2007)
Eğitimsel modelleme -Öğretimsel Modelleme -Kavramsal Modelleme	Pedagojik ve konu ilişkili hedefler -öğrenme süreçlerinin tasarlanması ve geliştirilmesi -kavramın tanıtımı ve gelişimi	Bütünleştirici yaklaşım (Blum, Niss) ve bilişsel ve hümanistik yaklaşımın daha fazla gelişimi	Öğretici Teoriler ve Öğrenme teorileri	Niss (1987,1989) Blum & Niss (1991) Blum & Leiss (2005) Blum, Niss et al. (2006)
Sosyo-eleştirel modelleme	Psikolojik hedefler (dünya çapındaki eleştirel anlayış gibi)	Özgürlükçü yaklaşım	Politik sosyolojideki sosyo-eleştirel yaklaşım	Skovsmose(1994,2005) D'Ambrosio (1999)
Epistemolojik Modelleme veya Teorik Modelleme	Teori temelli hedefler (teori gelişimine katkı sağlama gibi)	Freudenthal' ın eski yaklaşımı olan bilimsel hümanistik yaklaşımı	Roman epistemoloji	Freudenthal(1983) Traffers (1987) Chevallard
Aşağıdaki yaklaşım bir üst yaklaşım olarak tanımlanabilir.				
Bilişsel Modelleme	Psikolojik hedefler -çözüm sürecinde meydana gelen zihinsel (bilişsel) süreçlerin analiz edilmesi ve bu zihinsel (bilişsel) süreçlerin anlaşılması -modelleri zihinsel resimler veya fiziksel resimler olarak kullanarak veya modellemeyi soyutlama, genelleme gibi zihinsel (bilişsel)		Bilişsel Psikoloji	Piaget Skemp Boromeo Ferri (2006) Blum/Leiss

	süreçler olarak ele alarak matematiksel düşünme süreçlerinin geliştirilmesi			

Modellemeyi epistemolojik modelleme veya teorik modelleme yaklaşımıyla ele alan gerçekçi matematik eğitimin (Realistic Mathematics Education-RME) kurucusu Hans Freudenthal tarihte matematiğin gerçek yaşam problemleriyle başladığını, gerçek yaşamın matematikselleştirildiğini, daha sonra formal bir sisteme geçildiğini ifade etmiştir (Altun, 2007). Geleneksel öğretime bir meydan okuma olarak ortaya çıkmış bu yaklaşıma göre, matematik öğretimi gerçek yaşam problemleriyle başlamalıdır ve matematik yapma gereksinimi öğretimin ana ilkesi olmalıdır (Gravemeijer, Hauvel & Streffland, 1990). Freudental gerçek bir modelden matematiksel kavrama ulaşma şeklinde işleyen bu sürece matematikselleştirme adını vermiştir (Altun, 2007). Freudenthal (1991)'a göre matematikselleştirme anahtar bir süreçtir ve bunun temel iki nedeni vardır: ilki matematikselleştirme sadece matematikçilerin işi değil, her insanın işidir. Bu bize matematik öğretiminin temel hedeflerinden birini akla getirir: "Herkes matematik yapabilir". İkincisi ise yeniden keşfetmedir.

Modellemeyi bağlamsal yaklaşım temelli ele alan Lesh&Doerr (2003) matematiksel modelleme problemlerinin öğrencilerin

-durumu yorumlamalarını ve kendilerinin anlamlandırabildikleri şekilde matematikselleştirebilmelerini,

-problemdeki bilgileri yorumlamalarını,

-ilgili verileri seçmelerini,

-yeni verilere giden işlemleri tanımlamalarını ve

-anlamlı gösterim şekillerini oluşturmalarını gerektirdiğini vurgulamıştır.

English (2003) de model oluşturma etkinlikleriyle zengin öğrenme deneyimlerinin sağlanabileceği bir sınıf ortamının yaratılması gerektiğini ifade etmektedir. English (2003) sınıfta modelleme etkinlikleri sırasında sağlanması gereken zengin durumları şu şekilde ifade etmiştir:

-otantik durumlar,

-öğrencinin kendi keşfi için şans,

-yorumlar için çoklu olasılıklar ve

-öğrencilerden birinin kendi modelini diğer öğrencilere iletmek için sorumluluk duyacağı ortam.

Lesh&Doerr (2003) geleneksel sözel problemlerin öğrencilerde problem çözme stratejilerini geliştirmediğini, öğrencilerin problem cümlelerindeki bazı kalıp kelimelere göre hareket ederek buldukları çözümün öğrenciler için çok anlamlı olmadığını ifade etmektedir. Bunun yanında, sınıf ortamında model oluşturma etkinlikleri üzerinde çalışan öğrenciler karmaşık olayların içinde gömülü önemli matematiksel yapıların kimliğini saptamaktadır; çünkü matematiksel modeller yüzeysel özelliklerin yerine, olayların yapısal özellikleri (modeller ve nesneler arası ilişkiler) üzerine yoğunlaştıklarından kompleks sistemlerin davranışını tahmin etmede güçlü araçlar olarak karşımıza çıkmaktadırlar (Harel & Lesh, 2003). Lesh&Doerr (2003) model oluşturma etkinliklerini düzenlerken şu altı temel prensibe dikkat edilmesi gerektiğini ifade etmektedirler:

1)Gerçeklik prensibi: Öğrenciler kendi deneyimleri ve bilgilerini genişleterek durumdan anlam oluşturabilmelidir.

2)Model oluşturma prensibi: Etkinlik öğrencileri matematiksel olarak anlamlı bir yapıyı gözden geçirip düzenleme, genelleme, geliştirme ya da genişletme gereksinimleriyle karşılaştıkları bir durumun içine sokabilmelidir.

3)**Öz değerlendirme prensibi:** Etkinlik süreç içerisinde öğrencilerin kendi kendisini sorgulamasını gerektirmelidir.

4)Yapı belgelendirme prensibi: Etkinlik öğrencilerin durum hakkındaki düşüncelerini (varsayımlar, amaçlar, çözüm stratejileri vb.) açığa çıkarmalarını sağlamalıdır.

5)Model genelleme prensibi: Etkinlik sürecinde öğrenciler tarafından üretilmesi olası model bu tip dinamik gerçek yaşam durumlarının analizi için genel bir model sağlamalıdır. Yani ortaya çıkarılan model başka benzer durumlara da uygulanabilmelidir.

6)Etkili (Basit) prototip prensibi: Etkinliğin olası çözümü, çözüm stratejileri ve ilişkili kavramlarıyla benzer diğer durumları yorumlamak için yararlı bir prototip özelliği taşımalı, öğrencileri karmaşık durumlar için basit modeller geliştirmeleri için cesaretlendirmelidir. Etkinliğin altında yatan temel kavramlar öğrenciye önemli fikirler sunmalı ve başka etkinlikler için öğrenci bu etkinlikteki deneyimlerinden yararlanmalıdır (Carlson, Larson, Lesh, 2003; Lesh, Hoover, Hole, Kelly & Post, 2000; Moore, 2008; Yıldırım, Shuman, Besterfield-Sacre, 2010).

Aynı zamanda Chamberlin (2002) model oluşturma etkinliğinin 4 temel bileşenin olduğunu ifade etmiştir:

-**Tanıtıcı makale** (Newspaper article)

-**Hazır-oluş soruları** (Readiness questions)

-**Problem çözüm süreci** (Problem statements)

-**Çözümlerin Sunumu ve Tartışılması** (Process of sharing solutions)

Matematiksel modellemeyi eğitimsel modelleme perspektifinde ele alan Blum&Niss (1989) öğretim programlarında matematiksel modelleme ve uygulamalarına niçin yer verildiğine ilişkin modellemenin 5 temel özelliğine vurgu yapmaktadır. Bunlar:

1) Gelişmeci (formative) yaklaşımına göre; modelleme bireylere açık görüş ve özgüven sağlamanın yanında onları keşfedici olmaya, yaratıcılığa, farklı problem çözme yaklaşımlarına ve problem çözme becerilerini kullanmaya teşvik etmektedir.

2) Eleştirel beceri (critical) yaklaşımına göre; modelleme, matematiğin giderek daha fazla kullanıldığı bir dünyada öğrencilerin matematik dışı konulara dair matematiğin farklı kullanımı karşısında eleştirel bir güç kazanmalarını sağlamak ve bu beceriyi geliştirmek için önemlidir.

3) Kullanılabilirlik (practical) yaklaşımına göre; modelleme, bireylerin şu anda, gelecekte ya da mesleklerinde karşılaşabilecekleri değişik durumlarda matematiği kullanabilecek durumda olmaları için onları hazırlamaktadır.

4) Kültürel yapı (cultural) yaklaşımına göre; modelleme, matematiğin yapısı ve dünyadaki rolüyle ilgili bireylere matematiğin bir resmini ve temsilini sunmaktadır. Bu resim, matematiğin tüm gerekli ve önemli yönlerini kapsamaktadır. Modelleme matematik kültürünün bireylerde oluşmasını ve matematik kültürünün gelişmesi için zengin bir ortam sağlar.

5) Yardımcı olma (instrumental) yaklaşımı ise; modelleme, öğrencilerin matematiksel kavramları tam anlamıyla anlamalarına ve kavramlarına yardımcı olmaktadır. Ayrıca, bazı matematiksel konuların çalışılması için bireylere motivasyon sağmaktadır (Blum & Niss, 1989: 5).

Kaiser & Sriraman (2006), modelleme literatürü içinde matematiksel modellemeye dair perspektifler dikkate alındığında, bilişsel modellemenin araştırmalarda perspektif dışı olarak görüldüğünü ve öğrencilerin modelleme esnasındaki bilişsel süreçleri üzerine yoğunlaşan çalışmaların modelleme tartışmalarında ihmal edildiğini vurgulamaktadır. Bilişsel bakış açısı altında modelleme analizinin tanımını Ferri şu şekilde açıklamıştır:

> Eğer modelleme bilişsel bakış açısı altında düşünülecek olursa, odak noktası, modelleme süreci esnasındaki daha fazla ya da daha az eylemler boyunca açıklanan, düşünme süreçleri altında yatıyor olacaktır (Ferri, 2007: 2081).

Harvard Üniversitesi Bilişsel Araştırmalar Merkezi yıllık raporunda bilişsel süreçlerin önemine şu şekilde değinilmiştir:

> Biz tabi ki bilişsel süreçlerin davranışsal kanıtlardan ulaşılması gereken metodik bir zorunluluk olduğunu anladık. Ama bilişsel çalışmalar insanların bildikleri şeyle alakalıdır ve insanların yaptığı şey ile bildiği şey arasında basit bir ilişki yoktur. Asıl sorun temel kuralları ve bu bilgiyi karakterize eden kavramları davranışlarının ötesinde görmektir. (Center for Cognitive Studies, Harvard University, Annual Report, 1961;akt. Lingefjärd, 2000: 146).

Bilişsel modellemenin önemli isimleri Blum ve Borromeo Ferri, Leiss gibi araştırmacıların önderliğinde [**COM²-**projesi] Matematik Derslerindeki Modelleme Sürecinin Bilişsel-Psikolojik Analizi (**CO**gnitive psychological analysis of **M**odelling processes in **M**athematics lessons) adı altında kapsamlı bir proje çalışması gerçekleştirilmiştir. Bu projenin temel amacı, matematik derslerinde öğretmen ve öğrencilerin modelleme süreçlerindeki davranışlarını ve birbirleriyle olan etkileşimlerini bilişsel bir perspektif altında analiz ederek öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin nasıl şekillendiğini araştırmaktır (Blum & Ferri, 2007).

Aynı şekilde Blum ve çalışma grubunun gerçekleştirdiği “Öz düzenlemeye yönelik ve görevlerle yönetilen matematik öğretimi için didaktik müdahale modelleri” (**DISUM**- Didactical intervention modes for mathematics teaching oriented towards self-regulation and directed by tasks) isimli projede 9. sınıf öğrencilerinin modelleme etkinliği sürecindeki modelleme döngüleri ve süreç içerisindeki zorlandıkları bilişsel etkenler araştırılmış; bu bilişsel gereksinimlerden kaynaklanan öğrenci zorluklarının nasıl üstünden gelinebileceğine dair açıklamalar getirilmeye çalışılmıştır (Leiss, Schukajlow Blum, Messner & Pekrun, 2010). Araştırma sonucunda öğrencilerin modelleme sürecinde başarısız olmalarının temel nedenlerinden birisinin öğrencilerin süreç içerisinde başarılı olması için gerekli olan bilişsel gereksinimlere karşılık verememelerinin olduğu ifade edilmiştir (Blum & Ferri, 2007). 416 öğrencinin ikişerli gruplar halinde katıldığı sürecin matematikleştirme basamağında öğrencilerin zorlandıkları, sürecin devamında kurdukları modelin doğruluğunu kontrol etmedikleri ve bu nedenle de modelin geliştirilmesi adına bir yaklaşım sergilemedikleri vurgulanmıştır (Leiss, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun, 2010).

Bu iki projenin ortak sonucu olarak bilişsel yaklaşım temeline dayanan 7 temel basamağı içeren modelleme döngüsü ortaya çıkarılmıştır (Borromeo Ferri, 2006). Bu süreç modeli ileriki bölümde ayrıntılı olarak ele alınmaktadır. Modelleme sürecinde öğrencilerin çözümlerinde 3 temel matematiksel düşünme stilini (geometrik, analitik ve hem analitik hem görsel düşünme) sergiledikleri ifade edilmiştir (Borromeo Ferri, 2006).

Schoenfeld (1992) problemlerin ve problem çözme aktivitelerin öğrencilerin sadece bilişsel değil aynı zamanda üst bilişsel süreçlerini de içermesi gerektiğini belirtmektedir. Maaß (2006)’a göre de matematiksel modelleme sürecinde, insanın algılama, hatırlama, yorumlama ve düşünmesinde yer alan zihinsel faaliyetlerinin farkında olmasının ve bu sırada gerçekleşen zihinsel faaliyetlerin kontrol edilmesiyle ilgili gerekli beceriler olarak tanımlanan üst bilişsel becerilerin anahtar bir rolü bulunur. Modelleme döngüsündeki ters oklar modelleme sürecinin lineer veya tek yönlü olmaktan uzak olduğunu vurgulamakta ve yansıtıcı üst bilişsel aktivitelerin varlığını göstermektedir (Galbraith, Stillman, Brown, Edwards 2007).

Matematiksel Modelleme Sürecine İlişkin Yapılan Araştırmalar

Bu başlık altında matematiksel modelleme sürecine yönelik yapılan araştırmalara yer verilmektedir. Problem çözme sürecine yönelik yapılan araştırmalara bakıldığında Polya'nın 1945' te yazdığı bir milyondan fazla satılıp on yedi dile çevrilen "Nasıl Çözmeli?" adlı kitabının büyük önemi vardır. Ian Stewart bu kitabın ön sözünde Polya ve Polya'nın düşüncesinin ortaya çıkışı hakkında şunları söylemiştir:

> Polya matematiğin zor olduğunu bilir, fakat herkesçe bilinmesi pek istenmeyen sanatla uğraşanların çoğunun tersine, matematiği kolaylaştırmaya çalışırdı. Birinci sınıf bir araştırmacı, parlak bir öğretmen ve mükemmel bir anlatıcıydı. Bu birleşimi her zaman bir arada bulamazsınız. Polya, öğrencilerinin problem çözmesini bilmediklerini fark etmişti. Sayılamayacak kadar çok matematik öğretmeni de aynı şeyi ifade ediyorlardı, fakat Polya biraz daha ileri gitti. Sorun, öğrencilerin sadece yeterince matematik bilmemeleri ya da bildiklerini kullanma mekanizmasını anlamamaları değildi. Öğrenciler, becerikli taklitçiler olabilirlerdi, ancak strateji kavramından anladıkları yanlıştı. Bunun nedeni, bir matematik problemini çözmek için bir strateji gerekeceği konusunda hiçbir fikirlerinin bulunmaması olabilir miydi?

Polya (1945) yaptığı araştırmalar ve edindiği deneyimler doğrultusunda "Bulgusal Stratejiler" adını verdiği problem çözme sürecini 4 evreye ayıran şu genel teknikleri ortaya atmıştır:

-Problemi anlamak,

-Benzer problemlerden elde ettiğiniz deneyimleri kullanarak bir saldırı planı (genel çözüm stratejisi) ortaya çıkarmaya çalışmak,

-Saldırıya(genel çözüm stratejine bağlı bir çözüm) geçmek ve

-Kendi kendinize, bulduğunuz yanıta gerçekten inanıp inanmadığınızı sormak. Bu 4 basamaklı problem çözme süreci 1980' lerde problem çözücülerin fazlasıyla dikkatini çekmiştir (Schoenfeld, 1992).

Polya (1945) gibi Turner (2007) da öğrencilerin okulda müfredat kapsamında ele alınan konularda elde ettikleri bilgileri günlük yaşamda karşılaştıkları problemler içinde ne kadar kullandıklarını ve matematiğin yaşamda oynadığı rolü anlayabilme kapasitelerini ölçmeyi hedefleyen durumlarda öğrencilerin zorluklarla karşılaştığını vurgulamaktadır. Turner (2007)'a göre bu kapsamda hazırlanan PISA' daki soruların birçoğu tam bir matematiksel modelleme etkinliği biçiminde olmasa da modelleme sürecinin bazı evreleriyle ilişkilidir ve soruların güçlük düzeyinin modelleme basamaklarını içerme seviyesiyle orantılı biçimde artmaktadır. Bu yönüyle öğrencilerin uluslararası sınavlarda ve proje çalışmalarında başarılarının arttırılması için öğrencilerin matematiksel modelleme problemleriyle baş başa kalacağı zengin ortamların yaratılması büyük önem taşımaktadır (Turner, 2007).

Lesh&Doerr (2003), iyi bir modellemecinin sahip olması gereken becerilerin neler olduğu sorusuna kabul edilebilir bir yanıt verebilmek için modelleme sürecindeki safhaların net ve ayrıntılı olarak tanımlanmasının ve açıklanmasının gerekli olduğunu ifade etmektedir. COM^2-Projesi' nde ise, matematiksel modelleme yeteneğinin, belli bir bağlamda ele alınan matematiksel modelleme sürecini tüm yönleriyle bağımsız olarak ve anlaşılır bir biçimde gerçekleştirebilmek olduğu ifade edilerek matematiksel modelleme sürecinin önemi açıklanmaktadır:

Matematiksel modelleme sürecinin yapısını yansıtan tanımında Kapur (1982) matematiksel modellemeye değişken odaklı olarak farklı bir açıdan yaklaşmış ve matematiksel modellemeyi uygun değişkenleri seçme, bu değişkenler arasındaki bağlantıyı ortaya çıkarma, bu değişken ve bağlantılara bağlı olarak matematiksel bir model ortaya koyma ve bu modelin ve uygulamalarının test edilmesi süreci olarak tanımlamıştır. Bu araştırma, süreci açıklama adına yapılmış ilk araştırmalardan biri olarak göze çarpmaktadır.

80li yıllarda yapılan çalışmalara bakıldığında matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemede sahip oldukları anlayışlar hakkında çalışmaların az sayıda olduğu; bununla birlikte, üniversite öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki düşünme süreçlerine dair hiçbir araştırma olmadığı vurgulanmaktadır (Clement, 1982; Clement, Lockhead & Monk, 1981). Clement (1982)'in bu düşünceden hareketle gerçekleştirdiği araştırmasının sonunda, üniversite öğrencilerinin değişkenler arasındaki gerçek dünya ilişkilerini temsil etmesi için oluşturulan basit denklemlerde zorluklar yaşadıkları ifade edilmiştir. Araştırmacının gözlemleri ve incelemeleri öğrencilerin bu hatalarının ya dikkatsizlikten ya da kavram hatalarından kaynaklandığını ortaya koymaktadır. Wollman (1983) da, ilköğretim öğrencilerinin y=k.x formundaki denklemleri ve bunların gerçek yaşam durumları hakkındaki soruları doğru bir şekilde cevaplamalarına rağmen, kurdukları denklemi sözel olarak açıklamada sıkıntı yaşadıklarını vurgulamaktadır. Bunlara dayanarak, Wollman (1983), matematiksel yeteneklere ilişkin başarılı performans sergileyen öğrencilerin doğru dönüşümleri yapabileceği düşüncesinin her zaman doğru olmayabileceğini ifade etmiştir.

Trelinski (1983), kimya bölümü yüksek lisans öğrencileri üzerinde açık uçlu matematiksel modelleme problemleri içeren bir çalışma yapmıştır. 223 kimya öğrencisi üzerinde yaptığı çalışmada Trelinski öğrencilerin tek bir çözüme bağlı kaldıklarından ve matematiksel tutarlı ve düzenli bir süreç izlemediklerinden bahsetmiştir. Ayrıca Trilenski çözüm sürecinin başında öğrencilerin model için gerekli bazı değişkenleri unuttuklarını ama sürecin devamında modellerinin eksik olduğunun farkına vardıklarını ifade etmektedir. Matematiksel modelleme sürecine dair 3 temel matematiksel yaklaşım belirlemiştir: Ayrık (discrete) bir süreç, sürekli (continious) bir süreç, devam eden (ongoing) bir süreç. Bu matematiksel modelleme sürecine yönelik yapılan ilk analiz çalışmalarından biri olarak göze çarpmaktadır.

Lesh, Surber & Zawojewski (1983), Müller & Wittmann (1984), Schoenfeld (1985) ve Blum ve Niss (1989), Polya (1957)'nın ortaya attığı problem çözme aşamalarının doğrusal olmadığını vurgulamışlar ve doğrusal olmayan durumlarda ise modelleme sürecinin yorumlama, bütünleme/türevleme (integrate/derive), tahminde bulunma ve doğrulama gibi farklı aşamaları barındırdığını ifade etmişlerdir. Schoenfeld (1985) çalışmasında modelleme sürecini 6 alt başlık altında toplamıştır. Bunlar:

-Problemi okuma (reading): Problem okunur ve anlamlandırılır.

-Modeli kurma (make model): Problem basitleştirilir, yapılandırılır ve matematikselleştirilir.

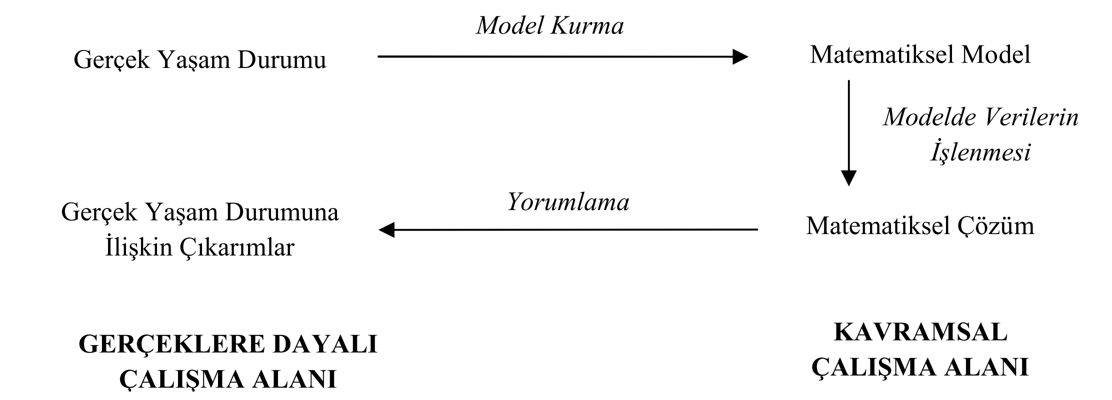
-Tahmin etme (estimating): Problemin gerçek durumuna uygun sayısal tahminler yapılır.

-Hesaplama (calculating): Elde edilen denklemler ya da grafikler doğrultusunda problem çözülür.

-Rapor (writing): Problemde elde edilen bulgular özetlenir ve bir rapor haline getirilir, çözüm yazılı hale gelir.

Müller & Witmann (1984), Almanya'daki ilkokul öğrencileriyle yaptıkları çalışmada modelleme sürecinin 3 temel alt basamaktan meydana geldiğini vurgulamaktadır. Bunlar: modelleme, modelde verileri işleme ve yorumlamadır. Bunun yanında öğrencilerin çözüm sürecinde gerçeklere dayalı çalışma alanı ve kavramsal çalışma alanı olmak üzere iki farklı çalışma alanında yer aldıklarını ifade etmiştir. Müller & Witmann (1984)' in matematiksel modelleme süreci modeli Şekil 2' de verilmiştir.

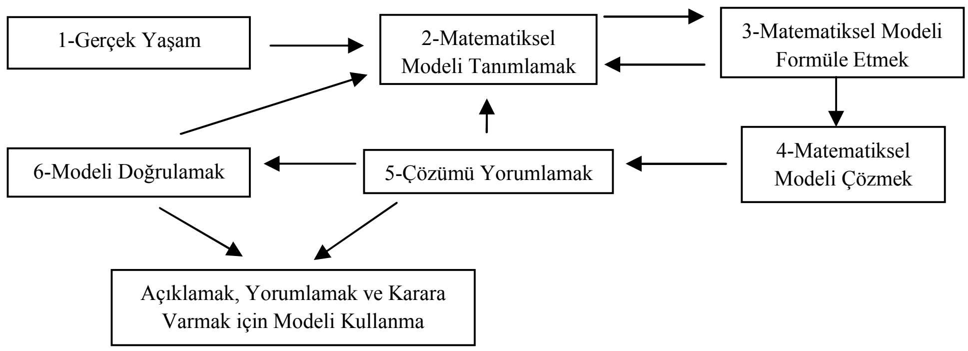
Şekil 2 Modelleme Sürecinin Yapısı
(Müller & Wittmann,1984, akt. Peter-Koop, 2004: 25)



Mason (1988) da matematiksel modellemenin karmaşık bir süreç olduğunu ve bu sürecin açıklanmasının çok önemli olduğunu ifade etmiştir. Mason(1988)' a göre matematiksel modelleme şöyle bir süreci işaret etmektedir:

> Matematiksel modelleme sürecinde ilk adım gerçek yaşam probleminin matematiksel sembollerle formüle edilmesidir. Ortaya çıkarılan matematiksel modelin yapısı durumu tanımlayan değişkenlerden ve bu değişkenlerle ilgili denklemlerden oluşmaktadır. Sonrasında analiz edilen ve çözülen matematiksel problem gerçek yaşam problemine dönüştürülür. Sonuç olarak elde edilen matematiksel sonuçlar probleme cevap verme adına gerçek yaşam durumu kapsamında yorumlanır ve açıklanır(s.208).

Şekil 3 Modellemedeki Temel Basamaklar (Mason,1988)



Mason (1988) Şekil 3' de verilmiş modelleme süreci modelini açıklarken sol tarafın gerçek dünyayı, sağ tarafın matematiksel dünyayı, ortasının ise ikisi arasındaki ilişkiyi içerdiğini ifade etmektedir. Mason (1988), matematiksel dünya ve gerçek dünyanın arasındaki ilişkinin önemli olduğunu söylemiş, orta kısımda ise problemi basitleştirmenin, formüle etmenin ve sonrasında gerçek dünyayı dikkate alarak matematiksel sonuçlar elde etmenin var olduğunu vurgulamıştır. Mason (1988) matematiksel modelleme sürecini ayrıntılı olarak şu şekilde açıklamaktadır:

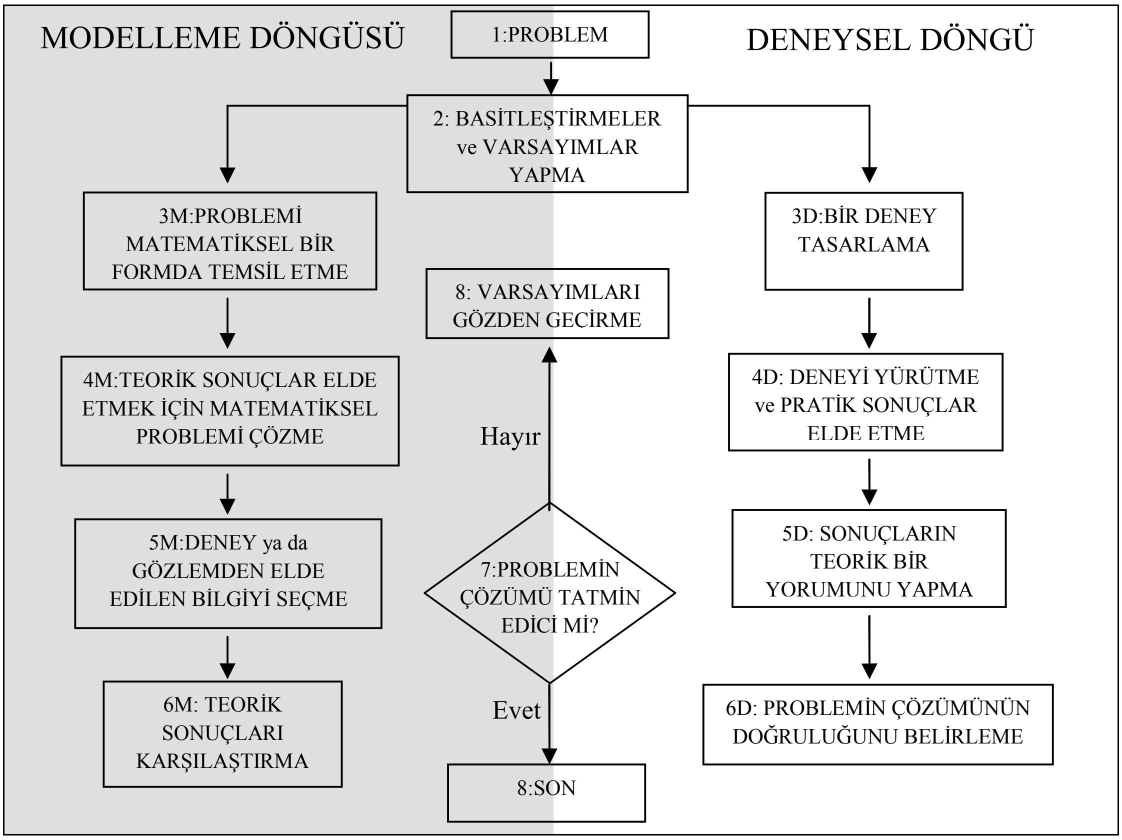
> Anlaşılır bir modelleme sürecinde 1. adımdan 7. adıma doğru bir gidiş olsa da matematiksel modelleme daima anlaşılır değildir ve özellikle de gerçek sonuçlara ulaşırken kompleks bir yapı karşımıza çıkmaktadır. Modelleme sürecinde matematiksel çözümün elverişli olduğu basit yeterli bir modelle gerçek durumu temsil eden kompleks bir durum arasında sürekli bir alış-veriş söz konusudur. Tanımlanan modelin gerçekliğe ne kadar uygun olduğu düşünülse de, modelden elde edilen matematiksel sonuçların gerçek dünyadaki somut sonuçlara dönüşmediği durumlarla karşılaşılabilir. Bu durumda kişi modeli doğrulama basamağından tekrar yeni bir matematiksel model tanımlamak üzere 2.adıma geçmelidir. Birçok durumda, özellikle sosyal bilimlerde 6. basamaktaki doğrulama adımını gerçekleştirmek zordur ve çoğu zaman kişiler 5. adımdan 7 adıma direk geçebilirler. Fakat matematiksel modelin gerçek yaşam durumuna yanıt vermediği durumda, kişi 2. adıma geri dönmeli ve modelin daha uygulanabilir olması için modeli tekrar gözden geçirmelidir. Doğrulama basamağı modelin doğru ve gerçek dünya sonuçları verecek kadar ideal olduğunu gösterir. Bu yüzden fiziksel gerçeklik ile matematiksel dünya arasında kaçınılmaz bir takas söz konusudur(s.209).

Birçok araştırmacı gibi (Berry & Houston, 1995; Blum & Niss, 1989; Doerr, 1997; Niss, 1989) Mason (1988) da süreci bir modelde açıklarken matematiksel modelleme sürecinin bu kadar düz, anlaşılır ve basit bir süreç olmadığını, basamaklar arasında geçişin sık olduğu kompleks bir yapılanma olduğunu vurgulamaktadır.

MEI[Mathematics in Education and Industry] (Structured Mathematics Student Handbook) raporlarında matematiksel modelleme süreci Şekil 4' teki gibi tasvir edilmiştir. Bu sürece göre kişi 2 temel döngü içerisinde bulunmaktadır. Bunlardan birisi modelleme, diğeri ise deneysel döngüdür. Burada deneysel döngü modelleme döngüsü birbirinden bağımsız düşünülemez (MEI, 1994).

Şekil 4 Matematisel Modelleme Sürecinin Yapısı

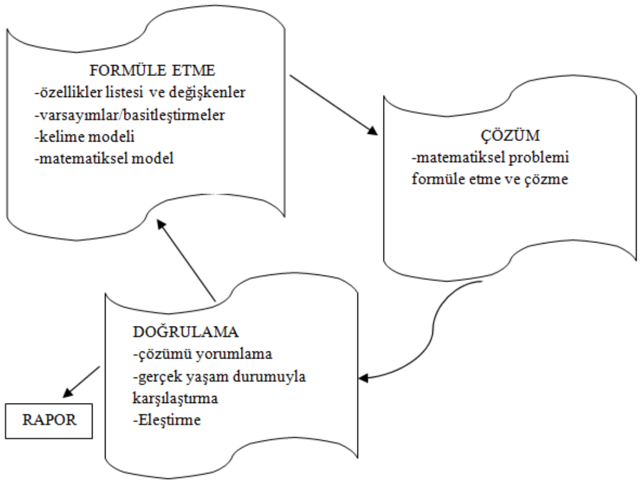
(MEI,1994 akt. Maull&Berry,2001:79)



Berry ve Houston (1995) Şekil 5' de görüldüğü gibi üç temel alt basamakta ele aldığı matematiksel modelleme sürecini şöyle açıklamıştır:

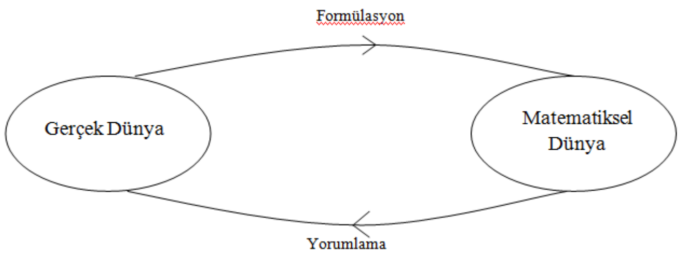
> Gerçek yaşamdan bir problem ele alınır, matematiksel bir problem gibi düşünülerek bazı varsayımlarla birlikte bu problemin matematiksel modeli oluşturulur. Daha sonra matematiksel problem çözülür ve son olarak da çözüm orijinal haline çevrilir. Böylece modelleme yoluyla elde edilen sonuçlar yorumlanır ve gerçek problemi çözmek için kullanılır (Berry ve Houston,1995:24).

Şekil 5 Modelleme Süreci (Berry&Houston,1995:40)



Berry& Houston(1995), sürecin en genel anlamıyla modelini Şekil 6' deki gibi ifade edilebileceğini ifade etmiştir. Temel olarak matematiksel modelleme gerçek yaşam ve matematiksel dünya arasında gerçekleşir, durumun formüle edilmesi için matematiğe geçiş, elde edilen matematiksel sonuçların yorumlanması için de gerçek yaşama geçiş yapılır (Berry&Houston,1995).

Şekil 6 Matematiksel Modellemenin Basit Bir Görünümü (Berry&Houston,1995:24)



Berry ve Houston (1995) matematiksel modelleme sürecini ayrıntılı olarak şu şekilde açıklamaktadır:

1-) Problemi anlama: Söz konusu gerçek yaşam problemi tanımlanır ve problem için gerekli veriler toplanarak analiz edilir.

2-) Değişkenleri seçme: Beyin fırtınasıyla problemin belli nitelikleri gözden geçirilerek bir özellikler listesi oluşturulur. Modelde kullanılacak değişkenler tanımlanır.

3-)Matematiksel modeli kurma: Dikkatlice yapılacak varsayımlar doğrultusunda grafik, denklem, eşitsizlik gibi matematiksel yapılar kurularak gerçek yaşam durumunu temsil edecek veya tanımlayacak matematiksel model formüle edilir. Basit bir modelin başlangıçtaki modelden daha kolay olduğunu hatırlanmalıdır. Basit bir model, durum ya da probleme bir ışık getirebilir ve belki de sonraki çalışmalarına yardımcı olabilir.

4-)Matematiksel problemi çözme: Kurulan matematiksel model/ler aracılıyla problemin çözümü yapılır. Bu aşamada bilinen matematik bilgileri kullanılmalıdır.

5-) Çözümü yorumlama: Matematiksel analizin sonuçları değerlendirilir. Çözüm kelimelerle tarif edilir. Modelin onaylanması için ihtiyaç duyulan verilere karar vermektir.

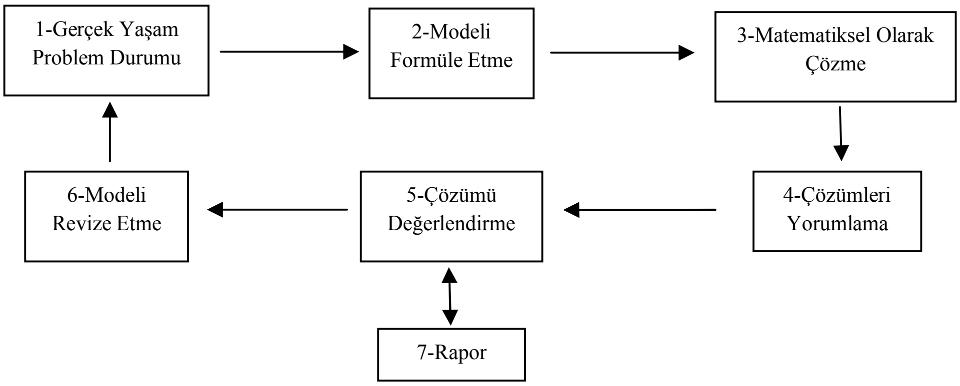
6-) Modeli doğrulama: Uygun veriler kullanılarak modelin idealliği test edilir (Örneğin modelin sonuçları sorgulanır.). Model ve çıktıları sorgulanır.

7-) Modeli başka problemler için geliştirme: Varsayımlar tekrar gözden geçirilir (Modelin yapısı varsayımların temeline dayanır, varsayımlarda meydana gelecek bir geliştirme modelin geliştirilmesi için bir yol gösterir). Model tekrar formüle edilir. Çözme, yorumlama ve onaylama süreçleri tekrar edilir. Modelleme aktivitesi hakkında rapor hazırlanmalıdır.

8-) Problem ve onun çözümünü gösteren bir rapor hazırlanır, bu belki bir poster, yazılı bir rapor ya da sözlü bir sunu şeklinde olabilir.

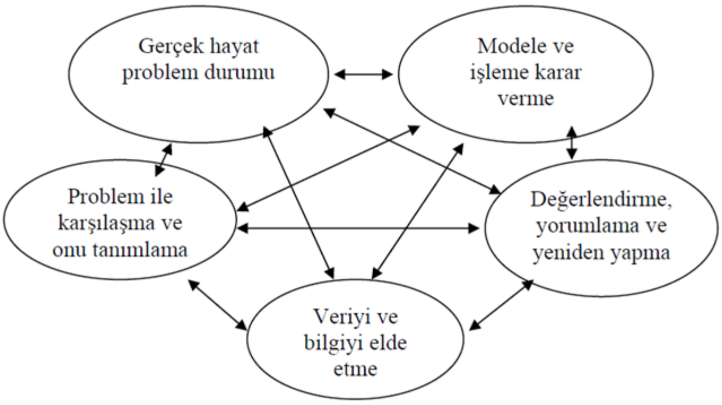
Berry & Davies (1996) ise modellme sürecine dair çalışmasında matematiksel modelleme döngüsünün 7 temel alt basamağının olduğunu (bkz. Şekil 7) vurgulamıştır. Berry&Davies (1996)'e göre matematiksel modelleme sürecinde ilk olarak gerçek dünya problem durumu ele alınır. Ardından durumu tanımlayan matematiksel model üretilir. Model bir cevap bulma amacıyla kullanılarak problemin matematiksel çözümü yapılır. Elde edilen sonuçlar (çözümler) yorumlanır ve doğruluğu irdelenir. Eğer sonuçların doğruluğundan şüphe duyuluyorsa modelin doğruluğu da zedelenir ve bu nedenle model tekrar revize edilir. Son olarak da çözümün doğruluğu gerçek yaşam durumuyla irdelendiğinde bir sıkıntı gözlenmiyorsa çözüm yazılı veya sözlü bir rapor haline getirilir.

Şekil 7 Modelleme Döngüsü (Berry&Davies,1996)



Blum (1996)'a göre matematiksel modelleme sürecinde ilk olarak problem analiz edilir, problemin geçmişi araştırılır ve varsayımlar oluşturulur, bu süreçte her model bir amaç için oluşturulur. Şekil 8'de Doerr' e (1997) ait matematiksel modelleme süreci verilmektedir.

Şekil 8 Modelleme Sürecinin Düğümleri (Doerr,1997:268)



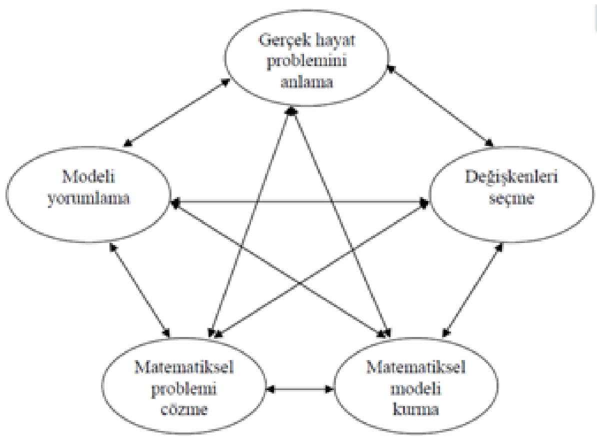
Doerr (1997) çalışmasında matematiksel modelleme sürecinin alt basamaklarının herhangi bir sırayla olmasının gerekmediğini ve her birinin birbiriyle sıkı bir ilişki içerisinde olduğunu ifade etmektedir. Doerr (1997)'e göre problem için kurulan model bir çözüm değil çözüme ulaşmak için kullanılması gereken bir araçtır. Doerr (1997) modelleme problemleriyle uğraşan öğrencilerinin ilk başlarda modeli kurmada büyük sıkıntı yaşadıklarını ve bu süreçte çok fazla zaman kaybettiklerini ifade etmiştir. Tecrübe kazanan öğrencilerin ise benzer zorluk seviyesindeki problemlerde model kurma konusunda daha başarılı olduklarını vurgulamıştır.

Özer-Keskin (2008), "Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Becerilerinin Geliştirilmesi Üzerine Bir Araştırma" isimli doktora tez çalışmasında Berry&Houston (1995) ve Doerr (1997) çalışmalarından yararlanarak Şekil 9'daki modelleme süreci şemasını dikkate almış ve öğretmen adaylarının çözüm süreçlerini bu döngüyü dikkate alarak incelemiştir. Özer-Keskin(2008) süreci şöyle açıklamıştır:

> Burada yer alan ilk aşama gerçek hayat problemini anlamadır. Burada kişi problemin ne ifade ettiğini belirlemeye çalışır. Daha sonraki aşama bu problemi çözebilmek için gerekli olan değişkenleri seçme aşamasıdır. Bu aşamadan sonra matematiksel model oluşturulur. Burada, problemin çözümüne ulaşıldıktan sonra model yorumlanarak doğruluğu test edilir. Daha sonra da elde edilen çözüm gerçek hayata yorumlanır.
>
> …
>
> Bu aşamaların doğrusal bir sıra takip etmesi gerekmemektedir. Örneğin, modeli oluşturamayan bir kişi tekrar problemi anlama aşamasına gidip problemi tekrardan incelemek isteyebilir. Problemi çözme aşamasında zorlanan bir kişi, değişkenleri seçme aşamasına gidip değişkenleri tekrardan değişkenleri belirlemek isteyebilir. (Özer Keskin,2008: 19-20)

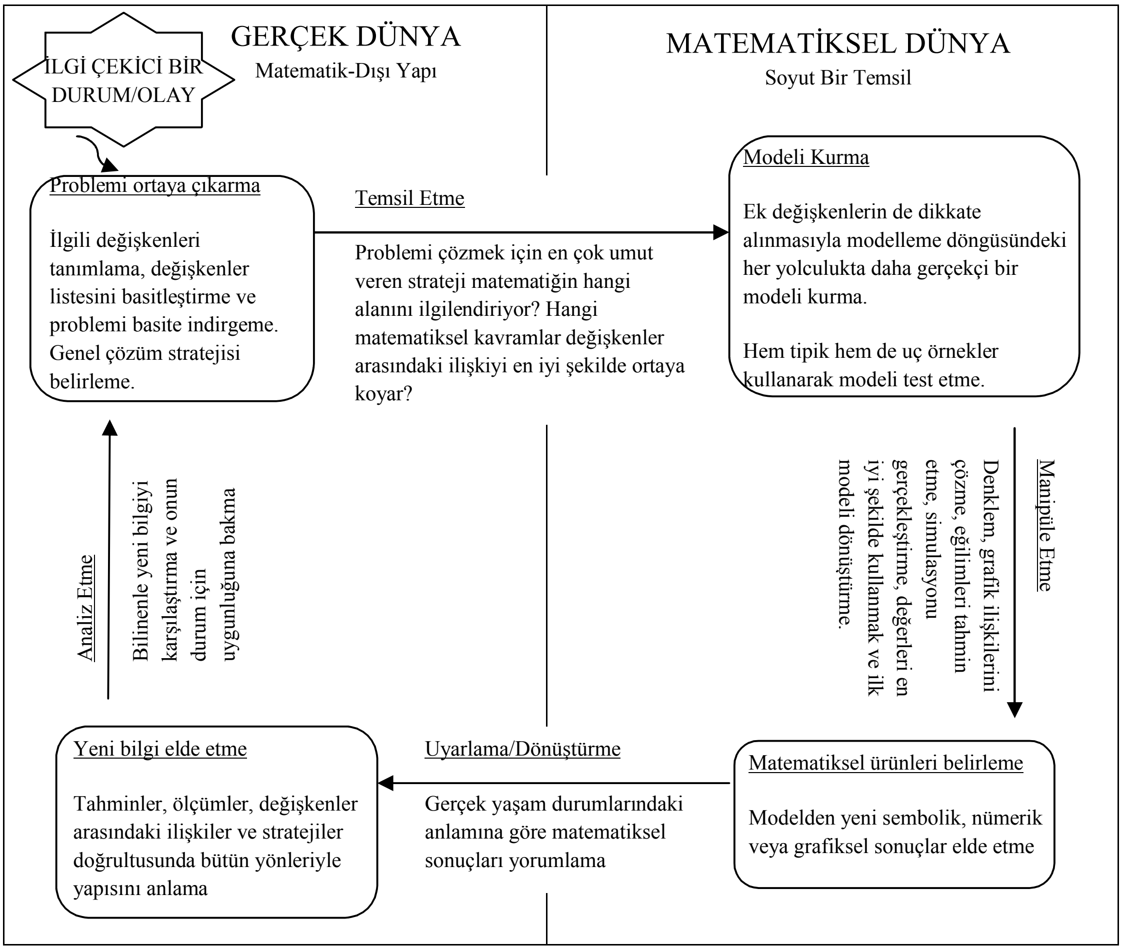
Şekil 9 Matematiksel Modelleme Diyagramı

(Berry&Houston (1995) ile Doerr(1997)' un çalışmalarından derleyen Özer-Keskin(2008))



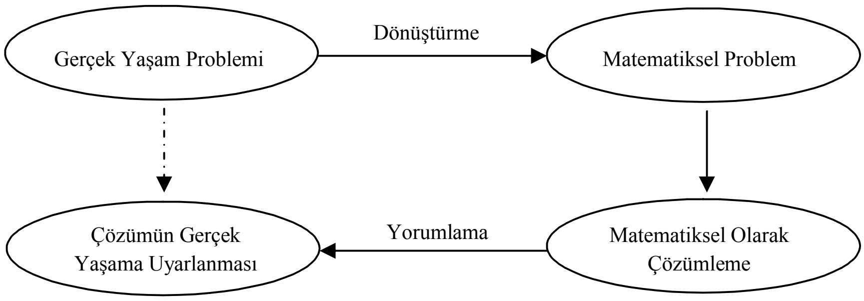
Abrams (2001), matematiksel modellemenin hem pür hem de uygulamalı matematiksel düşünmenin (both applied and pure mathematical thinking) ortaya çıkması için güçlü bir süreci yarattığını ifade etmektedir. Abrams (2001)'a göre, öğrencilerin problemi çözmek için ihtiyaç duyduklarının başında o probleme dair sahip oldukları deneyimler gelir. Ayrıntılı olarak matemtiksel modelleme döngüsünü Şekil 10'daki gibi açıklamıştır.

Şekil 10 Matematiksel Modelleme Döngüsü (Abrams,2001)



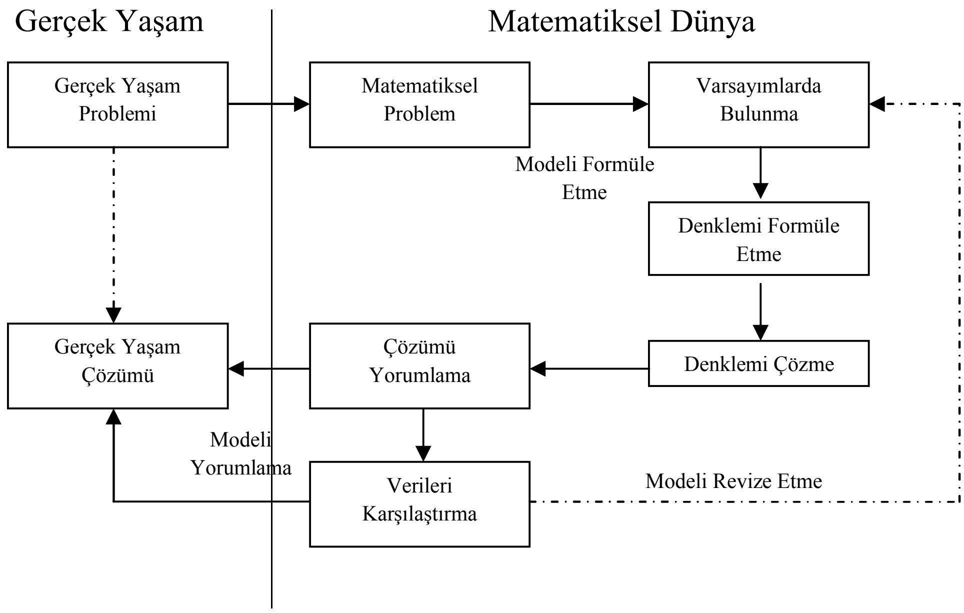
Cheng (2001)'e göre, matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemlerinin matematiksel terimlerle temsil edilmesi sürecidir. Matematiksel model ise kompleks bir gerçek yaşam durumunun bir özeti veya yalın bir hali olarak düşünülebilir (Cheng, 2001). Cheng'e (2001) göre, matematiksel modelleme süreci gerçek yaşam problemlerinin çözümlerinin araştırılması için matematiksel bir probleme dönüştürülmesiyle başlamakta, devamında matematiksel problem matematiksel teknikle çözülmekte ve elde edilen matematiksel çözümler gerçek yaşama uyarlanıp yorumlanmaktadır (bkz. Şekil 11).

Şekil 11 Modelleme Sürecinin Basit Bir Görünümü (Cheng, 2001: 64)



Cheng(2010) yılındaki "Teknoloji ile Matematiksel Modellemeyi Öğretme ve Öğrenme" isimli makalesinde ise Cheng (2006b)' daki çalışmasındaki modelleme sürecini derleyerek daha ayrıntılı bir süreç modeli sunmaktadır. Bu çalışmada elde edilen süreç modeli Şekil 12'de verilmiştir.

Şekil 12 Matematiksel Modelleme Süreci (Cheng, 2010)

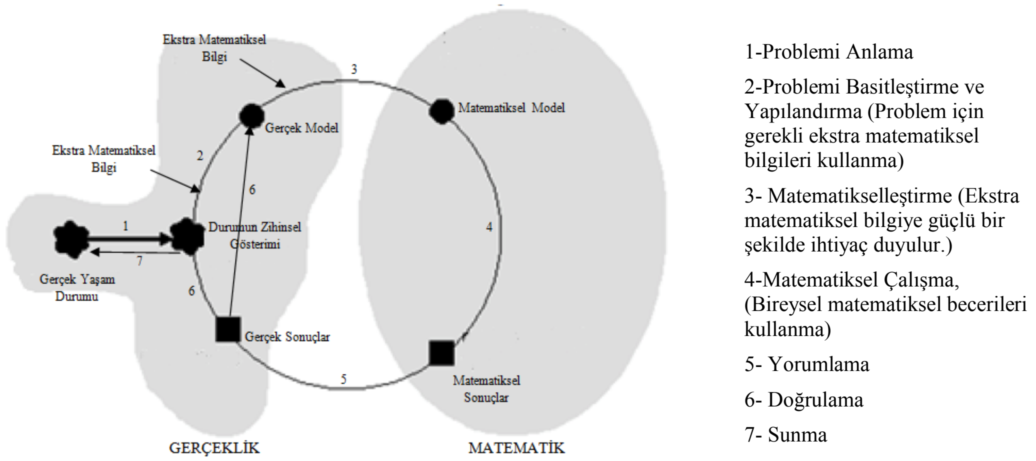


,

Modelleme, gerçek yaşam ve matematiksel dünya arasındaki yoğun bir etkileşimin iç içe olduğu bir süreci ifade etmektedir (Cheng, 2010). Cheng (2010)' e göre matematiksel problemin çözümü gerçek yaşam durumunu temsil eden denklemin çözümüdür ve bu denklem varsayımlarla ve matematiksel teknik ve araçlarla formüle edilir. Bu süreçte eğer gerçek yaşam durumunun karmaşıklığı aynı şekilde modelin yapısının da karmaşık olmasına neden oluyorsa bilgisayar gibi teknolojik araçlardan yararlanılması gerekmektedir (Cheng, 2010). Çünkü bu hem modelin hem uygun bir şekilde yorumlanmasına hem doğruluğunun daha ayrıntılı ve sağlıklı bir şekilde irdelenmesine olanak sağlayan zengin bir süreç ortamını yaratılmasına neden olmaktadır (Cheng, 2010). Cheng (2010) in bu çalışmasına dair daha ayrıntılı bilgi ilerleyen bölümde verilmektedir.

Borromeo Ferri (2006) ise öğrencilerin matematiksel düşünme stillerini(visual,analytic, integrated) incelediği çalışmasında temel olarak Blum & Leiss (2005)' in modelleme döngüsünü ele almıştır. Bu araştırmacıların gerçeklik olarak tanımladığı evreni çalışmalarında matematiğin dışında kalan dünya (rest of the world) olarak da ifade ettikleri görülmektedir. Bunun yanında Borromeo Ferri (2006) Blum & Leiss(2005)'in çalışmasından farklı olarak sürecin 7. basamağının sunma olduğunu vurgulamıştır. Bir başka deyim ile, Borromeo Ferri (2006)' ye göre modelleme sürecinde gerçek sonuçlar yorumlandıktan sonra elde edilen bireydeki son zihinsel modelin gerçek yaşam durumunu ayrıntılarıyla ortaya koyması açısından sunma gerçekleştirilmektedir.

Şekil 13 Modelleme Döngüsü (Ferri,2006)



Blum & Leiss (2007) de süreçteki evreni matematik dışı dünya olarak tanımlamaktadır ve Borromeo Ferri (2006)'in sunma basamağını çalışmalarında dikkate almıştır. Blum & Leiss (2007) "Sunma" basamağını "Exposing", Ferri (2006) ise "Reporting" olarak ifade etmiştir. Ayrıca Borromeo Ferri (2006)'nin, Blum & Leiss (2007) ve Blum & Leiss (2005) çalışmalarındaki sürece dair temel farklılık olarak şu dikkat çekmektedir. Ferri(2006) sözel problemlerde daha çok karşımıza çıkan “durum modeli” terimini süreçte kullanmamış, bunun yerine modellemede problemi okurken ve anlamlandırırkenki öğrencilerin zihinsel süreçlerini daha iyi yansıttığını düşündüğü için “durumun zihinsel gösterimi” ifadesini kullanmayı uygun görmüştür.

1980’lerden bu yana sınıflardaki matematiksel modellemenin gelişiminde bilişsel yaklaşım gibi modellemenin gösterimlerine odaklanan öğretici ve bağlamsal yaklaşımının da büyük bir etkisinin bulunduğu görülmektedir (Haines & Crouch, 2010). Blum & Leiss (2007)’ nin bilişsel modelleme döngüsüne göre süreç iki temel dünya arasında gerçekleşmektedir. Bunlar: gerçeklik (bazı yerlerde matematik dışı dünya olarak karşımıza çıkmaktadır) ve matematiksel dünyadır. Blum & Leiss (2007)’ e göre bilişsel yaklaşıma dayanarak matematiksel modelleme süreci ilk olarak iki temel adımı içermelidir: Bunlardan birisi problemi okuma diğeri ise hem gerçek yaşam durumunu hem de problemin ne olduğunu anlamadır.

Blomhoj & Jensen (2006), süreç içerisinde ele aldıkları araştırmanın etki alanı ve sistemi Blum & Leiss (2007) gerçek model ve durum modeli olarak ele aldıklarını vurgulamışlardır. Blomhoj & Jensen (2006) Şekil 14’de görüldüğü gibi modelleme döngüsünü 6 alt sürece ayırmaktadır. Bunlar; Durumun Formüle Edilmesi, Sistematik Hale Getirme, Matematikselleştirme, Matematiksel Analiz, Yorumlama/Değerlendirme ve Doğrulama’dır.

A:Durumun Formüle Edilmesi: Bu alt süreçte gerçek yaşam durumunu daha az veya çok ilgilendiren spesifik özellikler tanımlanır ve bu problemi çözebilmek ve gerçek yaşam durumunu temsil eden bir zihinsel modeli oluşturabilmek için gereklidir.

B:Sistematik Hale Getirme: Durumun olası matematiksel bir gösterimi yapabilmek için ilgili nesneler ve ilişkiler seçilir. Bu süreçteki teorik yapıyı oluşturma, deneyimlerden yararlanma ve üst düzey varsayımlarda bulunma ileri aşamada matematiksel olarak tanımlanabilecek bir sitemin kurulmasına olanak sağlar.

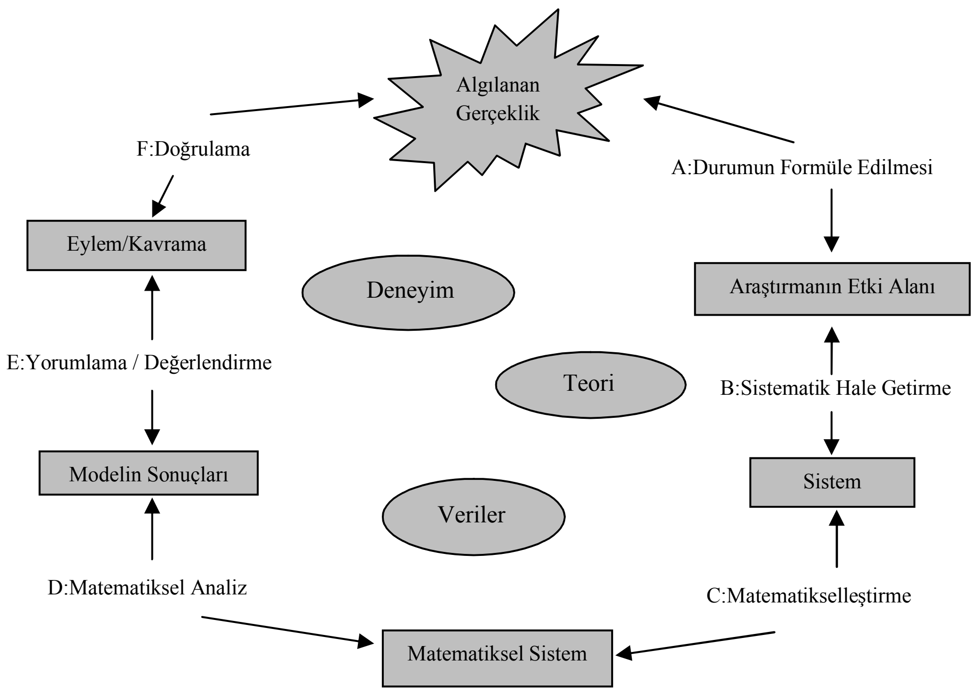
C: Matematikselleştirme: Aralarında tutarlı bir şekilde sistemdeki nesneler ve ilişkileri matematiksel olarak ifade edilir.

D:Matematiksel Analiz: Matematiksel sonuçlar elde etmek için matematiksel yöntemler kullanılır.

E:Yorumlama/Değerlendirme: Araştırmanın etki alanı dikkate alınarak elde edilen sonuçlar yorumlanır.

F:Doğrulama: Deneyimlerle, gözlemlerle ve tahmini verilerle veya teorik bilgilerden yararlanarak modelin doğruluğu değerlendirilir

Şekil 14 Modelleme Döngüsünün Bir Modeli (Blomhoj&Jensen, 2006)



Voskoglou (2006) ise modelleme sürecini 5 alt basamakta incelemiştir (bkz. Şekil 15). Bu 5 alt basamak aşağıdaki gibi ele alınmıştır:

S1:Problemin analizi: Problem durumunu anlaşılır ve gerçek durum için gereksinimler ve sınırlandırmalar ortaya konulur.

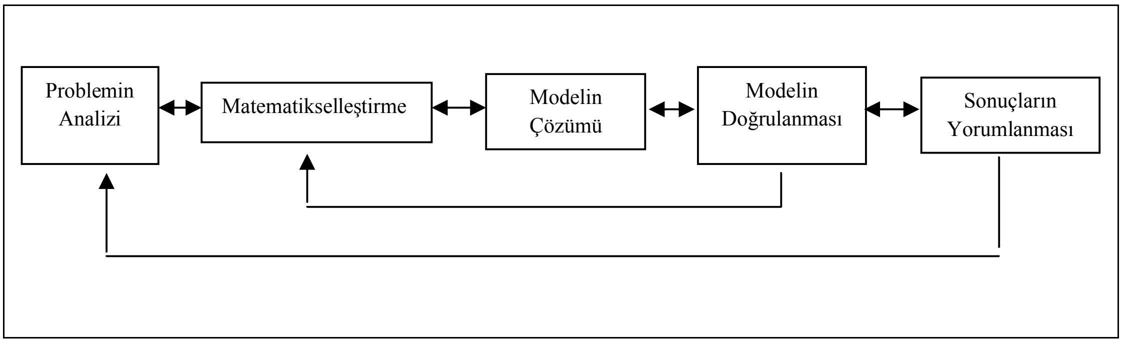
S2: Matematikselleştirme: Matematiksel olarak bir çözüm sağlanır ve modelin kurulması için gerçek yaşam durumunun formüle edilmesini içerir.

S3:Modelin çözümü: Elde edilen model kullanılarak çözüm uygun bir matematiksel işlemle elde edilir.

S4:Modelin Doğrulanması: Modelin çözümünden önce var olan şartlar altında gerçek yaşam durumu davranışlarla karşılaştırılır ve gerekirse model yeniden üretilir.

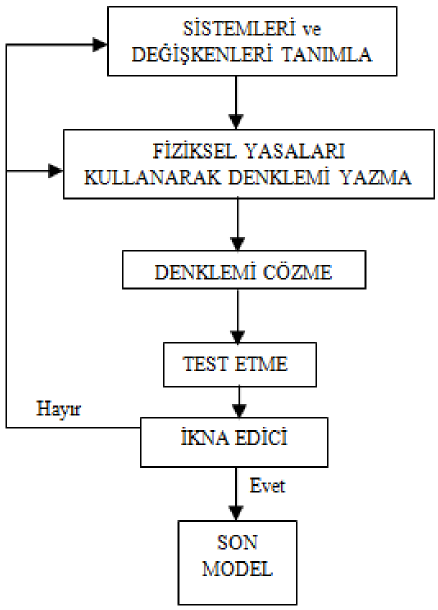
S5: Probleme cevap vermek için elde edilen son matematiksel sonuçların yorumlanması yapılır ve bu sonuçlar gerçek yaşam durumuyla ilişkilendirilir. (Voskoglou, 2006)

Şekil 15 Matematiksel Modelleme Sürecinin Akış Diyagramı (Voskoglou,2006:56)



Matematiksel modelleme teknoloji, mühendislik, ekonomi, fizik, kimya vb. gibi birçok alanda etkisini ve önemini hissettirmektedir. Sürece farklı bir bakış olarak makine mühendisliği alanında çalışmalar yapan Bazoune (2010) matematiksel modelleme sürecinin işleyişini Şekil 16'daki gibi açıklamıştır.

Şekil 16 Matematiksel Modelleme Sürecinin Akış Diyagramı (Bazoune, 2010)



Biccard & Wessels (2011) ise modelleme sürecinin önemli alt süreçleri barındırdığını ifade etmiş ve bu süreçteki stratejik etkenleri şöyle açıklamıştır:

Anlama: Bir şeyin doğasını bilme anlamına gelmektedir. Eğer bir durum anlamlandırılıyorsa dolaylı olarak kurulan varsayımların oluşması kaçınılmazdır. Anlama, bireyin duruma yönelik deneyimlerini ortaya çıkarmasını ve bireyin durumun kapsamını irdeleyebilmesini sağlamaktadır.

Basitleştirme: Problemi çözmek için gerekli olan özellikleri ayırt edebilmektir. Verilerin önemli bir örneğini kullanmak ve yapılan seçimlerin nedeni açıklamak önemlidir.

Matematikselleştirme: Gerçek dünyayı matematiksel dünyaya dönüştürmedir. gerçek yaşam durumunun hangi matematiksel kavramlara karşılık geldiği belirlenir.

Matematiksel çalışma yapma: Uygulanacak ya da kullanılacak matematik seçilir. Problemi çözmek için gerekli matematiğin türüne dikkat edilmelidir.

Yorumlama: Borromeo Ferri (2006) yorumlamayı matematiksel sonuçların gerçek yaşam durumda tekrar yorumlaması olarak görmektedir. Matematiksel sonuçların problemin gerçek yaşam durumu dikkate alınarak tekrar değerlendirilmesi gerekir.

Doğrulama: Doğrulama, öğrencilerin elde ettikleri matematiksel sonuçların gerçek yaşam durumu için geçerli olup olmadığını değerlendirilmesidir.

Sunma: Mousoulides et al. (2007)' e göre öğrencilerin düşüncelerini açık bir şekilde açıklamlarıdır. (Lesh & Doerr 2003, p. 31) bunu 'trail of documentation' olarak ifade etmiştir.

Tartışma: Yapılanların anlatılarak eksikliklerin ortaya çıkarılmasını amaçlayan tartışma ortamının yaratılması önemlidir.

Yönü tahmin etme: Treilibs et al. (1980) ortaya attığı bu modelleme yeteneği grubun sürecin başından itibaren ileriki aşamalarda neye nasıl ulaşacaklarını bilmeyle alakalıdır.

İnformal bilgiyi kullanma: Mousoulides et al. (2007) modellemede informal bilginin kullanımın önemli olduğunu vurgulamıştır. Bu öğrenciler için özellikle matematiksel bir alanı ilgilendirmeyen bir bilginin çözüm için kullanılmasını gerektirir.

Planlama ve organize olma: Bu grubun çözüm sürecindeki organizasyonu ve çözüm döngülerini denetlemesiyle alakalıdır. Bu yetenek grubun problem sürecini nasıl yürüttüğüyle alakalıdır. (Biccard & Wessels, 2011: 377-378)

Matematiksel Modelleme Problemlerinin Sınıflandırılması

Bu başlık altında matematiksel modelleme problemlerinin literatürdeki farklı sınıflandırmalarına yer verilecektir. Araştırmalar incelendiğinde araştırmacıların matematiksel modelleme problemlerine yönelik farklı sınıflandırmalara gittikleri görülmektedir. Bu sınıflandırmaların farklı olmasının sebepleri farklı perspektiften ele almaları ve sınıflandırmada farklı nitelikleri ön plana çıkarmaları olduğu düşünülmektedir.

Matematik öğretiminde matematiksel problemler büyük bir önem taşımaktadır. Blum & Niss (1989) matematiksel problemlerin genel anlamda iki çeşit olduğunu vurgulamaktadır. Bunlardan birisi pür matematik problemleri, diğeri ise uygulamalı matematik problemleridir. Blum & Niss (1989), uygulamalı matematik problemlerini çözme sürecini, matematiksel kavramları, yöntemleri ve bunlara bağlı sonuçları dikkate alarak gerçek yaşama dair durumlara yanıt arama süreci olarak ifade etmiştir. Skemp(1986), matematiksel modeller üzerinde çalışmanın gerçek yaşamdaki tüm bu olaylara müdahale etmenin bir yolu olduğunu ve matematiksel modeller üzerinde çalışmakla birçok yeni icat için model olabilecek düşüncelerin üretilebileceğini vurgulamıştır.

Matematiksel modelleme problemleri öğrencilerin durumu yorumlamalarını ve durumu kendilerinin anlamlandırabildikleri şekilde matematikselleştirebilmelerini, problemdeki bilgileri yorumlamalarını, ilgili verileri seçmelerini, yeni verilere giden işlemleri tanımlamalarını ve anlamlı gösterim şekillerini oluşturmalarını gerektirmektedir (Lesh & Doerr, 2003).

Fox (2006), matematiksel modelleme problemlerini çoklu çözüm yaklaşımlarına fırsat veren anlamlı problem çözme durumları olarak tanımlamıştır.

Aynı zamanda bu tür problemlerin gerçek yaşama dair çok önemli matematiksel fikirlerin keşfi ve gelişimi için öğrencileri teşvik etme bakımından geleneksel problem çözme aktivitelerinin ötesine gittiğini vurgulamıştır. Lamberts(2005), matematiksel modellemenin yapısına dair birçok birçok şey söylenebileceğini ifade etmiştir. Bunlardan bazıları ise şunlardır:

-matematiksel modeller iyi yapılandırılmamış elemanlar içerir,

-var olan gerçek yaşam durumuna dair yapılan varsayımlar, teorilerin matematiksel olarak formüle edilmesi ve modelin idealliği adına büyük önem taşır,

-matematiksel modeller analitikte önemli bir yere sahiptir.

Treffers (1987) matematiksel modelleme sürecini matematikselleştirme süreci olarak tanımlayan Freudenthal (1983)'in düşüncelerine dayanarak matematikselleştirmeyi ikiye ayırmıştır:

-Yatay matematikselleştirme: yaşamsal bir olaydan sembollere geçiş gibi daha yüzeysel bir matematikselleştirme sürecini kapsamaktadır.

-Dikey matematikselleştirme: sembollerle çalışma ve kavramlar arasında ilişkiler kurma suretiyle formüllere ulaşma şeklinde daha yüksek düzeyli bir matematikselleştirme sürecini içermektedir (Freudenthal,1991).

Skovmose (1994) matematiksel modellemeyi iki farklı tür altında ele almıştır. Bunlardan birisi Klasik (Pointed) modelleme, bir diğeri ise Genişletilmiş (Extended) modellemedir. Biz klasik modelleme ile uğraşıyorsak ele aldığımız problem formal bir dile (matematiksel bir dile) dönüştürülür. Klasik modelleme genel olarak ele alınan basamakları içeren bir süreçtir. Ama genişletilmiş modelleme farklıdır. Bu durumda, matematiksel modelleme spesifik bir problem durumu tanımlamak için kullanılmaz ama teknolojik bir süreç için genel bir temel sağlamak için kullanılır. Matematik bizim dünyamızın gerçekliğini yorumlamak için kullandığımız kavramsal yapının bir parçası haline gelir. Bu çerçevede gündelik hayatımız uzaklığı, uzayı, amanı vb. nasıl ölçeceğimiz matematiksel olarak yapılandırılır. Bir pointed model gerçekliğin özel yorumlamalarının bir çeşidine dayalı olmalıdır (s:102).

Matematiksel modelleme sadece matematik eğitimi ile ilgili çalışmalarda karşımıza çıkmamaktadır. Fen bilimleri alanında araştırmalar yapan Williams (1989) matematiksel modellemenin sezgisel - biçimsel olmayan, ad hoc ve Newton-bilimsel çatı altında olmak üzere üç farklı seviyede gerçekleştiğini ifade etmektedir. Bu süreçleri farklı kılan özellikleri şu şekilde açıklamıştır:

> Sezgisel – biçimsel olmayan matematiksel modelleme bazı basit gerçek hayat problemlerini içeren üst düzey matematiksel bilgi ve problem çözme becerisi gerektirmeyen bir süreçtir. Öğrencilerin matematiğe ilgi duymasını, motivasyonunu sağlar. Yapısında ölçme, sıralama, yüzde, oran veya karşılaştırma gibi basit matematiksel becerilerin yer aldığı problemlerdir. Ad hoc ve Newton-bilimsel çatı altında matematiksel modelleme süreçlerine kıyasla ilkel ve basit bir süreci kapsar. (Williams, 1989: 159).

Bu sürecin, Treffers(1987) in yatay matematikselleştirme sürecine benzediği görülmektedir.

> Ad hoc matematiksel modelleme sürecinin yapısı şöyledir:
> -ilk olarak veriler toplanır ve gerekli değişkenler tanımlanır,
> -grafik, kural, şekil ya da formülü içeren matematiksel model oluşturulur,
> -gerçek yaşam durumuna bağlı olarak tahminlerde bulunulur ve
> -yapılan tahminler modeli test etmek için kullanılır.
> Ad hoc matematiksel modellemede öğrencilerin başarılı olabilmeleri için en üst seviyede mekanik bilgisine ve çok iyi pür matematik bilgi ve becerisine sahip olmaları gerekmektedir. (Williams, 1989: 159).

Bu sürecin de gene Treffers(1987)'in dikey matematikselleştirme süreciyle paralellik gösterdiği görülmektedir. Tek fark olarak şu karşımıza çıkar: Ad hoc matematiksel modelleme problemleri üst düzey matematiksel becerileri gerektirdiği gibi üst düzey fizik bilgisine de ihtiyaç duymaktadır. Newton-bilimsel çatı altında matematiksel modelleme aslında Ad hoc matematiksel modellemenin bir çeşidi olarak görülebilir. Bu süreci önemli ve farklı kılan temel nokta problem çözüm sürecinde ortaya çıkarılan modelin yapısının Newton kanunlarına dayandırılarak oluşturulmasıdır. Süreç şu şekilde açıklanmıştır:

> -gerçek hayat problemi ele alınır
> -varsayımlar oluşturulur, değişkenler belirlenir
> -Newton kanunları dikkate alınarak istenen model kurulur
> -model çözülür.
> -Model yorumlanır ve geçerliliği test edilerek sonuca varılır. (Williams, 1989: 159)

Matematik eğitiminde çalışmalar yapan Berry & Houston (1995) matematiksel modelleme problemlerinin yapısına ve çözüm süreçlerindeki farklılığa dikkat çekerek matematiksel modellemeyi 4 çeşide ayırmıştır. Diğer sınıflandırmalardan farklı olarak Berry & Houston (1995) ve Skovsmose (1994)' un sınıflandırmalarının modelleme problemlerindeki zorluk seviyelerine göre yapılmadığı görülmektedir. Berry & Houston (1995)'un sınıflandırmasında dikkate aldığı etkenler problemin ve çözüm sürecinin yapısından kaynaklanan farklılıklardır.

Deneysel Modelleme: Eldeki verileri kullanarak grafik ya da bir eşitlik elde edilerek yapılan modellemeye deneysel modelleme denir (Berry & Houston, 1995:6). Bu tür problemlerde deneysel bir süreçte elde edilen veriler kullanılarak verilerden elde edilemeyen bir durum için en ideal sonuca ulaşmak temel amaçtır (Thomas, Hass, Giordano, 2010). Dolayısıyla en ideal modele ulaşmak büyük önem taşır. Bir başka deyimle, eldeki verileri en uygun şekilde kullanmak, bu sayede de deneysel verilerde elimizde olmayan durumlara ya da geleceğe yönelik tahminlerde bulunmak amaçlanır. Bazı kaynaklarda grafik çizme prensibi olarak tanımlanan strateji ile çözüme gitme stratejisi göze çarpar ve bu tür problemler, derlenmiş bir veri tablosundan elde edilen deneysel bir modelin temelini hazırlamaktadır (Thomas, Hass, Giordano, 2010: 35-37). Deneysel modelleme toplanmış verilerin eğilimini yakalamaktır (Thomas, Hass, Giordano, 2010). Bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki bir ilişkiyi hipotez haline getirilemezse, veri noktaları göz önüne alınmalıdır ve bunlara uyan ve işaretli noktaların eğilimini yakalayan bir eğri ya da doğru bulmak temel amaç olarak ortaya çıkmaktadır (Thomas, ve diğer., 2010: 59-63).

Teorik Modelleme (Theorical Modelling): Matematiksel modelin formüle edilmesinde, veriden daha çok teoriye dayanan problem çözme sürecine teorik modelleme denir (Berry & Houston, 1995: 11). Berry & Houston (1995) deneysel modellerde uygun deneylerden veri elde etmenin teorik modellemeye göre daha kolay olduğunu ifade ederek, teorik modellemenin zor bir süreci içerdiğini ifade etmektedir. Berry & Houston (1995)' a göre teorik problem çözme metodu sadece grafik çizmek ya da denklemleri çözmekten daha fazlasıdır ve aşağıdaki adımları içermektedir:

-problemi anlama,

-gerçek yaşam durumuna ait önemli durumları belirleme

-varsayımlar ve basitleştirmeler yapma,

-değişkenleri tanımlama,

-alt modelleri kullanma,

-değişkenler arasında ilişki kurma,

-denklemleri çözme,

-modeli yorumlama ve onaylama (modelin sonucunu sorgulama),

-modeli geliştirme ve

-sonucu açıklamaktır (s:24).

Simülasyon Modelleme (Simulation Modelling): Berry & Houston(1995)' a göre genellikle matematiksel modeller formüle edilirken cebirsel semboller kullanılmaktadır ve bazı problemlerin çözümlerinde, çözüm için gerekli olan yapı kolaylıkla analitik olarak modellenemez. Bu tür durumlarda verileri elde etmek ve modelleme yapmak kolay değildir (Berry & Houston, 1995). Bu tür problemlerde simülasyon modelleme dikkate alınmalıdır (Berry & Houston, 1995). Uygun verilerle, genellikle bilgisayar kullanılarak olasılıkları simüle etmeye (simulate) simülasyon (simulation) modelleme denir (Berry & Houston, 1995). Bu tür modellemelerde yeni bir tasarım (proje vb.) için en ideal durumu araştırmak önceliklerden biridir (Berry & Houston, 1995: 105; Thomas et al., 2010).

Boyutsal-Analiz Modelleme (Dimensional Analysis Modelling): Berry & Houston (1995) fiziksel niceliklerin temel özelliklerinden biri olan boyut kavramı mantığıyla değişkenlerin etkili bir şekilde gruplandırılması stratejisini içeren modellemeyi boyutsal analiz modelleme olarak tanımlamaktadır. Süreçte fiziksel nicelikler temel parçalardır ve fiziksel nicelikler arasındaki olası modelleri ortaya çıkarmak için modelleme sürecine farklı bir stratejiyle yaklaşılır (Berry & Houston, 1995). Bu tür problemler yapı itibariyle teorik modelleme problemleriyle ayırt edilmeleri zordur. Sadece fizik kavramlarının söz konusu olduğu durumlarda tercih edilebilecek bir çözüm stratejisini temsil eder. Bu nedenle teorik ve boyutsal-analiz modellemeyi birbirinden ayıran temel fark problemlerin çözüm sürecinde ortaya çıkan farklı stratejilerdir. Hangi stratejiye bağlı bir çözümün gerçekleşeceği de çözücüye bağlıdır.

Son zamanlarda yapılan araştırmalar dikkate alındığında (Arleback; 2009a; 2009b; 2010; 2011; Arleback & Bergsten, 2010; Peter-Koop, 2004; 2009) Fermi problemlerinin de matematiksel modelleme problemi kapsamında ele alınarak incelendiği görülmektedir. Taplin (2007), Fermi problemleri hakkında şu bilgileri vermektedir:

> Yeterli bilginin verilmediği ve öğrencileri daha yaratıcı olmaya teşvik eden problem türüdür. İnsanlar Fermi problemlerini gördüklerinde ilk olarak çözüm için daha fazla bilgiye ihtiyaçları olduklarını düşünürler. Aslında ortak fikir ve deneyimler kabul edilebilir çözümleri mümkün kılsa da bu problemlerin çözümü öğrencilerin sahip olduğu bilgilerin ve deneyimlerin toplamına dayanır. Bu problemler yıldırıcı değildir ve işbirlikçi bir ortamda çözülebilir. Fermi problemler genellikle sosyal konularla ilgilidir. Örneğin;
> Yaşadığın şehirde bir günde kaç litre petrol tüketiliyor?
> Yaşadığın şehirde ortalama olarak bir insan arabaya binmek yerine toplu taşıma araçlarını kullanırsa ne kadar para biriktirebilir?
> Bir aile ortalama olarak haftada ne kadar yemek atıyor?(s.3)

Arleback, 2009 yılındaki tez çalışmasında birlikte çalışma grupları Fermi problemlerini çözerken hangi matematiksel modelleme yaklaşımlarını sergilediklerini araştırmıştır. Bu amaçla da, Fermi problemlerini kullanarak çözüm sürecinin matematiksel modelleme sürecine uygunluğuna yönelik bir araştırma gerçekleştirmiştir. Elde ettiği sonuçlar doğrultusunda, Fermi problemlerinin matematiksel modelleme süreci için kullanılabileceğini vurgulamış ve Fermi problemleri gibi matematiksel modelleme problemlerinin de öğrencinin anlamlandırabileceği gerçek yaşam durumları dikkate alınarak hazırlanırsa sürecin daha etkili ve daha zengin işleyeceğini ifade etmiştir. Araştırma problemleri tasarlanırken Arleback' ın bu düşüncesi dikkate alınmıştır.

Bununla birlikte, benzer nitelikte bir çalışma oalrak, Peter-Koop (2004) da 5. sınıf seviyesindeki öğrencilerin oluşturduğu 4-5 kişilik gruplarla gerçekleştirilen araştırma sonucunda Fermi problemlerinin matematiksel modelleme sürecinin incelemesi için gerekli karmaşıklığı sağladığını ifade etmiştir. Bunun yanında Peter-Koop (2004)'a göre Fermi problemleri bize model gerektiren görevler olarak hizmet etmektedir; çünkü verilenler, hedefler ve çözüm adımlarını içeren çok sayıda ve farklı düşünceler gerektirdiğinden dolayı gerekli matematiksel modelleme süreci için uygun ortamı sağlamaktadır.

Matematiksel Modellemeye Teknolojinin Etkisi Üzerine Yapılan Araştırmalar

Matematik eğitimine teknolojinin etkisine yönelik araştırmalar 1980'lerin başlarından itibaren pozitif anlamda büyük bir artış göstermiştir (Dahland & Lingefjärd, 1996; Goldenberg, 1987; Hillel et al., 1992). Baki (2002)' ye göre son 30 yıldaki teknolojinin gelişimine baktığımızda teknoloji dev adımlarla koşarken; genelde ve özelde matematik eğitimi ise küçük adımlarla ona ulaşmaya, ondan yararlanmaya çalışmaktadır. Baki (2002), bu entegrasyonun başlarda bilgisayarların yardımcı bir öğretme aracı gibi kullanılarak gerçekleştirildiğini ifade etmiştir. Bunun yerine ise Baki (2002) bilgisayarların, merkezine öğrenciyi alan ve bilgisayarı bir öğrenme aracı olarak öğrenciye sunan bir öğretimin parçası olması için bu entegrasyonun yapılanmaya ihtiyacı olduğunu vurgulamıştır.

Teknolojinin sağlayabileceği en büyük katkılardan biri bireydeki görsel becerilerin geliştirilmesi ve kazanılması adına sağladığı zengin ortamdır. Hilbert and Cohn-Vossen (1956) de çalışmalarında teknolojinin bu anlamdaki önemine vurgu yaparak, mevcut teknolojilerle matematiği görselleştirebileceğimizi ve bunun bize çeşitli katkılar sağlayacağını belirtmiştir.

70' li yılların başında matematik eğitimcileri bilgisayar teknolojisinin matematik eğitiminde yeni ufuklar açacağını büyük bir heyecanla ilan etmişlerdir (Baki, 2002). Bunun yanında nerdeyse 90' ların sonuna kadar matematik eğitiminde teknolojinin etkisine ilişkin araştırmacılar arasında bir görüş birliğinin olmadığı görülmektedir (Lingefjärd, 2006). Bu yıllarda araştırmacılar arasında ortak olarak kabul edilebilecek şey hesap makinelerinin ve bilgisayarların uygun bir şekilde kullanılırsa matematik öğretimine büyük bir fayda sağlayabileceği düşüncesidir (Lingefjärd, 2000). Bu yıllarda hesap makinelerinin sonuçları yorumlama yeteneği daima önemli olmuştur ve onların artan matematiksel gücü ve karmaşıklığı ile gelişmiş grafik, sembol hesap makineleri ile bilgisayarlar matematik alanında her zamankinden daha fazla bilgiyi ve fikri karşılayabilecek düzeye gelmiştir (Lingefjärd, 2002).

80' lerden itibaren teknoloji ICMI (1986)'nin farklı bölümlerinde varlığını arttırmıştır. ICMI (1986)' a bağlı bir grupta, teknoloji matematiksel modelleme için gerekli bir araç olarak ifade edilmiş ve ICMI 11 kongresinde önemli bir grup, teknolojinin matematiksel modellemeye entegrasyonu konusunda pozitif fikirler ortaya atarak matematik öğrenimi ve öğretiminde yeni teknolojiler konusuna yönelik önemli çalışmalarda bulunmuşlardır (Lingefjärd, 2000). NCTM (1979, 1989) raporlarında, öğrenmeyi arttırmak için teknolojiye verilecek önem sayesinde öğrencilerin gerçekçi matematiksel modelleme problemlerinin üstesinden gelebilecekleri, bu süreçte farklı matematiksel fikirler ve anlayışlar geliştirebilecekleri bir ortam sağlanarak öğrencilerin matematik yeteneklerinin ortaya çıkarılabileceği ve matematiksel güçlerini geliştirebilecekleri ifade edilmektedir. Bu hareketliliği yetersiz gören Blomhøj (1993), çalışmasında matematiksel modellemeye teknolojinin etkisinin nasıl olduğunun ayrıntılı olarak açıklanması gerektiğini, bu karmaşık sürece etkisinin tahmin edilemez derece fazla olabileceğini vurgulamış ve bu tür araştırmaların olmadığını ifade etmiştir. Tüm bu düşünceler doğrultusunda, 2000 yılına kadar matematiksel modellemenin teknoloji destekli bir ortamda uygulanmasına yönelik nitelikli bir araştırmaya rastlanmadığı söylenebilir. Lingefjärd (2000) tarafından yapılan "matematik öğretmen adayları ile teknolojiyi kullanarak matematiksel modelleme" başlıklı doktora tez çalışmasında

-öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerinde yaşadıkları zorluklar,

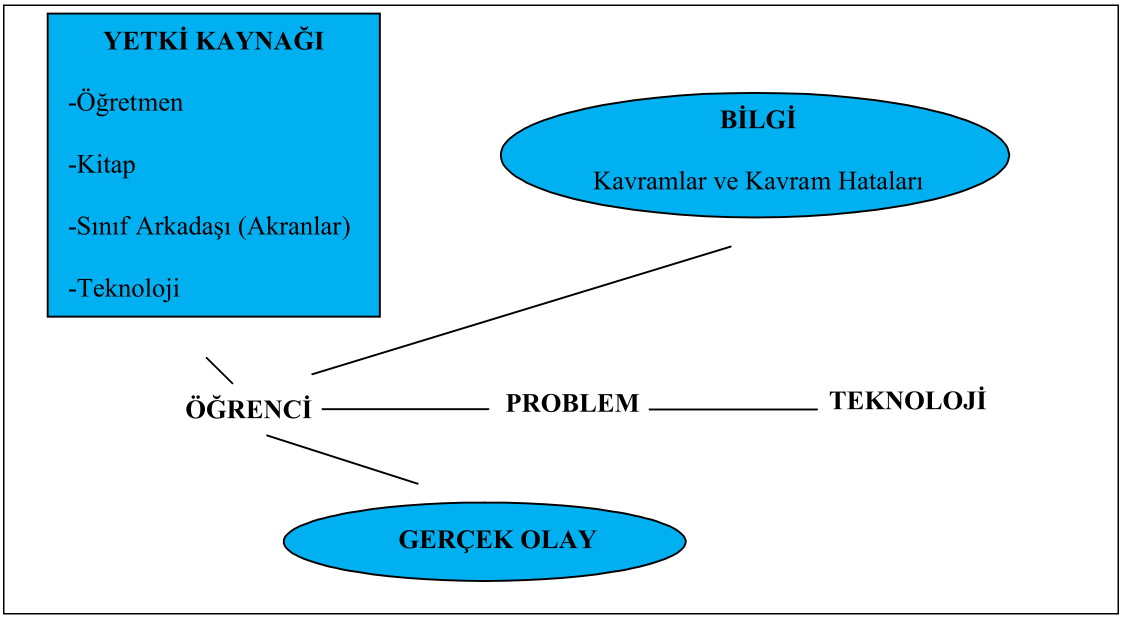
-bu süreçte ortaya çıkan kavram yanılgıları,

-teknoloji kullanımının sürece etkisi,

-teknoloji ve matematiksel modelleme problemlerinin iç içe olduğu bir sürecin temel bileşenleri ve

-matematiksel modelleme problemi çözüm sürecinde öğrencilerin teknoloji, arkadaş, öğretmen, ders kitabı vb. etkenler dikkate alındığında daha çok hangisinin etkisinde kaldığı otorite, gözlemler ve görüşmelerle anlaşılmaya çalışılmıştır. Aynı zamanda teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin temel bileşenleri Şekil 17 deki gibi ortaya koymuştur.

Şekil 17 Matematiksel Modelleme Sürecinin Temel Bileşenleri (Lingefjärd,2000:154)



Çalışmanın sonucunda teknoloji ile zenginleştirilerek oluşturulmuş bir ortamda yapılan modelleme etkinlikleri sonucunda öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerinin geliştiğinden ve öğrencilerin bu süreç boyunca kendilerine olan güveninin arttığından bahsedilmiştir. Teknolojik gelişmelere paralel olarak tasarlanan bilgisayar yazılımları sayesinde matematiksel kavramların, sembollerin veya grafiklerin çoklu temsilleri daha hızlı ve etkin bir şekilde açıklanabilmektedir (Lingefjärd, 2000).

Güven ve Karataş (2003) teknoloji ve matematiksel modellemenin entegrasyonunun sağlayabileceği ortamı şöyle dile getirmiştir:

> Matematikte de bir problemdeki değişkenler arasındaki ilişkilerin cebirsel ifadesi, grafik karşılığı, tablosu gibi çoklu temsillerini bir arada görmek ve incelemek ve bunlar arasında

> bağlantılar kurmak modelleme sürecinde zengin bir ortam sağlamak açısından büyük önem taşımaktadır. Bu sayede öğrenciler araştırma ortamı içerisine rahatça girerek keşfetme, varsayımda bulunma, test etme, reddetme, formülize etme, açıklama olanaklarına sahip olurlar. (Güven ve Karataş, 2003:68)

Gerçekten de matematiksel modelleme problemlerinin yapısı, özellikleri ve teknolojinin bu sürece sağlayabileceği imkanlar düşünüldüğünde, böyle bir problem çözüm süreci öğrencilerin var olan becerilerini geliştirebilecekleri ya da yeni beceriler keşfedebilecekleri zengin bir ortam sağlayacaktır.

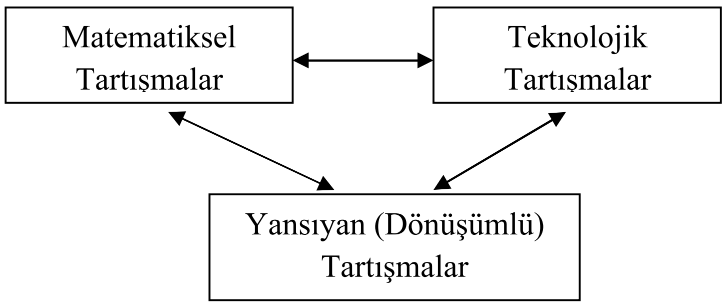
MEB (2006) da öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal gelişimlerinin yanında psikomotor becerilerinin gelişmesi için etkinlikler içerisinde özellikle bilgisayar teknolojisinden ve hesap makinelerinden yararlanmalarına olanak sağlanması gerektiği vurgulanmış, öğrencilerin hem modelleme becerilerin hem de teknolojiyi kullanma becerilerin gelişiminin çok önemli olduğu ifade edilmektedir. Matematiksel modelleme becerisinin kazanılabilmesi için öğrencilerde aşağıdaki becerilerin geliştirilmesi hedeflenmektedir (MEB, 2006):

1. Matematiksel düşünme yollarını kullanarak gerçek hayat problemlerinin çözümüne ulaşacak matematiksel modeller kurabilme.
2. Gerçek hayat problemlerini matematiksel olarak ifade edilebilme (sistematik bilgi biçimine taşıma) ve problemlerin çözümünde matematiksel modelleri kullanabilme.
3. Modelleme sonucunda ulaştığı sonucu tekrar gerçek yaşam problemine dönerek yorumlayabilme.
4. Matematiksel modelleri, bilgisayar destekli matematik öğrenme sürecinde, interaktif olarak kullandırılabilme.
5. Matematiksel bilgi ve becerileri gerçek hayat problemlerine uygulayabilme.

Son 10 yılda bilgisayar matematikle ilgili yazılımlarının matematik eğitimine entegrasyonuna yönelik çalışmaların arttığı görülmektedir. Abramovich (2007) çalışmasında, sınıfta modelleme etkinlikleri uygulanırken dinamik bir geometri yazılımının sürece etkine yer vermiştir. Abramovich (2007) böyle bir sürecin cebirsel becerilerin keşfedileceği ve geliştirilebileceği bir ortam sağlanmasında, öğrencilerin kavramlar arasındaki ilişkileri keşfetmelerinde ve öğretmenlerin de “Nasıl daha iyi öğrenme ortamı yaratırım?” sorusuna daha kapsamlı bir yanıt bulmalarında önemli olduğunu vurgulamıştır.

Barbosa (2008) yaptığı çalışmada öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle uğraşırken 3 farklı tartışma alanının (matematiksel, teknolojik ve dönüşümlü) bulunduğu ifade etmekte ve bu tartışma alanları arasındaki bağlantıyı Şekil 18’deki gibi göstermektedir.

Şekil 18 Modelleme Döngüsündeki Tartışmalar (Barbosa, 2008)

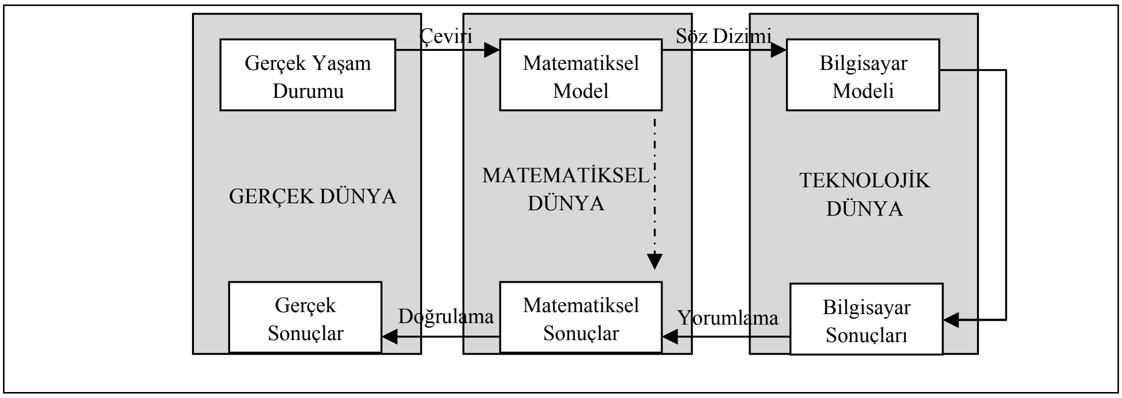


Barbosa (2008), matematiksel tartışmaların öğrencilerin bazı matematiksel kavramları geliştirdiğini, teknoloji tabanlı tartışmaların öğrencilerin modelleme becerilerine ve yeteneklerine katkı sağladığını, hem matematiksel hem de teknoloji tabanlı tartışmaların da öğrencilerin matematiksel modelin yapısını ve gerçek yaşamda kullanımına dair analiz yapmalarına fırsat sağladığını vurgulamıştır.

Siller & Greefrad (2010), sınıflarda matematiksel modellemeye teknolojinin etkisini incelemişlerdir. Çalışmasında modellemeyi Skovsmose (1994)’un modelleme sınıflandırmasındaki 2 türden (Klasik ve Genişletilmiş modelleme) biri olan Genişletilmiş (Extended) modelleme çerçevesinde ele alarak modelleme sürecinin daha kapsamlı bir analizini gerçekleştirmişlerdir. Sketch yazılımını ve grafik hesap makinelerini kullanarak öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde teknolojiyi nasıl ve ne zaman kullandıklarını araştırarak Şekil 19’daki modele ulaşmışlardır:

Şekil 19 Genişletilmiş (Extended) Modelleme Döngüsü

(Siller&Greefrad, 2010)



Gerçekleştirilen tez çalışması Siller & Greefrad (2010)'ın çalışmasıyla bazı benzerlikler göstermekte olup, aynı amacı taşımaktadır. Farklı olarak tez çalışmasında yapısal kolaylıkları dikkate alındığında matematiksel modelleme sürecine daha yararlı olacağı düşünülen GeoGebra yazılımı kullanılmıştır. İncelenen çalışmalarda GeoGebra ve matematiksel modellemenin iç içe olduğu ve matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandıran bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Tez çalışmasında problemlerle birlikte video, animasyon ve resimlerin kullanımı gerçekleştirilmiş, problemlerin sınıflandırılmasında ise modellemeyi 4 farklı türde ele alan Berry&Houston' un sınıflandırması dikkate alınarak problemler tasarlanmış ve süreç analizi yapılmıştır. Tez çalışması bu anlamda da farklılık göstermektedir.

Siller & Greefrad (2010), Blum & Leiss (2007)' in teknoloji etkisi olmadan ele aldığı sürecin temel bileşenlerini dikkate almış ve teknoloji destekli modelleme sürecinde gerçek dünya, matematiksel dünya ve teknoloji dünyası olarak 3 temel geçiş durumu bulunduğunu ifade etmiştir. Ayrıca Siller & Greefrad (2010), bir matematiksel modeli geliştirmek için bireyin sahip olduğu matematik bilgisini önemli olduğunu, teknolojinin sağladığı imkanların da bireylerin matematiksel bilgisini pozitif anlamda etkilediğini ifade etmektedir. Bu süreçte teknoloji tabanlı araçlar öğrencilerin farklı stratejiler belirlemelerinde büyük bir rol üstlenmektedir (Siller & Greefrad, 2010). Araştırma sonucunda, farklı modelleme etkinlikleri ele alınıp daha fazla uygulama yapılarak teknolojinin modelleme sürecine olan etkisinin ayrıntılı bir şekilde incelenmesi ve daha yaratıcı bir öğrenme ortamının nasıl yaratılabileceği sorusuna cevap aranması gerektiği vurgulanmaktadır (Siller & Greefrad, 2010).

Lalinská & Majherová (2010) ise yaptıkları araştırmada matematiksel modelleme problemi olarak eğik atış problemini ele almış ve teknolojinin çözüm sürecindeki olası etkilerinden bahsetmişlerdir. Çözüm sürecinde öğrenciler Excel programından, Sketch dinamik matematik yazılımından ve grafik hesap makinesinden yararlanmışlardır. Araştırmaları sonucunda teknoloji destekli bir modelleme sürecinin kurulacak modellerin grafiksel görünümlerini ortaya koyması ve modellerin yorumlanması için gerekli görsel olanakları barındırması bakımında önemli olduğunu vurgulamışlardır. Ayrıca, teknolojinin öğrencilere oluşturdukları matematiksel modeli görselleştirerek modelin gerçek yaşam durumuyla olan ilişkisini, modelin yapısını ve değişkenlerin modeldeki işleyişini daha iyi anlamalarına fırsat sağlayacağını ifade etmişlerdir. Lalinská & Majherová (2010)' e göre bu sayede de teknoloji matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin kurdukları modeli geliştirmelerini sağlayacak uygun bir ortam yaratacaktır.

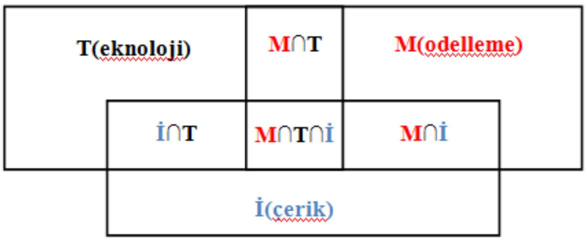
Mousoulides, Chrysostomou, Pittalis & Christou (2010), 11 yaşındaki 22 öğrenciyle gerçekleştirdikleri çalışmalarında, Google Earth programının ve Spreadsheet yazılımının modelleme probleminin çözüm sürecine olan etkisini incelemişlerdir. Matematiksel modelleme problemi olarak Mousoulides' un model oluşturma etkinliklerinin temel prensiplerine uygun olarak tasarladığı "Water Shortage Problem" isimli problem kullanılmış ve çözüm süreci birlikte çalışma gruplarıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar bu süreçte grupların kompleks yapıdaki probleme kabul edilebilir bir çözüm getirebildiklerini ve teknoloji destekli ortamın öğrencilerin keşfetme ve görselleştirme becerilerini geliştirdiğini ifade etmiştir. Öğrenciler bu süreçte problemi analiz etmek için görsel resimlerden uygun bir şekilde faydalanmışlar ve bilgisayar yazılımı sayesinde karmaşık hesaplamaların kolaylıkla üstesinden gelmişlerdir. Okullarda matematiksel modelleme sürecinde teknoloji tabanlı bir ortamın ilgi çekici ve faydalı olacağını, böyle bir sürecin de öğrencilerin kavramsal anlayışlarına ve matematiksel gelişmelerine önemli katkı sağlayacağını vurgulamışlardır.

Cheng (2010) "Teknoloji ile matematiksel modellemeyi öğretme ve öğrenme" isimli makalesinde teknolojinin derste modelleme etkinliklerinin uygulanma sürecinde nasıl bir rol oynadığını araştırmıştır. Verileri öğrencilere yönelttiği 4 matematiksel modelleme etkinliğinden oluşmaktadır. Süreç boyunca problemlerde 4 farklı teknolojik araç kullanılmıştır. Bunlar sırasıyla: Logger Pro 3 yazılımı, Excel programı, Geometer's Sketchpad yazılımı, SARS yazılımıdır. Araştırma sonucunda Cheng (2010) teknoloji destekli bir ortamın öğrenciler için matematikte çok zengin bir öğrenme ortamı sağladığını ve teknolojinin matematiksel modellemede önemli bir rol oynadığını ifade etmiştir. Aynı zamanda gerçek yaşam durumlarının verileri de gerçek veriler olduğundan elde edilecek sonuçların karmaşıklığının teknolojik araçlar sayesinde en aza indirgendiğini vurgulamıştır. 2006' daki çalışmalarına paralel olarak (Cheng, 2006a; 2006b) teknolojik araçlar sayesinde modelleme sürecinde öğrencilerin daha az matematik ile daha çok şey yapabileceklerini, problemin olası grafiksel çözümünü keşfederek gerçek yaşam durumuyla karşılaştırabilcekleri simülasyonlar hazırlayabileceklerini ifade etmiştir. Bunun yanında Cheng teknoloji destekli bir matematiksel modelleme sürecinin göründüğünden çok daha karmaşık bir süreç olduğunu belirtmiş, teknoloji destekli modelleme sürecine dair daha çok araştırması yapılması gerektiğini vurgulamıştır.

Teknolojinin matematiksel modelleme sürecine entegrasyonuna yönelik önemli çalışmalardan biri de Galbraith, Stillman, Brown & Edwards (2007) tarafından yapılan "Ortaokulda matematiksel modelleme yeterliliklerinin kolaylaştırılması" (Facilitating Mathematical Modelling Competencies in the Middle Secondary School) isimli çalışmadır. Bu çalışmada 9 yaşındaki öğrencilere matematiksel modelleme problemleri uygulanmaya başlanmıştır. Burada öğrencilerin verilen gerçek hayat problemlerini Excel programı ve grafik hesap makineleri yardımıyla çözmeleri beklenmiştir. Araştırmanın amacı, öğrencilerin modelleme sürecindeki bilişsel aktivitelerini ortaya çıkarmak ve bireylerin matematik, teknoloji ve modelleme becerileri arasındaki etkileşim nasıl olduğunu ortaya koymaktır. Aynı zamanda 11 yaşına gelene kadar, öğrencilerin sınıf içi modelleme becerilerini ve modelleme sürecinin aşamaları arasındaki geçişi yapıp yapmadıklarını belirlemeye çalışarak süreci ayrıntılı bir ifadesini ortaya koymaya çalışmışlardır. Galbraith, Stillman, Brown & Edwards (2007)' a göre matematiksel modellemede teknoloji gerekmektedir. Bu çalışmada matematiksel içerik, teknoloji ve modelleme arasındaki etkileşimi Şekil 20'deki gibi açıklamıştır. Öğrencilere iki problem verierek onlardan problemlerin çözümleri ve seçilen bazı öğrencilerin video kayıtları alınmıştır. Küçük gruplar halinde yapılan aktiviteler videoyla kayıt altına alınmıştır. Çalışmada öğrencilerin çözümlerinin analizi iki hafta sürmüştür. Bu süreçte modelleme sürecindeki aşamalara odaklanılmıştır. Öğrenciler problem çözümü sırasında karşılaştıkları matematiksel ve teknolojik zorluklar karşısında başarılı olmuşlardır. Öğrencilerin karmaşık terimlerle matematiksel yapıyı kurmalarında ve modeli yorumlamaların zorluklar yaşadıklarını belirtmişlerdir.

Şekil 20 Teknoloji Modelleme İlişkisi

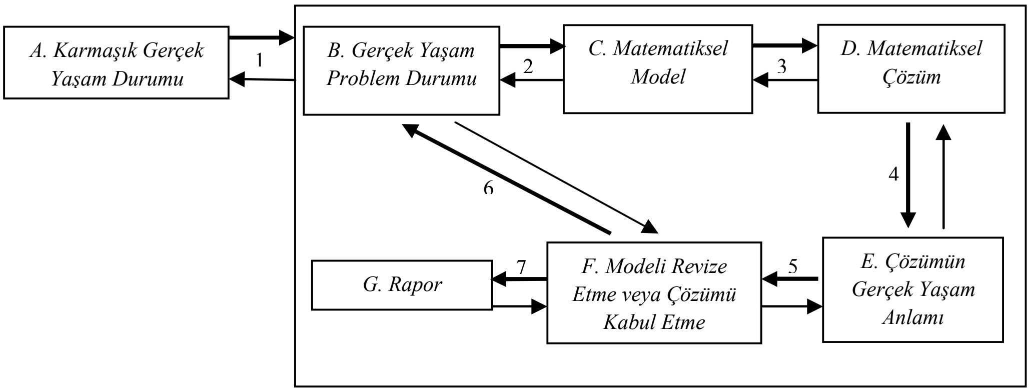
(Galbraith, Stillman, Brown&Edwards,2007)



Stillman, Galbraith, Brown& Edward'ın 2007 yılında gerçekleştirdikleri "Ortaöğretim sınıflarında matematiksel modelleme uygulamlarında başarı için bir çerçeve" (A framework for Success in Implementing Mathematical Modelling in the Secondary Classroom) isimli bir diğer çalışmada ilköğretim ikinci kademe öğrencileriyle başarılı bir şekilde gerçekleştirilen modelleme etkinlikleri uygulamalarına dayanarak modelleme sürecindeki aşamalar arasındaki geçişlerden ayrıntılı olarak bahsetmişlerdir. Daha önceki çalışmalarındaki (Galbraith & Stillman, 2006, Galbraith, Stillman, Brown ve Edwards, 2007) modelleri geliştirdikleri ve teknoloji destekli ortamdaki matematiksel modelleme sürecine dair açıklama getirdikleri görülmektedir.

Çalışma, 9. sınıfta öğrenim gören 21 öğrenciden oluşan 10 birlikte çalışma gurubuyla gerçekleştirilmiştir. Grupların çözüm süreçleri video ile kayıt altına alınarak videoların bire bir çözümlemeleri yapılmış ve uygulama sonunda 5 öğrenciyle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Matematiksel modelleme problemi olarak "Bangee Jumping Problemi" kullanıldığı incelemede problemin çözümü 100 dakikalık blok derste gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar verilerin analizi sonucunda aşağıdaki süreç modelini ortaya koymuşlardır:

Şekil 21 Modelleme Süreci (Stillman, Galbraith, Brown&Edward, 2007: 690)



1-Anlama, yapılandırma, basitleştirme, içeriği yorumlama.

2-Varsayımda bulunma, formüle etme, matematikselleştirme.

3-Matematiksel çalışma yapma.

4-Matematiksel çıktıları yorumlama.

5-Birleştirme, eleştirme, doğrulama.

6-İletişim, çözümü savunma(eğer model tatmin ediciyse)

7-Modelleme sürecinin tekrar edilmesi (eğer model tatmin edici değilse)

Araştırmacıların modelleme sürecine üzerine yaptıkları çalışmalar incelendiğinde yukarıdaki iki çalışmanın temelinin Galbraith & Stillman' nın 2006' daki "Modelleme sürecinde geçişler sırasında öğrenci zorluklarını tanımlamak için bir çerçeve" (A framework for identifying student blockage during transitions in the modelling process) isimli çalışmaya dayandığı görülmektedir. Bu çalışmada modelleme sürecinin temel bileşenleri ele alınmış ve öğrencilerin bilişsel aktiviteleriyle bu bileşenler arasındaki ilişkiler ayrıntılı olarak ifade edilmiştir. Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine dair şu ana kadar yapılmış en kapsamlı çalışma olarak görülmektedir. Nitel araştırma yöntemlerinden gömülü teorinin kullanıldığı çalışmada elde edilen veriler doğrultusunda süreç içerisinde öğrencilerin modelleme sürecindeki yaşayabilecekleri zorluklar şu şekilde ifade edilmiştir:

-Karmaşık Gerçek Yaşam Durumundan Gerçek Yaşam Problem Durumuna Geçiş

-Problem durumunu açıklama.

-Basitleştirilmiş varsayımlarda bulunma.

-Stratejik etkenleri saptama.

-Stratejik etkenlerin doğru elemanlarını belirlemek.

-Gerçek Yaşam Durumdan Matematiksel Modele Geçiş

-Cebirsel modelin içereceği bağımlı bağımsız değişkenleri belirleme.

-Bağımsız değişkenleri birbirine karıştırmayacak şekilde tanımlama.

-Elemanları matematiksel olarak kullanılabilir formüllerle temsil etme.

-Bağlantılı varsayımlarda bulunma

-Hesaplamaya olanak sağlayan matematiksel tabloyu ve teknolojiyi seçme.

-Formülü çoklu durumlara uygulayabilmek için uygun tekniği seçme.

-Modelin grafiksel gösterimini seçmek için uygun teknolojiyi seçme.

-Cebirsel denklemi doğrulamak için uygun teknolojiyi seçme.

-Bir grafiği algılama, cebirsel bir denklemi doğrulamak adına fonksiyon grafiklerinde kullanılabilir; fakat veri çizicilerinde kullanılamaz.

-Matematiksel Modelden Matematiksel Çözüme Geçiş

-Uygun formülü uygulama.

-Daha çok yönlü bir fonksiyon elde edebilmek için sembolik formülleri kullanarak cebirsel basitleştirme sürecinde bulunma.

-Çoklu durumlara göre fonksiyon işlevselliği otomatik olarak sağlamak için uygun teknolojiyi kullanma.

-Hesaplamayı yapmak için matematiksel tabloları veya teknolojiyi kullanma.

-Grafiksel gösterimi üretmek için teknolojiyi kullanma.

-Matematiksel veya teknolojik notasyonları ve geçişleri doğru bir şekilde yapma.

-Teknolojiyi kullanarak cebirsel modeli doğrulama.

-Çözümlerin yorumlanmasına olanak sağlayan toplumsal sonuçlar elde etme.

-Matematiksel Çözümden Modelin Gerçek Yaşam Anlamına Geçiş

-Matematiksel sonuçları gerçek yaşamdaki karşılıklarıyla birlikte tanımlama.

-Geçici ve nihai matematiksel sonuçları gerçek yaşam durumu açısından irdeleme.(rutinlikten karmaşıklığa geçiş)

-Yorumları doğrulamak için tartışmaları bütünleştirme.

-Yeni bir yorumu destekleyen sonuçları üretmek için önceki sınırlandırmaların yumuşatılması.

-Yorumlayıcı bir soru yöneltmeden önce matematiği dahil etme ihtiyacının farkında olmak.

-Modelin gerçek Yaşam Anlamından Modelin Revize Edilmesi veya Çözümün Kabul Edilmesine Geçiş

-Beklenmedik sonuçlarla gerçek durumu uzlaştırma.

-Matematiksel sonuçların olası gerçek dünya etkilerini dikkate alma.

-Problemin matematiksel ve gerçek dünya yönlerini uzlaştırma.

-Geçerli bir çözüm için kabul edilebilir kısıtlamaların yumuşatılmasının bir sınırının olduğunun farkına varma.

-Modelin ayrıntılı sonuçlarının gerçek dünya yeterliliğini dikkate alma. (Galbraith&Stillman,2006:147)

Dinamik Matematik Yazılımı GeoGebra'nın Tanıtımı

2002 yılında Matematik eğitimcileri Dr. Markus Hohenwarter ve Dr. Zsolt Lavicza'nın önderliğini yaptığı bir ekip tarafından geliştirilen açık kaynak kodlu bir dinamik matematik yazılımı olan GeoGebra, Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin (BCS) yetenekleri ile Dinamik Geometri Sistemlerinin (DGS) yeteneklerini birleştirerek geometri, cebir ve analiz arasında bir köprü görevi görmektedir (Hohenwarter ve Jones, 2007; Preiner, 2008). Kabaca ve Aktümen (2010) da GeoGebra' nın temel özelliğini ve bu özelliğinin sağladığı önemi şu sözlerle ifade etmiştir:

> GeoGebra'nın emsal yazılımlardan ayrılan en önemli özelliği geometrik ve cebirsel temsiller arasındaki ilişkileri karşılaştırma fırsatını kendi bünyesinde sunmasıdır. Çoklu temsiller yolu ile matematik kavramlarını incelemek her çağda matematik öğretirken ve öğrenirken başvurulması gereken bir noktadır(s.12).

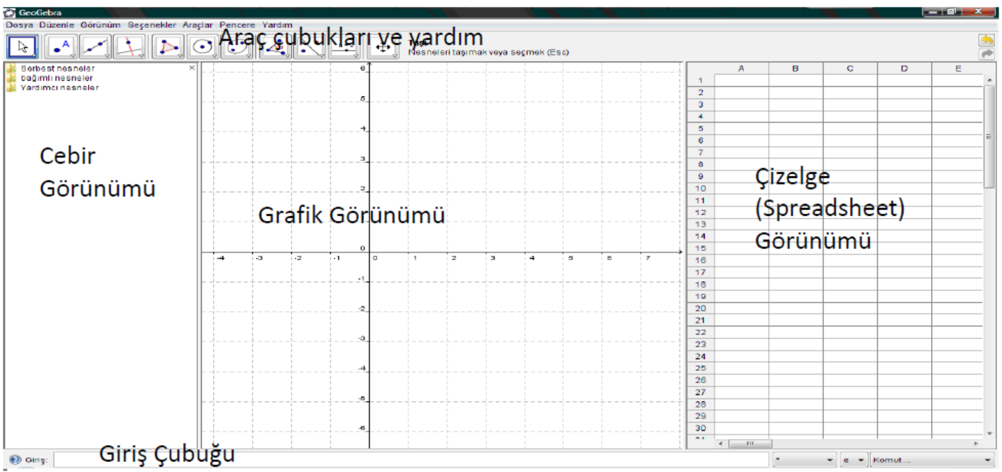
Karmaşık bir yapıdaki düzeni çözümleyebilmek için ona farklı açılardan bakabilmek büyük önem taşımaktadır ve bu bağlamda, verimli bir matematik öğretiminin önemli bileşenlerinden birisinin de kavramlara ve olaylara farklı özellikleri açısından bakabilmeyi öğretmek olduğu rahatlıkla söylenebilir (Kabaca, Aktümen, Aksoy ve Bulut, 2010). GeoGebra özellikleri dikkate alındığında bunun için büyük bir zemin hazırlamaktadır. GeoGebra yazılımını benzerlerine göre bir adım daha öne çıkaran özellikleri aşağıdaki gibi sayılabilir:

1)Yazılım 2002 yılında ücretsiz olarak internette yayınlanmıştır ve yayınlandıktan sonra programı kullanan birçok öğretmen Hohenwarter' le iletişime geçerek sınıflarında GeoGebra kullanımına yönelik isteklerini paylaşmışlardır (Hohenwarter ve Lavicza, 2007). Bu da GeoGebra' nın kullanımındaki kolaylığa rağmen yapılabileceklerin oldukça fazla olmasına olanak sağlamıştır. Kendisini hızlı bir şekilde geliştiren yazılımın en son olarak GeoGebra 3D sürümü çıkmıştır ve internetten bu sürüme de ulaşmak ücretsizdir.

2)Diğer nitelikli yazılımlardan farklı olarak GeoGebra Türkçe' ye çevrilmiştir. Bu yazılımı dilimize matematik eğitimcileri Mustafa Doğan, Süleyman Cengiz ve Erol Karakırık çevirmiştir (Kabaca, Aktümen, Aksoy ve Bulut, 2010).

3)Yapısında hem cebir penceresi hem geometri penceresi hem de hesap çizelgesi bölümlerini barındırması (bkz. Şekil 22) ve bu bölümler arasındaki geçişlerin sürekli olabileceği zengin bir ortam sağlayabilmesi onu farklı kılan belki de en önemli niteliktir.

Şekil 22 GeoGebra'nın Görünümü



Hohenwarter ve Fuchs (2004) GeoGebra'nın okullardaki farklı kullanımlarını şu şekilde açıklamıştır:

> 1. Gösteri ve görsellik için;
> Bilgisayar yazılımları geleneksel eğitimde bile yerini almıştır. Becker (2000) özel yazılımın rolü hakkındaki araştırmasında özel yazılımların gösteri ve görsellik için bir araç olduğunu belirtir. Bu anlamda, GeoGebra geniş kapsama alanı ve farklı sunum biçimleriyle özel bir yazılımdır.
> 2. Yapılandırma (inşa) aracı olarak;
> 1990'da Karl Fuchs sanat alanında yapılandırmacı geometri öğretimi için bilgisayar destekli çizim ve tasarım sistemlerinin önemini belirtmiş ve geleneksel metotların saf dışı edilmesi değil yeni metotların entegre edilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bununla birlikte geometri öğretiminde bilgisayar kullanım fikri esas hale gelmiştir.
> Geogebra uygun bir çizim, tasarım yazılımından istenen becerilerin tamamına sahiptir.
> 3. Matematiği keşfetmek için;
> Bilgisayarlar ve matematiksel yazılımları matematik öğretiminde yeni temel sorulara yol açmıştır. Öğrenciler bilgiyi kendi kendilerine organize edebilirler. Artigue ve Lagrange (1997)'e göre bilgisayar cebir sistemlerinin matematik öğretimine olumlu etkisi olduğu ifade edilmiştir. Yukarıda 1. maddede tanımlandığı gibi dinamik geometri yazılımları öğretmen merkezli eğitimin geleneksel formuna eklenmektedir. GeoGebra, bu iddia için önemli bir araç olarak kullanılabilir. Böylelikle öğrenme için uygun bir atmosfer yaratmaya yardımcı olabilir.
> 4. Öğretim materyallerinin hazırlanması için GeoGebra;
> GeoGebra öğretmenleri, GeoGebra'yı işbirliği, iletişim ve temsil aracı şeklinde kullanarak öğretim süreci için materyal hazırlamaya teşvik etmektedir(s.3).

GeoGebra yazılımının çoklu gösterim yapısı (cebir, grafik ve tablo), kullanım kolaylığı, Türkçe olması ve onu özel kılan özellikleri dikkate alındığında araştırmada matematiksel modelleme sürecinde kullanılması için uygun bir araç olacağı düşünülmektedir.

KURAMSAL ÇERÇEVE

Tez çalışmasında öğretmen adaylarına verilmesi planlanan problemler tasarlanırken literatürdeki matematiksel modelleme problemlerinin yapısı, özellikleri incelenmiş ve araştırmacılar tarafından problemlerde bulunması gereken özellikler tanımlanmıştır. Araştırmacıların kullanacakları problemleri tasarlarken dikkate aldıkları hususlar şunlardır:

Tasarlanacak matematiksel modelleme probleminin;

- öğrencilerin keşfetmelerine, yorumlamalarına ve değerlendirmelerine imkan veren açık uçlu,
- çözüm sürecinde işbirliğini ortaya çıkarıcı,

- öğrencilerin günlük yaşamında anlamlandırabileceği,
- öğrencilerin deneyimlerinden yaralanabilecekleri, tahminde bulunabilecekleri
- ilgi çekici,
- günlük yaşamla veya farklı disiplinlerle alakalı,
- gerçek ve zengin (animasyon, video, resim) verilerden oluşan,
- zengin bir çözüm sürecini içerisinde barındıran (içerisinde birden fazla değişkeni, parametreyi, sabiti, matematiksel kavramı ve matematiksel modeli barındıran),
- öğrencilerin kendi oluşturacakları verilerden yararlanabilecekleri,
- öğrencilerin gerçek yaşam durumuna uygun varsayımlarda bulunabilecekleri
- verileri tablo ve grafik yardımıyla görselleştirebilecekleri,
- farklı modeller oluşturacakları,
- matematiksel dilin kullanılmasına olanak yaratan,
- öğrencilerin normal eğitim yaşantısındaki sadelikten ve tekdüzelikten uzak olmasına
- açık ve anlaşılır olmasına (herkes tarafından aynı şey anlaşılmalı)
- günlük yaşam ile matematiksel yaşam arasındaki geçişe ihtiyaç duymalarını gerektiren (özellikle modelin yorumlanmasına ve doğrulanmasına yönelik becerilerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.)
- öğrencilerin çoklu gösterimlerden yararlanabilecekleri,
- öğrencilerin mevcut bilgi ve becerilerine uygun olup, bunları ortaya çıkarabilecek,
- öğrencilerin teknoloji bilgisini, deneyimlerini ve matematik bilgisini ve bunların aralarındaki ilişkiyi ortaya çıkaran bir problem olmasına çalışılmıştır.

Araştırmada kullanılacak matematiksel modelleme problemleri tasarlanırken matematiksel modellemeye yönelik yapılan sınıflandırmalar dikkate alındığında Berry & Houston (1995)' ın sınıflandırması temel alınmıştır. Bery & Houston (1995)'ın sınıflandırmasının temel olarak alınma sebebi hem araştırmacılar tarafından sürece dair genel bir fikir üretmek açısından uygun bir ortam sağlaması hem de matematik eğitimindeki çalışmalar dikkate alındığında diğer sınıflandırmalara göre ön plana çıkmış olmasıdır. Bu doğrultuda, öğrencilere uygulanması için bir deneysel modellemeye, bir simülasyon modellemeye ve bir teorik modellemeye uygun matematiksel modelleme problemi tasarlanmıştır. Bir dönem boyunca öğrencilere ilişkin gözlemler doğrultusunda, öğrencilerin boyutsal analiz problemleri ile ilgili becerilerinin düşük olduğu görülmüş ve bu tür problemleri çözerken çözüm sürecinde teorik modellemeye uygun hareket ettikleri gözlenmiştir. Bu doğrultuda tez çalışmasında istenen amaca ulaşılamayacağı düşünüldüğünden boyutsal-analiz modelleme sürecini yansıtması planlanan bir probleme yer verilmemiştir. Teorik modelleme sürecini ortaya çıkaran salıncak probleminin yapısı ve özellikleri dikkate alındığında Berry & Houston (1995)' ın kitabında boyutsal analiz modelleme sürecini dikkate alarak yaptığı basit sarkaç problemiyle (Berry & Houston, 1995, s:122) benzerlik göstermektedir. Bu da dikkate alındığında salıncak probleminin çözüm sürecinde öğrencilerin boyutsal-analiz modellemeyi tercih etmediği de görülmektedir. Ayrıca boyutsal –analiz modellemeye ve teorik modellemeye yönelik süreçler incelendiğinde bu iki sınıflandırmadaki farklılığın problemin yapısından değil çözüm stratejisinden kaynaklandığı söylenebilir. Matematik öğretmen adaylarının da fiziksel birimlere odaklı bir çözüm stratejisini içeren boyutsal-analiz modellemeyi tercih etmemesi ve teorik modellemeyi tercih etmesi olası bir durum olarak görülebilir. Bu anlamda tez çalışmasında çözüm süreci 3 farklı modelleme dikkate alınarak (deneysel, simülasyon ve teorik) incelenmiş ve genel anlamda matematiksel modelleme sürecine dair kuramsal bir yapıya ulaşılmaya çalışılmıştır

Verilerin analizinde araştırmacıların Kaiser (2005), Kaiser & Sriraman (2006) ve Blomhoj (2008) çalışmalarından derlediği modelleme perspektiflerinden bilişsel modelleme perspektifi dikkate alınmış ve bilişsel oalrak öğrencilerin yaklaşım ve düşünme süreçlerine odaklanılmıştır. Öğrencilerin problem çözüm sürecindeki temel bileşenler ve bu bileşenlere ulaşmak için ortaya çıkan bilişsel süreçleri analiz edilmiş, teknoloji destekli modelleme süreci bilişsel perspektiften ele alınarak açıklanaya çalışılmıştır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırma için belirlenen çalışma grubu, araştırmada kullanılan veri toplama araçları ve veri analizlerinde kullanılan yöntem ve teknikler açıklanmaktadır.

Araştırmanın Modeli

Punch (2005)'e göre bir yöntem olarak bilim temelinde iki yönlü faaliyettir. İlk yön gerçek dünyaya ilişkin verilerin yaşamsal rolüyle ilgilidir. Yani, bilim görgül verilerin otoritesini tanır ve görüşler verilere karşı sınanmalıdır. İkinci yön kuramın özellikle de açıklayıcı kuramın rolüdür. Amaç sadece verileri toplamak ve bazı şeyleri tanımlamak için kullanmak değil, verileri açıklamaktır. Açıklayıcı kuramın bilimde merkezi rolü vardır ve bu nedenle de bilimin iki yönünü, veriler ve kuram oluşturmaktadır (Punch, 2005:10). Bu çalışmada da, elde edilen veriler doğrultusunda bir kuram oluşturarak teknoloji destekli ortamdaki matematiksel modelleme sürecine ayrıntılı bir açıklama getirmek istenmektedir.

Araştırılan ne olursa olsun kuramın temel düşüncesi, kuramı betimleyen terimlerin yerine, daha soyut kavramlarla dile getirilen açıklamalar yoluyla kuramın nedeni belirtmek olmalıdır (Punch, 2005: 17). Hipotezle tümevarım ve tümdengelim ilişkisi bizi araştırmalarda iki ayrıma götürmektedir: Kuram üretme ve kuram doğrulama araştırmaları (Punch, 2005). Wolcott (1992)'a göre bu, "kuram önce gelir". "kuram sonra gelir." arasındaki ayrımdır. Kuram önce gelir yaklaşımında bir kuram ile işe başlanır, bu kuramdan hipotezler çıkarılır ve bu hipotezleri sınamak için bir araştırma tasarlanır, bir başka deyişle bir nevi kurama doğrulama çalışması yapılır (Wolcott, 1992). Kuram sonra gelir yaklaşımında ise bir kuram ile işe başlanmaz, amaç toplamış olduğumuz verilerden sistemli bir şekilde geliştirilen bir kurama ulaşmaktır, yani bir nevi kuram oluşturma çalışması yapmış oluruz (Wolcott, 1992). Tüm bunlar dikkate alındığında, betimleme ve açıklama bizi kuram doğrulama ve kuram oluşturma ayrımına götürmektedir (Punch, 2005). Bu anlamda bu tez çalışması kuram oluşturma araştırması niteliği taşımaktadır.

Eğitim araştırmalarında kullanılan yöntem ve elde edilen verilerin analiz edilmesi bakımından nitel ve nicel olmak üzere iki temel yaklaşım ön plandadır. Son yıllardaki çalışmalara bakıldığında sosyal bilimler ve eğitim araştırmalarında hakim paradigmanın nitel verilere dayalı yorumlayıcı paradigma olduğu gözlemlenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışma, araştırmanın amacı, problemleri, araştırma tasarımı, veri toplama biçimi ve verilerin analizinde yararlanılan yaklaşımlar düşünüldüğünde bir nitel araştırma özelliği taşımaktadır.

Sosyal bilimlerde kuram üretme araştırması, gömülü kuramın (Grounded Theory) gelişmesiyle meşrutiyet kazanmıştır. "Grounded theory" ifadesi Türkçe'de farklı karşılıklarla ifade edilmiştir. Türkçe'de yazarlar tarafından "alansal yaklaşım", "temellendirilmiş kuram" ve "kuram oluşturma yaklaşımı" karşılıkları kullanılmıştır. Bununla birlikte özellikle yazılan tezlerde "gömülü teori" karşılığı kullanıldığından, araştırmalarda ifade birliği sağlanması açısından tez çalışmasında bu ifadenin kullanılmasının uygun olacağı düşünülmüştür. Gömülü teori, sosyolojik bakış açısıyla örgütlerde yaptıkları araştırmalar sırasında Strauss ve Glaser tarafından geliştirilmiştir. Bir başka deyişle, karmaşık sosyal davranışı araştırmak için bir yöntem olarak geliştirilmiştir. Gömülü teori aslında sosyolojide geliştirilmiş olmakla birlikte belirli bir disiplindeki bakış açılarına bağlı olmayan bir araştırma yaklaşımı olarak karşımıza çıkmaktadır (Charmaz, 2006a). Gömülü teorinin tanımının ötesinde içeriği, bir sürecin soyut analitik bir planını (şemayı) veya bir teoriyi keşfetmek ya da oluşturmaktır (Strauss & Corbin,1998). Glaser (1978) gömülü teoriyi toplanan verilerden yola çıkarak daha önceden bilinmeyen bir takım sonuçları birbiri ile ilişkisi içinde açıklayan bir modelleme çalışması olarak tanımlamıştır. Bu yöntemdeki anahtar düşünce ise şudur: elde edilecek kuram literatürdeki çalışmalardan meydan gelmez, bunun aksine süreci deneyimlemiş katılımcıların verilerinden oluşan yapı ortaya çıkarılarak literatüre katkıda bulunan bir modele ulaşılılır (Strauss & Corbin, 1998). Son zamanlarda ise Charmaz (2006b, 2006c) yapılandırmacı gömülü teori kavramını savunmuştur, böylece bu sürecin işleyişine yönelik farklı bir görüş ortaya çıkmıştır. Charmaz (2006b)'a göre, bu kadar farklı fikirlere rağmen, gömülü teori birçok alanda yararlanılan bir yaklaşım olarak değerini her geçen gün arttırarak günümüze kadar gelmiştir. Gömülü teoriyi farklı bir çerçevede ele alan bir başka araştırmacı ise Clarke (2005) temelde Charmaz'ın pozitivizmi destekleyen gömülü teori yapısını desteklemiştir. Gömülü teorinin kullanıldığı farklı araştırmalardan en önemlileri Glaser & Strauss (1967), Strauss & Corbin (1990), Glaser (1992) ve Charmaz (2005) dır (Clarke, 2005).

Tarihsel süreçte tartışılan konulardan birisi, araştırmalarda kullanılan nitel ve nicel araştırmaların hangisinin kuram oluşturma ya da kuram doğrulama için uygun olduğu sorusudur. Bu yaklaşım, başlangıçta nicel verilerin çözümlenmesi için geliştirilmiş bir yöntemken zamanla nitel araştırmaya eklenmiştir (Punch, 2005; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Punch (2005)'a göre tarihsel süreç boyunca birçok araştırmacı bu yönde farklı görüşler belirtmiştir. Ona göre nicel araştırma (ispatlayıcı, doğrulayıcı araştırma) ile kuram oluşturma arasındaki bir takım farklılıkların ortaya konması bu anlamda önemlidir. Punch (2005)'ın bu yöndeki bakış açısı ise şöyledir: Nicel araştırmalarda, araştırmacı var olan bir kavramsal yapıyı ve oluşturulmuş bir hipotezi özel bir evrende (populasyon) test eder. Nicel araştırma doğrusaldır, yani belli süreçleri aşamaları izler; araştırmacı problemi tanımlar, teorik bir yapı seçer, hipotez geliştirir, verileri toplar, hipotezleri test eder ve sonuçları rapor halinde sunar. Nicel araştırma daha çok tümdengelimi, kuram oluşturma ise tümevarımı kullanır. Nicel araştırma genel bir durumdan ya da teoriden daha özel bir durumu işaret eder. Kuram oluşturma ise özel sosyal olay ya da olguların analizinden daha genel ve daha kapsamlı bir teori geliştirmeyi amaçlar. Nicel araştırmalar da başlangıçta problemle ilgili olan bir teori kullanılır ve ondan hareketle özel bir duruma geçilir. Kuram oluşturma da ise teori süreç boyunca irdelenir ve araştırma sonunda belirmeye başlar. Bu desende yaşamda var olan olay ya da olgulardan hareketle bir teori ortaya çıkarmak temel amaçtır (Punch, 2005).

Yıldırım ve Şimşek (2008), nitel araştırma yöntemini, araştırmanın yaklaşımını belirleyen ve çeşitli aşamaların bu yaklaşım çerçevesinde tutarlı olmasına rehberlik eden bir strateji olarak tanımlamıştır ve nitel araştırma yöntemlerini; kültür analizi, olgubilim (fenomenoloji), gömülü teori (grounded theory), durum çalışması (case study) ve eylem araştırması olarak ele almıştır.

Nitel araştırmaların bilimsel araştırmalara en önemli katkısının; araştırılan konu hakkında, o konuyla ilgili bireylerin bakış açılarını anlamaya ve bunların meydana gelmesine katkı sağlayan sosyal yapı ve süreçlerin ortaya çıkmasına fırsat sağlaması olduğu ifade edilmiştir (Miles & Huberman, 1994; Patton, 1980; Yıldırım ve Şimşek, 2003). Bu ifade, matematiksel modelleme sürecinin ayrıntılı açıklanmasına yönelik bir nitel araştırma çalışması olmasının uygun olduğunu göstermektedir.

Bu tür çalışmalarda araştırmacı, alanda zaman harcayan, gerektiğinde çalışma grubundakilerin deneyimlerini yaşayan, doğrudan onlarla görüşen ve alanda kazandığı bu birikim ve tecrübeyi verilerin analizinde kullanan kişi olduğundan veriler daha çok araştırmacının yorumlarına dayanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Aynı şekilde bu çalışmada sürece dair alınan gözlem notları ve kodlamalar araştırmacıların yorumlarına, bilgi ve birikimlerine göre şekillenmektedir.

Denzin ve Lincoln (1998) nitel araştırmayı, araştırmacıların konu ya da konuları doğal ortamda inceledikleri, kendi bağlamlarında olguyu anlamlaştırma ve yorumlama çabası içerisinde oldukları bir araştırma yöntemi olarak tanımlamaktadır (akt. Ekiz, 2003). Ergün (2005) nitel araştırmayı, insan ve grup davranışlarının "niçin"ini anlamaya yönelik araştırmalar olarak tanımlarken, Büyüköztürk vd. (2009) nitel araştırma ile belli bir konuyla ilgili araştırma yaparken o konunun "ne kadar" ya da "ne kadar iyi" olduğunu öğrenmekten daha geniş bir bakış açısı sağladığını ifade etmektedirler.

Nitel araştırma yöntemi, anlamlara ve yaşantılara odaklandığı gibi aynı zamanda olgulara ilişkin kuramlar ortaya koyma amacını taşımaktadır. Bu doğrultuda ön plana çıkan gömülü teori yaklaşımında asıl amaç, var olan kavramlara ve anlayışa özgün bir katkıda bulunabilmektir ve araştırma yapmak için de kapsayıcı bir stratejidir (Platt, 1995). Gömülü teori yaklaşımı genel anlamda iki amaca hizmet edecek şekilde ayrıldığı düşünülmektedir. Birincisi çalışmada oluşan davranış, hareket veya ifadelerin temelini belirlemek, ikincisi ise ayrı ayrı durumlarda birbiriyle bağlantılı olan modellerin ilişkisini ortaya koymaktır (Charmaz, 2006c). Bu bağlantıyı oluştururken verileri en basit, ilişkili ve uyumlu bir şekilde ifade eden temsiller kullanılmalıdır. Gömülü teoride en çok gözlem ve görüşmeler kullanılmaktadır. Bu yaklaşımın en önemli özelliği veri toplama ile analiz birlikte yürütülmesidir (Glaser & Strauss,1998). Glaser ve Strauss bu süreci sürekli karşılaştırmalı analiz olarak adlandırmaktadırlar. Yani veriler toplanır ve hemen ardından analiz edilir. Gömülü teori yaklaşımı temeline dayalı veri çözümleme teknikleri tez çalışmasının ilgili bölümünde ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

Bu araştırmada teknoloji destekli ortamda tasarlanan matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecinin doğrudan problem çözme sürecinde kendi doğal akışı içerisinde ayrıntılı olarak incelenmek istenildiğinden nitel yaklaşımın kullanılmasının uygun olacağı düşünülmüştür. Matematiksel modelleme sürecinin yapılanması öğretmen adaylarıyla doğrudan ilişkili olduğundan, bu süreci yaşayan bireylerin bakış açılarına, anlayışlarına ve düşünme süreçlerine odaklanılmıştır. Ayrıca, matematiksel modelleme sürecinin yapılanmasında yararlanılan teknolojinin sürece nerede ve nasıl etki ettiğinin ortaya çıkarılmasına çalışılmıştır. Bu bakımdan araştırmada gömülü teori yönteminin kullanılmasının uygun olacağı düşünülmüştür. Araştırmacı tarafından gömülü teorinin tercih edilmesinin diğer bir nedeni, araştırmacının matematiksel modelleme kavramı ile ilgili, sadece oluşan fenomenleri değil aynı zamanda bu fenomenlerin özellikleri, aralarındaki ilişkileri, boyutları, yani ayrıntılı olarak süreci incelemek istemesidir (Punch, 2005).

Katılımcılar

Tez çalışması, Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı son sınıfında öğrenim gören matematiksel modelleme, teknoloji kullanımına ve bilgisayar matematik yazılım programları bilgisine yönelik dersler almış on dokuz öğretmen adayıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın katılımcıları, lisans eğitimlerinde dört dönem haftada üçer saatlik bilgisayar yazılımlarına yönelik uygulamalı dersler almış olup, bu dört dönemin iki döneminde GeoGebra' ya yönelik uygulamalı eğitim almışlardır. Bunun yanında katılımcılara araştırmacılar tarafından bir dönem boyunca (haftada 3 saatlik) matematiksel modelleme dersi (danışman öğretim üyesi tarafından verilen, araştırmacı tarafından dersleri takip edilen) verilmiştir. Bunun yanında bu ders boyunca katılımcılara GeoGebra yazılımı tekrar hatırlatılarak onlarla Geogrebra ve matematiksel modellemenin iç içe olduğu literatürden farklı matematiksel modelleme problemlerine yönelik uygulamalar yapılmıştır. Bu anlamda katılımcılar hem GeoGebra ve bilgisayar yazılımı bilgi, becerisi ve deneyimine sahip hem de matematiksel modelleme problemi çözme beceri ve deneyimine sahip kişilerden oluşmaktadır. Seçilen katılımcılar ile iki, üç ya da dört kişilik birlikte çalışma grupları oluşturulmuştur. Grupların oluşturulmasında öğrencilerin istekleri ve grupların heterojen yapıda olması dikkate alınmıştır. Çalışma gruplarına ilişkin bilgiler Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2 Katılımcılara İlişkin Bilgiler

Grup1	Grup2	Grup3	Grup4	Grup5	Grup6	Grup7
Doğuş	Ayşe	İsa	Muazzez	Samet	Zişan	Hicran
Ulaş	Özge	Mustafa	Hatice	Cumhur	Ulviye	Zeliha
	Mehtap	Mert		İsmail	Şerife	
				Emin		

Araştırma için 19 kişilik çalışma grubu seçilirken amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılacaktır. Bu örnekleme yönteminde temel anlayış önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan durumların dikkate alınmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu amaçla örneklem ölçütü katılımcıların yukarıda değinilen teknoloji derslerini ve matematiksel modelleme dersini almış olmaları ve bu derslerde başarılı olmalarıdır.

Veri Toplama Araçları

Nitel çalışmalarda genellikle birden fazla veri toplama yöntemi kullanılmakta; böylelikle de zengin ve birbirini teyit edebilecek (destekleyip-desteklememe) veri çeşitliliğine ulaşılmaya çalışılmaktadır (Büyüköztürk ve diğer., 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu şekilde; nitel araştırmada verilerin birden fazla yöntemle elde edilmesi ve bu verilerin ulaşılan sonuçların geçerliğini ve tutarlığını teyit etmede ve desteklemede kullanılmasına "çeşitleme" (triangulation) denmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

Nitel araştırmada en yaygın olarak kullanılan üç tür veri toplama yöntemi vardır. Bunlar görüşme, gözlem ve yazılı dokümanların incelenmesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 40). Bu bağlamda araştırmanın geçerlik ve güvenirliğini artırmak amacıyla bu veri toplama araçları aşağıda anlatıldığı gibi kullanılmıştır.

Araştırmanın veri toplama araçları;

-araştırmacılar tarafından tasarlanan üç matematiksel modelleme problemi,

-çalışma gruplarının üç matematiksel modelleme problemine dair çözüm süreçlerini içeren video çözümlemeleri,

-çalışma gruplarının üç matematiksel modelleme problemine dair çözümlerini içeren GeoGebra yanıt dosyaları,

-çalışma gruplarının üç matematiksel modelleme problemine dair çözümlerini içeren yazılı yanıt kağıtları ve

-çalışma gruplarının üç matematiksel modelleme problemine dair çözüm süreçlerinde araştırmacı tarafından alınan gözlem notlarıdır.

Matematiksel Modelleme Problemleri

19 öğretmen adayından oluşan 7 birlikte çalışma grubuna 3 farklı matematiksel modelleme problemi uygulanmıştır. Araştırmacılar tarafından Berry ve Houston (1995)'un matematiksel modelleme çeşitlerinden deneysel modelleme, simülasyon modelleme ve teorik modelleme problemlerine uygun problemler tasarlanmıştır. Araştırmada uygulanacak 3 matematiksel modelleme problemi araştırmacılar tarafından literatürdeki örnek problemler, matematiksel modelleme problemlerinin yapısı ve Berry & Houston (1995)' ün modelleme problemlerini sınıflandırırken dikkate aldıkları tipik özellikler dikkate alınmıştır. Bu bağlamda Boy-Ayak Problemi, Salıncak Problemi ve Stat Problemi aşağıda tanıtılmıştır.

Tasarlanan problemlerdeki eksikliklerin düzeltilmesi amacıyla pilot uygulama yapılmıştır. Araştırmacılar tarafından tasarlanan 3 matematiksel modelleme problemi katılımcılara uygulanmadan önce bir matematik eğitimi alanında yüksek lisans ve bir matematik eğitimi alanında doktora yapan lisansüstü öğrencisine gösterilmiş, okutulmuş, problemdeki anlaşılmayan noktalar ve problemlerin çözümü sürecindeki problemden kaynaklı olumsuz durumlar gelen dönütler doğrultusunda araştırmacılar tarafından düzeltilmiştir. Bunun yanında problemlerin farklı çözüm yollarının öğretmen adaylarınca bulunmasının mümkün olup olmadığı, istenilen amaçlara uygun olup olmadıklarının tespiti ve her bir problem için ortaya çıkabilecek farklı çözüm yolları dikkate alınmıştır.

Boy-Ayak Problemi: Boy-Ayak Problemi bir deneysel modelleme problemidir. Eldeki verileri kullanarak grafik ya da bir eşitlik elde edilerek yapılan modellemeye deneysel modelleme denir (Berry & Houston, 1995:6). Deneysel modelleme bir nevi toplanmış verilerin eğilimini yakalamaktır. Bir bağımlı değişken bir de bağımsız değişken arasındaki bir ilişkiyi hipotezleştiremezsek, veri noktaları toplanmalıdır ve bunlara uyan ve işaretli noktaların eğilimini yakalayan bir eğri ya da doğru bulmak temel amaçtır (Thomas, ve diğer., 2010: 59-63).

Araştırmada kullanılacak Boy-Ayak Uzunluğu Problemi deneysel modelleme problemine örnek teşkil eder. Problemin bir çözümü Ek 1' de verilmiştir.

Şekil 23 Boy-Ayak Uzunluğu Problemi

Boy-Ayak Uzunluğu Problemi

Kişi	Cinsiyet	Boy(cm)	Ayak Uzunluğu(cm)
1	K	160	25
2	E	111	15
3	K	160	23
4	K	152	23,5
5	K	146	24
6	K	157	24
7	E	136	21
8	K	143	23
9	E	147	20
10	E	133	20
11	K	153	25
12	E	148	23
13	E	125	20
14	K	150	20
15	E	183	28
16	E	184	25
17	E	125	18
18	K	140	20
19	E	170	27,5
20	K	168	25,5
21	E	131	23
22	E	149	23
23	K	156	21
24	K	130	19,5
25	K	142	22
26	K	159	24
27	K	145	25,5
28	K	162	25
29	E	149	22
30	K	169	24,5
31	E	126	20
32	E	150	24
33	E	170	26
34	K	141	21
35	K	123	20
36	K	122	19
37	E	125	20
38	K	133	20
39	E	165	25
40	K	131	20
41	K	134	17
42	E	158	25
43	K	170	25
44	K	125	15
45	K	135	21
46	K	138	19
47	E	134	20,5
48	E	145	22
49	K	171	25
50	K	181	24
51	K	139	19,5
52	E	147	25
53	E	134	19
54	K	164	24
55	E	127	19,5
56	K	138	23
57	E	180	24
58	E	159	26
59	K	151	23,5
60	E	165	29

Yukarıdaki tabloda 60 kişilik bir grubun cinsiyet, boy ve ayak uzunlukları verileri verilmiştir. Bu verilere göre şu anda dünyanın en uzun boylu (247 cm) insanı yaklaşık olarak kaç numara ayakkabı giyer? Boyları aynı olan herhangi erkek ve kadının ayak uzunluklarının arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak gösteriniz.

Salıncak Problemi: Salıncak Problemi bir teorik modelleme problemidir. Matematiksel modelin formüle edilmesinde, veriden daha çok teoriye dayanan farklı problem çözme sürecine teorik modelleme denir (Berry & Houston, 1995: 11).

Araştırmada kullanılacak Salıncak Problemi modelleme süreci dikkate alındığında teorik modelleme problemlerinin özelliklerini taşımaktadır. Problemin bir çözümü Ek 2'de verilmiştir.

Şekil 24 Salıncak Problemi

Salıncak Problemi

Salıncakta sallanan bir insanın sallanırkenki potansiyel enerjisindeki değişimi matematiksel olarak ifade ediniz. Videolardan da istediğiniz ölçüde faydalanarak tüm gerekçelerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Öğretmen adaylarına problemle beraber probleme yönelik bir animasyon ve bir tane de video kaydı verilmiştir.

Stat Problemi: Stat Problemi bir simülasyon modelleme problemidir. Uygun verilerle, genellikle bilgisayar kullanılarak olasılıkları simüle etmeye (simulate) simülasyon (simulation) modelleme denir. Bu tür modellemelerde yeni bir durum (proje vb.) için en ideal durumu araştırmak önceliklerden biridir (Berry & Houston, 1995: 105).

Araştırmada kullanılacak Stat Problemleri simülasyon modelleme problemine örnek teşkil etmektedir. Problemin bir çözümü Ek 3' de verilmiştir.

Şekil 25 Stat Problemi

Stat Problemi

Yakın zamanda ülkenizde düzenlenecek olimpiyat şampiyonası için yeni yapılacak stadın mimarlarından biri konumunda olduğunuzu düşünün. Sizden sahanın etrafını kaplayacak koşu pistini tasarlamanız isteniyor. Videodan ve fotoğraflardan istediğiniz ölçüde faydalanarak,

a) stadın koşu pisti (aynı anda 8 kişinin koşabileceği) olarak yapmayı düşündüğünüz modelinizi (şeklinizi) matematiksel modellerle destekleyerek oluşturunuz. (Koşu pisti oluşturma adına çizdiğiniz her şeklin matematiksel ifadelerle desteklenmesi gerektiğini unutmayınız.)

b) koşu pistini oluşturdunuz, şimdi de olimpiyatlarda bu statta 200 metre finalini koşacak 8 koşucunun koşu anını tasarlayınız. Adil bir yarış için koşunun nasıl yapılması gerekir? Koşucuların başlangıçtan bitişe konumları nasıl olmalıdır? Koşucuların yarış boyunca ki hareketlerini matematiksel olarak modelleyiniz.

Öğretmen adaylarına problemle beraber probleme yönelik bir animasyon ve 9 adet stadyum resmi verilmiştir.

Bütün bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler artık metin, müzik, resim, hareketli resim ve video gibi iletişim örüntülerini kolayca işleyebilir hale getirmiş ve bu olanakları her kullanıcının hizmetine sunmuştur (Akpınar, 1999). Eğitim ortamında tek bir bilgi ifade biçimi, örneğin sadece metin veya sadece resim yetersiz kalabileceğinden, değişik ifade biçimlerinin birbirini engellemeyecek şekilde anlamlıca ilişkilendirilerek işe koşulması önerilmektedir (Akpınar, 1995; Stemler,1997; Orr ve diğer., 1997; akt. Akpınar, 1999: 60). Öğretimde kullanılacak resimlerin animasyonların ve videoların öğrencilere bilginin keşfi için uygun stratejiler geliştirmesini sağlayabileceği, öğrencilerin birbirleriyle etkileşim kurması ve tartışmalar yapmasını sağlayacak ortamı sunabileceği, değişkenler arasındaki ilişkilerin anlaşılmasını kolaylaştırarak modellemeyi kolaylaştırabileceği, somut ve soyut ifadelerin ilişkilendirilmesine yardımcı olabileceği ifade edilmiştir (Akpınar,1999: 68). Baki (2002) de etkileşim düzeyi yüksek, video ve animasyonların öğrencilere problem oluşturma, problem çözme, koşulları yeniden tanımlayarak sonuçlarını gözleme, model oluşturma, yeni ilişkiler ve özellikleri keşfetme gibi olanakları sağladığından bahsetmiştir. Bunlar dikkate alınarak problemlerin yanında öğrencilere probleme uygun resim, animasyon ve videolar verilecektir.

Gözlem: Nitel araştırmalarda en yaygın olarak kullanılan veri toplama tekniklerinden biri olan gözlem araştırmada ihtiyaç duyulan verilerin, belli hedeflere odaklanılarak çıplak gözle ya da bir araç kullanılarak izlenmesi suretiyle toplanması sürecini tanımlamaktadır (Büyüköztürk ve diğer., 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Nitel araştırmada gözlem, sayısal veri üretmekten çok, ayrıntılı açıklamalar ve tanımlamalar yapmaya yönelmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 170). Araştırmacı, herhangi bir ortamda oluşan bir davranışa ilişkin ayrıntılı, kapsamlı ve zamana yayılmış bir resim elde etmek istiyorsa, gözlem yöntemini kullanabilir (Bailey, 1982; akt. Yıldırım ve Şimşek, 2005).

Tez çalışmasında birlikte çalışma gruplarına yöneltilen teknoloji destekli modelleme problemleri için yanıtlar tüm gruplardan teknoloji destekli ortamda alınarak, bu süreçteki öğrencilerin tüm yaklaşımlarının ve düşünme süreçlerinin daha sonra ayrıntılı incelenmesine olanak sağlamak için süreç video ile kaydedilmiştir. Ayrıca araştırmacılardan biri her grubun modelleme problemini çözme sürecinde ortamda bulunup gözlem notlarını tutulmuştur.

Görüşmeler: Araştırmacı tarafından alınan bu notlar oluşturulurken gözlem dışında yararlanılan bir diğer kaynak ise bazen uygulama sonrasında gönüllü ve farklı öğrenciler ile bir sohbet içerisinde informal olarak gerçekleştirilen mülakatlar ve bazen uygulama aralarında gerçekleştirilen ayaküstü mülakatlar (one-legged interviews) olmuştur. Bunlar araştırmacıya hem gözlem notlarını yazma hem de veriler hakkındaki yorumlarını doğrulama bakımından önemli olmuştur. Sadece destek ve doğrulama amaçlı kullanılan bu mülakatlar ayrı bir analize tabi tutulmamıştır.

Dokümanlar: Nitel araştırmada araştırmanın geçerliğini artırmak amacıyla, görüşme ve gözlem yöntemlerinin yanı sıra, çalışılan araştırma problemine yönelik yazılı ve görsel materyal ve malzemeler de araştırmaya dahil edilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Araştırılmak istenen konuya ilişkin bilgi veren her türlü yazılı materyale doküman denmektedir (Balcı, 2009). Doküman incelemesi ise araştırılması hedeflenen olgu ve olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada doküman incelemesi ile araştırmanın geçerliğini artırmak hedeflenmektedir. Bu bağlamda önceden de belirtildiği gibi, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerine verdikleri yanıtları içeren GeoGebra dosyaları ve yazılı yanıt kağıtları kendilerinden alınmış ve ayrıntılı olarak incelenmiştir.

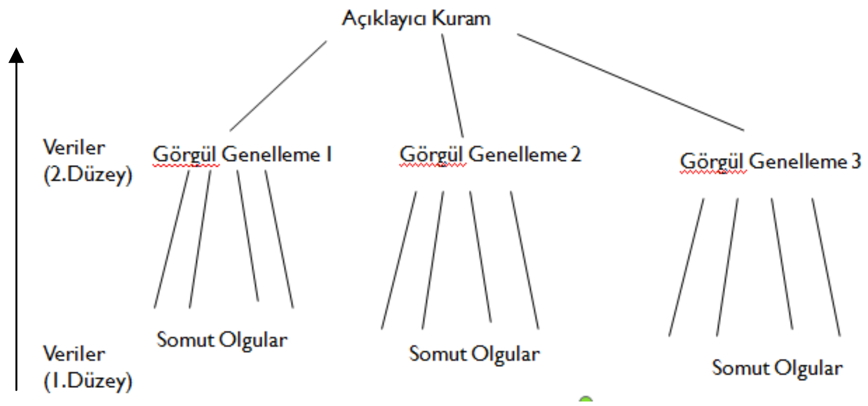
Veri Çözümleme Teknikleri

Gömülü teori gerek bir araştırma yaklaşımı gerekse veri çözümlemesi aracılığıyla kuram geliştirmek için uygulanacak işlemler bütünüdür (Punch, 2005). Önceki bölümde bir araştırma yaklaşımı olarak gömülü teori yaklaşımı açıklanırken, bu bölümde gömülü teoride veri çözümlemesinin temel noktaları üzerinde durulmuş ve dolayısıyla tez çalışmasının veri çözümleme süreci ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Çözümlemede temel amaç doğrudan verilerle ilgili önemli olan şeyi açıklayan somut bir kuram elde etmek, yani verilerde asıl önemli şeyi açıklayan, yüksek soyutluluk derecesine sahip, verilere dayanan merkezi bir kategori bulmaktır (Punch, 2005). Oluşturulan bir kategori olaylardan, örneklerden oluşan bilgi birimini temsil etmektedir (Strauss & Corbin, 1990). Glaser & Strauss (1967) çözümleme sürecinde yapılması gerekenin, verilerin sürekli karşılaştırılması ve kategorileri geliştirmek üzere, verilerin aşama aşama betimsel düzeyden daha üst kuramsal kategorilere doğru soyutlanması ve açıklanması olduğunu vurgulamıştır. Gömülü teori çözümleme süreci temelde Denzin & Lincoln (1994)' ın Şekil 26' daki (akt. Punch, 2005:19) modelde ifade ettiği bilimsel bilginin nomotetik bilgi anlayışıyla paralellik göstermektir.

Gömülü teori çözümlemesindeki üç temel aşamalı (Glaser&Strauss,1967; Strauss&Corbin,1990; Charmaz, 2006c) kodlama süreci araştırmacıların çalışmalarında bazı farklılıklar içerse de, açıkladıkları çözümleme süreçleri temel olarak aynı amaca hizmet etmektedir. Bu 3 temel süreci Glaser&Strauss (1967) sabit, kuramsal ve merkezi(asli) kod olarak ifade ederken; Strauss&Corbin (1990) ise açık(open), eksen(eksensel)(axial) ve seçici(selective) kodlama olarak ifade etmiştir. Tez çalışmasında Strauss&Corbin(1990)' in kodlama süreci dikkate alınmıştır.

Şekil 26 Bilimsel Bilginin Yapısı (Nanometrik Görüş) (Punch,2005:19)



Gömülü teoriye göre veri analizinde, ilk olarak açık kodlama yapılarak sabit kodlar oluşturulur. Açık kodlamadaki etiketleme işlemi sırasında yapılan iki temel yaklaşım vardır: Karşılaştırma yapmak ve soru sormak. Karşılaştırma, soyut kavramları belirlemede ve kodlamada büyük önem taşımaktadır. Bu sayede verilerdeki farklı göstergeleri karşılaştırarak görgül verilerden daha soyut kavramlara ulaşılır. Yani soyutluluk düzeyini arttırmaya, kavramları geliştirme için sınıflandırmaya ve ayrıştırmaya yol açan şey karşılaştırma olarak karşımıza çıkar(Glaser, 1978). İkincisi olan soru sormak ise "gömülü teoride ayırt edici olan nedir?" sorusuna süreç boyunca cevap aramaktır. Daha sonra bu kodları birbirine bağlamak için eksen kodlama yapılır. Bu süreç son olarak daha üst soyutlama düzeyindeki merkezi kategorilerin belirlenmesi amacıyla yapılan seçici kodlama ile son bulur (Punch, 2005).

Strauss & Corbin (1990), süreci şu şekilde açıklamıştır:

-Veri analizi sürekli karşılaştırmalı bir analiz (constant comparative) gerektirmektedir.

-İlk olarak araştırmacı gözlemleri, görüşmeleri karşılaştırır.

-Bu karşılaştırmanın ardından teori oluşturulacaktır.

-Araştırmacı tekrar veri toplayarak teoriyle bu verileri karşılaştırır ve böylelikle teorinin şekillenmesi sağlanacaktır.

-Veriler analiz edilirken temellendirilmiş teori yaklaşımı dikkate alınarak, veriler kodlanırken şu beş yol izlenmiştir:

1. Kodları açma (open coding): farklı anlamlardaki veriler analiz edilir.
2. Hatırlatıcı notlar alma (memoing): Bir olaydaki vakayla belirlenmiş olan bir fikir ortaya atılır.
3. İsimlendirme (naming): Bir olayın verilerinin ne olduğunu, oluşturulan kavramsal kategorilerin ilk adımını yorumlama ve kavramsallaştırmadır.
4. Karşılaştırma (comparing): Bir olayın verileriyle oluşturulmuş kategorileri karşılaştırarak, ikinci kez kavramsal kategoriler oluşturmadır.
5. Birleştirme (integrating): Kavramsal kategorileri organize edip ortaya çıkarmaktır.

Tez çalışmasında veri analizi sürecine öncelikle araştırmada toplanan verilerin kayıt altına alınmasıyla başlanmıştır. Her bir grubun problem çözümleri ayrı zamanlarda gerçekleştirilmiştir. Problem çözümlerinde öğrencilerin sesli düşünmelerini içeren birlikte çalışma gruplarının tümü için toplamda 21 saati bulan video kayıtları araştırmacı tarafından izlenerek birebir yazıya aktarım için uygun olan formatı belirlenmiştir. Bu formatın son hali öğretmen adaylarının ifadeleri, öğretmen adaylarının yazılı kağıtlarından kesitleri, onların GeoGebra çözüm dosyasından alıntıları ile çözüm süreçlerini içeren videodan ekran alıntısı ile alınmış görüntüleri içermektedir. Tablo 3' de yazıya aktarım için kullanılan formatın bir örneği yer almaktadır.

Tablo 3

Yazıya Aktarım Formatından Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
212	Mecnun:	Evet, ne kadar geride başlaması gerekiyormuş?
213	Mustafa	2,99. (Mustafa hesap makinesinden hesapladı.) 3 diyelim biz ona.

K5	Kağıt Alıntısı	iki koşucu arasındaki fark da ; $\left(\frac{0,63}{2}\right) \times 9,52 \cong 3m$ olur
214	İsa:	Her birinin arasında 3er metre olacak. Şu düzlükleri de belirleyelim. (Üstteki düzlükleri kastediyor.)
215	Mecnun:	Düzlükleri şöyle yap tamam mı? Şu noktalardan geçen ve şuna dik olan. (Sol penaltı noktasından x eksenine dik olan doğruyu kastediyor.) Doğruları çiz. Biraz büyüt. Büyüt biraz bak.
V11	Video Alıntısı	
216	Mustafa:	Tamam.
217	İsa:	Şimdi şu aralık neydi? 9 birim mi almıştık? 9,03 tü.
218	Mecnun:	Hıhı
219	İsa:	Gerçek uzunluğunu bulalım.
220	Mustafa:	Tamam. 9,03 mü? Çarpı 9,52, 85,9. 86 mı diyelim?
221	Mecnun:	Tamam 86 diyelim. (Düzlüğün gerçek uzunluğu)
222	Mustafa:	Gerçekte de burası 90 olması lazım burası.

Yazıya aktarım formatı kullanılarak birlikte çalışma gruplarının tüm problem çözme süreçlerinin birebir yazıya aktarımı gerçekleştirilmiştir. Çözüm süreçlerinin tümünün yazıya aktarılmış halleri tekrar izlenerek yazıya aktarımda hataların ve eksiklerin olup olmadığı belirlenmiştir. Grupların tüm çözüm süreçlerinin video kayıtlarının birebir yazıya aktarımı sonucunda 357 sayfalık doküman elde edilmiştir. Grupların yazılı yanıt kağıtları da tamamı taranarak bilgisayarda "pdf" formatına dönüştürülmüştür.

Toplanan ve kayıt altına alınan bu veriler kendi başlarına ve birbirlerinden bağımsız olarak analiz edilmemiş sürekli karşılaştırma yöntemiyle benzerlikler ve göstergeler aranarak birbirleriyle ilişkilendirilerek araştırma problemine cevap oluşturacak biçimde gömülü teoriye göre analiz edilmiştir.

Toplanan ve kayıt altına alınan veriler kendi başlarına ve birbirlerinden bağımsız olarak analiz edilmemiş sürekli karşılaştırma yoluyla benzerlikler ve göstergeler aranarak birbirleri ile ilişkilendirilerek araştırma problemine cevap oluşturacak biçimde gömülü teoriye göre analiz edilmişlerdir. Bulgu sunumunda da birbirini destekleyecek biçimde ve anlamlı bir bütün oluşturacak biçimde bir araya getirilmişlerdir.

Açık kodlama süreci sonunda toplam 135 koddan oluşan bir kod belgesi oluşturulmuştur. Bu kodlardan bağımsız olarak veriler bu konu üzerinde çalışan 2 araştırmacı tarafından da birbirinden bağımsız olarak kodlanmıştır. Sonra araştırmacılar bir araya gelerek yaptıkları görüşme ve tartışmalar çerçevesinde kodlar karşılaştırılmış, farklı kodların temelindeki benzerlikler ve farklılıklar dikkate alınmıştır. Bu doğrultuda aynı anlama gelen farklı kodlar ortak belirlenen bir kodda toplanmıştır. Gerektiğinde kodun temel özelliklerini daha iyi vurgulama adına kod isimleri değiştirilmiş, bunun yanında yeni kodlar da eklenmiştir.

Açık kodlama sürecinde kodların revize edilmesi eksen kodlama sürecini de etkilemiştir. Bu doğrultuda yeni kodlar dikkate alınarak, kodlar arasındaki benzerliklere ve farklılıklara tekrar bakılmıştır. Açık kodlardaki revizyondan dolayı bu kodları bağlantılandıran kuramsal kodlarda revize edilerek son haline getirilmiştir. Buradaki eksen kodlar matematiksel modelleme sürecinin temel basamaklarının alt basamakları olarak ortaya çıkmıştır.

Son olarak seçici kodlama sürecinde revize edilen kuramsal kodların yapısı ve süreci meydana getiren temel bileşenler dikkate alınarak merkezi kodlar oluşturulmuştur. Bu merkezi kodlar da oluşturulan modelleme sürecinin temel basamaklarını oluşturmuştur. Veri analizi boyunca açık, eksensel ve seçici kodlama iç içe bir sürecin parçaları olmuştur.

Araştırmada yapılan tüm veri analizleri sonucunda elde edilen bulgular tablolar halinde sunulmuştur. Tablolarda ilgili alt problemler dikkate alındığında öğretmen adaylarından oluşturulan çalışma gruplarının çözüm sürecinde hangi bilişsel süreçler içerisinde yer aldıkları, birlikte çalışma gruplarının çözüm süreçlerinde bu bilişsel süreçler arasındaki geçişlerin nasıl gerçekleştiği ve çözüm sürecinde teknoloji hangi sıklıkla ve hangi basamaklarda nasıl bir rol üstlendiği yer almaktadır. Tablolarla birlikte sonra ise öğretmen adaylarının kağıtlarından, GeoGebra dosyalarından ve gözlem notlarından doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Veri analizine dair bir açıklama Tablo 4 ‘de verilmektedir.

Tablo 4 Verilerin Analizi

Verilerin Analize Hazırlanması

- Toplanan verilerin çözümlemelerinin ve ön incelemelerinin gerçekleşmesi
- Veri toplama araçlarının bilgisayara aktarımı

I. Alt Probleme İlişkin Veri Analizi

- İki araştırmacı ile matematiksel modelleme sürecinde gerçekleşen bilişsel süreçleri tanımlayan açık kodların belirlenmesi
- Açık kodların sürekli karşılaştırmalı analiz metoduyla düzenlenmesi, kodların özelliklerinin ve kodlar arasındaki ilişkilerin ayrıntılı olarak ortaya çıkarılması (eksen kodların oluşumu)
- Sistematik olarak kurulan eksen kodlar doğrultusunda temel bileşenlerin ve temel basamakların belirlenmesi (seçici kodların oluşumu)
- Kuramsal çerçeve doğrultusunda isimlendirmelerin uygun olarak gerçekleştirilmesi

II. Alt Probleme İlişkin Veri Analizi

- Grupların çözüm süreçlerinde veriler doğrultusunda elde edilen bilişsel süreçlerin nasıl bir dağılım gösterdiğinin irdelenmesi
- Grupların problem çözüm süreçlerinin başından sonuna doğru veriler doğrultusunda elde edilen bilişsel aktiviteler arasındaki geçişlerin grafiksel gösterimlerinin oluşturulması

III. Alt Probleme İlişkin Veri Analizi

- Grupların çözüm süreçlerinde teknolojinin sürece ne zaman ve nasıl etki ettiğini gösteren tablonun oluşturulması
- Süreç içerisindeki matematiksel dünya,gerçek yaşam ve teknoloji tabanlı dünya arasındaki ilişkinin modellenmesi

Bulguların Tablolaştırılması ve Modellenmesi

- Veri analizleri sonucunda elde edilen bulguların tablolaştırılması ve modellenmesi

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde kuramsal çerçeveye bağlı olarak matematiksel modelleme problemi çözme süreçlerindeki yaklaşımlara ve düşünme etkinliklerine dayalı olarak ortaya çıkan temel bileşenlerin, temel ve alt basamakların analizi, çözüm süreçlerinde temel ve alt basamakların dağılımı ve teknolojinin modelleme sürecine etkisi tamamen elde edilen verilerin ardında yatan gerçeklikten yola çıkılarak gömülü teori çözümlemesi ile yapılmış ve sunulmuştur.

I. Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar

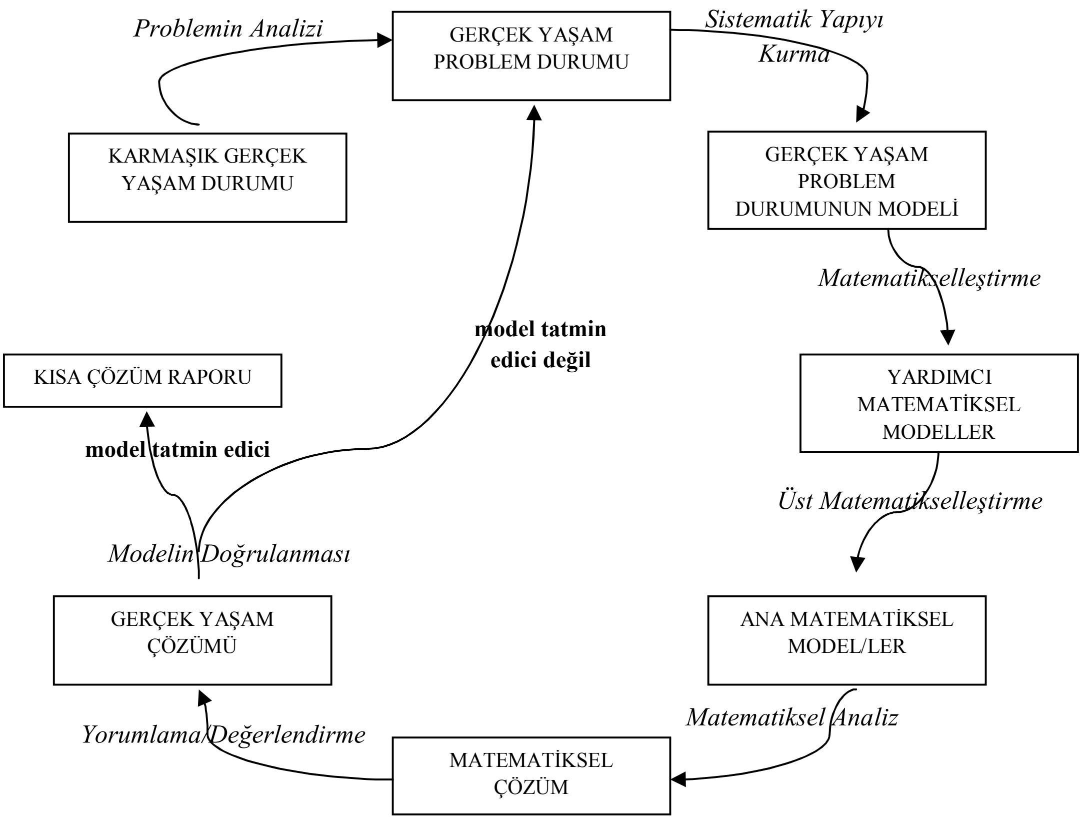
Tez çalışmasının birinci alt problemi, ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli ortamda, birlikte çalışma gruplarının tasarlanan matematiksel modelleme problemlerini çözerken sergiledikleri yaklaşım ve düşünme süreçlerinin incelenmesini içermektedir. Bu alt probleme ait bulgular gömülü teori çözümlemesi ile açık, eksen, seçici kodlamalar ve sürekli karşılaştırmalı analiz metodu kullanılarak elde edilmiştir. Bu süreçte açık, eksen ve seçici kodlamalar aynı süre içerisinde gerçekleştirilmiş olup, iki araştırmacı tarafından kodlamalar gözden geçirilmiştir. Bulguların ilk kısmında, sürecin temel bileşenleri ortaya konulmuştur. Bunların "temel bileşen" olarak ifade edilmesinin nedeni; matematiksel modelleme süreci içerisindeki geçişleri etkileyen temel faktörler olmalarıdır. Temel bileşenler araştırmacının matematiksel modelleme sürecini sağlam bir temele oturtmasını ve bu doğrultuda alt basamakların ve özelliklerinin şekillenmesini sağlamıştır. Başka bir deyişle, bu temel bileşenler arasındaki geçişler incelenerek bileşenlerin birbirleriyle olan ilişkilerini ortaya koyan alt basamaklar oluşturulmuş ve bu alt basamakların temel özellikleri ortaya konmuştur. Bu bilişsel aktiviteler temel bileşenler arasındaki bağlantıyı sağlayan süreçler olması bakımından araştırmacılar tarafında "alt basamaklar" olarak ifade edilmiştir. Alt basamaklar ve temel özellikleri dikkate alınarak, araştırmacılar tarafından temel bileşenler arasındaki geçişte rol oynayan alt basamakları tek çatı altında toplayan temel basamaklar oluşturulmuştur. Oluşturulan bu ifadelerin, temel bileşenler arasında ortaya çıkan ve temel bileşenleri birbirine bağlayan alt basamakları belli özellikleri doğrultusunda birleştiren daha soyut ve genel yaklaşım ve düşünme süreçlerini temsil etmesinden dolayı araştırmacılar tarafından "temel basamaklar" olarak ele alınmasının uygun oalcağı görülmüştür. Bununla birlikte, teknolojinin modelleme sürecinin hangi basamaklarında nasıl bir rol oynadığına dair ayrıntılı bir açıklama da getirilmiştir. Bileşenler ve basamaklar oluşturulurken özellikleri en iyi şekilde temsil eden adlandırmalar belirlenmiştir.

Bu alt probleme yönelik bulgular ve yorumlar sunulurken elde edilen temel bileşenler, temel bileşenler arasındaki geçişleri sağlayan temel basamaklar ve alt basamaklar tanıtılarak özellikleri ayrıntılı olarak ortaya konmuştur. Ayrıca bulgular gözlem notları ve öğretmen adaylarının modelleme problemlerinin çözümlerine ilişkin video kaydı çözümlemelerinden kesitlerle desteklenerek sunulmuştur.

Matematiksel Modelleme Sürecinin Yapısı

Gömülü teori çözümlemesi sonucunda, matematiksel modelleme sürecine dair 8 temel bileşen, bu temel bileşenler arasındaki geçişi sağlayan 7 temel basamak aralarındaki ilişki Şekil 27'de gösterilmiştir.

Şekil 27 Matematiksel Modelleme Sürecinin Temel Yapısı



Matematiksel Modelleme Sürecinin Temel Bileşenleri

-Karmaşık Gerçek Yaşam Durumu

-Gerçek Yaşam Problem Durumu

-Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modeli

-Yardımcı Matematiksel Model/ler

-Ana matematiksel Model

-Matematiksel Çözüm

-Gerçek Yaşam Çözümü

-Kısa Çözüm Raporu

Matematiksel Modelleme Sürecinin Temel Basamakları

-Problemin Analizi

-Sistematik Yapıyı Kurma

-Matematikselleştirme

-Üst matematikselleştirme

-Matematiksel Analiz

-Yorumlama/Değerlendirme

-Modelin Dorğulanması

Matematiksel Modelleme Sürecinin Alt Basamakları

"Problemin Analizi" temel basamağı içerisindeki alt basamaklar

-Problemi okuma,

-Problemi basit ifadelerle açıklama, yalınlaştırma,

-Problemdeki stratejik etkenleri düşünme,

-Problemdeki verileri inceleme ve içeriği yorumlama,

-Basit varsayımlarda bulunma,

"Sistematik Yapıyı Kurma" temel basamağı içerisindeki alt basamaklar

-Genel çözüm stratejisini belirlemek için uygun teknolojiden yararlanma,

-Çözüm için gerekli/gereksiz verileri ayıklama,

-Çözüm için gerekli verileri gruplandırma,

-Günlük yaşam deneyimlerinden ve uygun teknolojiden yararlanarak üst düzey varsayımlarda bulunma,

-Uygun genel çözüm stratejisini belirlemek için önceki problem çözme deneyimlerinden yararlanma,

-Teknoloji tabanlı gösterim ve matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme,

"Matematikselleştirme" temel basamağı içerisindeki alt basamaklar

-YMMlerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulmaya olanak sağlayan uygun teknolojiyi seçme,

-YMMlerin içereceği bağımlı, bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme,
-Stratejik etkenleri uygun matematiksel sembollerle ifade etme,
-Günlük yaşam deneyimlerinden, problemdeki verilerden, problemle birlikte verilen video ve resimlerden yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında yorumlar yapma, ön tahminlerde bulunma,
-YMMleri oluşturmak için teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma (renklendirme, kalınlaştırma vb.),
-Problemde verileri bulunmayan değişkenler için günlük yaşam deneyimlerine bağlı tahminlerden veya ölçümlerden yararlanma,
-Değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkaran üst düzey matematiksel bilgiden ve teknoloji bilgisinden yararlanma,
-Teknoloji tabanlı gösterim ve matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme,

“Üst Matematikselleştirme” temel basamağı içerisindeki alt basamaklar

-AMMnin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulmaya olanak sağlayan uygun teknolojiyi seçme,
-AMMnin içereceği bağımlı, bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme,
-Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma (renklendirme, kalınlaştırma vb.),
-AMM için gerekli YMMleri belirleme,
-YMMlerin grafiksel gösterimlerinden yararlanmak üzere uygun teknolojiyi seçme,
-YMMlerin yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurma,
-Uygun teknoloji yardımıyla AMM için gerekli verileri YMMlerden elde etme,
-Günlük yaşam deneyimlerinden, problemdeki gerçek verilerden, problemle birlikte verilen video ve resimlerden yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında yorumlar yapma, ön tahminlerde bulunma,
-Değişkenler ve YMMler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkaran üst düzey matematiksel bilgiden ve üst düzey teknoloji bilgisinden yararlanma,
-YMMlerin cebirsel gösterimlerinden yararlanma,

-Teknolojik gösterim ve matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme,

"Matematiksel Analiz" temel basamağı içerisindeki alt basamaklar

-Uygun teknoloji yardımıyla YMMlerin ve AMMnin grafiksel veya cebirsel gösterimlerinden yararlanma

-Matematiksel çözümler elde etmek için teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma (renklendirme, kalınlaştırma vb.)

-Matematiksel çözümler elde ederken gerekli hesaplamaları yapmak için uygun teknolojiden faydalanma

-Uygun teknolojiyi kullanarak modelin grafiksel gösterimi yardımıyla çoklu durumların çözümünü sunan bir teknolojik sistem kurma

-Matematiksel çözümün yorumlanmasına olanak sağlayan kritik noktalara dair ek sonuçları uygun teknoloji kullanarak elde etme

-Mateamtiksel çözüm için gerekli matematik ve teknoloji bilgisinden yararlanma.

-Teknolojik gösterim ve matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme,

"Yorumlama/Değerlendirme" temel basamağı içerisindeki alt basamaklar

-Gerçek yaşam problem durumunun modelinden gerçek yaşam problem durumuna geçişi dikkate alma ve arasındaki ilişkiyi ortaya koyma

-Matematiksel sonuçların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi,

-Kritik noktaların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi,

-Matematiksel sonuçları gerçek yaşam durumu açısından irdeleme (rutinlikten karmaşıklığa geçiş),

-Varsayımların elde edilen gerçek yaşam sonuçları doğrultusunda irdelenmesi

"Modelin Doğrulanması" temel basamağı içerisindeki alt basamaklar

-YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarında beklenmeyen durumların irdelenmesi,

-YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının gerçek yaşam deneyimlerine dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırılması,

-YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının problemde verilen gerçek değerlerle karşılaştırılması,
-YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının video ve resimlerdeki durumlarla karşılaştırılması,
-Gerçek yaşam problem durumuna dair AMMnin yeterliliği hakkında karara varma

Bu süreç sonunda matematiksel modelleme sürecine dair ortaya çıkan 8 temel bileşen, 7 temel basamak, bu temel basamakları şekillendiren 47 alt basamak ve modelleme sürecindeki bu önemli parçaların temel özellikleri ve birbirleri arasındaki ilişki aşağıda ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır.

Karmaşık Gerçek Yaşam Durumu-Gerçek Yaşam Problem Durumu (PROBLEMİN ANALİZİ)

Modelleme sürecine ilişkin olarak öğrencilere ait video çözümlemeleri, GeoGebra yanıt dosyaları, yazılı yanıt kağıtları ve araştırmacı gözlem notlarından yararlanarak gömülü teori yaklaşımına göre nitel verilerin analizi sonucunda, öğrencilerin karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek yaşam problem durumuna geçerken 5 alt basamağın ortaya çıktığı görülmüştür. Bu basamaklar problemi okuma, problemi basit ifadelerle açıklama, yalınlaştırma, problemdeki stratejik etkenleri düşünme, problemdeki verileri inceleme ve içeriği yorumlama ve basit varsayımlarda bulunma olarak adlandırılmıştır. Söz konusu 5 alt basamak ve özellikleri incelendiğinde temel amacın karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek yaşam problem durumunu ortaya çıkarmak olduğu görülmektedir. Bunun için, problem ifadesi anlamlandırma adına sadeleştirilir, eldeki veriler ön görüşler dikkate alınarak incelenir. Araştırmacılar tarafından bu 5 alt basamağı içeren temel basamak "problemin analizi" olarak ifade edilmiştir.

Şekil 28 Modelleme Sürecinin İlk Temel Basamağı

Karmaşık Gerçek Yaşam Durumu	Gerçek Yaşam Problem Durumu

A.Problemin Analizi

A1-Problemi okuma

A2-Problemi basit ifadelerle açıklama (yalınlaştırma)

A3-Problemdeki stratejik etkenleri düşünme

A4-Problemdeki verileri inceleme, içeriği yorumlama

A5-Basit varsayımlarda bulunma

Aşağıda bu alt basamakların özellikleriyle birlikte süreç içerisinde bu yaklaşım ve düşünme süreçlerine dair verilerde karşılaşılan durumlardan araştırmacılar tarafından seçilmiş olan bazılarına yer verilmiştir.

A1. Problemi Okuma

Öğrencilerin modelleme sürecinde sergiledikleri ilk yaklaşım olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu alt basamakta temel amaç, verilen karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek yaşam problem durumunu net olarak ortaya çıkarmaktır. Problem, bir öğrenci tarafından grup arkadaşlarına var olan probleme hiçbir yorum, ek düşünce getirilmeden ve yaratıcılık sergilenmeden sadece sesli olarak okunmuştur. Modelleme sürecinin başlangıç kodu olarak ortaya çıkmıştır.

Tablo 5

Grup-2'nin Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade

2	Özge:	Okuyorum. Yakın zamanda ülkenizde düzenlenecek olimpiyat şampiyonası için yeni yapılacak stadın mimarlarından biri konumunda olduğunuzu düşünün ve sahanın etrafını kaplayacak koşu pistini tasarlamanız gerekiyor. Videolardan ve fotoğraflardan istediğiniz ölçüde faydalanarak, a)stadın koşu pisti aynı anda 8 kişinin koşabileceği olarak yapmayı düşündüğünüz modelinizi matematiksel modellerle destekleyerek oluşturunuz. Koşu pisti oluşturma adına çizdiğiniz her şeklin matematiksel ifadelerle desteklenmesi gerektiğini unutmayınız. b) koşu pistini oluşturdunuz, şimdi de olimpiyatlarda bu statta 200 metre finalini koşacak 8 koşucunun koşu anını tasarlayınız. Adil bir yarış için koşunun nasıl yapılması gerekir? Koşucular başlangıçtan bitişe konumları nasıl olmalıdır? Koşucuların varış boyunca ki hareketlerini matematiksel olarak modelleyiniz.(Özge soruyu okurken bir yandan da onlara verilen animasyon video izlenmiştir.)

Öğrenciler problem çözüm süreçlerinde sık sık problemi tekrar okuyarak yaptıklarını tekrar gözden geçirip yapmaları gerekenleri belirleme ihtiyacı duymuştur. dolayısıyla bu alt basamağın sadece sürecin başında gerçekleşmesi gerekmemektedir. Ama matematiksel modelleme sürecinin başladığının işaretidir.

Tablo 6

Grup-1'in Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
147	Doğuş:	Bundan sonra ne yapacağız? Bunu modellememiz lazım. Nasıl modelleriz? İçteki dikdörtgen, dıştaki çember yarım çember.
148	Ulaş:	Evet.
149	Doğuş:	Şekilleri çizeriz. Yaklaşık olarak ne olacak? Ondan sonra bunların çevrelerini mi bulacağız?
150	Ulaş:	Koşu pistini oluşturdunuz diyor. Sonra şimdi olimpiyatlarda bu statta 200 metre finalini koşacak 8 koşucunun koşu anını tasarlayınız. Adil bir koşu için koşunun nasıl yapılması gerekir?

A2. Problemi Basit İfadelerle Açıklama, Yalınlaştırma

Öğrencilerin karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek yaşam problem durumunu ortaya çıkarmaya çalışırken sergiledikleri bir yaklaşım olarak karşımıza çıkmaktadır. Problem ifadesinde anlatılmak istenen gerçek yaşam durumu, grubun problem durumunu net olarak algılaması için gruptaki bireyler tarafından sadeleştirilmektedir. Burada birey problem ifadesini okuduktan ya da duyduktan sonra problemi kendi cümleleriyle arkadaşlarına açıklamıştır. Burada öğrencilerin problem ifadesinden ne anladığının ortaya çıkması ve kişisel yorumların sergilenmesi söz konusudur. Bu kişisel yorum grup içerisinde ele alınarak grup yorumu hali almaktadır. Bu alt basamağı içeren bir çözüm kesiti Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7

Grup-4'ün Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
2	Hatice:	Videolarda da görüldüğü gibi salıncakta sallanan bir insanın sallanırken ki potansiyel enerjisindeki değişimi matematiksel olarak ifade ediniz. Tüm gerekçeleriniz ayrıntılı bir şekilde açıklayınız. Yani bizden herhangi bir insanın salıncakta sallanırken sahip olduğu potansiyel enerjiyi bulmamız isteniyor.

A3. Problemdeki Stratejik Etkenleri Düşünme

Gerçek yaşam problem durumunu net olarak ortaya koyma adına öğrenciler tarafından sergilenen bir yaklaşım ve düşünme süreci olarak ortaya çıkmıştır. Bu alt basamakta, problem çözme sürecinde gerekli olabilecek etkenler ifade edilmektedir. Bu süreç problemde gerekli gereksiz etkenler hakkında bir ön görüş niteliği taşır ve bu etkenler ayrıntılı olarak açıklanmaz, sadece plansız bir ön düşünce olarak ortaya atılır. Grubun problem çözme sürecine ısınmasını sağlar. Bu sürecin varlığı gösteren çözüm kesiti Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8

Grup-5'ün Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
1	Gözlemci:	Şu an kayıt başladı.
2	Emin:	Videolarda da gösterildiği gibi salıncakta sallanan bir insanın sallanırkenki potansiyel enerjisindeki değişimi matematiksel olarak ifade ediniz. Tüm gerekçelerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız. Soru bu.
3	Cumhur:	Potansiyel enerji de mgh, h yükseklik.
4	Emin:	Yükseklik.
5	Samet:	m, kütle.
6	Emin:	g de yerçekimi ivmesi. Yerçekimi ivmesi artıyor mu ne oluyor?
7	Samet:	Yer çekimi değişmez ya.
8	Cumhur:	Yer çekimi ivmesi değişmez, yükseklik değişir.
9	Emin:	Hıı, değişmez mi? (yer çekimi ivmesi)

10	Cumhur:	Yok, değişmez.

A4. Problemdeki Verileri İnceleme ve İçeriği Yorumlama

Yine temel amacın karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek yaşam problem durumunu net olarak ortaya koymak olduğu bu alt süreçte, ön tahmin yoluyla problem için önemli olduğu düşünülen stratejik etkenler yüzeysel olarak yorumlanır. Bu düşünülen stratejik etkenlere dikkat edilerek problemdeki veriler ayrıntılı olarak incelenir. Zaman zaman grup üyeleri arkadaşlarına günlük yaşam deneyimlerinden yararlanarak gerçek yaşam problem durumunu açıklar. Bu süreç, genel stratejinin ortaya atılmasından önceki yaklaşım ve düşünme süreci olarak karşımıza çıkmıştır. Problemle birlikte verilen animasyon, video ve resimler izlenerek gerçek yaşam problemine dair yorumlar yapılır. Bu alt basamağa ilişkin çözüm kesiti Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9

Grup-6'nın Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
3	Ulviye:	Videolarda da gösterildiği gibi salıncakta sallanan bir insanın sallanırken potansiyel enerjisindeki değişimi matematiksel olarak ifade ediniz. Tüm gerekçeleriniz ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.
4	Zişan:	Şunlar mı?
5	Ulviye:	Evet. Onları açalım. (İlk video izleniyor.)
6	Zişan:	Potansiyel enerjisindeki değişimi?
7	Şerife:	Potansiyel enerji mgh mıydı? Değimini istiyor bizden, şurasında bir nokta alırız. (Salıncağı tepesinden bağlı olduğu noktayı gösteriyor.) E değişiyor sürekli yerden yüksekliği. Mesela şuradan (tepede bağlı olduğu yerden) şuraya (Salıncağın oturağını gösteriyor.). Bir çember, bir yarıçap yapsak? Buradaki maksimum, burada mesela birazcık boşluk var,
8	Ulviye:	Sallandıkça artıp azalıyor.
9	Şerife:	Evet, yapabiliriz. Şu nokta olsun, şu çemberin yarıçapı olsun. Bak salıncağın (kağıda karalama yapıyor) şurası yer olsun. Şurası da çember olsun. Şuraya kadar çıkmıyor. (Salıncağın yüksekliğinden bahsediyor.)
10	Zişan:	Evet.

A5- Basit Varsayımlarda Bulunma

Problem çözüm sürecinde problemle ilgili verileri incelerken öğrencilerin düşünmeden ve çok fazla sorgulamadan gerçekleştirdikleri varsayımlar olarak göze çarpmaktadır. Bu varsayımlar ileriki aşamada günlük yaşam deneyimleriyle ve uygun teknolojik fırsatlarla desteklenmiş üst düzey varsayımların kurulmasında önem taşımaktadır. Bu basit varsayımlar fazla sorgulanmadan gerçekleştirildiği için yanlış varsayımlar olarak da karşımıza çıkabilir. Ama üst düzey varsayımlar kurulurken bu basit varsayımların yanlışlıkları gözden geçirilir ve düzeltilir. Bu duruma ilişkin çözüm kesiti Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10

Grup-6'nın Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
11	Şerife:	Biz kendimiz çizsek? Elipse benziyor biraz.
12	Ulviye:	Kaç metre olacak 1 tur attıklarında? (Eliyle de gösteriyor.)
13	Şerife:	Elipsi düzlemde çizsek daha kolay olmaz mı?
14	Zişan:	Şuralar bak. Nasıl? Dikkat ettin mi? Dönerken düzleşiyor.
R1	Resim Dosyası	
15	Şerife:	İç içe geçmiş, 8 kişi koşacaksa, 8 tane eğri olacak. Şu aralıkların hepsi birbirine eşit olacak. Dimi? Herkesin kendi alanı çünkü.
16	Ulviye:	Şekil elips çizeceğiz. Böyle dokuz tane elips çizmemiz gerekiyor.
17	Şeyrife:	Evet dokuz tane elips çizeceğiz.

Gerçek Yaşam Problem Durumu- Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modeli (SİSTEMATİK YAPIYI KURMA)

Modelleme sürecinde gerçek yaşam problem durumunu ortaya çıkaran öğrencilerin sürecin devamında matematiksel bir çözüm elde etme adına problem durumunun zihinsel bir modelini oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Öğrenciler bu temel süreç içerisinde artık gerçek yaşam merkezli çözüm sürecinden matematiksel dünya merkezli bir çözüm sürecine geçiş yapmaktadır. Problem durumunun matematiksel bir çözümü için problemin matematiksel bir yapı haline dönüştürülmeye çalışıldığı gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin gerçek yaşam problem durumundan gerçek yaşam problem durumunu açıklayan bir modeli ortaya çıkarmaya çalışırken 6 alt basamağın ortaya çıktığı görülmüştür. Bu basamaklar genel çözüm stratejisini belirlemek için uygun teknolojiden yararlanma, çözüm için gerekli/gereksiz verileri ayıklama, çözüm için gerekli verileri gruplandırma, günlük yaşam deneyimlerinden ve uygun teknolojiden yararlanarak üst düzey varsayımlarda bulunma, uygun genel çözüm stratejisini belirlemek için önceki problem çözme deneyimlerinden yararlanma ve teknoloji tabanlı gösterim ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme olarak adlandırılmıştır. Söz kounu 6 alt basamak ve özellikleri incelendiğinde temel amaç gerçek yaşam problem durumundan hareketle gerçek yaşam durumunu ideal bir şekilde temsil eden modelini ortaya çıkarmaktır. Veriler incelendiğinde bu basamakların birbirleriyle sıkı bir bağ içerisinde oldukları ve sürekli olarak birbirlerini etkiledikleri gözlemlenmiştir.

Söz konusu 6 alt basamağı barındıran temel basamakta genel olarak problemin çözümü için gerekli sistematik yapı teknoloji yardımıyla kurulur. Çözüm için öğrencilerin tasarladıkları zihinsel modeller bu süreçte oluşmaya başlar ve bu düşüncelerini de en uygun olanakları düşünerek kurdukları sistematik yapıya en iyi şekilde yansıtmaya çalışırlar. Araştırmacılar tarafından bu 6 alt basamağı içeren temel basamak “sistematik yapıyı kurma” olarak ifade edilmiştir. Bu 6 basamağı içeren süreç oldukça önemlidir, çünkü gerçek yaşamdan matematiksel dünyaya geçiş bu süreç içerisinde başlamaktadır. Bu basamaktan sonra artık çözüm sürecindeki temel dünya matematiksel dünyadır, gerçek yaşam yardımcı dünya konumundadır. Ancak modelleme sürecinin başından sonuna kadar bu iki dünya arasında geçişler sık sık yaşanmaktadır.

Şekil 29 Modelleme Sürecinin İkinci Temel Basamağı

Gerçek Yaşam Problem Durumu	Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modeli
B.Sistematik Yapıyı Kurma	
B1-Genel çözüm stratejisini belirlemek için uygun teknolojiden yararlanma	
B2-Çözüm için gerekli/gereksiz verileri ayıklama	
B3-Çözüm için gerekli verileri gruplandırma	
B4-Günlük yaşam deneyimlerinden ve uygun teknolojiden yararlanarak üst düzey varsayımlarda bulunma	
B5-Uygun genel çözüm stratejisini belirlemek için önceki problem çözme deneyimlerinden yararlanma	
B6- Teknoloji tabanlı gösterim ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi gerçekleştirme.	

Aşağıda bu alt basamakların özellikleriyle birlikte süreç içerisinde bu yaklaşım ve düşünme süreçlerine dair verilerde karşılaşılan durumlardan araştırmacılar tarafından seçilenlerine yer verilmiştir.

B1. Genel Çözüm Stratejisini Belirlemek İçin Uygun Teknolojiden Yararlanma

Bu alt basamakta temel amaç, anlamlandırılan gerçek yaşam problem durumunu problem çözmeye olanak sağlayan matematiksel bir yapıya dönüştürmektir. Çözüm için gereken matematiksel ve matematik dışı kavramlar bu süreçte ortaya çıkarılmaya çalışılmaktadır. Bu alt süreçte gerekli görülen teknolojik, matematiksel veya matematik dışı kavramlara yönelik ön bilgiler sorgulanır. Grup üyeleri tarafından farklı genel çözüm stratejileri ortaya atılır ve ideal olanı seçilir. Problemlerin çözüm süreçleri incelendiğinde bu sürecin uzun bir zamana yayıldığı görülmektedir. Öğrencilerin uygulamaya geçmeleri için grup üyelerince uygun bir çözüm stratejisinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu süreçte problemle birlikte verilen animasyon, video ve resimlerin genel çözüm stratejilerini etkilediği görülmüştür. Aynı zamanda bu basamak gerçek yaşamdan matematiğe geçişin başladığı alt basamak olarak karşımıza çıkmaktadır. Bireyler tarafından farklı stratejiler ortaya atılır ve her bir birey gruba karşı fikrini açıklar. Matematiksel çözümün temellerinin oturtulmaya başlandığı yerdir. Uygun teknolojik imkanlar genel çözüm stratejisini etkileyen unsurların başında gelmektedir. Bir başka deyişle GeoGebra genel çözüm stratejileri için uygun ve önemli bir araç olmuştur. Çünkü genel stratejiyi şekillendiren teknoloji problem çözüm sürecinin teknoloji destekli bir matematiksel çözüme oradan da gerçek yaşam çözümüne ulaşmasında aktif bir rol üstlenmiştir. Bunun yanında bu süreçte problemin çözümü için gerekli değişkenler, sabitler ve parametreler düşünülür ve bu doğrultuda oluşturulabilecek YMMler (yardımcı matematiksel model) ve AMM (ana matematiksel model) hakkında ön görüşler sergilenir. Bu süreci farklı kılan temel husus, Polya(1957)'nın ifadesiyle saldırı planının ilk adımının olmasıdır. Bu alt süreci içerisinde barındıran bir çözüm kesiti Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11

Grup-4'ün Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
R1	Resim Dosyası	
9	Hatice:	Diğerlerine de baktık ya, bu net değil.
10	Muazzez:	Diğerlerine de baktık da, onlar da o kadar net değil ya. Yandan biraz görüntüleri.(Diğer resimlere bakıyorlar.) Bu tam yukarıdan çekilmiş. Şu da çok uzaktan(farklı bir resimden bahsediyor.). En güzeli bu. (Üstten görünümlüyü kastediyor.)
11	Hatice	Bunu mu alalım?
12	Muazzez	Evet, çünkü yukarıdan çekilmiş. Şekli daha net gösterdiğinden dolayı.(Bu sırada Muazzez GeoGebra'ya resmi ekledi ve boyutunu ayarlıyor. Köşe 1 için (0,0) yazdı.) Şimdi bunu bizim tasarlamamız gerekiyor. 8 kişinin koşması isteniyor. Oranları da hesaplamamamız gerekiyor burada. Koşucuları peki nereden başlatmamız gerekiyor?

13	Gözlemci:	İstediğiniz yerden başlatabilirsiniz.
14	Muazzez:	Bir de adil diyor ya, 8 kişinin mesafelerini ona göre ayarlamamız gerekiyor. Birbirlerini etkilememeleri gerekiyor. O zaman zaten hepsi için aynı olur. Buralarda 8 tane aralık olması gerekiyor. (Ekledikleri resimdeki koşu pistinin genişliğinden bahsediyor.)
15	Hatice:	Köşe 2' yi de yazalım.
16	Muazzez:	Kaç olsun?
17	Hatice:	20 de. (Resmi oturttular GeoGebra'ya)

Grup-4'ün genel stratejiyi belirlemelerine ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

> …Diğer gruplar gibi grup-4 de genel stratejilerini GeoGebra'yı dikkate alarak belirlemeye çalıştı. GeoGebra'ya yönelik bilgilerinin bu genel stratejilerini belirlemelerinde onlar için önemli olduğu görüldü. Sadece GeoGebra değil, bunun yanı sıra videodan kesit alırken de screenhunter programı kullanıldı. Videonun gerçek yaşam durumunu en iyi şekilde temsil edecek kesidi için açıya dikkat edildi. Genel stratejilerini oluşturmalarında sahip oldukları teknoloji ve matematik bilgilerinin etkileşimi yansıdı… (Gözlem Notu: Grup-4, Stat Problemi).

B2. Çözüm İçin Gerekli/Gereksiz Verileri Ayıklama

Temel amaç anlamlandırılmış gerçek yaşam problem durumundan bu gerçek yaşam problem durumunun çözümüne olanak sağlayan bir matematiksel yapının elde edilmesidir. Sistematik yapının sağlam kurulabilmesi için problemin çözümünde gerekli ya da gereksiz verilerin ayıklanması gerekir. Bu alt basamakta var olan teknolojik yazılıma, videolara, animasyonlara, resimlere ve problemdeki gerçek verilere ayrıntılı bir şekilde bakılarak çözüm için seçimler yapılır ve seçimlerin nedenleri açıkça vurgulanır. Çözüm için gerekli olduğu düşünülen değişkenler, sabitler ve parametreler olarak ayrıntılı ifade edilmese de çözüm için gerekli olmayan verilerden ayıklanır. İlk basamakta karşımıza çıkan stratejik etkenleri düşünme alt basamağın farklı olarak bu basamakta verilere dair daha sistematik, kapsamlı ve neden-sonuç ilişkisine dayalı bir yaklaşım söz konusudur. Problem tam olarak anlamlandırılmıştır ve çözüm için bir eylem planı tasarlanacaktır.

Tablo 12

Grup-2'nin Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
18	Ayşe:	Yanlış anlamadık herhalde, sallanırkenki?
19	Mehtap:	Mesela şey yapıyorduk. Burada (sol üstü gösteriyor.) duruyor ya bu şimdi. Belirli bir yüksekliğe ulaşacak. Mesela ne diyelim, mgh, x mi diyelim? Öbür tarafta da o x kadarlık yükseklik şeye dönüşecek işte, V'ye dönüşüyordu. Yani basamak basamak şuna ne diyelim 5h mı diyelim?
20	Özge:	Sadece potansiyel enerjisindeki değişim önemli ama bizim için, onu matematiksel olarak ifade ediniz diyor. Mesela hani yukarıda parabolik hareket yaptığını düşünsek. Potansiyel enerjisindeki değişimle ilgileneceğimizden sadece m sabit orada g de sabit orada sadece h a bağlı olacak
21	Ayşe:	Ama niye hız önemli biliyor musun? Hızlandıkça potansiyel enerjisi artıyor.
22	Özge:	Tabi hızlandıkça potansiyel enerjisi artar yani.
23	Ayşe:	h aşağıda azalacak ama hız en fazla.
24	Özge:	h ne kadar artabiliyor, oradan onu çıkartırız.
25	Ayşe:	Evet.
26	Özge:	Burada bir değişken olarak h var yani.
27	Mehtap:	Şurada mesela V'si sıfır. (En altta demek istiyor.)
28	Ayşe:	İşte V'sini sıfır almayacağız hiç.

B3. Çözüm İçin Gerekli Verileri Gruplandırma

Gerçek yaşam problem durumunun bir modelinin elde edilmesi için çözüm için gerekli olduğu düşünülen veriler değişkenler, sabitler ve parametreler doğrultusunda kendi arasında gruplandırılır. Bu alt basamak ileriki aşamalarda oluşturulacak YMM ve AMMlerin yapısını ortaya çıkaracak bir sistematik yapıyı oluşturma çabasının bir sonucu olarak karşımıza çıkmaktadır.

Tablo 13

Grup-5'in Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
128	Cumhur:	Kütle de değişmez. r sabit, g sabit, bizim burada tek değişkenimiz h.
129	Samet:	Potansiyel nerede?
130	Cumhur:	Potansiyel enerji mgh.
131	Emin	Burada m sabit.
132	Cumhur:	g de sabit.
133	Emin:	g değişmiyor muydu?
134	Cumhur:	Hayır.
135	İsmail:	Değişmez sallanırken.
136	Cumhur:	h değişiyor bir tek. h'ı da böyle yaparız. (Bu sırada Emin ve İsmail yeni

		alınan kesiti GeoGebra'ya ekleyip önceki resim atma işlemleri tekrar yapıyorlar. Resmi atma, boyut belirleme sabitleme, istediği yere taşıma vb.)
137	Samet:	Şimdi çember üzerinde noktaları biliyoruz. E buna (x eksenine) dik çizsek tamam bu doğruları da biliriz. Anladın mı? Bir nokta buraya koyarız. (Çemberin üzerine bir noktada buraya Dik doğruyla x ekseni kesişimine) Yüksekliğini gösteririz.
138	Cumhur:	Evet, bizim yüksekliği fonksiyon gibi bulmamız lazım.

B4. Günlük Yaşam Deneyimlerinden ve Uygun Teknolojiden Yararlanarak Üst Düzey Varsayımlarda Bulunma

Matematiksel yapının sağlıklı kurulabilmesi çözümün ideal olması açısından önemlidir. Gerçek yaşam durumuna uygun (ideal) bir matematiksel yapı oluşturmak için gruptaki bireylerin sahip olduğu gerçek yaşam deneyimleri ve verilen video, animasyon ve resimler doğrultusunda problem durumu için varsayımlar (kabuller) yapılır. Kurulması planlanan yardımcı veya ana matematiksel modellerin idealliği için gerçek yaşam deneyimlerinin ve resim, videolardan yararlanılarak yapılacak tahminlerin sağlıklı olması ve bunların matematiksel modelleri idealliğinden uzaklaştırmaması gerekir.

Öğretmen adaylarının çözümlerin her anında varsayımlar ortaya çıkmaktadır. Aslında süreçte varsayımların yapılmasının iki temel amacının olduğu söylenebilir. İlk olarak, var olan çözümün ideal olması için sağlıklı bir matematiksel sistemin kurulmasına olanak sağlayan varsayımlar ortaya atılır. Son olarak ise, var olan modelin geliştirilmesi için sürecin sonunda ortaya atılan varsayımlar dikkat çekmektedir. Matematiksel sistemin oluşturulması adına ortaya atılan varsayımlar matematiksel modellerin oluşumunu ve kapsamını etkileyen kabullerdir. Öğretmen adaylarının çözüm sürecinde ideal bir matematiksel yapıyı oluşturmak için yapılan varsayımların nitelikleri düşünüldüğünde, başlangıçta yapılan varsayımların daha genel olduğu ve genel stratejiyi şekillendirdikleri görülmüştür. Süreç içerisindeki daha sonradan ortaya çıkan varsayımlar ise daha özel nitelikler taşımaktadır. Aynı zamanda kurulan varsayımlar çözüm süreci içerisinde değiştirilebilmekte ve daha kabul edilebilir hale getirilebilmektedir. Bu duruma ilişkin bir çözüm kesiti Şekil 14'de verilmektedir.

Tablo 14

Grup-5'in Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
3	Emin:	Ne yapacağız?
4	İsmail:	Dünyanın en uzun boylu 247 cm. Kimdir bu ya?
5	Emin:	Mardinli Sultan, neyi soruyor?
6	İsmail:	Boyları aynı olan herhangi erkek ve kadının ayak uzunlukları arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak gösteriniz. Gerekçelerinizi matematiksel ifadelerle ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.
7	Samet:	Burada kızların boyları aynı ama ayak uzunlukları eşit değil.
8	Emin:	Dur bakalım. Şimdi dünyanın en uzun boylu insanı erkek bir kere. Onu erkeğe göre oranlayacağız.

Grup-5'in üst düzey varsayımlarda bulunmalarına ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

> …Grup-5'in çözüm sürecini günlük yaşam deneyimlerine bağlı olarak yapılan üst düzey varsayımların etkilediği görüldü. En uzun boylu insanın erkek olduğunu bilmeleri onların çözüm sürecinin başlarında kızların verilerini arka plana almalarına neden oldu… (Gözlem notu: Grup-5, Boy-Ayak Uzunluğu Problemi).

Video ve animasyonlardan yararlanarak uygun varsayımlar doğrultusunda basitleştirmeler yapılmaktadır. Varsayımların genel olarak matematikleştirmeyi kolaylaştırmak için yapıldığı görülmüştür. Bu süreçte gerçek yaşam deneyimleri, video ve resimler arasındaki tahminler ve düşünceler karşılaştırılarak varsayımlardaki yanlışlıkların da giderildiği görülmüştür.

Tablo 15

Grup-6'nın Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
49	Zişan:	Şekil mi? Aslında bakarsınız bunlar böyle elips değil ki.
50	Ulviye:	Elipse çok benzemiyor.
51	Zişan	Değil elips ya.
52	Şerife	Şuraları şey çünkü daha dik. (Düzlüklerden bahsediyor.)
53	Ulviye:	Dikdörtgen çizsene bir,
54	Zişan:	Aslında bak bunlar, evet, evet dikdörtgen ama dönme yerlerini şey

		yapmışlar. Yanları normal gelecek. (Düz demek istiyor.) Şöyle yanda çizgiler. (Şerife'nin elinden kalemi alıp kağıtta gösteriyor.) İşte 1,2,3,4. Şöyle ya, sadece şuraları böyle şey yapmışlar. Buraları böyle yuvarlaklaştırmışlar. Buralar da çünkü çizgiler.
55	Şerife:	Hıhı.
56	Zişan	Dik değil ama.
57	Şerife:	Şunu bir açsak. (Fotoğrafı kastediyor.) Bir baksak.
58	Ulviye	Buralar çember yayı gibi mi oluyor o zaman? Bu aralar düz bak hepsinde.

Ayrıca modeli yorumlama ve geliştirme aşamasında varsayımların değiştirilmesi daha ideal bir modelin ve dolayısıyla gerçek yaşam için daha kullanışlı çözümlerin elde edilmesine olanak sağlar. Yani problemin geliştirilmesi için varsayımların değiştirilmesi de büyük önem taşır.

B5. Uygun Genel Çözüm Stratejisini Belirlemek İçin Önceki Problem Çözme Deneyimlerinden Yararlanma

Modelleme sürecinde sağlıklı bir matematiksel yapıyı kurmak ve genel çözüm stratejisini belirlemek adına önceki problemlerdeki çözüm stratejilerine yönelik deneyimlerden yararlanılır. Söz konusu problemin önceki problemlerle olan benzerlikleri ve farklılıkları ortaya konarak genel çözüm yolu üretilmeye çalışılır. Öğrenciler eski problemlerin deneyiminden daha çok genel çözüm stratejisinin belirlenerek sağlıklı bir matematiksel yapının oluşturulması sürecinde yararlanmışlardır.

Tablo 16

Grup-7'nin Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
67	Zeliha:	İç içe çemberler yapmamız lazım. Çemberlerin yarıçapına bir insan boyu kadar daha ekleyip bir insan yeri kadar, oradan çember bir insan yeri kadar oradan çember. Yani r' sini değiştirerek yapsak, merkez değişmeyecek.
68	Hicran:	Merkez değişmez aynı. Yarıçap da insan enine göre değişecek.
69	Zeliha:	Bir insanın ortalama ne kadardır? Ortalama daha zayıf olur.
70	Hicran:	Yarım metre.
71	Zeliha:	Yarım metre çok değil mi ya? Gerçi omuzlar var o kadar, 1 metre mi?
72	Hicran:	Hayır, 1 metre burada ne kadar gözükür burada? (Masayı gösteriyor.)
73	Zeliha:	Ya bir onu sonra ölçeriz şey yaparız ötekindeki gibi. (Salıncak problemini kastediyor.) Daha sonra işte 1 metre kaç birim daha sonra yaparız.

Bunun yanında öğretmen adaylarınını çözümlerine bakıldığında bazı grupların Stat ve Salıncak probleminde yarım çemberleri ifade eden cebirsel ifadelerin bulunmasında bu iki problemin çözümleri karşılaştırdıkları görülmüştür. (Mesela y' yi çekersek alt yarım üst yarım, x'i çekersek sağ yarım sol yarım olacak o zaman) Bunun yanında süreç içerisinde modelin doğruluğunu gösterme amacıyla da eski problemlerin deneyimlerinden yararlanma karşımıza çıkmıştır.

Tablo 17

Grup-5'in Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
272	Cumhur:	Yazdık artık 4,58 artık oraya. Şuradaki denklemimizde bu toplam çemberin denklemi. Sadece sol tarafın denklemi. y'yi çekmiştik salıncak probleminde, o zaman x'i çekeriz buradan. y'yi çektiğimizde altlı üstlü olmuştu, x i çekelim sağlı sollu olsun.
273	İsmail:	Evet. (Cumhur o denklemde x' i çekiyor kağıtta.)

B6. Teknoloji Tabanlı Gösterim ile Matematiksel Gösterim Arasındaki Geçişi Gerçekleştirme

Öğretmen adayları gerçek yaşam problem durumundan gerçek yaşam problem durumunun modelini oluşturmaya çalışırken, çözüm için gerekli matematiksel yapıyı kurmaya çalışmaktadır. Öğrencilerin genel çözüm stratejisine bağlı olarak uygun teknoloji sayesinde matematiksel yapıyı bilgisayarda oluşturdukları görülmektedir. Bu süreçte grupların bilgisayarda bu yapıyı doğru bir şekilde kurabilmesi için matematiksel düşüncelerin doğru olarak bilgisayarda ifade edilebilmesi gerekmektedir. Bunun için de teknoloji tabanlı gösterim ile matematiksel gösterim arasındaki bağlantı iyi kurulmuş olmalıdır. Bu alt süreci içeren bir çözüm kesiti Tablo 18' de verilmektedir.

Tablo 18

Grup-4'ün Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
14	Hatice:	Animasyona bir daha baksak ya.
15	Muazzez:	Tamam (animasyon tekrar açıldı ve izleniyor.)
16	Hatice:	Bu daha iyi sanki.

17	Muazzez:	Nasıl bu olur mu?
18	Hatice:	İyi hıhı
19	Muazzez:	Bir de bu taraftan alsam.(en sol ve en sağ taraflarında durdurup yandan görünümlü kesit alıyor.) ipin bağlı olduğu yerden alıyorum. Şöyle. Tamam. Şimdi (GeoGebra tekrar açıldı ve kesitler ekleniyor.) bunu küçültelim biraz. (Özelliklerden köşe 1 ve köşe 2'ye koordinatları giriyor.) Ne diyelim buna? (Köşe 1'e sıfıra sıfır girdi köşe 2'yi soruyor.)
V2	Video Kesiti	
20	Hatice:	6 de. Ya da 8 de. ((6,0) demek istiyor.)
21	Muazzez:	Tamam 8. Diğerini de aynı şekilde yapalım.
22	Hatice:	Bu sefer köşe 1, 8'e 0 olacak.
23	Muazzez:	Evet, resimleri oturtmamız lazım, onun boyutları da aynı olacak. Bir de 16 olacak.
24	Hatice:	İpin ucunu yaklaştır biraz daha.(resimleri üst üste getirmeye çalışıyorlar.)14 desene 16 deme de, o çok küçük oldu.
25	Muazzez:	O zaman 15 yapalım.
26	Hatice:	15 yapalım, şimdi oldu sanki, ipleri üst üste getirsen (Farklı resimleri üst üste oturtmaya çalışıyorlar.)

Grup-5'in teknoloji tabanlı gösterimleri ile matematiksel gösterimleri arasındaki ilişkiyi doğru olarak yapmalarına ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

> …Grup-5 aldıkları video kesitini GeoGebra'ya taşıdıktan sonra, resmi analitik düzlemde sabitlemek istedi. Bunun için de resmin köşe 1'i ve köşe 2' si için analitik düzlemde istedikleri 2 noktayı sıralı ikili olarak girdiler. Grup-5 resmin yerini belirlerken teknoloji tabanlı gösterimlerin kolay çıkması amacıyla, bunun matematiksel gösterimleri deetkileyeceği düşüncesiyle video kesitindeki yeri(zemini) x ekseni, salıncağın ipinin bağlı olduğu noktayı ise y ekseni üzerinde aldılar… (Gözlem notu: Grup-5, Salıncak Problemi)

Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modeli-Yardımcı Matematiksel Modeller (MATEMATİKSELLEŞTİRME)

Modelleme sürecinde gerçek yaşam problem durumunun modelini ortaya çıkaran öğretmen adaylarının sürecin devamında matematiksel bir çözüm elde etmek ve temel(ana) matematiksel modele ulaşmak için bazı yardımcı matematiksel modeller oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu temel basamak öğrencilerin üst düzey matematiksel becerilerine (matematiksel bilgiye ulaşma ve matematiksel bilgiyi bağımsız elde etme, matematiksel kavramları ilişkilendirme gibi) en çok ihtiyaç duydukları süreçlerden biri olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğrencilerin modelleme sürecinde en çok zorlandıkları temel basamaklardan birisidir. Bu temel süreçte problem durumunun matematiksel bir çözümü için gerekli değişkenler arasındaki ilişkiler birden fazla matematiksel modelle ifade edilir. Bu matematiksel modeller problemin çözümü için yeterli değildir, Ama problemin ideal bir çözümü için gerekli matematiksel yapılardır. Öğrencilerin gerçek yaşam problem durumunun modelinden yardımcı modeller ortaya çıkarırken 8 alt basamağın ortaya çıktığı görülmüştür. Bu basamaklar; YMMlerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulmaya olanak sağlayan uygun teknolojiyi seçme, YMMlerin içereceği bağımlı, bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme, stratejik etkenleri uygun matematiksel sembollerle ifade etme, günlük yaşam deneyimlerinden, problemdeki verilerden, problemle birlikte verilen video ve resimlerden yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında yorumlar yapma, ön tahminlerde bulunma, YMMleri oluşturmak için teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma (renklendirme, kalınlaştırma vb.), problemde verileri bulunmayan değişkenler için günlük yaşam deneyimlerine bağlı tahminlerden veya ölçümlerden yararlanma, değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkaran üst düzey matematiksel bilgiden ve teknoloji bilgisinden yararlanma, teknoloji tabanlı gösterim ve matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme bulunma olarak adlandırılmıştır.

Araştırmada ortaya çıkan söz konusu 8 alt basamağı içerisinde barındıran temel basamak literatürdeki diğer matematiksel modelleme sürecine yönelik yapılan çalışmalardan dikkat çekici bir farklılık göstermektedir. Yardımcı matematiksel modeller kompleks matematiksel modelleme sürecinin temel bileşenleridir. Her matematiksel modelleme problemi için yardımcı matematiksel model oluşturma gerekmese de, günlük yaşam problemlerinin karmaşıklığı ve ideal modellerle gerçek sonuçlara ulaşma yaklaşımı bizi yardımcı matematiksel modelleri oluşturmaya yöneltecektir. Gerçek yaşam problemlerine cevap aramak bu karmaşıklığı yaratan en büyük etkendir ve probleme dair ayrıntılı düşünüldüğünde daha ideal bir AMM kurmada YMMlerin büyük önem taşıdığı görülmektedir. Bu 8 alt basamak ve özellikleri incelendiğinde temel amaç, gerçek yaşam problem durumunun bir modelinden hareketle çözüm için gerekli YMMleri ortaya çıkarmaktır. Çözüm için kurulan zihinsel modeller yerini matematiksel modellere bırakmaktadır. Araştırmacılar tarafından bu 8 alt basamağı içeren bir üst basamak "matematikselleştirme" olarak ifade edilmiştir.

Şekil 30 Modelleme Sürecinin Üçüncü Temel Basamağı

Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modeli	Yardımcı Matematiksel Modeller

C.Matematikselleştirme

C1-YMMlerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulmaya olanak sağlayan uygun teknolojiyi seçme

C2-YMMlerin içereceği bağımlı, bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme

C3-Stratejik etkenleri uygun matematiksel sembollerle ifade etme

C4-Günlük yaşam deneyimlerinden, problemdeki verilerden, problemle birlikte verilen video ve resimlerden yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında yorumlar yapma, ön tahminlerde bulunma

C5- YMMleri oluşturmak için teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma (renklendirme, kalınlaştırma vb.)

C6- Problemde verileri bulunmayan değişkenlerin için günlük yaşam deneyimlerine bağlı tahminlerden veya ölçümlerden yararlanma

C7- Değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkaran üst düzey matematiksel bilgiden ve teknoloji bilgisinden yararlanma

C8- Teknoloji tabanlı gösterim ve matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme.

Aşağıda bu alt basamakların özellikleriyle birlikte süreç içerisinde bu yaklaşım ve düşünme süreçlerine dair verilerde karşılaşılan durumlardan araştırmacılar tarafından seçilmiş olan bazılarına yer verilmiştir.

C1-YMMlerin Cebirsel veya Grafiksel Gösterimlerini Bulmaya Olanak Sağlayan Uygun Teknolojiyi Seçme

Bu alt süreçte temel amaç gerçek yaşam problem durumunun bir modelinden yararlanarak gerekli görülen YMMleri oluşturmaktır. YMMlerin idealliği AMMnin idealliği için büyük önem taşımaktadır ve bu nedenle YMMlerin oluşumunda en ideal stratejiyi seçmek önemlidir. Bu nedenle, teknolojiden nasıl yararlanılması gerektiği düşünülür, GeoGebra yazılımının veya video-resimlerin nasıl kullanılacağı büyük önem taşımaktadır. Bu süreçte öğrencinin teknoloji ve matematik bilgisini üst seviyede kullanarak teknoloji ve matematiği ilişkilendirmesi söz konusudur. Öğrenciler değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkaracak matematiksel bilgiyi teknolojiden yararlanarak ortaya koymaktadır. Bu süreçte değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya koymak için gerekli matematiksel kavramlar ve teknoloji bilgisinin aralarındaki ilişki büyük önem taşımaktadır. Bu süreçte uygulamaya geçiş ve stratejiyi oturtma söz konusudur. Bu duruma ilişkin çözüm kesiti Tablo 19'da verilmektedir.

Tablo 19

Grup-5'in Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
17	Samet:	Hani en yakın doğruyu bulabilir miyiz burada? Hani noktalarıtemsil eden en yakın doğruyu bularak.
18	Emin:	Öyle mi yapsak?
19	Samet:	Denklemini buluruz orantı falan. (Bu sırada İskender hesap çizelgesine verileri girmeye başladı.)

Grup-6'nın YMMleri bulmak için uygun tekolojiyi seçmelerine ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

…Grup-6 olarak problemde verilen 60 deneysel veriyi çözüm için en ideal nasıl kullanabilecekleri konusunda GeoGebra'daki en iyi yaklaştırma doğrusunu düşündüler…(Gözlem notu: Grup-6, Boy-Ayak Uzunluğu Problemi).

C2-YMMlerin İçereceği Bağımlı-Bağımsız Değişkenleri, Sabitleri ve Parametreleri Belirleme

Bu süreçte temel amaç anlamlandırılan gerçek dünya problemini çözmek ve AMMi oluşturmak için gerekli olduğu düşünülen YMMleri oluşturmaktır. Oluşturulacak YMMlerin değişkenleri tam olarak belirlenir. Bu süreçten önce zaten gerekli gereksiz veriler ayıklanmış ve devamında gerekli olduğu düşünülen veriler gruplandırılarak bir eylem planı tasarlanmıştır. Bu süreçte ise uygulamaya geçiş söz konusudur.

Tablo 20

Grup-7'nin Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
172	Hicran:	Şimdi burada bize y lazım, y de x'e bağımlı, ya şimdi y'ye ayrı bir şey mi demeliyiz?
173	Zeliha:	Ya şimdi y, x'e bağlı ya, çember denkleminden bizim y'yi çekmemiz gerekiyor bence.
174	Hcran:	Neden?
175	Zeliha:	Çünkü h'ımız y 'ye bağlı, y de çembere bağlı.
176	Hicran:	He tamam (Hilal kağıda yazmaya devam ediyor.)

C3-Stratejik Etkenleri Uygun Matematiksel Sembollerle İfade Etme

YMMleri oluşturacak değişkenler, sabitler ve parametreler için matematiksel semboller kullanılır. Bu sayede AMM için gerekli YMMlerin cebirsel ifadelerini oluştururken değişkenler, sabitler ve parametreler arasındaki farklılıklar matematiksel olarak ortaya konulur. Kompleks bir süreçte matematiksel sembollerin yerinde kullanılmaması çözen için sürecin daha karmaşık bir yapıya dönüşmesine neden olur. Çözümün anlaşılırlığını sağlamak ve YMM için gerekli parçaların arasındaki ilişkinin cebirsel olarak ifade etmek için elemanların matematiksel sembollerle ifade edilmesi önemlidir. Tablo 20'de, çözüm sürecinde YMM dolayısıyla AMM için gerekli etkenlerin matematiksel olarak nasıl sembolize edildiği gösterilmektedir. Bu alt basamak matematikselleştirme temel sürecinin ilk aşamalarında görülse de, modelleme sürecinin her anında stratejiye bağlı olarak matematiksel sembollerde değişiklik yapılmaktadır.

Tablo 21

Grup-6'nin Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
197	Zişan:	İşte h, y olacak
198	Şerife:	Evet y olacak.
199	Ulviye:	Evet.
200	Zişan:	Biz burada şey yaparken hani üstünde gezdirirken. Hani gezecek ya bu. Yapabiliriz onu. Nokta al mesela. (Şerife'ye diyor.)
201	Şerife:	Aldı mı?
202	Ulviye:	Hayır almadı şimdi. Orada hem yay, hem çember var ondan mı sorun oldu?
203	Zişan:	Üstüne almadın ama. (Yukarıdan çember üzerinde bir nokta aldı ama işe yaramayacak, istedikleri yerden alamıyorlar, çünkü yay ve çember üst üste geldi.)
204	Şerife:	Tamam şimdi yeni nokta dedik.
205	Zişan:	Bu nokta oynadıkça işte, bundaki y değerlerine bağlı olarak bizim potansiyel enerjimiz değişecek
206	Şerife:	Değişiyor işte. y'sini alacağız.
207	Ulviye:	Biz bu mg'yi nereye yazacağız işte burada. Nerede çıkartacağız?
208	Şerife:	Ya bir şey söyleyeyim mi? Zaten bunlar sabit olduğu için a gibi bir şey alacağız.
K2	Kağıt Alıntısı	
209	Zişan:	Direk mg al ya. Sen niye taktın onlara, sabit onlar zaten.

Grup-2'nin elemanları uygun matematiksel sembollerle ifade etmelerine ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

…Grup-2 çözüm sürecinin başlarında farklı YMMlerin elemanları için aynı sembolleri kullandı. Bu durum onları rahatsız etmedi. (Örneğin Grup-2 hem erkek boy uzunluğu hem de bayan boy uzunluğu için y değişkenini, erkek ayak uzunluğu ve bayan ayak uzunluğu için de x değişkenini kullandı)…

…Grup-2 farklı değişkenler için aynı matematiksel sembolleri kullanmamaları gerektiğine karar verdi ve değişkenlerin matematiksel sembollerinde uygun bir değişikliğe gidildi.(Örneğin erkek boy uzunluğu için y_1, bayan boy uzunluğu için de y_2 sembolleri kullanılıyor.)…(Gözlem Notu, Grup-2, Boy-Ayak Uzunluğu Problemi)

C4- Günlük Yaşam Deneyimlerinden, Problemdeki Verilerden, Problemle Birlikte Verilen Video ve Resimlerden Yararlanarak Değişkenler Arasındaki İlişkiler Hakkında Yorumlar Yapma, Ön Tahminlerde Bulunma

YMM için gerekli değişkenler, sabitler ve parametrelere bağlı olarak verilerin ayrıntılı incelenmesi ve günlük yaşam deneyimleriyle karşılaştırılması, yani bir nevi YMMler hakkında ön tahminde bulunulması aşaması olarak karşımıza çıkmaktadır. Çözüm sürecinde gerçek yaşam ve matematiksel dünya arasında sınırsız bir alışveriş söz konusudur. Bu durumu açıklayan bir çözüm kesiti Tablo 22'de verilmektedir.

Tablo 22

Grup-3'ün Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

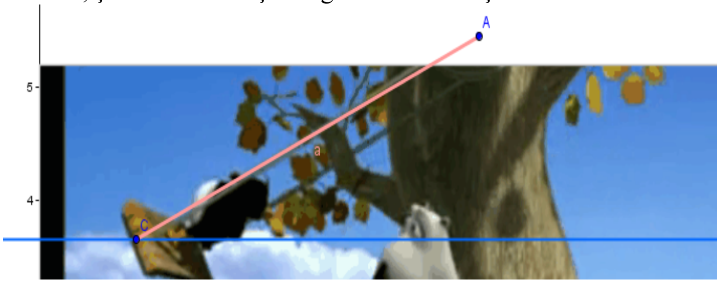
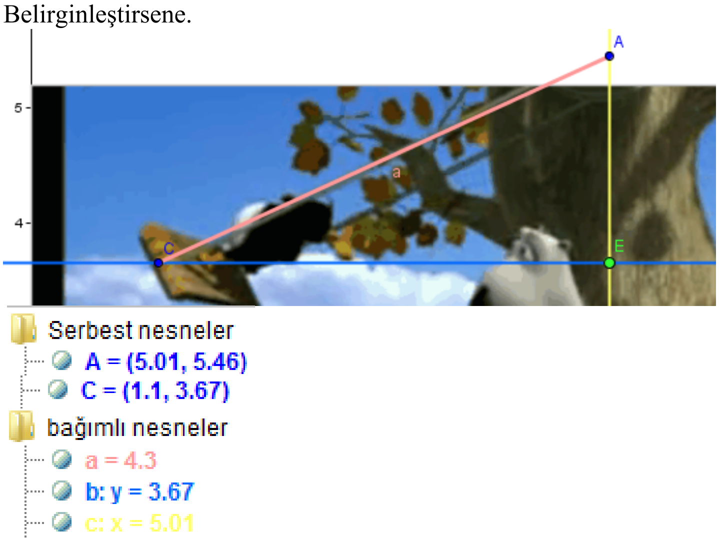
İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
71	Mecnun:	Heh, tamam. En son 21'e 135 demiştim. 19'a 138. 134, pardon erkekmiş o. 25 171. 24 181. 19,5 139. Şimdi 24'e 164.
72	İsa:	24 virgül 164 doğru mu?
73	Mecnun:	Evet, 23 138. Tamam mı? 23,5 151.
74	İsa:	Tamam.
75	Mecnun:	Yaklaşık olarak 6 katı falanı.
76	Mustafa:	Ne oldu? Bitti mi?
77	Mecnun:	Bitti kızlar.

C5-YMMleri Oluşturmak İçin Teknolojinin Görsel Olanaklarından Yararlanma (Renklendirme, Kalınlaştırma vb.)

YMMlere ulaşmak için kurulan sistemde istenilenler arasındaki ilişkiyi daha rahat gözlemleyebilmek ve çözümü kolaylaştırmak amacıyla teknolojiden yararlanıldığı gözlemlenmiştir. YMMlerin, önemli noktalarının, diğerleriyle olan farklılıklarının söz konusu bilgisayar yazılımlarında renklendirme, kalınlaştırma ve yakınlaşıp uzaklaşma gibi fonksiyonlar kullanılarak belirtilmesi, çözüm sürecinin birçok aşaması için kapsamlı bir fayda sağlamıştır. Bunun yanında teknoloji kompleks bir çözüm sürecinde öğrencilerin görsel olarak yapılanlar arasındaki düzeni sağlamasında yardımcı olmaktadır. Bu duruma ilişkin bir çözüm kesiti Tablo 23' de verilmektedir.

Tablo 23

Grup-1'ün Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

<table>
<tr><th colspan="3">İfade Numarası, Kaynağı ve İfade</th></tr>
<tr><td>91
G3</td><td>Ulaş:
GeoGebra
Alıntısı</td><td>Tamam, şimdi buna dik çizeceğiz. Bunun kesişimini bulalım.

</td></tr>
<tr><td>93
G4</td><td>Doğuş:
GeoGebra
Alıntısı</td><td>Belirginleştirsene.

</td></tr>
<tr><td>94</td><td>Ulaş:</td><td>Tamam. Bir de bunların renklerini değiştireyim. Şimdi şu noktanın (E noktasını kastediyor.) şu noktaya (C) göre simetriğini alacağız.</td></tr>
</table>

C6- Problemde Verileri Bulunmayan Değişkenler İçin Günlük Yaşam Deneyimlerine Bağlı Tahminlerden veya Ölçümlerden Yararlanma

Problemlerde çözüm için gerekli her değişkene yönelik gerçek verilerin bulunması gerekmez. Burada öğrenci günlük yaşam deneyimlerinden hareketle çözüm için önemli olabilecek problemde verilerine ulaşılamayan değişkenlerin varlığını fark ederek problemde kullanmak için bu değişkene ait tahminlere ihtiyaç duyar. Bunu da ya günlük yaşam deneyimlerinden ya da çözüm anında yaptıkları ölçümlerden yararlanarak yapar.

Tablo 24

Grup-3'ün Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
125	İsa:	180'de 44 numara giyiyorsam, boyla mı çarpacaksın? O zaman onun bir manası kalmıyor. Ayak uzunluğunun manası kalmayacak. Boyla orantılamış olacağız. Ayak boyunu kullanmamız lazım. Nasıl başlayacağız?
126	Mecnun:	Ne yapalım?
127	İsa:	Ayağımızı ölçelim.
128	Mustafa:	Karış olarak hesaplayalım öyleyse.
129	İsa:	Nasıl ölçeriz ayağımızı?
130	Mustafa:	Senin ayağın kaç cm?
131	İsa:	Valla benim ayağımı şuraya koysam (GeoGebra'daki x eksenini kastediyor.) Şuraya kadar gelir. (Gülüşmeler oluyor.)
132	Mustafa:	Bence bir kağıt alalım ayağımızla ona basalım. (Mustafa'ın demesiyle, İsa bir kağıt aldı ve ayağının boyunun kağıdın neresine geldiğine baktı. Sonra da işaretli kağıdı GeoGebra'daki analitik düzlemi gösteren ekrana koydu.)

Grup-3'ün problemde gerekli olan ama verilerine ulaşılamayan değişkenler için günlük yaşam deneyimlerine bağlı tahminlerden ve ölçümlerden yararlanmalarına ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

…Problemdeki verilere bağlı olarak boy uzunluğu-ayak uzunluğu arasındaki ilişkiyi veren matematiksel modellere ulaştılar…

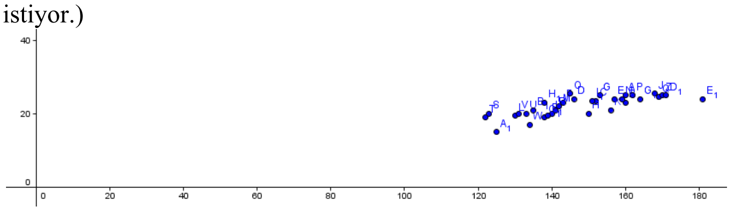
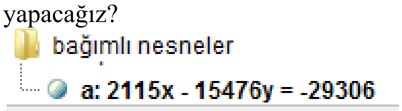
…Boy uzunluğu ile ayak numarası arasındaki ilişkiyi bulmak için ise ayak uzunluğu ve ayak numarası arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmayı düşündüler… Bu ilişkiyi kurmak için gerekli verileri kendi ölçümlerinden yararlanarak yapmayı düşündüler. Mecnun ayağa kalktı ve yerdeki kare parkelerden yardım alarak ayak boyunu hesaplamaya çalıştı… (Gözlem notu: Grup-3, Boy-Ayak Uzunluğu Problemi)

C7- Değişkenler Arasındaki İlişkiyi Ortaya Çıkaran Üst Düzey Matematiksel Bilgiden ve Teknoloji Bilgisinden Yararlanma

Matematiksel modelleme problemlerinde önemli süreçlerinden biridir. Eğer öğrenci bu süreçte gerekli üst düzey bilgiye ve matematik becerisine sahip değilse istenilen düzeyde başarılı olamaz. Problemin zorluğunu ortaya çıkaran bir alt süreçtir ve temel olarak YMMler için gerekli değişkenler başta olmak üzere olmak üzere sabitlerin ve parametrelerin birbirleriyle arasındaki ilişki ortaya çıkarılır. Çözüm için kullanılması gereken matematiksel bilgi ve teknolojik bilgi ortaya çıkarılmalı ve uygun bir şekilde kullanılmalıdır. Öğretmen adaylarının sahip olduğu matematiksel kavramları ile birlikte teknolojiyi de kullanarak matematiksel modelleri oluşturması söz konusudur. Bu alt sürece ilişkin bir çözüm kesiti Tablo 25'de verilmektedir.

Tablo 25

Grup-4'ün Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
34	Muazzez:	Acaba bunları ayrı bir dosya mı yapacağız? (Erkeklerin verilerini kastediyorlar.) bir bakalım da olmazsa.
35	Hatice:	Noktalar nerede arkadaşlar şuan? Noktalar neden görünmüyor sizce?
36	Muazzez:	Neden görünmüyor? A tabi ki de çıkmaz. (Gülüşmeler oluyor. Mukaddes bu sırada analitik düzlemden uzaklaşıyor, yani birimi ufaltıyor. Yaklaşabileceği en ideal yere gidiyor.)
37	Hatice:	Çok uzaklaşıyorsun. Yaklaş biraz daha. Biraz daha yaklaş.
38	Muazzez:	Tamam. Böyle iyi. Şimdi yaklaştırma doğrusunu kullanabiliriz.
39	Hatice:	Neden sizce doğru olarak almak istediniz?
40	Mukaddes:	Bunların bir fonksiyon oluşturduğunu düşünüyorsak.
41	Hatice:	Eğri olamaz mı?
42	Muazzez:	Çünkü daha yakın. (Noktaların oluşturduğu şekil doğruya benziyor demek istiyor.)
G2	GeoGebra Alıntısı	
43	Hatice:	Hmm, evet, insan boyuyla ayak uzunluğu arasında bir orantı vardır.(Bu sırada Muazzez en yakın yaklaştırma doğrusunu GeoGebra' da çizdi.) Nasıl yapacağız?
G3	GeoGebra Alıntısı	

C8- Teknoloji Tabanlı Gösterim ile Matematiksel Gösterim Arasındaki Geçişi Doğru Bir Şekilde Gerçekleştirme

Öğrenciler bilgisayar yazılımlarının yapısına bağlı olan teknoloji tabanlı ifade ve matematiksel gösterimler arasındaki ilişkiyi dikkate almalıdır. Teknolojiden doğru bir şekilde yararlanmak için teknolojiden matematiğe ve matematikten teknolojiye geçişin doğru bir şekilde gerçekleştirilmesi gerekir. Aksi bir durumda matematiksel ve teknoloji tabanlı sonuçlarda bir uyumsuzluk söz konusudur. Teknoloji destekli yürütülen bir matematiksel çözümde matematik ve teknoloji arasındaki geçişin yanlış yapılması matematiksel sonuçları dolayısıyla da gerçek yaşam sonuçlarını olumsuz anlamda etkilemektedir. Bu alt sürece ilişkin bir çözüm kesiti Tablo 26'da verilmektedir.

Tablo 26

Grup-6'nın Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
27	Şerife:	Peki bunun noktalarını nasıl gireceğiz?
28	Ulviye:	Noktaları o zaman nasıl gireceğiz?
29	Şerife:	Kadınlarla erkekleri ayrı ayrı gireceğiz. O zaman ayrı ayrı çıkacak.
30	Ulviye:	Biz bu bütün ayak uzunluklarını girelim.
31	Zişan:	E ne olacak bu?
32	Şerife :	Boyları girelim, boyların ayak uzunluklarına oranına bakalım.
33	Zişan:	Şimdi şöyle mi? Boy ayak, boy ayak diye mi gireceğiz?
34	Ulviye:	Veriler nasıl ilerliyor, ona bakmamız lazım.
35	Şerife :	Erkeklerle bayanları ayrı ayrı yapmamız lazım.
36	Zişan:	Aynen öyle. (Zişan'a cevap veriyor.) Bizim boy x eksenimiz. Ayak uzunluğu da y eksenimiz.
37	Şerife:	Hangisini istiyorsa, boyu istiyor boy x olsun, ayak uzunluğu y.
38	Zişan:	Öyle diyeceğiz iki nokta şeklinde parantez içinde (sıralı ikili demek istiyor.)

Yardımcı Matematiksel Modellerden Ana Matematiksel Modele Ulaşma (ÜST MATEMATİKSELLEŞTİRME)

Modelleme sürecinde çözüm için gerekli yardımcı matematiksel modelleri ortaya çıkaran öğrencilerin sürecin devamında bu elde edilen YMMler yardımıyla ana matematiksel modeli(AMM) oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Matematikselleştirme basamağı gibi öğrencilerin üst matematiksel becerilerine en çok ihtiyaç duydukları süreçlerden biri olarak karşımıza çıkmaktadır. Problem durumunun matematiksel bir çözümü için yeterli olacak anahtar ana matematiksel modele ulaşmak önemlidir. Öğrencilerin yardımcı matematiksel modellerden ana matematiksel modeli ortaya çıkarırken 11 alt basamağın ortaya çıktığı görülmüştür. Bu basamaklar; AMMnin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulmaya olanak sağlayan uygun teknolojiyi seçme, AMMnin içereceği bağımlı, bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme, teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma (renklendirme, kalınlaştırma vb.), AMM için gerekli YMMleri belirleme, YMMlerin grafiksel gösterimlerinden yararlanmak üzere uygun teknolojiyi seçme, YMMlerin yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurma, uygun teknoloji yardımıyla AMM için gerekli verileri YMMlerden elde etme, günlük yaşam deneyimlerinden, problemdeki gerçek verilerden, problemle birlikte verilen video ve resimlerden yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında yorumlar yapma, ön tahminlerde bulunma, değişkenler ve YMMler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkaran üst düzey matematiksel bilgiden ve üst düzey teknoloji bilgisinden yararlanma, YMMlerin cebirsel gösterimlerinden yararlanma ve teknolojik gösterim ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme olarak adlandırılmıştır. Söz konusu 11 alt basamak ve özellikleri incelendiğinde temel amaç YMMlerden hareketle çözüm için gerekli AMMyi ortaya çıkarmaktır. Matematiksel çözüm için gerekli anahtar modelin kurulması sürecidir. Araştırmacılar tarafından bu 11 alt basamağı içeren bir üst basamak "üst matematikselleştirme" olarak ifade edilmiştir. Üst matematikselleştirme olarak ifade edilmesinin nedeni ise şu ifade edilmiştir: YMMler kurulurken, gruplandırılan değişken, sabit veya parametreler arasındaki ilişki söz konusudur, yani AMM için gerekli stratejik etkenler parçalara ayrılarak YMMleri oluşturur. AMMi kurarken ise tüm değişkenler dikkate alınarak oluşturulması gereken bir matematiksel model söz konusudur. Yani YMMler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak oldukça önemlidir ve daha karmaşık bir süreçtir.

Şekil 31 Modelleme Sürecinin Dördüncü Temel Basamağı

<table>
<tr><th>Yardımcı Matematiksel Modeller</th><th>Ana Matematiksel Model</th></tr>
<tr><td colspan="2">D.Üst Matematikselleştirme</td></tr>
<tr><td colspan="2">D1-AMMnin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulmaya olanak sağlayan uygun teknolojiyi seçme</td></tr>
<tr><td colspan="2">D2-AMMnin içereceği bağımlı, bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme</td></tr>
<tr><td colspan="2">D3-Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma (renklendirme, kalınlaştırma vb.)</td></tr>
<tr><td colspan="2">D4-AMM için gerekli YMMleri belirleme</td></tr>
<tr><td colspan="2">D5-YMMlerin grafiksel gösterimlerinden yararlanmak üzere uygun teknolojiyi</td></tr>
</table>

seçme

D6-YMMlerin yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurma

D7-Uygun teknoloji yardımıyla AMM için gerekli verileri YMMlerden elde etme

D8-Günlük yaşam deneyimlerinden, problemdeki gerçek verilerden, problemle birlikte verilen video ve resimlerden yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında yorumlar yapma, ön tahminlerde bulunma

D9-Değişkenler ve YMMler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkaran üst düzey matematiksel bilgiden ve üst düzey teknoloji bilgisinden yararlanma

D10-YMMlerin cebirsel gösterimlerinden yararlanma

D11-Teknolojik gösterim ve matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme.

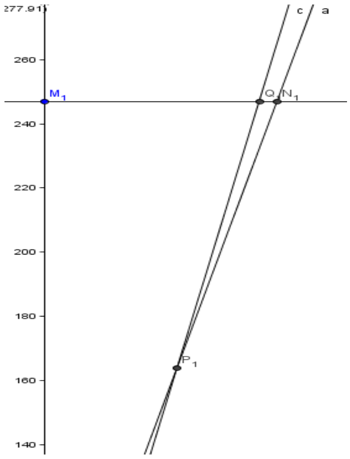
Aşağıda bu alt basamakların özellikleriyle birlikte süreç içerisinde bu yaklaşım ve düşünme süreçlerine dair verilerde karşılaşılan durumlardan araştırmacılar tarafından seçilmiş olan bazılarına yer verilmiştir.

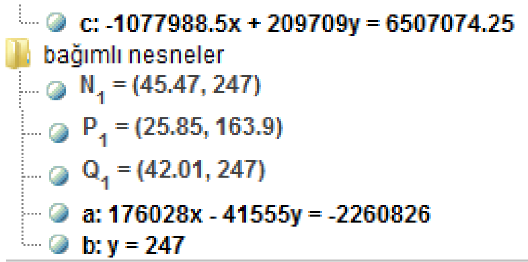
D1-AMMnin Cebirsel veya Grafiksel Gösterimlerini Bulmaya Olanak Sağlayan Uygun Teknolojiyi Seçme

Bu alt süreçte temel amaç YMMlerden yararlanarak AMMyi oluşturmaktır. AMMnin idealliği gerçek yaşama uygun bir çözüm için büyük önem taşımaktadır ve bu nedenle AMMnin oluşumunda en ideal stratejiyi seçmek önemlidir. Bu süreçte öğrenciler teknolojiden nasıl yararlanmları gerektiğini düşünür. Yazılımın veya video-resimlerin nasıl kullanılacağına karar verilir. Bu süreçte öğrencilerin teknoloji ve matematik bilgisini üst seviyede kullanarak AMMyi bulmak için teknoloji ve matematiği ilişkilendirmesi söz konusudur. Bu süreçte AMMyi bulmak için uygulamaya geçiş ve stratejiyi oturtma söz konusudur. Bu alt basamağı içeren bir çözüm kesiti Tablo 27'de verilmektedir.

Tablo 27

Grup-3’ün Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

<table>
<tr><th colspan="3">İfade Numarası, Kaynağı ve İfade</th></tr>
<tr><td>G7</td><td>GeoGebra Alıntısı</td><td>Geometri Penceresinden Görünüm


Cebir Penceresinden Görünüm

</td></tr>
<tr><td>373</td><td>Mustafa :</td><td>Kesişimlerini karşılaştırmamız işimize yarar mı ki?</td></tr>
<tr><td>374</td><td>İsa:</td><td>Kesişim değil de, belki onların arasındaki açı, belki bu oran verebilir. (Mustafa bu arada ilk çözümü kağıda geçiyor.) Yani şimdi kesiştiği nokta var ya kız doğrusu ile erkek doğrusunun aynı boyda ve aynı ayak uzunluğuna sahip. Mesela şimdi bak. Şu doğrunun mesela yukarılarda bir yer alırsak, aradaki fark artacak. Kesiştikleri nokta da var. Şimdi neye göre bunları oranlayacağız. Aynı olduğu da var, çok arada fark olan da var. Ortalama mı bulacağız? O zaman bir ortalama bulalım. Mesela bu kesiştiği nokta şu P noktası. Yani kızla erkekler aynı boyda ve aynı ayak uzunluğunda. Bunun verisi burada zaten var. 164 boya sahip kız ve erkek 25,85 ayak uzunluğuna sahip. En yüksek de 247 olarak kabul edersek. İkisinin ortalamasını alırsak, aynı boyda olan kişilerin o da ayrı bir çözüm 2. bir çözüm olabilir.</td></tr>
</table>

D2-AMMnin İçereceği Bağımlı, Bağımsız Değişkenleri, Sabitleri ve Parametreleri Belirleme

Bu alt süreçte temel amaç YMMlerden yararlanarak AMMyi oluşturmaktır. Oluşturulacak AMMnin değişkenleri, sabitleri ve parametreleri tam olarak ortaya konur.

Bu süreçten önce zaten AMM için gerekli görülen YMMler oluşturulmuştur. Bu alt basamağı içeren bir çözüm kesiti Tablo 28'de verilmektedir.

Tablo 28

Grup-2'nin Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
150	Mehtap:	Ya aslında onu biz biliyoruz ki. Ya şey olabilir mi aslında? Sonuçta bir yükseklik hani değişecek. Bu yüksekliği de gene hıza mı bağlayacağız? Ne yapacağız? Burada yükseklik farklı hani x de farklı. Burada yükseklik tamam da. x'i ne olarak adlandıracağız. (Bağımsız değişkeni bulmayı kastediyor.) Burada maksimum hız mı düşüneceğiz acaba, burada maksimum hızı olduğu için.
151	Özge:	Potansiyel enerji denklemi mgh. Burada m sabit, g sabit. h değişken h'a bağlı, h de y'ye bağlı.

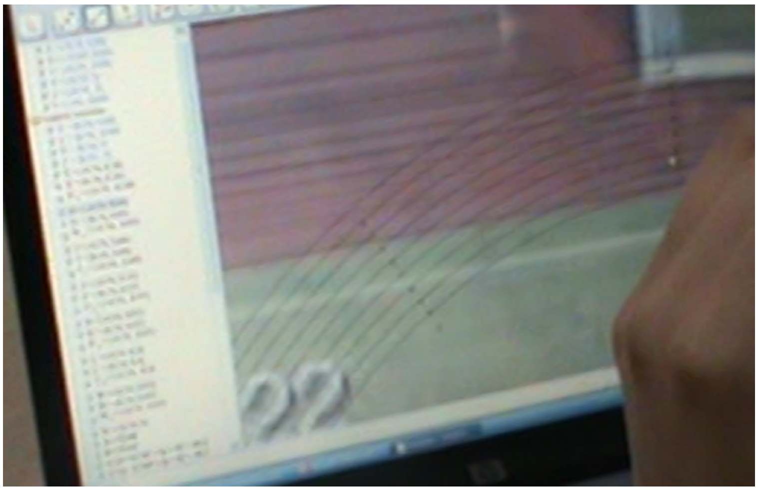
D3-AMMyi Oluşturmak İçin Teknolojinin Görsel Olanaklarından Yararlanma (Renklendirme, Kalınlaştırma vb.)

AMMye ulaşmak için kurulan sistemde istenilenler arasındaki ilişkiyi daha rahat gözlemleyebilmek ve çözümü kolaylaştırmak amacıyla teknolojiden yararlanıldığı gözlemlenmiştir. AMMnin, önemli noktalarının, diğerleriyle olan farklılıklarının söz konusu bilgisayar yazılımında renklendirme, kalınlaştırma ve yakınlaşıp uzaklaşma gibi fonksiyonlar kullanılarak belirtilmesi çözüm sürecinin birçok aşaması için kapsamlı bir fayda sağlar. Bunun yanında karmaşık bir çözüm sürecinde öğrencilerin görsel olarak yapılanlar arasındaki düzeni sağlamasında yardımcı olur.

Tablo 29

Grup-2'nin Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
444	Mehtap:	Heh, tamam. Daha önce yapsaydık ya böyle. (Yaklaştıklarında iki noktayı göremediklerinden noktalara yaklaşamıyorlardı, daha sonra soldaki noktaları cebir penceresini kullanarak sağdakileri ise grafik ekranından seçerek rahat bir şekilde yapmaya başladılar.)

V13	Video Alıntısı	
445	Ayşe:	Tamam.
446	Özge:	Bir uzaktan bak bakalım
447	Ayşe:	Bakacağım. Bence aşağıdakileri simetrisini alarak yapalım.
448	Özge:	Küçült daha küçült. (Yaklaş görüntüye demek istiyor. Aytuğ yukarıda oluşturdukları doğru parçalarının x eksenine göre simetrilerini alarak aşağıdakileri oluşturmaya çalışıyor.)

D4-AMM İçin Gerekli YMMleri Belirleme

Genel stratejiye bağlı olarak her ne kadar AMM için gerekli olacak YMMler düşünülüp, bulunmuş olsa da, sürecin devamında oluşturulan YMMlerin hangilerinin gerekli olabileceği ve bunların nasıl kullanılacağı AMMyi ortaya çıkarmak için önem taşımaktadır. Öğrencilerin sahip oldukları teknoloji ve matematik bilgisi onların bu süreçteki düşüncelerini etkilemektedir. Bu duruma ilişkin bir çözüm kesiti Tablo 30'da verilmektedir.

Tablo 30

Grup-4'ün Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
110	Muazzez:	Tamam. Bunu da, bu kızların ve erkelerinde doğrularından yararlanarak bulabiliriz. Boyları aynı ise biz boyu x ile ifade etmiştik. İşte mesela burada 247 ya ikisinin de boyu oradan.
111	Hatice:	Ama matematiksel olarak gösteriniz diyor.
112	Muazzez:	Oradan oran yapamaz mıyız? Ya da yazdığımız verilerde oran var mıydı? Bence burada x' ler sabitse y' ler arasında bir ilişki bulamamız gerekiyor.
113	Hatice:	Evet y' leri oranlarsak
114	Muazzez:	O zaman genel genelleyebiliriz. (Hatice kağıda geçiriyor.)
115	Hatice:	Aynı boy uzunluğundaki bayan ve erkeğin ayak uzunlukları arasındaki

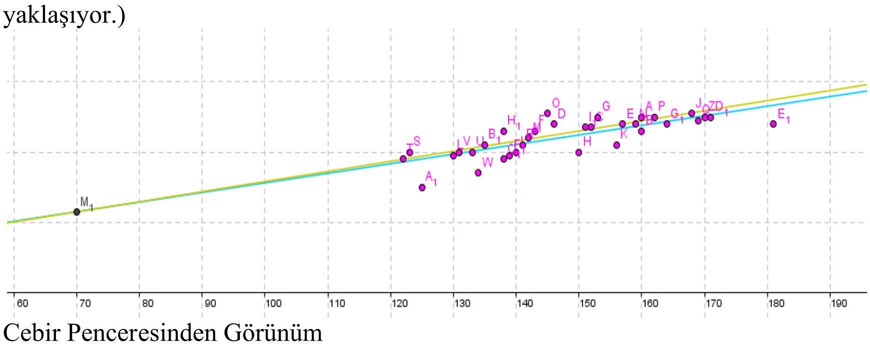
		ilişki.
116	Muazzez:	Matematiksel olarak x boy uzunluğu.
117	Hatice:	y de ayak uzunluğu. Boy uzunlukları aynı olduğu için diyorum. Elde ettiğimiz denklemlerden y' leri oranlarız diyorum.

D5-YMMerin Grafiksel Gösterimlerinden Yararlanmak Üzere Uygun Teknolojiyi Seçme

Öğrencilerin teknoloji ve matematik bilgilerini kullanabildiği ve bu iki bilgi arasındaki ilişkiyi kurabildikleri ölçüde YMMlerin GeoGebra yazılımının yardımıyla grafiksel gösterimlerinden yararlanma yoluna gittikleri görülmektedir. Gruplar özellikle kompleks cebirsel yapıya sahip matematiksel modellerin grafiksel gösterimlerinden yararlanmaya çalışmışlardır. Bu süreçte gerekli YMMler GeoGebra ekranına atılarak ilişkilendirilir ve karşılaştırılır. Bu duruma ilişkin bir çözüm kesiti Tablo 31' de veirlmektedir.

Tablo 31

Grup-5'in Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

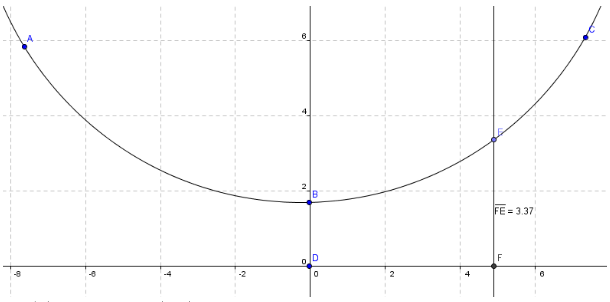
İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
283	Emin:	2115x- 1547y = -29306. Samet şimdi sen erkeklerinkini söyle. (Bu sırada İskender erkeklerin denklemini kızların olduğu dosyaya giriyor.)
284	Samet:	-1079888,5x artı 7468740y=10132722. (İsmail denklemi yazıp ekranda grafiği ortaya çıkardı.) Ana çok yakın geldi.(Gülüşmeler oluyor. Emin bu sırada doğruları ayırt etme adına renklerini farklı yapıyor ve doğrulara daha da yaklaşıyor.)
G6	GeoGebra Alıntısı	 Cebir Penceresinden Görünüm b: -1077988.5x + 7468740y = 10132722 bağımlı nesneler M_1 = (70.01, 11.46) a: 2115x - 15476y = -29306
285	İsmail:	Baya da fark varmış ha. Bunların üzerinde işlem mi yapacağız?

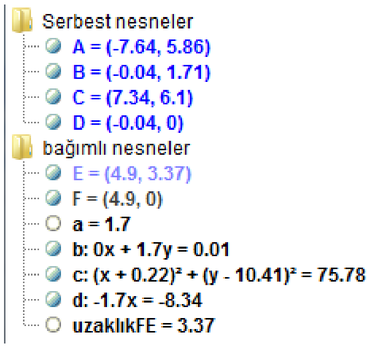
D6-YMMlerin Yorumlanmasına Olanak Sağlayan Teknolojik Sistemi Kurma

YMMlerden AMMye ulaşma adına sergilenen yaklaşımlardan biridir. Bu süreçte YMMleri ve YMMlerin sonuçlarını yorumlamaya olanak sağlayan bir simülasyon uygun teknoloji kullanılarak kurulur. YMMler ve YMMleri oluşturan stratejik etkenler arasındaki ilişkiler faklı durumlar için ayrıntılı olarak incelenir. Bu durumu açıklayan çözüm kesiti Tablo 32' de verilmektedir.

Tablo 32

Grup-7'nin Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

<table>
<tr><th colspan="3">İfade Numarası, Kaynağı ve İfade</th></tr>
<tr><td>160</td><td>Zeliha:</td><td>Resimleri gizle de, tamam.</td></tr>
<tr><td>161</td><td>Hicran:</td><td>Başka bir arzunuz. (Resimleri ekranda gizledi ve şekli istedikleri yere sorunsuz taşıdı.)</td></tr>
<tr><td>G3</td><td>GeoGebra Alıntısı</td><td>Son Durum


Cebir Penceresinden Görünüm

</td></tr>
<tr><td>162</td><td>Zeliha:</td><td>Kağıda dökelim biraz yaptıklarımızı.</td></tr>
<tr><td>163</td><td>Hicran:</td><td>Tamam.</td></tr>
</table>

Grup-7'nin YMMleri yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurmalarına ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

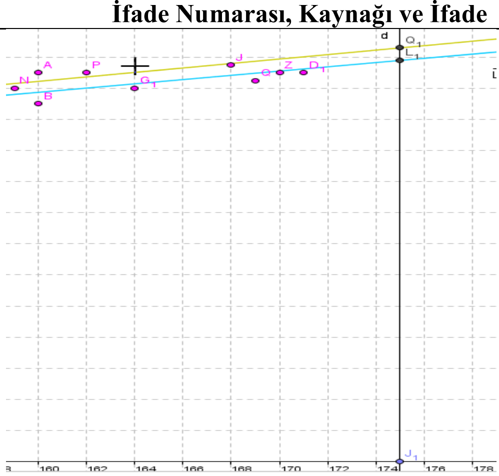
…GeoGebra yazılımından faydalanarak problemdeki hareketi ifade eden simülasyon oluşturdu. GeoGebra yardımıyla söz konusu yardımcı matematiksel modelin üzerinde değişken bir nokta aldılar ve GeoGebra'nın cebir penceresinden noktanın değişimini incelediler… (Gözlem notu: Grup:7, Salıncak Problemi).

D7-Uygun Teknoloji Yardımıyla AMM İçin Gerekli Verileri YMMlerden Elde Etme

AMM için gerekli olan değişkenlere, sabitlere ve parametrelere ait veriler bazen YMMlerden yararlanarak oluşturulabilir. Bu süreçte gerçek yaşam durumunu temsil eden bu YMMlerin karmaşıklığından dolayı teknoloji hem hesaplama kolaylığını sağlamakta hem de öğrencilerin işlemlerle boğulup çözümün stratejik yapısını arka plana atmasını engellemektedir. Genellikle kurulan sistemden sonra bu verilerin elde edildiği görülmektedir. Elde edilen veriler deneysel veriler olarak düşünülerek AMMye ulaşmak için farklı stratejilerin oluşmasını zemin hazırlamaktadır.

Tablo 33

Grup-5'in Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

		İfade Numarası, Kaynağı ve İfade
G5	GeoGebra Alıntısı	 Cebir Penceresinden Görünüm bağımlı nesneler $J_1 = (175, 0)$ $L_1 = (175, 25.81)$ $Q_1 = (175, 26.62)$ d: x = 175
373	Emin:	Şey veririz orada en büyük değerle en küçük değeri veririz boyları (Tablodaki

		en küçük ve en büyük boydan bahsediyor.)öyle yaparız.
374	Samet:	Siz 150 ye çekin boyu. (GeoGebrayı kastediyor.) Burada boyları 150 olan bayanla erkeğin ayakları arasındaki fark budur. 0,61 cm.
375	Cumhur:	Biz direk alttaki noktaya sürgü versek? Hareket etse matematiksel bir şey bulmaya gerek de kalmaz.
376	Emin:	Matematiksel olarak mı yazacağız?
377	Cumhur:	O öyle kendi kendine canlandırsa yani oynasa.
378	Samet:	Şimdi 150’te 0,61. 160’ a da bakalım, evet.
379	Emin:	0,69. (Bu sırada Samet kağıda yazıyor değerleri.)
380	Samet:	170.
381	İsmail:	170’te 0,77.
382	Emin:	Yani boy uzadıkça fark artıyormuş.
383	İsmail:	140’ ta 0,54.
384	Samet:	40’ ı bırak, 80’ e geç.
385	İsmail:	40’ ı yaz sen.
386	Cumhur:	Arada birazcık 5erli olacak şekilde ayarla.
387	Samet:	Evet. Kaç oldu 140’ ta?
388	Cumhur:	0,54.
389	Samet:	145’te?
390	İsmail:	145’te 0,58.
391	Cumhur:	145’i de mi yapacağız?
392	Samet:	145’te kaç?
393	İsmail:	58.155’ e gel 65. (0,65 demek istiyor.)
394	Emin:	65.
395	Samet:	165?
396	İsmail:	155’ i yazdın mı?
397	Emin:	Yazdı. Yazdı.
398	İsmail:	Tamam, o zaman. 165’ i yaz. 73. (0,73 demek istiyor.)
399	Gözlemci	Peki, bunları ne yapacaksınız arkadaşlar?
400	Emin:	Tekrar onları yazacağız.
401	Samet	Bunlara en yakın doğru çizdirerek
402	İsmail:	170 0,77, 170 i yazdık mı biz?
403	Samet:	Yazdık yazdık.
404	İsmail:	175’ i yaz o zaman, 0,81.
405	Samet:	Evet. (Salih verileri kağıda giriyor.)
406	İsmail:	Bu kadar yeterli olmaz mı?
407	Samet:	Olur olur.

Grup-5’in uygun teknoloji yardımıyla AMMe ait verileri YMMlerden yararlanarak bulmalarına ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

> …YMMlerin aynı analitik düzlemde olduğu GeoGebra ekranında AMM için gerekli elemanları dikkate aldıklar ve ayrıntılı incelediler…
>
> …İki YMMden yararlanarak GeoGebra’da AMM nin belli durumlardaki deneysel veri tablosunu oluşturdular… (Gözlem notu: Grup-5, Boy Ayak Uzunluğu Problemi)

D8-Günlük Yaşam Deneyimlerinden, Problemdeki Gerçek Verilerden, Problemle Birlikte Verilen Video ve Resimlerden Yararlanarak Değişkenler Arasındaki İlişkiler Hakkında Yorumlar Yapma, Ön Tahminlerde Bulunma

AMM için gerekli değişkenler, sabitler ve parametrelere dayalı olarak verilerin ayrıntılı incelenmesi ve günlük yaşam deneyimleriyle karşılaştırılması, bir başka deyişle AMM hakkında ön tahminde bulunulması aşaması olarak karşımıza çıkmaktadır. Çözüm sürecinde gerçek yaşam ve matematiksel dünya arasında sınırsız geçiş söz konusudur. Bu alt basamak matematikselleştirme temel basamağınında bir alt basamağıdır. İkisi arasındaki fark ise bu AMMyi oluşturma sürecinde, diğerinin ise YMMleri oluşturma sürecinde ortaya çıkmasıdır. Bu alt süreci içeren bir çözüm kesiti Tablo 34' de verilmektedir.

Tablo 34

Grup-3'ün Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
187	Mustafa	Tamamı 400 metre dedik ya, istenen de 200 metre. Biz sağdaki çemberleri yapmasak da olur. Sağdaki çemberler aynı zaten.
188	İsa:	Evet.
189	Mecnun:	Mantıklı.
190	İsa:	Düzlükleri de yapalım. Düzlükler değişmiyor da (Uzaklıklarını kastediyor.) ama burada şunlar değişiyor dimi? Şunlar. (Burada çember yarılarını kastediyor.) Oralar zaten çemberin çevresi olacak. O zaman ne yapacağız? Her bir koşucunun koşacağı mesafeyi çözelim.)

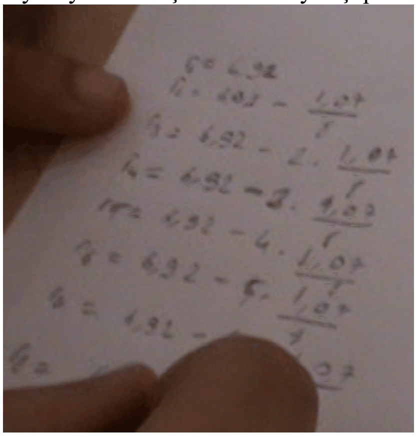
D9-Değişkenler ve YMMler Arasındaki İlişkiyi Ortaya Çıkaran Üst Düzey Matematiksel Bilgiden ve Üst Düzey Teknoloji Bilgisinden Yararlanma

Öğrenciler bilgisayar yazılımının yapısına bağlı olan teknolojik gösterim ve matematiksel gösterimler arasındaki ilişkiyi dikkate alarak, teknolojiden doğru bir şekilde yararlanmak için teknolojiden matematiğe ve matematikten teknolojiye geçişi zihinsel anlamda yapılandırabilmelidir. Bu şekilde problemin çözümü için gerekli teknoloji ve matematiksel bilgisinden maksimum düzeyde faydalanabilir. Temel olarak AMM için gerekli değişkenler başta olmak üzere sabitlerin ve parametrelerin aralarındaki ilişki ortaya çıkarılır. Öğrenciler bu süreçte üst düzey matematiksel bilgiye de başvurabilir. Sadece teknoloji bilgisi, problemin çözümü için gerekli matematiksel bilgi olmadan bir anlam taşımaz. Bu alt basamağı içeren bir çözüm kesiti Tablo 35'de verilmektedir.

Tablo 35

Grup-1'in Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
108	Doğuş:	Şimdi, ıı koşu pistinde iç içe çemberler var ya şurada.
109	Ulaş:	He evet.
110	Doğuş:	Onun her birini tasarlamamız lazım bence.
111	Ulaş:	Çok fazla karmaşık düşünmeyelim bence. Basit düşünelim. Çok fazla ayrıntı yazarsak bitiremeyiz problemi. Uzun sürer yani.
112	Doğuş:	O kadar çok ayrıntı var mı? Şimdi şurada kaç tane şey var pist var? 8 tane mi?
113	Ulaş:	Evet, onlar eşit uzaklıktadır zaten.
114	Doğuş:	Diğer şekillerden bakarız olmazsa.
115	Ulaş:	Aşağı yukarı doğru şeyi yapmışız. (Bu sırada Ulaş şekle daha da yaklaşıyor ve çember o çizgiye oturduğu için böyle bir ifade kullanıyor. Sonra E noktasını oluşturuyor. E noktası stadın sol üst tarafında en içteki kulvar çizgisinin çember yarısının bittiği ve düzlüğün başladığı yer olarak tanımlanmıştır.)
116	Doğuş:	Oradaki şekiller düzgün değil ya, diğer resimlerden bakalım.
117	Ulaş:	Ayrı ayrı mı çizeceğiz?
118	Doğuş:	8 tane şekil var. Şimdi yapmamız gereken şey şu. İki nokta arası uzaklığı bulmak. Ondan sonra.
119	Ulaş:	O uzaklığı buluruz çok kolay aslında.
120	Doğuş:	Evet, onu bulduktan sonra zaten ha bir tane tasarlamışşın ha altı tane tasarlamışşın.
121	Ulaş:	Bence ne yapalım biliyor musun? O bir şekle gelsene GeoGebra' daki. Bu CE arasındaki uzaklığı bulursak, kaç aralık varsa böleriz. Mantıklı olan o. CE arası uzaklığı bulmuş muyduk biz? Bulmadık bulalım o zaman.
122	Doğuş:	Bulduk ya bulduk, bulmadık mı?
123	Ulaş:	Şimdi vermiştir herhalde. (Ulaş iki noktadan geçen doğru parçasını buldu ve uzunluğu belirledi.) 1,07. 1,07 kaç yapıyor? Bunu 8'e böleceğiz ki, bu aradaki uzaklıklar her zaman sabittir. Şimdi, ıı şimdi bu verileri hep yazalım bence GeoGebra' daki. Sonra da ulaşalım artık.
124	Doğuş:	r ne kadar?
125	Ulaş:	r' miz mi?
126	Doğuş:	CF (sol en dış çember yarıçapı) arası uzaklığı kaç bulduk?
127	Ulaş:	r' miz kaçtı,
128	Doğuş:	Yok yok bulmadık. Sadece çapı bulduk biz.
129	Ulaş:	Hıı, r' yi bulalım bir dakika.
130	Doğuş:	CF arası uzaklığı bulacağız.
131	Ulaş:	Nerede o?
132	Doğuş:	İki noktadan geçen doğru parçası ikincide.
133	Ulaş:	Şu tamam.
134	Doğuş	Kaç oldu?

135	Ulaş	6,92 mi?
136	Doğuş:	6,92 bu en büyük r' dir.
137	Ulaş:	Evet.
138	Doğuş:	r_2' miz ney? 6,92- 1,07/8. r_3' ümüz 6,92-2.1,07/8, r_4 ümüz 6,92-3.1,07/8. (r_1 en dıştaki çember yarıçapı kabul ederek parkur çizgilerinin yarıçaplarının dıştan içe yarıçaplarını matematiksel olarak modelliyor.)
139	Ulaş:	Bir de E' den geçen çemberi çizeyim mi daha rahat görmek için.
140	Doğuş:	Ne?
141	Ulaş:	Bir çember daha çizeyim mi şuradan?
142	Doğuş:	Var da gerek yok ya olduğunu biliyoruz.
143	Ulaş:	Tamam bence de. Ki bunlar oransaldır diyeceğiz. Kale boyundan biz bunları oranlarız artık hepsini. Sen şu anda neyi yapıyorsun?
144	Doğuş:	Ayrı ayrı bütün çemberlerin yarıçaplarını buluyorum.
V2	Video Alıntısı	
145	Ulaş:	Tamam, güzel. Güzel düşündün. Şimdi ne yapacağız?
146	Doğuş:	Bundan sonra ne yapacağız? Bunu modellememiz lazım. Nasıl modelleriz? İçteki dikdörtgen, dıştaki çember yarım çember.

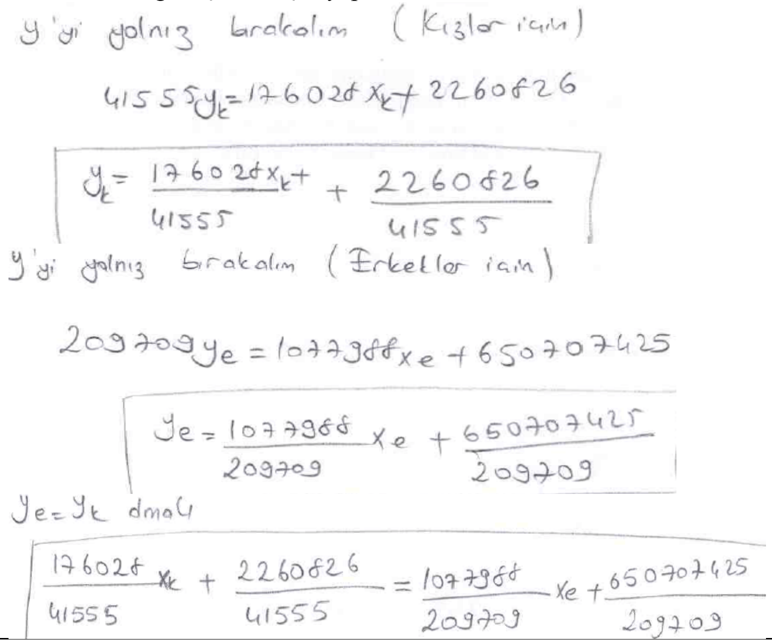
D10-YMMlerin Cebirsel Gösterimlerinden Yararlanma

AMMyi bulmak için stratejiye bağlı olarak gerekli olduğu düşünülen YMMlerin cebirsel ya da geometrik yapılarından yararlanılabilir. Öğrenciler zaman zaman AMMyi bulmak için grafiksel gösterimlerden yararlanmak yerine cebirsel gösterimlerden yararlanma yoluna gitmişlerdir. Bu alt basamağı içeren bir çözüm kesiti Tablo 36'da verilmektedir.

Tablo 36

Grup-3'ün Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
375	Mustafa:	x' leri çektin dimi?
376	Mecnun:	y' leri çektim. Boyları eşit diyor ya.
377	İsa:	2. bir çözüm olarak şey yapalım bunu ya yazalım.(Bu sırada Mustafa ve İsa 2. çözümü kağıda yazmaya başladılar.) aynı boy ve aynı ayak uzunluğuna sahip olunan nokta yaklaşım doğrularının kesişimi yı ele alalım. Ve bir de bu nokta A noktası dersek P1 noktası (25,85,163,9) bir de en büyük boy olarak 2 yüz kaçtı o?
378	Mustafa:	247.
379	İsa:	247 boyundaki erkek ayak uzunluğu ona ne diyelim? A_e mi diyelim?
380	Mecnun:	(Mehmet bu sırada diğer çözümü bitirdi ve 2. çözümde yardımcı oluyor.) 42,01.
K5	Kağıt Alıntısı	Mehmet'in kağıda çözüm için yaptıkları:

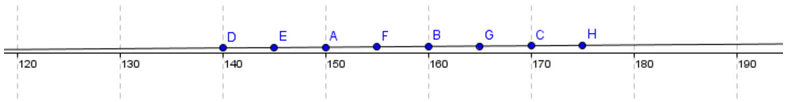


D11-Teknolojik Gösterim ile Matematiksel Gösterim Arasındaki Geçişi Doğru Bir Şekilde Gerçekleştirme

Matematikselleştirme basamağındaki gibi bu alt süreçte de öğrenciler bilgisayar yazılımlarının yapısına bağlı olan teknolojik ifadeler ve matematiksel gösterimler arasındaki ilişkiyi dikkate almalıdır. Teknolojiden doğru bir şekilde yararlanmak için teknolojiden matematiğe ve matematikten teknolojiye geçişin doğru bir şekilde gerçekleştirilmesi gerekir. Bu duruma ilişkin bir çözüm kesiti Tablo 37'de verilmektedir.

Tablo 37

Grup-5'in Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
411	Samet:	En yakın doğruyu bir daha bulacağız.
412	İsmail:	Yaz abisi yaz yaz.
413	Samet:	Yaz 150 0,61, 160 0,69, 170 0,77, 140 0,54, 145 0,58, 155 0,65, 165 0,73, 175 0,81.
414	İsmail:	Sıfır?
415	Samet:	81.
416	İsmail:	Ya, noktalar nerede?
417	Emin:	Noktalar bu tarafta. (GeoGebra' da noktalara yaklaşıyor Edebali.)
G6	GeoGebra Alıntısı	(Burada x ekseni boy uzunluğu, y ekseni ise o boydaki erkeğin ayak uzunluğu – o boydaki bayanın ayak uzunluğu.) Serbest nesneler A = (150, 0.61) B = (160, 0.69) C = (170, 0.77) D = (140, 0.54) E = (145, 0.58) F = (155, 0.65) G = (165, 0.73) H = (175, 0.81)
K7	Kağıt Alıntısı	Boy uzadıkça aradaki mesafeyi artıyor buldum Erkek kız arasındaki farklar 150 cm de → $y_2-y_1=0,61$ 160 cm de → $y_2-y_1=0,69$ 170 cm de → $y_2-y_1=0,77$ 140 cm de → $y_2-y_1=0,54$ 145 cm de → $y_2-y_1=0,58$ 155 cm de → $y_2-y_1=0,65$ 165 cm de → $y_2-y_1=0,73$ 175 cm de → y_2-y_1 0,81
418	İsmail:	He tamam. Ooo nereye gitmiş noktalar.
419	Samet	x ekseni oldu.
420	İsmail:	Nerede x ekseni oldu. (Emin iyice yaklaşıyor doğruya.)
421	Emin:	Denklem burada, -518,4x+67200y=-36456
G7	GeoGebra Alıntısı	Geometri Penceresinden Görünüm  Cebir ekranından Görünüm bağımlı nesneler a: -518.4x + 67200y = -36456

Ana Matematiksel Modelden Matematiksel Çözüme Ulaşma
(MATEMATİKSEL ANALİZ)

Bu basamakta temel amaç, AMM doğrultusunda istenen durumlara karşılık gelen matematiksel çözümlerin ortaya çıkarılmasıdır. Matematiksel modelleme problemlerinde amaç, gerçek yaşam durumuna en uygun çözümü bulabilmektir. Bunun için de matematiksel çözümlerin varlığı gerekir. Süreçte oluşturulan AMM problemde var olan durumun açıklamasını bize sunan bir anahtardır. AMMnin idealliği matematiksel çözümlerin idealliğini sağlar. Bu temel basamakta elde edilen AMMnin gerçek yaşam durumuna cevap olabilmesi için problemin AMMye bağlı bir matematiksel analizi gerçekleştirilir. Bu süreçte teknoloji ve matematiksel bilgiler kullanılarak matematiksel çözümlemeler gerçekleştirilir.

Öğrencilerin ana matematiksel modelden matematiksel çözümler ortaya çıkarırken 7 alt basamağın ortaya çıktığı görülmüştür. Bu basamaklar; uygun teknoloji yardımıyla YMMlerin ve AMMnin grafiksel veya cebirsel gösterimlerinden yararlanma, matematiksel çözümler elde etmek için teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma (renklendirme, kalınlaştırma vb.), matematiksel çözümler elde ederken gerekli hesaplamaları yapmak için uygun teknolojiden faydalanma, uygun teknolojiyi kullanarak modelin grafiksel gösterimi yardımıyla çoklu durumların çözümünü sunan bir teknolojik sistem kurma, matematiksel çözümün yorumlanmasına olanak sağlayan kritik noktalara dair ek sonuçları uygun teknoloji kullanarak elde etme, mateamtiksel çözüm için gerekli matematik ve teknoloji bilgisinden yararlanma ve teknolojik gösterim ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme olarak adlandırılmıştır. Söz konusu 7 alt basamak ve özellikleri incelendiğinde temel amaç AMMden hareketle gerçek yaşam problemleminin çözümü için gerekli matematiksel çözümleri ve sonuçları ortaya çıkarmaktır. Matematiksel çözüm için gerekli temel kaynak AMMdir. Söz konusu 7 alt basamağı içeren bir üst basamak “matematiksel analiz” olarak ifade edilmiştir. Matematiksel analiz olarak ifade edilmesinin nedeni için şöyle bir açıklama yapılmıştır: AMM kurulduktan sonra bu ana model ideal matematiksel sonuçlar için bir araç olarak kullanılır. Gerçek yaşam durumu dikkate alınarak modelin değişik durumlardaki hareketinin, eğiliminin görülerek uygun matematiksel çözümün ele alınması ve kritik noktaların ortaya çıkarılması önem taşımaktadır. Modelin çözüm için getirdikleri ayrıntılı olarak irdelenir.

Şekil 32 Modelleme Sürecinin Beşinci Temel Basamağı

Matematiksel Model	Matematiksel Çözüm

E.Matematiksel Analiz

E1-Uygun teknoloji yardımıyla YMMlerin ve AMMnin grafiksel veya cebirsel gösterimlerinden yararlanma

E2-Matematiksel çözümler elde etmek için teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma (renklendirme, kalınlaştırma vb.)

E3-Matematiksel çözümler elde ederken gerekli hesaplamaları yapmak için uygun teknolojiden faydalanma

E4-Uygun teknolojiyi kullanarak modelin grafiksel gösterimi yardımıyla çoklu durumların çözümünü sunan bir teknolojik sistem kurma

E5-Matematiksel çözümün yorumlanmasına olanak sağlayan kritik noktalara dair ek sonuçları uygun teknoloji kullanarak elde etme

E6- Matematiksel çözüm için gerekli matematik ve teknoloji bilgisinden yararlanma.

E7- Teknolojik gösterim ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme.

Aşağıda bu alt basamakların özellikleriyle birlikte süreç içerisinde bu yaklaşım ve düşünme süreçlerine dair verilerde karşılaşılan durumlardan araştırmacılar tarafından seçilmiş olan bazılarına yer verilmiştir.

E1-Uygun Teknoloji Yardımıyla YMMlerin ve AMMnin Grafiksel veya Cebirsel Gösterimlerinden Yararlanma

Bu alt basamakta temel amaç kurulan matematiksel modelden yararlanarak matematiksel çözümlere ulaşmaktır. Ya modelin cebirsel yapısı düşünülerek çözümlerde cebirsel çözüm esas alınır ya da modelin grafiksel yapısı düşünülerek çözümlerde geometrik çözüm esas alınır. Grafiksel yapılar dikkate alındığında, grafiklerin arasındaki ilişkinin ve farklılıkların daha rahat görülebilmesi için, GeoGebra'da grafikler analitik düzlemde tanımlanır ve aralarındaki açı, x'ler aynı iken y'ler arasındaki ilişki vb. durumlar teknoloji yardımıyla yorumlanır. Bu duruma ilişkin bir çözüm kesiti Tablo 38'de verilmektedir.

Tablo 38

Grup-7'in Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

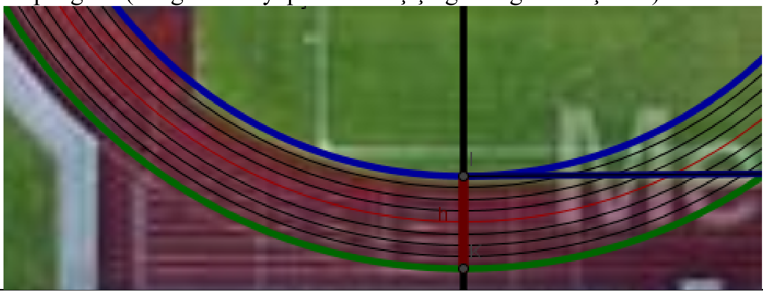
İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
222	Hicran:	Bitiş noktaları aynı olacak bunların.
223	Zeliha:	Evet koştukları uzunluk aynı olacak
224	Hicran:	Tamam bitiş noktamız burası olsun. (Sağ üstü gösteriyor.) 87,5 koşuyorlar. Buradalar, 200 metreden çıkartırsak geriye koşması gereken kısmı buluruz.o da çemberde uzunluktan.
225	Zeliha:	İki nokta arasındaki eğri uzunluğundan bulacağız buradan. He bak iki noktadan geçen yarım çember. Bunu yapalım uzunluğu oradan ayarlayalım. (Hicran bu sırada dediğini GeoGebra' da yapıyor.) Ters oldu öbür türlü olacak.
226	Hicran:	Ama hareketli bir nokta belirleyeceğiz.
227	Zeliha:	Sen onu hareket ettirirsin ya. Önce oranın uzunluğunu bulacağız. Sonra hareket ettirerek.

E2-Matematiksel Çözüme Ulaşmak İçin Teknolojinin Görsel Olanaklarından Yararlanma (Renklendirme, Kalınlaştırma vb.)

Bu alt basamakta temel amaç kurulan ana matematiksel modelden yararlanarak matematiksel çözüme ulaşmaktır. Matematiksel çözüm için renklendirme, verileri aynı ekrana atma, kalınlaştırma vb. teknolojik yardıma başvurulur. Bu süreç diğer alt basamaklarda da aktif olarak karşımıza çıkmaktadır. Kullanım amaçları dikkate alındığında karşılaşılan her temel basamakta kendisine yer bulmuştur. Bu alt süreci içeren bir çözüm kesiti Tablo 39'da verilmektedir.

Tablo 39

Grup-3'nin Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
233	Mecnun:	Finish çizgisini belirleyelim. (Sol alt kesişim yeri olarak belirleniyor. İsa bitiş çizgisine süslemeler yapıyor.)
234	İsa:	Şunu silelim olmazsa. (Sol penaltı noktasından geçen doğruyu sildi ama yapılanların hepsi gitti. Gülüşmeler oluyor.)
235	Mustafa:	Hepsi gitti. (İsa geri alın yapılanı. Bitiş çizgisini görselleştirdi.)
G1	GeoGebra Alıntısı	

Grup-3'ün matematiksel çözümleri ortaya çıkarma amacıyla teknolojinin görsel olanaklarından yararlanmalarına ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

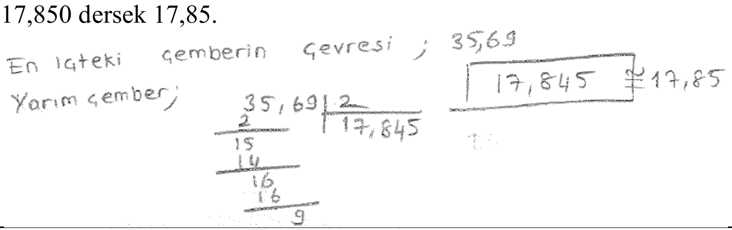
> …8 koşucunun koşu yollarının iç içe ve birbirlerine çok yakın olması çözüm yapmalarını ve şekli incelemelerini zorlaştırdı. Grup farklılığı ayırt etme ve başlangıç noktalarını daha rahat belirleme adına renklendirmelere başvurdu… (Gözlem notu: Grup-3, Stat Problemi).

E3-Matematiksel Çözüme Ulaşmayı Sağlayan Hesaplamayı Yapmak İçin Uygun Teknolojiden Faydalanma

Gerçek yaşam durumuna ait bir problemde gerekli matematiksel modellerin ve matematiksel çözümlerinin karmaşık yapısı görmezden gelinemez bir gerçektir. Bu nedenle hesaplama yapmak da oldukça zorlaşmakta ve zaten zihinsel anlamda zor bir süreç olan modelleme sürecini daha da zorlaştırmaktadır. Teknoloji bu anlamda büyük bir fayda sağlar. İdeal model için yapılan çözümü hesap makinesinden ya da mevcut matematik yazılımlarından yararlanarak kolayca bulabilmeleri öğrencilerin modelleme sürecinde matematiksel hesaplamaların içinde boğulmalarını önler.

Tablo 40

Grup-2'nin Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
548	Özge:	Çevre ya da alan var. (GeoGebra' da işlevlere bakıyorlar.)
549	Ayşe:	Çevresi neden yok ya?
550	Özge:	O iki nokta arasında bulunur.
551	Ayşe:	Şöyle yap.
552	Özge:	He, şeyi seçeceğim. Küçükten mi başladık, büyükten başlayalım.
553	Ayşe:	Fark etmez. Tamam, çevre 35,69. (En içtekinin çevresi) Kaç demiştim en içtekini?
554	Özge:	35,69.
555	Ayşe:	35,69. Şimdi ikiye böleceğim çevresini. Ama gerek var mı diğer taraftan da gelecek o kadar? Koşmaz mı burayı?
556	Özge:	Şu taraftan başlayacak şurada bitecek, ilki A' dan başlayıp.
557	Ayşe:	He, 200 metreye denk gelmeyebilir belki. Anladım.
558	Özge:	Geçende hesap makinesi kullandık ama bunda.
559	Ayşe:	17,845.
560	Özge:	17,850 dersek 17,85.
K5	Kağıt Alıntısı	

Grup-2'in matematiksel çözümleri ortaya çıkarma amacıyla gerekli hesaplamayı sağlayacak uygun teknolojiden yararlanmalarına ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

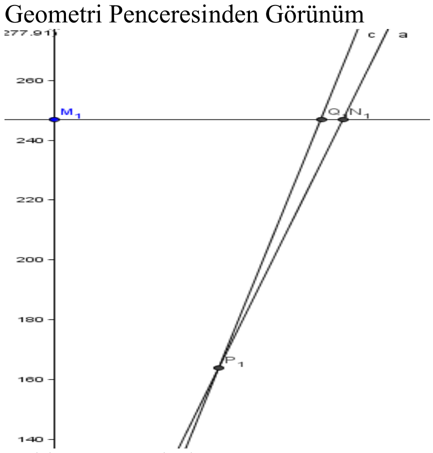
> …Grup-2 matematksel çözümleri elde etmek için GeoGebra'nın uzunluk hesabından ve hesap makinesinden yararlandı. Bu sırada Ayşe bu işlemlerin böyle kolay yapılmasa problemin çözümünün bitmeyeceğini ifade etti. Başlngıç noktalarının belirlenmesi için söz konusu yarım çemberlerin çevresi GeoGebra yardımıyla tek tek hesaplandı… (Gözlem notu: Grup-2, Stat Problemi)

E4-Uygun Teknolojiyi Kullanarak Modelin Grafiksel Gösterimi Yardımıyla Çoklu Durumların Çözümünü Sunan Bir Teknolojik Sistem Kurma

Çözüm sürecinde uygun teknolojiden ve AMMden yararlanarak matematiksel çözümlemeye ve yorumlamaya olanak sağlayan bir simülasyon kurulur. Bu sayede AMMi oluşturan stratejik etkenler arasındaki ilişkilerin AMMnin farklı durumlar için ayrıntılı bir şekilde incelenmesine olanak sağlayacak fırsatlar sağlanır. Bu süreçte temel amaç matematiksel çözümleri ortaya çıkarmak olduğu kadar matematiksel sonuçları da ortaya çıkarmaktır. Problem durumuna dair daha kapsamlı sonuçların elde edilmesi sağlanır. Bu da hem bu temel basamağın hem de ileriki temel aşamaların daha zengin bir bilişsel süreci içermesine olanak sağlamaktadır. Bu duruma ilişkin bir çözüm kesiti Tablo 41'de verilmektedir.

Tablo 41

Grup-3'nin Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
G7	GeoGebra Alıntısı	Geometri Penceresinden Görünüm  Cebir Penceresinden Görünüm c: -1077988.5x + 209709y = 6507074.25 bağımlı nesneler N_1 = (45.47, 247) P_1 = (25.85, 163.9) Q_1 = (42.01, 247) a: 176028x - 41555y = -2260826 b: y = 247
373	Mustafa:	Kesişimlerini karşılaştırmamız işimize yarar mı ki?
374	İsa:	Kesişim değil de, belki onların arasındaki açı, belki bu oran verebilir. (Mehmet bu arada ilk çözümü kağıda geçiyor.) Yani şimdi kesiştiği nokta

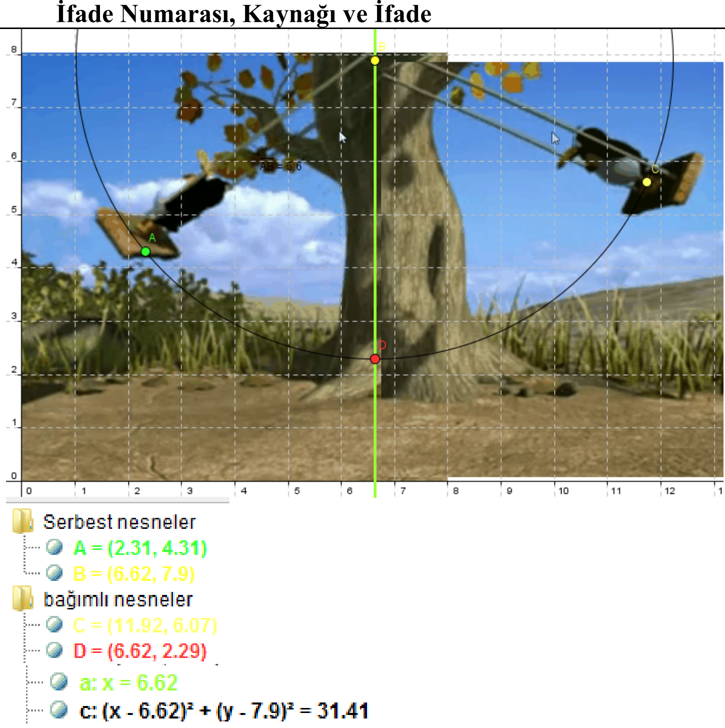
var ya kız doğrusu ile erkek doğrusunun aynı boyda ve aynı ayak uzunluğuna sahip. Mesela şimdi bak. Şu doğrunun mesela yukarılarda bir yer alırsak, aradaki fark artacak. Kesiştikleri nokta da var. Şimdi neye göre bunları oranlayacağız. Aynı olduğu da var, çok arada fark olan da var. Ortalama mı bulacağız? O zaman bir ortalama bulalım. Mesela bu kesiştiği nokta şu P noktası. Yani kızla erkekler aynı boyda ve aynı ayak uzunluğunda. Bunun verisi burada zaten var. 164 boya sahip kız ve erkek 25,85 ayak uzunluğuna sahip. En yüksek de 247 olarak kabul edersek. İkisinin ortalamasını alırsak, aynı boyda olan kişilerin o da ayrı bir çözüm 2. bir çözüm olabilir.

E5-Matematiksel Çözümün Yorumlanmasına Olanak Sağlayan Kritik Noktalara Dair Ek Sonuçları Uygun Teknoloji Kullanarak Elde Etme

Kurulan matematiksel modelin önemli durumlarını elde etmek için çözümler gerçekleştirilir. Bu modelin yorumlanması ve doğrulanması için ideal bir ortam sağlar. Matematiksel çözümlemenin gerçekleştiğini gösterir. Amaç matematiksel bir çözüm elde etmek olsa da problemin AMMye bağlı matematiksel analizi gerçekleştirilir. Bunun nedeni bu temel basamakta temel amaç her ne kadar matematiksel çözümler oluşturmak olsa da matematiksel sonuçlar da ortaya çıkarılır. Yani problemin matematiksel analizinin ürünleri matematiksel çözüm ve matematiksel sonuçlardır. Matematiksel sonuçlar direk problemin cevabını içermeyen ama problemin yorumlanmasına/değerlendirilmesine, modelin doğrulanmasına ve problemin geliştirilmesine olanak sağlayan alternatif sayısal değerlerdir. Matematiksel çözümler ise direk problemde istenilen durumlara dair verilen sayısal değerlerdir. Yani, zengin bir bilişsel süreç içerisinde, problemde bulunmak istenen matematiksel çözümlerin yanında problem ilgili daha genel matematiksel sonuçlara da ulaşılmaktadır. Bu alt basamağı içeren bir çözüm kesiti Tablo 42’de verilmektedir.

Tablo 42

Grup-4'ün Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
G3	GeoGebra Alıntısı	
167	Muazzez:	Zaten bunun ordinatı zaten bize yerden yüksekliği verecek o yüzden
168	Hatice:	O zaman E(x) i minimum, kaç oluyor
169	Muazzez:	2,25 oldu, bizim aldğımız aralıkta en yükse bu olduğu için(C noktası)
170	Hatice:	A ile C den hangisi yüksekse onu almamız gerekmiyor mu?
171	Muazzez:	C yüksek 5,61, alttaki 2,31 oldu çünkü(yanlış bakıyor,ordinat bakmalı yerden yükseklik için)
172	Hatice	O zaman potansiyel enerji
173	Muazzez:	Bu y nin aralığı yani h ın, o zaman onların yanına mg de, yüksekliği ne 2,29 bir bu burada birim olarak orada hani cm olacak burada 2,29 oluyor gerçekte de
174	Hatice:	Belli bir oran olmaz mı mesela burada, yani gerçeklerle bu değerler arasında belli bir oran olmayacak mı? yani gene çemberden yapamaz mıyız?
175	Muazzez:	Bence de olabilir. Zaten mgh dediğimiz şey bizim modelimiz bizim yazdığımız ordinat D nin yerden yüksekliği 2,29 oluyor. bizde de değişken h sadece değişecek
176	Hatice:	evet
177	Muazzez:	Diğerleri aynı zaten , h yerine de sabit bir sayı yazıyoruz. O zaman da sabit olacak yani çok bir şey değişmeyecek. Mesela ben olsam ne olacak potansiyel enerji 60 9,8 ve C de ne olacak 5,61
178	Hatice:	Burada birim oluyor ama 5,61

K5	Kağıt Alıntısı	$F(x) = m \cdot g \cdot \left(7{,}9 - \sqrt{31{,}41 - (x-6{,}62)^2}\right)$ $x \in [2{,}31 \;,\; 11{,}74]$ $F(x)$'in min değeri $\Rightarrow 0{,}29 . mg$ $F(x)$'in max değeri $\Rightarrow 5{,}61 . mg$ $F(x) = 5{,}61 . 50 . 9{,}8$

E6- Matematiksel Çözümler İçin Gerekli Matematik ve Teknoloji Bilgisinden Yararlanma

Elde edilen AMM kullanılarak matematik çözümler ve sonuçlar uygun matematiksel ve teknolojik yöntemlerle elde edilir. Teknolojik yöntemlerle matematiksel yöntemlerin birbirlerini karşılıklı olarak etkiledikleri ve matematiksel yöntemlerin bu süreçte teknolojik yöntemlerle desteklendiği görülmüştür. Diğer temel basamaklarda da bu bilişsel süreç karşımıza çıktığı görülmektedir. Bu alt basamakta ise bu bilişsel sürecin ortaya çıkmasına neden olan temel faktör, AMM elde edildikten sonra gerekli matematiksel çözümlerin ortaya çıkarılmasının istenmesidir. Matematikselleştirme ve Üst matematikselleştirme de karşılaşılan bilişsel süreci dikkate alındığında onlardan daha zor matematiksel ve teknoloji becerileri gerektirmez. Ama bunun yanında yaratıcılık, matematik ve teknoloji bilgisinin maksimum verimle ilişkilendirilmesi bu alt süreçte önemlidir. Bu duruma ilişkin bir çözüm kesiti Tablo 43'de verilmektedir.

Tablo 43

Grup-2'nin Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
690	Ayşe	Dur yavaş git, tamam.
691	Özge:	Ona yaklaştırayım. Yoksa böyle olmayacak.
692	Ayşe:	Tamam.
693	Özge:	Heh, şimdi şu, ooh. Tam dümdüz. (En dıştakinin başlangıç noktası da belirlendi.)
694	Mehtap:	Ya iki tanesini yaptık. Ne gerek var hepsine.
695	Özge:	Vardır. Bunların aralarında bir şey bir oran moran çıkar herhalde.

696	Ayşe:	Çünkü birbirine paralel olduğu için bir benzerlik var.
697	Mehtap:	Aynen. (Bu sırada Özge en dıştakinin başlangıç noktasını renklendirip kalınlaştırıyor.) Üçgenden, bir tane daha nokta bulsan çıkar.
698	Özge:	Şimdi şununla şunun arasındaki.
699	Mehtap	Gene onunla onun arasındaki uzaklığı bulup şeye bölelim.
700	Ayşe:	Dur ya. (Ayşe eliyle iki nokta hipotenüs olacak şekilde dik üçgen oluşturuyor.)
701	Özge:	Bir şey diyeceğim, bunları mesela şunun ikisi arasındaki uzunluğu bulduk. Bu doğruyla o noktaların kesişmesi.
702	Mehtap:	Bence de aynen.
703	Özge:	Onların başlangıcı olur mu?
704	Mehtap:	Yanlış mı olur? Bence mantıklı aslında
705	Ayşe:	Mantıklı. (Özge en içteki ve en dıştaki nokta arasındaki doğru parçasını belirledi. Doğru parçasını kalınlaştırdı.)
706	Mehtap	Rengini de değiştirebilirsin (Özge rengini sarı yaptı.)
G1	GeoGebra Alıntısı	

E7- Teknolojik Gösterim ile Matematiksel Gösterim Arasındaki Geçişi Doğru Bir Şekilde Gerçekleştirme

Matematikselleştirme ve üst matematikselleştirme basamaklarındaki gibi bu alt süreçte de öğrenciler bilgisayar yazılımlarının yapısına bağlı olan teknolojik gösterimler ve matematiksel gösterimler arasındaki ilişkiyi dikkate almalıdır. Teknolojiden doğru bir şekilde yararlanmak için teknolojiden matematiğe ve matematikten teknolojiye geçişin doğru bir şekilde gerçekleştirilmesi gerekir. Teknoloji ve matematik bilgisinin ilişkilendirilmesinin bir sonucudur. Matematik ifadelerin teknolojik tabanlı gösterimleri arasındaki doğru bir köprü matematiksel çözümlerin sağlığı açısında önem taşımaktadır. Bu alt süreci içeren bir çözüm kesiti Tablo 44'de verilmektedir.

Tablo 44

Grup-1'in Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
195	Doğuş:	Başka ne yapmamız lazım?
196	Ulaş:	Bizden istenilen yüksekliğin değişimi aslında potansiyel enerjinin değişimi diyor da aslında biz yüksekliğin değişimi olarak görüyoruz. Çünkü mg sabit.

		yükseklikteki değişimi de nereden bulursun? Burada aslında farklı insanların da bindiğini düşünürsek m de değişken olur. Ama sonuçta sabit bir değerdir yani sallanırken. Ona fonksiyon mantığıyla batkımız için
197	Doğuş:	Aslında biz bunu bu denklemi koyup yapacağız ama biz hazır GeoGebra’da varken oradaki denklemdeki değerleri kullanabiliriz. Hatta onu da gerçeğe uyarlayacağız. Hatta buradaki ($f: (x - 5.01)^2 + (y - 5.46)^2 = 18.49$ çember denkleminin içinde var olan) 5,01 i de oranlayacağız. Tamam şimdi gene hesap makinesini açıyoruz.
198	Ulaş:	Söyle bakalım.

Matematiksel Çözümden Gerçek Yaşam Çözümüne Geçiş (YORUMLAMA/DEĞERLENDİRME)

Temel amaç elde edilen matematiksel çözümlerden gerçek yaşam çözümlerine ulaşmaktır. Matematiksel modelleme sürecininde gerçek yaşam problemlerine üretilecek çözümün matematiksel olarak çözümlenmesi yeterli değildir. Önemli olan nokta problemin matematiksel çözümlerinden hareketle gerçek yaşam çözümlerini ortaya koymak ve bu amaçla matematiksel sonuçları uygun bir şekilde kullanmaktır. Bir başka deyişle, matematiksel sonuçların, problemin gerçek yaşam durumu dikkate alınarak tekrar değerlendirilmesi gerekir. Bu süreç ileriki aşamada “modelin doğrulanması” temel basamağı adına sergilenecek yaklaşımlara dair modelin verilerine karar vermektir. Bu temel basamakta matematiksel dünya ile gerçek yaşam arasında modelleme sürecinde sürekli bir alışveriş olsa da temel olarak matematiksel dünyadan gerçek yaşama bir geçiş söz konusudur. Öğrencilerin matematiksel çözümden gerçek yaşam çözümünü ortaya çıkarırken 5 alt basamağın ortaya çıktığı görülmüştür. Bu basamaklar; gerçek yaşam problem durumunun modelinden gerçek yaşam problem durumuna geçişi dikkate alma ve arasındaki ilişkiyi ortaya koyma, matematiksel sonuçların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi, kritik noktaların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi, matematiksel sonuçları gerçek yaşam durumu açısından irdeleme (rutinlikten karmaşıklığa geçiş) ve varsayımların elde edilen gerçek yaşam sonuçları doğrultusunda irdelenmesi olarak adlandırılmıştır. Söz konusu 5 alt basamak ve özellikleri incelendiğinde temel amaç matematiksel çözümlerin ve sonuçların gerçek yaşam çözümlerini ve sonuçlarını ortaya koymaktır. Matematiksel çözümlerin gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi gerçek yaşam problem durumunun çözümü için gereklidir.

Bunun yanında bu süreçte elde edilen matematiksel çözümler dışındaki matematiksel sonuçların da gerçek yaşam karşılıkları ayrıntlı olarak incelendiği görülmüştür. Bu 5 alt basamağı içeren bir üst basamak "Yorumlama/Değerlendirme" olarak ifade edilmiştir. Yorumlama/Değerlendirme olarak ifade edilmesinin nedeni için şöyle bir açıklanmaktadır: Ana matematiksel model kurulduktan sonra bu modelden elde edilen matematiksel çözümlerin ve matematiksel sonuçların gerçek yaşam durumu için ne anlam ifade ettiklerinin irdelenmesi gerekir. Gerçek yaşam durumu dikkate alınarak modelin değişik durumlardaki hareketinin, eğiliminin görülmesi uygun çözümün ele alınması ve kritik noktaların gerçek yaşam değerlerinin belirlenmesi, modelin problem durumu için yeterliliğinin irdelenmesi açısından büyük önem taşımaktadır.

Şekil 33 Modelleme Sürecinin Altıncı Temel Basamağı

Matematiksel Çözüm	Gerçek Yaşam Çözümü

F.Yorumlama/Değerlendirme

F1-Matematiksel sonuçların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi

F2-Gerçek yaşam problem durumunun modelinden gerçek yaşam problem durumuna geçişi dikkate alma ve arasındaki ilişkiyi ortaya koyma

F3-Kritik noktaların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi

F4-Matematiksel sonuçları gerçek yaşam durumu açısından irdeleme (rutinlikten karmaşıklığa geçiş)

F5-Varsayımların elde edilen gerçek yaşam sonuçları doğrultusunda irdelenmesi

Aşağıda bu alt basamakların özellikleriyle birlikte süreç içerisinde bu yaklaşım ve düşünme süreçlerine dair verilerde karşılaşılan durumlardan araştırmacılar tarafından seçilmiş olan bazılarına yer verilmiştir.

F1- Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modelinden Gerçek Yaşam Problem Durumuna Geçişi Dikkate Alma ve Arasındaki İlişkiyi Ortaya Koyma

Bu alt basamak, matematiksel analizin gerçekleştirilmesinden sonra çözüm sürecinin temelinin matematiksel dünyadan gerçek yaşama geçtiğini gösteren alt basamak olarak ortaya çıkmıştır. Modelleme sürecinin başlarında oluşturulan matematiksel modeller ve çözümler için oluşturulan sistem matematiksel dünyaya geçmeyi sağlamıştır. Matematiksel dünyadan tekrar gerçek yaşama dönmek, probleme cevap olabilecek gerçek verilere ulaşmak adına büyük önem taşımaktadır. Süreç içerisinde ölçeklendirme vb. yöntemlerle bu geçişin sağlandığı görülmüştür. Bu duruma ilişkin bir çözüm kesiti Tablo 45'te verilmektedir.

Tablo 45

Grup-4'ün Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
180	Muazzez:	Biz burada birimlere göre yapıyoruz. Yani diyorsun ki gerçek hayata uyarlamak için bu salıncağın gerçek uzaklıklarını bilmemiz gerekiyor.
181	Hatice:	Evet
182	Muazzez:	Kaç olabilir mesela?
183	Hatice:	Diğer videoya baksak ya?(video açıldı inceleniyor)
V3	Video Alıntısı	
184	Muazzez:	Şimdi mesela ne kadardır burada yerden yüksekliği?
185	Hatice:	Buradan tahmin edebiliriz ama yani ne kadar olduğunu.
186	Muazzez:	u.ani gerçek hayata nasıl uygularız o zaman, burada salıncağın yüksekliği bir insanın bir bacak boyu kadar en fazla çıkacağı yer de ne kadar olabilir? Bir insan boyunu geçebilir mi acaba?
187	Hatice:	Geçebilir sanki
188	Muazzez:	2 metre yükselemez bir kere (Gülüşmeler oluyor). O çok zor olur yani 1 buçuk diyebiliriz. Ya da bir insan boyunu düşünsek 1.7 falan diyebiliriz maksimum çıkacağı yüksekliğe. Yani gerçekte kullanabileceğimiz bir denklem bulmamız lazım bizim. 50 cm falan dimi bu?
189	Hatice:	Evet, ama fazla değil mi dizini bükmüş

190	Muazzez:	Evet, ama olabilir o kadar. Şöyle düşün 1 buçuk metre olsa insan bence 60 da olabilir cm (salıncağın yerden gerçek yüksekliği) 50 diyebiliriz bence 50 olsun.
191	Hatice:	O zaman 50 cm olsun. (Hatice kağıda yazıyor.)

Grup-2'nin gerçek yaşam problem durumunun modelinden gerçek yaşam problem durumuna geçişi dikkate alma ve aralarındaki ilişkiyi ortaya koymaya çalışırken alınan gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

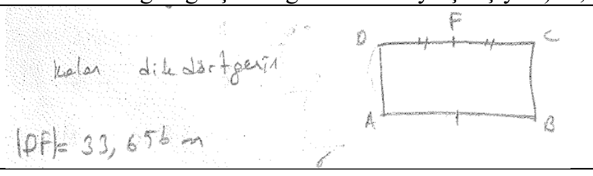
> …Elde ettikleri matematiksel çözümlerin gerçek yaşam için geçerliliğini düşünmeye başladılar. Bu değerlerin gerçekçi olmadığını ifade ediyorlar. GeoGebra'da oluşturdukları sistemin ölçeğini düşündüler. Özge "Harita gibi bunun da bir ölçeği var. Ona bakalım." dedi. Ölçeği belirlemek için salıncağın durgunkenki yerden yüksekliğini kullandılar. Video ve gerçek yaşam deneyimleri onların tahminlerini etkiledi. 50 cm. olarak tahminde bulundular ve orantı ile ölçeği belirlediler… (Gözlem notu: Grup-2, Salıncak Problemi).

F2- Matematiksel Sonuçların Gerçek Yaşam Karşılıklarının Belirlenmesi

Temel amaç kurulan matematiksel modelden yararlanarak matematiksel çözüme ulaşmaktır. Ölçeklendirme yardımıyla istenilen YMMlerin veya AMMin matematiksel çözümlerinin gerçek yaşam durumu için ne anlam ifade ettikleri sorgulanır. Örneğin stat probleminde 200 metre koşusu istendiğinden ölçeklendirme ile YMM parçalarının gerçek değeri ve ölçek değeri arasındaki geçişler yapılarak grafiksel çözümler gerçekleştirilerek matematiksel çözüme ulaşılır. Bu alt basamak ileriki süreç dikkate alındığında modelin yorumlanması ve doğrulanması için ideal bir ortam sağlar. Bu alt süreci içeren bir çözüm kesiti Tablo 46'da verilmektedir.

Tablo 46

Grup-1'in Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
319	Doğuş:	Artı şey şu uzunluk da zaten penaltı noktasına olan uzaklık, he ona gerek yok bile. O uzunluk r, öteki şey ney? Tamam neyse yapalım şunu.(Doğuş burada düzlüğün gerçek değerini bulmaya çalışıyor.)33,656 çıktı.
K8	Kağıt Alıntısı	

320	Ulaş:	Yarımı alacağız. π olur. (Bu sırada Ulaş da soldaki yarım çemberlerin çevrelerini hesaplıyor.) O zaman 90 gibi bir şey gelir buradan. 33 mü geldi şu yarıçap?

F3-AMMnin Kritik Noktalarının Gerçek Yaşam Karşılıklarının Belirlenmesi

İleriki aşamada modelin işleyişini ve doğrulanmasını sağlayan matematiksel çözümleme sürecinde üretilen kritik noktaların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi önemlidir. Bu sayede gerçek yaşam durumuna yönelik yapılacak çıkarımlar için uygun ortam sağlanır. Problemdeki matematiksel çözümlerin elde edilmesi için oluşturulan AMMnin kritik noktalarının ele alınması ve bu durumların gerçek yaşamda ne anlam ifade ettiğinin dikkate alınması önemlidir. Modelin yorumlanmasını ve değerlendirilmesini sağlar. Bunun yanında ileriki temel basamak olan modelin doğrulanması adına sergilenecek yaklaşımları da etkiler. Bu duruma ilişkin bir çözüm kesiti Tablo 47' de verilmektedir.

Tablo 47

Grup-4'ün Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
223	Muazzez	Gerçek hayatta potansiyel enerji E(x) çarpı 21,83 olmalı, ben yine buradakine göre yazıyorum tanım kümesini. Bu gerçek hayattaki değil buradaki verileri, bunlar çarpı bir de bu ölçek olmayacak mı?
224	Hatice	Evet, hepsini ölçekle çarpacağız dimi?(Hatice hesap makinesini açtı)
225	Muazzez	hıhı
226	Hatice	Söylesene, Noktaları yaz bence
227	Muazzez	11,74 çarpı 2183
228	Hatice	256,78
229	Muazzez	Tamam, x üzerindeki değişimi en fazla gidebileceği uzaklığı genişliği mesafe 2 buçuk metre oldu, mantıklı, değer kümesine bakalım o da 2,29 çarpı 21,83
230	Hatice	49,99
231	Muazzez	5,61 çarpı 21,83
232	Hatice	122,46
233	Muazzez	İşte bunda da demiştik ya bir insanın boyunu yine geçemeyecek diye burada da işte 70 gibi bir fark var.
234	Hatice	Yani gerçekçi
235	Muazzez	Bu yükseklik değişimi oluyor. mgh değişimi de bunları çarpmamız lazım, yani bunu mg ile çarpmak yeterli değil mi?

K9	Kağıt Alıntısı	Gerçek hayatta potansiyel enerji; E(x) . 21, 83 olmalı [2,31 , 11,74] → [2,29, 5,61] → modeldeki [2,31 . 21,83; 11.74 . 21.83] [50,42 , 256, 2842] → [2,29.21.83 ; 5 61 . 21,83] gerçekteki; [50,42 , 256, 2842] → [49, 99 , 122, 46]

Grup-1'in matematiksel analiz sonucunda elde ettikleri kritik noktaların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesine ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

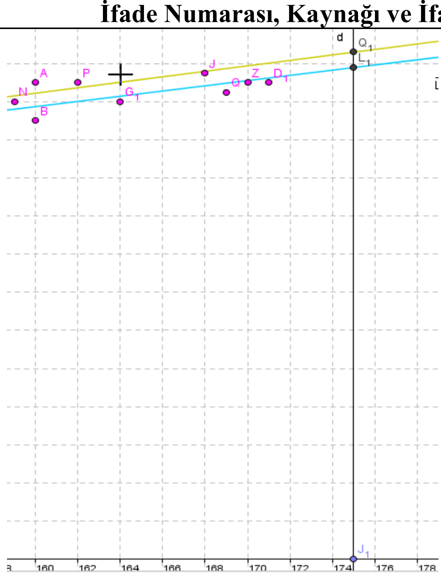
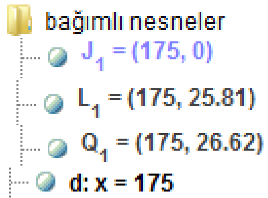
> …h(salıncağın yerden yüksekliği)'ın değişimini veren matematiksel ifadeyi ölçeğe göre değiştirdiler. Daha önce tanım kümesi ve değer kümesi için GeoGebra yardımıyla bulunan matematiksel sonuçların gerçek yaşam karşılıkları ölçek yardımıyla belirlendi… (Gözlem notu: Grup-1, Salıncak Problemi)

F4-Matematiksel Sonuçları Gerçek Yaşam Durumu Açısından İrdeleme (Rutinlikten Karmaşıklığa Geçiş)

Matematiksel sonuçlardan elde edilen problemin sonuçları gerçek yaşam açısından ayrıntılı olarak incelenir ve AMMnin açıklayabildiği durumlar gözden geçirilir. Bir önceki temek basamak olan "Matematiksel Analiz" basamağında ortaya elde edilen matematiksel çözümlerle birlikte bu süreçte ortaya çıkan matematiksel sonuçların modelin yorumlanması ve değerlendirilmesi için gerçek yaşam değerlerine ihtiyaç vardır. Bu süreç modelin işleyişinin gerçek yaşam durumuna yansımalarının ayrıntılı incelenmesini içerir. Zengin bir bilişsel sürecin sonucu olarak ortaya çıkan bu alt basamak, modeli yorumlama/değerlendirmenin yanında modelleme probleminin geliştirilmesine ve modelin doğrulanmasına yönelik sergilenecek yaklaşımları da etkilemektedir. Bu alt basamağı içeren bir çözüm kesiti Tablo 48'de verilmektedir.

Tablo 48

Grup-5'in Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
G5	GeoGebra Alıntısı	 Cebir Penceresinden Görünüm 
336	Samet:	Şu ikisini orantılayabilir miyiz? Orantısını burada yazıyor olabilir mi?
337	İsmail:	Hareket ettir bakalım bir.
338	Samet	Boy büyüdükçe falan oran azalıyor şeklinde bir şeyler diyebilir miyiz?
339	İsmail:	Boy hep aynı, he bakalım nerede yaklaşıyor ona göre ayarlarız kendimizi.
340	Emin:	Bak uzadıkça (boydan bahsediyor.) mesafe artıyor.(Kadın ve erkek ayak uzunluğu arasındaki mesafeden bahsediyor.)

F5- Varsayımların Elde Edilen Gerçek Yaşam Sonuçları Doğrultusunda İrdelenmesi

Bu alt basamakta, elde edilen gerçek yaşam sonuçları doğrultusunda AMMnin gerçek yaşam durumunu bir cevap verip vermediği yorumlanır. Bu doğrultuda çözüm sürecinin başında ve sonrasında yapılan temel varsayımlar dikkate alınır. Varsayımların gerçek yaşam sonuçlarına olan etkileri ve varsayımların değişmesi sonucu olabilecek alternatif durumlar üzerine bir yourmlama ve değerlendirme yapılır. Bu durumu içeren bir çözüm kesiti Tablo 49'da verilmektedir.

Tablo 49

Grup-3'ün Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
362	Mustafa:	O zaman burada çarpı 40 diyeceğiz, tamam 40 çarpı yapalım (yeni modeli Mustafa yazıyor.) çarpmamıza gerek var mı yoksa 40 çarpı diye mi bıraksak
363	Mecnun:	Fark etmez ya. Bırakalım öyle, burada GeoGebra olmasa birimler arası çeviriyi güzel yapamazdık.
364	Mustafa:	Her birini 40 la çarptığımız zaman gerçek değerini buluruz
365	Mecnun:	Burada mg için de g yi 9,8 alabiliriz. Gerçek hayattakini yaklaşık bir insanı 60-70 kilo alırız biz de(burada ağırlık gibi düşünüyor ama G=mg dir) yaz onu da Mustafa.
366	Mustafa:	Buradan k da 9,8 alalım
367	Mecnun:	60 alalım çünkü büyük insanlar da salıncağa binmez,
K8	Kağıt Alıntısı	Ölçek. $\frac{1,25}{50} = \frac{125}{5000} = \frac{1}{40}$ br/cm $Ep = [40 \cdot 2,13 \; , \; 13,67 \cdot 40] \longrightarrow R$ $\boxed{Ep = \left(k\left(-\sqrt{56,88 \cdot 40 - (40x - 7,9 \cdot 40)^2} + 8,79\right)40\right.}$ cm $g = 9,8$ $m = 60$ kg (ortalama) $k = 9,8 \cdot 60$

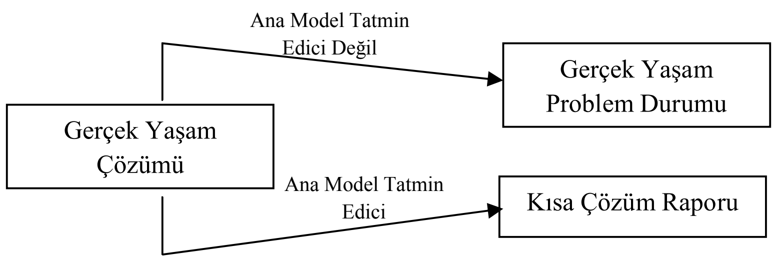
Gerçek Yaşam Çözümünden

Gerçek Yaşam Durumuna veya Kısa Çözüm Raporuna Geçiş

(MODELİN DOĞRULANMASI)

Gerçek yaşam çözümünün elde edilmesinin ardından grupların günlük yaşam deneyimlerinden, problemlerle birlikte verilen animasyon, video ve resimlerden ve bulundukları ortamda yapabildikleri ölçümlerden yararlanarak modelden elde edilen gerçek verilerin doğruluğunu irdeledikleri görülmüştür. Dolayısıyla bu süreçte AMMnin doğruluğu irdelenmiştir. Yani teorik ve deneysel olarak elde edilen gerçek yaşam problemine ait veriler karşılaştırılmış ve modelin geçerliliği hakkında bir karara varılmıştır. Öğrencilerin matematiksel çözümden gerçek yaşam çözümünü ortaya çıkarırken 5 alt basamağın ortaya çıktığı görülmüştür. Bu basamaklar; YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarında beklenmeyen durumların irdelenmesi, YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının gerçek yaşam deneyimlerine dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırılması, YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının problemde verilen gerçek değerlerle karşılaştırılması, YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının video ve resimlerdeki durumlarla karşılaştırılması ve gerçek yaşam problem durumuna dair AMMnin yeterliliği hakkında karara varmadır. Buna dayalı olarak sürecin üç temel bileşeninin olduğu söylenebilir (bknz. Şekil 33).

Şekil 34 Modelleme Sürecinin Son Basamağındaki Temel Bileşenler



Gerçek yaşam çözümünden yararlanarak modelin doğruluğunun irdelendiği süreç olarak karşımıza çıkmaktadır. Eğer modelin geçerliliği çözücü tarafından tatmin edici bir boyuttaysa ileriki bileşen kısa çözüm raporu olarak karşımıza çıkar. Eğer modelin gerçek yaşam verilerinin gerçekçi sonuçlar vermediği düşünüldüğünde ise gerçek yaşam problem durumuna geçiş söz konusudur. Problem tekrar revize edilir, yapılanlar gözden geçirilerek modelin geçerliliğinin sağlanması amaçlanır.

Matematiksel çözümlerin gerçek yaşam karşılıklarının belirlenerek bu sonuçların ne kadar gerçeğe uygun olduğuna dair gerçekleştiren yaklaşım ve düşünme süreçleri matematiksel modelleme sürecinin zengin yapısının örneklerinden biridir. Matematiksel modelleme problemlerinin temel özellikleri, elde edilen sonuçların doğrulanması adına zengin yaklaşımların ve düşünme süreçlerinin segilenmesini olanaklı kılmaktadır. Araştırmacılar tarafından bu 5 alt basamağı içeren bir üst basamak "Modelin Doğrulanması" olarak ifade edilmiştir. Modelin doğrulanması olarak ifade edilmesinin nedeni için şöyle bir açıklama yapılabilir: Ana matematiksel model kurulduktan sonra bu modelden elde edilen matematiksel çözümlerin gerçek yaşam durumu için ne anlam ifade ettiklerinin irdelenmesi gerekir. Bir başka deyişle, AMM yardımıyla elde edilen gerçek yaşam verilerinin deneysel koşullarla elde edilen tahmini gerçek yaşam verileriyle kıyaslanarak geçerliliğine dair bir kanaate varılır.

Şekil 35 Modelleme Sürecinin Yedinci Temel Basamağı

Gerçek Yaşam Çözümü	Gerçek Yaşam Problem Durumu / Kısa Çözüm Raporu

G.Doğrulama

G1-YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarında beklenmeyen durumların irdelenmesi

G2-YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının gerçek yaşam deneyimlerine dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırılması

G3-YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının problemde verilen gerçek değerlerle karşılaştırılması

G4-YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının video ve resimlerdeki durumlarla karşılaştırılması

G5- Gerçek yaşam problem durumuna dair AMMnin yeterliliği hakkında karara varma

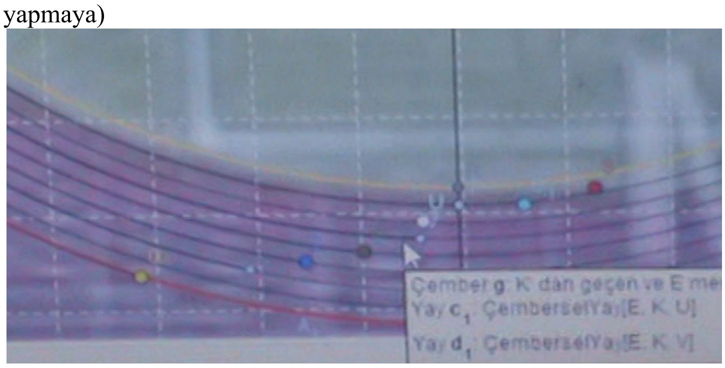
Öğrencilerin bu geçişte sergiledikleri yaklaşım ve düşünme süreçleri 5 alt basamak altında toplanmıştır. Aşağıda bu alt basamakların özellikleriyle birlikte süreç içerisinde bu yaklaşım ve düşünme süreçlerine dair verilerde karşılaşılan durumlardan araştırmacılar tarafından seçilmiş olan bazılarına yer verilmiştir.

G1-YMMlerin veya AMMnin Matematiksel Sonuçlarının Gerçek Yaşam Karşılıklarında Beklenmeyen Durumların İrdelenmesi

Modelin gerçek yaşam verileri belirlendikten sonra, gerçek yaşam durumlarına karşı AMMin yetersiz olduğu durumlar ayrıntılı olarak incelenir. “Hangi durumlar için AMM yetersiz kalmıştır?”, “Bu çözüm için bir sorun yaratır mı?” sorularına cevap aranır. Bu tür durumlar karşısında varsayımların modelin yeterliliğine etkisinin incelenmesine ve olası varsayım değişikliğinin getirileri düşünülmesine ortam yaratır. Bu duruma ilişkin çözüm kesiti Tablo 50’ de verilmektedir. Bu alt süreç modellerin birçok durumuna yönelik karşılaştımaları içerir ve grup içi tartışmaları içeren uzlaşma ve karara varma sürecinin nedenini içerisinde barındırır.

Tablo 50

Grup-5’in Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
327	Emin	Bu da tamam. (Şimdi atladıkları içten dışa 5. kişi için başlangıç noktası belirledi.) Şunlar için oldu. Bunlar için neden olmadı? Bir bakalım tekrar bunlara. (Bu sırada içten dışa 5. olanın rengini değiştirdi. Noktayı kalınlaştırdı. Bu sırada 7. nokta için devam ediyor. Aynı işlemleri yapmaya)
V9	Video Alıntısı	
328	İsmail:	Tamam.
329	Emin:	Burada sorun var ya. (3 ve 4 için diyor. Bu sırada 7. Koşucunun başlangıç noktasını sabitledi, kalınlaştırdı ve renklendirdi.) Devam. (8. koşucu için de başlangıç noktasını belirliyor.)
330	İsmail:	Ne güzel oldu ya. (8. koşucu için belirlendi, süslemeler yapılıyor. Çözüm 9 kişi koşacakmış gibi yapıldı.)
331	Cumhur:	Şurayı düzeltelim.
332	İsmail:	4. nokta beyler.

G2-YMMlerin veya AMMnin Matematiksel Sonuçlarının Gerçek Yaşam Karşılıklarının Gerçek Yaşam Deneyimlerine Dayalı Tahminlerle veya Ölçümlerle Karşılaştırılması

Modelin geçerliliğini kontrol etmek adına teorik olarak elde edilmiş gerçek verilerin (AMMin sağladığı gerçek veriler) deneysel gerçek verilerle (gerçek yaşam deneyimlerine dayalı tahminler ve ölçümler) karşılaştırılması ve yorumlanmasını içerir. Modelin doğruluğu ayrıntılı olarak incelenir ve modelin yeterliliği test edilir. Bu alt basamağı içeren bir çözüm kesiti Tablo 51' de verilmektedir. Bu alt süreç modellerin birçok durumuna yönelik karşılaştımaları içerir ve grup içi tartışmaları içeren uzlaşma ve karara varma sürecinin nedenini içerisinde barındırır.

Tablo 51

Grup-3'ün Stat Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
212	Mecnun:	Evet, ne kadar geride başlaması gerekiyormuş?
213	Mustafa	2,99. (Mustafa hesap makinesinden hesapladı.) 3 diyelim biz ona.
K5	Kağıt Alıntısı	İki koşucu arasındaki fark da ; $\left(\frac{0,63}{2}\right) \times 9,52 \cong 3m$ olur.
214	İsa:	Her birinin arasında 3er metre olacak. Şu düzlükleri de belirleyelim. (Üstteki düzlükleri kastediyor.)
215	Mecnun:	Düzlükleri şöyle yap tamam mı? Şu noktalardan geçen ve şuna dik olan. (Sol penaltı noktasından x eksenine dik olan doğruyu kastediyor.) Doğruları çiz. Biraz büyüt. Büyüt biraz bak.
V11	Video Alıntısı	
216	Mustafa:	Tamam.
217	İsa:	Şimdi şu aralık neydi? 9 birim mi almıştık? 9,03 tü.
218	Mecnun:	Hıhı
219	İsa:	Gerçek uzunluğunu bulalım.

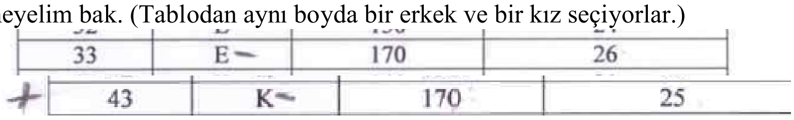
220	Mustafa:	Tamam. 9,03 mü? Çarpı 9,52, 85,9. 86 mı diyelim?
221	Mecnun:	Tamam 86 diyelim. (Düzlüğün gerçek uzunluğu)
222	Mustafa:	Gerçekte de burası 90 olması lazım burası.

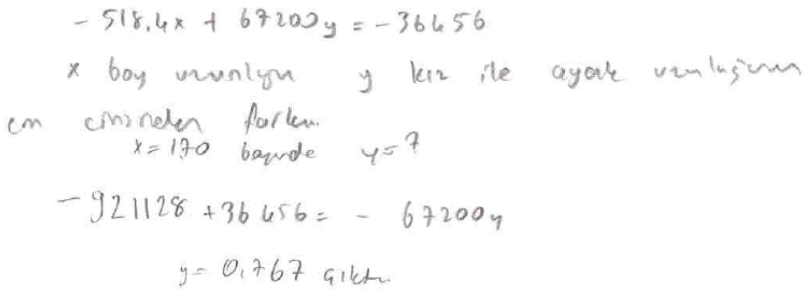
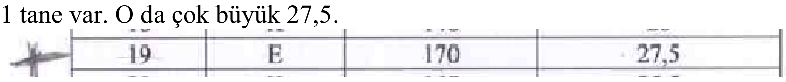
G3-YMMlerin veya AMMnin Matematiksel Sonuçlarının Gerçek Yaşam Karşılıklarının Problemde Verilen Gerçek Değerlerle Karşılaştırılması

Problemle birlikte verilmiş verilerle AMMin gerçek çözüm verileri karşılaştırılarak AMMin doğruluğu irdelenir. Temel amaç, YMMlerin veya AMMin ve matematiksel modeller vasıtasıyla elde edilen gerçek yaşam verilerinin gerçek yaşam problem durumuna gerçekçi bir çözüm getirip getirmediğini incelemektir. Bu alt basamağı içeren bir çözüm kesiti Tablo 52' de verilmektedir. Bu alt süreç modellerin birçok durumuna yönelik karşılaştımaları içerir ve grup içi tartışmaları içeren uzlaşma ve karara varma sürecinin nedenini içerisinde barındırır.

Tablo 52

Grup-5'in Boy Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
439	Samet:	Deneyelim bak. (Tablodan aynı boyda bir erkek ve bir kız seçiyorlar.)
K7	Kağıt Alıntısı	
440	İsmail:	Tamam x' i söyle
441	Samet:	170.
442	İsmail:	Çarpı (Telefon hesap makinesinden yapıyor.)
443	Samet:	Kızların doğrusunu mu? Hangi doğruyu yapıyorsun? He 518' le başlayanı dimi?
444	Emin:	Tamam sen bana buradan söyle. (Emin laptop hesap makinesinden yapıyor. İsmail cepten yapamadı.)
445	İsmail:	170 çarpı -518,4.
446	Samet:	Sen çarp normal çarp eksilerle falan uğraşma hiç.
447	İsmail:	Şu denklemde yerine koyacağız. (Cüneyt' e diyor.)
448	Emin:	Eksi 921128 yaz. (Salih kağıda geçiyor bu arada.)
449	Samet:	Tamam. 921128 mi?
450	Emin:	Başına eksi koy.
451	Samet:	Tamam. Şimdi 67200 ile hayır y' yi mi buluyoruz şimdi?
452	İsmail:	Evet.
453	Emin:	Dur dur dur. Şundan çıkaracağız onu. (36456'yı kastediyor.)
454	İsmail:	Toplayacağız. Onunla toplayıver.
455	Emin:	Çıkaracağız, eksiyle artı olacak.
456	Samet:	Önce ifadeyi bul, yaz. 921128 eksi 36456.
457	Emin:	36456.

458	İsmail	Bölü 67200.
459	Samet:	Bu mu?
460	İsmail:	13,16. 170 cm boyundaki bir insanın oradan y' yi yani ayakkabı uzunlukları arasındaki farkı bulduk. O da yaklaşık 0,76 çıktı yerine koyduğumuzda. Normalde verilerde yaklaşık 1 civarında, ama işte birkaç boyda fark edilebiliyor.
K8	Kağıt Alıntısı	
461	Emin:	Aynı boyda hiç kimse var mı?
462	Cumhur:	1 tane var. O da çok büyük 27,5.
K9	Kağıt Alıntısı	 19 | E | 170 | 27,5
463	İsmail	He o da zaten istisna.0,76 gibi bir değer çıktı bu kadar.
464	Samet	Hıhı. Gene yaklaşık olarak.
465	İsmail	Hepsinin şey olduğu için. (İdeal olamamasından bahsediyor.)

G4-YMMlerin veya AMMnin Matematiksel Sonuçlarının Gerçek Yaşam Karşılıklarının Video ve Resimlerdeki Durumlarla Karşılaştırılması

Uygun teknoloji modelin doğrulanması adına büyük önem taşımaktadır. Problemle birlikte verilen animasyon, video ve resimler öğrencilere gerçek yaşam durumunun o andaki görsel bir resmini sunar. Bu sayede modelin geçerliliği daha ayrıntılı ve uygun teknoloji sayesinde daha sağlıklı olarak kontrol edilir. Söz konusu durumu en iyi görselleştiren video kesitleri ve resimler elde edilen gerçek yaşam verilerinin geçerliliğini kontrol etmede uygun bir ortam sağlar. Bu alt süreç modellerin birçok durumuna yönelik karşılaştımaları içerir ve grup içi tartışmaları içeren uzlaşma ve karara varma sürecinin nedenini içerisinde barındırır. Bu duruma ilişkin çözüm kesiti Tablo 53' de verilmektedir.

Tablo 53

Grup-5'in Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
453	Samet:	Kızın boyundan yapabiliriz.
454	İsmail:	Bak burada kızla salıncağın boyunu mu kıyaslayalım.
455	Emin:	He olabilir. Tam burada salıncağın yerden yüksekliği kızın diz kapağına şuraya kadar.
V6	Video Alıntısı	
456	İsmail:	50 cm
457	Samet:	Tam diz izasında mı?
458	Emin:	şuan diz izasında(kesit al 26,46)
V7	Video Alıntısı	
459	İsmail:	40 cm bence
460	Samet:	Biraz daha oynat bak, dizden aşağıda bak (kesit al 26:55)
461	İsmail:	Dizden aşağıda
462	Emin:	Dizini kırıyor.
263	İsmail:	Belden aşağıya 1 metre desek 40 cm dir bence.(aslında 50 daha ideal)
464	Emin:	O zaman şimdi DE'mize 40 yaz Cumhur.
465	İsmail:	40 cm
466	Cumhur:	Dizinin biraz aşağısında
467	Emin:	40 çarpı 6 kaç yapar?
468	Cumhur:	Kızın boyu, şurası(belden aşağısı) 1 metre
469	Emin:	evet
470	Cumhur:	Kaç diyelim kızın boyuna?
471	İsmail:	1.70 m falan de
472	Cumhur:	Kız bunun üstüne çıkmış olsa kızın kafası buraya değmez.(salıncağın üst

		kısmına)
473	İsmail:	Onu şuradan yapabiliriz işte. 0.5 e 40 dedik
474	Emin:	Şurası da 6 katı olacak (salıncağın uzunluğunu kastediyor.aslında. 8 katı yanlış hesap yaptı sonradan fark edecekler) 6 katı yapsak kaç çıkacak burası?
475	Cumhur:	240 cm
476	İsmail:	Oğlum 2. 4 işte
477	Emin:	Doğru tamam mantıklı işte. şey yaz AD de
478	İsmail:	Burası da 40 cm dedik 8 katı oluyor.
479	Cumhur:	8 katıysa 320 oluyor o zaman.
482	İsmail:	3.2 m var mıdır bir salıncak?
483	Cumhur:	O zaman 40 cm i küçültürüz.
484	Samet:	40 cm ne kadardır tahminen?
485	İsmail:	Yani yaklaşık şuradan şuraya kadar (iki eli arasında mesafe gösteriyor.)

Grup-3'ün YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının video ve resimlerdeki durumlarla karşılaştırılmasına ilişkin gözlem notlarında bu alt basamağa dair süreç şöyle ifade edilmiştir:

…sallanırken salıncağın en yüksek konumunun yerden yüksekliğinin matematiksel model yardımıyla elde edilen gerçek yaşam değeri, problemle birlikte verilen videodaki görüntülerle kıyaslandı. Elde edilen gerçek yaşam değerinin mantıklı olduğu vurgulandı… (Gözlem notu: Grup-3, Salıncak Problemi).

G5- Gerçek Yaşam Problem Durumuna Dair AMMnin Yeterliliği Hakkında Karara Varma

Günlük yaşam problem durumuna dair AMMnin yeterliliğine ilişkin karara varma aşamasıdır. Çözüm sürecindeki son aşama, yani son alt basamaktır. AMM gerçek yaşam durumu için tatmin edici bir çözüm sağlıyorsa modelin çözüm için ideal olduğu sonucuna varılır ve son olarak çözüm genel hatlarıyla ifade edilir ve yapılanların kısa bir açıklaması yapılır. Süreçteki temel noktalara vurgu yapılır. Bu duruma ilişkin çözüm kesiti Tablo 54' de verilmektedir. Bu alt süreç modellerin birçok durumuna yönelik karşılaştımaları içerir ve grup içi tartışmaları içeren uzlaşma ve karara varma sürecinin nedenini içerisinde barındırır.

Tablo 54

Grup-3'ün Salıncak Problemi Çözüm Sürecinden Bir Kesit

İfade Numarası, Kaynağı ve İfade		
370	Mustafa:	Tamam yazdım, burada noktaların değişimini çok rahat görebildik o nedenle iyi oldu, yoksa zor yapardık böyle, denklemi falan bulmada zorlanmadık hiç.
371	İsa:	Burada en önemli GeoGebra'da oluşturduğumuz taslak. Kağıda yapılanlar fazla zaman almadı.
372	Mert:	Evet, modelimizi doğrulamış da olduk.

Eğer AMM yeterli bir çözüm sağlamıyorsa gerçek yaşam problem durumuna dönülür. Varsayımlardan ve genel stratejiden itibaren çözüm tekrar gözden geçirilir. Çözüm süreci ideal bir çözüme olanak sağlayan AMM ortaya çıkarana kadar devam eder. Bu durum matematiksel modelleme sürecinin doğrusal bir süreç olmadığının göstergesi olsa da süreç içerisinde temel basamaklar arasındaki sürekli geçişlerin var olması da bu döngüsel ve kompleks sürecin yapısını ortaya koyar.

II. Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Tez çalışmasının ikinci alt problemi, teknoloji destekli ortamda, birlikte çalışma gruplarının tasarlanan matematiksel modelleme problemlerini çözerken sergiledikleri bilişsel aktivitelerin nasıl şekillendiğinin incelenmesini içermektedir. Bu alt probleme ait bulgular sunulurken 1. alt problem doğrultusunda gömülü teori ile ulaşılan matematiksel modelleme sürecinde nasıl bir dağılım gösterildiği grafiklerden yararlanılarak açıklanmaya çalışılmıştır. Bu grafiklerde söz konusu temel ve alt basamaklar y ekseninde çözüm sürecinin işleyişi ise x ekseni üzerinde tasvir edilmiştir. Bu alt probleme yönelik bulgular ve yorumlar sunulurken elde edilen alt basamakların ve temel kategorilerin yedi birlikte çalışma grubunun üç matematiksel modelleme problemini çözme sürecindeki dağılımları grafiklerle gösterilmiştir. Grafiklerle birlikte, grupların çözüm süreçlerinin kompleks yapısına dair bir bakış sunulmaya çalışılmıştır. Grafikler ve grafiklare dayalı sürecin dağılımına dair yorumlar verilmeden önce yedi birlikte çalışma gurubunun 3 matematiksel modelleme problemine ayırdıkları çözüm süreleri ve problemlerin çözümü için harcanan ortalama süre Tablo 55' de verilmiştir.

Tablo 55 Grupların Matematiksel Modelleme Problemlerini Çözmek İçin Ayırdıkları Zaman

	Grup Üyeleri	Çözüm Süreci (Süre dk)		
		Boy-Ayak Uzunluğu Problemi	Stat Problemi	Salıncak Problemi
Grup-1	Doğuş	34	89	92
	Ulaş			
Grup-2	Ayşe	48	107	87
	Özge			
	Mehtap			
Grup-3	Mustafa	51	82	70
	Mert			
	İsa			
Grup-4	Muazzez	39	77	76
	Hatice			
Grup-5	Samet	62	97	84
	İsmail			
	Emin			
	Cumhur			
Grup-6	Ulviye	42	88	59
	Zişan			
	Şerife			
Grup-7	Zeliha	24	96	93
	Hicran			
Ortalama Süre		300/7≈ 43dk	636/7≈91dk	561/7≈80dk

Grupların teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerine dair sahip oldukları deneyimler, matematiksel ve teknoloji bilgilerinin yeterliliği dikkate alındığında sınıflarda uygulanacak matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreci için minimum 45 dakika ayrıldığı görülmektedir. Boy-Ayak Uzunluğu probleminin deneysel modelleme ile ilgili bir problem olduğu düşünüldüğünde diğerlerinden daha basit bir yapısı ve çözüm sürecinin daha kısa olduğu gözlemlenmiştir. Bu da öğrencilerin daha kısa sürede problem neticelendirmelerini sağlamıştır. Tablo 55 e göre öğrencilerin "Boy-Ayak Uzunluğu Problemi" için ayırdıkları süre diğerlerine ayırdıkları sürenin yarısından daha azdır. Bu durumun deneysel modellemenin yapısı itibariyle diğerlerinden daha kolay bir çözüm sürecini içermesinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Grupların Çözüm Süreçlerinde Temel ve Alt Basamakların Dağılımları

Bu bölümde yedi birlikte çalışma grubunun üç matematiksel modelleme probleminin çözüm süreçlerinde temel ve alt basamakların dağılımının grafiksel gösterimlerinden yararlanılarak "süreçte nasıl bir zihinsel işleyiş söz konusudur?" "süreçte hangi temel basamaklarda yoğunluk görülmüştür?", ve "temel basamaklar arasındaki geçişler nasıl olmuştur?" sorularına dair bir açıklama getirilmiştir. Bununla birlikte grupların her bir problem için ayırdıkları süre de verilmiştir.

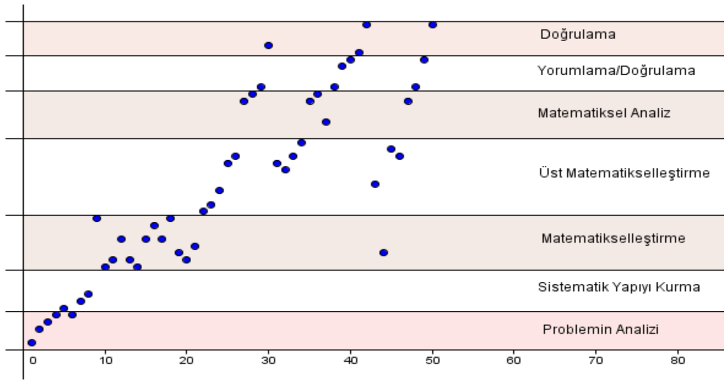
Verilen grafiklerde x ekseni grupların problem çözüm sürecini (örneğin 50 dakikalık problem çözüm sürecini başından sonuna doğru) temsil etmekte olup, y ekseni ise bulgular doğrultusunda elde edilen 47 alt basamak ve bu alt basamakların bağlı oldukları temel kodları temsil etmektedir. Noktaların sıklığı çözüm sürecinin uzunluğundan ziyade sürecin zengin yapısını açıklamaktadır. Son olarak ise, 21 grafiğe dayalı olarak ortaya çıkan matematiksel modelleme sürecinin bazı temel özelliklerine yer verilmiştir.

Grup-1'in Problem Çözüm Süreçlerindeki Temel ve Alt Basamakların Dağılımı

Grup-1'in Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-1'in Boy-Ayak Problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 36 Grup-1'in Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci Grafiği



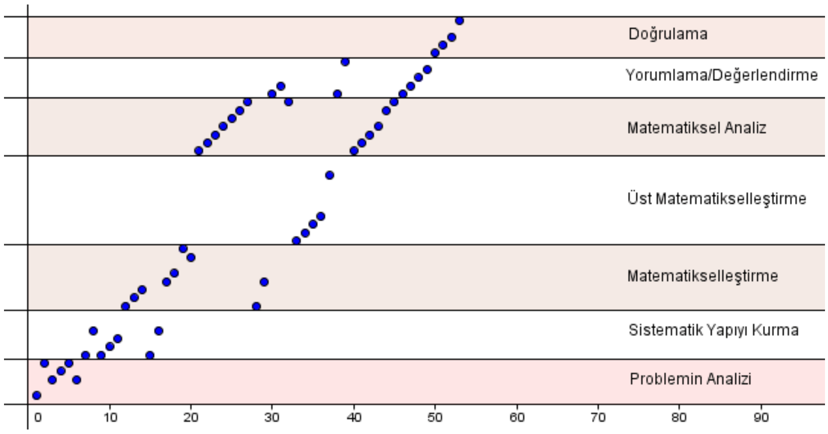
Kodların Değılımı (A1-A3-A4-A5-B1-A5-B2-B3-C8-C1-C2-C5-C2-C1-C5-C7-C5-C8-C3-C2-C1-C5-C7-C8-C3-E4-E1-E6-E2-E3-C2-C4-D1-D2-D4-D8-D9-E6-E7-F1-G2-D8-D7-D9-D11-E6-E7-E3-F1-F4-F5-G1-G5-D5-C3-D10-D9-E6-F1-F5-G5)

Grup-1'in Boy-Ayak Uzunluğu Problemi çözüm süreci incelendiğinde, temel basamaklar arasındaki yoğunluk eş seviyededir. Matematiksel modelleme sürecinin döngüsel ve karmaşık yapısı dikkate alındığında temel basamaklar arasındaki geçişler düzenli olmasına rağmen Grup-1 iki yerde (30-35 br arası ve 45-50 br arası) temel basamaklar dikkate alındığında geri dönüşler gerçekleştirdiği görülmüştür. Süreç içerisinde verilen grafiklerin yapısında nokta sayısında var olan fazlalık sürecin daha kompleks bir işleyişinin olduğunu göstermektedir. Grafikte temel basamaklar arasında beklenmedik ve düzensiz geçişler çok fazla olmamıştır ama çözüm sürecinde modelleme sürecindeki alt basamakların hemen hemen hepsine rastlanılmaktadır. Bunun yanında noktaların düşüş gösterdiği (grupların zihinsel aktivitelerinde temel basamaklarda geri dönüş gerçekleştirdiği) anlar (bu grafikte 2 yerde gözlemlenmiştir.) modelleme sürecinin üst bilişsel yapısına dair bilgi vermektedir.

Grup-1'in Stat Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-1'in Stat Problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 37 Grup-1'in Stat Problemi Çözüm Süreci Grafiği



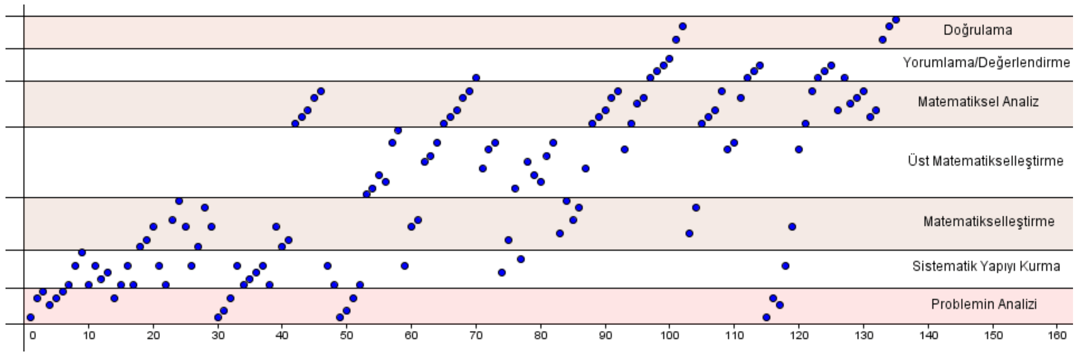
Kodların Dağılımı: (A1-A5-A3-A4-A5-A3-B1-B4-B1-B2-B3-C1-C2-C3-B1-B4-C4-C5-C8-C7-E1-E2-E3-E4-E5-E6-E7-C1-C4-F1-F2-F5-D1-D2-D3-D4-D9-D11-D7-D3-A1-A2-A4-B2-B3-D2-D3-F1-F2-D9-F1-F5-E1-E2-E3-E4-E6-E7-F1-F2-F3-F4-G1-G2-G4-G5)

Grafiğe bakıldığında, Grup-1'in Stat Problemi çözüm sürecinde 6-7 defa temel basamaklarda düzensiz geçiş sergilemiştir. Genel anlamda doğrusal bir süreç izlendiği görülse de bu sürecin kompleks yapıda olmadığını göstermez. Çünkü alt basamaklar arasındaki geçişler oldukça yoğundur. Bunun yanında matematikselleştime basamağından sistematik yapıyı kurma basamağına, matematikselleştirmeden matematiksel analize, matematikselleştirmeden yorumlama/değerlendirmeye, yorumlama/değerlendirmeden üst matematikselleştirmeye, matematiksel analizden matematikselleştirmeye şeklinde temel basamaklarda düzensiz geçişler görülmektedir. Grafiğe bakıldığında Grup-1'in diğer çözümlere nazaran daha yalın ve basit bir çözüm süreci içerisinde bulundukları söylenebilir.

Grup-1'in Salıncak Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-1'in Salıncak Problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 38 Grup-1'in Salıncak Problemi Çözüm Süreci Grafiği



Kodların Dağılımı (A1-A4-A5-A3-A4-A5-B1-B4-B6-B1-B4-B2-B3-A4-B1-B4-B1-C1-C2-C4-B4-B1-C5-C8-C4-B4-C1-C7-C4-A1-A2-A4-B4-B1-B2-B3-B4-B1-C4-C1-C2-E1-E2-E3-E5-E6-B4-B1-A1-A2-A4-B1-D1-D2-D4-D3-D9-D11-B4- C4-C5-D6-D7-D9-E1-E2-E3-E5-E6-F1-D5-D8-D9-B3-C2-D2-B5-D6-D4-D3-D7-D9-C3-C8-C5-C7-D5-E1-E2-E3-E5-E6-D8-E1-E4-E5-F1-F2-F3-F4-G2-G4-C3-C7-E1-E2-E3-E6-D8-D9-E5-F1-F2-F3-A1-A4-A3-B4-C4-D8-E1-E6-F1-F2-F3-E3-F1-E4-E5-E6-E2-E3-G2-G4-G5)

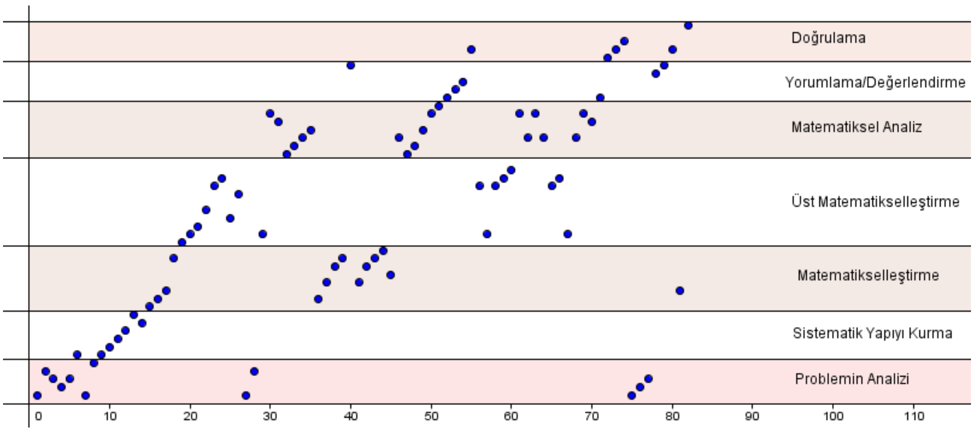
Grup-1'in Salıncak Problemi çözüm süreci incelendiğinde alt basamaklar ve temel basamaklar arasındaki geçişin oldukça fazla olduğu görülmüştür. Süreçteki geçişlerin fazla olması Grup-1'in salıncak probleminde daha başarılı sonuçlar elde ettiğini sonucunu doğurmamaktadır. Ancak grubun yoğun bilişsel ve üst bilişsel etkinlikler içerisinde olduğu görülmüştür. Bunun yanında bu grafik araştırmanın amacına ulaşması adına teknoloji destekli ortamda zengin bir matematiksel modelleme sürecinin varlığını işaret etmektedir. Öğrencilerin bu geçişlerinin sık olmasının birçok sebebi vardır. Bunlardan bazıları: işlem hataları, ideal model ulaşmak için varsayımlardaki sürekli yapılan değişiklikler, YMMlerin incelenmesi, yapılanların sık sık farklı stratejilerle desteklenmesi vb. durumlardır. Bu tür bir çözüm, grup için zengin bir matematiksel ve teknolojik sürecin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Kodlamalar yapılırken araştırmacıya daha az kompleks yapıdaki süreçlerin katkısı olduğu gibi, bu grafikteki gibi daha kompleks yapıdaki bir sürecin varlığı da alt basamakların ve temel basamakların aralarındaki ilişkiyi daha net olarak ortaya koymada etkili olduğu söylenebilir.

Grup-2'in Problem Çözüm Süreçlerindeki Temel ve Alt Basamakların Dağılımı

Grup-2'nin Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-2'in Boy-Ayak problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 39 Grup-2'in Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci Grafiği



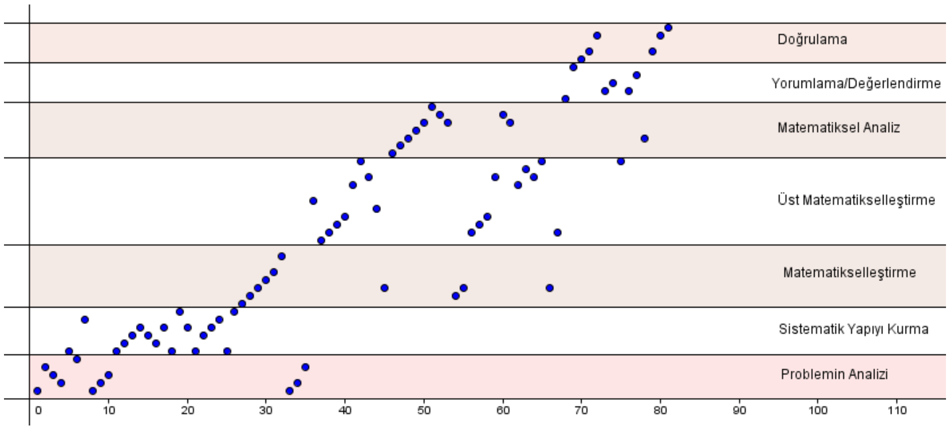
KodlarınDağılımı (A1-A4-A3-A2-A3-B1-A1-A5-B1-B2-B3-B4-B6-B5-C1-C2-C3-C7-D1-D2-D3-D5-D8-D9-D4-D7-A1-A4-D2-E6-E5-E1-E2-E3-E4-C2-C4-C6-C7-F5-C4-C6-C7-C8-C5-E3-E1-E2-E4-E6-E7-F1-F2-F3-G2-D8-D2-D8-D9-E6-E3-E6-E3-D8-D9-D2-E3-E6-E5-F1-G1-G2-G3-A1-A3-F3-F4-F5-G2-C3-G5)

Grup-2'nin Boy-Ayak Uzunluğu Problemi çözüm sürecine bakıldığında, temel basamaklar arasındaki geçişlerin sık olduğu görülmüştür. Grup-1'in bu probleme dair grafiğiyle karşılaştırıldığında daha zengin bir çözüm sürecinin ortaya çıktığı görülmektedir. Bu Grup-2'nin daha başarılı bir çözüm süreci gerçekleştirdiğini göstermemektedir. Fakat genellikle farklı yaklaşımlar segileyen ve farklı düşünen grupların zengin bir matematiksel modelleme sürecine dahil oldukları söylenebilir. Modelleme sürecindeki temel basamaklar arasındaki düzensiz geçişlerin sayısı 10-15 arasındadır.

Grup-2’nin Stat Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-2’in Stat Problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 40 Grup-2’in Stat Problemi Çözüm Süreci Grafiği



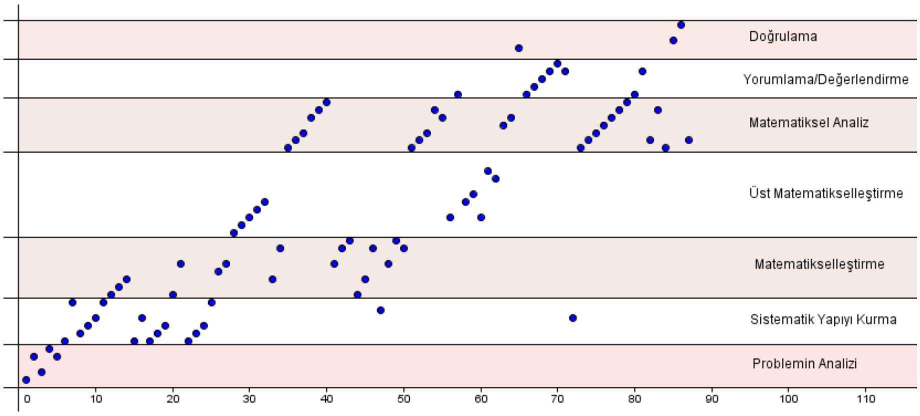
Kodların Dağılımı (A1-A4-A3-A2-B1-A5-B5-A1-A2-A3-B1-B2-B3-B4-B3-B2-B4-B1-B6-B4-B1-B2-B3-B4-B5-B1-B6-C1-C2-C3-C4-C5-C7-A1-A2-A4-D6-D1-D2-D3-D4-D8-D11-D9-D5-C3-E1-E2-E3-E4-E5-E7-E6-E5-C2-C3-D2-D3-D4-D9-E6-E5-D8-D10-D9-D11-C3-D2-F1-F5-G1-G2-G4-F2-F3-E3-F2-F4-E3-G2-G4-G5)

Grup-2’in Stat Problemi çözüm sürecinde yoğun bir şekilde alt basamaklar arasında geçişler yaşanmıştır. Bunun yanında öğrencilerin geri dönüşler gerçekleştirdikleri ve sürecin her basamağında aktif olarak bulundukları görülmüştür. Grafikte görülen bir diğer husus ise Grup-2’nin matematiksel analiz gerçekleştirirken (50-60 arası) tekrar matematikselleştirme basamağına geçiş yapmış olmalarıdır. Bu tür geri dönüşler işlem hatasının fark edilmesi, YMMlerin yetersiz kalması, matematiksel sembollerin değiştirilme ihtiyacı, sonradan akla gelen değişik fikirlerin denenmesinden kaynaklı yapılan değişiklikler vb. nedenlerden dolayı gerçekleşmiştir. Bu tür geri dönüşler etkili üst bilişsel aktivitelerin ortaya çıkmasına zemin hazırlamıştır.

Grup-2’nin Salıncak Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-2’in Salıncak problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 41 Grup-2’in Salıncak Problemi Çözüm Süreci Grafiği



Kodların Dağılımı (A1-A4-A2-A5-A4-B1-B6-B2-B3-B4-B6-C1-C2-C3-B1-B6-B4-B1-B2-B3-C1-C5-B1-B2-B3-B6-C4-C5-D1-D2-D3-D4-D5-C3-C7-E1-E2-E3-E5-E6-E7-C5-C7-C8-C1-C3-C7-B5-C5-C8-C7-E1-E2-E3-E6-E5-D3-F1-D5-D6-D3-D9-D8-E4-E5-G2-F1-F2-F3-F4-F5-F4-B4-E1-E2-E3-E4-E5-E6-E7-F1-F4-E2-E6-E1-G3-G5-E2)

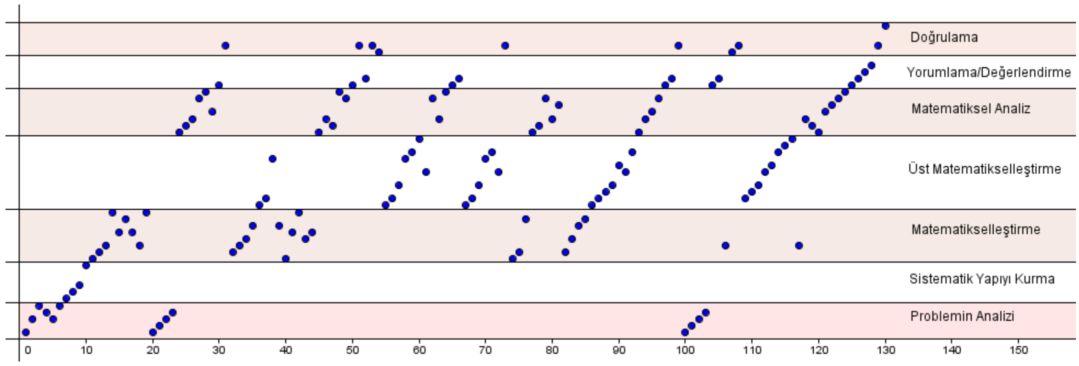
Grup-2’nin Salıncak Problemi matematiksel modelleme süreci incelendiğinde yaklaşımlarının ve düşünme süreçlerindeki geçişlerin çok fazla olduğu görülmektedir. Bu da grubun zengin bir bilişsel ve üst-bilişsel süreçten geçtiklerin bir göstergesidir. Grup-2’ nin 3 problem çözümüne bakıldığında, süreçlerde araştırmacı tarafından ortaya konan alt kodları ortaya çıkaran bilişsel aktivilerde bulundukları görülmektedir.

Grup-3’ün Problem Çözüm Süreçlerindeki Temel ve Alt Basamakların Dağılımı

Grup-3’ün Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-3’ün Boy-Ayak Uzunluğu problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 42 Grup-3'ün Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci Grafiği



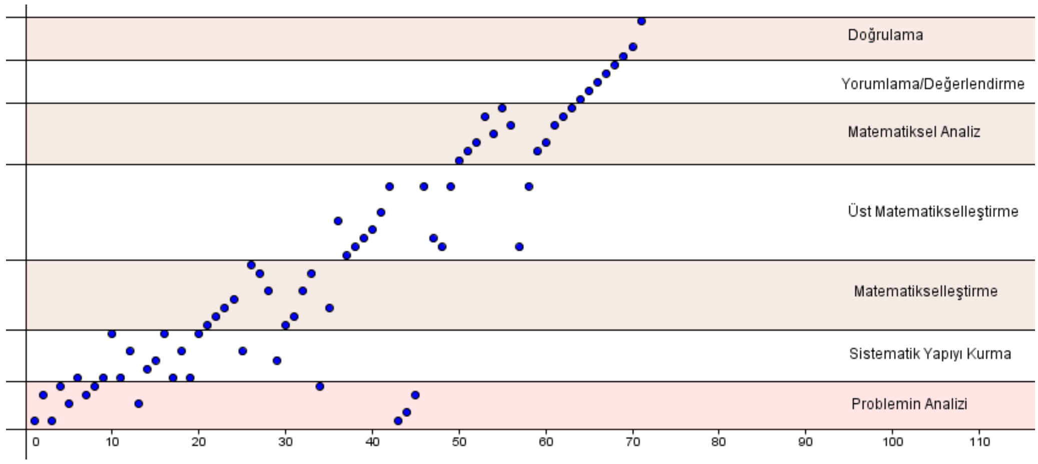
Kodların Dağılımı (A1-A3-A5-A4-A3-A5-B1-B2-B3-B6-C1-C2-C3-C8-C5-C7-C4-C8-C4-C7-C5-C3-C8-A1-A2-A3-A4-E1-E2-E3-E6-E7-E4-F1-G2-C2-C3-C4-C6-D1-D2-D8-C6-C1-C5-C8-C4-C5-E1-E3-E2-E7-E6-F1-G2-F2-G2-G1-D1-D2-D4-D8-D9-D11-D6-E6-E3-E7-F1-F2-D1-D2-D4-D8-D9-D6-G2-C1-C2-C7-E1-E2-E6-E3-E5-C2-C4-C6-C7-D1-D2-D3-D4-D7-D6-D9-E1-E3-E4-E6-F1-F2-G2-A1-A2-A3-A4-F4-F5-C3-G1-G2-D2-D3-D4-D6-D7-D9-D10-D11-C3-E3-E2-E1-E4-E5-E6-E7-F1-F2-F3-F4-G2-G5)

Grup-3'ün Boy-Ayak Uzunluğu Problemi çözüm sürecinde, diğer Grup-1 ve Grup-2'nin bu probleme dair çözüm süreçleri dikkate alındığında yoğun bir şekilde alt basamaklar arasında geçişler yaşanmıştır. Bunun yanında öğrencilerin çok sayıda geri dönüşler gerçekleştirdikleri ve sürecin her basamağında aktif olarak bulundukları görülmüştür. Grafikte dikkat çeken bir durum çözüm sürecinin daha çok 3. ve 7. Temel basamaklar arasında gerçekleşmesidir. Bu temel basamakların kendi aralarındaki geçişler oldukça fazladır. Bu tür geçişlerin sıklığı verilerin analizinde temel bileşenleri ortaya koyma ve alt basamakları belirleme ve en önemlisi bu stratejik etkenler arasındaki ilişkilerin ortaya çıkarılmasında oldukça etkili olmuştur.

Grup-3'ün Stat Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-3'ün Stat Problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 43 Grup-3'ün Stat Problemi Çözüm Süreci Grafiği



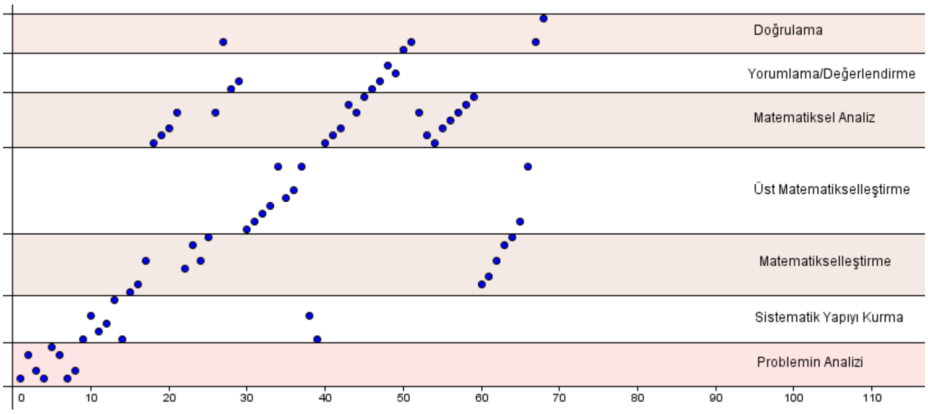
Kodların Dağılımı (A1-A4-A1-A5-A3-B1-A4-A5-B1-B6-B1-B4-A3-B2-B3-B6-B1-B4-B1-B6-C1-C2-C3-C4-B4-C8-C7-C5-B3-C1-C2-C5-C7-A5-C3-D5-D1-D2-D3-D4-D6-D9-A1-A2-A4-D9-D3-D2-D9-E1-E2-E3-E6-E4-E7-E5-D2-D9-E2-E3-E5-E6-E7-F1-F2-F3-F4-F5-G1-G2-G5)

Grup-3'ün Stat Problemi çözüm süreci incelendiğinde alt basamaklar ve temel basamaklar arasındaki geçişlerin fazla olduğu görülmüştür. Temel basamaklar arasındaki geçişlerin sayısı 6-8' dir. Önceki grafikler de incelendiğinde yoğunluğun düzenli olarak temel basamaklar arasındaki düzenli geçişi izlediği görülmüştür. Bunun yanında alt basamaklar arasındaki geçişler oldukça fazladır.

Grup-3'ün Salıncak Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-3'ün Salıncak problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 44 Grup-3'ün Salıncak Problemi Çözüm Süreci Grafiği



Kodların Dağılımı (A1-A4-A2-A1-A5-A4-A1-A2-B1-B4-B2-B3-B6-B1-C1-C2-C5-E1-E2-E3-E5-C4-C7-C5-C8-E5-G2-F1-F2-D1-D2-D3-D4-D9-D5-D6-D9-B4-B1-E1-E2-E3-E6-E5-E7-F1-F2-F4-F3-G1-G2-E5-E2-E1-E3-E4-E5-E6-E7-C2-C3-C5-C7-C8-D2-D9-G2-G5)

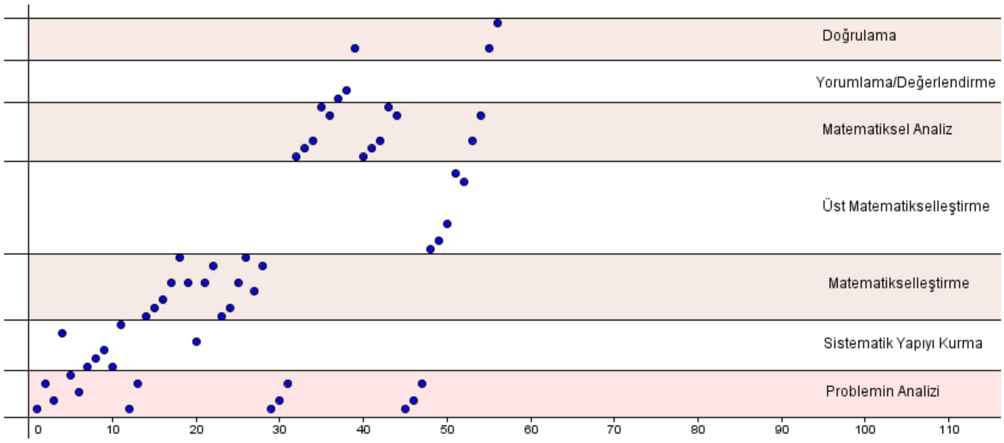
Grup-3'ün Salıncak Problemi çözüm süreci incelendiğinde temel basamakalr arasındaki yoğunluk eş seviyededir. 20-30 aralığında matematiselleştirmeden matematiksel analize ve yorumlama/değerlendirmeye, 50-60 aralığında modelin doğrulanmasından matematiksel analize, 60-70 arasında da matematiksel analizden matematikselleştirmeye ve üst matematikselleştirmeden doğrulamaya düzensiz ve önemli geçişler sergilenmiştir. Temel basamaklar arasındaki düzensiz geçiş sayısı 7-8'dir. Diğer önceki gruplar gibi temel basamakların her birinde bulunmuşlardır. Alt basamakların her birinde bulunmadıkları ve daha az karmaşık yapıda bir modelleme süreci yaşadıkları görülmüştür.

Grup-4'ün Problem Çözüm Süreçlerindeki Temel ve Alt Basamakların Dağılımı

Grup-4'ün Boy-Ayak UzunluğuProblemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-4'ün Boy-Ayak Uzunluğu problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 45 Grup-4'ün Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci Grafiği



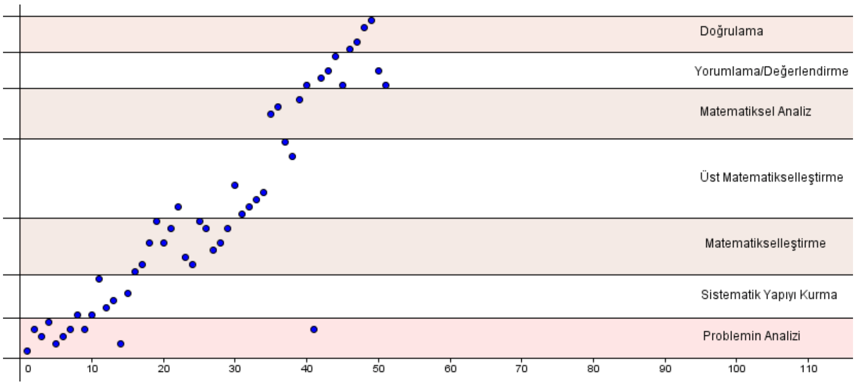
Kodların Dağılımı (A1-A4-A2-B5-A5-A3-B1-B2-B3-B1-B6-A1-A4-C1-C2-C3-C5-C8-C5-B4-C5-C7-C1-C2-C3-C5-C8-C4-C7-A1-A2-A4-E1-E2-E3-E7-E6-F1-F2-G2-E1-E2-E3-E7-E6-A1-A2-A4-D1-D2-D4-D10-D9-E3-E6-G2-G5)

Grup-4'ün Boy-Ayak Uzunluğu Problemi çözüm süreci incelendiğinde daha sade modelleme süreci görülmüştür. Matematiksel modelleme sürecinin döngüsel ve karmaşık yapısı dikkate alındığında temel basamaklar arasındaki geçişler genel olarak düzenli olmasına rağmen 20-40 arasında temel basamaklar arasında düzensiz geçişler gerçekleşmiştir. Grubun elemanları zaman zaman problemi analiz etme adına süreç içerisinde keskin dönüşler gerçekleştirmişlerdir. Grafikte temel basamaklar arasındaki beklenmedik ve düzensiz geçişler çok fazla olmasa da, çözüm sürecinde alt basamakların büyük bir kısmına rastlanılmaktadır. Bunun yanında grubun son iki basamakta yeterli bir bilişsel etkinlik içerisinde bulunmadığı görülmüştür. Özellikle matematikselleştirme ve matematiksel analiz temel basamaklarında daha kompleks bir bilişsel süreç söz konusudur.

Grup-4'ün Stat Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-4'ün Stat Problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 46 Grup-4'ün Stat Problemi Çözüm Süreci Grafiği



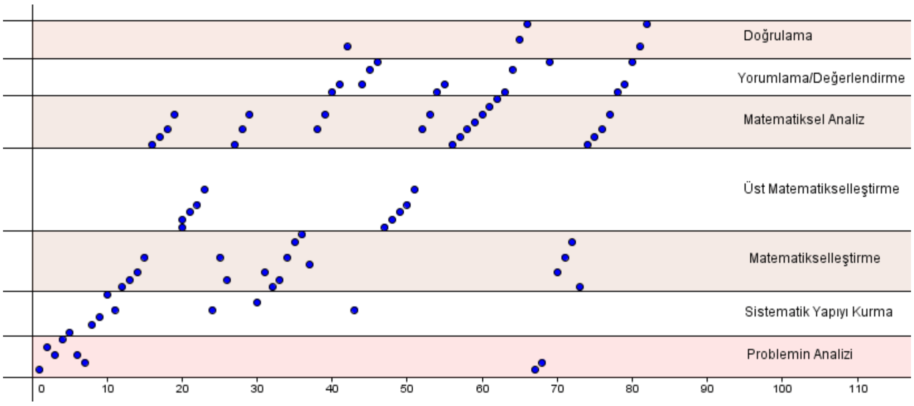
Kodların Dağılımı (A1-A4-A3-A5-A2-A3-A4-B1-A4-B1-B6-B2-B3-A2-B4-C1-C2-C5-C8-C5-C7-D2-C3-C2-C8-C7-C4-C5-C7-D5-D1-D2-D3-D4-E4-E5-D11-D9-E6-F1-A4-F2-F3-F5-F1-G1-G2-G4-G5-F3-F1)

Grafiğe bakıldğında, Grup-4'ün Stat Problemi çözüm sürecinde çok az sayıda temel basamaklarda düzensiz geçiş sergilemiştir. Genel anlamda doğrusal bir süreç izlendiği görülse de bu sürecin kompleks yapıda olmadığını göstermez. Çünkü alt basamaklar arasındaki geçişler yoğundur. Bunun yanında matematiksel anazli temel basamağında diğer basamaklara göre daha az kompleks bir süreç geçirmişlerdir. Matematiksel analizdeki az nokta sayısı bu temel basamakta fazla zaman ayırmadıkları düşüncesi yaratmamalıdır. Sadece daha sade ve basit bir düşünceler ve yaklaşımlar çerçevesinde matematiksel analiz gerçekleşmiştir.

Grup-4'ün Salıncak Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-4'ün Salıncak problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 47 Grup-4'ün Salıncak Problemi Çözüm Süreci Grafiği



Kodların Dağılımı (A1-A4-A3-A5-B1-A3-A2-B2-B3-B6-B4-C1-C2-C3-C5-E1-E2-E3-E5-D1-D2-D3-D4-D6-B4-C5-C2-E1-E3-E5-B5-C3-C1-C2-C5-C7-C8-C4-E3-E5-F1-F2-G2-B4-F2-F4-F5-D1-D2-D3-D4-D6-E3-E5-F1-F2-E1-E2-E3-E4-E5-E6-E7-F1-F4-G3-G5-A1-A2-F5-C3-C5-C7-C1-E1-E2-E3-E5F1-F2-F5-G2-G5)

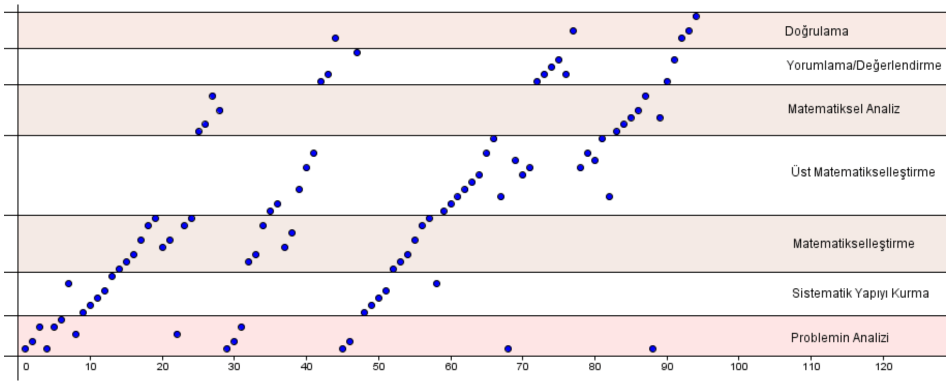
Grup-4'ün Salıncak Problemi çözüm süreci incelendiğinde yaklaşımlarının ve düşünme süreçlerindeki geçişlerin çok fazla olduğu görülmektedir. Bu da grubun zengin bir bilişsel ve üst-bilişsel süreçten geçtiklerin bir göstergesidir. Grubun çözüm sürecinde temel basamaklara ait alt basamakların çoğuna rastlanılmaktadır. 10-20 arasında 1 kez,20-30 arasında 3 kez, 30-40 arasında 1 kez, 40-50 arasında 3 kez, 50-60 arasında 1 kez 1 kez ve 70-80 aralığında 2 kez temel basamaklarda düzensiz geçişler sergilenmiştir. Alt basamaklar arasındaki geçişlerin oldukça yoğun olduğu görülmektedir.

Grup-5'in Problem Çözüm Süreçlerindeki Temel ve Alt Basamakların Dağılımı

Grup-5'in Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-5'in Boy-Ayak Uzunluğu problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 48 Grup-5'in Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci Grafiği



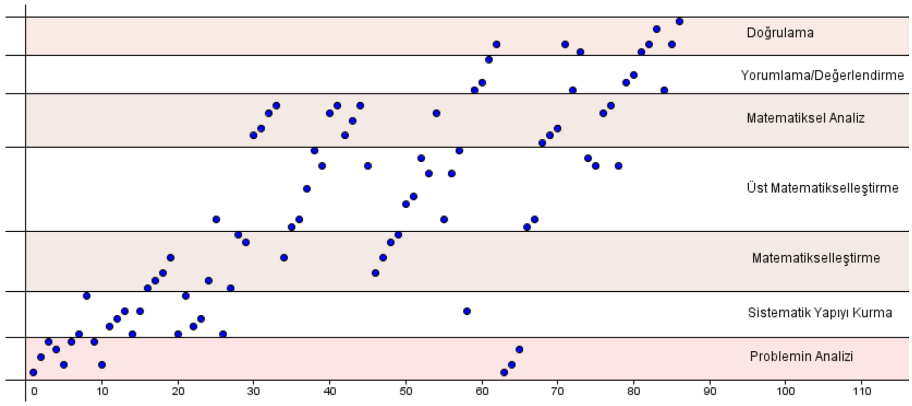
Kodların Dağılımı (A1-A2-A4-A1-A4-A5-B5-A3-B1-B2-B3-B4-B6-C1-C2-C3-C5-C7-C8-C4-C5-A3-C7-C8-E1-E2-E6-E4-A1-A2-A4-C2-C3-C7-D1-D2-C4-C6-D4-D7-D9-F1-F2-G2-A1-A2-F5-B1-B2-B3-B4-C1-C2-C3-C5-C7-C8-B5-D1-D2-D3-D4-D5-D6-D9-D11-D3-A1-D8-D6-D7-F1-F2-F3-F4-F2-G3-D7-D9-D8-D11-D3-E1-E2-E-3-E4-E6-A1-E3-F1-F4-G2-G3-G5)

Grup-5'in Boy-Ayak Uzunluğu Problemi çözüm sürecinde, Grup-3'ün bu probleme dair çözüm süreci gibi oldukça yoğun bir şekilde alt basamaklar ve temel basamaklar arasında geçişler yaşanmıştır. Bunun yanında öğrencilerin çok sayıda geri dönüşler gerçekleştirdikleri ve sürecin her basamağında aktif olarak bulundukları görülmüştür. Grafikte dikkat çeken bir durum süreç içerisinde üç kez sürecin döngüsel yapısını ortaya koyan keskin geri dönüş görülmüştür. Bunun yanında temel basamakların ve alt basamakların kendi aralarındaki geçişler oldukça fazladır. Bu tür geçişlerin sıklığı verilerin analizinde temel bileşenleri ortaya koyma ve alt basamakları belirleme ve en önemlisi bu stratejik etkenler arasındaki ilişkilerin ortaya çıkarılmasında oldukça etkili olmuştur. Önceki grafiklerde de dikkat edildiği üzere matematikselleştirme ve üst matematikselleştirme temel basamakları içerisinde yoğun bir bilişsel etkinlik göze çarpmaktadır.

Grup-5'in Stat Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-5'in Stat Problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 49 Grup-5'in Stat Problemi Çözüm Süreci Grafiği



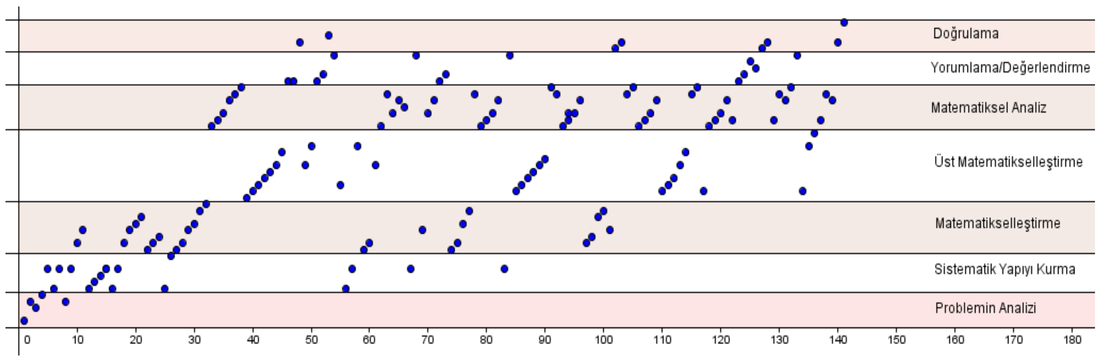
Kodların Dağılımı (A1-A3-A5-A4-A2-A5-B1-B6-A5-A2-B2-B3-B4-B1-B6-B4-C1-C2-C3-C5-B1-B6-B2-B3-C2-D2-B1-C1-C8-C7-E2-E3-E5-E6-C5-D1-D2-D6-D11-D9-E5-E6-E2-E4-E6-D9-C3-C5-C7-C8-D4-D5-D10-D8-E5-D2-D8-D11-B4-F1-F2-F5-G2-A1-A2-A4-D1-D2-E1-E2-E3-G2-F1-G1-D10-D9-E5-E6-D9-F2-F3-G1-G2-G4-F1-G2-G5)

Grup-5'in Stat Problemi çözüm süreci incelendiğinde alt basamaklar ve temel basamaklar arasındaki geçişlerin fazla olduğu görülmüştür. Temel basamaklar arasındaki geçişlerin sayısı 8-9'dur. Grup-5 çözüm sürecinde temel basamakların hepsinde bilişsel etkinlik içerisinde bulunmuştur. Bunun yanında alt basamaklar arasındaki geçişler oldukça fazla olup modelleme sürecine ait alt basamakların hemen hemen hepsine çözüm sürecinde karşılaşılmıştır.

Grup-5'in Salıncak Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-5'in Salıncak problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 50 Grup-5'in Salıncak Problemi Çözüm Süreci Grafiği



Kodların Dağılımı (A1-A4-A3-A5-B4-B1-B4-A4-B4-C2-C4-B1-B2-B3-B4-B1-B4-C2-C4-C5-B6-C1-C2-C3-B1-B6-C1-C2-C4-C5-C7-C8-E1-E2-E3-E5-E6-E7-D1-D2-D3-D4-D5-D6-D8-F1-F2-G2-D6-D9-F1-F2-G3-F5-D3-B1-B4-D9-C1-C2-D6-E1- E6-E3-E5-E4-B4-F5-C4-E3-E5-F1-F2-C1-C2-C5-C7-E6-E1-E2-E3-E5-B4-F5-D2-D3-D4-D5-D6-D7-E7-E6-E1-E2-E3-E5-C2-C3-C6-C7-C4-G1-G2-E6-E7-E1-E2-E3-E5-D2-D3-D4-D6-D8-E6-E7-D2-E1-E2-E3-E5-E2-F1-F2-F4-F3-G1-G2-E2-E6-E5-E7-F5-D2-D9-D11-E2-E6-E5-G2-G5)

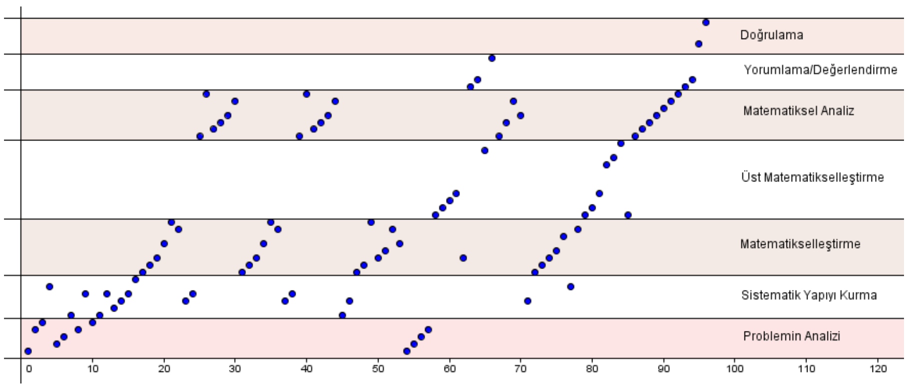
Grup-5'in salıncak problemi çözüm süreci en zengin bilişsel ve üst bilişsel aktivitelerin gerçekleştiği modelleme süreci olmuştur. Süreç içerisinde sürekli olarak gerçekleşen temel basamaklar arasındaki birçok keskin geçiş ve geri dönüşler göze çarpmaktadır. Sürecin döngüsel yapısı bu süreçte çok daha net bir biçimde görülmüştür. Alt basamakların her birine rastalnılan çözüm süreçlerinden biridir. Düzenli bir çözüm başlangıcı, devamında ise daha kompleks bir bilişsel sürecin varlığı görülmektedir.

Grup-6'nın Problem Çözüm Süreçlerindeki Temel ve Alt Basamakların Dağılımı

Grup-6'nın Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-6'nın Boy-Ayak Uzunluğu problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 51 Grup-6'nın Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci Grafiği



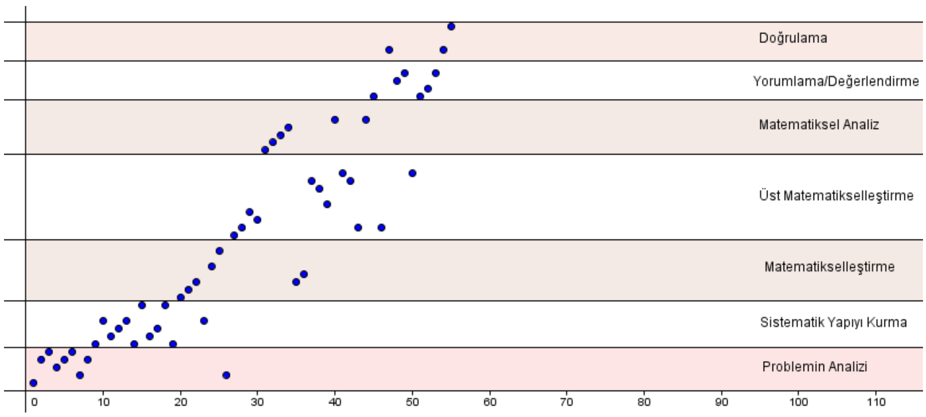
Kodların Dağılımı (A1-A4-A5-B5-A2-A3-B1-A4-B4-A5-B1-B4-B2-B3-B4-B6-C1-C2-C3-C5-C8-C7-B3-B4-E1-E7-E2-E3-E4-E6-B1-B3-C1-C2-C8-C3-C4-C7-C5-A1-A2-A3-A4-D1-D2-D3-D4-C3-F1-F2-D10-F5-E1-E3-E6-E4-B3-C1-C2-C3-C4-C6-B5-C7-D1-D2-D4-D8-D9 -D11-D1-E1-E2-E3E4-E5-E6-E7-F1-F2-G2-G5)

Grup-6’nın Boy-Ayak Uzunluğu Problemi çözüm sürecinde yoğun bir şekilde temel ve alt basamaklar arasında geçişler yaşanmıştır. Bunun yanında öğrencilerin geri dönüşler gerçekleştirdikleri ve sürecin her basamağında aktif olarak bulundukları görülmüştür. Grafikte görülen bir diğer husus ise Grup-2’nin matematikselleştirme temel basamğındayken 2 kez matematiksel analize geçiş yapmış olmasıdır. Diğer çözümlerde de karşılaşılan bu durumun nedeni şu şekilde açıklanabilir: Öğrenciler çözüm sürecinde AMMyi ortaya koyacak YMMleri oluşturduktan sonra bunlardan yararlanarak AMMyi ortaya koymadan önce bu YMMlerin matematiksel analizine geçiş yapmışladır. Grup-6’nın bu çözüm sürecinde zengin bir bilişsel ve üst bilişsel süreç ortaya çıkmıştır.

Grup-6’nın Stat Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-6’nın Stat Problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 52 Grup-6’nın Stat Problemi Çözüm Süreci Grafiği



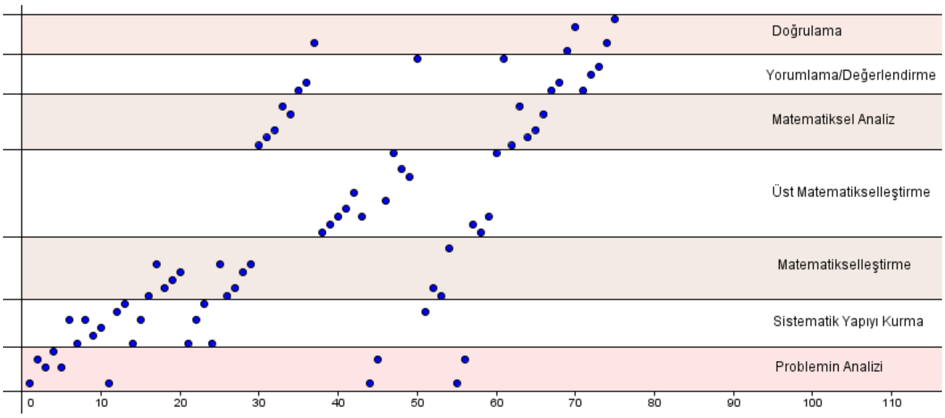
Kodarın Dağılımı (A1-A4-A5-A3-A4-A5-A2-A4-B1-B4-B2-B3-B4-B1-A4-B1-B6-B2-B3-B6-B1-C1-C2-C3-B4-C5-C7-A2-D1-D2-D4-D3-E1-E2-E3-E5-C3-C4-D8-D7-D5-E5-D9-D8-D2-E5-F5-D2-G2-F3-F4-D9-F1-F2-F4-G2-G5)

Grafiğe bakıldığında, Grup-6’nın Stat Problemi çözüm sürecinde 6-7 defa temel basamaklarda düzensiz geçiş sergilemiştir. Genel anlamda doğrusal bir süreç izlendiği görülse de bu sürecin kompleks yapıda olmadığını göstermez. Çünkü alt basamaklar arasındaki geçişler oldukça yoğundur. Grafiğe bakıldığında Grup-6'nın diğer çözümlere nazaran daha yalın ve basit bir çözüm süreci içerisinde bulundukları görülmüştür.

Grup-6'nın Salıncak Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-6'nın Salıncak problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 53 Grup-6'nın Salıncak Problemi Çözüm Süreci Grafiği



Kodların Dağılımı (A1-A4-A3-A5-A3-B4-B1-B4-B2-B3-A1-B5-B6-B1-B4-C1-C5-C2-C3-C4-B1-B4-B6-B1-C5-C1-C2-C4-C5-E1-E2-E3-E6-E5-F1-F2-G2-D1-D2-D3-D4-D6-D3-A1-A4-A2-D5-D11-D9-D8-F5-B5-C2-C1-C7-A1-A4-F5-E1-E6-E2-E3-E5-F1-F2-G1-G4-F1-F3-F4-G2-G5)

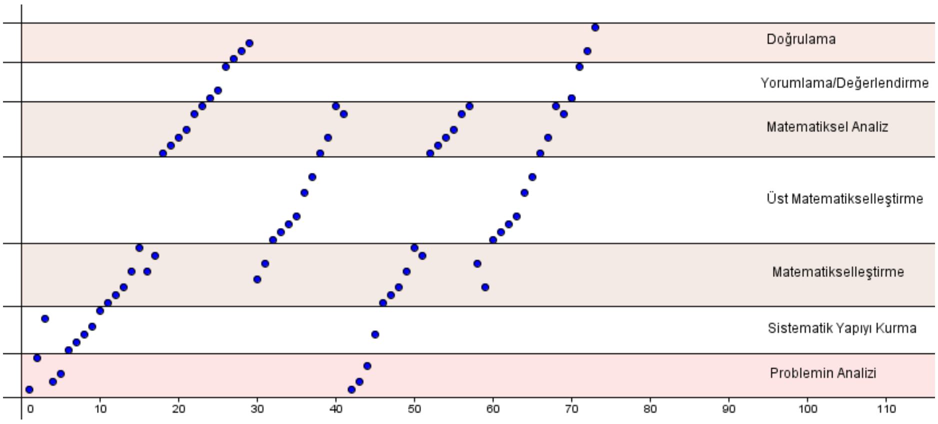
Grup-6'nın Salıncak Problemi çözüm sürecine bakıldığında, temel basamaklar arasındaki geçişlerin sık olduğu görülmüştür. Modelleme sürecindeki temel basamaklar arasındaki düzensiz geçişlerin sayısı 10-12 arasındadır. Grup temel basamakların her birinde aktif olarak bulunmuşlardır.

Grup-7'nin Problem Çözüm Süreçlerindeki Temel ve Alt Basamakların Dağılımı

Grup-7'nin Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-7'nin Boy-Ayak Uzunluğu problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 54 Grup-7'nin Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Süreci Grafiği



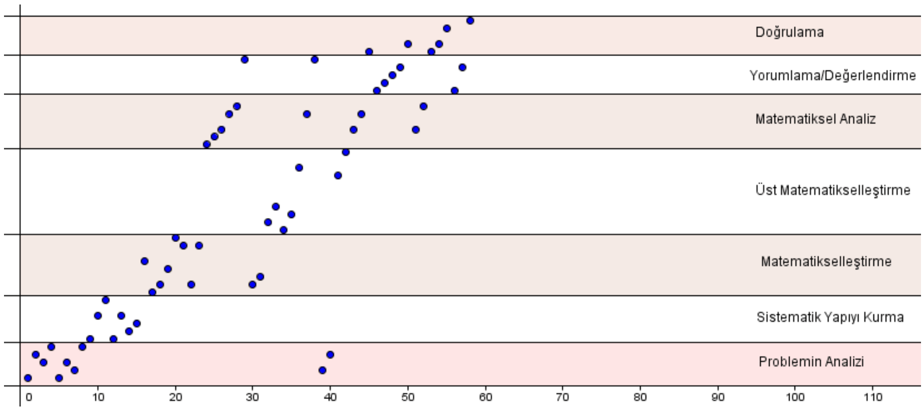
Kodların Dağılımı (A1-A5-B5-A2-A3-B1-B2-B3-B4B4-B6-C1-C2-C3-C5-C8-C5-C7-E1-E2-E3-E4-E6-E7-F1-F2-F5-G1-G2-G3-C4-C6-D1-D2-D3-D4-D7-D9-E1-E3-E7-E6-A1-A2-A4-B3-C1-C2-C3-C5-C8-C7-E1-E2-E3-E4-E6-E7-C6-C3-D1-D2-D3-D4-D7-D9-E1-E3-E7-E6)

Grup-7'nin Boy-Ayak Uzunluğu Problemi çözüm sürecine bakıldığında, temel basamaklar arasındaki geçişlerin sık olduğu görülmüştür. Temel basamaklar arasındaki düzensiz geçişlere bakıldığında 10-20 arasında matematikselleştirmeden matematiksel analize, 20-30 arasında doğrulamadan matematikselleştirmeye, 40-50 arasında matematiksel analizden problemin analizine, 50-60 arasında da matematikselleştirmeden matematiksel analize ve mateamtiksel analizden matematiselleştirme temel basamağına düzensiz keskin geçişler görülmüştür. Çözüm sürecinde grubun matematikselleştirmeden matematiksel analize geçişin nedeni YMMnin oluşturulup AMMi ortaya çıkarmadan önce matematiksel analizinin gerçekleştirilmesidir. 20-30 arasında doğrulamadan matematikselleştirmeye geçişin nedeni ise oluşturulan YMMnin gerçek yaşam çözümlerinin incelenmesidir. Ama bu problemin ideal çözümü için yeterli olmadığından çözüm devam etmiştir. Grubun modelleme sürecindeki temel basamaklar arasındaki düzensiz geçişlerin sayısı 5-6'dır.

Grup-7'nin Stat Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-7'nin Stat Problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 55 Grup-7’nin Stat Problemi Çözüm Süreci Grafiği



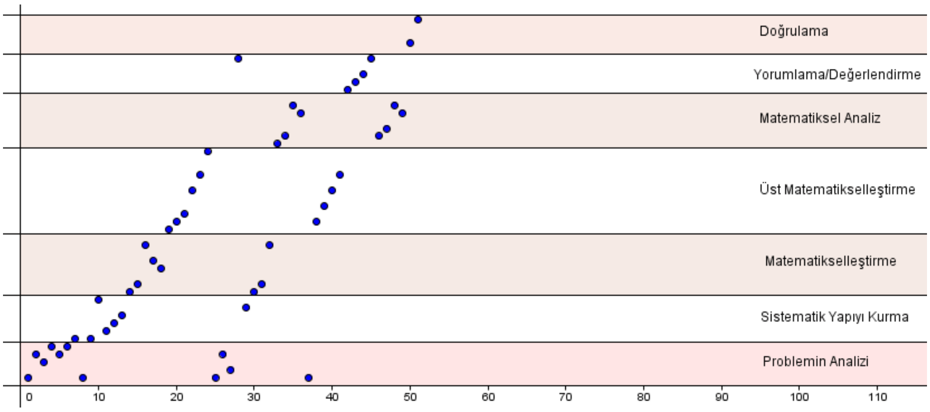
Kodların Dağılımı (A1-A4-A3-A5-A1-A3-A2-A5-B1-B4-B6-B1-B4-B2-B3-C5-C1-C2-C4-C8-C7-C2-C7-E1-E2-E3-E5-E6-F5-C2-C3-D2-D9-E5-F5-A2-A4-D8-E3-E5-G1-F1-F2-F3-F4-G2-E3-G1-G2-G4-F1-F4-G5)

Grup-7’nin Stat Uzunluğu Problemi çözüm sürecine bakıldığında, alt basamaklar ve temel basamaklar arasındaki geçişlerin fazla ve düzensiz bir yapıda olduğu görülmüştür. Temel basamaklar arasındaki geçişlerin sayısı 6-7’dir. Grup-7 çözüm sürecinde temel basamakların hepsinde bilişsel etkinlik içerisinde bulunmuştur. Bunun yanında alt basamaklar arasındaki geçişler oldukça fazla olup modelleme sürecine ait alt basamakların hemen hemen hepsiyle çözüm sürecinde karşılaşılmıştır. 40 civarında grup çözüm sürecin problemin analizi temel basamağına dönmüştür. Bunun nedeni şudur: grup çözüm sürecinde problemin doğru olarak anlayıp anlamadıklarını tekrar gözden geçirmek adına, problemi tekrar analiz etme ihtiyacı hissetmiştir. Temel basamaklar ve alt basamaklar arasındaki geçişler sürecin üst bilişsel yapısının ne kadar karmaşık olduğunun açık bir göstergesidir.

Grup-7’nin Salıncak Problemi Çözüm Süreci

Aşağıdaki grafikte Grup-7’nin Salıncak problemi çözüm sürecindeki yaklaşım ve düşünme süreçlerindeki değişim verilmiştir.

Şekil 56 Grup-7'nin Salıncak Problemi Çözüm Süreci Grafiği



Kodların Dağılımı (A1-A4-A3-A5-A4-A5-B1-A1-B1-B6-B2-B3-B4-C1-C2-C7-C5-C4-D1-D2-D3-D6-D8-D11-A1-A4-A2-F5-B5-C1-C2-C7-E1-E2-E6-E5-A1-D2-D4-D6-D8-F1-F2-F3-F5-E2-E3-E6-E5-G2-G5)

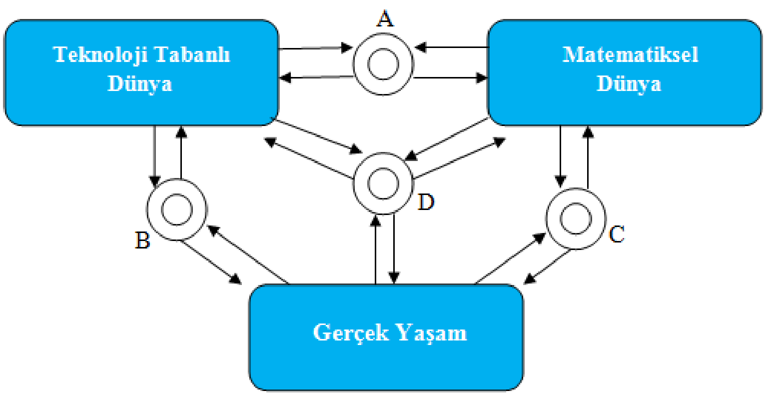
Grup-7'nin Stat Uzunluğu Problemi çözüm sürecine bakıldığında, alt basamaklar ve temel basamaklar arasındaki geçişlerin fazla olduğu görülmüştür. Temel basamaklar arasındaki geçişlerin sayısı 8-9'dur. Çözüm sürecine bakıldığında daha sade ve basit bir bilişsel ve üstbilişsel süreç ortaya çıkmıştır. Grup çözüm sürecinde temel basamakların her birinde bulunmuşlardır. Doğrulama basamağına dair grafikte sadece 2 noktanın bulunması bu süreçte başarısız olduğunu göstermemektedir. Bunun yanı sıra daha sade ve karmaşık olmayan düşünce ve yaklaşım yardımıyla modelin doğrulanmasına yönelik çalışmalar yaptığını gösterir. Ayrıca az nokta olması modelin doğrulanmasına yönelik çok kısa süre çalıştığını yorumunu doğurmamaktadır. Çünkü bu süreçte her ne kadar sığ yaklaşım sergilense de o yaklaşım sergilenerek yapılanların kısa bir sürede gerçekleşeceği anlamına gelmemektedir.

III. Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Tez çalışmasının üçüncü alt problemi, teknoloji destekli ortamda, birlikte çalışma gruplarının tasarlanan matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojinin hangi basamaklarda nasıl bir rol oynadığının incelenmesini içermektedir. Bulguların bu kısmında, sürecin temel bileşenleri dikkate alınarak ve bu bileşenlerin birbirleriyle olan ilişkilerini düşünülerek alt basamakların özellikleri doğrultusunda teknolojinin modelleme sürecine etkileri ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Bir diğer deyişle, bu süreçte teknoloji dışındaki diğer etkenler dikkate alınmadan bulguların ilk bölümünde ortaya konan modelleme sürecinin 7 temel basamağında ortaya konan bilişsel aktivitelerdeki teknolojinin oynadağı rol açıklanmıştır. Bu alt probleme yönelik bulgular ve yorumlar sunulurken; teknolojinin süreçte nasıl kullanıldığı şekil ve tablo ile açıklanmıştır.

Birlikte çalışma gruplarının çözüm süreçleri incelendiğinde süreç boyunca sergiledikleri yaklaşımların ve düşüncelerin 3 temel dünya etkisinde gerçekleştiği görülmüştür. Bu 3 farklı dünya gerçek yaşam, matematiksel dünya ve teknoloji tabanlı dünyadır. Grupların çözüm süreçlerinde ortaya çıkan bu alanlar arasındaki bağlantı Şekil 57'deki gibi gösterilmektedir.

Şekil 57 Matematik Modelleme Sürecinde Ortaya Çıkan Yaklaşım ve Düşünme Süreçlerinin Etkilendiği Dünyalar



Şekil 57'ye göre matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürrecinde sergilenen farklı yaklaşımlar ve düşünceler bu 3 temel dünyanın etkisinde şekillenmektedir. Şekilde verilmiş A,B,C ve D söz konusu temel dünyaların etkisinde gerçekleşen dört farklı durumu temsil etmektedir. Öğrencilerin yaklaşımlarına ve düşüncelerin oluşmasında bu 3 temel dünyanın biri hiçbir zaman tek başına bir etken olmamıştır. Örneğin A durumunda ortaya atılan yaklaşım veya düşünme süreci için şunlar söylenir: A yaklaşımının veya düşüncesinin temeli teknoloji tabanlı dünya ve matematiksel dünya arasındaki etkileşimin bir ürünü olarak karşımıza çıkmaktadır. Bunun yanında bu yaklaşımın veya düşüncenin ortaya çıkması teknoloji tabanlı dünya merkezli gerçekleşmiş olabilir, matematiksel dünya yardımcı dünya olabilir. Bunun tam tersi de söz konusudur. A durumunun oluşmasında matematiksel dünya merkezi dünyadır, teknoloji tabanlı dünya ise yardımcı görevini üstlenmektedir. B ve C' deki durumlar da benzeri iki temel dünya arasındaki etkileşim sonucu ortaya çıkan yaklaşım veya düşünceleri temsil etmektedir. D durumu ise teknoloji tabanlı dünya, matematiksel dünya ve gerçek yaşamdan etkilenilerek ortaya çıkan yaklaşım ve düşünme süreçlerini içermektedir. Teknolojik destekli ortamda gerçekleştirilen matematiksel modelleme sürecindeki sergilenen yaklaşımlar dikkate alındığında D tarzındaki yaklaşım ve düşüncelerin çok fazla olduğu görülmüştür. Bu 3 temel dünyanın etrafında gerçekleşen yaklaşımların ve düşüncelerin öğrencilerin modelleme becerilerine ve yeteneklerine olumlu anlamda katkı sağladığı, öğrencilerin matematiksel modelin yapısını ve gerçek yaşamda kullanımına dair analiz yapmalarına çeşitli fırsatlar sağladığı belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının teknolojiden matematiksel modelleme sürecinde hangi bileşen ve basamaklarda ne amaçla yararlandıklarını ortaya çıkarmak için Tablo 56 oluşturulmuştur. Tablo 56 incelendiğinde teknolojinin modelleme sürecinin her bileşeni ve basamağında etkisini gösterdiği ve süreç ile bütünleşik bir yapıda olduğu görülmektedir.

Tablo 56 Teknolojinin Matematiksel Modelleme Sürecindeki Yeri

Karmaşık Gerçek Yaşam Durumu
Problemin Analizi -Matematiksel modelleme problemiyle birlikte verilen animasyonlar, videolar ve resimler ayrıntılı incelenir. Bu doğrultuda teknoloji yardımıyla gerçek yaşam durumuna dair yorumlar yapılır.
Gerçek Yaşam Problem Durumu
Sistematik Yapıyı Kurma -GeoGebra yazılımı, ScreenHunter programı, video, animasyon ve resimlerden yararlanılarak gerçek yaşam problem durumunun bir modeli oluşturulur. -Gerçek yaşam problem durumunu en iyi şekilde temsil edecek modeli kurma adına video, animasyon ve resimler ayrıntılı olarak incelenir. Video ve animasyonlardan durumu en iyi temsil edecek kesitler alınır. -GeoGebra yazılımının problem çözüm sürecinde nasıl kullanılabileceğine dair bir genel strateji belirlenir

ve bu doğrultuda teknoloji temelli sistematik yapı kurulur. GeoGebra, genel çözüm stratejileri için uygun ve önemli bir araç olmuştur. -Problemle birlikte verilen animasyon, video ve resimler genel çözüm stratejisini etkilemektedir. -Video, animasyon ve resimler daha ayrıntılı incelenerek problem durumuna dair daha üst düzey varsayımlar ve yorumlar yapılır. -Gerçek yaşam deneyimleriyle video ve resimler arasındaki grup içi tahminler ve düşünceler karşılaştırılarak varsayımlardaki yanlışlıkların da giderildiği görülmüştür. -Teknoloji destekli bir çözümün yapılması süreç içerisinde matematiksel gösterimler ve teknoloji tabanlı gösterimler arasındaki bağlantının doğru olarak kurulmasını gerektirmektedir.
Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modeli
Matematikselleştirme -Öğrencinin teknoloji ve matematik bilgisini üst seviyede kullanarak teknoloji ve matematiği ilişkilendirmesi söz konusudur. -Değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkaracak matematiksel bilgiyi teknolojiden yararlanarak ortaya koyulur. Bu nedenle de değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya koymak için gerekli matematiksel kavramlar ve teknoloji bilgisinin aralarındaki ilişki büyük önem taşır. -YMMlere ulaşmak için kurulan sistemde istenilenler arasındaki ilişkiyi daha rahat gözlemleyebilmek ve çözümü kolaylaştırmak amacıyla teknolojinin görsel olanaklarından yararlanılır. -Çözüm için kullanılması gereken matematiksel bilgi ve teknolojik bilgi ortaya çıkarılır ve uygun bir şekilde kullanılır. -Öğrencilerin sahip olduğu matematiksel kavramları ile birlikte teknolojiyi de kullanarak YMMleri oluşturması söz konusudur. -Teknoloji destekli yürütülen bir matematiksel çözümde matematik ve teknoloji arasındaki yapılan geçişlerin uygun olarak yapılır.
Yardımcı Matematiksel Model/ler
Üst Matematikselleştirme -GeoGebra yazılımının, video, animasyon ve resimlerin nasıl kullanılacağına karar verilir. -Öğrencilerin teknoloji ve matematik bilgisini üst seviyede kullanarak AMMyi bulmak için teknoloji ile matematiği ilişkilendirmesi söz konusudur. -AMMye ulaşmak için kurulan sistemde istenilenler arasındaki ilişkiyi daha rahat gözlemleyebilmek ve çözümü kolaylaştırmak amacıyla teknolojiden yararlanılır. -Teknoloji ve matematik bilgilerini kullanabildiği ve bu iki bilgi arasındaki ilişkiyi kurabildikleri ölçüde GeoGebra yazılımının yardımıyla YMMlerin grafiksel gösterimlerinden yararlanılır. Gerekli YMMler GeoGebra ekranında oluşturularak ilişkilendirilir ve karşılaştırılır. - YMMleri ve YMMlerin sonuçlarını yorumlamaya olanak sağlayan bir simülasyon uygun teknoloji kullanılarak kurulur. -AMM için gerekli değişkenler başta olmak üzere sabitlerin ve parametrelerin aralarındaki ilişki üst düzey matematiksel bilgi ve teknoloji bilgisi sayesinde ortaya konur. -Teknoloji destekli yürütülen bir matematiksel çözümde matematik ve teknoloji arasındaki yapılan geçişlerin uygun olarak yapılır.
Ana Matematiksel Model
Matematiksel Analiz -Bu süreçte ya AMM veya YMMlerin cebirsel yapısı düşünülerek çözümlerde cebirsel çözüm esas alınır ya da modelin grafiksel yapısı düşünülerek çözümlerde geometrik çözüm esas alınır. Grafiksel yapılar dikkate alındığında, grafiklerin arasındaki ilişkinin ve farklılıkların daha rahat görülebilmesi için, GeoGebra'da grafikler analitik düzlemde tanımlanır ve aralarındaki açı, x'ler aynı iken y'ler arasındaki ilişki vb. durumlar teknoloji yardımıyla yorumlanır. -Matematiksel çözüm için renklendirme, verileri aynı ekrana atma, kalınlaştırma vb. teknolojik yardıma başvurulur. -Çözüm sürecinde uygun teknolojiden ve AMMden yararlanarak matematiksel çözümlemeye ve yorumlamaya olanak sağlayan bir simülasyon kurulur. -Teknolojik yöntemlerle matematiksel yöntemlerin birbirlerini karşılıklı olarak etkiledikleri ve matematiksel yöntemlerin bu süreçte teknolojik yöntemlerle desteklenir.

<table>
<tr><td colspan="2">-Teknolojiden doğru bir şekilde yararlanmak için teknolojiden matematiğe ve matematikten teknolojiye geçişin doğru bir şekilde gerçekleştirilmesi gerekir.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Matematiksel Çözüm</td></tr>
<tr><td colspan="2">Yorumlama/Değerlendirme
-Video, animasyon ve resimler incelenerek varsayımların gerçek yaşam sonuçlarına olan etkileri ve varsayımların değişmesi sonucu olabilecek alternatif durumlar üzerine bir yorumlama ve değerlendirme yapılır.
-Teknoloji destekli ortamda elde edilen matematiksel çözümün ve matematiksel sonuçların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesine olanka sağlayan teknoloji-matematik ve gerçek yaşam geçişlerinin uygun bir şekilde yapılması gerekir.
-Video, animasyon veya resimlerden yararlanılarak yapılan tahminlerler çözüm için GeoGebra'da kurulan teknoloji tabanlı sistem arasındaki ilişki (ölçeklendirme vb.) ortaya çıkarılır.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Gerçek Yaşam Çözümü</td></tr>
<tr><td colspan="2">Modelin Doğrulanması
- Problemle birlikte verilen animasyon, video ve resimler öğrencilere gerçek yaşam durumunun o andaki görsel bir resmini sunar. Bu sayede modelin geçerliliği daha ayrıntılı ve uygun teknoloji sayesinde daha sağlıklı olarak kontrol edilir.
-Durumu en iyi görselleştiren video kesitleri ve resimler elde edilen matematiksel analizlerin sonucunda elde edilen gerçek yaşam verilerinin geçerliliğini kontrol etmede uygun bir ortam sağlar.</td></tr>
<tr><td>Gerçek Yaşam Problem Durumu
(model tatmin edici değil)</td><td>Kısa Çözüm Raporu
(model tatmin edici)</td></tr>
</table>

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin ayrıntılı olarak analiz edilip modelleme sürecinde ortaya çıkan yaklaşım ve düşünme süreçlerini açıklamak amacıyla gerçekleştirilen tez çalışmasının bu bölümünde bulgular ışığında ulaşılan sonuçlar, tartışma ve son olarak da öneriler sunulmaktadır.

Öğretmen adaylarına sorulan üç matematiksel modelleme problemi (salıncak, stat ve boy-ayak uzunluğu problemi) modelleme sürecinin incelenmesi bakımından araştırmacıya oldukça zengin bir veri sağlamıştır. Kapsamlı bir modelleme süreci analizi sonucunda kodlamalar, alınan notlar ve sürekli karşılaştırmalı analiz yöntemiyle matematiksel modelleme sürecinin temel bileşenleri, temel basamakları ve bu temel basamaklarının parçaları olan alt basamakları ortaya çıkarılmış ve onları farklı kılan temel özellikleri ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Basamakların tümü teknolojiye bağımlı olmamakla birlikte büyük çoğunluğunda basamakların teknolojinin de etkisi altında şekillendiği görülmüştür. Teknoloji destekli ortamdaki süreç analizi çalışmalarına bakıldığında bu konudaki en ayrıntılı çalışma olarak göze çarpan Galbraith ve Stillman (2006)'ın çalışmasında 6 temel bileşen, 5 temel basamak ve bu 5 temel basamağı açıklayan toplamda 31 alt basamak göze çarpmaktadır. Bu yönüyle bu tez çalışmasının zengin bir bakış açısı sağlayacağı düşünülmektedir.

Elde edilen matematiksel modelleme sürecine ait modelin temel yapısı dikkate alındığında birçok araştırmayla dikkate değer farklılıkların bulunduğu görülmektedir. Bunun yanında Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007)'ın modelleme sürecine dair oluşturdukları modelle benzerlikler göze çarpmaktadır. Bu anlamda yukarıdaki modelin bu çalışmadan farklılıkları düşünüldüğünde öncelikle alt basamaklara dair daha ayrıntılı bir açıklama getirmektedir. Bunun yanında modelin temel bileşenlerine bakıldığında bu tez çalışmasında Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007)'ından farklı olarak gerçek yaşam durumunun modeli ve yardımcı matematiksel model oluşturma bileşeni eklenmiştir. Elde edilen bulgular dikkate alındığından sürece dair benzer yapıda bir çalışmanın bulunmadığı söylenebilir.

Sürecin temel basamakları dikkate alındığında, Müller & Wittmann (1984), Berry & Davies (1996) ve Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007) ifade ettiği gibi gerçek yaşam durumu matematiksel modelleme sürecinin ilk temel bileşeni olarak karşımıza çıkmıştır. Öğrencinin yabancı olduğu karmaşık bir gerçek yaşam durumuyla karşı karşıya kalmasıyla süreç başlar. Sürecin ikinci temel bileşeni ise Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007) da ifade ettiği gibi gerçek yaşam problem durumudur. Bu doğrultuda öğrenciler kendileri için kompleks ve yabancı gerçek yaşam durumunu analiz ederek gerçek yaşam problem durumunu ortaya çıkarırlar. Çoğu çalışmada sürecin ilk bileşeni olarak alınan Polya (1957)'nın problem çözme aşamalarından ilki olan problemi okuma ise bu çalışmada öğrencilerin karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek yaşam problem durumuna geçerken ortaya çıkan "problemin analizi" olarak tanımlanmış temel basamağın ilk alt basamağı olarak karşımıza çıkmıştır. Voskoglou (2007) da çalışmasında ilk temel basamağı "problemin analizi" olarak ifade etmiştir. Bu çalışmada bu basamağa ait elde edilen temel özellikler dikkate alındığında Voskoglou (2007) gibi basamağın "problemin analizi" olarak ifade edilmesi uygun görülmüştür.

Tez çalışmasında ortaya konan modelleme sürecinin üçüncü temel bileşenini (gerçek yaşam problem durumunun modeli) ise Borromeo Ferri (2006)'nin çalışmasında dikkate aldığı görülmüştür. Borromeo Ferri(2006) bu bileşeni "durumun zihinsel gösterimi" olarak ifade etmiştir. İki ifadenin içeriği de aynı şeyi vurgulamaktadır. Ancak tez çalışmasında sürecin o aşamasındaki amacın gerçek yaşam durumuna dair bir model oluşturmak olduğu düşünülmüştür ve bu şekilde kodlanmıştır. Bu sırada öğrencilerin bu modeli oluştururken zihinsel modellerinin etkisinde kalındığı düşünüldüğünde iki ifade arasındaki anlam ilişkisi ortaya çıkmaktadır. İkinci ve üçüncü temel bileşen arasındaki süreç öğrencilerin gerçek yaşam problem durumundan matematiksel dünyaya geçtikleri bir köprü olarak düşünülebilir. Bu doğrultuda da Berry & Houston (1995)'ın gerçek yaşam ve matematiksel dünya arasındaki temel geçişin gerçekleştiği söylenebilir. Temel geçiş her ne kadar matematiksel dünyaya olduysa da süreçte başından sonuna kadar sürekli gerçek dünya ve matematiksel dünya arasındaki bir değiş tokuş gerçekleşmektedir. Sadece bazı zamanlar süreci gerçek yaşam yönlendirir bazı zamanlar ise matematiksel dünya. Sistematik yapıyı kurma aşamasında öğrencilerin özellikle genel çözüm stratejisi oluştururken GeoGebra'yı aktif olarak kullandıkları ve çözüm stratejilerinin temelinin GeoGebra'ya dayandığı görülmüştür. Bu da süreç boyunca GeoGebra'nın aktif rol almasını sağlayan etmen olarak düşünülmüştür.

Sürecin 4. temel bileşeni çalışmalarda daha çok Berry & Houston(1995)'ın ifadesiyle "sub-model" olarak karşımıza çıkan matematiksel modele ulaşmak için kurulan yardımcı modellerdir. Süreç araştırmaları dikkate alındığında bu bileşenin temel bileşen olarak görülmediği ve hatta süreçte yer almadığı görülmektedir. Oysa kompleks yapıdaki bir modelleme probleminin yapısındaki yardımcı modeller de kompleks yapıdadır ve önemlidir. İdeal bir modeli kurmak için ana modeli oluşturan yardımcı modellerin yapısı büyük önem taşır. Bazı zamanlar varsayımlar bizi yardımcı modellerden uzaklaştırsa da bu varsayımların daha gerçekçi olduğu durumlarda yardımcı modeller ana modelin yapı taşları olarak karşımıza çıkar. Hatta modelleme sürecini farklı kılan özelliklerinden biri ana modele ulaşılması için gerekli yardımcı modellerin sayısı ve yapısıdır. Bu problemin zorluğunu, sürecin zenginliğini ve karmaşıklığını da etkilemektedir. Bu nedenle 4. temel bileşen yardımcı matematiksel modeller olarak ele alınmıştır. Gerçek yaşam problem durumunun modelinden öğrenciler yardımcı matematiksel modellere ulaşır. Bu süreç üst düzey matematiksel bilgi ve üst düzey teknoloji bilgisi gerektiren bir sürecin başladığını işaret eder. Blomhoj & Jensen (2006) ve Voskoglou (2007)'ın vurguladığı matematikselleştirme sürecinin varlığını gösterir. Değişkenler matematiksel sembollerle ifade edilir ve aralarındaki ilişkiler matematiksel bilgilerle (teknoloji bilgisinin yardımı eşliğinde) kurulur. Bu süreçte teknolojik bilgiler matematiksel bilgiye yol gösterir.

Sürecin devamı, elde edilen yardımcı modellerden söz konusu ana matematiksel modelin üretilmesi aşamasıdır. Bu basamak ise tez çalışmasında üst matematikselleştirme olarak ifade edilmiştir. Yardımcı matematiksel modellerin yapısı ve sayısı (değişkenlerden dolayı) ana matematiksel modelin idealliği ve karmaşıklığı adına çok önemlidir. Bir ana matematiksel model yardımcı modeller yardımıyla kurulmayabilir. Bu varsayımlarla alakalıdır. Aynı şekilde bir problem için tek bir ana matematiksel model gerekmeyebilir. Bu da varsayımlarla alakalıdır. Örneğin boy ayak uzunluğu probleminde erkek ve kızlar ayrı düşünülerek iki ayrı ana matematiksel model oluşturulmuştur. Bu süreç de üst düzey matematik ve teknoloji bilgisi gerektirmektedir. Öğrencilerin hem matematikselleştirme hem de üst matematikselleştirme sürecinde teknolojinin görsel olanaklarından üst düzeyde faydalandıkları ve değişkenler arasındaki ilişkiyi kurabilecekleri teknolojik sistemler oluşturdukları gözlemlenmiştir.

Ana matematiksel model/ler elde edildikten sonra ise amaç bizi probleme dair bir çözüme ulaştıracak matematiksel sonuçların ana model ve yardımcı modellerden elde edilmesidir. Burada yardımcı modelin de eklenmesinin nedeni şudur, bazı durumlar için ana model daha kompleks bir işlemsel süreç yaratabilir. Bu nedenle eğer uygunsa yardımcı modelden yararlanılabilir. Blomhoj & Jensen (2006)'ın de ifade ettiği gibi bu alt süreç tez çalışmasında matematiksel analiz olarak ifade edilmiştir.

Elde edilen matematiksel sonuçların bir anlam ifade etmesi için gerçek yaşam karşılıklarının irdelenmesi gerekir. Bu basamakta ama matematiksel çözümden gerçek yaşam çözümüne ulaşmaktır. Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007) bu temel basamağı "matematiksel çıktıların yorumlanması" olarak ifade etmiştir. Blomhoj & Jensen (2006) ise "yorumlama/değerlendirme" olarak tanımlamıştır. Bu çalışmada ise "yorumlama/değerlendirme olarak kodlanan basamakta matematiksel dünyadan gerçek yaşama doğru temel bir geçiş gerçekleşir. Elde edilen gerçek yaşam çözümüne dair sonuçlar daha sonra gerçek yaşam deneyimleriyle, animasyon, video ve resimlerle veya o andaki öğrencilerin yaptığı anlık ölçümlerle ve hatta problemdeki gerçek veriler dikkate alınarak irdelenir ve doğruluğu gözden geçirilir. Eğer modelin geçerliliği konusunda öğrenciler tatmin değilse çözüm süreci ideal modelin oluşturularak ideal sonuçlaın elde edilmesine kadar devam etmektedir. Araştırmacılar bu süreci "doğrulama" veya "modelin doğrulanması" olarak ifade etmektedirler.

Öğretmen adaylarının modelleme problemlerini çözerken çözüm sürecinde teknolojinin büyük bir etkisinin olduğu görülmüştür. Sürecin hemen hemen her basamağında teknoloji etkili olmuş, farklı stratejileri, yaklaşımları ve öğrencilerin sahip olduğu becerileri ortaya çıkararak zengin ve karmaşık bir süreç ortaya çıkarmıştır. Özellikle öğrenciler GeoGebra yazılımının temel özelliği olan cebir ve geometri penceresini süreç boyunca aktif olarak kullanmışlardır. Lingefjärd (2000)'ın da ifade ettiği gibi bilgisayar yazılımları hem matematiksel modellerin grafiksel gösterimlerini sunmakla birlikte öğrencilerin sürecin ilerleyen zamanlarında modelin doğrulanmasına yönelik yaklaşımlarında da etkili olmuştur. Bunun yanında kompleks yapıdaki modelleme probleminin verileri gerçek olduğundan üretilen matematiksel modellerin yapısının basit olmayacağını açıktır. Lingefjärd (2000)'ın değindiği gibi teknoloji de bu anlamda olası zor işlemlerle öğrencilerin süreçte boğulmasını engellemiştir. Bunun yanında Cheng (2010)'ın ifade ettiği gibi, öğrencilerin oluşturdukları matematiksel modelin davranışlarını, eğilimlerini inceleyebileceği zengin bir ortam sağlamıştır.

Problem çözüm süreçlerine bakıldığında problemlerle birlikte verilen animasyon, video ve resimler sürecin başından itibaren çözümü etkileyici bir rol üstlenmiştir. Bunun yanında şimdiye kadar yapılan çalışmalara bakıldığında, süreç için oldukça uygun bir matematik yazılımı olmasına rağmen GeoGebra'nın matematiksel modelleme sürecindeki etkisine yönelik herhangi bir araştırmayla karşılaşılmamıştır. GeoGebra yazılımının Türkçe olması, matematiksel modelleme için ideal bir ortam sunan cebir ve geometri ekranlarının daimi etkileşimi sürecin zengin işleyişine büyük katkı sağlamıştır. Tez çalışmasında, GeoGebra yazılımının modelleme sürecinde genel stratejinin belirlenmesinden itibaren aktif ve matematiksel becerileri ortaya çıkarıcı pozitif bir rol üstlendiği görülmüştür. Bu nedenle GeoGebra' nın matematiksel modelleme süreci için oldukça uygun bir yazılım olduğu düşünülmektedir.

Grupların genel olarak her çözüm sürecinde 47 alt sürecin en az 42'sinde bulundukları görülmektedir. Bu sürecin kompleks yapısını ortaya koymaktadır ki toplamda 140 alt basamak geçişinin yapıldığı çözüm süreçleri mevcuttur. Matematiksel modelleme sürecindeki grupların zihinsel süreçlerini ortaya çıkarmak oldukça güçtür. Bu süreç o kadar karmaşıktır ki herhangi bir alt süreçte bulunan öğrenciler diğer alt süreçlerin de sürekli olarak etkisi altında kalmaktadırlar. Bu anlamda araştırmacılar tarafından tutulan gözlem notlarının ve araştırmacının zaman zaman grup üyeleriyle gerçekleştirdiği ayaküstü mülakatların (one-legged interviews) büyük etkisinin olduğu görülmüştür. Bunun yanında grup çalışmasıyla öğrencilerin düşüncelerini birbirlerine sesli olarak aktardığı bir ortamın olması, yazılı yanıt kağıtları, GeoGebra çözüm dosyaları, video ve resimler gibi çeşitli ortamlarda bulunarak bu ortamlar arasında yaptıkları geçişler onların matematiksel modelleme sürecindeki zihinsel süreçlerin ortaya çıkarılmasında oldukça etkili olmuştur.

Matematik öğretiminde teknoloji ve matematiksel modellemenin entegrasyonu matematiğin sınıflarda daha nitelikli olarak yapılmasını sağlayabilecek en etkili yolları bize sunabilmektedir. Öğrencilerin matematiksel gücünü ortaya çıkarıp matematiksel düşünmelerini en üst düzeye getirebilecek ve o düzeyde tutabilecek matematik derslerinin tasarımı büyük önem taşımaktadır. Öğrencilerin gerekli teknoloji bilgisiyle katkıda bulunabilceği bir matematiksel modelleme süreci zengin bilişsel ve üst bilişsel aktivitelere ev sahipliği yaptığı gibi, matematiksel kavramların öğrenilmesi, matematiksel kavramların gerçek yaşam karşılıklarının anlaşılması ve uygulanabilirliğinin test edilmesi ve motivasyonu sağlaması gibi pek çok avantajı matematik eğitiminde bize sunmaktadır.

Öğrencilerin ders içi veya ders dışı etkinliklerde matematiksel modelleme problemleriyle baş başa bırakılarak modelleme becerilerin üst düzeye çıkarmaları sağlanmalıdır. Tez çalışması kapsamında sürecin bir modeli ortaya konmuş 47 alt basamaktan oluşan bir döngü açıklanmıştır. Bu da modelleme sürecinin ne kadar zengin bir ortam sağladığının açık bir göstergesidir.

Bunun yanında öğrencilerin modelleme problemleriyle uğraşırken grup çalışmaları yapmaları, çözümü paylaşacakları ve tartışacakları aktif bir ortamın sağlanması oldukça önemlidir. Günümüzdeki teknoloji alanındaki çalışmalar da dikkate alındığı matematik eğitiminde kullanılmak üzere tasarlanmış birçok bilgisayar matematik yazılımı bulunmaktadır. Teknolojinin matematik eğitimine uygun entegrasyonu kesinlikle birçok zengin öğrenme ortamına kapı açacaktır. Teknoloji destekli bir ortamda öğrencilerin hem teknoloji hem de modelleme becerilerini ortaya çıkaracak veya geliştirecek zengin öğretim ortamlarının tasarlanması hem matematiksel kavramların öğrenimi hem de matematik öğretimin temel amaçlarının karşılanması adına eşsiz bir fırsat sunmaktadır. Teknoloji destekli ortamlar öğrencilerin iyi birer problem çözücü olarak olaylara farklı açılardan yaklaşmalarını sağlamasının yanında hızlı gelişen teknoloji dünyasına öğrencilerin uygun ve verimli bir şekilde adapte olmasına olanak sağlamaktadır.

Gerçek yaşamdaki ilginç problemlerin ele alınarak bunun teknolojiyle entagrasyonunu içeren bir sürecin öğrenme ortamlarında yapılandırılması öğrencilerin motivasyonlarını ve matematiğe olan ilgilerini arttıracak önemli bir faktördür. Bu sayede okulda başarıdan yaşamda başarıya felsefesini gerçek kılacak bir ortamın sağlanacağı şüphesizdir.

Teknoloji destekli matematiksel modellemenin öğretmen adaylarının yetiştirilme sürecine bir ders kapsamında entegre edilmesi hem geleceğin öğretmenlerinin teknoloji ve matematiksel modellemeye olan yatkınlıklarını ve becerilerini arttıracak hem de onlara öğretmenlik yaşantılarında öğrencielri için zengin bir öğrenme ortamı tasarlayacak farklı ve yaratıcı fikirler sunacaktır. Matematiksel modelleme dersinin içeriğinde teknoloji destekli matematiksel modellemeye yer verileceği gibi teknoloji destekli matematiksel modelleme adıyla lisans seviyesinde bir ders tasarımı da mümkün olabilir.

Teknolojinin değişik etkileri de göz önünde bulundurularak matematiksel modelleme sürecine entegrasyonu çok daha zengin bilişsel ve üst bilişsel süreçlerin ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Bunlar da dikkate alınarak daha yaratıcı bir teknoloji modelleme entegrasyonu sürecin daha zengin kılabilir. Bunun yanında, modellemedeki sınıflandırmalar ve teknoloji entegrasyonu dikkate alınarak kuramsal çerçevesi faklı olan bir araştırma yürütülebilir. GeoGebra destekli matematiksel modelleme sürecinin ayrıntılı incelenmesine yönelik yapılan ilk çalışma olmasıyla öne çıkan bu çalışma gibi, yeni benzer bitelikli matematik yazılımlarının sürece olan etkisi ilerideki çalışmalarda incelenebilir.

KAYNAKÇA

Abrams, J. P. (2001). Mathematical Modeling: Teaching the Open-Ended Application of Mathematics. **The Teaching Mathematical Modeling and the of Representation**. 2001 Yearbook, NCTM, (Eds. Cuoco, A.A. and Curcio, F.R.).

Akpınar, Y. (1999). **Bilgisayar Destekli Öğretim ve Uygulamalar**. Anı Yayıncılık, Ankara.

Altun, M.(2007). **Ortaöğretimde Matematik Öğretimi.** Erkan Matbaacılık, Bursa.

Ang, K. C. (2001). Teaching Mathematical Modelling in Singapore Schools. **The Mathematics Educator.** 6(1), 63-75.

Ang, K.C. (2006a). Mathematical Modelling, Technology and H3 Mathematics, *The Mathematics Educator*, 9(2), 33-47.

Ang, K.C. (2006b). **Differential Equations: Models and Methods.** McGraw-Hill, Singapore.

Ang, K.C. (2010). Teaching and Learning Mathematical Modelling with Technology, Nanyang Technological University. <**http://atcm.mathandtech.org/ep2010/invited/3052010_18134.pdf**> erişim tarihi 20.03.2012.

Antonius, S., Haines, C., Jensen, T. H., Niss, M., Burkhardt, H. (2007). Classroom Activities and The Teacher. In: Blum, W., Galbraith, P., Henn, H.-W. & Niss, M. (Eds), **Modelling and Applications in Mathematics Education**. (pp. 295-308). New York: Springer.

Ärlebäck, J. B. (2009a). On the Use of Realistic Fermi Problems for Introducing Mathematical Modelling in School. **The Montana Mathematics Enthusiast.** 6 (3), 331- 364.

Ärlebäck, J. B. (2009b). Mathematical Modelling in Upper Secondary Mathematics Education in Sweden a Curricula and Design Study. Doctoral Dissertation. Linköping Studies in Science and Technology, Sweden.

Ärlebäck, J. B. (2010). Towards understanding teacher's beliefs and affects about mathematical modelling. **Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME6).** Lyon, France.

Ärlebäck, J. B., & Bergsten, C. (2010). On the Use of Realistic Fermi Problems in Introducing Mathematical Modelling in Upper Secondary Mathematics. In R. Lesh, P. L. Galbraith, W. Blum & A. Hurford (Eds.), **Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies. ICTMA 13**. (pp. 597-609) Springer.

Ärlebäck, J. B. (2011). Exploring the Solving Process of Groups Solving Realistic Fermi Problem from the Perspective of the Anthropolgical Theory of Didactics. <**http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/6/CERME7-Ärlebäck.pdf**> erişim tarihi 25.6.2011

Aydın, H. (2008). İngiltere'de Öğrenim Gören Öğrencilerin ve Öğretmenlerin Matematiksel Modelleme Kullanımına Yönelik Fenomenografik Bir Çalışma. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Barbosa, J.C. (2008). What do students discuss when developing Mathematical Modelling activities?. Electronically published, State University of Feira de Santana. *Can be downloaded from*

<**http://site.educ.indiana.edu/Portals/161/Public/Barbosa.pdf**> erişim tarihi 20.03.2012.

Baki, A.(2002). **Öğrenen ve Öğretenler İçin Bilgisayar Destekli Matematik.** BİTAV-Ceren Yayın Dağıtım, İstanbul.

Baki, A. (2008). **Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi.** Harf Eğitim Yayıncılığı, Ankara.

Balcı, A. (2009). **Sosyal Bilimlerde Araştırma.** Pegem Yayınevi, Ankara.

Bazoune, A. (2010). Systems Dynamics & Control Chapter 1: Introduction to System Dynamics <**http://faculty.kfupm.edu.sa/ME/qahtanih/ME413Note/Chapter1.pdf** > erişim tarihi 27.1.2012

Berry, J. ve K. Houston (1995). **Mathematical Modelling.** Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.

Berry, J. and Davies, A. (1996) Written Reports. In C.R. Haines and S. Dunthorne (eds) **Mathematics Learning and assessment: Sharing Innovative Practices.** London: Arnold, 3.3-3.11.

Berry, J. (2002). Developing Mathematical Modelling Skills: The Role of CAS. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM.** 34(5), 212-220.

Biccard, P. & Wessels, D.C.J. (2011). Documenting the Development of Modelling Competencies of Grade 7 Mathematics Students. **International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling.** 1(5), 375-383.

Blatcford, P., Kutnick, P., Baines, Ed. & Galton, M. (2003). Toward a Social Pedogogy of Classroom Group Work. **International Journal of Educational Research.** 39 (2003), s. 153-172.

Blomhøj, M. (1993). Modelling of Dynamical Systems at O-Level. In J. de Lange, C. Keitel, I. Huntley, & M. Niss (Eds.), **Innovation in mathematics education by modelling and applications**. (pp. 257-268). Chichester: Ellis Horwood.

Blomhoj, M. & Kjeldsen, T.H. (2006). Teaching Mathematical Modelling through Project Work - Experiences from an in-Service Course for Upper Secondary Teachers, **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.** 38(2), 163-177.

Blomhøj, M. & Jensen T.H. (2006). What's All the Fuss about Competencies? Experiences with Using a Competence Perspective on Mathematics Education to Develop the Teaching of Mathematical Modelling. In W. Blum, P.L. Galbraith and M. Niss: **Modelling and Applications in Mathematics Education.** New York: Springer, 2(2), 45-56.

Blomhøj, M. (2008). Different Perspectives on Mathematical Modelling in Educational Research - Categorising the TSG21 Papers. **ICME 11 international Congress on Mathematics Education**. 1-13.

Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Pesrpetiven. G. Kadunz ve diğerleri. (Ed.), **Trends und Perspektiven. Schriftenreihe Didaktik Der Mathematik,** *23.* Vienna: Hölder-Pichler-Tempsky, 15-38.

Blum, W. ve Niss, M. (1989). Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction.

M. Niss, W. Blum ve I. Huntley (Ed.). **Modelling Applications and Applied Problem Solving**. (*s.*1-19). England: Halsted Pres.

Blum, W. ve Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Application, and Links to Other Subjects-State, Trends and Issues in Mathematics İnstruction. **Educational Studies in Mathematics.** 22(1), 37- 68.

Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education- Discussion Document. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.** 34(5), 229-239.

Blum, W. et al. (2002). ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education-Discussion Document. **Educational Studies in Mathematics.** 51, 149-171.

Blum, W. & Leiss, D. (2005). How Do Students and Teachers Deal with Mathematical Modelling Problems? The Example "Sugarloaf". In Haines, C. Galbraith P., Blum, W. and Khan, S. (2006), **Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics.** Chichester: Horwood Publishing, pp. 222-231.

Blum, W.; Leiß, D. (2005). „Filling Up"- The Problem of Independence-Preserving Teacher İnterventions in Lessons With Demanding Modelling Tasks. In: Bosch, Marianna (Ed.): **CERME 4 – Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.** 1623-1633.

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How Do Students and Teachers Deal With Modelling Problems? In C. Haines et al. (Eds), **Mathematical Modelling. Education, Engineering and Economics.** Chichester: Horwood. 222-231.

Bukova-Güzel, E., Uğurel, I. (2010). Matematik Öğretmen Adaylarının Analiz Dersi Akademik Bbaşarıları ile Matematiksel Modelleme Yaklaşımları Arasındaki İlişki. **Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi**. 29(1), 69-90.

Bukova-Güzel, E. (2011). An Examination of Pre-Service Mathematics Teachers' Approaches to Construct and Solve Mathematical Modelling Problems, Teaching Mathematics and Its Applications. 30 (1), 19-36. British Education Index.

Büyüköztürk ve ark. (2009). **Bilimsel Araştırma Yöntemleri**. (3. Baskı). Pegem Akademi, Ankara.

Carlson, M., Larson, S., & Lesh, R. (2003). Integrating a Models and Modeling Perspective with Existing Research and Practices. In R. Lesh, & H. Doerr (Eds.), **Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching.** (pp. 465-478). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Charmaz, K. (2006a). "What is Theory", "Theorizing in Grounded Theory". C**onstructing Grounded Theory / A Practical Guide Through Qualitative Analysis.** London: Sage Publications Ltd., pp. 125-128; 133-139.

Charmaz, K. (2006c). **Constructing Grounded Theory: A Practical Guide Through Qualitative Analysis.** SAGE Publications: London.

Charmaz, K. (2006b). "Positivist Definitions of Theory", "Interpretive Definition of Theory". **Constructing Grounded Theory / A Practical Guide Through Qualitative Analysis.** London: Sage Publications Ltd., p. 125, 126.

Chamberlin, S. A. (2002). Analysis of Interest During and After Model-Eliciting Activities: A Comparison of Gifted and General Population Students. Doctoral Dissertation.

Clarke,A.E. (2005). **Situational Analysis: Grounded Theory After the Post Modern Turn**. Thousand Oaks, CA, USA:Sage,2005.

Clayton, M. (1999). Industrial applied mathematics is changing as technology advances. In C. Hoyles, C. Morgan, & G Woodhouse (Eds.), **Rethinking the Mathematics Curriculum.** (pp. 22-28). London: Falmer.

Clement, J., Lockhead, J., & Monk, G. S. (1981). Translation Difficulties in Learning Mathematics. **American Mathematical Monthly.** 88, 286-290.

Clement, J. (1982). Algebra Word Problem Solutions: Thought Processes Underlying a Common Misconception. **Journal for Research in Mathematics Education.** 13, 16- 30.

Dahland, G., & Lingefjärd, T. (1996). Graphing Calculators and Students' Interpretations of Results: A Study of Four Upper Secondary Classes in Sweden. **Nordisk matematik didaktikk: Nordic Studies in Mathematics Education.** 4(2/3), 31-50.

Dahland, G. (1998). Matematikundervisning i 1990-Talets Gymnasieskola. Ett Sstadium av hur en Didaktisk Tradition har Paverkats av Informationsteknologins Verktyg (Volym I+II, Rapport nr. 1998:5). Istitutionen för Pedagogic, Göteborgs Universitet.

D'Ambrosio, U. (1999). Literacy, Mathemacy and Technocracy: A Trivium For Today. **Mathematical Thinking and Learning.** 1(2), 131-153.

Doerr, H.M. (1997). Experiment, Simulation And Analysis: An Integrated Instructional Approach To The Concept Of Force. **International Journal Of Science Education.** 19, 265-282.

Doruk, B. K. (2010). Matematiği Günlük Yaşama Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin Etkisi. Doktora Tezi. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Dönmez, A. (2002). **Matematiğin Öyküsü ve Serüveni, 10-İtalyan Matematikçiler, Cilt 10.** Toplumsal Dönüşüm Yayınları, İstanbul.

Edwards, C. E. & Penney, D. E. (2001). **Matematik Analiz ve Analitik Geometri I.** Editör: Ömer Akın, Palme Yayıncılık, Ankara.

Ekiz, D. (2003). **Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metotlarına Giriş: Nitel, Nicel ve Eleştirel Kuram Metodolojileri.** Anı Yayıncılık, Ankara.

English, L. D. (2003) Mathematical Modelling With Young Learners. S. J. Lamon, W. A. Parker ve S. K. Houston (Ed.). **Mathematical Modelling: A Way of Life**. (s. 3-18), Chichester: Horwood Publishing.

English, L. D. & Watters, J. J. (2004). *Mathematical Modeling in the Early School Years.* Mathematics Education Research Journal, 16(3), 59-80.

English, L. D. (2006). Mathematical Modelling in the Primary School: Children's Construction Of A Consumer Guide. **Educational Studies in Mathematics**. 63(3), 303-323.

English, L. (2009). Promoting Interdisciplinarity Through Mathematical Modelling. *ZDM*—**The International Journal on Mathematics Education**. 41(1-2), 161-181.

Ergün, M. (2005). Bilimsel Araştırma Yöntemleri, Nitel Araştırma. <**http://www.egitim.aku.edu.tr/nitelarastirma.ppt#256,1**> erişim tarihi 20.2.2012

Ferri, R. B. (2006). Theoretical and Empirical Differentiations of Phases in the Modelling Process. In Kaiser, G., Sriraman B. & Blomhoij, M. (Eds.) **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.** 38(2), 86-95.

Ferri, R. B. (2007). Personal Experiences and Extra-Mathematical Knowledge as an Influence Factor on Modelling Routes of Pupils. **CERME 5 (2007) Working Group 1.** 2080-2089.

Fox, J. (2006). A justification for Mathematical Modelling Experiences in the Preparatory Classroom. Grootenboer, Peter and Zevenbergen, Robyn and Chinnappan, Mohan, Eds. **Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. 1, 21-228.

Freudenthal, H. (1991). **Revisiting Mathematics Education**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A Framework for Identifying Student Blockages During Transitions in the Modelling Process. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM.** *38*(2), 143-162.

Galbraith, Peter, Gloria, Stillman, Jill, Brown, Ian, Edwards (2007). Facilitating Middle Secondary Modelling Competencies. C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan (Ed.), **Mathematical Modelling: ICTMA 12: Education, Engineering an Economics.** 130-140.

Glaser, B. (1992). **Basics of Grounded Theory Analysis: Emergence Versus Forcing.** Mill Valley, CA: Sociology Press.

Glaser, B. & Strauss A. (1967). **The Discovery of Grounded Theory.**

Glaser, B. (1978). **Theoretical sensitivity.** Mill Valley, CA: Sociology Press.

Goldenberg, E. (1987). Believing is Seeing: How Preconceptions Influence the Perception of Graphs. **Proceedings of the 11th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Vol 1. Montreal, pp. 197–204.

Gravemeijer K. M.,Hauvel, V. & Streffland, L. (1990). **Contexts Free Productions Test and Geometry in Realistic Mathematics Education**. State University, Netherland.

Greer, B. (1997). Modelling Reality in Mathematics Classroom: The Case of Word Problems. **Learning and Instruction***,* *7*, 293- 307.

Güven, B., Karataş, İ. (2003). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Geometri Öğrenme: Öğrenci Görüşleri. **The Turkish Online Journal of Educational Technology.** 2(2), 67-78.

Haines, C. R. & Crouch, R. (2010). Remarks on a Modeling Cycle and Interpreting Behaviours. In R. Lesh, P. L. Galbraith, W. Blum & A. Hurford (Eds.), **Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies, ICTMA 13**. Part 5, 145-154.

Harel, G. ve Lesh, R. (2003). Local Conceptual Development of Prof Schemes in a Cooperative Learning Setting. R. Lesh ve H. M. Doerr, (Ed.). Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem

Solving, Learning & Teaching. (s.359-382) Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Henn, H-W. (2007). Modelling Pedagogy-Overview. In: W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss, (Eds), **Modelling and Applications in Mathematics Education**. (pp. 322-324). New York: Springer.

Hilbert, D., & Cohn-Vossen, S. (1956). **Geometry and the Imagination.** (P. Nemenyi, Trans.). New York: Chelsea. (Original work published 1932)

Hillel, J., Lee, L., Laborde, C. and Linchevski, L. (1992). Basic Functions Through the Lens of Computer Algebra Systems. **Journal of Mathematical Behaviour**. 11: 119–158.

Hohenwarter, M. ve Fuchs, K., (2004). Combination of Dynamic Geometry, Algebra and Calculus in the Software System GeoGebra. **Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference**. Pecs, Hungary.

Hohenwarter, M., Lavicza, Z. (2007). Mathematics Teacher Development with ICT: Towards an International GeoGebra Institute. **Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics.** 27(3), 49-54. November 2007.

Hohenwarter, M., Jones, K., (2007). Ways of Linking Geometry and Algebra: The Case of GeoGebra. **Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics**. 27(3), 126-131, November 2007.

Kabaca, T., Aktümen, M. (2010) Using GeoGebra as an Expressive Modeling Tool: Discovering the Anatomy of the Cycloid's Parametric Equation. **GeoGebra The New Language For The Third Millennium.** 1(1), 63-82.

Kabaca, T., Aktümen, M., Aksoy, Y. ve Bulut, M., (2010), GeoGebra ve GeoGebra ile Matematik Öğretimi. Gülseçen, S., Ayvaz Reis, Z. ve Kabaca, T. (Eds), **First Eurasia Meeting Of GeoGebra (EMG): Proceedings**, 79-115. İstanbul Kültür Üniversitesi Yayınları.

Kaiser, G., (2005). Introduction to the Working Group "Applications and Modelling". CERME4 Proceedings, p 1611-1622.

Kaiser, G. ve Sriraman, B. (2006). A Global Survey of International Perspectives on Modelling in Mathematics Education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.** 38(3), 302-310.

Kapur, J. N. (1982). The Art of Teaching the Art of Mathematical Modeling. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**. 13(2), 185-192.

Kertil, M. (2008). Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

King, J. P. (2002). **Matematik Sanatı.** Çeviri: Nermin Arık. Tübitak Yayınları, Ankara.

Lalinská, M. & Majherová, J. (2010). Aspects Of Visualization During The Exploration Of „Quadratic World" Via The Ict – Problem „Fireworks". **CERME 6 – Proceedings of the sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**. 98-107.

Lamberts, K. (2005). **Mathmatical Modelling of Cognition.** Koen, Lamberts ve Robert L., Goldstone (Ed.), Handbook of Cognition. London: Sage Yayınları.

Leiss, D., Schukajlow, R., Blum, W., Messner, R. & Pekrum, R. (2010). The Role of the Situation Model in Mathematical Modelling-Task Analyses, Student Competencies and Teacher Interventions. **Journal für Mathematik Didaktik.** 1(1), 119-141.

Lesh, R., Surber, D. & Zawojewski, J. (1983). Phases in Modelling and Phase-Related Processes. J. C. Bergeron ve N. Herscovics. (Ed.), **Proceedings of the Fifth Annual Meetig Psychlogy of Mathematics Education, North American Chapter.** 2, 129-36.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for Developing Thought-Revealing Activities for Students and Teachers. In A. Kelly & R. Lesh (Eds), **Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education.** (pp.591-645). Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum and Associates, Inc.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). (Eds.). **Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching.** Mahwah, NJ:Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. & Caylor, B.(2007). Introduction to the Special Issue: Modeling As Application Versus Modeling as a Way to Create Mathematics. **International Journal of computers for mathematical Learning.** 12, 173-194

Lingefjärd, T. (2000). Mathematical Modeling by Prospective Teachers Using Technology. Electronically published doctoral dissertation, University of Georgia. <***http://ma-serv.did.gu.se/matematik/thomas.htm***> erişim tarihi 28.11.2010.

Lingefjärd, T. (2002). Mathematical Modeling for Preservice Teachers. A Problem from Anesthesiology. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**. 7, sayfa 117-143.

Lingefjärd, T (2006). Faces of Mathematical Modeling. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM.** 38(2), 96-112.

Maaß, K. (2006) What are Modelling Competencies? **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.** *38 (2),*113-142.

Mason, J., (1988). Modelling: What Do We Really Want Pupils to Learn? In D. Pimm (Ed.), **Mathematics, Teachers and Children.** (pp. 201-215). London: Hodder & Stoughton.

Mathematics in Education and Industry [MEI] (1994). **MEI Structured Mathematics Students' Handbook**. Mathematics in Education & Industry Schools Project.

Maull, W. & Berry, J. (2001). An Investigation of Student Working Styles in a Mathematical Modelling Activity. **Teaching Mathematics and its Applications.** 20(2), 78-88.

MEB, (2006). Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı. Ankara: MEB Basımevi.

Miles, H.B. & Huberman, A.M. (1994**). Qualitative Data Analysis**. 2. Baskı, Thousand Oaks, CA:Sage.

Moore, T. J. (2010). Model-Eliciting Activities: A Case-Based Approach for Getting Students Interested in Material Science and Engineering. <**http://matdl.org/jme/files/2008/06/moore_jme_model_eliciting_activities.pdf**> erişim tarihi 25.7.2011

Mousoulides, N., Christou, C., ve Sriraman, B., (2006). From Problem Solving to Modelling- a Meta Analysis. <**http://www.umt.edu/math/reports/sriraman/mousoulideschristousriraman.pdf**> erişim tarihi 26.11.2010

Mousoulides, N., Sriraman, B. & Christou, C. (2007). From Problem Solving to Modelling: The Emergence of Models and Modelling Perspectives. **Nordic Studies in Mathematics Education.** 12(1), 23-47.

Mousoulides, N.,Chrysostomou, M., Pittalis, M. & Christou C. (2010). Modeling With Technology In Elementary Classrooms. **CERME 6 – Proceedings of the sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.** 199-208.

Müller, G., & Wittmann, E. (1984). **Der Mathematikunterricht in der Primarstufe**. Braunschweig: Vieweg.

National Council of Teachers of Mathematics (1979). **Applications In School Mathematics: 1979 Yearbook.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics (1998). **Principles and standards for school mathematics: Discussion draft.** Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, VA: NCTM Publications.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). **Principles and Standarts for School Mathematics: An Overview. National Council of Teachers of Mathematics.** Reston: Author.

Niss, M. (1987). Application and Modelling in Mathematics Curricula – State and Trends. **International Journal for Mathematical Education in Science and Technology**. 18, 487-505.

Niss, M. (1989). Aims and Scope of Applications and Modelling in Mathematics Curricula. In W. Blum, J. S. Berry, R. Biehler, I. Huntley, G. Kaiser-Messmer & L. Profke (Eds.), **Applications and modelling in learning and teaching mathematics**. (pp. 22-31). Chichester: Ellis Horwood.

Özer-Keskin, Ö. (2008). Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yapabilme Becerilerinin Geliştirilmesi Üzerine Bir Araştırma. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Patton, M.Q.(1980). **Qualitative Evaluation Methods**. Newbury Park, CA: Sage.

Peter-Koop, A. (2004). Fermi Problems in Primary Mathematics Classrooms: Pupils' Interactive Modelling Processes. In I. Putt, R. Farragher, & M. McLean (Eds.), **Mathematics education for the Third Millenium: Towards 2010** (Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 454-461). Townsville, Queensland: MERGA.

Peter-Koop, A. (2009). Teaching and Understanding Mathematical Modelling Through Fermi-Problem. In B. Clarke, B. Grevholm & R. Millman (Eds.), **Tasks in Primary Mathematics Teacher Education.** (pp. 131-146) Springer.

Platt, J.(1995). “Research Methods and the Second Chicago School”. G.A. Fine (ed.), **A Second Chicago School? The Development of a Postwar American Sociology**. Chicago: University of Chicago Press, ss. 82-107.

Pollak, H. (1969). How can we tech application of mathematics?. **Educational Studies in Mathematics.** 2, 393-404.

Pollak, H. (1979) The Interaction between Mathematics and other School Subjects. UNESCO (Ed.). **New Trends in Mathematics Teaching IV.** Paris.

Polya, George. (1957). **How to Solve it- A New Aspect of Mathematical Method.** New York: Doubleday ve Company, Inc.

Preiner, J. (2008). Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: The Case of Geogebra, Doctoral Dissertation, University of Salzburg, Salzburg.

Punch,K.F. (2005). **Sosyal Araştırmalara Giriş Nicel ve Nitel Yaklaşımlar.** Çeviri: Bayrak, D., Arslan, H.B., Akyüz, Z.. Siyasal Kitabevi, Ankara.

Schoenfeld, A. H. (1985). **Mathematical Problem Solving**. San Diego: Academic Press Inc.

Schoenfeld, A.H.(1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. D. A. Grouws (Ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning** (s. 334– 370). Macmillan: New York.

Siller, H.S. & Greefrath, G. (2010). Mathematical Modelling In Class Regarding To Technology. **CERME 6 – Proceedings of the sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**. 108-117.

Skemp, R. R. (1986). **The Psychology of Learning Mathematics**. Harmondsworth: Penguin Books.

Skolverket (1997). **Kommentar till grundskolans kursplan och betygskriterier i matematik** [Commentary on the Comprehensive School Curriculum and Marking Criteria in Mathematics]. Stockholm: Liber Utbildningsförlaget.

Skovsmose, O. (1994). **Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education**. Dordrecht, Netherlands: Kluwer.

Skovsmose, O. (2005). **Travelling Through Education. Uncertainty, Mathematics, Responsibility.** Rotterdam: Sense Publishers.

Sriraman, B. (2005). Conceptualizing the Notion of Model Eliciting. **Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.** Sant Feliu de Guíxols, Spain.

Stark, and Nichols(2005); **Mathematical Foundations for Design**. Civil Engineering Systems,1972.

Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J. ve Edwards, I.(2007). A Framework for Success in Implementing Mathematical Modelling in the Secondary Classroom. **Mathematics: Essential Research, Essential Practice.** *2*, 688- 697.

Strauss, A. & Corbin, J. (1990). **Basics of Qualitative Research.** (1st ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Strauss A. & J. Corbin. (1998). **Basics of Qualitative Research, Techniques and Procedures' of Developing Grounded Theory.** Second Edition. London: Sage Publications.

Swedish Ministry of Education. (1994). **Kursplaner för grundskolan.** [Syllabus for Subjects in the Comprehensive School Curriculum]. Stockholm, Fritzes.

Thomas, G. B., Weir, M. D., Hass, J., Giordano, F. R. (2010). **Thomas Calculus 1** (2. Baskı, Çeviri: Recep Korkmaz). Beta Basım A.Ş. İstanbul.

Treffers, A. (1987). **Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction- The Wiskobas Project**. Reidel Publishing Company, Dordrecht, The Netherlands.

Treilibs, V., Burkhardt, H., & Low, B. (1980). **Formulation Processes in Mathematical Modelling.** Nottingham: University of Nottingham Shell Centre for Mathematical Education.

Trelinski, G. (1983). Spontaneous Mathematization of Situations Outside Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**. 14, 275-284.

Turner, R. (2007). Modelling and Applications in PISA. W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn ve M. Niss (Ed.). **Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14. ICMI Study.** New York: Springer.

Verschaffel, L., De Corte, E. & Borghart, I. (1997). Pre-service Teachers' Conceptions and Beliefs about the role of Real-World Knowledge in Mathematical Modeling of School Word Problems. **Learning and Instruction**. 7(4), 339-359.

Voskoglou, M. G. (2006). The Use of Mathematical Modelling as a Tool for Learning Mathematics. **Quaderni di Ricerca in Didattica.** 16, 53-60.

Williams, J.S. (1989). Real Problem Solving in Mechanics: The Role of Practical Work in Teaching Mathematical Modelling. M, Niss, W, Blum ve I, Huntley (Ed.), **Modelling Applications and Applied Problem Solving.** England: Halsted Pres. 158-167.

Wollcot, H.F.(1992). "Posturing in Qualitative Inquiry". M.D. LeCompte, W.L. Millroy and J. Preissle (Eds), **Handbook of Qualitative Research in Education**. San Diego, CA:Academic Press, sf: 3-52.

Wollman, W. (1983). Determining the Sources of Error in a Translation from Sentence to Equation. **Journal for Research in Mathematics Education.** 14, 169-181.

Yıldırım, A., Şimşek, H. (2005). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri**. Seçkin Yayıncılık, 5. Baskı, Ankara.

Yıldırım, T. B., Shuman, L., Besterfield-Sacre, M. (2010). Model-Eliciting Activities: Assessing Engineering Student Problem Solving and Skill Integration Processes. **İnternational Journal of Engineering**. 26(4), pp. 831–845**. <http://modelsandmodeling.net/Publications_files/MEA_Ijee2332.pdf**> erişim tarihi 25.1.2012.

Zawojewski, J. S., Lesh, R., ve English, L. D. (2003). A Models and Modelling Perspective on the Role of Small Group Learning. In R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), **Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching.** (pp. 337-358). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

EKLER

EK 1: BOY-AYAK UZUNLUĞU PROBLEMİ

Kişi	Cinsiyet	Boy(cm)	Ayak Uzunluğu(cm)
1	K	160	25
2	E	111	15
3	K	160	23
4	K	152	23,5
5	K	146	24
6	K	157	24
7	E	136	21
8	K	143	23
9	E	147	20
10	E	133	20
11	K	153	25
12	E	148	23
13	E	125	20
14	K	150	20
15	E	183	28
16	E	184	25
17	E	125	18
18	K	140	20
19	E	170	27,5
20	K	168	25,5
21	E	131	23
22	E	149	23
23	K	156	21
24	K	130	19,5
25	K	142	22
26	K	159	24
27	K	145	25,5
28	K	162	25
29	E	149	22
30	K	169	24,5

31	E	126	20
32	E	150	24
33	E	170	26
34	K	141	21
35	K	123	20
36	K	122	19
37	E	125	20
38	K	133	20
39	E	165	25
40	K	131	20
41	K	134	17
42	E	158	25
43	K	170	25
44	K	125	15
45	K	135	21
46	K	138	19
47	E	134	20,5
48	E	145	22
49	K	171	25
50	K	181	24
51	K	139	19,5
52	E	147	25
53	E	134	19
54	K	164	24
55	E	127	19,5
56	K	138	23
57	E	180	24
58	E	159	26
59	K	151	23,5
60	E	165	29

Yukarıdaki tabloda 60 kişilik bir grubun cinsiyet, boy ve ayak uzunlukları verileri verilmiştir. Bu verilere göre şu anda dünyanın en uzun boylu (247 cm) insanı yaklaşık olarak kaç numara ayakkabı giyer? Boyları aynı olan herhangi erkek ve kadının ayak uzunluklarının arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak gösteriniz.

Bu problemin bir çözümü aşağıdaki gibidir:

Problemlerdeki verilenler dikkate alındığında çözüm için gerekli değişkenler boy uzunluğu, ayak uzunluğu ve ayak numarasıdır. Problemde ilk olarak istenilen şey 247 cm uzunluğundaki dünyanın en uzun boylu insanının ayak numarasının uzunluğudur. Varsayımlar dikkate alındığında ise genel çözüm için 3 farklı strateji kabul edilebilir:

-Dünyanın en uzun boylu insanının bir erkek olduğu düşünülerek sadece erkeklerin verileri dikkate alınarak istenilen cevaba ulaşılabilir.

-Bunun yanında erkeklerin ve bayanların verileri ayrı ayrı girilerek iki farklı ana model çerçevesinde erkek veya bayan için istenilen ayak numaraları bulunabilir.

-Bir farklı yaklaşım olarak da erkek ve bayanların verileri birlikte girilerek ortalama bir değer bulunabilir.

Bu çözümde dünyanın en uzun boylu insanının Mardinli Sultan olduğu ve bir erkek olduğu bilindiğinden kızların verileri gereksiz olduğu düşünülerek erkeklerin verilerine odaklanılabilir. Ama problemin devamında bizden aynı boydaki erkek ve bayanın ayak boyları arasındaki matematiksel ilişki istenmektedir. Bu da bayanların verilerin ikinci aşama için gerekli olduğunu göstermektedir. Bu doğrultuda problemle birlikte verilen tablodan erkeklerin ve bayanların verileri GeoGebra' ya iki farklı dosya açılarak y, ayak uzunluğu, x de boy uzunluğu olacak şekilde sıralı ikili olarak girilmiştir. İlk olarak amacımız boy uzunluğu ve ayak uzunluğu arasındaki ilişkiyi verecek matematiksel modelleri hem erkekler hem de bayanlar için ayrı ayrı bulmaktır. Söz konusu veriler GeoGebra'ya girildiğinde noktaların bir doğru boyunca hareket ettikleri gözlenlenmektedir. Zaten bu gerek olmadan da boy uzunluğu ve ayak uzunluğu arasında doğrusal bir ilişkinin var olduğunu söylemek yanlış olmaz.

Çözümün devamında GeoGebra'nın kendi yapısında var olan ve bu ilişkiyi ortaya çıkaran bir fonksiyonu kullanabiliriz. Bu "en iyi yaklaştırma doğrusu" dur. GeoGebra'nın bu fonksiyonu kullanılarak boy uzunluğu ve ayak uzunluğu arasındaki ilişkiyi veren matematiksel modellere hem erkekler için hem de bayanlar için ulaşılmıştır. Aşağıda GeoGebra'da bayanlar ve erkeler için iki ayrı dosyada elde edilen bilgiler verilmiştir.

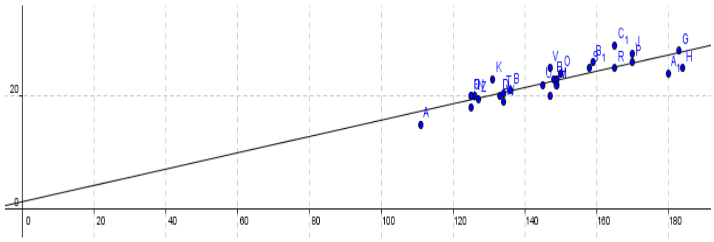
Geogebra'da Erkeklerin Boy Uzunluğu ve Ayak Uzunluğu Arasındaki İlişkiyi Veren Yardımcı Matematiksel Model

Cebir Penceresinden Görünüm

Serbest nesneler
- $A = (111, 15)$
- $A_1 = (180, 24)$
- $B = (136, 21)$
- $B_1 = (159, 26)$
- $C = (147, 20)$
- $C_1 = (165, 29)$
- $D = (133, 20)$
- $E = (148, 23)$
- $F = (125, 20)$
- $G = (183, 28)$
- $H = (184, 25)$
- $I = (125, 18)$
- $J = (170, 27.5)$
- $K = (131, 23)$
- $L = (149, 23)$
- $M = (149, 22)$
- $N = (126, 20)$
- $O = (150, 24)$
- $P = (170, 26)$
- $Q = (125, 20)$
- $R = (165, 25)$
- $S = (158, 25)$
- $T = (134, 20.5)$
- $U = (145, 22)$
- $V = (147, 25)$
- $W = (134, 19)$
- $Z = (127, 19.5)$

bağımlı nesneler
- $a: -1077988.5x + 7468740y = 10132722$

Geometri Penceresinden Görünüm

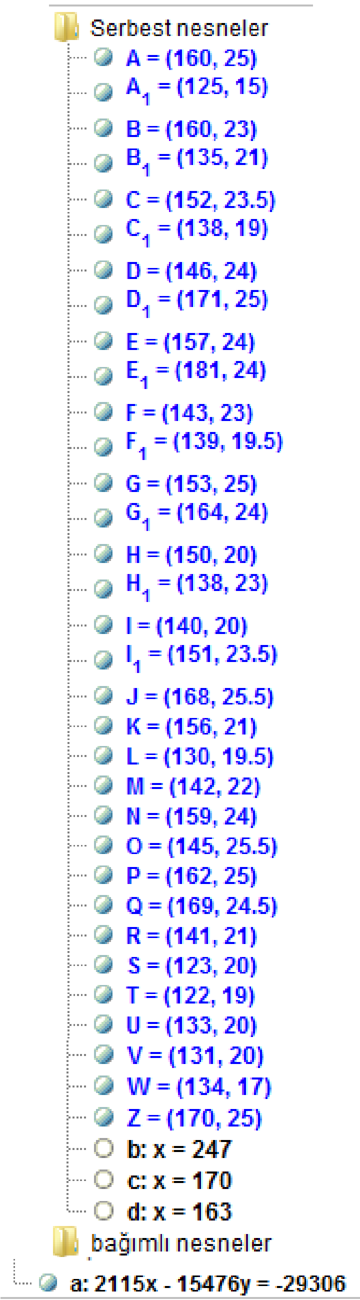


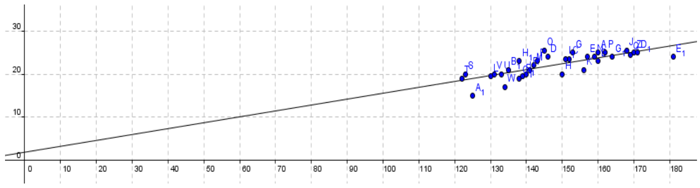
Çözüm için şu anda gerekli 4 farklı değişkenden söz etmek mümkündür. Çözümün devamında, erkek boy uzunluğu x_e, erkek ayak uzunluğu y_e, bayan boy uzunluğu x_b, bayan ayak uzunluğu ise y_b matematiksel sembolleriyle ifade edilmiştir.

Buna göre erkekler için boy uzunluğu ile ayak uzunluğu arasındaki ilişkiyi veren yardımcı matematiksel model $-1077988{,}5x_e + 7468740y_e = 10132722$' dir.

Geogebra'da Bayanların Boy Uzunluğu ve Ayak Uzunluğu Arasındaki İlişkiyi Veren Yardımcı Matematiksel Model

Cebir Penceresinden Görünüm | **Geometri Penceresinden Görünüm**

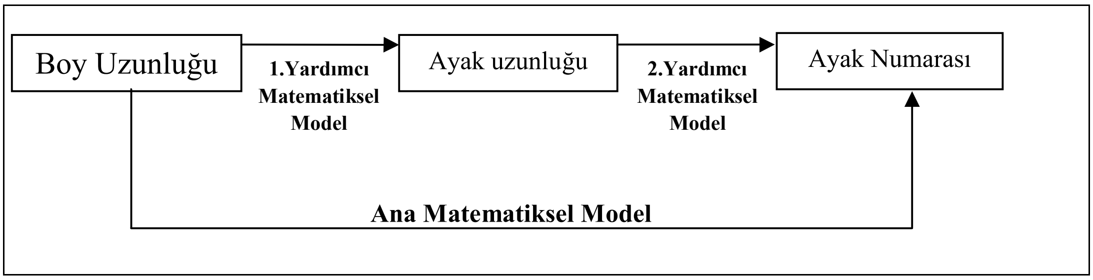




Buna göre bayanlar için boy uzunluğu ile ayak uzunluğu arasındaki ilişkiyi veren yardımcı matematiksel model $2115x_b - 15476y_b = -29306$' dır.

Bizden ilk olarak istenen 247 cmlik bir insanın ayak numarasıdır. Yani boy uzunluğu ve ayak numarası arasındaki ilişkiyi veren model bizim bu istenilen gerekli ana modelimizdir. Aşağıdaki şekle baktığımızda ayak uzunluğuyla ayak numarası arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarak ana modele ulaşmak mümkündür.

İstenilen Durum İçin Gerekli Değişkenler ve Matematiksel Modeller Arasındaki İlişki



Bu aşamada ayak uzunluğuyla ayak numarası arasındaki ilişkiyi verecek ideal bir yardımcı matematiksel model bulmak gerekmektedir. Problemdeki verilere bakıldığında bunun için farklı bir strateji belirlemenin daha doğru olduğu görülmektedir. Günlük yaşam deneyimlerimizden yararlanarak en büyük boylu insanın Mardinli Sultan ve erkek olduğu bilgisi bizim varsayımlarımızı ve dolayısıyla çözüm stratejimizi değiştirmektedir. Yani erkek olduğu bilindiğinden biz bayanların ayak uzunluğuyla ayak numarası arasındaki ilişkiyi arka plana atabiliriz.

Çözümün bu aşaması modelleme sürecini zenginleştirmek amacıyla tasarlanmış parçalardan biridir. Öğrencinin günlük yaşam deneyimlerinden faydalanabileceği bir ortam sağlanarak Fermi Probleminin temel özellikleri bu süreçte görülmektedir. Şöyle ki, problemdeki veriler erkeklerin ayak uzunluğuyla ayak numarası arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak adına yetersizdir. Burada deneyimlere dayalı yapılacak tahminler ve çözüm esnasındaki ideal ölçümler yol gösterici olacaktır. Buradaki çözümünde bu iki değişken arasındaki ilişkinin doğrusal olduğunu düşünülerek ve bir erkek ayakkabısındaki verilerden hareketle şöyle bir yaklaşım sergilemiştir.

42 numara ayakkabı giyen birinin 26,5 cm ayak uzunluğu olduğuna göre şöyle bir ilişki söz konusudur.

26,5 cm ise	42 numara ise
y_e cm	z_e' dir.

Basit bir orantıyla söz konusu yardımcı model $y_e = 0{,}631z_e$ olarak bulunmuştur. Bu ilişkiyi farklı stratejiler sergileyerek bulmak da mümkündür. Elde edilen iki yardımcı model bize boy uzunluğu ve ayakkabı numarası arasındaki ilişkiyi verecek ana modeli bulmamız için yeterlidir. Söz konusu iki modeldeki y_e'ler çekilip eşitlenirse x_e ve z_e arasındaki matematiksel ifade ortaya çıkar.

$-1077988{,}5x_e + 7468740y_e = 10132722 \rightarrow \; y_e = 1{,}357 + 0{,}144x_e$ elde edilir.

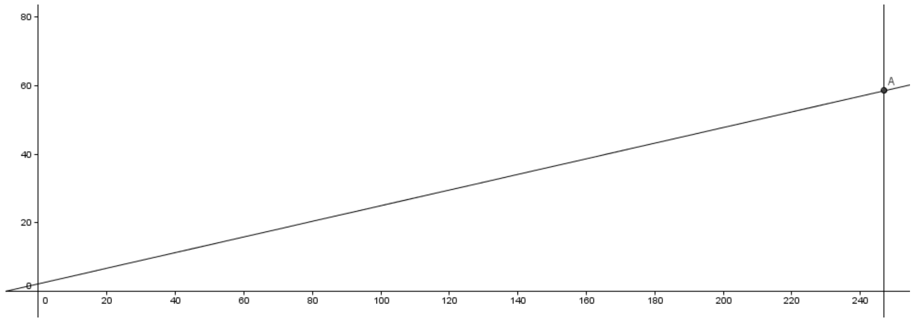
$$\left.\begin{aligned} y_e &= 0{,}631z_e \\ y_e &= 1{,}357 + 0{,}144x_e \end{aligned}\right\} \quad 631z_e = 1357 + 144x_e$$

ana matematik model elde edilir.

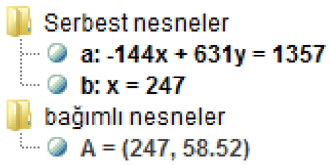
Elde edilen ana matematiksel model GeoGebra'nın giriş ekranından yazılarak cebirsel görünümden hareketle geometrik gösterimine ulaşabiliriz. Tabiki GeoGebra'da bu değişkenler x ve y olarak kodlanmalıdır. Çözümde teknolojik kodlamada x_e'e x, z_e'ye ise y denmiştir. Yani GeoGebra'daki şekilde x ekseni erkek boy uzunluğunu, y ekseni ise erkeklerin ayakkabı numarasını göstermektedir.

Ana Matematiksel Modelin Geometrik Gösterimi

Geometri Ekranından Görünüm



Cebir Ekranından Görünüm



Yukarıda görüldüğü gibi çözümün devamında 247 cm boyundaki bir erkeğin ayak numarası bulmak için, GeoGebra yardımıyla x_e = 247 için z_e bulunmuştur. Bunun için de GeoGebra'da x=247 doğrusunun ana matematiksel modelle kesişim noktasını bulmak yeterlidir. Buna göre 247 cm boyundaki Mardinli Sultan'ın ayaklarının ideale yakın olduğu, ayağının tarak ve boy arasındaki oranın da ideal olduğu düşünülürse 59-60 numara ayakkabı giyebileceği söylenebilir.

Problemde ikinci istenen durum ise aynı boydaki erkek ve bayanın ayak uzunlukları arasındaki ilişkinin bulunmasıdır. Bu çözüm için de GeoGebra kullanılarak ya da kullanılmadan farklı stratejiler izlenebilir. Ama önemli olan nokta gerekli değişkenlerin ve ana matematiksel model için gerekli yardımcı matematiksel modellerin ortaya konmasıdır. Buradan gerekli yardımcı modeller erkeklerin boy uzunluğu ve ayak uzunluğunun ilişkisini veren $-1077988{,}5x_e + 7468740y_e=10132722$ ve bayanların boy uzunluğuyla ayak uzunluğunun ilişkisini veren $2115x_b - 15476y_b = -29306$'dir. Aynı boy uzunluğundaki ayak uzunlukları arasındaki ilişki istendiğinden dolayı x_e ve x_b her iki yardımcı modelde yalnız bırakılır ve x_e=x_b için y_e ve y_b'yi içeren ana matematiksel model bulunur.

$$\left.\begin{array}{l} -1077988{,}5x_e + 7468740y_e=10132722 \\ 2115x_b - 15476y_b = -29306 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} x_e = -9{,}4+ 6{,}92y_e \\ x_b= -13{,}85+7{,}31y_b \end{array}$$

x_e=x_b için de ana matematiksel model $144x_e = 543+137x_b$ olarak bulunur.

Çözümle ilgili süreç içerisinde daha birçok varsayım, farklı yaklaşımlar ve düşünme süreci sergilenebilir. Araştırmacı tarafından çözüm için bu kadar yer ayrılması uygun görülmüştür.

EK 2: STAT PROBLEMİ

Yakın zamanda ülkenizde düzenlenecek olimpiyat şampiyonası için yeni yapılacak stadın mimarlarından biri konumunda olduğunuzu düşünün. Sizden sahanın etrafını kaplayacak koşu pistini tasarlamanız isteniyor. Videodan ve fotoğraflardan istediğiniz ölçüde faydalanarak,

a) stadın koşu pisti (aynı anda 8 kişinin koşabileceği) olarak yapmayı düşündüğünüz modelinizi (şeklinizi) matematiksel modellerle destekleyerek oluşturunuz. (Koşu pisti oluşturma adına çizdiğiniz her şeklin matematiksel ifadelerle desteklenmesi gerektiğini unutmayınız.)

b) koşu pistini oluşturdunuz, şimdi de olimpiyatlarda bu statta 200 metre finalini koşacak 8 koşucunun koşu anını tasarlayınız. Adil bir yarış için koşunun nasıl yapılması gerekir? Koşucuların başlangıçtan bitişe konumları nasıl olmalıdır? Koşucuların yarış boyunca ki hareketlerini matematiksel olarak modelleyiniz.

Problemle beraber probleme yönelik bir animasyon ve dokuz adet resim dosyası bilgisayarda problemin bulunduğu dosyada mevcuttur.

Bu problemin bir çözümü aşağıdaki gibidir:

Söz konusu problemde standart koşu pistleri düşünülerek 200 metrelik bir koşunun tasarımı istenmektedir. Problemle birlikte bir animasyon ve 9 adet olimpiyat stadyumu resmi verilmiştir. Söz konusu veriler incelendiğinde koşu pistinin bir simülasyonunu oluşturmak gerekmektedir. Bilgisayar programının olmadığı bir durumda bu problemi çözmek oldukça güçtür. Bu nedenle sergilenebilecek en iyi strateji video ve resimleri inceleyerek uygun teknolojiden nasıl yararlanılması gerektiğini düşünmektir.

Resimler incelendiğinde sürecin devamı için oldukça yararlı oldukları görülür. Fakat genel strateji belirleme adına resimlerden yararlanmak istiyorsak en iyi açıyla koşu pisti görüntüsünü bize sunan tek bir resim vardır. Bu resim GeoGebra'ya atılır ve uygun oranlar korunarak istenen durumları temsil edecek temel şekiller oluşturulur. Burada da en önemli kararlardan birisi söz konusu stadın koşu bandının nasıl bir şekle benzediği sorusuna mantıklı bir cevap aramaktır. Video ve resimler, günlük yaşam deneyimlerinden yararlanarak oluşturulması gereken şekillerin her bir yardımcı model için 2 yarım çember ve 2 doğru parçası olduğu söylenebilir. Ana model ise GeoGebra'da oluşturulacak yardımcı matematiksel modellerin hepsinin oluşturduğu düzenli bir sistemdir. Bunun yanında resmin analitik düzlemde uygun yere yerleştirilmesi işlemlerin karmaşıklığını önleyecektir.

Resim futbol sahasının başlangıç noktası orjinde olacak şekilde sabitlenmiştir. Devamında 8 koşucu için tasarlanacak 9 çizginin en dışta olanı resimden de yardım alınarak GeoGebra vasıtasıyla "3 noktadan geçen çember" fonksiyonu kullanılarak oluşturulmuştur. Sonrasında en dıştaki çizgi için yarım çemberler ve doğru parçalarının birleşme noktaları belirlenmiştir. Resme göre stadın sol yarısı oluşturulmuştur daha sonra y eksenine göre yansıması alınmıştır. Aşağıdaki şekilde GeoGebra'da bu doğrultuda yapılanlar gösterilmektedir.

Stat Problemi Çözümünün Bir Kısmının GeoGebra Parçası

Aynı şekilde en içteki koşu çizgisi belirlenir. Söz konusu yarım çemberlerin dıştan içe doğru yarıçapları değişmekle birlikte merkezleri aynı kalmaktadır. GeoGebra'nın "merkez ve iki noktadan geçen çembersel yay" işleviyle söz konusu yarım çemberler uzunluklarıyla birlikte çizilirler.

Stat Problemi Çözümünün Bir Kısmının GeoGebra Parçası

Geometri Penceresinden Görünüm

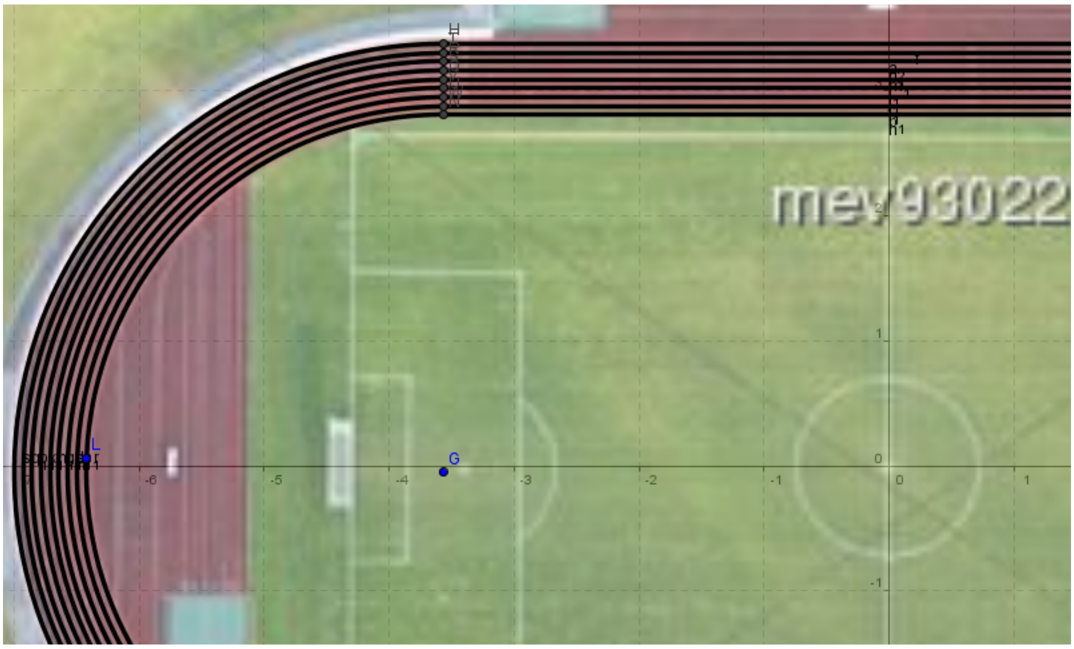
Cebir Penceresinden Görünüm

Serbest nesneler
- A = (7.71, 0)
- B = (7.71, -5.58)
- C = (-7.27, -5.58)
- D = (-7, 0)
- E = (-3.68, 3.38)
- F = (-3.64, -3.48)
- G = (-3.57, -0.05)
- L = (-6.43, 0.06)

bağımlı nesneler
- G' = (3.57, -0.05)
- H = (-3.57, 3.38)
- I = (-3.57, -3.48)
- J = (3.57, 3.38)
- K = (3.72, -3.48)
- M = (-3.57, -2.91)
- N = (-3.57, 2.81)
- O = (3.57, 2.81)
- P = (3.57, -2.91)
- a: x = -3.57
- b: y = 3.38
- c: $(x + 3.57)^2 + (y + 0.05)^2 = 11.76$
- d: x = 3.57
- e: $(x - 3.57)^2 + (y + 0.05)^2 = 11.77$
- f = 7.14
- g: y = -3.48
- h = 7.29
- i: y = 2.81
- j: y = -2.91
- k = 10.77
- l: x = 3.57
- m = 7.14
- n = 7.14
- p = 10.77
- q: $(x + 3.57)^2 + (y + 0.05)^2 = 8.18$
- r = 8.98
- s = 10.78
- t = 8.98

Bu süreçte daha ayrıntılı matematiksel gösterimler sergilenebilir. Örneğin en dıştaki koşu çizgisi 2 yarım çember ve 2 doğru parçasından oluşmaktadır. Bu çizginin her bir parçasının cebirsel gösterimi değişkenlerin aralıkları GeoGebra yardımıyla belirlenebilir. 2 yardımcı matematiksel modelin yapısı geometrik olarak ve kısmen cebirsel olarak belirlenmiştir. Sırada işlem yardımcı matematiksel modellerin arasındaki ilişkiyi ortaya koymaktır. Bu da bizi yardımcı matematiksel modellerden oluşan ana matematiksel modelin yapısını verecektir. Bunun için de en dıştaki ve en içteki koşu çizgileri arasındaki mesafe GeoGebra yardımıyla 8 eş parçaya bölünmelidir. Bunu gerçekleştirmek için GeoGebra'nın "iki nokta veya merkez" işlevinden yararlanılmıştır. Yardımcı matematiksel modellerin oluşumu ana matematiksel modelin oluştuğunun göstergesidir. Grafiksel gösterimler kağıt üzerinde cebirsel gösterimlerle de daha net bir şekilde gösterilebilir. Bunun için de GeoGebra'nın cebir ekranı büyük önem taşımaktadır.

Stat Problemi Çözümünün Bir Kısmının GeoGebra Parçası



Söz konusu koşu çizgileri oluştuktan sonraki aşama matematiksel sonuçların elde edilmesidir. Bunun için 200 metrenin kaç birime denk geldiğinin bulunması yani ölçeğin dikkate alınması gerekmektedir. Bunun adına farklı yaklaşımlar dikkate alınabilir. Bunun için birçok strateji belirlenebilir ama burada çözümde en içteki koşu çizgisinden yapılacak 1 turlık koşunun 400 metre olduğunu kabul edilerek ölçeklendirme gerçekleştirilmiştir. Buna göre;

En içteki iki yarım çemberin uzunluğu 8,98x2=18,96 br.

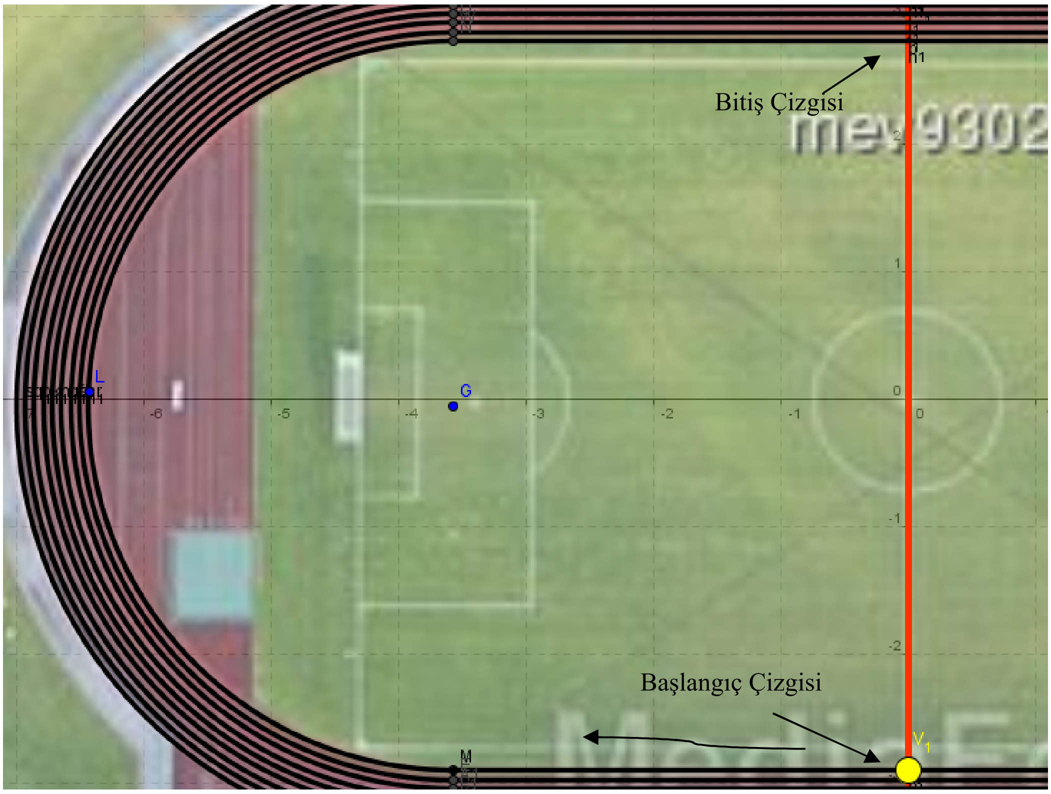
En içteki iki düzlüğün uzunluğu 7,14x2=14,28 br.

Yani en içteki koşu çizgisinin uzunluğu 32,24 br.'dir.

Ölçeği belirleyecek olursak 32,24 birim 400 metreyse, 1 birim 12,41 metreye tekabül etmektedir.

Koşu başladığında koşucuların iki koşu çizgisi arasında en içteki koşu çizgisini kullandıkları bilinmektedir. Bununla birlikte koşucuların bitiş çizgileri aynıdır ve en dıştaki genişten koşacağı için daha önden yarışmaya başlar. Öncelikle en içten koşan koşucunun başlangıç noktasını belirleyelim.

En İçteki Koşucunun 200 Metre Başlangıç ve Bitiş Noktaları



Burada yaklaşım olarak içten dışa her yardımcı matematiksel model için tek tek işlemler yapılabilir. Birçok teknoloji ve matematiksel bilgi kullanılarak farklı şekilde yaklaşımlar sergilenebilir. Şimdi en dıştaki için başlangıç ve bitiş noktaları belirleyelim. 200 metre 16,12 birime denk gelmektedir. Buradan bitiş çizgisinden geriye doğru gelinerek başlangıç noktası belirlenmelidir.

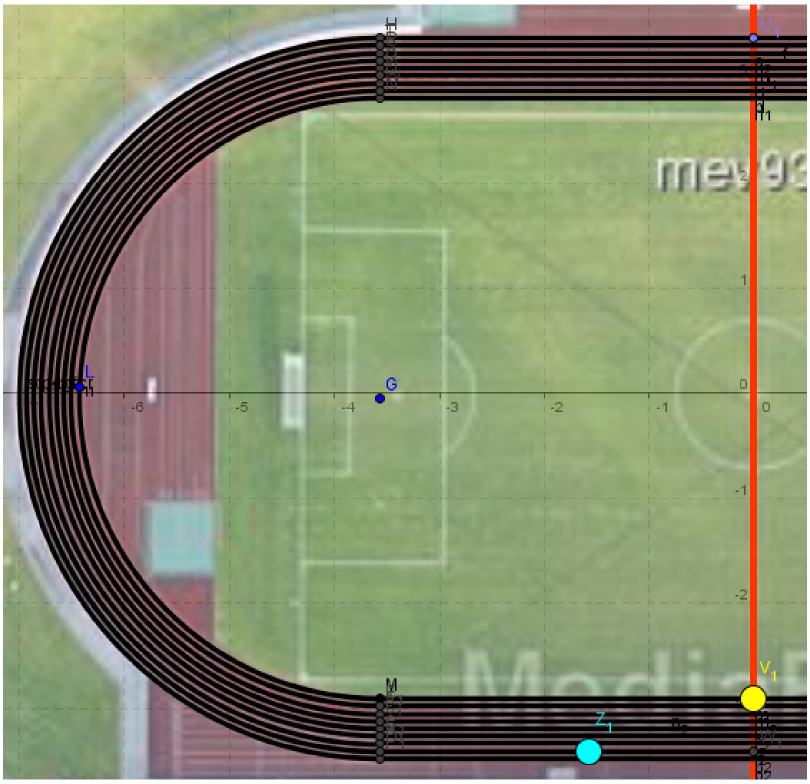
Dıştan ikinci iki yarım çemberin uzunluğu 10,55x2=21,10 br.

Dıştan ikinci iki düzlüğün uzunluğu 7,14x2=14,28 br.

Yani en içteki koşu çizgisinin uzunluğu 35,38 br.'dir.

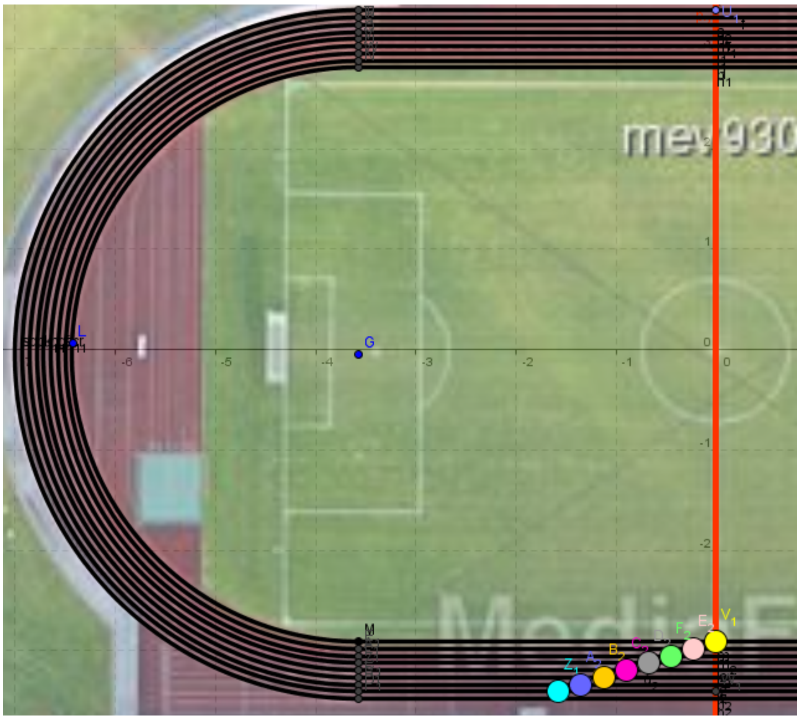
Koşu boyunca en dıştaki koşucu en içtekine göre çember üzerinde 10,55-8,98=1,57 birimlik fazladan bir koşu gerçekleştirmektedir. Yani başlangıç noktası en içteki koşucudan 1,57 br daha önde olmalıdır. Çözüm için GeoGebra'nın "bir noktadan verilen uzunlukta doğru parçası" işlevinden yararlanılmıştır. Buna göre en dıştaki koşucunun başlangıç ve bitiş çizgileri şu şekilde olur:

En Dıştaki Koşucunun 200 Metre Başlangıç ve Bitiş Noktaları



En dıştaki ve en içteki koşucular için matematiksel çözümler gerçekleşmiştir. Yardımcı matematiksel modeller arasındaki ilişki yani ana modelin yapısı bize diğer matematiksel çözümleri daha kolay bulmamızı sağlamaktadır. Burada söz konusu iki başlangıç noktası arasında çizilecek bir doğru parçasının diğer arada kalan koşu çizgileriyle kesişimi bize diğer matematiksel çözümleri verecektir. Bunun nedeni yardımcı matematiksel modeller arasındaki uzaklığın daima sabit olmasıdır (0,07 birim≈90 cm). Buradan koşucuların konumları şu şekilde bulunur. Koşucular arasında 1,57/7 birim yani yaklaşık olarak gerçekte 19,5/7≈ 3 metre bulunmaktadır. Probleme dair birçok farklı yaklaşım ve varsayımlar sergilenebilir. Aşağıdaki şekilde koşucuların son konumları GeoGebra ekranından alınan kesitle verilmiştir. Modelin doğrulanması adına birçok günlük yaşam deneyimi kullanılabilir (Penaltı uzaklığı, sahanın eni ve boyu, kalenin genişliği, iki koşu çizgisi arasındaki mesafe vb.)

Koşucuların 200 Metre Başlangıç ve Bitiş Noktaları



Elde edilen matematiksel çözümler ölçek yardımıyla gerçek yaşam çözümlerine dönüştürülür ve yorumlanır. Yardımcı matematiksel modeller arasındaki ilişki irdelenir. Cebir ekranından yararlanılarak koşucuların koşu çizgileri cebirsel gösterimlerle ifade edilebilir. Aralıklar belirlenebilir. Çözümle ilgili süreç içerisinde daha birçok varsayım ve farklı yaklaşımlar ve düşünme süreci sergilenebilir. Araştırmacı tarafından çözüm için bu kadar yer ayrılması uygun görülmüştür.

EK 3: SALINCAK PROBLEMİ

Salıncakta sallanan bir insanın sallanırkenki potansiyel enerjisindeki değişimi matematiksel olarak ifade ediniz. Videolardan da istediğiniz ölçüde faydalanarak tüm gerekçelerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Problemle beraber probleme yönelik bir animasyon ve bir tane de video kaydı bilgisayarda problemin bulunduğu dosyada mevcuttur.

Bu problemin bir çözümü aşağıdaki gibidir:

Problemde bizden herhangi bir insanın salıncakta sallanırkenki potansiyel enerjisindeki değişim istenmektedir. E=mgh ön bilgisi bize çözüm için gerekli yardımcı matematiksel modellerden birini sunmaktadır. Burada salıncakta sallanan kişinin kütlesi ve onun dünyadaki konumu potansiyel enerjinin değişimi adına önem taşımaktadır. Ayrıca, salıncakta sallanıyorken değişen şey de salıcanğın yerden yüksekliğidir. Salıncağın durgunken ki yerden yüksekliği ve salıncağın boyunun uzunluğu çözüm için önemli etkenler olarak karşımıza çıkar.

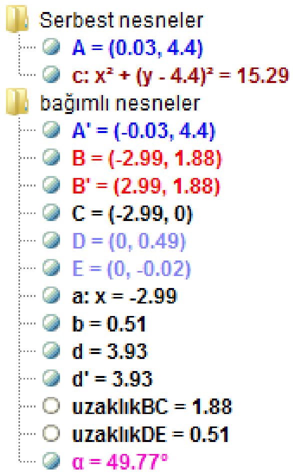
Problemle birlikte bir animasyon ve bir video verilmiştir. İdeal bir çözüm için videolardan kesitler alınarak bunlar GeoGebra' da kullanılabilir. Genel strateji olarak her ne kadar animasyonun gerçek videoya göre ikinci planda düşünülmesi mantıklı olsa da videolar izlendikçe kesit alınabilecek en uygun açı animasyonda mevcuttur. Yandan alınacak kesit çözüm için GeoGebra'da uygun bir ortam sağlayacaktır. Animasyondan alınan kesit doğrultusunda genel stratejiyi belirleme adına resim analitik düzlemde uygun bir yere yerleştirilerek sabitlenir. Bu matematiksel modellerin daha basit çıkmasını sağlayacak ve işlemleri daha da kolaylaştıracak önemli bir genel stratejidir. Bunun yanında çözümde salıncağa gore farklılıklar gösterse de salıcnağın yerden yüksekliği ve salıncağın ipinin uzunluğu sabit olarak düşünülmüştür. Animasyondan alınan kesidin yapısına gore de bu uzunluklar ele alınmıştır.

Salıncakta yüksekliğin değişimine bakıldığında çembersel bir hareketin var olduğu görülmektedir. Yani bir kişi sallanırken yarıçapı salıncağın uzunluğunda olan bir yarım çember üzerinde hareket etmektedir. Bunun yanında tüm şekiller GeoGebra'da oluşturularak matematikten gerçek yaşama geçişteki kullanılacak ölçek sayesinde her uzunluk kesit yardımıyla otomatikman orantılı olarak uygulanır. Bu da çözümün daha ideal olmasını sağlamak içindir. Matematiksel modellerin ve işlemlerin daha basit olması açısından zemin x ekseni ve salıncağın ağaca bağlı olduğu nokta da y ekseni üzerinde olmak üzere sistem GeoGebra'da oluşturulmuştur.

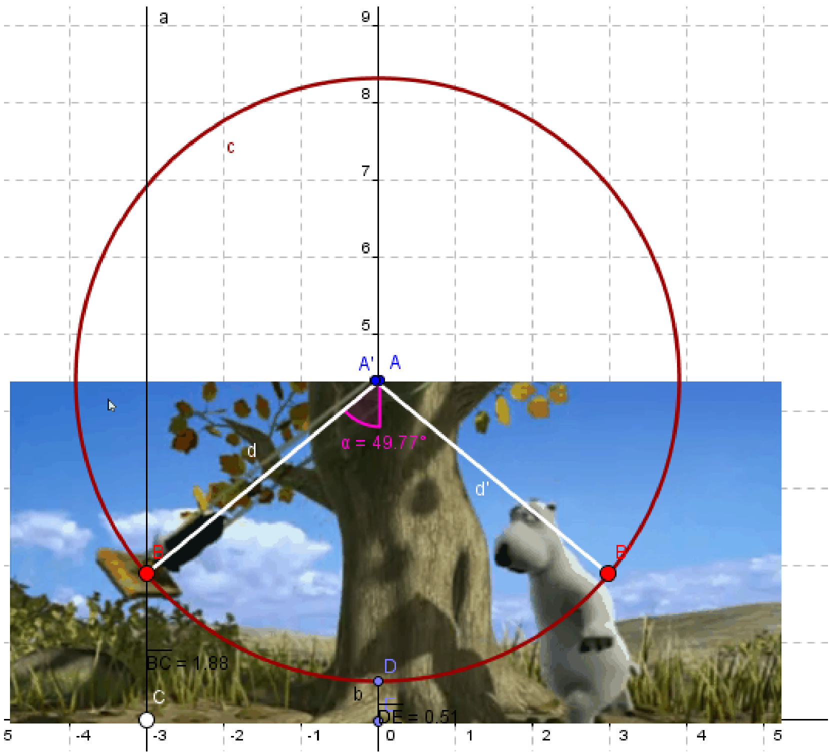
Çözüm için GeoGebra'da uygun şekiller video kesidi yardımıyla oluşturulmuştur. Çözüm için yapılanlar GeoGebra'nın geometri ve cebir penceresinden ayrıntılı olarak aşağıdaki şekilde verilmiştir.

GeoGebra' da Çözüm İçin Kurulan Yapı

Cebir Penceresinden Görünüm



Geometri Penceresinden Görünüm



Şekle bakılıdğında salıncağın uzunluğu 3,93 birim, salıncağın durgunkenki yerden yüksekliği ise 0,51 birim olarak alınmıştır. E=mgh dikkate alındığı buradaki yüksekliğe GeoGebra yardımıyla ulaşılabilir. Burada h şekilde gösterilen çemberin y'sidir. Yani y=h'tır. Buradan h'ı çemberin cebirsel gösteriminden hareketle x cinsinden yazmak mümkündür.

Yani $x^2 + (y - 4{,}44)^2 = 15{,}29$ ve y=h olduğuna göre $x^2 + (h - 4{,}44)^2 = 15{,}29$ yazmak mümkündür. Burada salıncak sallanırken tam bir çembersel hareket söz konusu değildir. Yani alt yarım çember bizim hareketimizi temsil eder. Burada alt yarım çemberi bulmak için öncelikle en son matematiksel ifadeden h çekilir. Buradan, $h = \mp\sqrt{(15{,}29 - x^2)} + 4{,}44$ elde edilir. Görüldüğü gibi artılı ve eksili olmak üzere çember iki farklı matematiksel ifadenin birleşimi halini almıştır. Denklemin eksilisi alt yarım çemberin matematiksel ifadesidir. Artılı ise üst çemberin cebirsel denklemini bize verir. Bu nedenle bizim için önemli olan ifade $h = -\sqrt{(15{,}29 - x^2)} + 4{,}44'$ dir. GeoGebra'dan yararlanarak söz konusu değişkenlerin aralıkları da belirlenebilir.Salıncağı durgunkenki yerden yüksekliği için k, salıncağın uzunluğu için l dersek, $x = L\,.\sin Q$ olduğu düşünüldüğünde h'ı Q cinsinden de yazabiliriz. Bunun yanında ortalama olarak salıncakta sallanan birinin ağırlığı 60kg olarak düşünülebilir. (G=mg olduğu düşünüldüğünde)

E= mgh olduğu düşünüldüğünde ise bizim ifademiz;

E = - mg.$\sqrt{(l^2 - (l.\sin Q)^2)} + (\,l + k)$ şeklinde yazılabilir. Sallanırken mg' nin, k ve l'nin sabit olduğu düşünüldüğünde tek bağımsız değişken burada Q olarak görülür. Ayrıca bağımlı değişken de potansiyel enerjidir.

Elde edilen ana matematiksel modelden hareketle herhangi bir noktadaki yüksekliğe bağlı potansiyel enerjiyi bulmak mümkündür. Buradan GeoGebra yardımıyla da matematiksel çözümler elde edilir. Sonrasında ise ölçeklendirme yardımıyla matematiksel sonuçlardan gerçek yaşam çözümleri elde edilmelidir. Bunun için

GeoGebra’da oluşturulan ölçek belirlenmelidir. Bunun için de farklı yaklaşımlar sergilenebilir ve videolardan yararlanılabilir. Bu ölçeğin bulunmasında günlük yaşamdan deneyimlerinden yararlanılarak yapılan tahminlerin ya da çözüm anında yapılacak ölçümün önemi fazladır. Gerektiğinde daha gerçekçi bir ölçek için iki farklı tahmin yapılıp karşılaştırma yoluna gidilebilir. Araştırmacı ise ölçeği bulmak için salıncağın durgunken yerden yüksekliğini tahmin ederek GeoGebra’daki birimini oranlayarak bulmuştur. Buna bağlı olarak salıncağın durgunken yüksekliği videodan hareketle yaklaşık olarak 40 cm olarak tahmin edilmiştir. GeoGebra ise bu uzunluk 0,51 birimdir. Buradan; GeoGebra’da 0,51 birim gerçek yaşamda 40 cm oluyorsa 1 birim 0,785 metreye denk gelmektedir. Matematiksel Sonuçlar bu ölçek dikkate alınarak ayrıntılı olarak bulunur ve gerçek yaşam deneyimleriyle karşılaştırılır.

Çözümle ilgili süreç içerisinde daha birçok varsayım ve farklı yaklaşımlar ve düşünme süreci sergilenebilir. Araştırmacı tarafından çözüm için bu kadar yer ayrılması uygun görülmüştür.

EK 4: ENSTİTÜ ve ÖĞRETMEN ADAYI İZİN FORMLARI

T.C
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
BUCA EĞİTİM FAKÜLTESİ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK
ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI

Sayı : B.30.2.DEÜ.0.16.00//21 **30 Mart 2012**
Konu:

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜNE

İLGİ: 09.03.2012 tarih ve 72.00/500/595 sayılı yazınız.

Enstitünüz Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Yükseklisans Programı öğrencisi Çağlar Naci HIDIROĞLU'nun tez çalışması kapsamında Bölümümüz Matematik Öğretmenliği 5. sınıf öğrencilerine uygulama yapmak üzere izin verilmesi Anabilim Dalı Başkanlığımızca uygun görülmektedir.

Gereği için bilgilerinize arz ederim.

Prof.Dr.Mehmet KARTAL
Anabilim Dalı Başkanı

Uğur Mumcu Caddesi 135 Sokak No.5 35150 Buca / İZMİR Tel.: 0- 232 - 4204882-4204883-4204884-4204885-4204886-4204887 – 4204598 – 4207602 – 4400808 – 4409609 – 4409611 – 4409612 - 4409613 – 4409615 – 4201472 Fax.: 0-232-4204895 – 0-232-4409610 web: www.deu.edu.tr/egitim e-mail: egitim@deu.edu.tr

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2007205077.... numaralı ////////////////////////////// ... isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950162 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

//////////////////////////

//////////////////////////

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2001205065......... numaralı ////////////////////// .... isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950162 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

/////////////////////////////////////

/////////////////////////////////////

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı ...2008205076... numaralı ////////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950162 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

//////////////////////////////

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2009205016.... numaralı //////////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950162 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

////////////////////////////////

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2007205060... numaralı ////////////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950162 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

//

//

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2007205024..... numaralı ////////////////////////// ... isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı **2010950162** numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

//////////////////////

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2007205024..... numaralı ////////////////////////// ... isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı **2010950162** numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

//////////////////////

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı .2007205042... numaralı ////////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950062 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

////////////////////

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı ..2007205023... numaralı .////////////////////////// ... isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950162 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

//////////////////////////

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2007290500.1.... numaralı ///////////////////////////////////.. isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950062 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

/////////////////////////////

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı ..20072050 14.... numaralı ///////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950062 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2007205009.... numaralı ////////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950062 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı .2007205055.... numaralı ////////////////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950062 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı .2007205008... numaralı ////////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950062 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

//
//

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı ..2007205061.. numaralı //////////////////////////// .. isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950162 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

////////////////////////////

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2007207048.... numaralı ////////////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950062 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

ÇR.

////////////////////////////////

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2007.205.005... numaralı. //////////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950062 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

//

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2007.205.005... numaralı.//////////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950062 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

//

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Programı 2007205030.. numaralı //////////////////////////////// isimli öğrenciyim. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği programı 2010950162 numaralı yüksek lisans öğrencisi Çağlar Naci Hıdıroğlu' nun Yrd. Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen "Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama" konulu yüksek lisans tez çalışmasının ilgili katılımcı bilgilendirme formunu okudum ve bu çalışmada gönüllü olarak katılımcı olmayı kabul ediyorum. Bu tez çalışması için araştırmacılar tarafından verilecek problemlere vereceğim yanıtların tezin matematiksel modelleme sürecini ayrıntılandırma ile ilgili bölümü oluşturmasında ve bu süreç içinde bulunacağım problem çözme süreçlerinde video ve ses kaydı alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

Gereğinin yapılmasını arz ederim.

14.02.2012

Öğretmen Adayı

//