T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

FARKLI MATEMATİKSEL GÜCE SAHİP İLKÖĞRETİM 6, 7 VE 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL DÜŞÜNME VE BİLGİYİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Sibel YEŞİLDERE

İzmir

2006

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

FARKLI MATEMATİKSEL GÜCE SAHİP İLKÖĞRETİM 6, 7 VE 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL DÜŞÜNME VE BİLGİYİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Sibel YEŞİLDERE

Danışman

Yrd. Doç. Dr. Elif B. TÜRNÜKLÜ

İzmir

2006

YEMİN

Doktora Tezi olarak sunduğum “Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi” adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurulmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin Kaynak Dizini’nde gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

06/11/2006

Sibel YEŞİLDERE

TUTANAK

DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

İşbu çalışmada jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Bilim Dalında DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan Yrd. Doç. Dr. Elif Türnüklü

Üye Prof. Dr. Nesrin Özsoy

Üye Doç. Dr. Sinan OLKUN

Üye Yrd. Doç. Dr. Cenk KEŞAN

Üye Yrd. Doç. Dr. Süha YILMAZ

Onay

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

06/11/2006

Prof.Dr. Sedef GİDENER
Enstitü Müdürü

YÜKSEK ÖĞRETİM KURULU DOKÜMANTASYON MERKEZİ

TEZ VERİ FORMU

Tez No: **Konu No:** **Üniv. No:**

***Not: Bu bölüm merkezimiz tarafından doldurulacaktır.**

Tezin Yazarının

Soyadı: YEŞİLDERE **Adı: Sibel**

Tezin Türkçe Adı: Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi

Tezin Yabancı Dildeki Adı: The Investigation of Mathematical Thinking and Knowledge Construction Processes of Primary 6, 7 and 8th Grade Students who have Different Mathematical Power

Tezin Yapıldığı
Üniversite: DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ Enstitü: EĞİTİM BİLİMLERİ Yıl: 2006

Diğer Kuruluşlar:

Tezin Türü:

1. **Yüksek Lisans** ☐
2. **Doktora** ■
3. **Tıpta Uzmanlık**
4. **Sanatta Yeterlilik**

Dili: Türkçe
Sayfa Sayısı: 267
Referans Sayısı: 91

Tez Danışmanının
Unvanı: Yrd. Doç. Dr. **Adı: Elif** **Soyadı:TÜRNÜKLÜ**

Türkçe Anahtar Kelimeler	İngilizce Anahtar Kelimeler
1. Matematiksel Güç	1. Mathematical Power
2. Bilgi Oluşturma	2. Knowledge Construction
3. Matematiksel Düşünme	3. Mathematical Thinking
4. Soyutlama	4. Abstraction

TEŞEKKÜR

Bu tez pek çok kişinin katkıları ile tamamlanmıştır.

Öncelikle tezimi titizlikle okuyan, danışmanlığının yanında bir araştırmacı olarak da iyi yetişmem için gayret gösteren ve daha iyiye ulaşma çabamda her zaman yardımcı olan değerli danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Elif B. TÜRNÜKLÜ'ye teşekkür ederim.

Kendi yoğun çalışmalarına karşın tez izlemelerime katılma nezaketini gösteren, görüşleri ve önerileriyle araştırmama katkı sağlayan ve sorularımı hiçbir zaman yanıtsız bırakmayan Sayın Doç. Dr. Sinan OLKUN'a teşekkürlerimi sunarım.

Verdiği destekle hem tezime hem de akademik gelişimime katkı sağlayan değerli arkadaşım Sayın Yrd. Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR'a teşekkür ederim.

Yaptığım çalışmaları destekleyen ve her kararımda yanımda olan sevgili annem ve babam Sabiha ve Mehmet YEŞİLDERE'ye, benimle oldukları ve gösterdikleri sabır için teşekkür ederim. Örnek aldığım, varlığı ile bana güven veren sevgili ağabeyim Tamer YEŞİLDERE'ye ve ihtiyaç duyduğum her an yanımda olan Filiz YEŞİLDERE'ye, bana inandıkları ve güç verdikleri için teşekkür ederim.

Son olarak bugüne gelmemde payları bulunan tüm öğretmenlerime teşekkürü borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ

ŞEKİL LİSTESİ

ÖZET

Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi

Sibel YEŞİLDERE

Bu araştırmanın amacı, farklı matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini incelemektir. Matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri birbirleriyle karşılaştırılmakta ve öğrencileri matematiksel olarak güçlü yapan yönler tartışılmaktadır. Bununla birlikte bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme sürecini etkileyen matematiksel güç fikrinde yer alan en önemli becerilerin neler olduğunu ortaya koymak hedeflenmektedir.

Araştırmada nicel ve nitel araştırma yöntemleri kullanılmıştır. İzmir evreninden tabakalı örnekleme stratejisi ile seçilen 40 okuldan toplanan 798 öğrencinin verileri ile öğrencilerin matematiksel güçleri nicel olarak araştırılmıştır. Veri toplama aracı olarak matematiksel güç ölçeği kullanılmıştır. Farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Burada öğrencilerin düşünsel süreçlerine ilişkin bir genellemeye varmak değil, bu süreci oluşturan bileşenleri derinlemesine incelemek amaçlanmıştır. Bu nedenle örnek olay çalışması, araştırma stratejisi olarak belirlenmiştir. Örnek olay çalışmasında veri toplama aracı olarak açık uçlu problemler kullanılmıştır.

Matematiksel güç ölçeğinden elde edilen veriler, İzmir evreninde yer alan ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel güçlerinin düşük olduğunu göstermektedir. Bu duruma neden olan faktörler öğrencilerin verilenlerden hareketle değil öznel görüşlerine dayanarak akıl yürütmeleri, düşüncelerini kanıtlar sunarak ve açıklamalar yaparak ifade edememeleri ve verilenler arasında ilişkilendirme yaparak problemleri çözmemeleri olarak özetlenebilir.

Örnek olay çalışmasından elde edilen verilerden farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların olduğu tespit edilmiştir. Gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarında düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturmada yavaş ve sorunlu bir süreçten geçtikleri gözlemlenmiştir. Yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin önceden oluşturulan bilgileri tanımada, kullanmada ve oluşturmada daha başarılı olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel güç, bilgi oluşturma, matematiksel düşünme, soyutlama

ABSTRACT

The Investigation of Mathematical Thinking and Knowledge Construction Processes of Primary 6, 7 And 8th Grade Students Who Have Different Mathematical Power

Sibel YEŞİLDERE

The aim of this research was to investigate mathematical thinking and knowledge construction processes of primary 6, 7 and 8th grade students who have different mathematical power. Students who had low and high mathematical power were compared by means of their knowledge construction and mathematical thinking. According to results what makes a student mathematically powerful was discussed. Also discussed were some important mathematical skills which effect knowledge construction and mathematical thinking process.

Quantitative and qualitative research methods were used together. 798 students' data which were collected from 40 schools were searched for quantitatively. Mathematical power scale was used for data collection tool. Students' mathematical thinking and knowledge construction process was investigated qualitatively. It was not aimed to generalize students' thinking processes, instead, to investigate the components of these processes deeply. Because of this reason case study was selected as a research strategy. Open ended problems were used as a qualitative data gathering tool.

Findings showed that mathematical power of primary 6, 7 and 8th grade students' were low. The reasons were; students' reasoning based on their personal views, students' communications not based on justifications and explanations, and students' lack of connecting knowledge structures while problem solving.

It was found that there were some differences between students' mathematical thinking and knowledge construction process as means to their mathematical power. According to case study it was observed that students who had problems while constructing knowledge. Students who had high mathematical power were good at recognizing, building with and constructing knowledge as well as reasoning, connecting and communicating.

Key words: Mathematical power, knowledge construction, mathematical thinking, abstraction

BÖLÜM I

GİRİŞ

Matematiksel güç, 90'lı yıllarda matematiğin gerektirdiği becerilerin günlük yaşamda ve pratik durumlarda kullanımını sağlama amacıyla özellikle Amerika Birleşik Devletleri'nde çalışılan bir konu olmuştur. Keşfetme, tahmin etme, ilişkilendirme gibi üst düzey düşünme becerilerinin başka becerilerle birlikte süreç içerisinde kazandırılması fikri, öğretmenlerin ve araştırmacıların ilgisini çekmiştir. Bu bölümde matematiksel güç ile ilgili araştırmanın yapılmaya başlandığı noktadan itibaren akademik sürecin nasıl ilerleyerek bugünkü şeklini aldığı açıklanmaktadır.

Matematiksel güç üzerine yapılan literatür taraması, matematik eğitiminde istendik pek çok boyutun 'matematiksel güç' başlığı altında toplandığını gösterdi. Öğrencilerin kavramsal anlama ve problem çözme gibi matematiksel becerilerinin, özgüven ve farkındalık gibi üst biliş becerilerinin, ilişkilendirme ve akıl yürütme gibi bilişsel süreç becerilerinin aynı durum içerisinde ele alınıyor olması, bu araştırmanın matematiksel güç üzerine şekillenmesini sağladı.

Öğrencilerin matematiksel olarak güçlü olmalarını sağlayacak tarz öğrenmenin nasıl gerçekleşebileceği yönünde yapılan araştırmalar, öğrenmenin doğası ve matematik öğrenmenin epistemolojik temelleri üzerine odaklanılmasına neden oldu. Öğrenmenin karmaşık yapısının varlığı, matematiksel gücün dayandığı temeller üzerine yeniden düşünülmesi gerektiğini hissettirdi. Çünkü yapılan araştırmalar kolaylıkla gereklilikleri ifade edilen matematiksel becerilerin en basit görüneninin bile kazanımının zorlukları ve belli teoriler çerçevesinde değerlendirilmelerinin önemini vurgulamaktaydı (Sfard, 1998; Dubinsky and McDonald, 2001).

Bu durum öğrencilerin matematiksel olarak güçlü olmalarını sağlayacak sınıf içi etkinliklerinin neler olacağını ve bu etkinliklerin öğrencilerin matematiksel güçlerini nasıl etkileyeceğini araştırma fikrinden uzaklaşılmasına neden oldu. Matematiğin öğrenilmesi ve matematiksel bilginin oluşturulması hakkında incelenen bildiriler, makaleler ve kitaplar (örn. Tall, 1991, Rogoff, 1990, Saxe, 1991, Van Oers, 2001, Noss ve Hoyles, 1996, Ohlsson ve Lehtinen, 1997), matematik öğrenmede soyutlama sürecinin araştırılmasının önemi ve gerekliliği konusunda fikir verdi. Farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin, soyutlama sürecinde önemli rolü olan bilgi oluşturmalarında ve bunun yanı sıra matematiksel düşünmelerinde ne gibi farklılıkların olduğunu açıklamanın iki yönden daha yararlı olabileceği düşünüldü.

Bilişsel olarak hangi temel becerilerin öğrencileri matematiksel olarak güçlü kıldığını anlamak, araştırılması yararlı olabileceği düşünülen yönlerden ilkidir. Matematiksel güç ile ilgili literatürde yer alan ilişkilendirme, akıl yürütme ve iletişim kurma becerilerinin, soyutlamada mutlaka varlığı gerekli olan bilgi oluşturma sürecinde ne şekilde kendilerini gösterdiklerini ortaya koymak önemli olabilir. Bu noktada bir takım tarafsız çıkarsamalar yapabilmek için ihtiyaç duyulan en önemli gereksinim, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin anlamlandırılmasında kullanılabilecek bir teorik yapının varlığıdır.

Bu noktada yüzyıllardır-belki de daha uzun zamandır- üzerine tartışılan soyutlamayı anlamlandırmayı amaçlayan teoriler incelendiğinde, Recognizing-Building with- Constructing (RBC) soyutlama teorisinin, son yıllarda soyutlama konulu pek çok araştırmada kullanıldığı gözlemlendi (örn. Schwarz, Hershkowitz ve Azmon, 2006; Bikner-Ahsbahs, A., 2004, Özmantar ve Monoghan, 2006). Soyutlama sürecini gözlemlenebilir üç epistemik eylemin gerçekleşmesi ile açıklaması yönüyle, RBC soyutlama teorisinin hem teorik yapı hem de analitik araç olarak bu araştırma için uygun olduğu tespit edildi. Bu tespitin dayandığı diğer nedenler, soyutlamanın nasıl gerçekleştiğini açıklamaya yönelik farklı bakış açılarına sahip teoriler ve RBC teorisi ile ilgili kapsamlı bilgi, ikinci bölümde verilmektedir.

Farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin, bilgi oluşturma ve matematiksel düşünmelerindeki farklılıkların araştırılmasında yararlı olabilecek bir diğer yön de, araştırma sonucunda ulaşılan bulguların, incelemelerin ve tespitlerin matematiksel güç fikrine ve dayanak noktalarına belli bir teorik yapı ve perspektif getirebileceği düşüncesidir.

Bu araştırmada farklı matematiksel güçteki ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri incelenmektedir. Bu süreçlerin gerçekleştirilme şekillerindeki benzerlikler, farklılıklar ve aralarındaki ilişki araştırılmaktadır.

Tez beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde araştırma konusunun belirlenmesinden, çalışmanın son şeklini almasına kadar geçen akademik sürece değinilmektedir. Araştırmanın genel hatları; problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, problem cümlesi ve alt problemler, sayıltılar, sınırlılıklar ve tezde adı geçen tanımlamalar ile yapılan kısaltmalar sunulmaktadır.

İkinci bölümde, araştırma konusuyla ile ilgili yayın ve araştırmalar yer almaktadır. Matematiksel güce ilişkin çeşitli araştırmacılar tarafından yapılan tanımlamalara yer verilmekte ve matematiksel güçte rol oynayan matematiksel becerilere yer verilmektedir. Matematiksel düşünme ve matematiksel güç ilişkisi ele alınarak, öğrencilerin soyutlamadaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde yararlanılabilecek yaklaşımlara değinilmektedir. Soyutlamanın zaman içerisindeki yorumlanış şekilleri belirtilerek, bilişsel ve sosyokültürel soyutlama bakış açıları açıklanmaktadır. Araştırmada teorik yapı ve analitik araç olarak kullanılan RBC soyutlama teorisi açıklanmakta ve bu teorik yapının seçilme nedenleri belirtilmektedir.

Üçüncü bölümde araştırmanın yöntemi yer almaktadır. Araştırma deseni, evren ve örneklem, veri toplama yöntemleri, veri toplama araçlarının geliştirilme süreci, prosedür, araştırmacının rolü, araştırmanın geçerlik ve güvenirliği ve veri çözümleme teknikleri belirtilmektedir.

Dördüncü bölümde araştırmanın bulguları ve yorumları yer almaktadır. İlköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanan matematiksel güç ölçeğinden elde edilen bulgular hem sınıflara göre ve hem de toplu olarak sunulmaktadır. Teorik yapı çerçevesinde incelenen örnek olay çalışmalarından elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçleri ayrı ayrı ele alınmaktadır.

Beşinci bölümde, dördüncü bölümde sunulan araştırma bulguları toplu olarak değerlendirilmektedir. Matematiksel gücün tanımı yeniden incelenmekte, matematiksel gücün varlığını etkileyen faktörler ele alınmaktadır. Matematiksel güç ve bilginin oluşumu arasındaki ilişkiye değinilmektedir. Elde edilen bulgulardan hareketle matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri birbirleriyle karşılaştırılmaktadır. Teorik olarak matematiksel güç ve RBC teorisinin öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin gerçekleşmesi yönünden nasıl ilişkili olduğu ele alınmaktadır. Bunun yanı sıra yapılması alana katkı sağlayacak yeni araştırma konuları önerilmektedir.

1.1. Problem Durumu

Matematik eğitimi, başlangıç noktasını yirminci yüzyılın ikinci yarısından alan ve matematiksel bilgilerle bağlantılı eğitimsel olaylarla ilgilenen bir bilgi disiplinidir (Cantoral ve Farfan, 2003). Matematik eğitimi her eğitim seviyesinde matematik öğrenme ve öğretmede potansiyel olarak içinde bulunulan veya gerçekten içinde bulunulan olayları anlamayı amaçlayan bir bilimsel araştırma alanıdır (Niss, 1999). Matematiksel bilgileri ve bu bilgileri edinmenin günlük yaşantıdaki öneminin anlaşılmasını sağlamak için eğitimsel süreçler dikkate alınarak öğrenmenin gerçekleşmesi amaçlanmaktadır.

Matematik eğitiminin tarihi eskilere dayanmasa da, bilgi kazanımının doğası ile ilgilenen epistemolojiyle, psikolojiyle ve sosyal bilimlerin diğer başka alanlarıyla olan ilişkisi matematik öğrenme ile ilgili teorik tartışmaların yapılabilmesini ve gelişmelerin yaşanmasını sağlamaktadır. Bu durum matematik eğitiminde araştırma konularının zaman içinde hızla yön değiştirebilmelerine neden olmaktadır. Örneğin yakın geçmişte matematik eğitimine yönelik yapılan araştırmalar öğrencilerin bireysel olarak matematiksel kavrayışları ve öğrenme yollarını önemsemekteyken, günümüzdeki araştırmalar matematik öğrenmenin sosyokültürel yönünü de dikkate almaktadır (Even & Schwarz, 2003).

Bu hızlı değişim içerisinde sosyal bilimler alanında merak edilen ve üzerinde araştırma yapılan konulardan bazılarının insanların nasıl düşündüğünü, nasıl öğrendiğini, düşünme ve öğrenmenin sınırlarının ne olduğunu anlamlandırma üzerine olduğu görülmektedir. Filozoflar bu soruları felsefi yönden ele alırken, matematik eğitimcileri soruların ve yanıtlarının nasıl yorumlanabileceği üzerinde durmuşlardır. Öğrencilerin matematiksel bilgi, anlama ve becerilerinin hangi seviyede olması gerektiği ve hangi amaçların gerçekleştirilmesinin uygun olduğu tartışılmıştır. Ernest (2000) okul matematiğinin dört temel amacı olduğunu belirtmektedir:

- Matematiksel bilgi ve beceriye dayalı yetenek oluşturulması,
- Matematikte yaratıcı yetenekler geliştirilmesi,
- Sosyal uygulamaların ve matematiğin kullanım alanlarının eleştirel gözle değerlendirilmesi ve matematiksel yeteneklerin geliştirilmesi,
- Matematiğin içsel değerlendirilmesinin geliştirilmesi

Bu amaçlara bakıldığında öğrencilerin farklı yeteneklere matematiği kullanarak sahip olmalarının beklendiği görülecektir. Öğrencilerin yaratıcı yeteneklere ve matematiksel yeteneklere sahip olması, matematiğin kullanım alanlarının eleştirel gözle değerlendirilmesi bunlardan bazılarıdır. Son yıllarda soyutlama ve bilgi oluşturmanın sağlanmasının da yukarıda Ernest tarafından belirtilen amaçlara eklendiği söylenebilir. Öğrencilerden beklenen bilgi, anlama veya beceri düzeyi ne olursa olsun, “matematik eğitimi süreci soyutlama kavramını içermeli ve hatta soyutlama bu sürecin en önemli bileşeni olmalıdır" (Dubinsky, 2000:289). Özellikle önemli kavramların oluştuğu ilköğretim matematik öğreniminde soyutlama ve bilgi oluşturma süreci üzerinde durmak matematik eğitimi alanında yapılan araştırmalara katkı sağlayabilir.

1.2. Amaç ve Önem

Matematik öğreniminin daha etkili nasıl gerçekleştirilebileceğine ilişkin araştırmalar, matematik eğitimcileri tarafından çeşitli boyutları ile araştırılmaktadır. Matematik eğitimi araştırmacıları matematiğin karmaşık bakışını, bilişsel ve sosyokültürel perspektifler ile birleştirmektedirler (Cobb, Stephan, McClain & Gravenmeijer, 2001). Bu araştırmaların okullara yansıması, matematik öğretmenlerinin bu çalışmalardan etkilenerek öğrenme ortamını ve yaklaşımlarını gözden geçirmelerini sağlayabilir. Teorisyenler ile uygulayıcılar arasında sağlam bir etkileşimin kurulabilmesi için teoriler ve uygulamaları arasında ortak bir öz bulunması gerekmektedir (Wittmann, 2001). Eğer öğretmenler tarafından matematik öğrenmenin yolları ve bu yolda ilerlemede engel olacak davranışlar bilinirse, öğrencilerin edindiklerini matematiksel bilginin içyapısı, nasıl zihinde depolandığı, nasıl genellendiği ve nasıl desteklenerek geliştirilebileceği konusunda da fikir sahibi olunabilir (Niss, 1999).

Matematiksel beceriler ile yeterlilikler arasındaki dengenin kurulması ve matematiksel düşünmenin kazandırılması, matematik eğitiminin amaçlarındandır. Bu amaçları edinerek yapılan deneysel araştırmaların bir kısmı belli bir süreç sonunda öğrencilerin ne kadar geliştiğini, bu değişimin ne sürede gerçekleştiğini, belli bir değişkenin etkili olup olmadığını incelemektedir. Bununla birlikte, süreçteki matematiksel bilgi oluşumunun özünde nasıl gerçekleştiğini derinlemesine olarak ele alan araştırma sayısı azdır.

Bu araştırmanın amacı, farklı matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini incelemektir. Matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri birbirleriyle karşılaştırılmaktadır. Karşılaştırma sonucundan hareketle öğrencilerin matematiksel olarak güçlü yapan yönler tartışılmaktadır. Bununla birlikte bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme sürecini etkileyen ve matematiksel güç fikrinde yer alan en önemli becerilerin neler olduğunu ortaya koymak hedeflenmektedir.

Bu çalışmada, araştırmalarda daha seyrek olarak üzerinde durulan düşünme süreçleri üzerine durulmaktadır. Bu süreçte gözlemlenenlerin epistemolojik değerlendirmeler yapmaya imkân tanıması araştırmayı önemli kılan yönlerden biridir. Ayrıca matematiksel güç fikrine teorik bir alt yapı sağlaması da araştırmanın alana katkı sağladığı düşünülen önemli yönlerden bir diğeridir.

1.3. Problem Cümlesi

Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?

1.4. Alt Problemler

Araştırmanın alt problemleri aşağıda belirtilmektedir:

1. İzmir evreninde yer alan ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel gücü ne düzeydedir?
2. İzmir evreninde yer alan ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel gücü ne düzeydedir?
3. İzmir evreninde yer alan ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel gücü ne düzeydedir?
4. İzmir evreninde yer alan ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel gücü ne düzeydedir?
5. Düşük matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?

6. Yüksek matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
7. Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?

1.5. Sayıtlılar

1. Araştırmada kullanılan açık uçlu problemler ile örnek olay çalışması problemlerinde alınan uzman görüşlerinin yerinde ve yeterli olduğu kabul edilmektedir.
2. Ölçeklerin öğretmenler tarafından olması istendiği şekilde uygulandığı varsayılmaktadır.
3. Araştırmada kullanılan problemlerin öğrencilerin bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçlerini yansıttıkları kabul edilmektedir.
4. Araştırmanın betimsel kısmında seçilen örneklemin, evreni temsil ettiği varsayılmaktadır.
5. Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının, veri toplamada ve yorumlamada yeterli olduğu kabul edilmektedir.

1.6. Sınırlılıklar

1. Araştırmada nicel olarak veri toplanan bölüm, 2005–2006 eğitim öğretim yılı ilk döneminde İzmir evrenini temsil ettiği düşünülen örneklemde yer alan 798 öğrenci ile sınırlıdır.
2. Örnek olay çalışması bulguları, araştırmanın gerçekleştirildiği öğrencilerin verileri ile sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Araştırmada kullanılan ifadelerden bazılarının tanımları aşağıda belirtilmektedir.

Matematiksel Güç: Öğrencilerin keşfederek, tahmin ederek ve mantıksal çıkarsamalar yaparak matematiksel bilgiyi bir araya getirme ve kullanmalarını, rutin olmayan problemler çözmelerini, matematik hakkında ve matematik yoluyla iletişim kurmalarını, farklı durumlardaki matematiksel fikirler arasında bağlantı kurma veya farklı disiplinlerdeki fikirler arasında bağlantı kurmalarını içeren geniş kapsamlı becerileridir (NAEP. 2003:35).

Matematiksel Düşünme: Problemlerin çözümünde açık olarak veya olmayarak matematiksel tekniklerin, kavramların ve süreçlerin uygulanmasıdır (Henderson, 2002).

Oluşturma: Farkına varılan bilginin yeniden düzenlenip yapılandırılarak yeni bir anlam oluşturulması sürecidir (Bikner-Ahsbahs, 2004:120).

Soyutlama: Problemlerin, araçların, katılımcıların kişisel geçmişlerinin, sosyal ve fiziksel ortamın çevrelediği koşullarda gerçekleşen bir süreç, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması etkinliğidir (Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, 2001).

Pekiştirme: Daha önce oluşturulmuş matematiksel bilginin öğrenciye daha tanıdık gelmesi sürecidir (Hershkowitz ve diğer., 2001).

Bağlam: Yapıyı ve insanoğlunun davranışlarının anlamını çerçeveleyen birbirine bağlı faktörlerin bir araya gelmesidir (Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, 2001).

Yapı: Matematiksel bir etkinlik sonucunda ortaya çıkan zihinsel çıktıdır.

Epistemoloji: Bilgi kazanımının doğası ile ilgilenen felsefenin bir dalı.

Epistemik Eylem: Bilginin oluşturulması ve kullanılması ile ilgili eylem.

1.8. Kısaltmalar

RBC: Tanıma-Kullanma-Oluşturma süreçlerinin kısaltması

NAEP: Ulusal Eğitimsel Gelişimi Değerlendirme Birimi

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

MG: Matematiksel Güç

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde matematiksel güç, soyutlama ve bilgi oluşturmayla ilgili yayın ve araştırmalar yer almaktadır. Matematiksel düşünme ve matematiksel güç ilişkisi ele alınmakta, öğrencilerin soyutlamadaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde yararlanılabilecek bazı soyutlama yaklaşımlarına değinilmektedir. Bu yaklaşımların felsefelerindeki benzer ve farklı yönler ortaya konularak karşılaştırılmaktadır. Araştırmada teorik yapı ve analitik araç olarak kullanılan RBC soyutlama teorisi açıklanmakta ve bu teorik yapının seçilme nedenleri belirtilmektedir.

2.1. Matematiksel Düşünme ve Matematiksel Güç

Düşünme ve düşünmenin nasıl gerçekleştiği merak edilen araştırma konularındandır. Düşünmenin doğasını anlamayı amaçlayan bilişsel psikolojinin temel varsayımı, zihinsel yapıların ve bilişsel süreçlerin oldukça zengin ve karmaşık olduğu ancak bu yapıların anlaşılabilir olması nedeniyle düşünmenin gerçekleşme yolları hakkında anlamlı sonuçlar sağlanabileceğidir (Schoenfeld, 1987'den akt. Dindyal, 2003).

Düşünme fonksiyonel, etkin ve belli hedefi olan bir eylemdir (Rogoff, 1990). Karşılaşılan her problem, çözümü için yeni bir düşüncenin oluşumunu gerektirmektedir. Bu bakış açısı ile ele alındığında, problem çözmenin söz konusu olduğu her durumda düşünmenin gerçekleştiği söylenebilir. Ancak bu düşünme biçimlerinden kimilerinin varlığına daha çok önem verilmektedir. Yaratıcı düşünme, analitik düşünme, yorumlamacı düşünme, akıl yürütme ve mantıksal düşünme gibi üst düzey düşünme becerileri daha çok önemsenmekteyken, düşük düzey düşünme becerileri daha az değer görmektedir (Goldman, 2002). Bunun nedeni düşük düzey düşünme becerilerinin, matematiksel bir işlemin yapılması ya da bir kesrin genişletilmesi gibi, sadece prosedürlerin uygulandığı durumlarda kullanılması olabilir.

Rogoff, düşünme ile problem çözmeyi aynı bağlamda ele almakta ve bu fikrini aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:

> Problem çözme… düşünmenin etkin doğasını vurgulamaktadır. İnsanlar sadece hatıraları, algıları ve becerileri kazanmak yerine keşfederler, problem çözerler ve hatırlarlar. Bilincin amacı düşünce üretmek değil, akıllıca sosyal ve pratik eylemler yapmaktır. Problem çözme yaklaşımı insanların hayatın akışı ile uzlaşabilmelerine, yaşam amaçları doğrultusunda ortaya çıkan problemler üzerinde çalışmalarına öncelik vermektedir (Rogoff, 1990:8).

Matematiksel düşünme denildiğinde akla matematiksel bir durum içinde, belli bir sonuca ulaşmak için matematiksel kural ve prosedürlerin etkin şekilde kullanımı gelebilir. Oysa matematiksel düşünme, problemlerin çözümünde açık olarak veya olmayarak matematiksel süreçlerin uygulanmasıdır (Henderson, 2002). Bir problemin çözümü özelleştirme, genelleme, tahmin etme, hipotez üretme, hipotezin doğruluğunu kontrol etme gibi üst düzey düşünme becerilerini gerektiriyorsa, matematiksel düşünme gerçekleşecektir. O halde matematiksel düşünmenin sadece içinde sayıların ve soyut matematiksel kavramların yer aldığı durumlarda değil, günlük yaşamın içinde de gerçekleştirilebilecek bir düşünme biçimi olduğu söylenebilir.

Matematiksel düşünmenin gelişimi eğitim sitemlerinin daha ileri eğitim sistemlerine uyum sağlamasında temel bir dayanak noktasıdır (Mubark, 2005). Matematiksel düşünme, üst düzey düşünme becerilerini içermektedir. Bir matematiksel durum için açıklanacak olursa; matematiksel düşünme için matematikçilerin teoremleri nasıl ispatladıklarını anlamanın ötesinde, bu ispatın yapılabilmesi için nasıl tahminde bulunduklarını anlamak gerekmektedir (Polya, 1945). Bir problemle karşılaşıldığında problemin cevabının ne olduğunu bulmaktan öte, problemin çeşitli boyutları ile ele alınarak incelenmesi matematiksel düşünceyi gerektirmektedir. Matematiksel düşünme süreçleri üzerine yapılan araştırmalar ve bilişsel psikoloji, düşünme şekillerinin yapılandırılmasında pek çok yolun olduğunu göstermiştir (Ferri, 2003).

1991 yılında Amerika Birleşik Devletlerindeki Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM), matematiksel güç fikrini ortaya koymuştur. Hakkında yapılan tanımlamalar incelendiğinde, bu fikrin dayandığı noktaların matematiksel düşünmede önemli olan bazı becerilerle ortak yönlerinin olduğu söylenebilir. Buna değinmeden önce, matematiksel gücün ne olduğu ve hangi becerilerden oluştuğu hakkında kısaca bilgi verilecektir.

Öğrencilere birtakım ortak matematiksel becerilerin kazandırılması çoğu ülkenin matematik öğretimi programında yer almaktadır. Bunlar arasında problem çözme, matematiği günlük yaşamda etkili olarak kullanma, mantıksal ve sistematik düşünme, risk alma ve karar verme becerileri bulunmaktadır. Matematiksel güç fikri, öğrencilerde olması beklenen bunlar gibi istendik pek çok matematiksel bilgi, beceri ve olumlu duyuşsal özelliğin varlığını gerektirmektedir.

Matematiksel güç; öğrencilerin matematiğe ait anlayıştan kendilerinin sorumlu oldukları bir süreçtir ve matematiğin başarılı olmalarının beklendiği bir alan olduğu şeklindeki inançlarının olumlu yöndeki değişimi ile ortaya çıkmaktadır (Sid, 1998). Matematiksel gücün kendini gösterdiği bir başka yön, öğrencinin öğretmenden bağımsız olarak düşünebilme ve iş görebilme becerisini içermesidir (Greenwood, 1993). Burada belirtilen iki görüşe bakıldığında, matematiksel olarak güçlü öğrencilerden bir takım bilişsel ve duyuşsal becerilere sahip olmanın yanı sıra, bu becerileri gerekli durumlarda öğretmenden bağımsız olarak kullanabilmelerinin de beklendiği görülmektedir.

Genel anlamda matematiksel güce sahip olan öğrencilerin sergilemesi gereken davranışların yanında, bu davranışlara eşlik edecek matematiksel becerilerin neler olabileceğinin belirtilmesi, matematiksel güç fikrini anlamlandırma noktasında açıklayıcı olacaktır. Broody ve Coslick (1998)' in matematiksel güç yorumu, araştırma becerilerinin, özgüvenin ve matematiğin varlığına yönelik olan olumlu eğilimin matematiksel güç için gerekli olan becerilerden bazıları olduğuna dikkat çekmektedir. Broody ve Coslick'e göre matematiksel güç; öğrenmeye ve matematiği kullanmaya yönelik olumlu eğilimi ve yeni problemlerle uğraşmak için güven duymayı, bir prosedür için mantık geliştirmeyi ve doğrulamayı da içeren anlamayı, problem çözme gibi araştırma becerilerini içermektedir. Cantlon (1998) ise matematiksel gücün, problemler yoluyla akıl yürütme ve bireylerle fikirler ve çözümler üzerine iletişim kurma becerilerinin yanı sıra matematiğe yönelik kendine güveni de kapsadığını ifade ederek, matematiksel gücün bilişsel alanın ötesinde nitelikleri gerektirdiğine işaret etmektedir.

Amerika Birleşik Devletlerinde çeşitli branşlarda eğitimsel gelişimi belirleme amacıyla değerlendirme yapan Ulusal Eğitimsel Gelişimi Değerlendirme Birimi (NAEP), matematik branşında öğrencilerin matematiksel güçlerini değerlendirmektedir. Bu değerlendirmeyi yapmalarını sağlayacak matematiksel güç fikrini öğrencilerin,

- keşfederek, tahmin ederek ve mantıksal çıkarsamalar yaparak matematiksel bilgiyi bir araya getirme ve kullanmalarını,
- rutin olmayan problemler çözmelerini,
- matematik hakkında ve matematik yoluyla iletişim kurmalarını,
- farklı durumlardaki matematiksel fikirler arasında bağlantı kurma veya farklı disiplinlerdeki fikirler arasında bağlantı kurmalarını

içeren geniş kapsamlı beceriler olarak açıklamaktadırlar (NAEP, 2003). NAEP tarafından yapılan bu tanımlama, matematiksel gücün varlığı için öğrencilerin öğretmenden bağımsız olarak yapmaları gerekenleri biraz daha ayrıntılı olarak açıklamaktadır.

Matematiksel güç fikrini ortaya atan NCTM, matematiksel gücün tanımını aşağıdaki şekilde yaparak ölçütlerini belirlemiştir:

> Matematiksel güç; öğrencilerin keşfetme, tahmin etme ve mantıksal akıl yürütme, rutin olmayan problem çözme, matematik ile ilgili ve matematik yoluyla iletişim kurma ve matematiğin içindeki fikirler ile diğer zihinsel etkinlikler arasında bağlantı kurma becerilerini içermektedir. Bunun yanı sıra matematiksel güç; kişinin kendine olan güveninin ve araştırma yapma eğiliminin, problem çözmede ve karar vermede nicel ve görsel bilgileri kullanmanın ve değerlendirmenin gelişiminde de rol almaktadır. Öğrencilerin esnekliği, ilgileri, merakları ve önyargıları da matematiksel gücün gerçekleştirilmesini etkilemektedir (NCTM, 1991:12).

Bu tanımlamadan da görüldüğü gibi matematiksel olarak güçlü olan öğrencilerin;

- keşfetme
- tahmin etme
- mantıksal akıl yürütme
- iletişim kurma
- fikirler arasında ilişki kurma
- rutin olmayan problem çözme

gibi matematiksel becerilere sahip olmaları beklenmektedir. Bu tanımlamadan anlaşıldığı üzere, öğrencilerin sadece bu becerilere sahip olması matematiksel güce sahip olma anlamında yeterli değildir. Bunun yanı sıra matematik yoluyla öğrencilerin kişisel gelişimlerinin sağlanması ve duyuşsal faktörlerin gelişimi de matematiksel güç oluşumu yönünden önem kazanmaktadır. Ayrıca öğrencilerin kendilerine güvenleri, araştırmaya olan eğilimleri, problem çözmede ve karar vermede nicel ve görsel bilgi kullanmaları ve değerlendirmeleri gibi kişisel gelişimlerinin matematik aracılığıyla gerçekleştirilmesi de önem taşımaktadır. Öğrencilerin *esnek düşünebilmesi*, matematiğe *ilgi* duyması ve *merak* etmesi, *önyargısız* bir şekilde *sabırla* çözüme ulaşmaya çalışması, bahsedilen matematiksel becerileri kazanmasına yardım etmektedir.

Matematiksel güçle ilgili yukarıda yapılan tanımlamaların ve açıklamaların kesiştiği ortak noktalardan biri ilişkilendirme yapma, akıl yürütme ve iletişim kurma becerilerinin önemine tanımlamaların çoğunda rastlanmasıdır. Bu nedenle bu becerilerin matematik öğrenmedeki açılımları ve ne tür ipuçlarının bu becerilerin varlığını gösterdiği ele alınmaktadır.

Öğrencilerin matematik hakkındaki informal bilgileri ile bu bilgilerin sembollerle kullanımları arasında anlamlı ilişkiler kurmaya gereksinimleri vardır ancak bu, öğretmenlerin var olan matematiksel ilişkileri öğrencilere aktarması demek değildir; öğrencilerin bu ilişkileri kendilerinin keşfetmeleri gerekmektedir (Carraher ve diğer., 1987'den akt. Bergason, 2000). Matematiksel ilişkilendirmelerin gerek matematiğin içindeki konularla gerekse de diğer disiplinlerle yapılması matematiksel güç kazanımı için gerekmektedir. Matematiksel ilişkiler kurmaya ilişkin öğrenciden beklenenler,

- Matematiği bir bütün olarak görme
- Problemleri keşfetme ve sonuçlarını grafiksel, sayısal, fiziksel, cebirsel, sözel matematiksel modeller veya gösterimler olarak ifade etme
- Bir matematiksel bilgiyi diğer matematiksel fikirleri daha ileri götürmek için kullanma
- Diğer disiplinlerdeki problemleri çözmek için, matematiksel bilgiyi ve modellemeyi kullanma
- Matematiğin sosyal yaşamdaki rolünü anlama ve önem verme

şeklinde sıralanabilir (NCTM,1989). Bu ifadelerden matematiksel ilişkilendirmenin, öğrencilerin matematiğin doğasını anlamasında ve anlama sürecinde edindiklerini yeni bilgileri anlamlandırmasında gerekli olduğu söylenebilir.

Türkiye'de uygulanmakta olan ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğretim programında, öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin gelişimine önem verilmektedir. Bunun için öğrencilere aşağıdakilerin kazandırılması hedeflenmiştir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2006:20):

- Matematik öğrenirken ilişkilendirmeden yararlanma
- Matematikteki iç ilişkilendirmeleri yapma
- Matematikle diğer disiplinler ve yaşam arasında ilişkilendirme yapma
- Matematiksel kavramların, işlemlerin ve durumların farklı temsil biçimlerini ilişkilendirme
- Farklı temsil biçimleri arasında dönüşüm yapma
- İlişkilendirmede öz güven duyma
- İlişkilendirme ile ilgili olumlu duygu ve düşüncelere sahip olma

Belirtilen açıklamalardan ilişkilendirmenin, farklı matematiksel bilgiler arasında doğru ve sağlam bağlantıların kurulmasında ve zaman içerisinde bir matematiksel bilgi yapısının oluşmasında rol oynayan bileşenlerden biri olduğu şeklinde bir çıkarsama yapılabilir.

Matematiksel akıl yürütme, matematiksel tahminleri oluşturma, matematiksel tartışmaları geliştirme ve değerlendirme, bilgileri çeşitli şekillerde sunma ve sunmayı tercih etme becerilerini içermektedir. Bunun yanı sıra,

- Tümevarımsal ve tümdengelimsel akıl yürütmeyi tanıma ve uygulama
- Akıl yürütme süreçlerini anlama ve uygulama
- Kendi düşünmelerini geçerli hale getirme
- Akıl yürütmenin matematiğin bir parçası olarak kullanımının ve gücünün farkında olma,

öğrencilerin akıl yürütmeyle ilgili sahip olması gerekenler arasındadır (NCTM, 1989). Öğrencilerin kendi akıl yürütme süreçlerini öğretmenleri ve arkadaşları ile tartışmasının yanı sıra, kendi matematiksel akıl yürütmelerinin dayandığı temelleri sözel ve yazılı olarak ifade etmeleri de önemlidir (Kramarski ve Mevarech, 2003).

Türkiye'deki ilköğretim 6,7 ve 8. sınıf öğretim programında öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin gelişimine önem verilmekte ve öğrencilere aşağıdakilerin kazandırılması hedeflenmektedir (MEB, 2006:17):

- Öğrenme sürecinde akıl yürütmeyi kullanma
- Yaşantısında, diğer derslerde ve matematikte akıl yürütme becerisini kullanma
- Matematik öğrenirken genellemeler ve çıkarımlar yapma
- Matematikteki ve matematik dışındaki çıkarımlarının doğruluğunu savunabilme
- Yaptığı çıkarımların, duygu ve düşüncelerinin geçerliliğini sorgulama
- Akıl yürütmede öz güven duyma
- Akıl yürütme ile ilgili olumlu duygu ve düşüncelere sahip olma

Öğrencilerin ne tür davranışlarının akıl yürütmeleri hakkında fikir verdiği akla gelebilecek bir sorudur. Matematiksel akıl yürütme becerisinin değerlendirilmesi, öğrencilerin aşağıdakileri yapabildiğini gösteren kanıtlar içermelidir (NCTM, 2000):

- Örüntüleri tanıma ve tahminleri şekillendirmede tümevarımsal akıl yürütmeyi kullanma
- Matematiksel ifadeler için makul tartışmalar geliştirmede akıl yürütmeyi kullanma
- Problemleri çözmek için orantısal ve uzamsal akıl yürütmeyi kullanma
- Sonuçları doğrulama, tartışmaların geçerliğine karar verme ve geçerli tartışmalar oluşturmada tümdengelimci akıl yürütmeyi kullanma
- Ortak özellikler ve yapılar belirlemek için durumları analiz etme
- Matematiğin aksiyomatik yapısının farkında olma

Matematiksel güç ile ilgili olarak göze çarpan açıklamalardan biri, matematiksel gücün öğrencilerin tek başlarına düşünebilmelerini gerektirdiği yönündeydi. Akıl yürütmenin ne olduğu ve akıl yürütmenin ne şekilde kullanılacağıyla ilgili belirtilenler ve konulan hedefler değerlendirildiğinde, bu amacın gerçekleştirilebilmesinde akıl yürütme becerisinin kazanımının etkili olduğu söylenebilir.

Dil kullanımı, tanıtılan kavramları öğrencilerin anlamasında önemli rol oynamaktadır (Lansdell, 1999:327). Vygotsky düşünce ile dil kullanımı arasında ilişkinin önemini vurgulayarak, dil kullanımının sadece öğrencinin kazandığı bilgileri ifade etmesi anlamına gelmediğini, düşüncenin şekillenmesinde temel olduğunu belirtmektedir (Schütz, 2002:3). Fikirleri kısaca ifade etme ve bunlarla iletişim kurma gücüne sahip olması nedeniyle matematik bir dil olarak kabul edilebilir (NCTM, 1989). O halde matematiksel iletişimin matematik öğrenme ve öğretme için gereken önemli unsurlardan biri olduğu söylenebilir (NCTM, 1989; NCTM, 2000).

Massachusetts Mathematics Curriculum Framework'te, (1995:27) matematiksel iletişim kurma aşağıdaki şekilde belirtilmektedir:

> Matematik gerçek durumlara matematiksel perspektiften bakma, bir durumun matematiksel yönü hakkında konuşma, günlük yaşamda kullanılan dili matematiksel sembol ve notasyonlarla ifade etme, verilen kapsamda bir olayı yorumlama matematik öğrenmenin önemli parçalarıdır. Matematik dilinin kullanımının öğrenilmesi sürecinde öğrencilerin bunları anlamlı kılmak için kurdukları ilişkileri de dikkate almak gerekmektedir. Matematiksel iletişim kurma, öğrenme için bir araç olarak da kullanılması yönüyle önemlidir. Çünkü öğrenciler matematiği ne yaptıkları hakkında konuşurken ve yazarken öğrenmektedir.

Ülkemizde ilköğretim 6,7 ve 8. sınıflar için hazırlanan öğretim programında da iletişim becerilerinin gelişiminin önemine değinilerek öğrencilere aşağıdakilerin kazandırılması hedeflenmiştir (MEB, 2006:20):

- Matematiğin sembol ve terimlerini etkili ve doğru kullanma
- Matematiğin aralarında anlamlı ilişkiler bulunan, kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan bir dil olduğunu fark etme
- Matematiksel dili matematiğin kendi içinde, farklı disiplinlerde ve yaşantısında uygun ve etkili bir biçimde kullanma
- Matematiksel kavramları, işlemleri ve durumları farklı temsil biçimlerini kullanarak ifade etme
- Matematikle ilgili konuşmaları dinleme ve anlama
- Duygu ve düşüncelerini açıklarken farklı temsil biçimlerinden yararlanma
- Matematik dilini kullanmada öz güven duyma
- Matematik dilinin kullanımı ile ilgili olumlu duygu ve düşüncelere sahip olma

Öğrencilerin matematiksel fikirleri konuşarak, yazarak, göstererek ve görsel olarak ifade etmesi, yazılı, sözlü ve görsel olarak sunulan matematiksel fikirleri anlaması, yorumlaması ve değerlendirmesi, matematiksel söz dağarcığını kullanması, fikirleri sunması, ilişkileri tanımlaması ve durumları modellemesi matematiksel iletişim kurma becerisi hakkında bilgi verebilecek noktalardan bazılarıdır (NCTM, 2000).

Genel olarak bakıldığında matematiksel güç oluşumunda üzerinde durulan ilişkilendirme, akıl yürütme ve iletişim kurma becerilerinin Türkiye de dâhil olmak üzere çeşitli ülkelerin matematik öğretim programlarında yer alan becerilerden olduğu görülmektedir.

NAEP (2003), matematiksel gücün kavramsal anlama, işlemsel bilgi ve problem çözme matematiksel becerilerinin genişletilmiş hali olarak düşünülebileceğini belirtmektedir. Sözü geçen bu üç temel matematiksel becerinin ne anlama geldiğine ve nasıl gerçekleştiğine kısaca değinilecektir.

Brissenden (1998) matematik öğrenmede kavramların anlaşılması ile ilgili olarak "matematik öğretiminde 'enstrümantal anlama' (ne işe yaradıklarını bilmeden kuralları uygulama) yerine 'ilişkisel anlama' (kuralların neden işe yaradığını bilme) ve 'mantıksal anlama' (kuralları bir başkasına açıklayabilme)" nın hedeflenmesi gerektiğine dikkat çekmektedir (akt. Lovell, 2002:5). Kavramsal anlama bir öğrencinin kavramsal tanımlamaları, ilişkileri ve gösterimleri içeren durumlarda akıl yürütme becerisidir. Kavramsal anlamanın gelişimi, öğrencilerin matematiksel problemleri çözmelerinde kullandıkları ilkeler üzerinde gerekli bir kısıtlama getirme, işlem hatası yaptıklarında bunu ortaya çıkarmayı imkân sağlama ve problem çözme aşamalarını sunmayı kolaylaştırma yönlerinden yararlı olmaktadır (Mathematics Framework for California Public School, 2000). Öğrenciler,

- bir matematiksel kavrama örnek olanları ve örnek olmayanların farkına vararak isimlendirdiklerinde,
- kavramları tanımlayıp örnekler ürettiklerinde,

- modelleri, diyagramları ve kavramların çeşitli gösterimlerini kullanarak ilişkilendirme kurduklarında,
- ilkeleri tanımlayıp uyguladıklarında,
- bilgileri ve tanımlamaları bilerek uyguladıklarında,
- birbiriyle ilgili kavram ve ilkeleri, doğalarını genişletmek için karşılaştırdıklarında,
- kavramların gösterimi için kullanılan işaret, sembol ve terimleri tanıyıp yorumladıklarında

kavramsal anlamanın gerçekleştiği söylenebilir (NAEP, 2003).

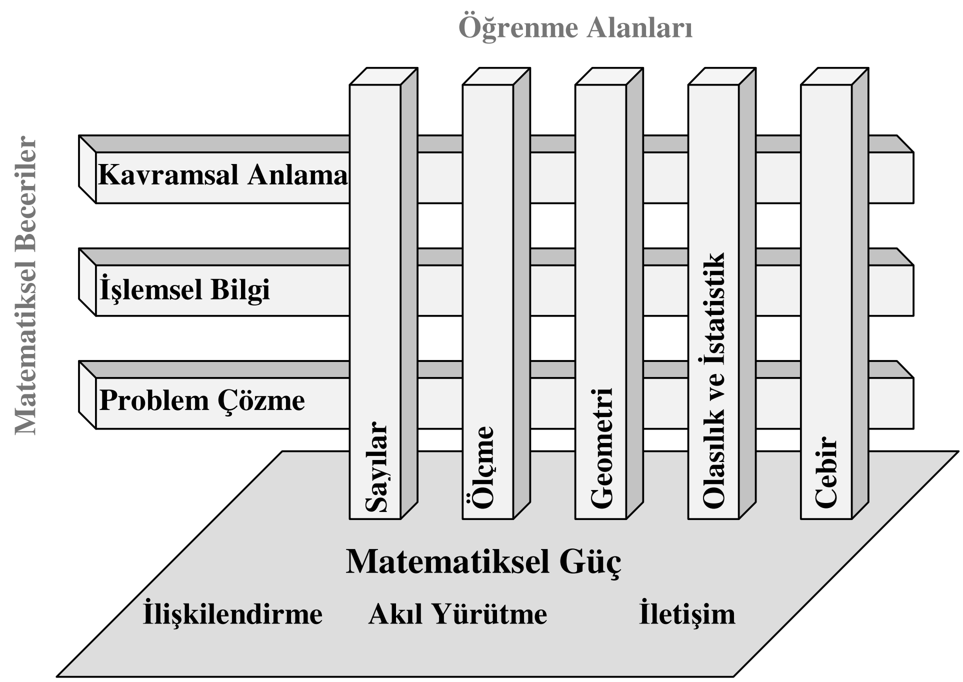
İşlemsel bilgi uygun hesaplama adımlarını kullanmanın yanı sıra, öğrencilerin grafikler oluşturma ve kullanma becerilerini, geometrik sonuçlar çıkarma ve tahmin etme-yuvarlama gibi hesaba dayalı olmayan nicel işlemleri yapmalarında da kullanılmaktadır. İşlemsel bilgi aynı zamanda verilen bir ifadede doğru işlemlerin kullanıp kullanmadığına ilişkin akıl yürütmeyi de içermektedir. Öğrenciler matematiksel işlemleri doğru olarak seçip uyguladıklarında, kullandıkları işlemleri açıkladıklarında ve bir problemi çözmek için işlemlerde değişiklik yaptıklarında işlemsel bilgiye sahip olduklarını göstermektedirler (NAEP, 2003).

İlköğretim matematik öğretiminde üzerinde durulan matematiksel becerilerden bir tanesi; problem çözmedir. Öğrencilerin günlük yaşamlarında kendi problemlerinin üstesinden gelebilecek bireyler olarak yaşantılarına devam etmelerinde, matematiğin ve problem çözmenin etkisi büyüktür. Özellikle ilköğretimde matematiksel akıl yürütme ve problem çözme en önemli matematiksel öğrenme konularından ikisidir. Matematiksel problem çözmenin iki amacı olduğundan bahsedilebilir. Bunlardan ilki matematiksel kavram ve becerilerin gelişimi için, ilgili kavramların içerisinde bulunduğu problemlerin çözülebilmesini sağlamaktır. Diğeri ise genel anlamda öğrenilen matematiksel kavram, bilgi ve ilkeler kullanılarak problem çözme becerisinin geliştirilmesidir. Bu iki amacın matematiksel gücün doğası ile uyumlu olduğu söylenebilir.

Bu noktaya kadar matematiksel gücü oluşturan faktörlerin neler olduğu belirtildi. NAEP matematiksel güç oluşumunu öğretim programında yer alan öğrenme alanları ve matematiksel becerilerle ile ilişkilendirerek aşağıdaki şekil ile belirtmektedir (NAEP, 2003):

Şekil 1

Matematiksel Gücün Öğretim Programı ve Matematiksel Becerilerle İlişkisi



Bu şekilde kavramsal anlama, işlemsel bilgi, problem çözme becerileri ile beş öğrenme alanı ilişkilendirilmekte ve bu yapı ilişkilendirme, akıl yürütme ve iletişim kurmanın zemini oluşturduğu yerde meydana gelmektedir. Matematiksel gücün kapsamı bu şekille özetlenebilir.

Matematiksel güç ile matematiksel düşünme arasındaki ilişkiyi yeniden ele alalım. Matematiksel gücün varlığını oluşturan temel beceriler olan keşfetme, tahmin etme, mantıksal akıl yürütme, iletişim kurma, fikirler arasında ilişki kurma, rutin olmayan problem çözmenin gerçekleşmesinde matematiksel düşünmenin rol aldığı söylenebilir. Bu becerilerin gerçekleşmesi matematiksel düşünce gücüne bağlıyken, matematiksel düşüncenin gelişimi de bu becerilerin kazanımı ve geliştirilmesi ile sağlanmaktadır. Bu nedenle matematiksel düşünmenin, matematiksel gücü oluşturmaya temel teşkil ettiği söylenebilir. Öğrencilerin matematiksel güçlerinin belirlenmesinde ve geliştirilmesinde matematiksel düşünme süreçleri üzerinde durmak derinlemesine bilgi edinmeye yardımcı olabilir.

2.2. Soyutlama ve Bilgi Oluşturma

1000 yıldan fazla süredir üzerinde çalışılmaya devam edilen soyutlama, Aristotle'dan Russell'a kadar çeşitli filozoflar tarafından ele alınmış bir konudur. Aristotle'nin çalışmalarında 'alıp götürmek' anlamındaki 'aphairesis' kelimesi ile karşımıza çıkan soyutlama, insanoğlunun düşünmesiyle ilgili felsefi ve psikolojik çalışmalara etkide bulunmuştur öyle ki Aristotle'nun ürettiği bu bilgi teorisi daha sonradan İngiliz deneyimci (empiricist) filozofları tarafından ele alınmıştır (Van Oers, 2001).

Bu filozoflardan biri olan Locke soyutlama ile ilgili klasik bir bakış açısının oluşmasını sağlamış ve Aristotle'dan bu yana ele alınan soyutlama fikri 21. yüzyıla kadar taşınmıştır. Bu klasik soyutlama fikrinin sahip olduğu düşünülen varsayımlar aşağıdaki şekilde özetlenebilir (Van Oers, 2001):

1. Soyutlamalar, nesnelerin kategorilerle temsil edilmesiyle oluşmaktadır.
2. Soyutlamalar bağlamdan (ortamı çevreleyen koşullardan) bağımsız temsillerdir.
3. Soyut düşünme, düşünce gelişiminin daha ileri adımlarının ayırt edici bir özelliğidir.

Bu varsayımlarda dikkat çeken önemli noktalardan biri, soyutlamanın düşünme yapısı içinde üst düzeylerde gerçekleştiği düşünülen bir süreç olması ve soyutlamanın öğrenmenin gerçekleştiği zamandan, mekândan ve ortamdan bağımsız gerçekleşebileceğine inanılmasıdır.

20. yüzyılda soyutlama üzerine yapılan çalışmaların yukarıda ifade edilen klasik anlayışın iddia ettiği varsayımlara dayalı olarak ilerletilmeye devam edildiği görülmektedir. Russell (1926), soyut düşüncenin insan zekâsının en üst düzey başarısı ve en güçlü aracı olduğunu belirtmektedir. Cassier'in soyutlama üzerine yaptığı açılımlar da dikkate almaya değerdir. Cassier (1923, 1957), bir süreç sonunda ulaşılan genel bir ifadenin soyutlamanın en son noktası olmadığını, hatta bazı genel ilkelerin sürekli olarak başlamaya hazır olduğunu vurgulamıştır. Sierpinska (1994:61) ise soyutlamayı kısaca "bir kavramdan belli özelliklerin ayrılması eylemi" olarak açıklamaktadır.

Günümüze gelindiğinde soyutlama fikrinin iki değişik bakış açısıyla yorumlandığı görülmektedir. Bunlardan ilki bilişsel soyutlama görüşü, diğeri sosyokültürel soyutlama görüşüdür. Matematiksel bilginin oluşumunu anlamayı amaçlayan bu alanda tartışılan en önemli iki soyutlama teorisinin sunulması, soyutlama fikrinin daha iyi anlaşılmasına katkı sağlayacaktır.

Soyutlamayı bilişsel bakış açısı ile ele alan araştırmacılar, öğrenmenin konuyla ilgili sunulan örneklerdeki benzerliklerden hareketle gerçekleşeceğini iddia etmektedir. Bu alanda bahsedilmesi gereken isimlerden ilki, Piaget'dir. Piaget soyutlamayı deneyimsel soyutlama (emprical abstraction) ve sözde-deneyimsel soyutlama (pseudo-emprical abstraction) olarak iki boyutta ele almıştır. Deneyimsel soyutlama, kavramlar arasındaki yüzeysel benzerliklere dayanmaktadır. Daha yalın bir ifadeyle deneyimci soyutlamanın günlük yaşamdaki kavramları oluşturmaya yönelik bir soyutlama tipi olduğu söylenebilir (Mitchelmore, 2002). Hem deneyimsel soyutlama hem de sözde-deneyimsel soyutlama, kavramların ortak özelliklerini dikkate almaktadır. Ancak sözde-deneyimsel soyutlama bunun yanı sıra eylemler arasındaki çok yönlü ilişkiyi de göz önünde bulundurmaktadır. Piaget'in soyutlama ile ilgili öne sürdüğü fikirlerden bir diğeri yansıtıcı soyutlamadır ve bu soyutlama fikri daha sonra yapılacak soyutlama araştırmalarına temel oluşturmaktadır (bkz. Tall, 1991).

Skemp, soyutlama sürecindeki bazı ifadeleri aşağıdaki şekilde açıklamaktadır (1986:21):

> Soyutlayış (abstracting) deneyimlerimiz arasından… benzerlikleri fark ettiğimiz bir aktivitedir. Sınıflama bu benzerlikler temel alınarak deneyimlerimizin bir araya getirilmesi anlamına gelmektedir. Soyutlama (abstraction), önceden oluşturulan bir sınıflamadaki benzerlikleri fark etme gibi, yeni deneyimleri tanımamızı sağlayan bir çeşit sürekli değişimdir. Bir etkinliği soyutlayıştan bir son ürün olan soyutlamayı ayırmak için ikincisi kavram olarak anılmaktadır.

Soyutlamayı bilişsel bakış açısından değerlendiren önemli isimlerden bir diğeri de, Dienes'tir. Dienes (1961) soyutlamayı bitmiş bir ürün olarak değil, bir süreç olarak ele almakta ve soyutlamayı "bir grup farklı durumdan ortak özellik çıkarma süreci" olarak tanımlamaktadır (s.281). Daha ayrıntılı olarak açıklanacak olursa soyutlama,

> belli sayıdaki farklı durumda yer alan ortak noktaların çıkarılmasıdır. Bunu yapmak, bir sınıflamanın oluşturulmasını ve sınıflamaya ait olmayan elemanların özelliklerinin kavranmasında son noktaya ulaşılmasını söylemenin bir başka yoludur (Dienes, 1963:57)

Yukarıda da değinilen fikirler özetlenecek olursa, soyutlamayı bilişsel yaklaşımla ele alan araştırmacıların, üç önemli ortak ifade üzerinde durdukları söylenebilir (Özmantar, 2005):

1. Çok sayıdaki belli örneklerin ortak noktalarının tanınmasıyla ulaşılan genelleme
2. Düşük somut seviyelerden soyut düşüncenin yüksek seviyelerine tırmanış
3. Ortamı çevreleyen koşullardan bağımsız olarak gerçekleşen bir süreç

Sosyokültürel perspektifle ele alınan soyutlama görüşüne sahip araştırmacılar, öğrenmenin çevreden, araç kullanımından, sosyal etkileşimden ve ortamı çevreleyen koşullardan ayrı gerçekleşemeyeceği düşüncesine sahiptirler. Bu bağlamda soyutlamaya yaklaşan çeşitli araştırmacılar bulunmaktadır. Bunlar içinde önemli isimler olan Noss ve Hoyles'un (1996), Van Oers'in (2001), Ohlsson ve Lehtinen'ın (1997), Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus'un (2001) perspektifleri açıklanacaktır.

Hoyles ve Noss, soyutlamayı, öğrencilerin sahip oldukları kavramsal bilgileri ilişkilendirmeleri boyutunda ele almışlar ve on dört yıl önce durumsal soyutlama (situated abstraction) fikrini üretmişlerdir.

> Durumsal soyutlama kavramsallaştırılmış bir matematiksel bilginin nasıl hem durumsal hem de soyut olabileceğini araştırmaktadır… durumsal soyutlama öğrencilerin kullandıkları materyallerden ve bir ortamdaki dağınık (tutarsız) bileşenlerinden sonuç çıkararak matematiksel fikirleri nasıl oluşturduklarını anlamaya yardım eden bir araçtır. (Noss, 2002:5).

Onlara göre öğrenciler aktiviteleri başarılı olarak gerçekleştirerek ilerlediklerinde, bir önceki aktivitelerle yenileri birleştirmeyi öğrenirler. Noss ve Hoyles (1996)'in üzerinde durdukları bir diğer nokta, 'bilgi ağı kurma' sürecidir. Bu süreçte yeni bir matematiksel bilginin oluşturulmasında uygun olan araçlar, amaca hizmet edecek ölçüde öğrencilerin yararlarına kullanılmaktadır ve önceki bilgilerle ilişkilendirme kurulmaktadır.

Van Oers, Cassier'in fikirlerini ilerleterek, 'soyut'un bir kavramın yeni, daha önce fark edilmemiş bir özelliği değil, düşünmemize katkı sağlayan bir özellik olduğunu ifade ederek soyutlamayı "belli bir bakış açısından hareketle ilişkilerin oluşturulması süreci" olarak tanımlamıştır (2001:285).

Ohlosson ve Lehtinen (1997) soyutlamanın bilişsel fonksiyonunu, daha büyük ve daha karmaşık bilgi yapılarını bir araya getirmeyi kolaylaştırmak olarak belirtmiştir. Onlara göre öğrenme bilgilerin özetlenmesi değil, genişletilmesidir. Araştırmacılar deneyimsel soyutlamaya gönderme yaparak, soyutlamanın bir bilgi yapısının niteliği olduğunu ve bu niteliğin uygun örneklerin sayısıyla ilişkili olmadığını ifade etmektedirler.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) soyutlama sürecini Davydov'un (1990) bilgi oluşturma felsefesinin ve Leont'ev' in (1981) aktivite teorisinin ilkelerine dayandırarak açıklamaktadır. Soyutlamayı daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak görmektedirler. Öğrenmenin gerçekleştirildiği ortamdaki koşullardan bağımsız olarak soyutlamanın gerçekleşemeyeceğini ve soyutlama sürecinin soyut düşünceden hareketle meydana geldiğini belirtmektedirler. Soyutlama sürecinin tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinden oluştuğunu ifade etmektedirler.

Soyutlamanın ne olduğuna dair bugüne kadar yapılan açıklamaların ortak özelliği, araştırmacılar tarafından soyutlamanın bir süreç bağlamında ele alınmış olmasıdır. Pek çok araştırmacı, bu sürecin adımlarını tanımlama girişiminde bulunmuşlardır. Örneğin Sfard (1991) soyut kavramların işlemsel ve yapısal yolla algılanacağını iddia ettiği teorik yapıda tanımladığı soyutlamanın, içselleştirme (interiorization), yoğunlaştırma (condensation) ve reification adımlarından oluştuğunu belirtmektedir. Dubinsky (1991), APOS ismiyle geliştirdiği teoride, öğrencilerin bir kavramı anlamalarını sağlayacak zihinsel yapıları tanımlamaktadır. Buna göre bir matematiksel kavramın bir çeşit yansıtıcı soyutlama yoluyla bir sürece dönüşmesi içselleştirme olarak adlandırılır. Sonuç olarak süreç, bir nesne olarak muhafaza edilir. Şemalar söz konusu süreçlerin koordine edilmesi ile oluşturulurlar. Bu teoride, eylemler (action), süreçler (process), nesneler (object) ve şemalar (schemas) aşamaları önemlidir. Soyutlama süreci içselleştirme (interiorization), muhafaza etme (encapsulasiation), genelleme yapma (generalization) ve tersten gitme (reversal) adımlarından oluşmaktadır.

Soyutlama fikrini anlamlandırmada öne çıkan iki yaklaşımın temel ilkeleri incelendiğinde bazı benzer noktaların varlığı görülmektedir. Benzerliklerden biri yukarıda da değinildiği gibi her iki görüşün de soyutlamayı bir süreç olarak kabul etmesidir. Bununla beraber, ileri adımlarda görüşlerin birbirinden ayrıldıkları görülmektedir. Bu farklılığı Noss (2002:5) aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:

> Kavramsallaştırma veya bir bilgi parçası olarak soyutlama fikri, eylemden, araçlardan, dilden veya dışarısındaki işaret sisteminden ayrı bir alandadır… Bu anlamdaki soyutlama fikri matematiksel olarak önemlidir çünkü kendi kavramları ve bu kavramları aktarmak için kullanılan kendi kuralları olan bir sistem oluşturur (bkz. Piaget, 2000). Biçimsel (formal) matematiksel soyutlamanın bu özelliği, kendi yararı için merkez konumdadır… Durumsal soyutlama ile matematiksel soyutlamanın kendi oluşturma sürecini çevreleyen koşullardan (bağlamdan) tamamen ayrılıp ayrılamayacağını sorgulanmaktadır.

Sosyokültürel bakış açısından yaklaşıldığında bilişsel perspektifte belirtilen belli örnekler arasındaki ortak noktaların bulunması eylemi, karşı olunan bir durum değildir. Ancak söz konusu benzerlikler yorumlanırken matematiksel anlayışın derinliği ne olmalıdır? 'Benzerlik' ifadesinin, göreceli olması nedeniyle başlı başına problemli olduğu da söylenebilir. Burada Noss, soyutlamayı bilişsel perspektifle ele alınmasından duyduğu şüpheyi, durumsal soyutlama çerçevesinde ele alsa da, bu şüphenin diğer sosyokültürel perspektifli araştırmacılarda da bulunması olasıdır. İki görüşün ayrıldığı noktalardan bir başkası, soyutlamanın gerçekleşmesinde bağlamın rolünün farklı şekilde algılanmasıdır.

Soyutlamayı açıklamaya yönelik var olan bakış açıları incelenerek, soyutlamaya sosyokültürel perspektifle yaklaşan teorilerin araştırmaya daha uygun olduğu düşünülmüştür. Bunlardan biri olan Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından üretilen RBC soyutlama teorisi araştırmanın teorik yapısı olarak seçilmiştir. Bir sonraki alt bölümde RBC soyutlama teorisi ayrıntılı olarak ele alınmakta ve araştırmada kullanmak üzere seçilmesinin nedenleri açıklanmaktadır.

2.3. RBC (Recognizing-Building with-Constructing) Soyutlama Teorisi

Matematiksel soyutlama ve bilgi oluşturma sürecini açıklayan teorilerden biri, RBC soyutlama teorisidir (Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, 2001). Teori; Tanıma (Recognizing), Kullanma (Building with) ve Oluşturma (Constructing) epistemik eylemlerinin ilk harflerinin bir araya getirilmesiyle isimlendirilmiştir.

Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus (2001), soyutlama sürecini daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak görmektedirler.

Hershkowitz ve diğer. (2001), soyutlamanın tanımının daha iyi anlaşılması için sözü edilen bazı kavramları açıklamışlardır. Tanımlamada sözü geçen aktivite, Leont'ev'in (1981) ortaya koymuş olduğu şekli ile "aktivite teorisi"nde geçtiği anlamda kullanılmaktadır. Yani matematiksel soyutlama surecinin gerçekleştiği ortamın önemine ve aktiviteyi çevreleyen koşulların tamamının göz önüne alınması gerektiğini ima etmektedir. Önceden oluşturulmuş matematik, iki noktaya gönderme yapmaktadır: Birincisi daha önceki soyutlama sürecinin sonucunda ulaşılan matematiksel yapıların yeni bir soyutlama sürecinde kullanılabilirliğidir. İkincisi ise matematiksel soyutlama surecinin arıtılmamış bir ilk formdan gelişmiş bir yapılandırmaya doğru ilerleyeceğine işaret etmektedir. Yeni yapı için yeniden düzenleme ifadesi, matematiksel ilişkilerin kurulmasını, yeni bir hipotez üretme, bir matematiksel genelleme, bir ispat veya bir problemin çözümü için yeni bir strateji keşfetme gibi üst düzey matematiksel eylemleri içermektedir. Dikey matematikleştirme, matematiksel elementlerin aktivite surecinde bir araya getirilmeleri, aralarında bağlantılar kurulmaları, yeni ilişkiler kurularak elementlerin (bileşenlerin) orijinal hallerine göre daha soyut olacak şekilde düzenlenmesi anlamına gelmektedir. (Hershkowitz, Parzysz ve Van Dormolen'den akt. Hershkowitz ve diğer., 2001). Yeni ifadesi ile soyutlama sonucunda aktivitedeki katılımcılar için daha önce ulaşılabilir olmayan matematiksel bir yapının ulaşılabilir olması kastedilmektedir.

RBC kuramı kendisine temel olarak bir takım sosyokültürel ve epistemolojik ilkeler tayin etmiştir. Bunlar ise Davydov'un (1990) bilgi oluşturma felsefesine dayalı ve Leont'ev (1981) in aktivite teorisine dayanmaktadır. Aktivite teorisine göre aktiviteler davranışlar zincirinin oluşmasını sağlar. Bağlam, bir etkinliğin vazgeçilmez bileşenidir çünkü katılımcılar aktivitede bağlam ile ilgili davranışları gerçekleştirir. Bağlam, yapıyı ve insanoğlunun davranışlarının anlamını çerçeveleyen birbirine bağlı faktörlerin bir araya gelmesidir (Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, 2001). Bu yazarlar, aktivite teorisinden yola çıkarak matematiksel soyutlama sürecinin gelişiminde fiziksel, sembolik ve semiyotik araçların matematiksel bilginin oluşumuna olan etkilerini özellikle vurgulamışlardır. Bunun yanı sıra soyutlama sürecinde aktiviteye katılanların kişisel geçmişlerinin, aktivitenin gerçekleşmiş olduğu sosyokültürel ve fiziksel koşulların bu gelişim sürecini etkilediğini ve çoğu zamanda belirlediğini örneklerle göstermeye çalışmışlardır (bakınız Dreyfus, Hershkowitz and Schwarz, 2001).

Davydov'a göre bilinç iki seviyede çalışmaktadır: deneye dayalı (ampirik) düşünce seviyesi ve teorik düşünce seviyesi. Deneye dayalı düşüncede bir kişinin amacı gerçekler arasındaki belirleyici nitelikleri ilişkilendirmek iken, teorik düşüncede kavramların genel şekillerinin ve kurallarının yeniden üretilmesi söz konusudur. Davydov'a göre günlük yaşamdaki kavram ve görüşler deneye dayalı düşünce ile, bilimsel kavram ve görüşler teorik düşünce ile elde edilir (akt. Hershkowitz ve diğer., 2001).

Bu kısa açıklamalardan sonra, RBC teorisinin temel olarak dayanmış olduğu ve matematiksel soyutlama surecinin temel ilkeleri olarak gördükleri aşağıdaki beş madde not etmeye değerdir:

1. Soyutlama, "aktivite teorisi" perspektifinde ele alınmaktadır. Soyutlama, bir birey veya grup tarafından ele alınan ve belli bir amaca yönelik olarak devam ettirilen eylemler zinciridir.
2. Soyutlama süreci, çevresel koşulların, öğrencinin sosyal ve kişisel geçmişini ve sosyal etkileşimini içeren kişisel ve sosyal yapısına bağlıdır.
3. Soyutlama süreci, Davydov bağlamında teorik düşünceyi gerektirir fakat matematiksel yapılar arasındaki benzerlikler ve farklılıkların belirlenmesinde Davydov'un kullandığı şekli ile deneye dayalı düşünceyi de ayrıca içerebilir.
4. Soyutlama süreci ilk arıtılmamış soyut varlıktan, yeni yapıya doğru ilerlemektedir.
5. Yeni yapı, matematiksel elementler/yapılar/ilişkiler/objeler arasında bir takım iç bağlantıların ve yeni ilişkilerin kurulmasına dayalı yeniden bir organizeyi içerir.

RBC soyutlama teorisine göre soyutlama üç epistemik eylemden oluşur (epistemik eylemler ise bilginin oluşturulması ve kullanılması ile ilgili eylemler olarak ifade edilebilir). Bu eylemler *tanıma, kullanma* ve *oluşturma*dır.

Tanıma, daha önce oluşturulan bir yapının kullanılmasıdır. Tanıdık bir matematiksel yapının farkına varılması, bu yapının karşılaşılan matematiksel bir ortamda fark edildiğinde gerçekleşir (Hershkowitz ve diğer., 2001). Burada bahsedilen "yapı", matematiksel bir aktivite sonucunda ortaya çıkan (Tsamir ve Dreyfus, 2005) kavram, yöntem ve/veya stratejiler olabilir. Tanıma, öğrencinin konu ile ilgili geçmiş aktivitelerin sonuçlarını açıklayabilmesi (Schwarz, Dreyfus, Hads, Hershkowitz, 2004), 'tanıdık bir matematiksel yapının varlığını fark etmesi'dir (Bikner-Ahsbahs, 2004:120). Tanımanın gerçekleştiği an, söz konusu tanıdık yapının öğrencinin zihnine girdiği ilk an değildir ve çoğu zaman deneysel düşünme seviyesinde gerçekleşir (Hershkowitz ve diğer., 2001).

Tanıma en az iki durumla ortaya çıkabilir:

1. Analoji ile,
2. Özelleştirme ile.

İçinde bulunulan epistemik eylemin ne olduğuna göre, bu durumlardan hangisinin gerçekleşeceği değişebilir. Yeni bir durumla karşılaşılıp daha önceki etkinliğin sonucuna başvurulduğunda bu yeni durumun bir öncekine benzediğine (analoji) veya özdeş olduğuna (özelleştirme) karar verilebilir (Dreyfus, Hershkowitz, Schwarz, 2001).

Kullanma, verilen bir hedefi gerçekleştirmek için eskiden oluşturulan matematiksel yapıların kullanılması (Schwarz ve diğer., 2004), benzer bilgilerin bir araya getirilerek bir amacı gerçekleştirmek üzere kullanılmasını ifade eder (Bikner-Ahsbahs, 2004:120). Kullanma sürecinde öğrenci yeni ve daha karmaşık yapısal bilgi ile zenginleşmez, problemde uygulanabilir bir çözümü oluşturmak için mevcut yapısal bilgisini kullanır. Kullanma genellikle bir problem çözme, bir matematiksel durumu anlama ve bu durumu açıklama veya bir süreç üzerinde dikkatle düşünme gibi bir hedefi başarmaya odaklanıldığında gerçekleşir. Bu hedefi gerçekleştirmek için öğrenciler stratejilerin, kuralların veya teoremlerin yardımına başvurabilir. Öğrenciler bir hedefi başarmak için daha önceki aktiviteler aracılığıyla farkına vardıkları yapıları kullanırlar. Kullanma, öğrenciye ipucu verilmesi gibi bir kaynağın öğrenciye hatırlatılması ile de gerçekleşebilir (Hershkowitz, ve diğer., 2001).

Oluşturma, 'var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilmesi ile bu bilgiler arasında yeniden bir düzenlemeye gidilmesi neticesinde yeni bir anlam oluşturulması süreci'dir (Bikner-Ahsbahs, 2004:120). RBC soyutlama teorisinin merkezi 'oluşturma'dır öyle ki, bu epistemik eylem olmadan soyutlama gerçekleşemez.

Bir matematiksel yapının oluşumunu gözlemlemek oldukça zordur. Bir yapının oluşturulması genellikle öğrenci tek başına bu matematiksel konu üzerinde yoğun olarak düşündüğünde de gerçekleşebilir. Eğer öğrenci oluşturma eylemi sürecinde soyutlamaya ulaşıyorsa, yeni bilgiyi ifade etmek için bu süreçle eş zamanlı olarak bir dil geliştirir ve bu yeni bilginin doğruluğunu kanıtlamak veya açıklamak için bu dili kullanır (Hershkowitz ve diğer., 2001).

Oluşturma, kullanma ve tanıma eylemlerini de içerir. Diğer bir deyişle, tanıma diğer iki eylemin, kullanma oluşturma eylemlerinin içinde yer alırken oluşturma eylemi bu üç epistemik eylemi de içerir. Öğrenciler standart bir matematiksel problem çözerken tanıma ve kullanma eylemleri değişimli olarak gerçekleşebilir. Ancak standart olmayan bir problem çözerken kendileri için yeni olan bir olayı bularak, bu olayın içsel yapısı üzerinde dikkatle düşünerek ve zihinlerindeki diğer bilgilerle ilişkilendirerek oluşturma gerçekleşiyor olabilir. Böylece oluşturmanın, tanıma ve kullanmadan bağımsız olmadığı görülmektedir (Hershkowitz ve diğer., 2001).

Yeni bir yapı oluşturma ile kullanma farklı eylemlerdir. Oluşturmada bir problemi çözmek, bir çözümü veya hipotezi kanıtlamak gibi bir amaca ulaşmak için yeni bir matematiksel yapının ortaya çıkması gerekmektedir. Yani sürecin kendisi, yeni bilginin oluşturulması başlı başına bir amaçtır. Oluşturma, bu manada bir hedefin gerçekleşmesi için vazgeçilmezdir. Kullanmada ise hedef, daha önce kazanılan bilgilerin kullanımı ile gerçekleşir. Öğrenci söz konusu amacı gerçekleştirmek için kendisi için ulaşılabilir olan yapıları bir araya getirir (Dreyfus ve diğer., 2001).

Soyutlama için, deneysel düşünmenin kullanıldığı ‘tanıma’ gereklidir, ancak teorik düşünmeyi gerektiren oluşturma gerçekleşmeden soyutlama da gerçekleşemez. Soyutlama sürecinde öğrenci, öğrenme geçmişinde yer alan matematiksel yapıların farkına varır ve etkinliğin gereklerini gerçekleştirmek için yeni bir yapı oluşturmak üzere bunları yeniden düzenler. Bu süreçte öğrencinin zihninde gerçekleşen eylemler bir zincir şeklinde değil iç içe geçmiş şekildedir. İç içe geçmiş bu eylemler tanıma, kullanma ve oluşturmadır.

Soyutlamanın oluşumu üç aşamadan geçerek ortaya çıkar (Hershkowitz ve diğer., 2001):

1. Yeni bir yapıya gereksinim duyulması.
2. Yeni bir soyut varlığın oluşturulması ki bu süreçte tanıma ve kullanma eylemleri iç içe geçmiş olarak var olan yapılardır.
3. Kişinin tanıma eylemini kolaylaştıracak şekilde soyutlamanın pekiştirilmesi.

Soyutlama ancak öğrencinin yeni bir yöntem veya strateji kullanarak oluşturma eylemini gerçekleştirdiği bir problem çözme sürecinde meydana gelir (Dreyfus ve diğer., 2001).

Pekiştirme, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilginin öğrenciye daha tanıdık gelmesi sürecidir. Yeni oluşturulmuş yapılar, oluşturmanın devamında gelen pekiştirme süreci yardımıyla öğrencinin kullanılabilir bilgisinin en önemli bölümü haline gelebilir. Pekiştirilmeyen bilgi, kırılgan bir yapıya sahiptir (Tsamir ve Dreyfus, 2005; Monaghan ve Özmantar, 2006). Pekiştirme ile öğrenci matematiksel yapının daha kolay farkına varır. Yeni oluşturulmuş bir yapının pekiştirilmesi öğrencinin daha sonraki aktivitelerde bu yapıyı tanımasına ve kolaylıkla kullanmasına imkân verir (Monaghan and Ozmantar, 2006).

RBC soyutlama teorisinde bilginin oluşturulmasının ardından pekiştirilmesinin önemi üzerinde durulmuştur. Pekiştirme, soyutlamayı içeren ve soyutlamanın yapıldığı konu ile ilgili öğrencinin esnek olarak düşünebildiği uzun bir süreçtir. RBC teorisi çerçevesinde pekiştirme surecini inceleyen çalışmalar (örneğin Monaghan and Ozmantar, 2006) göstermiştir ki, pekiştirme öncesinde öğrenci düşüncelerini formüle etmek için somut örneklere ihtiyaç duyuyorken, pekiştirme sonrasında iddialarını açıklamak için kendileri örnek kullanmak istemektedir. Dreyfus and Tsamir (2004) ise kendi çalışmalarında, pekiştirmenin hem yeni soyutlama kullanılırken, hem de bu soyutlama ifade edilirken gerçekleştiğini gözlemlemişlerdir. Bu yazarlar pekiştirmenin içinde üç düşünme şeklinin olduğunu iddia ederler ki bunlar; kullanma, kullanma üzerinde dikkatle düşünme ve ifade etmedir.

Dreyfus ve Tsamir (2004), soyutlamanın pekiştirilmesinde beş psikolojik ve/veya bilişsel yapının varlığını ortaya koymaktadır. Bunlar; dolaysızlık, açıklık, güven, esneklik ve farkındalıktır. *Dolaysızlık*, bir hedefi başarmak için farkına varılan veya kullanılan matematiksel yapıya ulaşmadaki hız ve doğrudanlıktır. A*çıklık*, öğrenci için kullanılan yapının açıklığıdır. Bunu yapabilecek beceriye sahip olmasına rağmen, öğrencinin kullanılan yapıyla ilgili herhangi bir ispat veya açıklama yapma ihtiyacını duymamasıdır. Yapının sık kullanımı ilişkilendirmelerin yerleşmesini destekleyecek ve böylece yapının kullanımının *esnekliği* sağlanacaktır. *Farkındalık*, öğrencinin bir matematiksel yapıyı ustaca kullanabilmesinin yanı sıra ne yaptığının farkında olmasını belirtmektedir. Bir yapının varlığının farkında olunması, öğrencinin ilişkili matematiksel ve eğitimsel konular üzerinde dikkatle düşünmesini, teorik bilgisini derinleştirmesini ve bu yapıyı kullanırken istek duymasını sağlar (Tsamir ve Dreyfus, 2005).

Öğrencinin ifade ettiklerinin tanıma eylemini mi, kullanma eylemini mi yoksa oluşturma eylemini mi belirttiği farklılık gösterebilir. Aynı problem bir öğrencinin tanıma eylemini gerçekleştirirken bir başka öğrencinin bilgiyi oluşturma eylemini gerçekleştirmesini sağlayabilir. Bu durum öğrencinin biyografisine, bireysel becerilerine ve kullanılan uyarıcıların öğrencinin bilgisini harekete geçirip geçirmemesine bağlıdır. Burada bahsedilen uyarıcılar; öğrencinin öğrenmesi ile yeni bilgi yapılarını oluşturması arasında köprü oluşturacak her şeydir (Dreyfus ve diğerleri, 2001).

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin gözlemlenebilir eylemlerle incelenmesi, matematik öğrenmede sorun yaşayan bir öğrencinin hangi bilişsel adımda takıldığını anlamlandırmada yararlı olabilir. Matematik öğrenmede yaşanan sıkıntıların giderilmesinde bu sürecin belli bir öğrenme teorisi çerçevesinde derinlemesine incelenmesi, matematik eğitiminde yapılan çalışmalara katkı sağlayabilir. Bu çalışmada RBC teorisinin seçilmesinin nedenleri bir sonraki alt bölümde açıklanmaktadır.

2.4. RBC Teorisinin Seçilme Nedenleri

Bu araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini inceleme ve açıklamada RBC soyutlama teorisi esas alınmıştır. Kısa bir geçmişi olmasına karşın RBC soyutlama teorisi çeşitli araştırmacılar tarafından çok sayıda çalışmada kullanılmıştır (örn. Hershkowitz, R., 2004; Bikner-Ahsbahs, A., 2004;. Dreyfus, T., Hershkowitz R., & Schwarz B. B., 2001a, Dreyfus, T., Hershkowitz R. & Schwarz B. B., 2001b; Dreyfus, T. & Tsamir, P., 2005; Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T., 2001; Kidron, I. & Dreyfus, T., 2004; Monaghan, J. & Ozmantar, M.F., 2004; Monaghan, J. & Ozmantar, M.F., 2004; Ozmantar, M.F. & Roper , T., 2004; Schwarz, B. B., Dreyfus, T., Hadas, N. & Hershkowitz, R., 2004; Schwarz, B. B., Hershkowitz, R. & Dreyfus, T.; 2002; Stehlíková, N., 2003; Stehlíková, N., 2003; Tabach, M., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B., 2001; Tabach, M., & Hershkowitz, R., 2002; Tsamir, P. & Dreyfus, T., 2002; Tsamir, P. & Dreyfus, T., 2005; Wood, T. & McNeal B., 2003; Williams, G., 2002; Williams, G., 2003, Williams, G., 2004).

RBC teorisi üzerine inceleme yapan araştırmacıların çalışmaları, RBC modelinin geçerliğini ve soyutlama sürecini tanımlamadaki kullanışlılığını belirtmektedir (Hershkowitz, Hadas, Dreyfus, 2006). Dooley (2006) araştırmasının ilk bulgularına dayanarak, ilköğretimde matematiksel bilginin oluşturulması sürecinin analizinde RBC soyutlama teorisinin faydalı bir araç olduğunu belirtmiştir. Bu araştırmada da ilköğretim öğrencileriyle gerçekleştiriliyor olması nedeniyle RBC teorisinin uygun olduğu düşünülmüştür.

Matematik eğitiminin amaçlarıyla paralellikler gösteren genel bir matematiksel soyutlama teorisi;

- farklı okul seviyelerinde matematik öğrenme ve öğretmede karşılaşılan tüm soyutlama çeşitlerini içermeli,
- matematiksel bilgiye yaklaşımlarında öğrencilerin soyutlama yapmada karşılaştıkları güçlükleri yorumlayabilmeli,
- ilgili olunan eğitimsel konularla ilişkin değişkenlere işaret edebilmeli,
- matematiğin epistemolojisi ve bilişsel bilimler alanındaki araştırmaları göz önüne almalı

dır (Boero, 2002). RBC teorisinin bu belirtilen nitelikleri karşıladığı düşünülmektedir. Bu niteliklerin hangi yönlerden karşılandığı birkaç yönden açıklanabilir.

Bu yönlerden ilki, bilgi oluşturma sürecinin RBC soyutlama teorisinin ortaya koyduğu ilkelerin uygulanarak gözlemlenebilir olmasıdır. RBC soyutlama teorisi araştırmacıya sözü edilen üç epistemik eylemi gözlemleyerek soyutlama sürecini ve bu üç eylemin birbirleriyle ne şekilde iç içe olduğunu anlama fırsatı verir (Dreyfus ve Tsamir, 2004).

Araştırmada matematiksel güç, matematiksel düşünme üzerine yapılandırılmıştır. RBC teorisi öğrencilerin matematiksel düşünme sürecinde en üst düzeylerden olan soyutlamaya ulaşma aşamasını adım adım incelemektedir. Bu teorinin seçilmesinin ikinci nedeni öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma sürecinin değerlendirilmesinde RBC teorisinin uygunluğudur. Yazarlar, RBC modelinin, öğrenme süreçlerinin analizinde faydalı bir araç olduğunu belirterek bu modelin öğrenme süreçlerinin analizinde yararlı olacağını ifade etmektedirler (Bikner-Ahsbahs, 2004).

Diyalektik yaklaşım, gerçekliği ve onun çelişmelerini inceleyen ve bunları aşmaya yarayan yolları aramayı öngören akıl yürütme yöntemidir (TDK, 2006). Hershkowitz ve diğer. (2001) soyutlama sürecinde diyalektik yaklaşımın yerini şöyle açıklamaktadır:

> Bilimsel kavramlar için deneyimsel düşünme soyut bilginin oluşmasına neden olmaz çünkü bu bilgi bütün bir sistemden oluşmaktadır. Soyut bilginin oluşumunu ilerletmek için diyalektik mantığın varlığı gerekmektedir (s.10).

Hershkowitz ve diğer. (2001) tarafından da belirtildiği gibi, bilgi oluşturulmasında sahip olunan bilgilerin yeni bilgiler ile çelişen ve uyumlu olan yönlerinin düşünülmesi ve akıl yürütülerek gerçekleşmesi önemlidir. RBC soyutlama teorisinin diyalektik bir yaklaşımının olması, matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemede esas alınmasının diğer bir nedenidir.

Araştırmada gerek öğrencilerin matematiksel güçlerinin belirlenmesinde gerekse matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde problem çözme tabanlı bir yaklaşım uygulanmıştır. Hershkowitz ve diğer. (2001)'nin soyutlamanın problem çözme esnasında oluşabileceği iddiası, RBC'nin teorik yapı olarak seçilme nedenlerindendir.

Hershkowitz ve diğer. (2001), öğrencilerin özgüven, açıklık, dolaysızlık, esneklik ve farkındalık gibi üst biliş boyutların, soyutlanan bilginin pekiştirilmesinde rol oynadığını belirtmektedir. Her ne kadar araştırmada öğrencilerin pekiştirme süreçleri üzerine veri toplanmamış olsa da, matematiksel güçte de benzer ifadelerin yer almış olması teorinin araştırma konusuna uygun olduğunu düşünülmesine neden olmuştur.

Yukarıda ifade edilen nedenlerden ötürü RBC soyutlama teorisinin araştırmaya uygun bir teorik yapı olduğu düşünülmektedir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yöntemi ele alınmaktadır. Araştırma deseni, evren ve örneklem, veri toplama yöntemleri, veri toplama araçlarının geliştirilme süreci, prosedür, araştırmacının rolü, araştırmanın geçerlik ve güvenirliği ve veri çözümleme teknikleri ayrıntıları ile belirtilmektedir.

3.1. Araştırma Modeli

Bu kısımda nitel ve nicel araştırma yöntemleri tartışılarak, avantajları ve dezavantajları ele alınmaktadır. Bu tartışmaların ışığında araştırma deseninin nasıl oluşturulduğu açıklanmaktadır.

Sosyal bilimlerde araştırma yapmanın birçok yolu bulunmaktadır. Araştırma sorularının türüne, araştırmacının olaylar üzerindeki kontrolüne ve olayın odak noktasının ne olduğuna bağlı olarak bu yolların kullanımı söz konusu olmaktadır (Yin, 1994). Bu araştırmada nitel ve nicel araştırma yöntemleri, araştırma sorularına ve araştırmanın odak noktasına uygun olacak şekilde birlikte kullanılmıştır.

Nitel ve nicel araştırmanın farklı kuramsal temelleri vardır. "Nitel araştırma sosyal bir olayı anlama amacıyla yapılırken, nicel araştırma nedenleri, sonuçları, ilişkileri belirlemek için gerçekleştirilir… Her iki yaklaşım da değerlidir ve eğitimin ilerlemesinde katkıları vardır" (Wiersma, 2000:13). Nitel ve nicel araştırmanın felsefelerindeki farklılık aşağıdaki gibi belirtilmektedir:

> Nitel ve nicel araştırma; araştırılan olayı anlamlandırmada kullanılan iki farklı yaklaşımdır. Nitel araştırma orijinini betimsel analizden almaktadır. Nitel araştırmada özel bir durumdan genel bir sonuca ulaşmayı sağlayan tümevarımsal süreç esastır. Diğer taraftan nicel araştırmada akıl yürüterek genel ilkelerden özel durumlara ulaşmayı sağlayan tümdengelimsel yaklaşım hâkimdir (Wiersma, 2000:12).

Nitel ve nicel araştırma yöntemleri arasındaki farklılıklardan bazıları aşağıdaki şekilde belirtilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2005):

- Nicel araştırmada asıl olan yöntemken, nitel araştırmada asıl olan durumdur.
- Nicel araştırmada amaç genelleme yapmaktır. Nicel araştırmada ise amaç derinlemesine betimlemedir.
- Nicel araştırmada standardize edilmiş veri araçları kullanılmaktayken, nitel araştırmada araştırmacının kendisi veri toplama aracıdır.
- Nicel araştırmada parçaların analizi yaklaşımı varken, nitel araştırmada örüntülerin ortaya çıkarılması gerekmektedir.

İzmir evreninde ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel güçlerinin belirlenmesi, araştırmanın alt problemlerinden biridir. Nicel araştırma; nedenleri, sonuçları, ilişkileri belirlemek için gerçekleştirilir (Wiersma 2000). Bu nedenle bahsedilen alt problemin yanıtlanmasında nicel araştırmanın kullanımının uygun olduğu düşünülmektedir. Araştırma deseni bu yöntemler arasındaki farklılıklar dikkate alınarak oluşturulmuştur. Bu nedenle ilköğretim 6,7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel güçlerini ve etki eden faktörleri belirlemede betimleme amacıyla tarama yöntemi kullanılmıştır.

Doğruluğun deneysel olarak kanıtlanabilir olması gereken durumlarda tarama araştırması (survey research) kullanılabilecek yollardan biridir (Babbie, 1990). Tarama yöntemi "eğitimsel, psikolojik ve sosyolojik değişkenler arasındaki ilişkiler, ayırımlar ve örneklerle ilgilenmektedir (Wiersma, 2000:14)". Tarama metodu ile 'belli bir zamanda mevcut koşulların doğasını açıklama maksadıyla veri toplanır' (Cohen ve Manion, 1996: 83). Tarama araştırmasının üç genel amacını, betimleme, açıklama ve keşif olarak belirten Babbie (1990) bu amaçları aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:

> Tarama araştırması bir topluluk hakkında belirli bir özelliğin yayılımını keşfetme gibi betimsel bir açıklamaya ulaşma amacıyla yapılabilir (s.51)... Ayrıca ek olarak bir topluluğa ait betimlemeleri açıklama gibi bir amaca da sahip olunabilir (s.52)... Tarama modeli belli bir konu üzerine araştırma yaparken aynı zamanda bir 'araştırma aracı' dır ki bu yönüyle keşif amacıyla kullanılabilir (s.53).

'Tarama araştırması birçok sosyal konunun incelenmesinde, özellikle diğer yöntemlerle birleştirildiğinde yararlı olabilir' (Babbie, 1990: 40). Bu nedenle açık uçlu problemler ve çoktan seçmeli sorulardan oluşan bilgi ölçeği birlikte kullanılarak veri toplanmıştır. Altıncı sınıf öğrencilerinden on tane açık uçlu problem ve 25 tane çoktan seçmeli soru ile, yedinci sınıf öğrencilerinden dokuz tane açık uçlu problem ve 24 çoktan seçmeli soru ile, sekizinci sınıf öğrencilerinden on tane açık uçlu problem ve 22 çoktan seçmeli soru ile veri toplanmıştır.

Araştırmada farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinin kendi bağlamları çerçevesinde nasıl gerçekleştiğini anlamaya çalışmak amaçlandığından örnek olay çalışması araştırma metodu olarak belirlenmiştir. Örnek olay çalışması "karmaşık sosyal olayları anlama arzusundan ortaya çıkmıştır ve gerçek yaşam olaylarının bütünsel ve anlamlı özelliklerini araştırmaya olanak tanımaktadır" (Yin, 1994:3). Burada öğrencilerin düşünsel süreçlerine ilişkin bir genellemeye varmak değil, bu süreci oluşturan bileşenleri derinlemesine incelemek amaçlanmaktadır. Öğrencilerin düşünsel süreçlerini etkileyen ilişkiler ağını, belirli bir sistematik yaklaşımla açıklamak ve yorumlamak hedeflenmektedir.

Yin, (1994:13) örnek olay çalışmasının doğasını aşağıdaki gibi belirtmektedir:

> Örnek olay çalışması; özellikle olay ve bağlam arasındaki sınırların açık olmadığı güncel olayları kendi gerçek bağlamında incelemektedir. Örnek olay çalışması çoklu kanıt kaynağına dayanmakta, veri toplamaya ve analiz etmeye

> rehber olmak için daha önceki teorik önerilerden faydalanmakta ve birbirinden teknik olarak farklı olan durumlarla da ilgilenmektedir.

Wiersma (2000:206) örnek olay çalışmasını "belirli olay, sistem gibi bir şeyin detaylı olarak incelenmesi" olarak tanımlanmaktadır. Yıldırım ve Şimşek'e (2000:191) göre örnek olay çalışması "nasıl ve niçin sorularını temel almaktadır ve araştırmacının kontrol edemediği bir olgu ya da olayı derinliğine incelemesine imkân vermektedir".

Örnek olay çalışması ile ilgili eleştirilerden biri, tek bir durumdan genellemeye ulaşılamayacağı düşüncesidir (Yin, 1994). Yıldırım ve Şimşek (2000:192) bu duruma şöyle açıklık getirmektedir:

> …"Bir tek durumun çalışılmasından nasıl genellemeye varılabilir?" sorusu… deneysel çalışma için de geçerli olabilir. "Tek bir deneyden yola çıkarak genelleme yapmak mümkün olabilir mi?"…Deneysel çalışmalarda olduğu gibi, örnek olay çalışmasının sonuçları belirli bir evrene değil, ancak kuramsal önermelere genellenebilir... örnek olay çalışmalarında araştırmacının amacı, bir evrene istatistiksel genellemeler yapmak yerine analitik genellemeler yapmak, kuram oluşturmak veya kuramsal önermelerde bulunmaktır. Bu anlamda deneysel ve örnek olay çalışmaları arasında teknik olarak herhangi bir temel farklılık yoktur.

Yin (1994) sonuçlarına göre keşfetmeye yönelik, açıklayıcı ve betimsel olmak üzere üç tip örnek olay çalışması olduğunu belirtmiştir. Bu araştırma açıklayıcı örnek olay çalışmasıdır çünkü farklı matematiksel güce sahip öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçleri arasındaki benzerlik ve farklılıkları açıklamak amaçlanmaktadır. Örnek olay çalışmasında görüşme ve gözlem veri toplama teknikleri kullanılmıştır.

Görüşme, örnek olay çalışmasında veri toplama amacıyla en yaygın olarak kullanılan yöntemlerden biridir. Örnek olay çalışmasının doğasında sosyal bir olguyu anlamak olduğundan, görüşme ile kaynaktan durumu anlamayı ve açıklamayı sağlayacak bilgiler alınabilir. Görüşme birkaç şekilde gerçekleşebilir. Bunlardan biri odaklanmış görüşmedir (Yin, 1994). Odaklanmış görüşme,

> görüşülen kişi ile bir saat gibi kısa sürede gerçekleşir. Görüşmede açık uçlu sorular kullanılır ve görüşme konuşma şeklinde gerçekleştirilir. Görüşme örnek olay protokolünde yer alan soru grupları çerçevesinde oluşur (Yin, 1994: 83).

Öğrencilerin matematiksel bilgiyi nasıl oluşturduğunu anlamak amaçlandığından örnek olay çalışmasında odaklı görüşme kullanılmıştır. Örnek olay çalışmasında açık uçlu matematiksel problemler kullanılmıştır. Öğrenciler bu problemleri çözerken görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşme sırasında "neden önce elindeki çubuğu seçtin?", "noktayı üçgenin ortasından seçmenin nedeni var mı? gibi öğrencilerin düşünme şekillerini yansıtmalarını ve açıklamalarını sağlayıcı yönde yapılandırılmamış sorular yöneltilmiştir.

Öğrencilerin bir problemi doğal ortam içerisinde çözmeleri sürecinde gözlemlenmesi, matematiksel düşünmelerini ve bilgi oluşturmalarını anlamlandırmada katkı sağlayabilir. Bu nedenle örnek olay çalışmasında katılımcı gözlem yoluyla da veri toplanmıştır. Öğrencilerin verilen problemleri çözmeleri sürecinde sergiledikleri kayıt edilemeyen davranışları gözlemlenmiştir. Adler ve Adler (1994) teorik kaynakların etkileşimle birleşmesini sağlamasından ötürü nitel araştırmacıların katılımcı gözlemi daha çok kullanmaya meyilli olduğunu belirterek gözlem ile katılımcı gözlemi birbirinden ayırmıştır (akt. Mertens, 1998). Katılımcı gözlem, araştırmacının sadece pasif olarak gözlem yaptığı gözlem türü değil, örnek olay çalışması içinde çeşitli rollerin de oynandığı bir gözlem türüdür (Yin, 1994).

Örnek olay çalışması verilerinin toplanmasında katılımcı gözlemin kullanımının yarattığı fırsatlar ve neden olduğu zararlardan bahsedilebilir. Yin (1994: 88) bunları şöyle belirtmektedir:

> Bilimsel araştırma ile ulaşılamayan olaylara, katılımcı gözlemle ulaşılabilir. Ayrıca örnek olay çalışmasının içinde olan birinin bakış açısıyla gerçekliğin algılanması da avantajlarından bir diğeridir… Bununla birlikte katılımcı gözlemcinin not alma ve farklı perspektiflerden sorular yöneltme için yeterli zamana sahip olamaması olumsuz yönlerinden biridir.

Özetle tarama modeli ve örnek olay çalışması, araştırma modelini oluşturmaktadır.

3.2. Evren ve Örneklem

Matematiksel güç ölçeğinin uygulandığı katılımcılar ile örnek olay çalışması katılımcılarının seçimi bu bölümde belirtilmektedir.

3.2.1. Matematiksel Güç Ölçeği Katılımcıları

Matematiksel güç ölçeğinin evreni İzmir merkezde yer alan 400 ilköğretim ve ortaöğretim okuludur. Örneklem seçiminde olasılık tabanlı örnekleme yöntemlerinden tabakalı örnekleme ile toplam 40 okul seçilmiştir. Tabakalı örnekleme "sınırları saptanmış bir evrende alt tabakalar veya alt birim gruplarının var olduğu durumlarda kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2000: 66). Örneklem seçiminde İzmir merkez ilçelerinde yer alan okul sayısı esas alınmıştır. Bu seçim sonrasında örneklem sayısı altıncı sınıftan 282 öğrenci, yedinci sınıftan 254 öğrenci ve sekizinci sınıftan 262 öğrenci olmak üzere toplam 798 öğrenciden oluşmaktadır.

3.2.2. Örnek Olay Çalışması Katılımcıları

Örnek olay çalışmasının evrenini, matematiksel güç ölçeği uygulanan ve değerlendirilmeye alınan 798 öğrenci oluşturmaktadır. Nicel araştırmalarda amacın genelleme yapma olması nedeniyle olasılık tabanlı örnekleme tercih edilmektedir. Nitel araştırmaların genellemenin ötesinde amaçlarının olması, örneklem seçiminde nicel araştırmalardan ayrılmasına neden olmaktadır. Örnek olay çalışmasında çoklu durum deseni kullanılmıştır. Çoklu durum deseninin kullanıldığı araştırmalarda öğrenciler belli bir örnekleme mantığıyla değil, araştırmacı tarafından dikkatle seçilmelidir (Yin, 1994: 51).

Bu araştırmada örneklem, amaçlı örnekleme ile seçilmiştir. Amaçlı örnekleme "zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak verir... olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlı olur (Yıldırım ve Şimşek, 2000: 69)". Amaçlı örnekleme yöntemlerinden aykırı durum örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Aykırı durumlar normal durumlara göre daha zengin veri ortaya koyabilir ve araştırma probleminin derinlemesine ve çok boyutlu bir biçimde anlaşılmasına yardımcı olabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2000: 69). Bu nedenle evrendeki matematiksel gücü yüksek olan altı ve düşük olan altı toplam on iki gönüllü öğrenciyle örnek olay çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilerin hiçbiri problemi çözerken oluşması beklenen bilgi yapısına çalışma öncesinde sahip değildir. Bu durum derslerine giren matematik öğretmenleri tarafından da onaylanmıştır. Öğrencilerin sınıflarına ve matematiksel güç ölçeğindeki performanslarına göre dağılımı Tablo 1'de gösterilmektedir.

Tablo 1

Örnek Olay Katılımcılarının Dağılımı

Sınıf Düzeyi	MG Düşük	MG Yüksek
6.sınıf	2	2
7. sınıf	2	2
8.sınıf	2	2
Öğrenci Sayısı	6	6
Toplam	12	

Çalışmaya katılan öğrencilerin dördü altıncı sınıf; dördü yedinci sınıf; dördü sekizinci sınıf öğrencisidir. Her sınıf düzeyindeki öğrencilerin ikisi matematiksel olarak güçlüdür.

3.3. Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi

Araştırmada veri toplama aracı olarak bilgi ölçeği ve açık uçlu problemlerden oluşan matematiksel güç ölçeği ve örnek olay çalışması problemleri kullanılmıştır.

3.3.1. Matematiksel Güç Ölçeğinin Geliştirilmesi

Yapılan literatür taraması sonrasında NCTM tarafından yapılan matematiksel güç tanımı temel olarak kabul edilmiştir. Buna göre matematiksel güç;

öğrencilerin keşfetme, tahmin etme ve mantıksal akıl yürütme, rutin olmayan problem çözme, matematik ile ilgili ve matematik yoluyla iletişim kurma, matematiğin içindeki fikirleri ve diğer zihinsel etkinlikler arasında bağlantı kurma becerilerini içermektedir. Bunun yanı sıra matematiksel güç; kişinin kendine olan güveninin ve araştırma yapma eğiliminin, problem çözmede ve karar vermede nicel ve görsel bilgileri kullanmanın ve değerlendirmenin gelişiminde de rol almaktadır. Öğrencilerin esnekliği, ilgileri, merakları ve önyargıları da matematiksel gücün gerçekleştirilmesini etkilemektedir.

Matematiksel güç'ün değerlendirilmesi, öğrencilerin ne kadar matematiksel bilgiye sahip olduklarının belirlenmesinin ötesinde bir değerlendirme gerektirmektedir. Öğrencilerin matematiksel bilgiyi kullanma, uygulama ve uygun dille ifade etme becerileri ve istekleri de önemlidir (NCTM, 1999). Matematiksel güç, genel matematiksel becerilerin ötesinde geliştiği için, öğrencilerin çeşitli durumlarda *akıl yürütme* becerilerinin, bir matematiksel durumdan çıkarsama yapılacağında bunu doğru yazılı ve sözel dille ifade etme; yani matematiksel *iletişim kurma* becerilerinin ve matematiğin içindeki diğer konularla *ilişkilendirme yapma* becerilerinin değerlendirilmesi önemlidir (NAEP, 2003). Matematiksel güç ifadesinin temeli matematiksel düşünmeye dayanmaktadır. Her problem çözme etkinliği, matematiksel düşünmenin bir uygulaması olarak görülebilir (Henderson, 2002). Matematiksel problemler öğrencilerin öğrenme süreci hakkında fikir üretmeye katkı sağlamaktadır (Simon ve Tzur, 2004). Bu nedenle matematiksel düşünmenin açığa çıkarılmasında açık uçlu problemlerden yararlanılmıştır.

Çalışmada, NAEP (2003) tarafından matematiksel güç'ün belirlenmesine yönelik kullanılan yapı, temel olarak alınmıştır. Matematiksel güç ölçeği; çoktan seçmeli sorulardan oluşan matematiksel bilgi ölçeği ve öğrencinin akıl yürütme sürecinin açığa çıkarılmasını amaçlayan açık uçlu problemlerden oluşmaktadır. Matematiksel bilgi ölçeği ile öğrencinin işlemsel bilgi, kavramsal anlama ve problem çözme becerileri belirlenmek amaçlanmaktadır.

3.3.1.1. Bilgi Ölçeğinin Geliştirilmesi

Çoktan seçmeli sorulardan oluşan bilgi ölçeğinin pilot çalışması, 15 ilköğretim okulu ve 5 lisede toplam 1126 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Ölçeklerin uygulandığı okulların on ikisi düşük, sekiz tanesi yüksek sosyoekonomik duruma sahiptir. Ölçekler araştırmacı tarafından bir ders saatinde uygulanmıştır.

Ölçeklerin geçerlik ve güvenirliğini belirlemek için madde analizi yapılmıştır. Yapılan madde analizlerine göre madde ayırıcılık indisi (d) 0.20'den düşük olan maddeler ölçekten çıkarılmıştır. Madde analizine ilişkin veriler Ek 7, Ek 8 ve Ek 9'da verilmektedir. Ölçeklerde bulunan madde sayısı Tablo 2'de belirtilmektedir.

Tablo 2

Çoktan Seçmeli Teste İlişkin Veriler

Sınıf	Örneklem Büyüklüğü	Soru Sayısı	Madde Analizi Sonrası Soru Sayısı
6. Sınıf	482	27	25
7. Sınıf	463	29	24
8. Sınıf	181	31	22

Madde ayırıcılığı düşük olan sorular ölçeklerden çıkarıldığında altıncı sınıf bilgi ölçeği yirmi beş, yedinci sınıf bilgi ölçeği yirmi dört ve sekizinci sınıf bilgi ölçeği yirmi iki sorudan oluşmaktadır.

3.3.1.2. Açık Uçlu Problemlerin Geliştirilmesi

Öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerindeki farklılıkları belirlemek önemlidir. Öğrencilerin matematiksel bilgilerinin değerlendirilmesinde, aşağıda belirtilen kriterler hakkında bilgi toplanmalıdır:

- Matematiğin kendi içinde ve diğer disiplinlerle ilgili problemleri çözmek için matematiksel bilgileri uygulayabilme becerisi,

- Fikirlerini aktarmada matematik dilini kullanabilme becerisi,
- Usa vurma ve analiz becerisi
- Kavram ve kuralları anlama becerisi
- Matematiğe olan eğilimi
- Matematiğin doğasını anlama becerisi
- Matematiksel bilginin bu yönlerinin entegrasyonunu yapabilme becerisi.

Öğrencilerin matematiksel güçlerinin değerlendirilmesinde, farklı çalışma alanlarına yönelik problemler, zengin değerlendirme seçeneği sunmaktadır. Bu tip problemler, öğrencilere çeşitli matematiksel kavram ve kuralları uygulama ve matematiksel akıl yürütme ile ilişkilendirme fırsatı vermektedir. Tüm bu kriterler ve ilköğretim 6,7 ve 8. sınıflar için matematik öğretim programı dikkate alınarak her ölçekte, çoktan seçmeli soruların yanı sıra, genişletilmiş cevaplı 10 problem ve kısa cevaplı 5 problem oluşturulmuştur. Açık uçlu problemler,

- Öğrencilerin var olan bilgilerini ortaya koymalarını ve bu bilgiler doğru da yanlış da olsa, öğrencilerin ne bildiklerini ifade etmelerini sağlamayı,
- Öğrencilerin verilen problemin içinde, problemi çözmesini sağlayacak örüntüyü, kuralı keşfederek yansıtmalarını,
- Öğrencilerin kendilerine verilen bilgilerden hareketle akıl yürüterek adım adım ilerlemelerini açığa çıkarmayı,
- Öğrencilerin doğru matematiksel iletişim kurup kurmadıklarını belirlemeyi,
- Problemi çözerken verilen nicel ve görsel bilgileri ne ölçüde kullandıklarını tespit etmeyi

amaçlamaktadır. Problemlerin bu amaçları gerçekleştirip gerçekleştiremediği belirlemek için yapılacak pilot çalışma öncesinde, problemler matematik eğitimi üzerine çalışan uzmanlara gösterilerek görüşleri alınmıştır. Önerilen değişiklikler yapıldıktan sonra problemlerin pilot çalışması gerçekleştirilmiştir.

Pilot çalışmaya katılan öğrenciler, gönüllü olan öğrenciler içerisinden matematik başarıları, cinsiyetleri ve öğretmen görüşleri dikkate alınarak seçilmiştir.

Sene sonu matematik not ortalaması 5 olan öğrenciler matematik başarısı yüksek, 2 olan öğrencileri düşük olarak belirlenmiştir. Seçime ilişkin dağılımlar Tablo 3 ve Tablo 4'te belirtilmektedir.

Tablo 3

Açık Uçlu Problemlerin Pilot Çalışmasına Katılan Öğrencilerin Cinsiyete Göre Dağılımları

	Kız	Erkek	Toplam
6. sınıf	1	1	2
7. Sınıf	1	1	2
8. Sınıf	1	1	2
Toplam	3	3	6

Cinsiyet faktörünün etkisini azaltmak için pilot çalışmada eşit sayıda kız ve erkek öğrenci ile çalışılmıştır.

Tablo 4

Açık Uçlu Problemlerin Pilot Çalışmasına Katılan Öğrencilerin Matematik Başarılarına Göre Dağılımları

	Matematik Başarısı Yüksek	Matematik Başarısı Düşük	Toplam
6. sınıf	1	1	2
7. Sınıf	1	1	2
8. Sınıf	1	1	2
Toplam	3	3	6

Pilot çalışmada öğrencilerin problemdeki yaklaşımları arasında cinsiyetlerine göre değişkenlik göstermediği gözlemlenmiştir. Farklı matematiksel başarıya sahip olan öğrencilerden farklı bilgiler edinilebileceği düşünülerek pilot çalışmada yüksek ve düşük matematiksel başarıya sahip olan öğrencilerle cinsiyet faktörü göz önüne alınmadan çalışılmıştır.

Pilot çalışmada, problemlerin iki boyutu araştırılmıştır. Bunlardan biri öğrencinin, amaçlandığı şekilde problemi anlayıp anlamadığını belirlemek, öğrencinin problemde biçimsel olarak anlamakta zorlandığı yerleri tespit ederek düzeltmektir. Diğeri ise, problemlerin öğrencilerin kendi bilgilerini ortaya koyma, matematiksel iletişim kurma, akıl yürütme ve keşfetme gibi matematiksel becerilerini ortaya çıkarma amacını gerçekleştirip gerçekleştirmediğini belirlemektir. Öğrenciler önce problemleri kendilerine verilen iki saat süresince çözmüşlerdir. Daha sonra her bir öğrenci ile problemleri çözmeleri ile ilgili görüşme gerçekleştirilmiştir. Görüşmede öğrencilerden; problemi kendi cümleleri ile ifade etmeleri, problemi anlamalarına engel olan herhangi bir noktanın olup olmadığını belirtmeleri ve problemi nasıl çözdüklerini açıklamaları istenmiştir.

Pilot çalışma bulgularına göre uygulanan on beş problemden öğrencilerin akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim kurma becerilerinden en az birini ortaya çıkaramayan beş problem çıkarılmıştır. Pilot çalışma öncesinde matematiksel güç ölçeğinde yer alması düşünülen kısa cevaplı problem tipinin, matematiksel gücü belirlemeye farklı bir perspektif getirmeyeceği fark edilmiştir. Açık uçlu problemler cevabın doğruluğunun yanında; problemin çözüm şekli, çözümün ifade ediliş şekli ve gösterimlerin kullanımı hakkında bilgi toplamaktadır. Bilgi ölçeğinde yer alan sorular ise öğrencilerin cevaplarını doğru veya yanlış diye ayırmaktadır. Bilgi ölçeğinde yer alan sorulardan farklı bilgi vermeyeceği düşünülerek kısa cevaplı problemler kullanılmamıştır.

Matematiksel güç ölçeği, on tane açık uçlu problemden ve çoktan seçmeli sorular içeren bilgi ölçeğinden oluşmaktadır.

3.3.2. Örnek Olay Çalışması Problemlerinin Geliştirilmesi

Örnek olay çalışmasında kullanılacak problemlerin öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturmalarını gözlemlemeye ne kadar uygun olduğunu belirlemek istendi. Bu nedenle pilot çalışma gerçekleştirildi. Pilot çalışmaya katılan öğrenciler, gönüllü olan öğrenciler içerisinden matematik başarıları ve cinsiyetleri dikkate alınarak seçildi. Seçime ilişkin dağılımlar Tablo 5 ve Tablo 6'da belirtilmektedir.

Tablo 5

Örnek Olay Çalışması Problemlerinin Pilot Çalışmasına Katılan Öğrencilerin Cinsiyete Göre Dağılımları

Sınıf Düzeyi	Kız	Erkek	Toplam
6. sınıf	3 öğrenci	3 öğrenci	6 öğrenci
7. Sınıf	3 öğrenci	3 öğrenci	6 öğrenci
8. Sınıf	3 öğrenci	3 öğrenci	6 öğrenci
Toplam	9 öğrenci	9 öğrenci	18 öğrenci

Cinsiyet faktörünün etkisini azaltmak için pilot çalışmada eşit sayıda kız ve erkek öğrenci ile çalışılmıştır.

Tablo 6

Örnek Olay Çalışması Problemlerinin Pilot Çalışmasına Katılan Öğrencilerin Matematik Başarılarına Göre Dağılımları

Sınıf Düzeyi	Matematik Başarısı Yüksek	Matematik Başarısı Düşük	Toplam
6. sınıf	3 öğrenci	3 öğrenci	6 öğrenci
7. Sınıf	3 öğrenci	3 öğrenci	6 öğrenci
8. Sınıf	3 öğrenci	3 öğrenci	6 öğrenci
Toplam	9 öğrenci	9 öğrenci	18 öğrenci

Pilot çalışmanın gerçekleştirilmesinin amacı, problemlerin öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmada etkili olup olmadığını belirlemektir. Pilot çalışma bulguları doğrultusunda yeniden düzenlenen problemlerin son halleri aşağıda belirtilmektedir. Bununla birlikte pilot çalışmada elde edilen bulgulardan hareketle hangi noktalar üzerinde durulması planlandığı ayrıntılı olarak belirtilmektedir.

Problem 1

Bir üçgenin iç bölgesinde, üçgenin köşelerine olan uzaklıkları toplamı üçgenin çevresinden büyük olacak şekilde bir nokta bulunabilir mi?

Problemde öğrencilerin bir matematiksel ispat yapmaları beklenmemektedir. Zaten öğrencilerin bu ispatı yapabilmeleri için, henüz öğrenmedikleri üçgen eşitsizliğini bilmeleri gerekmektedir. Öğrencilerden ispat yapmak yerine, üçgende kenar uzunlukları ve çevre ilişkisini yorumlayarak, tahminde bulunarak ve bu tahminin doğruluğunu kontrol ederek, sorudaki koşulları sağlayacak bir noktanın var olup olamayacağını araştırmaları beklenmektedir. Araştırmalarında öğrencilerin çizdikleri üçgenler, üçgenin iç bölgesinde seçtikleri noktaların yerleri gibi düşünme şekilleri hakkında ipucu verebilecek çeşitli boyutlar dikkate alınacaktır.

Bu problemde öğrencilerin verilen problemi çözmeye başlamalarından, (eğer gerçekleşirse) bilgi oluşturmaya kadar olan süreç incelenecektir. Bulundukları sınıf seviyesi, problemde kullanmaları gereken bilgi yapılarına sahip olmalarını gerektirmektedir. Problem, var olan matematiksel bilgilerinden hareketle problemin cevabıyla ilgili tahminde bulunmalarını ve akıl yürüterek yorum yapabilmelerini mümkün kılmaktadır. Bu nedenle problemin, öğrencilerdeki bilgi yapılarını tanıma ve kullanmalarını gözlemlemede etkili olacağı düşünülmektedir. Problemin çözümünde (eğer isterlerse) kullanmaları için öğrencilere kareli kâğıt, iletki, gönye ve cetvel verilmiştir.

Problem 2

1. Bir üçgenin oluşabilmesi için kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki olması gerekir?
    - Üçgen oluşturacak şekilde üç çubuk seçmeniz istense hangi uzunluktaki çubukları seçersiniz?
    - Üçgen oluşturmayacak şekilde üç çubuk seçmeniz istense hangi uzunluktaki çubukları seçersiniz?
2. Uzunlukları 3, 5, a birim ($a>0$ için) olan çubuklarla bir üçgen oluşturabilmek için kenar uzunlukları ve a arasındaki ilişki nasıl olmalıdır?
3. Uzunlukları 3, a, 2a birim ($a>0$ için) olan çubuklarla bir üçgen oluşturabilmek için kenar uzunlukları ve a arasındaki ilişki nasıl olmalıdır?
4. Uzunlukları 1, a^2, 2a birim ($a>0$ için) olan çubuklarla bir üçgen oluşturabilmek için kenar uzunlukları ve a arasındaki ilişki nasıl olmalıdır?

Problem 2'deki ilk soru, üçgenin kenar uzunlukları ile üçgen oluşturma arasındaki ilişkinin keşfedilmesine yönelik olarak yapılandırılmıştır. İlköğretim matematik öğretim programına göre öğrenciler yedinci sınıfa gelene kadar üçgenin nasıl oluştuğunu öğrenmiştir. Bununla birlikte bir üçgen oluşturmak için kenarlar arasında nasıl bir ilişki olması gerektiği kendileri için yeni bir problemdir. Bu bilginin doğruluğu derslerine giren matematik öğretmenleri tarafından da doğrulanmıştır. Problem çözümünde kullanması için öğrenciye uzunlukları 5 cm. ile 25 cm. arasında değişen çubuklar ve çalışma kâğıtları verilmiştir.

Problem dört ana bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde;

- öğrencilerden üçgen oluşturacak şekilde üç çubuk seçmeleri istendiğinde seçimlerinin hangi uzunluktaki çubuklar olduğu,
- üçgen oluşturmayacak şekilde üç çubuk seçmeleri istendiğinde seçimlerinin hangi uzunluktaki çubuklar olduğu,

- yaptıkları denemeler sonucunda konuyla ilişkili oluşan yapıların neler olduğu

araştırılmıştır. Problemin verilerinin tartışılmasında bu bölüm merkez alınacaktır.

İkinci ve üçüncü bölümde oluşturulan kuraldan hareketle, uzunluklarından bazıları bilinmeyen olarak verilen[(3,5,a) ve (3,a,2a)] bir şeklin üçgen belirtip belirtmediğinin araştırılması istenmektedir. Bu bölümdeki sorular ilk bakışta oluşturulan yeni yapının soru üzerinde kullanılması gibi görülmektedir. Ancak soru öğrencinin bu soruları cevaplarken pekiştirme surecini gerçekleştirmesini ya da yeni bir yapı oluşturmasını gerektirebilir. Bunun nedeni sorunun, verilen üç kenar uzunluğunun bir üçgen oluşturup oluşturmayacağına karar vermekten öte, değerleri bilinmeyen uzunluklar üzerine yorum yapmayı gerektirmesidir.

Dördüncü bölümde uzunlukları 1, a^2 ve 2a birim (a>0) olan çubuklarla bir üçgen oluşturabilmek için kenar uzunlukları ve a arasında nasıl bir ilişkinin olması gerektiği sorulmaktadır. Bu soru ile yeni oluşturulan matematiksel yapının karmaşık durumlarda nasıl kullanılabildiğini belirlemek amaçlanmaktadır.

Problem 3

1. Bir ikizkenar üçgen üzerinde öyle bir nokta bulun ki, bu noktadan ikizkenarlara inilen dikmelerin uzunlukları toplamı, ikizkenarlara ait yüksekliklerin uzunluklarına eşit olsun
2. İkizkenar üçgenin tabanının uzantısı üzerinde bir nokta alınsaydı, bu noktadan ikizkenarlara inilen dikmelerin uzunlukları toplamı, ikizkenarlara ait yüksekliklerin uzunluklarına eşit olur muydu?
3. Yukarıdaki iki soruda sözü edilen üçgenler ikizkenar değil de eşkenar üçgen olsaydı, sonuç nasıl değişirdi? Nedenleri ile açıklayınız.

Problem 3’teki ilk soru, öğrencilerin üçgenin elemanlarından olan dikme ve yükseklik arasındaki ilişkiyi, verilen problem durumunda araştırırken, gerekli bilgileri tanıma, kullanma ve problemin amaçladığı yapıyı oluşturma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır. Genel anlamda bakıldığında problemde öğrencilerin istenen şekli oluşturduktan sonra, zihinlerinde var olan yapıları tanıyarak ve kullanarak problemin çözümüne ulaşmaları söz konusudur. Bu nedenle ilk problemde öğrencilerin özellikle tanıma ve kullanma eylemleri üzerinde odaklanıldığı söylenebilir.

Problem iki bölümde ele alınabilir. İlk iki soru ile öğrencilerin taban ve taban uzantısı üzerinde alınan noktalardan ikizkenarlara inilen dikmelerin uzunlukları ile ikizkenarlara ait yüksekliklerin arasındaki ilişkiyi araştırmaları beklenmektedir. Problemin ikinci bölümünde ise öğrencilerin ilk bölümdeki sorularda sözü geçen üçgenler ikizkenar değil de eşkenar üçgen olsaydı sonucun nasıl değişeceğini yorumlamaları beklenmektedir. Bu bölüm her ne kadar ilk bölüme gönderme yapsa da, öğrenciler ilk bölümden bağımsız olarak; ikizkenar ve eşkenar üçgen arasındaki ilişkiden yararlanarak yorum yapabilirler.

Problem 4

Ali Bey saçlarının sürekli olarak dökülüyor olmasına çok üzülmektedir. Bu nedenle bir doktora gider ve yapılan saç analizleri sonrasında günde 150 adet saçının döküldüğünü öğrenir. Doktorlar tedaviye başlarlar. Bu tedaviye göre Ali Bey 30 gün boyunca kendisine verilen ilacı kullanırsa, 31. günden itibaren yeni saçları çıkacak ve saç dökülmesi azalacaktır. Ancak ilacı kullandığı 30 gün boyunca saç dökülmesi aynı miktarda devam edecektir. Ali Bey söylenenleri uygular ve 31. günden itibaren günde 70 yeni saç kökü çıkmaya başlar. Bununla birlikte günlük saç kaybı günde 10'a iner. Ali Bey kaç gün sonra tedavinin başladığı gün sahip olduğu kadar saça sahip olur?

Araştırmada kullanılan problemlerden dördüncüsü basit bir matematiksel problemdir. Öğrencilerin matematiksel düşünme şekilleri, bu matematiksel problemi çözme sürecinde incelenecektir. Problemde tedavinin başladığı gün sahip olunan saç miktarının verilmeyerek, öğrenciler için çelişkili bir problem durumu oluşturulmuştur. Bu bilgi kullanılmadan problemi çözmeye devam edip etmemeleri süreç ile ilgili gözlemlenecek davranışlardan bir tanesidir.

Problem 5

Esin ve Onur bir sayı bulmacası oynarlar. Bu oyunda Esin aklından dört basamaklı bir sayı tutar. Bu sayının rakamları birbirinden farklıdır. Onur bu sayının ne olduğu ile ilgili tahminlerde bulunur. Esin, Onur'un tahminlerine karşılık ipuçları vermektedir. Esin ve Onur'un oynadığı bu oyundan bazı bölümler aşağıda verilmektedir.

Onur'un tahmini	Esin'in ipuçları
2345	Söylediğin sayının rakamlarından ikisi benim tuttuğum sayıda da var ancak yerleri farklı.
2000	Söylediğin sayının rakamları benim tuttuğum sayıda yok.
3000	Söylediğin sayının rakamlarından biri benim tuttuğum sayıda var ve aynı yerde yer alıyor.
3400	Söylediğin sayının rakamlarından ikisi benim tuttuğum sayıda da var. Bu rakamlardan biri benim tuttuğum sayıdaki ile aynı yerde, biri farklı yerde.
3140	Söylediğin sayının rakamlarından ikisi benim tuttuğum sayıda da var. Bu rakamlardan biri benim tuttuğum sayıdaki ile aynı yerde, biri farklı yerde.

Bu bilgilere göre,

- Esin'in ipuçlarına göre tuttuğu sayı bulunabilir mi?
  - Yanıtınız evet ise, nasıl bulunabileceğini ayrıntıları ile açıklayınız.
  - Yanıtınız hayır ise, Esin'in tutmuş olabileceği sayıları listeleyiniz. Her biri için düşünme biçiminizi ayrıntıları ile açıklayınız.
- Onur neden ikinci ve üçüncü tahminleri yapmış olabilir?
- Onur neden dördüncü ve beşinci tahminleri yapmış olabilir?
- Siz olsaydınız Esin'in verdiği ilk ipucundan sonra hangi tahmini yapardınız? Neden?

Araştırmada kullanılan beşinci problem öğrencilerin bir problemi çözme sürecindeki matematiksel düşünmelerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır. Problemde öğrencilere dört soru yöneltilmektedir. Bu sorular üç bölümde ele alınabilir. İlk bölümde öğrencilerin verilenleri kullanarak tutulan sayının ne olduğunu tahmin etmeleri istenmektedir. Bu tahminin yapılabilmesi, yapılan beş tahmine verilen ipuçlarını yorumlama ve anlamlandırmalarına bağlıdır. İpuçlarından sayıda bulunacak ve bulunmayacak rakamları belirlemeleri beklenmektedir. Burada olası on iki sayının yazılabilme durumu söz konusudur. Öğrencilerin bu sayıları listeleyebilmeleri esnek düşünmeleri hakkında ipucu olacaktır.

İkinci bölümde öğrencilerin Onur tarafından yapılan tahminlerin ne amaçla yapılmış olabileceğini yorumlamaları beklenmektedir. Burada verilen cevaplar, öğrencilerin verileri anlamlandırmadaki becerileri ve akıl yürütme şekilleri hakkında bilgi verecektir.

Son bölümde ise, öğrencinin verilen ilk ipucuna eleştirel gözle baktığında nasıl bir tahminde bulunmasının doğru olacağını düşündüğü sorulmaktadır. Problem direkt matematikle ilgili değildir. Matematik öğrenerek oluşturması beklenen bir takım becerilerin, verilen bir durumda kullanım şeklini belirlemek hedeflenmektedir.

Problem 6

Metin Bey, kızı Ezgi ile birlikte ormana kamp yapmaya gider. Gece olunca sivrisinekler çoğalır. Metin Bey sivrisineklerden korunmak için yanında bir cihaz getirmiştir. Bu cihaz etrafa elektromanyetik dalgalar yayarak sivrisineklerin gelmesini engellemektedir. Cihaz, konulduğu noktadan her yöne doğru 2,5 metrelik alanda dalgalar yaymakta ve bu bölgenin içinde etkili olmaktadır. Metin Bey'in de, Ezgi'nin de çadırı kare prizma şeklindedir. Çadırların boyu 1,5 metre, hacimleri ise 6 m^3'tür. Her ikisi de bu cihazdan yararlanmak istemektedir.

1. Metin Bey ile Ezgi çadırlarını <u>en fazla</u> mesafe aralığı ile kurmak için cihazı nereye yerleştirmelidir?
2. Bu durumda iki çadır arasındaki mesafe ne olur?

Araştırmada kullanılan altıncı problem öğrencilerin, prizmalar ve küre ile ilgili bilgilerden yararlanmalarını gerektirmektedir. Örneğin öğrencinin cihazın konulduğu noktadan her yöne doğru 2,5 metrelik alanda dalgalar yayarak etkili olduğunu okuduğunda manyetik dalgaların bir küre olarak düşünmesi gerekmektedir. Problemi çözmek için bu konulara ait bilgilerin kullanılmasının yanı sıra, akıl yürüterek yorum yapmaları da dikkate alınmaktadır.

Problemde iki soru öğrenciye yöneltilmektedir. İlk soru adı geçen iki kişinin çadırlarını en fazla mesafe aralığı ile kurmaları için cihazı nereye yerleştirmeleri gerektiğidir. Bunun için öğrencinin kare prizma ve küre ile ilgili bilgilerini ilişkilendirmesi beklenmektedir. İkinci soru ise, en fazla mesafe aralığı ile kurulduğunda iki çadır arasındaki uzunluğun ne olduğudur. Bu soru, ilk soruya verilen cevaptan hareketle akıl yürütülerek bulunabilecek bir sorudur.

3.4. Prosedür

Matematiksel güç ölçeğinin uygulanması ve örnek olay çalışmasının gerçekleştirilmesi prosedürleri bu kısımda belirtilmektedir.

3.4.1. Matematiksel Güç Ölçeğinin Uygulanma Prosedürü

Matematiksel güç ölçeği 2005–2006 öğretim yılının ilk haftasında uygulanmıştır. 1000 adet ölçek toplam 40 okula dağıtılmıştır. Ölçeklerin 798 tanesi değerlendirilmiştir. Ölçeklerin uygulanma sürecinde okullardaki matematik öğretmenlerinden randevu alınarak ölçeğin uygulanması hakkında yaklaşık yarım saatlik görüşmeler yapılmıştır. Ölçek, öğrencilerin ders programlarının uygun olduğu zamanlarda ikişer saatlik üç oturum şeklinde matematik öğretmenleri tarafından uygulanmıştır. Oturumlardan birinde bilgi ölçeği, birinde açık uçlu problemlerin ilk beş tanesi, diğerinde son beş tanesi uygulanmıştır. Dağıtılan ölçekler bir ay sonra toplanmıştır.

Dağıtılan kitapçığın ilk sayfasında öğrenciler için yönerge bulunmaktadır. Bu yönerge “Bu bölümde verilen problemlerde, düşünme şeklinizi ortaya koymanız ve problemi çözme şeklinizi ayrıntılarıyla açıklamanız beklenmektedir. Cevabınız, bir başkasının okuyabilmesini ve düşünce şeklinizi anlayabilmesini sağlayacak kadar açık ve net olmalıdır. Cevaplarınızda şekiller kullanabilir, harflendirme yapabilirsiniz. Problemlerin tamamını cevaplamanız ve açıklamanız çok önemlidir." şeklindedir. Öğretmenlerden kitapçığı uygulamadan önce bu yönergeyi sesli olarak okumaları istenmiştir.

3.4.2. Örnek Olay Çalışmasının Gerçekleştirilme Prosedürü

Örnek olay çalışmaları, içinde sadece öğrenci ve araştırmacının bulunduğu bir odada gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı ve öğrenci, aynı masada oturmaktadır. Tripod üzerinde bulunan bir kamera, araştırmacı ve öğrencinin bulunduğu masanın önünde; öğrenciye odaklı olarak durmaktadır. Öğrencinin kullanması için masada çizim kâğıdı, kalem, iletki, gönye, cetvel ve problemlere özgü olarak verilecek gereçler bulunmaktadır. Çalışmaya başlamadan önce öğrenciye aşağıdaki yönerge çerçevesinde bilgi verilmiştir.

> Merhaba. Bu görüşmeye zaman ayırdığın için teşekkür ederim. Görüşme sırasında düşündüğün her şeyi sözel olarak ifade etmen, araştırmamız için çok önemlidir. Düşündüğünün doğruluğundan emin olmasan veya aklına gelen fikrin yanlış olabileceğini düşünsen bile fikirlerini açıkça ifade etmen, araştırmanın doğru şekilde yapılması için gereklidir.
> Görüşmemiz sırasında düşündüklerini daha iyi anlayabilmek amacıyla sana sorular soracağım. Bu soruları sormam, yanlış bir şey yaptığın veya yanlış yolda ilerlediğin anlamına gelmemektedir. Soruları, söylediklerinin veya yaptıklarının hiçbirini kaçırmamak için soracağım. Ayrıca görüşme sırasında söylediklerini sonradan baktığımda hatırlayabilmeme yardımcı olacak notlar alacağım.
>
> Görüşme sürecinde aramızda geçecek hiçbir diyalog, öğretmenine iletilmeyecektir. Bununla birlikte görüşme sürecinde problemi çözmedeki düşünme biçiminle ilgilendiğim için görüşmenin kaydedilmesi araştırma için yararlı olacaktır. Video kamera ile kayıt yapmanın sakıncası var mı?

Öğrencinin "evet" yanıtını vermesinin ardından örnek olay çalışmasına başlanmıştır.

3.4.2.1. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda araştırmacının rolü oldukça önemlidir. Bunun nedeni nitel araştırmada araştırmacının kendisinin de "veri toplama aracı" olarak görülmesidir (Mertens, 1998). Yıldırım ve Şimşek (2000:23) nitel araştırmada araştırmacı rolünü aşağıdaki şekilde belirtmektedir:

> Nitel araştırmada araştırmacı, nicel araştırmada olduğu gibi sadece "belirli yöntemlere göre dışarıdan araştırma konusunu gözleyen, bu konuya ilişkin veriler toplayan ve bu verileri sayısal analizlere tabi tutarak sunan kişi değildir. Nitel araştırmacı bizzat alanda zaman harcayan, deneklerle doğrudan iletişime geçen ve gerektiğinde deneklerin deneyimlerini yaşayan, alanda kazandığı perspektifi ve deneyimleri toplanan verilerin analizinde kullanan kişidir.

Nitel araştırmada araştırmacının nesnelliği kimi çevrelerce tartışma konusu olmuştur. Yıldırım ve Şimşek (2000:23) "tam nesnellik uğruna araştırmacının veri kaynaklarına yakın olarak elde edebileceği daha geçerli bilgileri kaybetmemenin" önemine değinmektedir.

Örnek olay çalışmasını gerçekleştirecek olan araştırmacı aşağıdaki becerilere sahip olmalıdır (Yin ,1994:56):

- İyi soru sorabilmeli ve cevapları yorumlayabilmelidir.
- İyi bir dinleyici olmalıdır ve önyargılarını ve ideolojisini yansıtmamalıdır.
- Yeni karşılaştığı durumları bir tehdit değil fırsat olarak görmesini sağlayacak ölçüde esnek olmalıdır.
- Çalışılan konu hakkında sağlam bir kavrayışa sahip olmalıdır.
- Tarafsız olmalıdır.

Bu araştırmada araştırmacı öğrencilerin düşünme şekillerini etkilemeyecek kadar uzak, elde edilebilecek geçerli bilgileri kaybetmeyecek kadar yakın rol oynamıştır. Araştırmacı öğrencilerin düşünme biçimlerini ortaya çıkarmaya çalışan tarafsız bir rol üstlenmiştir. Araştırmacı bunu gerçekleştirmek için olayda durumun gerektirdiği şekillerde öğrencilere sorular yöneltmiştir. Yapılan gözlem ve görüşmeden elde edilen önemli bilgiler araştırma sonrasında not edilmiştir. Öğrencilerin araştırmacının sorularının değerlendirmeye değil, sadece kendilerini anlamaya yönelik olduğunu anlamaları için her olay öncesinde görüşme gerçekleştirilmiştir. Örnek olay çalışması sırasında gerektiğinde bu durum tekrarlanmıştır.

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Bu bölümde araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının ve araştırma stratejisi olan örnek olay araştırmasının geçerlik ve güvenirlikleri hakkında bilgi verilmektedir.

3.5.1. Veri Toplama Araçlarının Geçerlik ve Güvenirlikleri

Araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılan matematiksel güç ölçeği ve örnek olay çalışması problemlerinin pilot çalışmaları alt bölümlerde ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

3.5.1.1. Matematiksel Güç Ölçeği

Açık uçlu problemlerin geçerlik ve güvenirlikleri, uzman görüşü alınarak ve pilot çalışma gerçekleştirilerek sağlanmıştır.

Bilgi ölçeği için gerçekleştirilen pilot çalışma Buca evreninde aşağıda belirtilen büyüklükteki örneklemde uygulanmıştır. Bilgi ölçeklerinin Cronbach Alfa güvenirlikleri %95 güven aralığı ile Tablo 7'de belirtildiği şekilde hesaplanmıştır:

Tablo 7

Bilgi Ölçeklerinin Güvenirlikleri

Sınıf	Örneklem Büyüklüğü	Soru Sayısı	Güvenirlik (Cronbach α)
6. Sınıf	482	27	0,91
7. Sınıf	463	29	0,81
8. Sınıf	181	31	0,83

3.5.1.2. Örnek Olay Çalışması Problemleri

Örnek olay çalışması problemlerinin geçerlik ve güvenirlikleri, uzman görüşü alınarak ve pilot çalışma gerçekleştirilerek sağlanmıştır.

3.5.2. Nicel Araştırmanın Güvenirliği

Nicel kodlama analizinin güvenirliğini sağlamak için zaman çeşitlemesi yapılmıştır. Rasgele olarak seçilen 30 kitapçık, belirlenen kategorilere göre birer ay arayla okunmuş ve kodlamanın tutarlılığına Türnüklü (2000)'nün çalışmasında belirttiği aşağıda belirtilen uyuşum yüzdesi formülü kullanılarak bakılmıştır:

$$P = \frac{Nax100}{Na + Nd}$$ (P: uyuşum yüzdesi, Na: uyuşum miktarı, Nd:uyuşmazlık miktarı)

Buna göre altıncı sınıf kodlamasında uyuşum yüzdesi .91, yedinci sınıf kodlamasında uyuşum yüzdesi .89 ve sekizinci sınıf kodlamasında uyuşum yüzdesi .93 olduğu belirlenmiştir.

3.5.3. Örnek Olay İncelemesinin Geçerlik ve Güvenirliği

Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik terimleri nicel araştırma ile benzerlik gösteren farklı terimlerle sağlanmaktadır. Guba ve Lincoln (1989) "inandırıcılık" (credibility) ifadesi ile iç geçerliği, "aktarılabilirlik" (transferability) ifadesi ile dış geçerliği, "güvenirlik" (dependability) ifadesi ile güvenirliği, "teyit edilebilirlik" (confirmability) ifadesi ile tarafsızlığı eşdeğer görmektedir. Örnek olay çalışmasının geçerlik ve güvenirliği bu başlıklarla ele alınacaktır. Örnek olay çalışmasının geçerlik ve güvenirliğini sağlamada kullanılan ölçütler Tablo 8'de özetlenmektedir. Kriterlerin altında parantez içinde verilen ifadeler, bu kriterlerin post-pozitivist anlayışa göre isimlerini belirtmektedir.

Tablo 8

Örnek Olay Çalışmasında Kullanılan Geçerlik ve Güvenirlik Ölçütleri

Kriterler	Kullanılan Stratejiler
İnandırıcılık (İç Geçerlik)	Uzman İncelemesi
	Negatif Olay Analizi
	Çeşitleme
Aktarılabilirlik (Dış Geçerlik)	Geniş Açıklama
	Çoklu Durum Deseni
Tutarlık (Güvenirlik)	Örnek Olay Çalışması Protokolü
	Örnek Olay Çalışması Veritabanı
Teyit Edilebilirlik	Delil zinciri

Guba ve Lincoln (1989:181) inandırıcılığı "katılımcının yapıyı algılama şekli ile araştırmacının kendi bakış açısını betimleme şekli arasında uyum" olarak tanımlamaktadır. İnandırıcılığı sağlamanın birçok yolu bulunmaktadır. Araştırmacının birden çok stratejiyi kullanması, araştırmanın inanılırlığını artıracaktır (Mertens, 1998). Bu araştırmada inandırıcılığı sağlamada uzman incelemesi (peer debriefing), negatif olay analizi (negative case analysis) ve çeşitleme stratejileri kullanılmıştır.

Uzman incelemesinde: "araştırmacı tarafsız bir akranı ile bulgular, sonuçlar, analizler ve hipotezler üzerine geniş tartışmalar yapmalıdır… bu kişi araştırmanın sonraki adımlarına rehber olmak ve yardımcı olmak için araştırmacının karşılaşabileceği araştırma soruları yöneltmelidir" (Mertens, 1998:182). Araştırma bulguları bilgi oluşturma ve soyutlama üzerine çalışan tarafsız bir araştırmacı ile tartışılmış, tartışmanın oluşturduğu perspektifle bulgular yeniden ele alınmıştır. Bununla birlikte araştırmanın bazı bölümleri uluslararası sempozyumlarda sunulmuştur. Sempozyumlarda gelen dönütler ve informal görüşmeler verilerin yorumlanmasına katkı sağlamıştır.

Mertens (1998: 182), negatif olay analizini şöyle açıklamaktadır:

> Negatif olay analizi, araştırmadan ulaşılan ve ele alınan örnek olay çalışmalarında işleyen hipotezlerin, diğer farklı yapıdaki örnek olay çalışmasında da oluşmasıdır Tüm olayların hipotezleri sağlaması gerekli değildir ancak makul sayıda olayın hipotezleri sağlaması, araştırmanın güvenirliğini arttırmaktadır.

Araştırmada yer alan on iki olayın altı tanesi çapraz olay analizi ile sunulmuştur. Geri kalan altı olay için negatif olay analizi gerçekleştirilmiştir. Ulaşılan bulguların bu olaylar için de geçerli olduğu belirlenmiştir.

Örnek olay çalışmasında geçerlik, "çoklu delil kaynakları"nın kullanımı ile sağlanabilir; çeşitleme bunlardan biridir (Yin, 1994). Araştırmacı tek bir kaynak kullanması, araştırmanın doğasına uygun seçimi yaparak geçerliği sağladığını düşündürtebilir. Bu nedenle birden çok delil kaynağının kullanımı geçerliği artırabilir. Campbell ve Fiske (1959) çeşitlemenin nitel araştırmalarda geçerliği sağlamada güçlü bir yol olduğunu belirtmiştir (akt. Cohen, Manion, Morrison, 2002). Çeşitleme "insan davranışının bazı yönleri üzerine yapılan çalışmada iki veya daha çok veri toplama yönteminin kullanımı" olarak tanımlanabilir (Cohen, Manion, Morrison, 2002:112). Örnek olay çalışmalarında katılımcı gözlem ve görüşme yöntemleri kullanarak yöntem çeşitlemesi kullanılmıştır.

Guba ve Lincoln (1989:183) aktarılabilirliği (transferability), aşağıdaki gibi açıklamaktadır:

> Aktarılabilirlik post-pozitivist anlayıştaki dış geçerlik anlamındadır. Bu anlayışa göre dış geçerlik, ulaşılan sonuçların diğer durumlara genellenme derecesidir. Nitel aştırmalarda ise çalışma alanı ile ulaşılan bağlam arasındaki benzerliğin derecesidir. Araştırmacının sorumluluğu, okuyucunun bir yargıya varması için yeterli detayı vermektir.

Yin (1994), örnek olay çalışmalarında çoklu durum deseni kullanımının sonuçların dış geçerliğini arttırdığını belirtmektedir. Araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçleri, matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Bu şekilde oluşturulan çoklu durum deseninin araştırmanın aktarılabilirliği (dış geçerliği) sağladığı düşünülmektedir.

Nitel araştırmalarda tutarlık (dependability), ulaşılan sonuçların verilerle takip edilebilmesi ve kontrol edilebilmesi ile sağlanır. Örnek olay çalışmasının tutarlığı, araştırma sürecinin her aşamasının detaylarını belirten örnek olay çalışması protokolü ile sağlanabilir (Yin, 1994). Ayrıca verilerin ve verilerin ele alınması ile oluşturulan rapordan oluşan örnek olay çalışması veritabanının oluşturulması, tutarlığı artırabilir (Yin, 1994). On iki öğrenciyle gerçekleştirilen yirmi dört örnek olay çalışmasının görüşmeleri çözümlenmiştir ve her biri için rapor hazırlanmıştır. Her bir görüşmenin orijinal halinden ve araştırmacı raporundan veri tabanı oluşturulmuştur. Araştırmada öğrencilerin matematiksel güçlerine göre bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçleri görüşme metinleri takip edilebilmektedir.

Guba ve Lincoln (1989:184) teyit edilebilirlik (confirmability), aşağıdaki gibi açıklamaktadır:

> Teyit edilebilirlik post-pozitivist anlayıştaki tarafsızlık anlamındadır. Bu anlayışa göre tarafsızlık, araştırmacının düşüncelerinin etkisinin en aza indirilmesidir. Nitel araştırmada teyit edilebilirlik, veri ve verilerin yorumlarının araştırmacının hayal ürününün uydurması olmaması anlamındadır.

Cohen, Manion ve Morrison, (2002) örnek olay çalışmalarının teorik saptamalarda bulunabileceğini ancak bu saptamaların sunulan deliller ile desteklenmesi gerektiğini belirtmektedir. Örnek olay çalışmasında teyit edilebilirlik, "delil zinciri"nin oluşturulması ile sağlanabilir (Yin, 1994). Delil zinciri oluşturmada örnek olay çalışması raporunun, araştırmanın içeriği ve araştırma problemleri ile ilişkili olması önemlidir. Önemli olan bir diğer nokta, raporun uygun yerlerinde yeterli sayıda belirli görüşme ve gözlemlerden alıntı yapılmasıdır. Araştırmada farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri incelenerek bazı örüntüler ortaya konulmuştur. İncelemelerde delil olarak görüşme ve katılımcı gözlem notları kullanılmıştır. Bu örüntülere dayanarak kuramsal olarak ulaşılan fikirler, görüşme metinlerine atıfta bulunarak desteklenmekte ve delil zinciri oluşturulmaktadır.

3.6. Veri Çözümleme Teknikleri

Bu kısımda matematiksel güç ölçeğinde bulunan bilgi ölçeği ve açık uçlu problemler kullanılarak toplanan verilerin nasıl çözümlendiği belirtilmektedir. Bunun yanında örnek olay çalışmasından elde edilen verilerin analizinin yapılma şekli açıklanmaktadır.

3.6.1. Matematiksel Güç Ölçeği Analizleri

Matematiksel güç ölçeğinde yer alan açık uçlu problemlerin ve bilgi ölçeği verilerinin analizleri aşağıda ayrı başlıklar halinde sunulmaktadır.

3.6.1.1. Açık Uçlu Problemlerin Analizi

Açık uçlu problemlere hem nicel hem de nitel analiz yapılmıştır. Nicel analizde her bir öğrencinin cevabının beş aşamalı bir derecelendirme ölçeği (0-4) ile analiz edilmiştir. Bu değerlendirme ölçeğinin kapsamı, dördüncü bölümde ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

10 açık uçlu problemden oluşan altıncı sınıf ve sekizinci sınıf ölçeğinden alınabilecek en yüksek puan 40, en düşük puan 0'dır. Puanlama sonrasında toplam puanı 0 ile 19 arasında olan öğrencilerin performansı düşük, 20 ile 27 arasında puan alan öğrencilerin performansı orta ve 28 ile 40 arasında puan alan öğrencilerin performansı yüksek olarak belirlenmiştir. 9 açık uçlu problemden oluşan yedinci sınıf ölçeğinden alınabilecek en yüksek puan 36, en düşük puan 0'dır. Puanlama sonrasında toplam puanı 0 ile 17 arasında olan öğrencilerin performansı düşük, 18 ile 23 arasında puan alan öğrencilerin performansı orta ve 24 ile 36 arasında puan alan öğrencilerin performansı yüksek olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin toplam puanlarının frekansları belirlenerek, yüzdeleri hesaplanmıştır.

Açık uçlu problemlere verilen her bir yanıtın nitel analizinde; öğrencilerin farklı çözüm stratejileri, matematiksel düşünme şekilleri, matematiksel dili ve gösterimleri kullanmaları gibi yönler üzerinde odaklanılmıştır. Nitel analiz, Cai (2003) tarafından matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi için oluşturulan kategoriler doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Bu kategoriler; *cevabın doğruluğu ve hataların tespiti*, *çözümün gösterimi* ve *çözümün açıklanmasıdır.* Verilen cevaplar ile öğrencilerin akıl yürütmeleri ve problemde verilenler arasında ilişkilendirme yapmaları hakkında yorum yapılabileceği düşünülmektedir. Bu kategorilerin içeriği, dördüncü bölümde ayrıntılı olarak belirtilmektedir.

3.6.1.2. Bilgi Ölçeğinin Analizi

Bilgi ölçekleri standart cevap anahtarı kullanılarak değerlendirilmiştir. Altıncı sınıf bilgi ölçeğinde 25, yedinci sınıf bilgi ölçeğinde 24 ve sekizinci sınıf bilgi ölçeğinde 22 soru bulunmaktadır. Her soru eşit puana sahiptir.

Bilgi ölçeğinden alınabilecek en yüksek puan 40, en düşük puan 0'dır. Altıncı sınıf bilgi ölçeğinde 0 ile 12 arasında soruyu doğru yanıtlayan öğrencilerin performansı düşük, 13 ile 17 arasında soruyu doğru yanıtlayan öğrencilerin performansı orta ve 18 ile 25 arasında soruyu doğru yanıtlayan öğrencilerin performansı yüksek olarak belirlenmiştir. Yedinci sınıf bilgi ölçeğinde 0 ile 11 arasında soruyu doğru yanıtlayan öğrencilerin performansı düşük, 12 ile 16 arasında soruyu doğru yanıtlayan öğrencilerin performansı orta ve 17 ile 24 arasında soruyu doğru yanıtlayan öğrencilerin performansı yüksek olarak belirlenmiştir. Sekizinci sınıf bilgi ölçeğinde 0 ile 10 arasında soruyu doğru yanıtlayan öğrencilerin performansı düşük, 11 ile 15 arasında soruyu doğru yanıtlayan öğrencilerin performansı orta ve 16 ile 22 arasında soruyu doğru yanıtlayan öğrencilerin performansı yüksek olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin toplam puanlarının frekansları belirlenerek, yüzdeleri hesaplanmıştır.

3.6.2. Örnek Olay Çalışması Verilerinin Analizi

Örnek olay çalışmasında öğrencilerin anlamaları üzerinde durulmuştur. Nitel veri analizlerinden içerik analizi yapılmıştır. Veriler raporlaştırılarak sunulmuştur. Örnek olay çalışması yazılı raporları dört şekilde oluşturulabilmektedir. Bunlar; klasik tek örnek olay çalışması, klasik tek örnek olay çalışması çoklu durum versiyonu, çoklu veya tek örnek olay çalışması ve çoklu örnek olay çalışması raporudur (Yin, 1994). Bu araştırmada çoklu örnek olay çalışması yazılı raporu kullanılmıştır. Çoklu örnek olay çalışması raporunda (Yin, 1994:135);

> …bireysel olay çalışmaları için ayrı bir bölüm ayrılmaz. Bunun yerine bireysel örnek olay çalışmalarının her bölüme dağıtıldığı çapraz olay analizi gerçekleştirilir. Bu formatta hazırlanan raporda bireysel olay çalışmalarından elde edilen bilgiler görüşme metinleri (vignette) halinde sunulabilir.

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini incelemede RBC teorisi analitik araç olarak kullanılmıştır. Tanıma, kullanma, oluşturma, iç içe yerleşmiş eylemler ve pekiştirme başlıkları altında farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri, görüşme metinleri verilerek incelenmiştir. Öğrencilerin problem çözme sürecinde matematiksel düşünmeleri, farkındalık, akıl yürütme ve ilişkilendirme başlıkları altında incelenmiştir. Örnek olay çalışmalarında fark edilen örüntüler belirlenerek yorumlanmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde matematiksel güç ölçeğinden ve örnek olay çalışmalarından elde edilen bulgular ve yorumlar yer almaktadır.

4.1. Matematiksel Güç Ölçeği Bulguları

Matematiksel güç ölçeği, açık uçlu problemlerden ve çoktan seçmeli sorular içeren bilgi ölçeğinden oluşmaktadır. Bilgi ölçeği standart cevap anahtarı kullanılarak değerlendirilmiştir.

Açık uçlu problemlere verilen cevaplar nitel ve nicel veri haline dönüştürülüp analiz edilmiştir. Nicel analizde aralığı 0 ile 4 arasında değişen derecelendirilmiş puanlama anahtarı kullanılmıştır. Nitel analiz, Cai (2003) tarafından matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi için oluşturulan kategoriler doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Bu kategoriler; *cevabın doğruluğu ve hataların tespiti*, *çözümün gösterimi* ve *çözümün açıklanmasıdır.* Öğrencilerin ilişkilendirme, akıl yürütme ve iletişim becerileri bu kategoriler bağlamında incelenmiştir. Verilen cevaplar ile öğrencilerin akıl yürütmeleri ve problemde verilenler arasında ilişkilendirme yapmaları hakkında yorum yapılabileceği düşünülmektedir. Cai (2003) cevabın doğruluğunun ve kullanılan yolun incelenmesinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütmeleri, çözümün gösteriminin incelenmesinin matematik hakkında iletişim kurma yolları ve çözümün açıklanmasının akıl yürütme ve iletişim becerileri hakkında bilgi vereceğini belirtmektedir.

Cevabın doğruluğu ve hataların tespiti bölümünde yanlış verilen cevaplardaki ortak hatalar ve nicel verilerin analiz bulguları yer almaktadır. Rasgele seçilen 30 kitapçıktaki problemler incelenerek yapılan hatalar için kategoriler oluşturulmuştur. Bu kategorilere göre tüm kitapçıklar okunmuş ve ortak yapılan hataların frekansları belirlenmiştir. Sıklıkla yapılmayan ve belli bir yüzdeye ulaşmayan öğrenci cevapları bulgularda belirtilmemiştir. En düşük 0 ve en yüksek 4 puan verilerek nicel olarak değerlendirilen öğrenci cevaplarının frekansları da bu bölümde sunulmaktadır.

- 4 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması doğru, düşüncelerini doğru matematiksel gösterim ve sembollerle ifade eden, akıl yürütme biçimini net olarak ifade eden ve tam bir anlama içersinde olduğunu belirten cevaplara verilmiştir.
- 3 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması birkaç küçük hata veya belirsizlik dışında doğru olan, düşüncelerini doğru matematiksel gösterim ve sembollerle ifade eden, akıl yürütme biçimini ifade eden ve tam bir anlama içersinde olduğunu belirten cevaplara verilmiştir.
- 2 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması problemin biraz anlaşıldığını gösterse de, çözüme yönelik açıklamaları bazı yönlerden yetersiz bilgiye sahip olduğuna işaret eden cevaplara verilmiştir.
- 1 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması konu ile ilgili sınırlı bilgiye sahip olduğunu gösteren cevaplara verilmiştir.
- 0 puan; problemi yanlış çözen veya yanıtsız bırakılan cevaplara verilmiştir.

Çözümün gösterimi kategorisinde açıklama yapılan tüm cevaplarda kullanılan çözümlerin sözel gösterim (yazılı olarak), görsel gösterim (şema veya şekille) ve sembolik gösterim (matematiksel notasyonlarla) şeklinde olmaları ölçüt alınarak ulaşılan bulgular sunulmaktadır. Gösterimlere ilişkin bulguların sunulmasında bu gösterimlerin doğruluğunun veya uygunluğunun tartışılması değil, problemde tercih edilen gösterim şekillerinin ortaya konulması amaçlanmaktadır. Bulgularda, sıklıkla tercih edilen gösterim şekillerinin yüzdeleri belirtilmektedir.

Çözümün açıklanması kategorisinde doğru veya yanlış tüm öğrenci cevapları göz önüne alınmıştır. Çözümü tam olarak doğru olan öğrencilerin cevapları "tam ve ikna edici açıklama yapan" başlığı ile verilmektedir. "Belirsiz veya yetersiz açıklama yapan" başlığı ile öğrencinin açıklamasının tam olarak anlaşılamadığı veya açıklamasının yetersiz olduğu durumlar kastedilmektedir. "Yanlış açıklama yapan" başlığında, soruyu çözemeyen veya yanlış çözen ve açıklayan öğrenci cevapları yer almaktadır. Soruyu yanıtlayan ancak hiçbir açıklama yapmayan öğrencilerin cevapları, "hiçbir açıklama yapmayan" başlığında sunulmaktadır.

Öğrencilerin açık uçlu problemlerdeki ve bilgi ölçeğindeki performanslarına göre matematiksel güçlerinin dağılımı alt bölümlerde tablolarla belirtilmiştir. Düşük-D, Orta-O ve Yüksek-Y olarak kısaltılmıştır. Tablolardaki ilk harf açık uçlu problemlerdeki, ikinci harf çoktan seçmeli testteki performansları göstermektedir. Örneğin Y-O, açık uçlu problemlerde yüksek, çoktan seçmeli testten düşük performans gösteren öğrencileri temsil etmektedir.

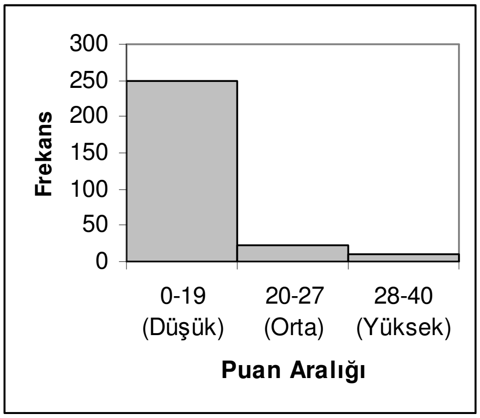
Öğrencilerin uygulanan ölçeklerdeki performansları, yukarıda açıklanan şekilde analiz edilmiştir. Alt bölümlerde bu analizlerin sonuçlarından elde edilen yüzdeler sunulmaktadır. Tüm bulgular bir arada değerlendirilerek en son alt bölümde toplu olarak yorumlanmıştır.

4.1.1. Altıncı Sınıf Öğrencilerine Ait Bulgular

Açık uçlu problemlerden alınan toplam puanların dağılımı Şekil 2' de, bilgi ölçeğinden alınan puanların dağılımı Şekil 3'de belirtilmektedir.

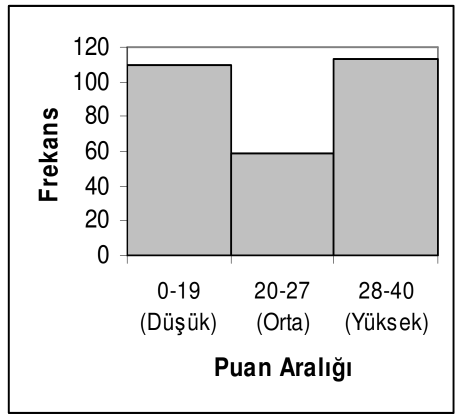
Şekil 2

6. Sınıf Açık Uçlu Problemlerinden Alınan Toplam Puanlarının Dağılımı



Şekil 3

6. Sınıf Bilgi Ölçeğinden Alınan Toplam Puanlarının Dağılımı



Açık uçlu problemlerde öğrencilerin %4’ü yüksek, %8’i orta ve %88’i düşük performans göstermiştir. Bilgi ölçeğinde öğrencilerin %40’ı yüksek, %21’i orta ve %39’u düşük performans göstermiştir. Altıncı sınıf öğrencilerin açık uçlu problemlere ve bilgi ölçeğine verdikleri yanıtlara göre matematiksel güçlerinin dağılımı Tablo 9’da verilmektedir.

Tablo 9

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Güçlerinin Dağılımı

	YÜKSEK (Y)			**ORTA (O)**			**DÜŞÜK (D)**			**Toplam**
	Y-Y	Y-O	O-Y	O-O	D-Y	Y-D	D-D	D-O	O-D	
f	7	3	15	7	92	0	108	49	1	282
%	3	1	5	3	33	0	38	17	0	100

Tablo incelendiğinde öğrencilerin matematiksel güçlerinin %9’unun yüksek, %36’sının orta ve %55’inin düşük olduğu görülmektedir. Frekanslar, D-Y, D-D ve D-O ikililerinde artmaktadır. Bu durum öğrencilerin açık uçlu problemlerde başarı düzeylerinin yetersiz olduğunun göstergesidir. Açık uçlu problemlerde yüksek performans gösteren öğrenciler bilgi ölçeğinde düşük performans göstermemiştir.

Bununla birlikte bilgi ölçeğinden yüksek alan öğrencilerin 92 tanesi açık uçlu problemlerde düşük performans göstermiştir. Bu durum öğrencilerin test tipi sınavlara yatkın olmalarından kaynaklanabilir. Açık uçlu problemlerde öğrencinin sonucu doğru olarak bulması yeterli görülmemiştir. Öğrencilerin açık uçlu problemlere verdikleri yanıtlar, buldukları sonuçlara ulaştıran düşünce biçimlerini ifade etmelerine göre de değerlendirilmiştir. Bilgi ölçeği ve açık uçlu problemlerdeki performans farklılığının bir diğer nedeni de bu olabilir.

Altıncı sınıf öğrencilerine uygulanan bilgi ölçeği Ek 1'de, açık uçlu problemler Ek 4'te verilmektedir. Öğrencilerin açık uçlu problemlere verdikleri cevaplara yapılan nitel analiz alt bölümlerde sunulmaktadır.

4.1.1.1. Problem 1'e İlişkin Bulgular

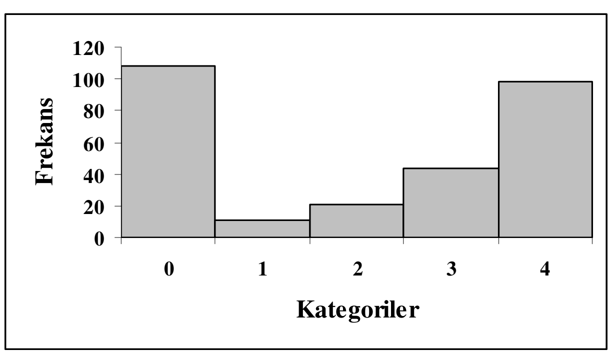
Problem 1'de öğrencilerden sözel olarak belirtilmiş örüntünün kuralını keşfetmeleri ve bu örüntünün on beşinci elemanını bulmaları istenmektedir. Problem öğrencilerin keşfetme ve problem çözmede nicel bilgiyi kullanma becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Problem 1'e öğrencilerin %51'i doğru, %49'u yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 4'de görülmektedir.

Şekil 4

6. Sınıf Öğrencilerinin Problem 1'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %57'si çözüm için bir örüntü aramak yerine, doğru orantı kurarak problemi çözmeye çalışmışlardır. "*2 çamaşır 3 mandalla asıldığına göre 15 çamaşır için 22,5 yani 23 mandal gereklidir"* cevabı en yaygın alınan yanıttır. Bu yanıtı veren öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkinin sadece orantısal olarak değişebileceğini düşündükleri söylenebilir. Öğrencilerin %18'i 15 tane üç parça çamaşırın problemde verildiği şekliyle asılacağını düşünerek cevabı 45 olarak belirtmişlerdir. Öğrencilerin %11'i *"15 parça çamaşır için 15 tane mandal gerekir"* cevabını vermiştir. Öğrencilerin %14'ü sadece yanıtı yazarak hiçbir açıklamada bulunmamıştır. Öğrencilerin hataları, problemin çözüme götürmeyecek mantıksal hatalardır.

Çözümün Gösterimi

Sözel gösterim en çok tercih edilen gösterim şekli olmuştur. Öğrencilerin %33'ü problemi görsel, %1'i sembolik ve %35'i de sözel gösterimle çözüm şekillerini ifade etmişlerdir. Çözümünü görsel olarak belirten öğrenciler, soruda verildiği şekliyle çamaşırların ipte asılı haline örnek vermişlerdir. Sözel gösterimle belirten öğrenciler, çamaşır ve mandal sayısı arasındaki örüntüyü sözel olarak ifade ederek açıklamışlardır. Sembolik gösterimle ifade eden öğrenciler ise, x gerekli mandal sayısını göstermek üzere x=15+1 şeklinde ifade etmişlerdir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin %51'i probleme ilişkin tam ve ikna edici açıklama yapmıştır. Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 10'da belirtilmektedir.

Tablo 10

6. Sınıf Problem 1’de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Her çamaşırın başına bir mandal takılmaktadır. En son çamaşırın ise hem başına hem sonuna mandal takılmaktadır. O halde 3 çamaşıra 3+1 yani dört, 4 çamaşıra 4+1 yani beş mandal takılır. Çamaşır sayısının 1 fazlası sayıda mandal gerekir. 15 çamaşır için 15+1 yani 16 mandal gerekir.*	142	51
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*15+1=16 tane mandal gerekir.*	32	11
Yanlış Açıklama Yapan	*Çamaşır sayısının 2 katı sayıda mandal gerekir.*	89	32
Hiç Açıklama Yapmayan	...	19	6
Toplam		282	100

Öğrencilerin %94’ü çözümünü açıklayarak problemi yanıtlamış, geri kalanı sadece yanıtı yazarak açıklama yapmamıştır. Her ne kadar öğrencilerin yarıdan fazlası tam ve ikna edici açıklama yapmış olsa da, tam açıklama yapamayanların çoğunluğu açıklama yapmaya çalışmışlardır.

4.1.1.2. Problem 2’ye İlişkin Bulgular

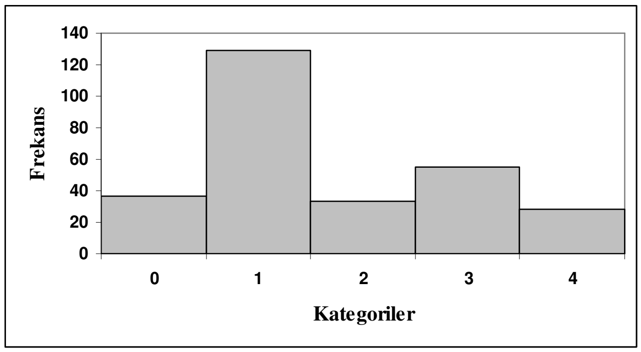
Problem 2’de öğrencilerden soruda verilen takvimde belirtildiği şekildeki tarihlerin çapraz toplamlarının birbirine neden eşit olduğunu açıklamaları istenmektedir. Problem öğrencilerin sayılarla ilgili olarak verilen bir durumu akıl yürüterek ve mantıklı bir nedene dayandırarak açıklayabilmelerini gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Problem 2'ye öğrencilerin %29'u doğru, %71'i yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 5'de görülmektedir.

Şekil 5

6. Sınıf Öğrencilerinin Problem 2'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %65'i sadece benzer biçimde tarih bulmuş ancak hiçbir açıklama yapmamıştır. 1 puan alan öğrenci sayısının fazla olmasının nedeni budur. %7'si alt alta gelen sayılar arasında orantı olduğunu belirtmişlerdir. %11'i tesadüfen eşit olduğunu ve bunu açıklayabilecek bir yol olmadığını belirtmişlerdir.

Çözümün gösterimi

Öğrencilerin %85'i sözel gösterimi, %7'si sembolik gösterimi kullanmıştır. Görsel gösterim kullanılmamıştır. Problemin yapısının sözel gösterime daha uygun olduğu söylenebilir. Çözümünü sözel olarak belirten öğrenciler, soruda istenen açıklamayı yazılı olarak belirtmişlerdir. Sembolik gösterimle ifade eden öğrenciler ardışık günleri a ve b, altlarına gelen tarihleri a+7 ve b+7, çapraz toplamların eşitliğini a+b+7=a+7+b olarak doğru şekilde belirtmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin %29'u problem çözümünü tam olarak açıklayabilmiştir. Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 11' de belirtilmektedir.

Tablo 11

6. Sınıf Problem 2'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Örnek:7+5=12,14+8=22;23+31=54, 30+24=54. Bir haftada 7 gün vardır. Her zaman tarihin altındaki sayı 7 fazladır. Bu günlerin arasında da 1 gün vardır. Bunun için birbirlerini tamamlıyorlar.*	82	29
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*6+14, 7+13; 20+28, 21+27 Her zaman eşit olur.*	141	50
Yanlış Açıklama Yapan	*Böyle bir eşitlik olamaz. Tesadüftür.*	25	9
Hiç Açıklama Yapmayan	...	34	12
Toplam		282	100

Öğrencilerin %88'i çözümünü açıklayarak problemi yanıtlamıştır. Doğru yanıt veren tüm öğrenciler tam ve ikna edici açıklama yapmışlardır.

4.1.1.3. Problem 3'e İlişkin Bulgular

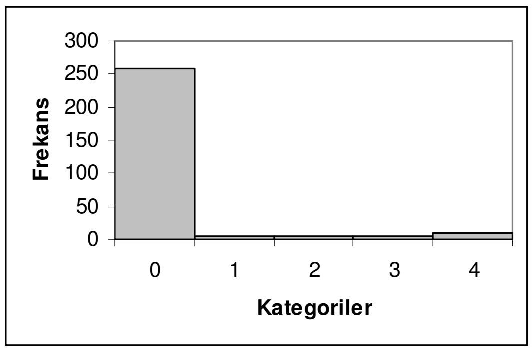
Problem 3'te öğrencilerden puan sıralaması verilen bir yarışma sonucunu verilen şartlar doğrultusunda değiştirmeleri istenmektedir. Problem öğrencilerin esnek düşünme ve akıl yürütme becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Problem 3'e öğrencilerin %5'i doğru, %95'i yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 6'da görülmektedir.

Şekil 6

6. Sınıf Öğrencilerinin Problem 3'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Öğrencilerin problemde belirtilen kuralı göz önüne almaksızın çözüm yapmaları, bu soruda en çok rastlanan yanlıştır. Öğrencilerin istedikleri tüm ülkelerin puanlarını değiştirerek problemi çözmesi değil, problemin çözümüne götürecek üç ülkeyi seçmesi ve 1 ile 9 arasında puanları uygun şekilde vererek istenen sıralamayı yapmaları beklenmektedir. Yanlış yapan öğrencilerin %95'i problemi bu şekilde çözmüştür.

Çözümün gösterimi

Problemi öğrencilerin %5'i görsel olarak, %92'si sözel olarak ifade etmişlerdir. Sembolik gösterimi hiçbir öğrenci kullanmamıştır. Çözümü görsel olarak ifade eden öğrenciler tabloyu yeniden oluşturmuştur. Çözümü sözel olarak ifade eden öğrenciler ise yaptıkları puan değişikliklerini açıklayarak yanıt vermişlerdir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin sadece 3'ü hiçbir açıklama yapmamıştır. Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 12'de belirtilmektedir.

Tablo 12

6. Sınıf Problem 3'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Bizden 3 ülkenin puanlamasının değiştirilmesi istendiği için Macaristan, Hollanda ve Fransa'nın verdiği puanları değiştirdim. Bu ülkeler sırasıyla 6-4-2-0-3-7-8-5-9-1 puanlarını verir. Böylece Sırbistan birinci, Norveç ikinci, Moldova üçüncü olur.*	15	5
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Çizelge üzerinde puanları değiştirdim.*	5	2
Yanlış Açıklama Yapan	*Üçten çok ülkenin puanlaması değiştirilerek çözülür.*	254	90
Hiç Açıklama Yapmayan	...	8	3
Toplam		282	100

Problemin çözümüne ilişkin açıklama yapan öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun yanlış açıklama yaptığı görülmektedir.

4.1.1.4. Problem 4'e İlişkin Bulgular

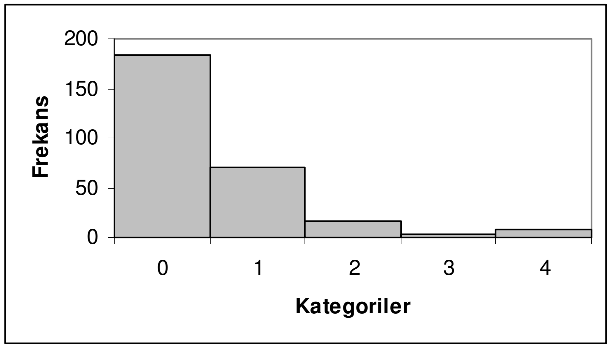
Problem 4'te öğrencilerden verilen değerler arasındaki örüntüyü keşfederek ve ilişki kurarak problemi çözmeleri istenmektedir. Problem öğrencilerin ilişkilendirme ve keşfetme becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Bu probleme verilen doğru yanıt oranı oldukça düşüktür. Öğrencilerin %4'ü doğru, %96'sı yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 7'de görülmektedir.

Şekil 7

6. Sınıf Öğrencilerinin Problem 4'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Problemi yanlış çözen öğrencilerin %85'i verilen değerler arasında ilişki bulamamıştır. %11'i ilişkiyi yanlış şekilde kurmuştur. Örneğin "*Gezilecek yeri çok olan filmin tanıtım filmi daha uzun sürede bilgisayara indirilir*" cevabındaki gibi yanlış şekilde ilişkilendirme yapmışlardır.

Çözümün gösterimi

Her ne kadar problem sembolik gösterimle çözüme daha uygun olsa da, öğrencilerin %61'i düşüncelerini sözel gösterimle ifade etmiştir. %3'ü sembolik gösterimle çözümlerini belirtmiştir. Sembolik gösterimi kullanan öğrenciler, Marmara ve İzmir filmlerine 2x, İstanbul filmine 3x ve Akdeniz ve Ege Bölgesi filmlerine 4x diyerek 2x+2x+3x+4x+4x=180 ifadesiyle problemi çözmüşlerdir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin %64'ü problem çözümlerini açıklamıştır. Çözümlerin açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 13'de belirtilmektedir.

Tablo 13

6. Sınıf Problem 4'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Marmara ve İzmir filmi ve Akdeniz ile Ege filminin indirilme süreleri eşittir. Çünkü bu filmlerin boyutları birbirine eşittir. Marmara= 2a, İstanbul=3a, Akdeniz=4a, Ege=4a, İzmir=2a olur. Toplamda 15a eder. 3 saat 180 dakika 10800 saniyedir. 10800:15=720 saniye=a'dır. Bu durumda Marmara= 1440 saniye, İstanbul=2160 saniye, Akdeniz=2880 saniye, Ege=2280 saniye, İzmir=1440 saniye olur.*	11	4
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*İlişki vardır. Marmara Bölgesi ile İzmir tanıtım filmi en erken, Akdeniz ile Ege Bölgesi tanıtım filmleri en geç iner.*	30	11
Yanlış Açıklama Yapan	*İlişki yoktur. Filmlerin bilgisayara indirilme süresi bu verilerle hesaplanamaz.*	230	81
Hiç Açıklama Yapmayan	...	11	4
Toplam		282	100

Öğrencilerin %96'sı çözümünü açıklamış, %4'ü açıklamamıştır.

4.1.1.5. Problem 5'e İlişkin Bulgular

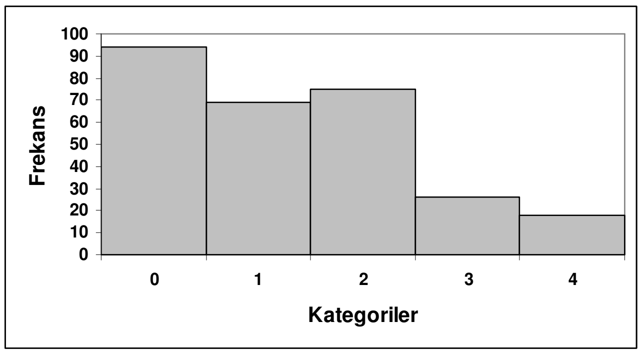
Problem 5'te öğrencilerden verilere göre problem durumunu değerlendirmeleri ve bir tahminde bulunmaları istenmektedir. Problem, öğrencilerin tahminde bulunma ve problem çözmek için nicel veriyi kullanma becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Problem 5'e öğrencilerin %16'sı doğru, %84'ü yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 8'de görülmektedir.

Şekil 8

6. Sınıf Öğrencilerinin Problem 5'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %62'si problemde değer aralığına göre yanıt aranmasına karşın, aritmetik ortalama alarak tahminde bulunmuştur. Öğrencilerin 12'si ise verilerin hiçbirini kullanmadan görüşünü bildirmiştir. "*Bir kere 915 puan almış, biraz daha gayret ederse tüm okulları kazanır*" cevabı örek olarak verilebilir.

Çözümün gösterimi

Öğrencilerin %74'ü probleme ilişkin çözümünü sözel gösterimle ifade etmiştir. Yapılan hesaplamalar ve ulaşılan sonuç yazılı olarak belirtilmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin %74'ü çözümüne açıklama getirmiştir. Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 14'de belirtilmektedir.

Tablo 14

6. Sınıf Problem 5'e Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Özgür en düşük 701,013 puanı, en yüksek 915,617 puanı almıştır. Bu yüzden Atatürk Anadolu Lisesi hariç her liseye girer. Atatürk Anadolu Lisesinin puanı 915,617'den daha fazladır.*	40	14
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Kazanabileceği okullar Milli Piyango AL, Adnan Menderes AL ve Gazi AL olabilir.*	5	2
Yanlış Açıklama Yapan	*Hiçbirini kazanamaz.*	175	62
Hiç Açıklama Yapmayan	...	62	22
Toplam		282	100

Öğrencilerin çoğunluğunun çözümünün yanlış olması nedeniyle, yapılan açıklamaların da büyük bir çoğunluğu yanlıştır.

4.1.1.6. Problem 6'ya İlişkin Bulgular

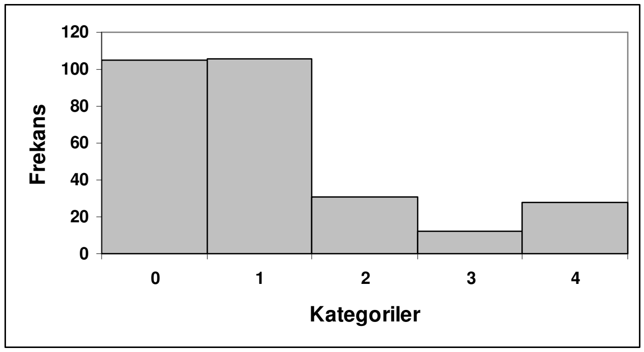
Problem 6'da öğrencilerden verilen bilgileri kullanarak, renklerin tahtada bulunmalarını ilişkisel olarak ifade etmeleri istenmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Problem 6'ya öğrencilerin %14'ü doğru, %86'sı yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 9'da görülmektedir.

Şekil 9

6. Sınıf Öğrencilerinin Problem 6'dan Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış cevap veren öğrencilerin %43'ü renklerin hedef tahtasında bulunma sayılarını hesaplayamamış veya yanlış hesaplamıştır. %17'si ise ilişkiyi bulmadan soruyu yanıtlamıştır. "*Sonuçta şans, belli olmaz. Ben mavi dilime isabet ettireceğini tahmin ediyorum.*" Buna verilebilecek bir örnektir.

Çözümün gösterimi

Öğrencilerin %33'ü sembolle gösterimi, %12'si şekille gösterimi, 29'u sözel gösterimi kullanmıştır. Sembolle gösterimi kullanan öğrenciler S=3K, Y=2.3K=6K, M=6K/3=2K, T=2.2K=4K şeklinde renkler arasındaki ilişkiyi belirtmiştir. Şekille gösteren öğrenciler hedef tahtası üzerinde renk oranlarına göre dağılım yapmıştır. Sözel olarak gösterimi kullanan öğrenciler ise renklerin bulunma sayılarını yazılı olarak açıklamışlardır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin %74'ü çözümünü açıklamıştır. Çözümlerin açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 15'de belirtilmektedir.

Tablo 15

6. Sınıf Problem 6'da Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Her dilimi kırmızı renkte eşitledim. Bu durumda S=3K, Y=2.3K=6K, M=6K/3=2K, T=2.2K=4K olur. Dairede daha fazla yer kaplayan renge isabet etme olasılığı daha fazla olduğundan atılan okun sarıya isabet etme olasılığı daha çoktur.*	35	13
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Sarıya isabet etme olasılığı daha fazladır. Çünkü dilim sayısı daha fazladır.*	4	1
Yanlış Açıklama Yapan	*Mavi dilim sayısı sarı dilim sayısından çok olduğundan sarıya isabet etme olasılığı daha fazladır.*	145	51
Hiç Açıklama Yapmayan	...	98	35
Toplam		282	100

Öğrencilerin %65'i çözümüne ilişkin düşüncesini açıklamıştır.

4.1.1.7. Problem 7'ye İlişkin Bulgular

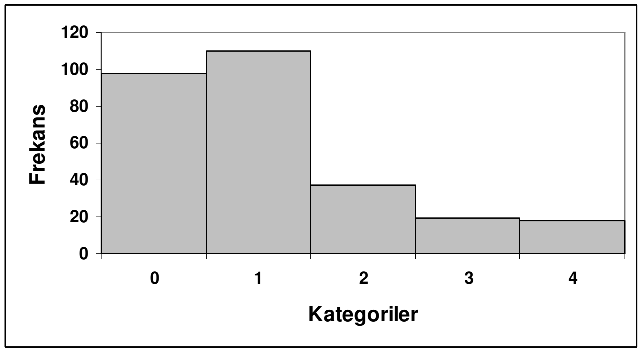
Problem 7 öğrencilerden verilen durumun ortaya çıkma nedenini matematiksel olarak nasıl açıklanabileceğini istemektedir. Problem öğrencilerin keşfetme ve akıl yürütme becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %13'ü problem 7'ye doğru, %87'si yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 10'da görülmektedir.

Şekil 10

6. Sınıf Öğrencilerinin Problem 7'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %65'i sayıların toplamı tekse bölüneceğini, çiftse bölünmeyeceğini belirtmiştir. Bu durum sadece tek sayıların üç ile bölünebileceğini düşündüklerini göstermektedir. Öğrencilerin 32'si ardışık üç sayı olduğu için üç ile tam bölünebileceğini dört ardışık sayının da dört ile tam bölüneceğini belirtmiştir.

Çözümün gösterimi

Öğrencilerin %20'si sembolik gösterimi, %67'si sözel gösterimi kullanmıştır. Sembolik gösterimi kullanan öğrenciler ardışık sayıları x, x+1, x+2 olarak belirtmiştir. Sözel gösterimi kullananlar ise sayıların toplamlarındaki artışları yazılı olarak açıklamışlardır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 16'da belirtilmektedir.

Tablo 16

6. Sınıf Problem 7'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Evet, ardışık üç tam sayının toplamı 3 ile tam bölünür. Mesela üç ardışık tam sayı yazalım. x-1, x, x+1. Toplamları alınırsa x-1+x+x+1 = 3x bulunur. Bu da 3 ile tam bölünür.*	37	13
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Bölünebilir.*	50	18
Yanlış Açıklama Yapan	*Bazen bölünür bazen bölünmez. Sayıya göre değişir.*	159	56
Hiç Açıklama Yapmayan	...	36	13
Toplam		282	100

Öğrencilerin %87'si çözümlerine açıklama getirmiştir. Probleme tam ve ikna edici açıklama getiren öğrenciler aynı zamanda problemi doğru çözen öğrencilerdir.

4.1.1.8. Problem 8'e İlişkin Bulgular

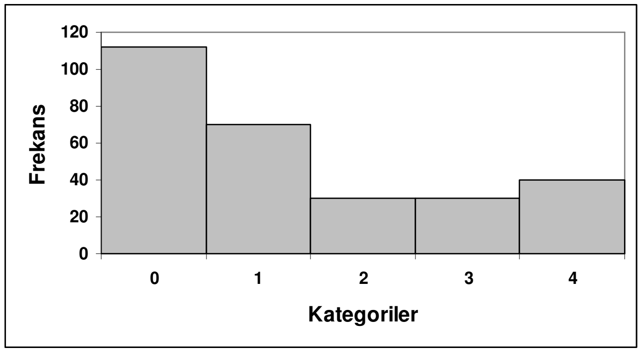
Problem 8 öğrencilerden verilen şekillerin kapladıkları alanlar arasındaki ilişkiyi keşfetmelerini istemektedir. Problem öğrencilerin akıl yürütme kullanma becerilerinin varlığını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Problem 8'e öğrencilerin %25'i doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 11'de görülmektedir.

Şekil 11

6. Sınıf Öğrencilerinin Problem 8'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %63'ü problemde verilen ilişkiyi kullanmak yerine, halıda bulunan şekil sayısından hareketle yanıt vermişlerdir. %12'si ise herhangi bir nedene dayandırmadan ve ilişkiyi bulmadan fikir belirtmiştir.

Çözümün gösterimi

Öğrencilerin %21'i sembolik gösterimi, %56'sı sözel gösterimi kullanmıştır. Sembolik gösterimi kullanan öğrenciler üçgensel bölgeyi x, karesel bölgeyi 2x, dikdörtgensel bölgeyi 3x, dairesel bölgeyi x şeklinde belirtmişlerdir. Sözel gösterimi kullanan öğrenciler şekiller arasındaki ilişkiyi yazılı olarak açıklamışlardır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular aşağıdaki Tablo 17'de belirtilmektedir.

Tablo 17

6. Sınıf Problem 8'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Üçgensel bölgeye 2 birim ip giderse karesel bölge 4 birim, dikdörtgensel bölge 6 birim, dairesel bölge 2 birim ip gider. Bu nedenle halı üzerinde dikdörtgensel bölge en fazla alanı kaplar.*	70	25
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*En fazla alanı dikdörtgensel şekiller kaplar.*	21	8
Yanlış Açıklama Yapan	*En fazla alanı üçgensel şekiller kaplar.*	160	57
Hiç Açıklama Yapmayan	...	31	10
Toplam		282	100

Öğrencilerin %75'i çözümünü tam ve doğru olarak açıklayamamıştır.

4.1.1.9. Problem 9'a İlişkin Bulgular

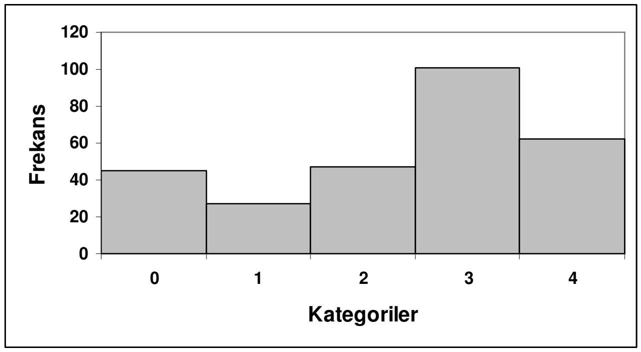
Problem 9'da öğrencilerden verilen durumlara uygun olacak seçimler yapmaları istenmektedir. Problem öğrencilerin karar verme ve problem çözmede nicel ve görsel bilgileri kullanma becerilerinin varlığını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Problem 9 öğrencilerin diğer problemlere göre daha fazla başarı gösterdiği bir problemdir. Öğrencilerin %58'i doğru, %42'si yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 12'de görülmektedir.

Şekil 12

6. Sınıf Öğrencilerinin Problem 9'dan Aldıkları Puanların Dağılımı



Öğrencilerin en çok 0-100km/sn hızlanma kategorisinde yanıldığı görülmektedir. Burada öğrencilerin en küçük değeri belirlemeleri gerekirken en büyük değere sahip olan arabayı seçtikleri görülmüştür.

Çözümün gösterimi

Cevap veren öğrencilerin %95'i sözel olarak gösterimi tercih etmektedir.

Çözümün Açıklanması

Çözümlerin açıklanmasına ilişkin bulgular aşağıdaki Tablo 18'de belirtilmektedir.

Tablo 18

6. Sınıf Problem 9'da Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Yusuf şehirlerarasında en az yakıtı kullanan Volkswagen'i seçmelidir. Hülya, bagajı en büyük olan Renault'u seçmelidir. Cem en çabuk hızlanan Peugeot'u seçmelidir. Ali son hızı en yüksek olan Peugeot'u seçmelidir.*	112	40
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Volkswagen- Renault- Opel- Peugeot*	52	18
Yanlış Açıklama Yapan	*Opel- Peugeot - Renault- Volkswagen*	104	37
Hiç Açıklama Yapmayan	...	14	5
Toplam		282	100

Bu problemde öğrencilerin verileri değerlendirerek karar vermede ve düşünme şekillerini açıklamada yüksek performans gösterdikleri görülmektedir.

4.1.1.10. Problem 10'a İlişkin Bulgular

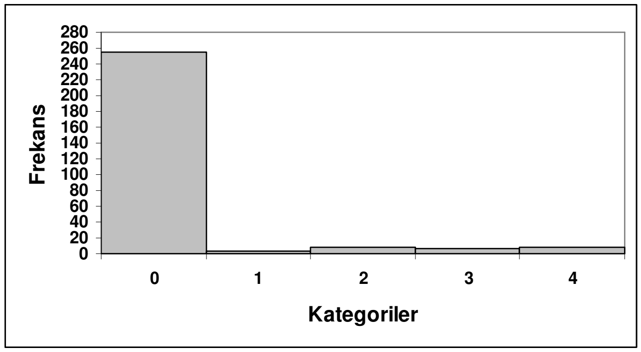
Problem 10'da öğrencilerden verilen iki grafiği birlikte yorumlamaları ve bu yorumlara dayanarak bir tahminde bulunmaları istenmektedir. Problem öğrencilerin tahmin etme ve problem çözmede nicel ve görsel bilgileri kullanma becerilerinin varlığını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Problem 10'da doğru yanıt oranı oldukça düşüktür. Öğrencilerin %5'i doğru yanıt vermiştir. %95'i yanlış cevap vererek veya soruyu boş bırakarak sıfır puan almıştır. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 13'de görülmektedir.

Şekil 13

6. Sınıf Öğrencilerinin Problem 10'dan Aldıkları Puanların Dağılımı



Öğrencilerin %94 soruyu yanlış yanıtlamıştır. Problemin iki grafikteki verileri birlikte yorumlayarak tahminde bulunmayı gerektirmesi yanlış çözülmesinde etken olabilir. Yanlış yanıt verenlerin %87'si problemi verilere dayalı olarak değil, kendi fikirlerine göre yanıtlamıştır. "*Bu cevabı gelir düzeyi düşük olanlar vermiş olabilir, çünkü onlar umutsuz olur*." Alınan örnek olabilecek yanıtlardan bir tanesidir.

Çözümün gösterimi

Öğrencilerin %76'sı düşüncesini sözel gösterimle ifade etmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin %6'sı konuyla ilgili tam açıklama yapmıştır. Çözümlerin açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 19'da belirtilmektedir.

Tablo 19

6. Sınıf Problem 10'da Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*2. grafikte gerileyecek diyenler %11,5'tur. Aynı fikri ilk grafikte bu oranda söyleyenler 417–583 gelir grubuna sahip olanlardır.*	10	4
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*417–583*	7	3
Yanlış Açıklama Yapan	*834–1166. Çünkü geliri yüksek olanlar böyle düşünebilir.*	231	82
Hiç Açıklama Yapmayan	...	34	11
Toplam		282	100

Problemde öğrenciler genelde açıklamalarını verilere değil, görüşlerine dayandırarak yapmışlardır. Bu nedenle bu soruda yanlış açıklama yapma yüzdesi yüksektir.

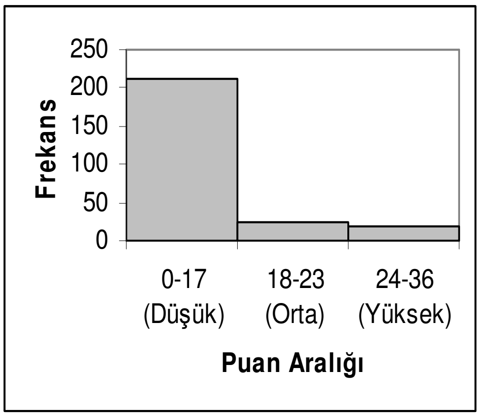
4.1.1.11. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Bulgularının Değerlendirilmesi

Altıncı sınıf öğrencilerinin performansları genel olarak değerlendirildiğinde öğrencilerin veri grupları arasındaki ilişkilendirmelerin gerekli olduğu problemlerde (problem 10 gibi) basit ilişkilendirmelerin gerektiği problemlere göre (problem 1 gibi) daha yetersiz olduğu görülmüştür. Tüm problemlerde öğrencilerin büyük çoğunluğunun açıklamalarının yetersiz veya yanlış olduğu tespit edilmiştir. Bu yetersizliğin nedenlerinden biri problemleri yanlış şekilde akıl yürüterek çözmelerinden ötürü yanlış açıklamalarından kaynaklanıyor olabilir. Bir diğer nedenin de öğrencilerin çözümlerini ifade etmede yani iletişim kurmada sıkıntı yaşamaları olduğu düşünülebilir.

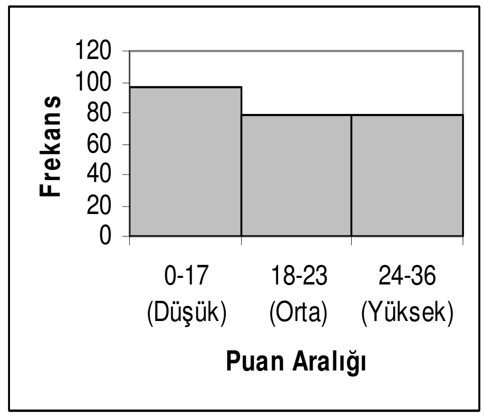
4.1.2. Yedinci Sınıf Öğrencilerine Ait Bulgular

Açık uçlu problemlerden alınan toplam puanların dağılımı Şekil 14' de, bilgi ölçeğinden alınan puanların dağılımı Şekil 15'de belirtilmektedir.

Şekil 14
7. Sınıf Açık Uçlu Problemlerinden Alınan Toplam Puanlarının Dağılımı



Şekil 15
7. Sınıf Bilgi Ölçeğinden Alınan Toplam Puanlarının Dağılımı



Açık uçlu problemlerde öğrencilerin %8'i yüksek, %9'u orta ve %83'ü düşük performans göstermiştir. Bilgi ölçeğinde öğrencilerin %31'i yüksek, %31'i orta ve %38'i düşük performans göstermiştir. Yedinci sınıf öğrencilerin açık uçlu problemlere ve bilgi ölçeğine verdikleri yanıtlara göre matematiksel güçlerinin dağılımı Tablo 20'de verilmektedir.

Tablo 20
Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Güçlerinin Dağılımı

	YÜKSEK (Y)			ORTA (O)			DÜŞÜK (D)			**Toplam**
	Y-Y	Y-O	O-Y	O-O	D-Y	Y-D	D-D	D-O	O-D	
f	17	2	15	7	47	0	95	69	2	254
%	6	1	6	3	19	0	37	27	1	100

Tablo 20 incelendiğinde öğrencilerin matematiksel güçlerinin %13'ünün yüksek, %22'sinin orta ve %65'inin düşük olduğu görülmektedir. Frekanslar, D-D ve D-O ikililerinde artmaktadır. Öğrencilerin %37'si her iki ölçekten de düşük puan almıştır. Öğrencilerin %19'u bilgi ölçeğinden yüksek puan aldığı halde, açık uçlu problemlerde düşük puan almıştır. Bu durum öğrencilerin açık uçlu problemlerde, bilgi ölçeğine göre daha az başarılı olduğunu göstermektedir.

Yedinci sınıf öğrencilerine uygulanan bilgi ölçeği Ek 2'de, açık uçlu problemler Ek 5'de verilmektedir. Öğrencilerin açık uçlu problemlere verdikleri cevapların nitel veri analizi alt bölümlerde sunulmaktadır.

4.1.2.1. Problem 1'e İlişkin Bulgular

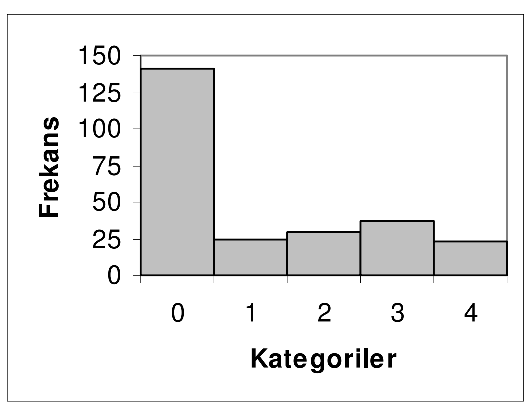
Problem 1'de öğrencilerden iki ondalık kesir arasındaki ilişkiyi görsel olarak ifade etmeleri istenmektedir. Problem öğrencilerin problem çözmede nicel ve görsel bilgiyi kullanma becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %24'ü soruya doğru, %76'sı yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 16'da görülmektedir.

Şekil 16

7. Sınıf Öğrencilerinin Problem 1'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Problem ondalık kesirlerin sayı doğrusunda gösteriminin değiştirilmiş şekli olmasına karşın doğru cevaplanma yüzdesi yüksek değildir. Yanlış yanıt veren öğrencilerde en sık rastlanan yanlışlık, probleme oransal olarak yaklaşmamadır. Öğrencilerin %65'i verilenlerin farkını alarak problemi çözmeye çalışmışlardır.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %77'si ibrenin durması gereken yeri şekil olarak belirterek görsel gösterimi kullanmışlardır. Hem görsel gösterimi hem de sözel gösterimi kullananlar %74'tür.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 21'de belirtilmektedir.

Tablo 21

7. Sınıf Problem 1'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Tam yarısı 1,67'dir. O halde ibre, ortanın biraz solunda yer alır. Tam yeri için saniyeye çevrilip oranlanırsa 90/317 o da tamamının yüzde 40 civarındadır.*	60	24
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*İbre, ortaya yakındır.*	29	11
Hiç Açıklama Yapmayan	…	24	9
Yanlış Açıklama Yapan	*İbre sona yakındır.*	141	56
Toplam		254	100

Öğrencilerin %91'i çözümlerini açıklamıştır. Ancak açıklama yapanların büyük bir çoğunluğu yanlış açıklama yapmıştır.

4.1.2.2. Problem 2’ye İlişkin Bulgular

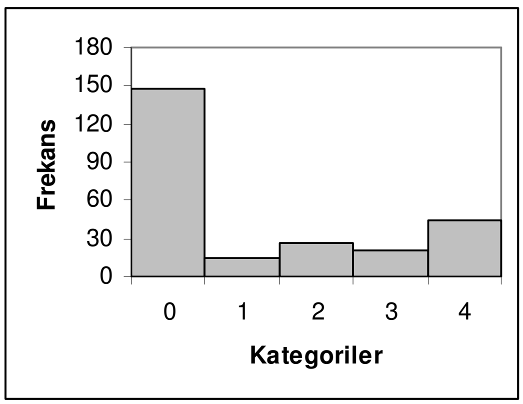
Problem 2’de öğrencilerden silindirin hacim formülünden yararlanarak belli değerler eşit olduğunda iki silindirin hacimleri arasındaki ilişkiyi bulmaları istenmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %26’sı soruya doğru, %74’ü yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 17’de görülmektedir.

Şekil 17

7. Sınıf Öğrencilerinin Problem 2’den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış cevap veren öğrencilerin %57’si hacimle ilişki kurmadan problemi çözmektedir. İlişki “paranın kütlesine bağlıdır” veya “paranın ağırlığına bağlıdır” en sık rastlanan cevaplardandır.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %54’ü silindirin hacim formülünü kullanarak sembolik gösterimi tercih etmiştir. Sadece açıklama yaparak sözel gösterimi kullananlar, öğrencilerin %46’sını oluşturmaktadır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular tabloda belirtilmektedir.

Tablo 22

7. Sınıf Problem 2'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Madeni paraların yükseklikleri eşit ise yarıçaplarının karelerinin oranına bağlıdır. Çünkü* $\prod$ *sabittir, yükseklikler eşitse geriye yarıçaplar kalır.*	66	26
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Yükseklikler eşit ise yarıçaplarının oranına bağlıdır.*	26	10
Hiç Açıklama Yapmayan	…	15	6
Yanlış Açıklama Yapan	*Kütlesine bağlıdır.*	147	58
Toplam		254	100

Öğrencilerin yarıdan fazlası yanlış açıklama yapmıştır. Açıklama yapan öğrencilerin yaklaşık yarısı, tam ve ikna edici açıklama yapmıştır.

4.1.2.3. Problem 3'e İlişkin Bulgular

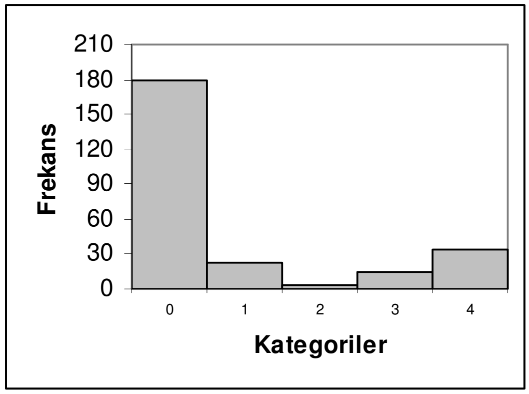
Problem 3'te öğrencilerden verilen şekillerin kapladıkları alanlar arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri istenmektedir. Problem, öğrencilerden akıl yürütme becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %19'u soruya doğru, %81'i yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 18'de görülmektedir.

Şekil 18

7. Sınıf Öğrencilerinin Problem 3'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış açıklama yapan öğrencilerin %57'si sadece şekilde verilen üçgensel figürleri sayarak yanıt vermiştir. Öğrencilerin %29'u geometrik figürlerin oransal ilişkilerini cebirsel olarak ifade edebilmiş ancak şekildeki sayıları göz önüne almadan sonuca ulaşmaya çalışmıştır.

Çözümün Gösterimi

Bu problemde en sık rastlanan gösterim biçimi, sembolik gösterimdir. Üçgensel ve dairesel figürlere x, karesel figürlere 2x, dikdörtgensel figürlere 3x denilerek çözüm için çalışılmıştır. Öğrencilerin %43'ü sembolik gösterimi kullanmıştır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 23'de belirtilmektedir.

Tablo 23

7. Sınıf Problem 3'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Üçgensel olana x dersek, dairesel x, karesel 2x, dikdörtgensel 3x'tir. Halıdakileri, bunları kullanarak toplarsak 37x olur. O halde x, 2'dir. 2 ile 8'i çarparsak 16 bulunur.*	48	19
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*16 bulunur.*	4	2
Hiç Açıklama Yapmayan	…	23	9
Yanlış Açıklama Yapan	*Halıda 8 üçgen vardır, diğer yarısında da 8 var toplam 16 bulunur.*	179	70
Toplam		254	100

Öğrencilerin %91'i çözümünü açıklamıştır. Ancak yapılan açıklamaların büyük bir çoğunluğu yanlıştır.

4.1.2.4. Problem 4'e İlişkin Bulgular

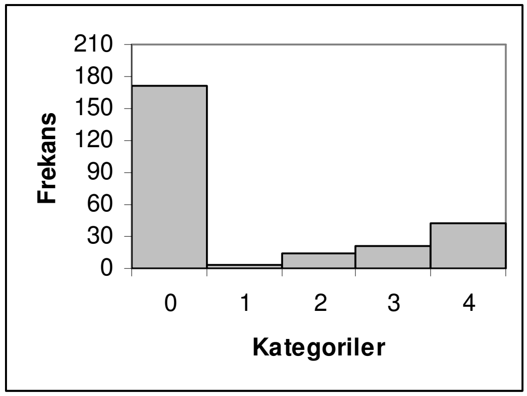
Problemde öğrencilerden belli hareketlerin yapılması durumunda tüp içindeki küplerin sırasının ne olacağını bulmaları istenmektedir. Bu problemde öğrencilerin görsel algıları ile öğrenmelerini ilişkilendirmeleri gerekmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %25'i soruya doğru, %75'i yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 19'da görülmektedir.

Şekil 19

7. Sınıf Öğrencilerinin Problem 4'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %83'ü tam ters sıralamayı vermişlerdir. Öğrenciler, tüpün 180 derece döndürüldüğünün söylenmesi nedeniyle bu yanıt verilmiş olabilir.

Çözümün Gösterimi

Bu soruda en çok kullanılan gösterim, sözel gösterimdir. Öğrencilerin %81'i açıklama yaparak cevaplarını belirtmeyi tercih etmiştir. Öğrencilerin küçük bir kısmı da tüpün çevrilmesini resmederek görsel gösterimi kullanmıştır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 24'de belirtilmektedir.

Tablo 24

7. Sınıf Problem 4'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Kırmızı, sarı, mavi, yeşil. Çünkü yapılan hareketler onların yerini değiştirmez.*	64	25
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Kırmızı, sarı, mavi, yeşil.*	14	6
Hiç Açıklama Yapmayan	…	4	2
Yanlış Açıklama Yapan	*Yeşil. mavi, sarı, kırmızı. Hareketler yapılırsa, küplerin yerleri değişir.*	172	67
Toplam		254	100

Öğrencilerin dörtte biri tam olarak açıklama yapabilmiş, yarıdan fazlası yanlış açıklama yapmıştır. Öğrencilerin çözümlerini açıklayamaması matematiksel güç kavramında önemli yeri olan iletişim kurma noktasındaki sıkıntılarının bir göstergesi olabilir.

4.1.2.5. Problem 5'e İlişkin Bulgular

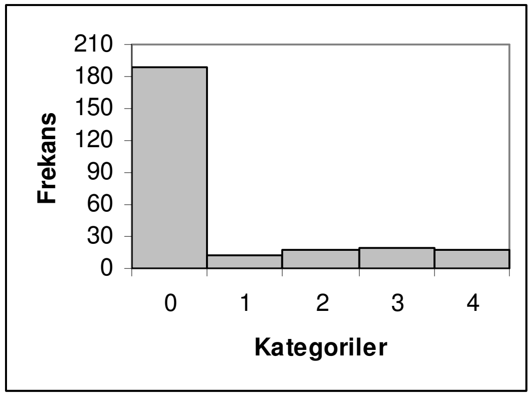
Problem 5'te öğrencilerden pay ve paydası arasındaki fark aynı olan basit kesirlerden paydası büyük olanın mı yoksa küçük olanın mı 1'e daha yakın olduğu sorulmaktadır. Problem öğrencilerin böyle bir bilginin varlığını araştırmaları nedeniyle keşfetme ve düşüncelerinin nedenini açıklama yönüyle iletişim becerilerinin varlığını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %15'i soruya doğru, %85'i yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 20'de görülmektedir.

Şekil 20

7. Sınıf Öğrencilerinin Problem 5'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %98'i problemde basit kesir denmesine karşın, bileşik kesirlerle denemeler yaparak yanlış sonuca ulaşmışlardır. Bu çözümü yapan öğrencilerin basit kesir ve bileşik kesir ayırımını yapamadıkları veya dikkatsizlikten yanlış yaptıkları söylenebilir. %74'ü pay ile payda arasındaki fark aynı olmayan kesirleri karşılaştırarak yanlış sonuca ulaşmışlardır. %14'ü negatif değerleri de kullanarak sonuca ulaşmaya çalışmışlardır.

Çözümün Gösterimi

Bu problemde en çok kullanılan gösterim biçimi, sözel gösterimdir. Öğrencilerin %75'i çözümlerini açıklayarak ifade etmişlerdir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular aşağıdaki Tablo 25'de belirtilmektedir.

Tablo 25

7. Sınıf Problem 5'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Paydası büyük olan 1'e daha yakındır çünkü paydaları eşitlenince paydası büyük olanın payı daha büyük olur.*	37	15
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Paydası büyük olan 1'e daha yakındır.*	17	7
Hiç Açıklama Yapmayan	…	12	5
Yanlış Açıklama Yapan	*Paydası küçük olan 1'e daha yakındır*	188	73
Toplam		254	100

Öğrenciler daha önceki problemlerde olduğu gibi, çözümlerini açıklamada güçlük çekmişlerdir. Öğrencilerin %22'si belirsiz açıklama yaparken veya hiç açıklama yapmazken, büyük çoğunluğu yanlış açıklama yapmıştır.

4.1.2.6. Problem 6'ya İlişkin Bulgular

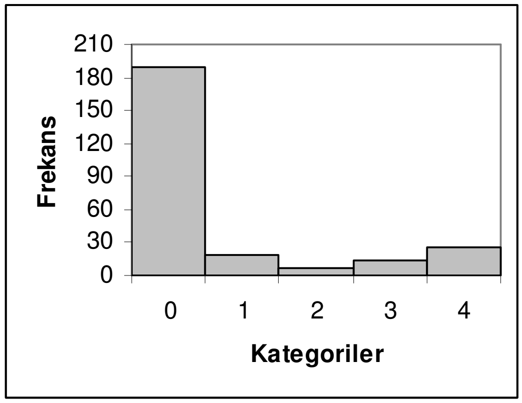
Problemde verilen renk ilişkilerini kullanarak hedef tahtasında her bir rengin kaç dilimden oluştuğu sorulmaktadır. Problem öğrencilerin ilişkisel düşünmelerini gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %15'i soruya doğru, %85'i yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 21'de görülmektedir.

Şekil 21

7. Sınıf Öğrencilerinin Problem 6'dan Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin tamamına yakını renk dilimleri arasındaki ilişkiyi doğru olarak kuramadıklarından soruyu yanlış çözmüştür.

Çözümün Gösterimi

Bu soruda en sık kullanılan gösterim biçimi sembolik gösterimdir. Öğrenciler renkler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade ederek çözmüşlerdir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular aşağıdaki Tablo 26'da belirtilmektedir.

Tablo 26

7. Sınıf Problem 6'da Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Turuncu ve mavi eşitse, turuncu 2 dilimdir. Yeşil dilimler mavinin 3 katı olduğundan 6 dilimdir. Sarı onun yarısı olduğundan 3 dilimdir. Kırmızı sarının 3'te biri olduğundan 1dilimdir.*	39	15
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Kırmızı 1, yeşil 6, sarı 3, turuncu 2 dilimdir.*	7	8
Hiç Açıklama Yapmayan	…	19	7
Yanlış Açıklama Yapan	*Tüm renkler eşit sayıdadır.*	189	75
Toplam		254	100

Tablodan da görüldüğü gibi, öğrencilerden açıklamasını tam ve ikna edici olarak yapanların yüzdesi düşük, yanlış açıklama yapanların yüzdesi yüksektir. Öğrencilerin yanıtlarının büyük bir oranla yanlış olması, yapılan açıklamaların da yanlış olmasına neden olmaktadır.

4.1.2.7. Problem 7'ye İlişkin Bulgular

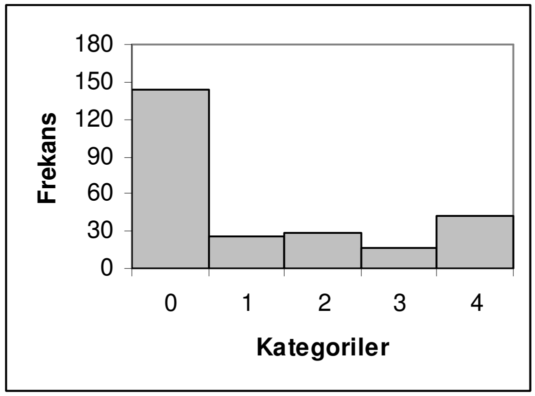
Problem 7'de futbola dair bir takım kurallar verilerek, cevabın bulunmasını sağlayacak işlemlerin yapılması istenmektedir. Problem öğrencilerin problem çözmede nicel bilgiyi kullanma ve tam sayılarla ilgili işlem yapma becerilerini gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %23'ü soruya doğru, %77'si yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 22'de görülmektedir.

Şekil 22

7. Sınıf Öğrencilerinin Problem 7'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış cevap veren öğrencilerin %81'i tam sayılarla çıkarma işlemini yanlış yapmaları nedeniyle çözüme doğru ulaşamamıştır.

Çözümün Gösterimi

Açıklama yapan öğrencilerin tamamı, sözel gösterimi kullanmışlardır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 27'de belirtilmektedir.

Tablo 27

7. Sınıf Problem 7'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Beşiktaş'tır. Çünkü averajı eski sisteme göre -3, yeni sisteme göre -1'dir. Diğer takımlar içinde en az puan farkı onundur.*	58	23
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Beşiktaş'tır çünkü puan farkı en az onundur.*	28	11
Hiç Açıklama Yapmayan	…	25	10
Yanlış Açıklama Yapan	*Fenerbahçe'dir çünkü puan farkı 1'dir.*	143	56
Toplam		254	100

Öğrencilerin yarıdan fazlası yanlış açıklama yapmıştır. Bu yanlış açıklamaların büyük çoğunluğu, çözümde işlemlerin doğru şekilde yapılmamasından kaynaklanmaktadır.

4.1.2.8. Problem 8'e İlişkin Bulgular

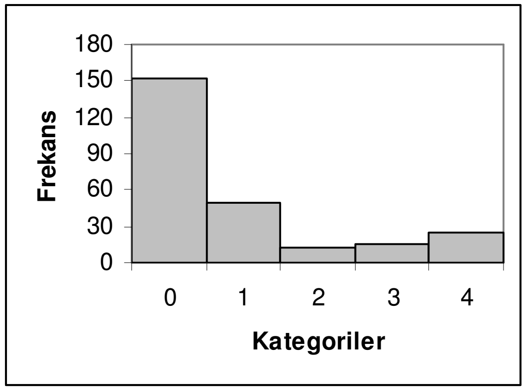
Problem 8'de yüksekliği verilen bir CD kabına 1 mm yüksekliğindeki CD'lerden kaç tane yerleştirilebileceğinin hesaplanması istenmektedir. Öğrencilerden verilenler içerisinde işe yarayan bilgileri ayırt ederek çözüme ulaşmaları beklenmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %16'sı soruya doğru, %84'ü yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 23'de görülmektedir.

Şekil 23

7. Sınıf Öğrencilerinin Problem 8'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %68'i, problemin çözümü için gerekli olmayan bilgileri kullanarak yanlış yapmıştır. Örneğin öğrenciler koninin hacim formülünü kullanarak problemi çözmeye çalışmışlardır.

Çözümün Gösterimi

Sorunun yapısı gereği, öğrencilerin tamamı açıklama yaparak sözel gösterimi kullanmışlardır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 28'de belirtilmektedir.

Tablo 28

7. Sınıf Problem 8'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*50 tane yerleştirilir(5 cm=50 mm 50:1=50)Koninin hacmi, yarıçap uzunlukları ve CD'nin depolama kapasitesi gereksiz bilgilerdir.*	40	16
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*50 tane yerleştirilir.*	12	5
Hiç Açıklama Yapmayan	…	50	20
Yanlış Açıklama Yapan	*100 tane yerleştirilir, 50 cm=100mm'dir.*	152	59
Toplam		254	100

Tablodan da görüldüğü gibi, öğrencilerin %80'i açıklama yapmıştır ancak bu açıklamaların yaklaşık olarak yarısı yanlıştır.

4.1.2.9. Problem 9'a İlişkin Bulgular

Problem 9'da ilk 10 notası verilen dört şarkının, nota değerlerinin toplamları karşılaştırılarak büyükten küçüğe sıralanması istenmektedir. Problem öğrencilerin rasyonel sayılarla işlem yapma ve esnek düşünme becerilerinin varlığını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %14'ü soruya doğru, %86'sı yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 24'de görülmektedir.

Şekil 24

7. Sınıf Öğrencilerinin Problem 9'dan Aldıkları Puanların Dağılımı

Yanlış yanıt veren öğrencilerin %71 'inin, kavramsal hatalara sahip oldukları gözlemlenmiştir. Örneğin öğrencilerin bir kısmı kesirleri ondalık kesir olarak yanlış ifade etmekte, bir kısmı da kesir yerine doğal sayının konulabileceğini belirtmektedir.

Çözümün Gösterimi

Bu soruda en sık kullanılan gösterim sözel gösterim ve sembolik gösterimdir. Sorunun yapısı gereği görsel gösterime rastlanmamıştır. Nota değerleri arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade ederek sembolik gösterimi kullananların yüzdesi 26, kesirlerin paydalarını eşitleyerek çözümlerini ifade edenlerin yüzdesi 69'dur.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 29'da belirtilmektedir.

Tablo 29

7. Sınıf Problem 9'da Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*1/64'lük notaya x dersek, 1/32'lik nota 2x, 1/16'lık nota 4x, 1/8'lik nota 8x, ¼'lük nota 16x, ½'lik nota 32x ve 1'lik nota 64x olur. Toplarsak Şarkı 1, 1 puan; şarkı 2, 4 puan; şarkı 3, 2 puan; şarkı 4, 3 puan olur.*	35	14
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Şarkı 1, 1 puan; şarkı 2, 4 puan; şarkı 3, 2 puan; şarkı 4, 3 puan olur.*	29	11
Hiç Açıklama Yapmayan	…	27	11
Yanlış Açıklama Yapan	*½, 1.2 olarak yazılır. Diğer kesirleri de böyle yazıp toplarsak Şarkı 1, 2 puan; şarkı 2, 4 puan; şarkı 3, 1 puan; şarkı 4, 3 puan olur.*	163	64
Toplam		254	100

Problem öğrencilerin yalnız işlemsel becerileriyle çözülebilecek olsa da, öğrencilerin çoğunluğu yanlış açıklama yapmışlardır. Öğrencilerin sadece %14'ü çözümünü tam olarak ifade edebilmiştir.

4.1.2.10. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Bulgularının Değerlendirilmesi

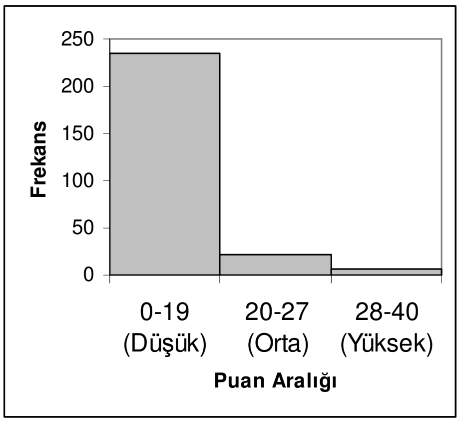
Öğrencilerin cevaplarına genel olarak bakıldığında basit, sayı işlemlerinin kullanımının gerekli olduğu problemlerde (problem 6 ve 7 gibi), biraz daha başarılı oldukları söylenebilir. Bununla birlikte öğrencilerin problemde gerekli olan bilgileri ayırt etmede sorunları olduğu görülmektedir. Öğrenciler problem 5'te olduğu gibi bir matematiksel durumun nedenini açıklamada, olma sebebini belirtmek yerine örnek vermeyi seçtikleri görülmektedir.

4.1.3. Sekizinci Sınıf Öğrencilerine Ait Bulgular

Açık uçlu problemlerden alınan toplam puanların dağılımı Şekil 25' de, bilgi ölçeğinden alınan puanların dağılımı Şekil 26'da belirtilmektedir.

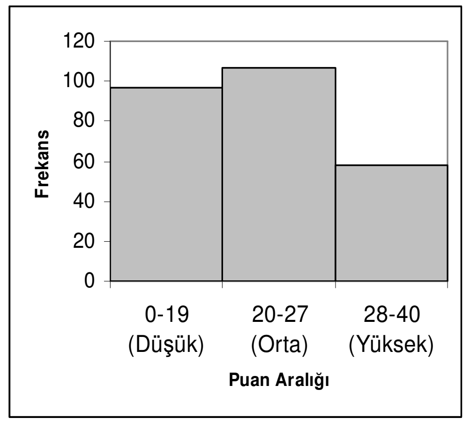
Şekil 25

8. Sınıf Açık Uçlu Problemlerinden Alınan Toplam Puanlarının Dağılımı



Şekil 26

8. Sınıf Bilgi Ölçeğinden Alınan Toplam Puanlarının Dağılımı



Açık uçlu problemlerde öğrencilerin %2'si yüksek, %8'i orta ve %90'ı düşük performans göstermiştir. Bilgi ölçeğinde öğrencilerin %22'si yüksek, %41'i orta ve %37'si düşük performans göstermiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerin açık uçlu problemlere ve bilgi ölçeğine verdikleri yanıtlara göre matematiksel güçlerinin dağılımı Tablo 30'da verilmektedir.

Tablo 30

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Güçlerinin Dağılımı

	YÜKSEK (Y)			**ORTA (O)**			**DÜŞÜK (D)**			**Toplam**
	Y-Y	Y-O	O-Y	O-O	D-Y	Y-D	D-D	D-O	O-D	
f	4	2	12	7	42	0	95	98	2	262
%	2	0	5	4	16	0	36	37	0	100

Tablo incelendiğinde öğrencilerin matematiksel güçlerinin %7'sinin yüksek, %20'sinin orta ve %73'ünün düşük olduğu belirlenmiştir. Frekanslar, D-D ve D-O ikililerinde artmaktadır. Bu durum öğrencilerin açık uçlu problemlerde düşük, bilgi ölçeğinde düşük veya orta düzeyde başarı gösterdiklerine işaret etmektedir. Diğer yüzde oranlarına göre biraz daha yüksek olan ikili, D-Y' dir. Öğrencilerin %16'sı, açık uçlu problemlerde düşük, bilgi ölçeğinde yüksek performans göstermiştir.

Sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanan bilgi ölçeği Ek 3'de, açık uçlu problemler Ek 6'da verilmektedir. Öğrencilerin açık uçlu problemlere verdikleri cevaplara yapılan nitel analiz alt bölümlerde sunulmaktadır.

4.1.3.1. Problem 1'e İlişkin Bulgular

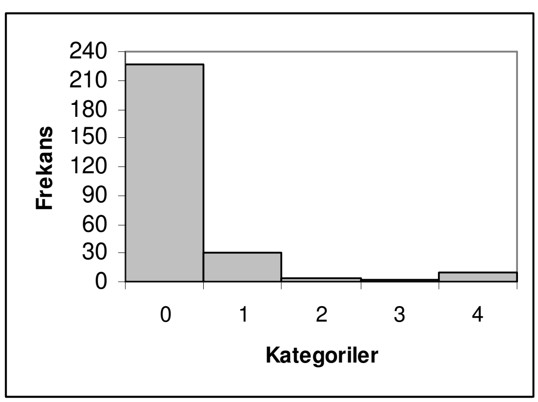
Problem 1'de öğrencilerden cisimlerin hacimleri arasındaki ilişkiyi, verilen yükseklik, kenar ve yarıçap özellikleri çerçevesinde bulmaları ve buldukları sonuca göre en uygun kararı vermeleri istenmektedir. Problem öğrencilerin verilen şartlar altında cisimler arasında ilişkiyi bulmaları yönüyle keşfetme ve bulduğu ilişkiden hareketle problemin çözümüne ilişkin yorumda bulunmasının istenmesi yönüyle karar verme becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %4'ü soruya doğru, %96'sı yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 27'de görülmektedir.

Şekil 27

8. Sınıf Öğrencilerinin Problem 1'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %55'i adı geçen cisimlerin formüllerini yazmış ancak problemin çözümüne ilişkin yorum yapamamışlardır. Bu durum, formüllerin ezberlenmesinin yorum gerektiren problemleri çözmede yetersiz kaldığını göstermektedir. Öğrencilerin %19'u sıvının dökülmesinde kullanım kolaylığı sağlayacağı düşüncesiyle hiçbir işlem yapmadan koni yanıtını vermiştir. Öğrencilerin problemde verilen bilgiler kullanmadan, kendilerince boyutlandırarak çizmeleri rastlanan yanlışlıklardan bir diğeridir. Öğrencilerin %8'i, problemi bu yolla çözmüştür. Bu yaklaşımla problemi çözen öğrencilerin zihinlerinde bazı cisimlerin diğer cisimlerden daha büyük olduğuna dair kalıp olduğu söylenebilir. Bu sorudaki öğrenci hatalarının kavramsal bilgi ve problem çözme becerilerindeki eksikliklerden kaynaklandığı söylenebilir.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %26'sı, problemde adı geçen cisimlerden bir kısmını çizmiştir. Soruda problemdeki cisimlerin hacimlerini verecek bağıntıların yazılması gerekmektedir. Böylece problemde verilen eşit uzunluktaki elemanlar göz ardı edilerek hacimler arasındaki ilişki keşfedilebilecektir. Ancak öğrencilerin sadece %4'ü cisimlerin formüllerini cebirsel olarak ifade edebilmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 31'de belirtilmektedir.

Tablo 31

8. Sınıf Problem 1'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*$\Pi=3$ için $V_{silindir}=3r^2$, $V_{koni}=r^2$, $V_{piramit}=r^2/3$, $V_{koni}=r^2$ olduğundan silindir seçilmelidir.*	12	4
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Silindiri seçmelidir çünkü verilen şartlar altında en büyük hacimli olan odur.*	3	1
Hiç Açıklama Yapmayan	…	30	11
Yanlış Açıklama Yapan	*Silindiri seçmelidir çünkü şekli bardağa benzer.*	229	84
Toplam		274	100

Öğrencilerin 89'u çözümünü açıklamaya çalışmıştır. Ancak çözümünü açıklayan öğrencilerin büyük çoğunluğu yanlış açıklama yapmıştır.

4.1.3.2. Problem 2'ye İlişkin Bulgular

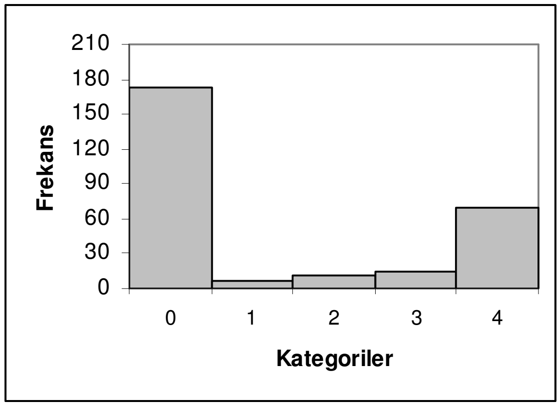
Problem 2'de öğrencilerden bu sınıf seviyesine kadar öğrenmiş oldukları sayı kümeleri arasındaki ilişkiyi görsel olarak verilen şemalardan hangisi ile gösterilmesinin uygun olduğunu nedenleri ile belirtmeleri istenmiştir. Problem öğrencilerin sayı kümlerini görsel olarak ifade etmelerinin istenmesi yönüyle problem çözmede nicel bilgiyi kullanma becerilerini ve yapılan her bir çözüm için açıklama yapmasının istenmesi yönüyle iletişim becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %30'u soruya doğru, %70'i yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 28'de görülmektedir.

Şekil 28

8. Sınıf Öğrencilerinin Problem 2'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %91'i irrasyonel sayıların, rasyonel sayıları kapsadığını düşünmektedir. Sayılar matematiğin temel konusudur. Sayı kümeleri arasındaki ilişkilerin öğrencilerin çoğunluğu tarafından yanlış olarak bilinmesi, ileriki senelerde sıkıntı yaratacaktır.

Çözümün Gösterimi

Problemde görsel olarak verilen iki bilginin doğruluğunun açıklanması istenmekteydi. Bu nedenle problemi çözen öğrencilerin tamamı, çözüm şekillerini sözel olarak ifade etmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular aşağıdaki Tablo 32'de belirtilmektedir.

Tablo 32

8. Sınıf Problem 2'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Yasemin'in yanıtı doğrudur çünkü rasyonel sayılar ve irrasyonel sayılar ayrı kümelerdir. Adı gibi rasyonel olan sayılar, rasyonel olmayan sayılar.*	83	30
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Yasemin'in yanıtı doğrudur. Rasyonel sayılar, sayma sayılarını, doğal sayıları ve tam sayıları kapsar.*	11	4
Hiç Açıklama Yapmayan	…	7	3
Yanlış Açıklama Yapan	*Rasyonel sayılar, irrasyonel sayıların alt kümesidir.*	173	63
Toplam		274	100

Yanlış açıklama yapanların ve açıklaması belirsiz olan öğrencilerin yüzdesi 67'dir.

4.1.3.3. Problem 3'e İlişkin Bulgular

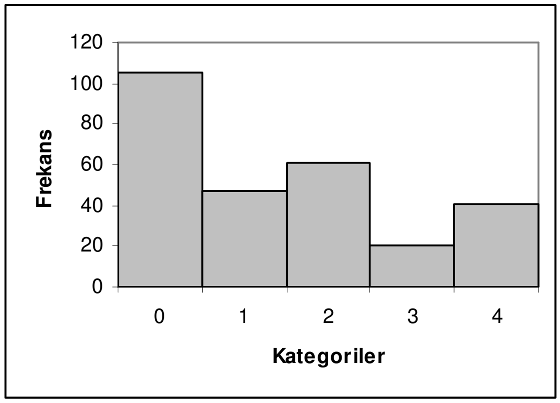
Problem 3'de öğrencilerden iki farklı yönden görünüşleri verilmiş olan zarın görünmeyen kısımlarında yer alan sayıların ne olabileceğini tahmin etmeleri istenmiştir. Problem öğrencilerin zihinlerinde zarın görünmeyen yönlerini canlandırmalarını gerektirdiğinden uzamsal düşünme ve verilen iki yönün kesin bir sonuca varmaları için yeterli olmaması nedeniyle tahmin etme becerilerini kullanmalarını beklemektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %22'si soruya doğru, %78'i yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 29'da görülmektedir.

Şekil 29

8. Sınıf Öğrencilerinin Problem 3'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %15'i iki zarın aynı şekilde sıralandığını dikkate almadan çözmüştür.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %7'si zarın açık şeklini çizip rakamları yerleştirerek görsel gösterimi kullanmıştır. Problemi çözen öğrencilerin %75'i çözümlerini sözel olarak açıklamayı tercih etmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular aşağıdaki tabloda belirtilmektedir.

Tablo 33

8. Sınıf Problem 3'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*a)Üzerinde 3 yazan yüzün arkasında 1 rakamı vardır. Çünkü ikinci şekilde 4'ün bir yanında 1, bir yanında 3 rakamı vardır. b) 4 yazan yüzün arkasına 2,3,4,1 rakamları kullanıldığından 5 veya 6 gelebilir. Olma olasılığı bu durumda %50'dir.*	61	22
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*a) 3 yazan yüzün arkasında 1 rakamı vardır. b) 4 yazan yüzün arkasına 5 veya 6 gelebilir.*	61	22
Hiç Açıklama Yapmayan	…	47	17
Yanlış Açıklama Yapan	*Bu sorulanlara kesin yanıt verilemez.*	105	39
Toplam		274	100

Öğrenciler bu soruda diğerlerine göre çok akıl yürütebilmiştir. Ancak çözümlerini açıklama noktasında sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir.

4.1.3.4. Problem 4'e İlişkin Bulgular

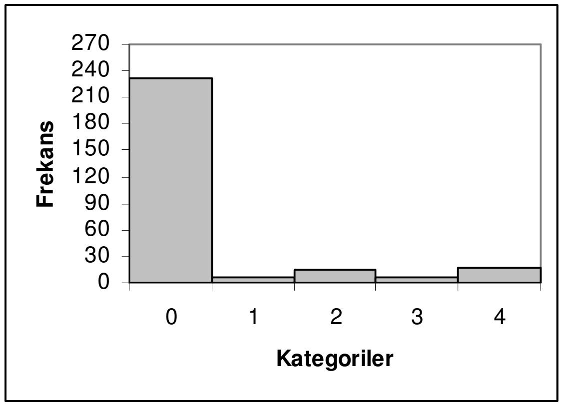
Problem 4'te öğrencilerden dik koni ve eğik koni arasında ilişkiyi üçgenin dik olmasına göre değiştiğini belirtmeleri beklenmektedir. Problem öğrencilerin verilen diyalogdaki her bir öğrenciye cevap yazmaları nedeniyle iletişim kurma ve üçgenden koniye ulaşmaları nedeniyle ilişkilendirme yapma becerilerini gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %8'i soruya doğru, %92'si yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 30'da görülmektedir.

Şekil 30

8. Sınıf Öğrencilerinin Problem 4'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin eşkenar üçgenin bir kenarı etrafında dönmesi ile dik koni oluşacağını belirtmektedir. %37'si üçgenin hem eşkenar hem de dik olması durumunda şeklin dik olacağını belirtmektedir. %62'si dik olmayan koninin çizilemeyeceğini, her koninin dik olacağını belirtmektedir. Öğrencilerin bu problemi geometrik bilgilerinin önceden yanlış oluşmasından ötürü çözemedikleri görülmektedir.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %37'si koninin şeklini de çizerek görsel gösterimi kullanmıştır. Sembolik gösterimi kullanan öğrenci bulunmazken, %56'sı sözel gösterimi tercih etmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 34'de belirtilmektedir.

Tablo 34

8. Sınıf Problem 4'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Sertap'ın tanımı doğru değildir. Bir dik üçgensel bölgenin dik kenarlarından biri etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cisme dik koni denir.*	22	8
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Sertap'ın tanımı doğru değildir.*	15	6
Hiç Açıklama Yapmayan	…	6	2
Yanlış Açıklama Yapan	*Orhan haklıdır, dik olmayan koni çizilemez.*	231	84
Toplam		274	100

Öğrencilerin %98'i çözümüne açıklama getirmiştir ancak bu açıklamaların büyük bir kısmı yanlıştır.

4.1.3.5. Problem 5'e İlişkin Bulgular

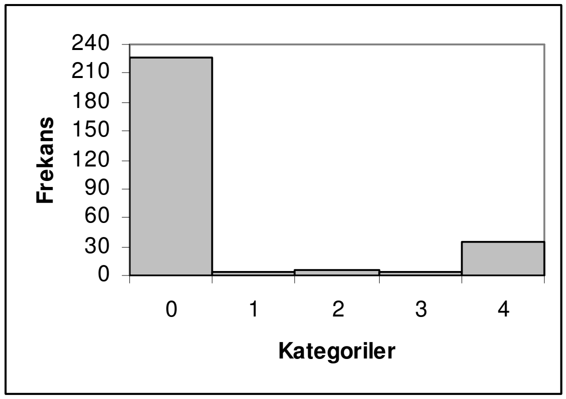
Problem 5'te öğrencilerden örnekle belirtilmiş örüntünün kuralını bularak, bu örüntünün beşinci elemanını bulmaları istenmektedir. Problem öğrencilerin örüntüyü bulmaları yönüyle keşfetme ve şekil olarak verilmiş örnekten örüntüyü bulma yönüyle problem çözmede görsel bilgiyi kullanma becerilerinin varlığını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %14'ü soruya doğru, %86'sı yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 31'de görülmektedir.

Şekil 31

8. Sınıf Öğrencilerinin Problem 5'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %45'i örüntü bulmak yerine, orantı kurarak problemi çözmüştür. %42'si küpü, üç boyutlu değil iki boyutlu düşünerek 5 ile 5'i çarparak sonuca ulaşmıştır. %11'i küpün altı yüzü olduğunu söyleyerek 5 ile 6'yı çarparak çözmüştür.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %31'i görsel gösterimi, %7'si sembolik gösterimi tercih etmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu, %55'i, çözümünü anlatarak açıklamayı tercih ederek sözel gösterimi kullanmıştır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 32'de belirtilmektedir.

Tablo 35

8. Sınıf Problem 5'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Küpün hacim formülü a^3'tür. Burada küpün bir kenarını 5 birim kabul edersek $a^3=5^3=125$ tane küp kullanırız.*	39	14
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*125 tane küp.*	5	2
Hiç Açıklama Yapmayan	…	4	1
Yanlış Açıklama Yapan	*Eni, boyu ve yüksekliği için 5'er tane küp kullanılır. 3x5=15 küp kullanılır.*	226	83
Toplam		274	100

Öğrencilerin %2'si sonucu doğru bulduğu halde, çözüme ilişkin yeterli açıklama yapmamıştır. %14'ü problemi tam ve doğru şekilde açıklayabilmişken, %83'ü yanlış açıklamalar yapmıştır.

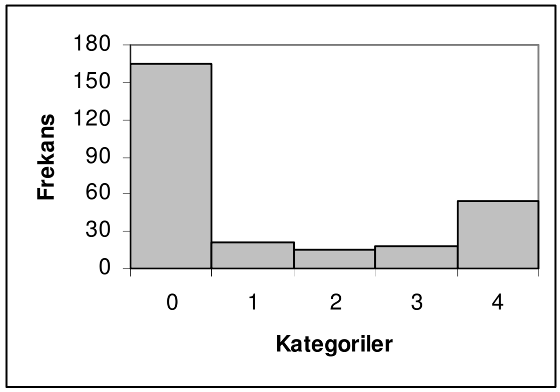
4.1.3.6. Problem 6'ya İlişkin Bulgular

Problem 6'da öğrencilerden özellikleri verilmiş bir cismin ne olabileceğini tahmin etmeleri ve silindir, prizma veya piramit olma olasılıklarının olup olmadığını açıklamaları istenmektedir. Problem öğrencilerin verileri değerlendirerek çözüme ulaşmaları yönüyle tahmin etme, verilen ipuçlarını göz önüne alarak cisimlerin bazı özellikleri arasında ilişki kurmaları yönüyle ilişkilendirme ve her bir durumun olasılığının varlığını açıklamaları yönüyle iletişim kurma becerilerinin varlığını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %27'si soruya doğru, %73'ü yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 32'de görülmektedir.

Şekil 32
8. Sınıf Öğrencilerinin Problem 6'dan Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %57'si prizma ile piramidi karıştırdığı görülmüştür. %31'i beşgen yanıtını vermiştir. %11'i beşgen prizma yanıtını vermiştir. Bu sonuçlar bir araya getirildiğinde öğrencilerin geometrik şekil ve cisimleri birbirine karıştırdığı görülmektedir.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %63'ü görsel ve sözel gösterimi birlikte kullanarak problemde bahsedilen cismin şeklini çizmiş ve açıklamıştır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 37'de belirtilmektedir.

Tablo 36

8. Sınıf Problem 6'da Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Tahminim kare veya dikdörtgen piramit olabilir. Çünkü 4 tane altta 1 tane de üstte köşesi vardır. Yan yüzleri üçgen, tabanı dörtgendir. Silindir olamaz, çünkü köşesi yoktur. Prizma olamaz çünkü 5'ten çok köşesi vardır.*	73	27
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Piramit olabilir.*	15	5
Hiç Açıklama Yapmayan	…	21	8
Yanlış Açıklama Yapan	*Prizma olabilir çünkü yan yüzleri üçgendir.*	165	60
Toplam		274	100

Öğrencilerin % 92'si çözümünü açıklamıştır. Bu açıklamalardan çoğunluğu yanlış açıklamadır.

4.1.3.7. Problem 7'ye İlişkin Bulgular

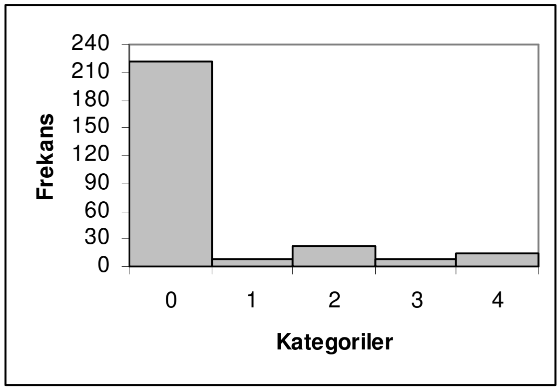
Problem 7'de öğrencilerden küre ile düzlemin arakesitinin ne olduğuna ilişkin yapılan bir tartışmayı yorumlamaları istenmektedir. Problem öğrencilerin küre ve düzlem ile ilgili bilgiler arasında ilişki kuma yönüyle ilişkilendirme ve var olan iki fikre yorum getirmeleri yönüyle iletişim becerilerinin kullanımını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %8'i soruya doğru, %92'si yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 33'de görülmektedir.

Şekil 33

8. Sınıf Öğrencilerinin Problem 7'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %67'si arakesitlerinin belli bir şekli olmayacağını ifade etmiştir. %28'i düzlemi sınırsız değil, sınırları olan bir bölge olduğunu belirtmiştir.

Çözümün Gösterimi

Öğrenciler bu sorunun yapısına da uygun olarak sadece sözel gösterimi kullanmayı tercih etmişlerdir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 37'de belirtilmektedir.

Tablo 37

8. Sınıf Problem 7'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Canan sen düzlemi sınırlı bir bölge kabul ettin ve küre çapından küçük olduğunu düşündün. Fakat düzlem sınırsız bir şekilde uzar ve küreyle kesiştiği yer kürenin en fazla çapı kadardır ve her zaman için dairedir.*	23	8
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Canan hatalı, Ayşe haklıdır.*	22	8
Hiç Açıklama Yapmayan	…	8	3
Yanlış Açıklama Yapan	*Ayşe hatalıdır çünkü düzlem, küreden küçüktür ve sınırsız genişlemez.*	221	81
Toplam		274	

Öğrenciler bu soruda yaptıkları açıklamaların büyük çoğunluğunu yanlış şekilde açıklamışlardır. Öğrencilerin sadece %8'i tam ve doğru açıklamalar yapabilmiştir.

4.1.3.8. Problem 8'e İlişkin Bulgular

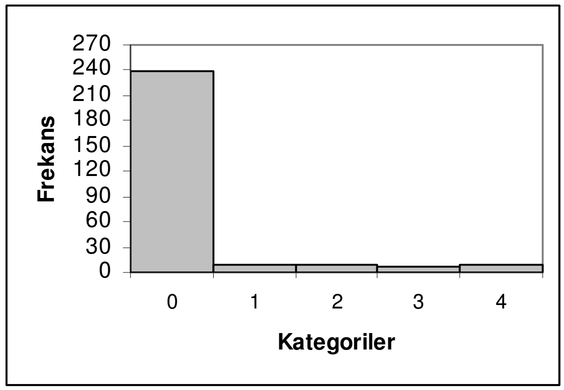
Problem 8'de verilen duruma en uygun araba seçiminin ne olduğu sorulmaktadır. Problem öğrencilerin arabaların özelliklerini tablodan bulmaları yönüyle problem çözmede nicel bilgiyi kullanma, her bir arabanın sağlayacağı yararı belirleyerek problemi çözmeleri yönüyle akıl yürütme ve karar verme becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %6'sı soruya doğru, %94'ü yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 34'de görülmektedir.

Şekil 34

8. Sınıf Öğrencilerinin Problem 8'den Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin %49'unun sadece şehir dışında harcanan benzin miktarına göre seçim yaptığı görülmektedir. Öğrencilerin %31'i sadece bagaj hacmine bakarak problemi yanıtlamıştır. Diğer problemlerde görülen benzer hata bu problemde de yapılmış, öğrencilerin %15'i problemde verilenlere göre değil, kendi kişisel beğenilerine göre tercih yapmıştır.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %64'ü problemin yapısına da uygun olarak sözel gösterimi kullanmışlardır. Öğrencilerin %27'si sefer sayılarına göre arabalar ve harcadıkları benzin miktarını gösteren çizelge hazırlayarak görsel gösterimi kullanmışlardır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 38'de belirtilmektedir.

Tablo 38

8. Sınıf Problem 8'de Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Sefer sayısını bulmak için 1000'i bagaj hacmine böleriz. Peugeot ve Renault 3, diğerleri 4 sefer yapar. Peugeot şehir dışında daha az benzin harcadığı için onu seçmelidir.*	17	6
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Peugeot'u seçmelidir.*	9	3
Hiç Açıklama Yapmayan	…	10	4
Yanlış Açıklama Yapan	*Renault'u seçmelidir.*	238	87
Toplam		274	100

Yanlış açıklama oranı oldukça yüksek olmasına karşın, tam ve ikna edici açıklama yapanların oranı düşüktür.

4.1.3.9. Problem 9'a İlişkin Bulgular

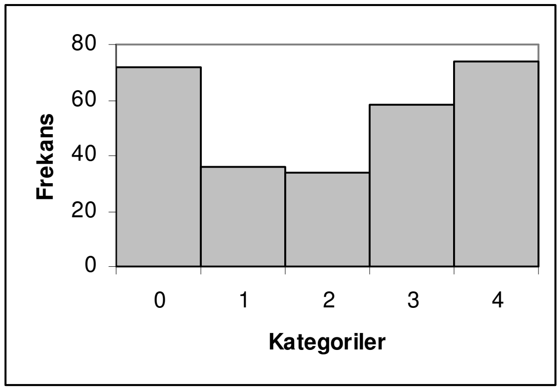
Problem 9'da öğrencilerin verilen şekilde yer alan üçgenleri belirlemeleri istenmektedir. Problem öğrencilerin tüm olası üçgenleri listeleyebilmeleri durumlarını inceleyebilme yönüyle esnek düşünme becerisinin varlığını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %48'i soruya doğru, %52'si yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 35'de görülmektedir.

Şekil 35

8. Sınıf Öğrencilerinin Problem 9'dan Aldıkları Puanların Dağılımı



Problemdeki şekilde bulunan 11 üçgenin tamamını bulana 3 puan, 9 veya 10 tane bulana 3 puan, 8 veya 7 tane bulana 2 puan, 6 tane bulana 1 puan ve 5 veya daha az bulana 0 puan verilmiştir. 0 ve 1 puan alarak 6 ve daha az sayıda üçgen bulan öğrencilerin sadece direkt olarak görünen üçgenleri işaretledikleri görülmektedir. 10 üçgeni bularak, son üçgeni bulamayan öğrencilerin tamamı (%16), GAB üçgenini görememiştir.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %29'u harflendirerek listelerken, %64'ü bulunan üçgenleri şekil üzerinde belirtmiştir.

4.1.3.10. Problem 10'a İlişkin Bulgular

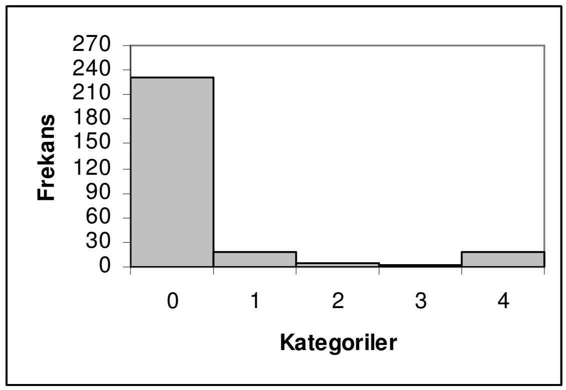
Problem 10'da öğrencilerden verilen formüle göre uygun hesaplamaları yaparak grafiği belirli zaman dilimleri arasında yorumlamaları istenmektedir. Problem öğrencilerin grafiği yorumlamalarının istenmesi yönüyle problem çözmede nicel ve görsel bilgiyi kullanma ve iletişim becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Tespiti.

Öğrencilerin %7'si soruya doğru, %93'ü yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 36'da görülmektedir.

Şekil 36

8. Sınıf Öğrencilerinin Problem 10'dan Aldıkları Puanların Dağılımı



Yanlış yanıt veren öğrencilerin % 78'i problemde verilen bilgilere bakmadan sadece grafiğe bakarak yanıt vermiştir.

Çözümün Gösterimi

Problem öğrencilerin sözel olarak açıklama yapmasını istediğinden, öğrenciler sözel gösterimi kullanmayı tercih etmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 39'da belirtilmektedir.

Tablo 39

8. Sınıf Problem 10'da Farklı Düzeyde Açıklama Yapan Öğrencilerin Yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	*Güvenli kalp atış hızı 195'dir. En az 117, en çok 175,5 olmalıdır. İlk 20 dakika kalp atış hızı artmış ama normal düzeyde.. 20-40 dakika arası sabit ama normal devam etmiş.45-70 dakika arası aşırı hızlanmış. 70. dakikada sınırı aşmış.*	20	7
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	*Güvenli kalp atış hızı 195'dir. En az 117, en çok 175,5 olmalıdır.*	5	2
Hiç Açıklama Yapmayan	…	19	7
Yanlış Açıklama Yapan	*Kalp atışı hep normaldir.*	230	84
Toplam		274	100

Öğrencilerin %7'si kalp atış hızını hesaplayarak açıklamasını bu değerler üzerinden yapmıştır. Öğrencilerin %84'ü ise, bu hesaplamayı yapmadan problemi çözerek yanlış açıklama yapmıştır.

4.1.3.11. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Bulgularının Değerlendirilmesi

Sekizinci sınıf açık uçlu problemlerinde geometrik şekiller ve cisimlerle ilgili soru sayısı daha fazladır. Bu sorulara verilen cevaplardan, öğrencilerin geometrik şekiller ve cisimlerle ilgili kavramsal yanılgılarının olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin grafiği yorumlamada nicel verileri değerlendirmedikleri görülmüştür. Diğer sınıflarda görüldüğü gibi öğrencilerin problemi gerekli bilgileri kullanarak doğru çözme ve çözümlerini açıklamada sıkıntı çektikleri söylenebilir.

4.1.4. Altıncı, Yedinci ve Sekizinci Sınıfa Ait Genel Değerlendirme

Alt bölümlerde öğrencilerin problemlere verdikleri cevapların içeriği ve belli kategoriler çerçevesinde yüzdeler sınıf seviyelerine göre ayrı ayrı sunulmuştur.

Araştırmada ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerine benzer problem tipinde ölçek uygulanmıştır. Ölçekte yer alan problemlerin içerikleri bulundukları sınıf seviyesine uygun olarak hazırlanmıştır. Bu nedenle 798 öğrencinin bulguları, sınıf ayırımı yapmadan bütünsel olarak da değerlendirilebilir. Ayrıca bu verilerin toplu halde yeniden değerlendirilmesi, genel bir bakış açısının oluşmasında da yarar sağlayacaktır. Tüm sınıflara ait yüzdeler toplu halde Tablo 40'da belirtilmektedir.

Tablo 40

6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Güçlerinin Dağılımı

MG		**6. sınıf**	**7. sınıf**	**8. sınıf**	**Toplam**	**% (Toplam)**
f	**Yüksek**	25	34	18	77	10
	Orta	99	54	49	202	25
	Düşük	158	166	195	519	65
Toplam		282	254	262	798	100

Araştırma bulguları öğrencilerin sınıf seviyelerine göre matematiksel güçlerinde bir değişim olmadığını, tüm sınıf seviyelerinde düşük olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin %10'u yüksek, %25'i orta ve %65'i düşük matematiksel güce sahiptir. Bulguların değerlendirilmesinde göze çarpan benzer yanılgılar, öğrencilerin performanslarının düşüklüğünün nedenleri konusunda fikir vermektedir.

Öğrencilerin matematiksel olarak tahmin etmede güçlük çektikleri gözlemlenmiştir. Öğrenciler tahminin doğru olması gerekliliği bulunmadığını düşünerek kişisel görüşlerine göre fikir belirtmişler, problemdeki verileri kullanmamışlardır.

Öğrencilerin matematiksel durumların nedenlerini ortaya koymada açıklama yapmak yerine örnek vermeyi tercih ettikleri gözlemlenmiştir. Örneğin yedinci sınıflardaki 5. problemde öğrenciler nedeni ortaya koymak yerine denedikleri örneklerden ulaştıkları sonucu belirtmişlerdir. Benzer durum altıncı ve sekizinci sınıflardaki 7. problemin yanıtlarında da görülmektedir.

Öğrencilerin problemleri çözmelerinde engel olan nedenlerden biri, matematiksel bilgilerin kavramsal olarak edinilmemiş olmasıdır. Bu durum özellikle geometride kendini göstermektedir. Öğrenciler, problemde ismi geçen geometrik şekilleri ve cisimleri birbirine karıştırmaktadır. Geometri dışında da kavramsal eksikliklerin olduğu görülmektedir. Örneğin 7. sınıflardaki 10. soruya verilen yanıtlar, kesirler, ondalık kesirler, doğal sayılar ve tam sayılar arasındaki ilişkinin kavramsal olarak oluşturulmadığına işaret etmektedir.

Matematiksel güçte önemli olan üç beceri; akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim olarak belirtilmektedir (NAEP, 2003). Bu araştırma verileri bu iddiayı desteklemektedir. Matematiksel gücü düşük olduğu belirlenen öğrencilerin bu üç beceriyi gerçekleştirmede sıkıntı çektikleri belirlenmiştir.

Öğrenciler bilgilerin direkt uygulanarak çözümün istendiği problemlerde, yorumun ve akıl yürütmenin gerekli olduğu problemlere göre daha başarılı olmuşlardır. Örneğin diğerlerine göre daha direkt uygulanan ve yorumu daha az gerektiren, altıncı sınıflar 1. problemde, yedinci sınıflar 8. problemde ve sekizinci sınıflar 9. problemde diğer problemlere göre daha başarılı olmuşlardır. Bununla birlikte yorum gerektiren özellikle içinde yer alan grafiğin yorumlanarak çözülmesi gereken problemler, öğrencilerin en başarısız olduğu problem tipidir.

Öğrencilerin birden çok veri grubunu ilişkilendirmede de sıkıntı çektiği görülmektedir. Böyle durumlarda daha yatkın oldukları tek bir veri grubunu dikkate alarak çözüm yapmaktadırlar. Bu durum altıncı sınıf ölçeğindeki 10. soruda ve sekizinci sınıf ölçeğindeki 1. ve 10. soruda açıkça görülmektedir.

Öğrencilerin çözüm ve düşünme şekillerini açıklamada sıkıntı çektikleri de görülmektedir. Bu durum öğrencilerin sözel becerileriyle ilgili olabileceği gibi, sahip oldukları bilgilerin yetersizliğinden de kaynaklanıyor olabilir. Öğrenciler genelde çözümlerini belirsiz şekilde açıklama yönünde davranış sergilemişlerdir. Düşüncelerini matematiksel ifadelerle açıklayabilenlerin sayısı da oldukça azdır.

Genel olarak bakıldığında öğrencilerin özellikle ilişkilendirme ve iletişim kurmada sıkıntılarının olduğu söylenebilir. Bunun yanı sıra öğrencilerin kavramsal anlamalarındaki sorunlar da problem çözme performanslarına olumsuz olarak etki etmektedir. Matematiksel güçte adı geçen becerilerden en az sıkıntı çekilen kısım işlemsel bilgidir. Öğrencilerin işlemleri yapmada zorluk çekmediği, ancak çekenlerin de çoğunlukla problemde hangi işlemin yapılmasına karar vermede sıkıntı çektiği gözlemlenmiştir. Bu yönüyle sorun yine kavramsaldır.

4.2. Örnek Olay Çalışması Bulguları

Bu bölümde ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçlerini inceleme amacıyla gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarına ilişkin bulgular yer almaktadır.

4.2.1. Bilgi Oluşturma Sürecinin İncelenmesi

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde RBC teorisi analitik araç olarak kullanılmıştır. Sürecin incelenmesi; *tanıma*, *kullanma*, *oluşturma*, *iç içe yerleşmiş eylemler, pekiştirme* başlıkları altında sunulmaktadır. Her ne kadar tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri birbirinde ayrı olarak düşünülemese de, farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin bu eylemleri gerçekleştirme şekillerini ortaya koymak bilgi oluşturma sürecinin incelenmesinde yararlı olabilir. Alt bölümlerde her bir sınıf düzeyinden matematiksel güç ölçeğinden yüksek ve düşük performans gösteren birer öğrencinin bulguları sunulmakta ve yorumlara yer verilmektedir. Sekizinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarından Ethem (E) ve Nurettin (N)’in, yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarından Merve (M) ve Burak (B)’ın, altıncı sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarından Şilan (Ş) ve Candoğan (C)’ın olayları sunulmaktadır. Bu öğrencilerden E, M ve Ş matematiksel güç ölçeğinde yüksek, N, B ve C düşük performans göstermiştir. T*anıma*, *kullanma*, *oluşturma*, *iç içe yerleşmiş eylemler ve pekiştirme* başlıkları ile her sınıf düzeyinden öğrencilerin bilgiyi oluşturma şekilleri incelenmektedir.

4.2.1.1. Tanıma

Tanıma, aşina olunan bir yapının verilen problem içerisinde tanınması sürecini içermektedir. Bu bölümde öğrencilerin örnek olay çalışmalarında öğrencilerin problem çözme sürecinde tanıdığı bilgiler incelenmektedir.

Daha önce oluşturulmuş olan bir yapının tanınmasının ve kullanılmasının gözlemlenmesi, oluşturma sürecinin gözlemlenmesine göre daha kolaydır. Bunun nedeni tanıma ve kullanma eylemlerinin oluşturma eylemine göre daha sık ortaya çıkmasıdır. M'nin problem 2'yi çözerken gerçekleştirilen çalışmadan elde edilen aşağıdaki görüşme metnindeki bazı ifadeler, M'nin tanıma sürecinde olduğunu gösteren konuşmalarıdır.

1A: Hangi kenar uzunluklarına sahip çubuklarla üçgen yapmaya başlıyorsun? Üçgenleri sesli düşünerek oluşturursan sevinirim.

2M: Burada ilk başta ne çok küçük ne çok büyük olmalarını göz önünde bulunduruyorum ve en başta böyle ufak üçgen oluşturmak için ufak sayılar seçtim.

3A: Neden?

4M: Çünkü mesela çok birbirleriyle dengesiz olurlarsa üçgen oluşmaz, farklı bir şekil ortaya çıkar. Ben de aralarında pek fark olmayan yani baya açık farklar olmayan sayılar seçmeye çalıştım: 6–8 ve 10.

5A: Onları kaydeder misin?

6M: (*veri formuna değerleri yazıyor*) bunlardan üçgen oluştu. Şimdi mesela ben buradan en büyüğü alsam. 25 cm' lik bir çubuk alsam buna 8 ve 12 cm'lik çubuklarla bir üçgen yapmaya uğraşsam.*(deniyor)* Uçları birleşmediği için üçgen oluşmayacak. *(veri formuna değerleri yazıyor).* Bunda tabi büyüklüklerinin de payı var. Şimdi mesela 25 yerine…

Burada M;

- Üçgen oluşmayacağını düşündüğü uzunlukları belirlediğinde (6M),
- Üçgen oluşacak şekilde çubuklar seçtiğinde (4M),

daha önceden oluşturmuş olduğu bilgi yapılarını tanıdığı görülmektedir. Bunun yanı sıra M, problemin çözümüne götürecek olan denemeleri, tanıdığı bu matematiksel yapılardan hareketle gerçekleştirmektedir. Aynı problem üzerinde çalışan B, M'nin tersine, belli bir düşünce doğrultusunda değil rasgele çubuk seçimleri yapmaktadır. B ilk denemesinde üçgenin kenar uzunluklarını eşit, daha sonra kenar uzunluklarının ikisini eşit, daha sonraki denemelerinde ise tüm kenarları farklı uzunlukta seçmiştir.

1B: 3 cm.den yapabiliriz. Mesela 3 cm.den denesek 3 cm. Yaptık kenar uzunluklarının hepsini.

2A: Üçgen oluştu mu?

3B: Oluştu.

4A: Tamam.

5B: Yazayım.

6A: ... Neden 3 cm. seçtin bir nedeni var mı?

7B: *(Yazıyor)* Nedeni yok. Üçgenin oluşması için yaptım. 5 cm.de olur mesela.

8A: Tamam.

9B: Birincisinin uzunluğu 3 cm. ikincinin uzunluğu 3 cm. üçüncünün uzunluğu da 3 cm. Üçgen oluştu. Başka mesela 6 cm' den de yapılabilir. 6 cm.de deneyebilir mesela. Şöyle bir şey mesela...*(Çiziyor)*

10A: Bütün kenarları mı 6 cm. alıyorsun.

11B: Hayır, 2 kenarı 6 cm. taban kenarı tam 6 cm. değil. Bir tane falan şey ya tam 6 cm. değil. Biraz şey var.

12A: Kaç yani?

13B: Bir dakika 5, 8

14A: Tamam, üçgen oluştu mu?

15B: Üçgen oluştu. *(yazıyor)…* Üçgen oluşmadan yapabiliriz belki, nasıl olabilir? *(düşünüyor)* böyle yaparsak işlem nasıl olacak. 3 çubuk olacak, üçgen oluşmayacak. Burada kenarları birleştirmeden yapabiliriz. Olur mu öyle kenarları birleştirmeden?

B, denemeleri yaparken;

- seçtiği uzunluklar ile bir üçgen oluştuğuna karar verdiğinde (3B, 9B, 15B),
- üçgenin kenar uzunluklarının eşit olmak zorunda olmadığını belirttiğinde,
- üçgenin kenarlarını birleştirmeden bir üçgen oluşabileceğini belirttiğinde (15B),

üçgene ait daha önceden oluşturduğu yapıları tanıdığı gözlemlenmektedir. Tanınan matematiksel bir yapının öğrencinin zihninde önceden yanlış olarak oluşması, yeni bir oluşturma sürecinin varlığına engel olmamaktadır: yeni bilgi oluşturma süreci yanlış oluşturulan bilgiler ile başlamaktadır. B'nin yeni bilgi oluşturma süreci yanlış oluşturduğu bilgileri tanıması ile başlamaktadır. B'nin zihninde oluşturduğu üçgen bilgisi, üçgen oluşturmak için kenarların ikişer ikişer birleşmesini gerektirmemektedir.

Bilgi oluşturma süreci incelenen bir başka öğrenci olan Ş, problem 1'de kendisine gerekli olacak bilgileri belirtebilmiştir.

13A: Peki geometride önceden öğrendiğin bilgileri düşünürsek, bu soruyu çözmek için mutlaka bilmen gereken bilgiler neler olabilir?

14Ş: Geometriden…

15A: Derste önceden öğrendiğin bilgileri bir düşün bakalım…

16Ş: Bu soruyu çözmem için mi? *(Düşünüyor)*

17A: Evet.

18Ş: *(kendinden emin)* Bu soruyu çözmem için öncelikle üçgeni bilmem lazımdı, daha sonra da ölçüyü alabilmem lazımdı.

19A: Peki sence bu sorunun cevabı ne olabilir, tahminde bulunur musun?

20Ş: Bence bu sorunun cevabı şey… Üçgenin noktadan belirlenen uzaklıklar daha büyük çıkamazdı.

21A: Neden?

22Ş: Çünkü uzaklıkları toplayıp… Çevresi daha büyüktür çünkü. *(Kendi kendine soruyor)* Şimdi nasıl açıklayacağım?

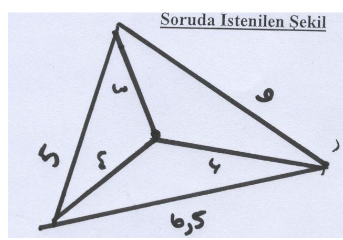
23A: Peki belki çıkabilir mi? Öyle bir nokta bulunur ki bu noktadan köşelere olan uzaklığı çevreden büyük olabilecek nokta belki vardır. Olabilir mi?

24Ş: Bence yoktur, çünkü şuradan başlasak en dipten bile başlasak bir kenarının uzunluğu kadar bir boşluk oluyor arada ondan bence yoktur.

Ş'nin problemin cevabının ne olabileceğini tahmin etmesi, Ş'nin tanıdığı bilgilerden hareketle nasıl bir tahminde bulunacağını ve tahminini birtakım düşüncelere dayandırarak mı dayandırmayarak mı yapacağını gözlemlemek amacıyla istenmiştir. Ş, görüşmenin başında problemi şekil olarak ifade etmesi istendiğinde, değer vererek böyle bir noktanın bulunup bulunamayacağını kontrol etmeye yönelmişti. Bu çizim esnasında Ş'nin zihninde problemin cevabı ile ilgili bir fikir gelişmiş olabilir. Problemin cevabına yönelik tahminini bir nedene dayandırarak açıklamaktadır (24Ş). Ş'nin oluşturduğu şekil aşağıda belirtilmektedir.

Şekil 37

Ş'nin Çizdiği Şekil



Ş, problemi çözmeye başlar.

29A: Problemi çözmeye nerden başlamak en uygun olacaktı sence?

30Ş: Problemi çözmeye başlamak için öncelikle bir üçgen çizmek gerek çözmeden önce…

31A: Hangi uzunluklara sahip üçgen çizmeyi düşünürsün? İstersen kâğıdın var çizebilirsin, çizerken de konuşabiliriz.

32Ş: Hangi üçgen? Daha çok böyle eşkenar üçgen… Eşkenar üçgen falan öyle mi?

33A: Evet yani eşkenar üçgen mi çizmek istiyorsun, nasıl üçgen çizmeyi düşünürsün?

34Ş: Daha çok çeşitkenar üçgen çizerek olmasını deneyeceğim.

35A: Neden?

36Ş: Çünkü farklı farklı kenarları var ve belki çıkabilir yani belki… Mesela çok büyük bir şey çizeyim.

37A: Neden büyük çiziyorsun? Var mı bir nedeni?

38Ş: Bilmiyorum belki çıkar.

Ş'nin konuşmaları attığı adımların farkında olduğunu göstermektedir. Ş'nin problemi anladığı ve problemi çözmede mutlaka bilmesi gerektiğini düşündüğü ön bilgilerden bazılarını tanıdığı görülmektedir (18Ş). Problemi çözmek için kendisine gerekli olan bilgileri belirtmesi (18Ş) ve çeşitkenar üçgenin kenar uzunluklarının özelliklerini açıklaması (36Ş), Ş'nin bu problemin çözümünde yararlanacağı bilgileri tanıdığına birer örnektir. Süreç içerisinde Ş'nin üçgenin çevresinin nasıl hesaplandığı, üçgenin iç bölgesinin neresi olduğu gibi gerekli olan başka bilgileri de tanıması gerekmektedir. Problem 1'i çözen öğrencilerden bir diğeri olan C, farklı bir şekilde soruya başlangıç yapmıştır. C'nin problemi ele alış şekli aşağıdaki gibidir.

1C: Köşelerine olan uzaklıkların toplamı, üçgenin çevresinden büyük olacak şekilde bir nokta bulunabilir mi? *(soruyu tekrar sesli okuyor)* Önce bir şekli çizeyim. Üçgenin iç bölgesi diyor. İç bölgesindeki… Köşelere uzaklıkları, köşeler *(bir üçgen çizerek, köşe diye açılarını işaretliyor)* bunlar. Uzaklıkları toplamı çevresinden büyük olacak şekilde bir nokta bulunabilir mi? Bu üçgenlerin köşelerindeki çevreleri üçgenden büyük olabilir mi diyor. Olamaz.

2A: Neresi, bana bir daha gösterebilir misin soruda isteneni?

3C: Bir üçgenin iç bölgesinde, üçgeni çiziyoruz, üçgenin köşelerine olan uzaklık, üçgenin köşeleri buraları *(üçgenin açılarını gösteriyor).* Birbirine olan uzaklıkları…

4A: Bunu şekilde herhangi bir nokta seçerek gösterebilir misin?

5C: Örneğin şu nokta diyelim. *(Açının üzerinde bir nokta seçiyor.)* Birbirine olan uzaklıkları bunla bunun uzaklığı *(iki açının birbirine olan uzaklığını gösteriyor)*

6A: Tamam, çizer misin o uzaklığı?

7C: *(Çiziyor)* Böyle mi çizeyim uzaklığı?

8A: Soruda senden ne isteniyorsa onu resmetmeni istiyoruz.

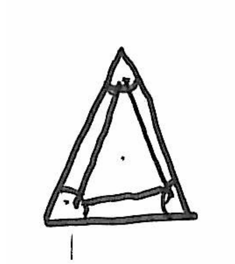
9C: Bu köşeyle bu köşenin uzaklığı bu kadar. Uzaklıkları toplamı diyor. Hepsinin uzaklıklarının toplamını bulacağız öğretmenim. Bunla bunun, bunla bunun da bulacağız. *(tüm açıların üzerinden birer nokta alarak birbirleriyle birleştiriyor, küçük bir üçgen oluşuyor.)* Daha sonra burada yeni bir üçgen oluşuyor köşelerden ve içinde oluşan üçgen dışındakinden büyük müdür diye soru geliyor. Büyük değildir çünkü içten, iç üçgen olduğu için. Kapsadığı için dış üçgen iç üçgenden büyük değildir.

C'nin zihninde açı ve köşe elemanlarının önceden yanlış şekilde oluştuğu gözlemlenmektedir (1C, 3C). C, çizdiği üçgen üzerinde köşeyi doğru şekilde gösterememektedir. Dahası açı ile karıştırmaktadır (3C, 9C). Yanlış bilgi yapısına sahip olunduğunda yeni bir bilgi meydana gelecek mi ve eğer meydana gelirse bu yeni bilginin bir 'yapı' olduğu söylenebilir mi? Bu sorular tartışma bölümünde tekrar ele alınacaktır.

C, bir nokta seçerek kendinden istenen şekli oluşturmaya çalışmaktadır. Bu şekil aşağıda belirtilmektedir.

Şekil 38

C'nin Çizdiği Şekil



10A: Sence şekli doğru çizdin mi?

11C: Üçgen olarak doğru çizdim ama üçgenin köşelerine fazla bir… Yani öyle bir çizdim.

12A: Peki üçgenin köşelerini bana gösterebilir misin?

13C: Üçgenin köşeleri… Üst köşe, sağ alt köşe sağ alt köşe. (*tekrar açıları yani bir bölgeyi köşe olarak gösteriyor*.)

14A: Soruda senden köşelere uzaklıkları toplamı soruluyor.

15C: Evet, yani burada uzaklıklar toplamı kesinlikle dış üçgenden büyük olamaz. Yani üçgenin iç bölgesi diyor, üçgenin köşelerine olan uzaklıkları toplamı diyor. Üçgenin iç bölgesinden de köşelere gidebiliriz.

16A: Bu resmettiğin şekil doğru mu?

17C: Doğru.

18A: Başka bir nokta da alınabilir miydi?

19C: Alınabilirdi.

20A: Mesela neresi alınabilirdi?

21C: Üçgen… Mesela iç bölgelerden alınabilirdi.

22A: Mesela nereden? Başka bir üçgen çizerek bana alınabilecek başka bir nokta gösterebilir misin?

23C: Üçgenin iç bölgesi derken nasıl bir konum olduğunu? … İç bölgesinden köşelere gidebilir. Onların toplamını istiyor zaten, yalnız iç bölgesine adı… Üçgenin içinde olduğunu, ortasından mı gidilecek onu tam çıkartamadım. O yüzden.

C'nin doğruluğundan şüpheye düştüğü bilgilerden birinin üçgenin iç bölgesi olduğu gözlemlenmektedir. Seçeceği noktanın köşe üzerinden alınabileceğini düşünmektedir (21C). C üçgenin iç bölgesi ile üçgenin içinde kalan bölgeden bahsedildiğinin farkındadır ancak iç bölgenin herhangi bir yerinden nokta seçiminde bulunup bulunamayacağı konusunda kararsızdır (23C). C, problemin çözümünde gerekli olan doğru bilgiler önceden yanlış oluşturulduğu için tanıyamamış ve onun yerine yanlış oluşturulan yapıları tanımış olabilir. Burada C'nin tanıma eylemini gerçekleştirememiş olması, sadece bilgilerin önceden yanlış oluşturmasından değil, araştırmanın gerçekleştirildiği anda gözlemlenmeyen başka faktörlerden de kaynaklanıyor olabilir. Ancak yanlış oluşturulan bilginin yeni bilginin oluşturulma sürecinde rol oynadığı da söylenebilir.

Araştırmadaki bir diğer öğrenci olan E, problem 3'ü herhangi bir ikizkenar üçgen çizerek çözmeye başlamıştır.

20E: Yükseklikle buluşan bir de dikme ineceğim ama bir şey anlamadım aynı nokta üzerinden mi yapacağım kenarlara dikmeleri?

21A: Soruda ne sormuş?

22E: Dikmelerin uzunlukları ile diyor, herhangi bir noktadan… Diyor…

23A: Nerede herhangi bir nokta?

24E: Tabandaki

25A: Taban neresi?

27E: Burası. *(Parmağıyla tabanı doğru şekilde gösteriyor)*

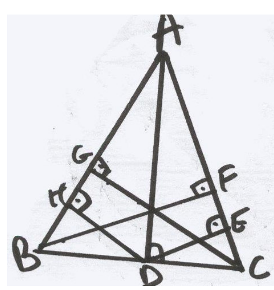
28A: Tamam. Taban üzerindeki herhangi bir nokta nereyi almayı düşünüyorsun?

29E: Burayı.

E, problemde kendisinden istenen şekli doğru olarak çizebilmiştir. E'nin çiziminde harflendirme yapması dikkat çekmektedir.

Şekil 39

E'nin Çizdiği Şekil



38A: Peki bir üçgenin kaç tane yüksekliği vardır?

39E: Üç.

40A: Peki sende kaç tane var şu an?

41E: Bir.

42A: Senden istenenin hangi yükseklik olduğunu biliyor musun?

43E: Tabana gelen yükseklik galiba… Hayır! İkizkenarlara ait yüksekliklermiş. Yani yanlış yaptım. *(Tekrar şekil çiziyor)*

44A: Şimdi bu üçgeni harflendirmeni istesem ve cebirsel olarak neyin hangi uzunluklarla ilişkili olduklarını yazmanı istesem?

45E: Cebirsel olarak derken hani…

46A: Harflerle, ya da geometrik olarak diyelim.

47E: F uzunluğuyla DE ve DH uzunluklarının ilişkilerini istiyor.

48A: Tamam.

49E: O zaman şimdi ölçü olarak mı bakayım?

50A: Nasıl bakmayı düşünürsün?

51E: Ya bence bir ilişki varsa, ölçüsel olarak da meydana gelmesi, çıkması gerekiyor.

E'nin çizdiği şekilde tabanın neresi olduğunu belirtmesi, bir üçgende üç tane yüksekliğin olduğunu söylemesi ve aranan ilişkinin ölçüsel olarak ortaya konulması gerektiğini açıklaması tanıma eyleminin gerçekleştiğine verilebilecek örneklerdir (27E, 39E, 51E). Aynı problem üzerinde çalışan N, şekli oluşturmada zorluk çekmiştir. N'nin şekli oluşturarak problemi ele alma şekli aşağıdaki metinlerde verilmektedir.

7A: Şekil olarak gösterebilir misin?

8N: *(Bir üçgen çiziyor)* Peki bizden şey mi istiyor, bildiğimiz üçgen istiyor değil mi? Yani üç boyutlu demek istiyor değil mi? Taban üzerinde değil, değil mi?

9A: Üçgen iki boyutlu mu, üç boyutlu mu?

10N: Üçgen iki boyutlu. *(Çizdiği üçgenin iç bölgesinde bir nokta işaretliyor).*

11A: Taban neresi?

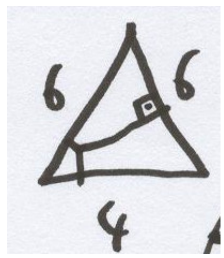
12N: Taban *(üçgenin tamamını tarayarak gösteriyor),* bu bütünün hepsi taban. *(soruyu tekrar okuyor)* bir nokta ikizkenara indirilen dikmelerin

> uzunlukları… Yani...*(çiziyor)* dik olarak indirdiğimiz uzunluklar ikizkenara ait yükseklikler nasıl ilişkilidir?...

N'nin oluşturduğu şekil aşağıdaki gibidir.

Şekil 40

N'nin Çizdiği Şekil



N'nin zihnindeki taban kavramının, üçgensel bölge ile aynı anlamda yapılandığı gözlemlenmektedir (12N). N problemi, önceden yanlış oluşturulan bir yapıyı tanıyarak çözmeye başlamaktadır. N'nin bu davranışının kullanma ve oluşturma eylemlerini ne ölçüde etkilediği daha sonraki bölümlerde görülecektir.

Tanıma eyleminin gerçekleşme şekline bakalım. Önceden sahip olunan bilgilerin tanınması, matematiksel gücü yüksek veya düşük, öğrencilerin problemi ele almasında başlangıç noktasını oluşturmaktadır. Örneğin M'nin sahip olduğu bilgilerden üçgen oluşturmayacak veya oluşturacak uzunlukların nasıl olabileceği ile ilgili bir fikirlerinin olduğu görülmektedir (4M, 6M). B ise sadece üçgen oluşturan uzunluklara örnek olacak uzunlukları belli bir neden belirtmeden seçmektedir (7B). Tanıma, problemin sonraki aşamalarında atılacak adımların belirlenmesinde rol oynamaktadır. Bu durum kullanma eyleminin ele alındığı alt bölümde daha açık olarak görülecektir.

Öğrencilerin önceden oluşturdukları doğru bilgileri tanımaları, çözümle ilgili doğru tahminde bulunmalarını sağlamaktadır. Örneğin Ş'nin problemin çözümüne ilişkin tahmini, çevre ve kenar uzunluğuyla ilgili doğru yapıları tanımasına dayanmaktadır (24Ş). Benzer şekilde C'nin tahmini köşe ve açı ile ilgili yapıların önceden yanlış oluşturulmuş şekliyle tanınmasına dayanmaktadır (1C).

Öğrencilerin verilen bir problemi çözme sürecinde gerekli olan bilgileri tanımaları, matematiksel güçlerine göre değişmeksizin gerçekleşmektedir. Yukarıda görüşme metinleri verilen altı öğrencinin de problemi çözmede başlangıç olacak birtakım bilgileri tanıdığı görülmektedir (4M, 9B, 18Ş, 3C). Ancak burada önemli olan öğrencilerin doğru bilgileri tanıması ve tanınan bilgilerin önceden doğru şekilde oluşturulmuş olmasıdır. Matematiksel gücü yüksek olan M, Ş ve E'nin problemleri çözmede gerekli olan doğru bilgileri tanıdığı gözlemlenmektedir. Matematiksel gücü düşük olan C, B ve N ise önceden yanlış oluşturulmuş olan yapıları tanımışlardır (15B, 3C, 12N).

Problemin kendilerinden istenileni resmetme noktasında farklılıkların olduğu göze çarpmaktadır. Matematiksel olarak güçlü olan öğrencilerin bu noktada daha başarılı oldukları görülmektedir (bkz. Şekil 37, Şekil 39). Önceden yanlış olarak oluşturulan bilgilerin tanınmasının bu farklılığa neden olduğu düşünülebilir. Örneğin N'nin tabanı, C'nin açı ve köşeyi önceden yanlış oluşturması, problemde isteneni resmetmelerini engellemiş olabilir.

4.2.1.2. Kullanma

Kullanma, verilen bir hedefi gerçekleştirmek için eskiden oluşturulan matematiksel yapıların kullanılmasıdır (Schwarz ve diğer., 2004). Bu bölümde öğrencilerin kullanma eylemini gerçekleştirme şekilleri incelenmektedir.

Tanıma bölümünde verilen metinlerden, M' nin zihninde bir üçgenin oluşması için kenar uzunluklarının *dengeli* olması gerektiği yönünde bir yapı olduğu görülmektedir (4M). Bu yapı önceden oluşmuş olabileceği gibi, etkinlik üzerinde çalışırken de ortaya çıkmış olabilir. M, problemi çözmek için gerekli denemeleri bu yapıdan hareketle ilerletmektedir. M, bundan sonraki adımlarında bir strateji belirleyerek ilerlemektedir ki, bu durum M' nin kullanma sürecinde olduğunu göstermektedir. Çünkü öğrenci problemin çözümüne ilişkin ürettiği hipotezlerin doğruluğunu, kullanma eylemi sürecinde araştırır. Bu süreçte öğrenci mevcut matematiksel yapılarını, problemi çözmek için kullanır. Aşağıda verilen görüşme metnindeki bazı ifadeler, M'nin kullanma sürecinde olduğu hakkında ipucu veren ifadelerdir.

8M: Tamam.*(yazıyor)* Mesela 12, 8… Biraz daha küçüğü 25'in biraz daha küçüğü… 24 olmasın… 21'i deneyeyim. *(Deniyor).* Bununla da oluşmadı, çok az bir farkla oluşmadı. *(veri formuna değerleri yazıyor.)*

9A: 12 ile 8'i sabit aldın?

10M: Evet, sabit aldım. 21' de çok az fark olduğu için 20'yi alayım. *(üçgen oluşturmaya çalışıyor).* 20'de oluşturmadı. *(veri formuna değerleri yazıyor.)*Şimdi çok büyüklerle büyükleri eşleştireyim.

11A: 12 ve 8'i sabit tutup diğer kenarı değiştirmenin nedeni var mı?

12M: Çünkü ilk başta ikisini sabit bulayım, daha sonra 3.çubuğu en son neyle oluşturabilirim onu ölçeceğim ve bunlar *(parmağıyla üçgen oluşturmayan değerleri gösteriyor)* ile oluşturabildiğim sayılar arasında 12 ile 8 ile neden onlar oluşturmadığı hakkında bir yorum yapmaya çalışacağım. Oradan devam edelim. 12 ile 8'di. Demek ki 20'de oluşturmadığına göre başka bir sayı seçelim. 19'u seçelim. (*Deniyor*) 19'da tam uçları ile kesişmiyor.

Dikkatli bakıldığında M'nin araştırmanın başında kullanma sürecine girdiği gözlemlenebilir (2M). M eş zamanlı olarak üçgeni tanıması ve onu oluşturacak uzunluklar hakkında öngörüde bulunması söz konusudur. Bu durum epistemik eylemlerin birbiriyle iç içe olduğu iddiasıyla da uyumludur.

M, kenarlardan iki tanesinin uzunluğunu sabit tutarak, üçüncü kenar uzunluğunu değiştirmektedir. Bu yolla hangi kenar uzunluğundan itibaren bir üçgenin oluşacağını belirleyebileceğini düşünmektedir. Kullanma süreci, öğrencinin bir durumu açıklama veya bir süreç üzerine düşüncelerini ifade etmesi esnasında gözlemlenebilir. M problem çözme sürecinde neden yaptığı denemelerin bazılarının üçgen oluşturduğunu bazılarının oluşturmadığını kendine sorduğu süreçte, kullanma eylemi gerçekleşmektedir.

14M: Tamam. 18 oluşturdu. Yazalım.*(yazıyor.)* 12-8-18. Şimdi… Neden 12 ve 8 çubuğu 25, 24, 23, 22, 21 ve 20 ile üçgen oluşturmadı da, 19 ve 18 ile oluşturdu? Şimdi şunlar köşede dursun. Ben başka sayılarla… Şimdi mesela büyük rakamlara bakalım.

15A: Büyük rakam seçmenin nedeni var mı?

16M: Bence 12- 8- 18 ile oluşturduğum üçgen orta boy bir üçgendi. 6- 8- 10 ile oluşturduğum üçgen ufak bir üçgendi. Şimdi büyük denemek istiyorum. *(Deneme yapıyor)* Bu oluşturdu: 24, 21 ve 10 *(yazıyor).* Şimdi bunlar neden üçgen oluşturdu, 6, 8, 10 neden oluşturdu?

M' nin problem çözme davranışının oldukça başarılı olduğu söylenebilir. M, problemi çözmek için geliştirdiği strateji ile üçgen oluşturan ve oluşturmayan değerler arasındaki kırılma noktasını bulmuştur. Bu değerden biraz uzun ve biraz kısa çubuklarla denemeler yaparak hipotezinin doğruluğunu test etmiştir.

Aynı problemle uğraşan B'nin çözüm stratejisi farklı şekildedir. B'nin bir üçgenin oluşması için kenarlar arasındaki ilişkinin ne olması gerektiğini bulma hedefini, üçgen oluşturmayacak bir örnek bulma alt hedefi ile ilerlettiği gözlemlenmektedir. Bu hedefi gerçekleştirirken B, üçgen oluşturmayacak kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi aramak yerine, üçgenin oluşması için gerekli kuralları uygulamadan üçgen oluşturmamayı seçmektedir (15B). Bu durum B'nin problemde ne yapması gerektiğinin farkında olmadan ve gerekli bağlantıları kurmadan hareket ettiğinin göstergesi olabilir. B, ulaşmak istediği genel bir amaç yönünde değil, kendi belirlediği alt amacı gerçekleştirecek yönde ilerlemektedir. Ancak belki de belirlediği alt amaç, problemi bütünsel olarak görmesine engel olmaktadır.

17B: O zaman ben buraya küçük bir tane çizeyim. 2 cm. bir tane şuraya, şöyle bir tane de kenarlarına yerleştireyim. Ha bir dakika 3 tane yapalım. Aa..

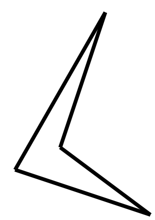
Üçgen oluştu bile burada *(şaşırıyor)… (düşünüyor)* Bir şey yapacağım da bir şekil…

18A: Tabi olur.

19B: Mesela böyle bir şekil olursa(kâğıda içbükey bir dörtgen çiziyor)

Şekil 41

B'nin Çizdiği Üçgen Oluşturmayan Örneği



B, çizdiği şeklin üçgen oluşturmadığını hissetmesine karşın (19B) yine de üçgen oluşmaması için ancak böyle bir şeklin çizilebileceğini iddia etmektedir.

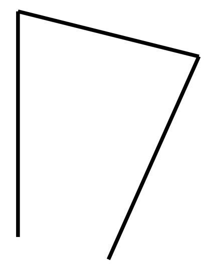
19B: (devam)…burada ama 4 çubuk uzunluğunda olduğu için burada üçgen olmuyor. Ama 4 çubuk uzunluğunda oluyor ve bence ancak üçgen böyle olur, olabilir bence. Çünkü denedim hepsinde olabilir.

20A: Her şekilde üçgen oluşabilir diye mi düşünüyorsun?

21B: Öyle düşünüyorum tabii ki. Köşelerin mesela 3 cm. 3 kenarlı yapıp da bir iki kenarını birleştirmeden yaparsak üçgen oluşmaz ama birleştirmeden yaparsak o da yani çizeyim buraya. Mesela 3 cm. den kenarları birleştirmeden yaparsak bu sefer üçgen oluşmaz. Ama 3 kenarlı yaparız. Üçgen oluşmaz böyle olur. Bura *(üçgenin tepesini göstererek)* kesişmez.

Şekil 42

B'nin Çizdiği Üçgen Oluşturmayan İkinci Örneği



B, daha önce aynı kenar uzunlukları ile üçgen oluşturmuş olmasına (15B) rağmen, üçgen oluşturmayan örnek vermek için oluşturduğu bu üçgenin kenarlarını birleştirmemeyi tercih etmiştir. Burada B'nin önceden oluşturduğu bilgilerin bir kısmının yanlış olduğu, doğru olanların ise yanlış kullanıldığı görülmektedir.

Ş problem 1'de kendisine gerekli olacak bilgileri tanımış (18Ş), istenen şekli oluşturmuş ve çözüme ilişkin bir tahminde bulunmuştu (16Ş). Bu süreçte kendisini çözüme götürebilecek üçgen şeklini aklında oluşturduğu gözlemlenmişti (34Ş, 36Ş). Henüz ne olduğu bilinmese de, Ş'nin bir fikre dayanarak üçgen çeşidini seçmesi ve üçgen boyutunu belirlemesi bunun göstergesidir.

38Ş: … (*Kâğıda 9 cm, 10 cm, 11 cm boyutlarında bir üçgen çiziyor*). Gene bir nokta belirleyeyim. Bu daha çok şu tarafta olsun. (*Üçgenin iç bölgesinde köşeye yakın bir nokta seçiyor*).

39A: Neden noktayı oradan seçtin?

40Ş: Belki uzaklıkları daha çok büyüdükçe çevresinde… Şey, çevresinden uzun olabilir diye düşündüm. *(Noktayı köşelerle birleştiriyor ve işlem yapmaya devam ediyor…)* 11…20... Çevresi 30 çıkıyor yine büyük çıkmadı.

41A: Peki başka bir nokta seçseydin?

42Ş: Başka bir nokta…

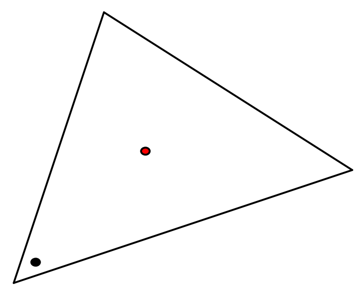
43A: Nereden seçerdin?

44Ş: Mesela daha böyle biraz daha ortada bir şey seçerdim.

Ş, noktayı kendini çözüme götürme ihtimali daha yüksek olduğunu düşündüğü yerlerden seçmektedir. Noktalardan ilkini iki köşeye uzak, bir köşeye yakın olacak şekilde seçmiştir. Diğerini ise üçgenin iç bölgesinde köşelere hemen hemen eşit uzaklıkta seçmiştir. Ş'nin nokta seçimleri aşağıdaki şekilde görülmektedir.

Şekil 43

Ş'nin Nokta Seçimleri



Problemin çözümüne yönelik Ş'nin bir tahmini vardır ve tahmininin doğruluğunu araştırmaktadır. Köşelere uzaklıkları toplamı en fazla olabilecek noktanın nerede olabileceğini düşünerek seçim yapmaktadır. Ş, ortadan seçtiği noktanın köşelere olan uzaklıkları toplamını ve üçgenin çevresini hesaplayarak çalışmaya devam etmektedir (46Ş).

46Ş: *(İşlem yapıyor)* Sonuç yine 17,5 oluyor bu seferde toplamı ama yine çevresinden küçük çıkıyor.

47A: Peki biraz önce seçtiğine göre bu 17,5 daha büyük mü, küçük mü?

48Ş: Daha küçük. Çünkü onu da köşeden seçmiştim uzaklıkları daha da…

49A: Peki o zaman nereden seçersen belki biraz daha büyük elde etme şansın var?

50Ş: Daha uçtan seçersem daha uzun olabilir.

51A: O zaman oradan seçip denesen bulunabilir mi acaba?

52Ş: (*Köşeye çok daha yakın bir nokta seçiyor ve kâğıt üzerinde işlem yapıyor)* Topladığımızda 20 çıkıyor yine 30'dan küçük.

53A: Peki başka bir üçgende acaba farklı bir sonuç elde edilebilir miydi?

54Ş: Bence daha başka bir… Büyük çıkamazdı yani…

Ş tahminin doğruluğundan daha emin görünmektedir. Ancak o anda Ş, farklı bir üçgen daha çizmeyi istediğini belirtmiştir (55Ş).

55Ş: Daha küçük bir şey çizeyim.

56A: Neden daha küçük bir üçgen çizmeyi düşündün?

57Ş: Biraz önce büyük çizmiştim köşelerine olan uzaklıklar çevresinden çok küçük çıkıyordu. Biraz küçük çizince belki değişebilir. Bu sefer eşkenar yapmak istiyorum. *(Şekil çizmeye devam ediyor)*

58A: Bu noktayı seçme nedenini açıklar mısın?

59Ş: Ya… Eşkenar olduğu için belki daha büyük olur.

60A: Bekliyor musun daha büyük olmasını?

61Ş: Beklemiyorum ama… Yapacağım… *(İşlem yapıyor… İşlem yaparken noktanın sadece uzak kenarlara olan uzaklıkları toplamını hesaplıyor.* Yine küçük çıktı.

62A: Diğer köşelere olan uzaklığını hesapladın mı?

63Ş: Buraya mı?

64A: Evet

65Ş: *(İşlem yapıyor)…* Ama yine çıkmıyor…

Ş'nin bir üçgen oluşturması (38Ş) ve üçgenin çevresini hesaplaması (40Ş) Ş'nin tanıdığı bilgileri problemi çözmek için kullandığına örnektir. Bunun yanı sıra, Ş'nin yaptığı ölçümleri karşılaştırarak üçgenin iç bölgesinde nereden bir nokta alındığında bu noktanın köşelere uzaklıkları toplamının daha büyük olacağını yorumladığında da kullanma eylemi gerçekleşmektedir (46–54).

E çizim yaparak problem 3'ü çözmeye devam etmektedir.

53E: (*Şekil çiziyor…)* Tamam, bu 2 cm.

54A: Bunları şu veri kayıt formuna istersen kaydedebilirsin.

55E: 2. kenarın uzunluğunu bulursak… *(şekil çiziyor…)* o da 2 cm'dir.

56A: Evet.

57E: Uzunluklar toplamı 4 oluyor.

58A: Evet.

59E: Uzunluklar farkı sıfır oluyor.

60A: Evet.

61E: Şimdi yüksekliklere bakacağım. Bu tabana inilen…

62A: Kendin belirleyebilirsin yaz istersen üzerlerine hangileri olduklarını karıştırmamak için…

63E: *(Gerekli bilgileri kayıt ediyor…)* buraya inilen 4 cm, burası da 4 cm… bana yanlış hatırlamıyorsam bunları soruyordu. Bence… Dikmelerin toplamları orada bulunana şeye eşit… Dike eşit, yüksekliğe eşit.

64A: Peki tek bir nokta seçimi ile böyle bir genellemeye varman yeterli mi?

65E: Ben bir tane daha deneyeyim bence, bir nokta alsam belki farklı bir şey bulabilirim.

66A: Peki, sen bilirsin.

67E: Ama yani… Sonuçta buradan 1 cm uzaklıkta alsam sıfır buradan da uzaklığı 1 cm artacak toplamaları yine aynı olacak. Çok farklı olacağını sanmıyorum.

E'nin hesaplamalar yapması kullanma eylemini gerçekleştirdiğini göstermektedir (57E, 59E). E çizimler ve ölçümler yapmaktadır. Bu süreçte E'nin zihninde bir tahminin oluştuğu gözlemlenmektedir (63E). E tahminini bir nedene dayandırarak açıklamaktadır (67E). Burada yöneltilen soruyla E'nin hipotezini tekrar doğrulamak istemektedir. Yeniden çizim ve ölçüm yapar.

70A: Neleri ölçüyorsun şu an?

71E: Dikmeleri bir daha ölçüyorum.

72A: *(Şekil çizmeye devam ediyor…)*…Tahmin ettiğim gibi oldu.

73A: Peki yüksekliklerin uzunlukları aynı mı kalacak? İkizkenarlara ait yüksekliklerin uzunlukları.

74E: *(Tekrar şekil çizmeye devam ediyor…)* Demin bu sonucu bulurken yuvarlamıştım…

75A: Hım… Yine bu yeni noktaları kaydedebilirsin.

76E: Yine toplamaları buna eşit olmuş oldu, ikizkenarlara ait olan dikmeler… Yüksekliğe eşit oldu.

E denemelerine devam ederek hipotezinin doğruluğunu araştırmaya devam etmektedir. E'nin çizimlerinde araçları etkili kullandığı, dikmeleri ve yükseklikleri iletkiden doğru şekilde yararlanarak oluşturduğu gözlemlenmiştir. Bu davranış aynı problem üzerinde çalışan N'de görülmemektedir. N, problemde tabanı üçgensel bölgenin tamamı olarak aldığından problemi ilerletmekte güçlük çekmektedir.

14N: *(Düşünüyor ve çeşitli hesaplamalar yapıyor)*Başka bir şey ne olabilir?

15A: Kafanda nasıl ilişkili olabileceklerine dair bir şey var mı? Gözünde canlandırdığında…

16N: Gözümde canlandırdığımda benim aklıma şu geliyor. Şimdi bu nokta tam şu iki kenarın üzerinde olsaydı *(üçgenin tabanını kastediyor)* Yüksekliğe bu uzunluğu indirirsek tam şey oluyor işte, yükseklikle eşit oluyor toplanırsa. Bunu biraz daha ileriye götürürsek *(yukarıyı, üçgenin iç bölgesindeki kısmını gösteriyor)* dikme indirdiğimiz zaman aynı şey olur mu diye düşünüyorum ama aklıma gelmiyor. Ne olabilir?

17A: Noktanın yerini başka yerde alıp yeniden denesen?

18N: Noktayı bu sefer şurada bir yerde alayım *(noktayı yine üçgenin iç bölgesinde alıyor)* Şunla şunun *(iki dikmeyi gösteriyor)* toplamı şuna eşit mi? Böyle bir şey üzerinden gidelim. Kenar 6 ise buralar 3, 3 olur. *(Dikmeler kenarları ikiye bölüyor gibi düşünerek verdiği değerleri ona göre hesaplama yapıyor.)*

N kendince olası sonuçtan bahsetmekte ancak bu düşüncelerini matematiksel olarak açıklayabilmeye yönelik hiçbir girişimde bulunmamaktadır. Çizdiği üçgende göz kararı bir sonuç oluşturmaya çalıştığı görülmektedir. Bu çalışmada N'nin kullanma eylemini gerçekleştirdiği söylenebilir mi? N'nin zihninde yanlış oluşmuş üçgen yapısı bulunmaktadır. Bu yapının özelliklerinin problemi çözmede yanlış olarak tanınması, yanlış olarak kullanılmasına neden olmaktadır.

Çünkü N noktaları üçgenin iç bölgesinde alarak bir sonuca ulaşmaya çalışmaktadır (16N, 18N).

Kullanma eyleminin gerçekleşme şekline genel olarak bakıldığında çözüm stratejilerinin seçimi, ipuçlarının yakalanması ve ilişkilendirme noktalarında farklılıkların olduğu göze çarpmaktadır. Daha önceden de belirtildiği gibi, öğrenciler problemin çözümüne ilişkin ürettiği hipotezlerin doğruluğunu, kullanma eylemi sürecinde araştırır ve mevcut matematiksel yapılarını problemi çözmek için kullanır. Matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin problemi çözme sürecinde bir strateji belirleyerek ilerledikleri gözlemlenmiştir. Örneğin M, üçgen oluşturmayan üçgenlerin kenar uzunlukları arasındaki kritik noktayı iki çubuğu sabit tutup üçüncü çubuğun uzunluğunu değiştirerek keşfetmiştir. Ş nokta seçimlerini köşelere en yakın yerlerden seçerek tahmininin doğruluğunu araştırmıştır. Bununla birlikte matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin belirledikleri stratejiyi uygulamayı amaç edindikleri, bu amacı gerçekleştirirken asıl hedeflerini ihmal ettikleri gözlemlenmiştir. Örneğin B'nin, üçgen oluşturmayacak çubuk seçimleri üzerinde durması, problemler ilgili genel bir yapı oluşumunun önüne geçmiştir.

Kullanma eylemi, öğrenciye ipucu verilmesi gibi bir kaynağın öğrenciye hatırlatılması ile de gerçekleşebilir (Hershkowitz, ve diğer., 2001). Öğrencilerin verilen ipucunu değerlendirerek çözümlerine yön vermeleri noktasında farklılık gösterdikleri gözlemlenmiştir. Matematiksel gücü yüksek olan öğrenciler ipuçlarını kullanarak hatalarını fark etmekte ya da çözümlerini ilerletmektedir. E ile gerçekleştirilen çalışma bu duruma örnek gösterilebilir.

38A: Peki bir üçgenin kaç tane yüksekliği vardır?
39E: Üç.
40A: Peki sende kaç tane var şu an?
41E: Bir.
42A: Senden istenenin hangi yükseklik olduğunu biliyor musun?
43E: Tabana gelen yükseklik galiba… Hayır! İkizkenarlara ait yüksekliklermiş. Yani yanlış yaptım. *(Tekrar şekil çiziyor…)*

İpuçlarını fark ederek kullanma matematiksel gücü düşük olan öğrencilerde gözlemlenmemiştir (11C-17C). Bu durumun nedeni öğrencilerin ipucunu yakalamalarını sağlayacak yapılara sahip olmamaları veya yanlış oluşturmuş olmalarından ötürü tanımamalarından kaynaklanıyor olabilir.

Öğrencilerin matematiksel güçlerine göre kullanma eylemini gerçekleştirmeleri arasında görülen farklılıklardan bir diğeri, tanınan bilgilerin ilişkilendirilmesi noktasında görülmektedir. Kullanma sürecinde öğrenci yeni ve daha karmaşık yapısal bilgi ile zenginleşmez, problemde uygulanabilir bir çözümü oluşturmak için mevcut yapısal bilgisini kullanır. Öğrenciler bir hedefi başarmak için daha önceki aktiviteler aracılığıyla tanıdıkları yapıları kullanırlar. Öğrencilerin daha önceden oluşturdukları bilgi yapılarını tanımaları önemli olabilir. Bununla birlikte bu bilgi yapılarını doğru şekilde ilişkilendirerek oluşturmaya hazırlık niteliğinde kullanmaları da önemlidir. İlişkilendirmenin doğru şekilde yapılması, kullanma eyleminin doğru şekilde gerçekleşmesinde rol oynadığı gözlemlenmiştir. Örneğin M çubuklarla yaptığı denemeleri kaydederek değerler arasındaki ilişkiyi sorgulamıştır (14M, 16M). B ise ilişki kurmak yerine, bir sonuca ulaşmak için aslında üçgen oluşturabilecek uzunluktaki çubukları, üçgen oluşturma koşullarına uymayacak şekilde yerleştirmiştir (21B).

4.2.1.3. Oluşturma

Oluşturma, var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilmesi ile bu bilgiler arasında yeniden bir düzenlemeye gidilmesi neticesinde yeni bir anlam oluşturulması sürecidir (Bikner-Ahsbahs, 2004:120). Bu bölümde öğrencilerin (eğer gerçekleşmişse) oluşturma süreçleri incelenmektedir.

M'nin önceden oluşturduğu yapıları tanıdığı ve problemi çözmek için bu yapıları kullanmaya başladığında eş zamanlı olarak oluşturma sürecinin de yavaş yavaş başladığı söylenebilir. M;

- Uzunlukları pek farklı olmayan çubuklarla denemeler yapmaya başladığında,

- 12 cm ve 8 cm uzunluğundaki çubuklar 25, 24, 23, 22, 21 ve 20 ile üçgen oluşturmadığı halde 19 ve 18 ile neden oluşturduğunu sorguladığında,

oluşturma sürecinin diğer epistemik eylemlerle iç içe ilerlemeye başladığı söylenebilir. Epistemik eylemlerin iç içe yerleşmişliği daha sonraki bölümde tekrar ele alınacaktır.

Oluşturma süreci, tanıma ve kullanma süreçlerinin tamamlanması ile ulaşılan bir nokta olmaktan çok, bu epistemik eylemlerle eş zamanlı olarak kendini gösterebilen bir süreç olarak görülebilir. M'nin oluşturma süreci bağlantıları tam olarak kurarak bir sonuca ulaştığında tamamlanabilir.

17A: 6, 8, 10 seçmenin bir nedeni var mı?

18M: Dediğim gibi ne çok küçük olmasını ne çok büyük olmasını. Arada 2 tane sayı bıraktım. Öylelikle oluşturdum. 24 ile 21 arasında 3 sayı. 21 ile 10 arasında 11 sayı var. Ama yine dengeli rakamlar. Çok büyük farklar değil. Şimdi mesela ben 21 ile 10'u topladığım zaman 31. 31, 24'ten büyük. 21'den 10 çıkardığım zaman 11'de 24'ten küçük… (*düşünüyor*). 12, 8 ve 21 ile oluyor muydu? 12, 8 daha 20'ye eşit. 12'den 8 çıktı 4. 20'den küçük.. (*Düşünüyor ve verilerini inceliyor*) Şimdi ben oluşturanlarla iki kenarı topladım, mesela 10 ile 21'i topladım. 24'ten büyük oldu. 10 artı 21, 31 yaptı. 31 büyüktür 24. 21'den 10'u çıkardığımda 11 yaptı. 11'de küçük 24'ten. Bu bir üçgen oluşturdu. Oluşturmayanlarda bunu denediğim zaman… Mesela 12'yi artı 8 20 yaptı. 20 küçüktür 25'ten. Mesela 12'den 8 çıktı 4. 4'te 25'ten küçük. Burada büyük çıktı üçgen oluştu burada küçük çıktı üçgen oluşturmadı. Demek ki bunun (*çıkarma işleminin sonucunu gösteriyor*) küçük olması gerekiyor üçgen oluşturabilmesi için. Bu oluşturmadı. Buna göre son bir deneme daha yapıp anlayacağız. 12, 8 daha 20. 20 küçüktür 21'den. 12'den 8 çıktı 4. 4'te küçüktür 21'den. Bu da oluşturmadı. Demek ki…(*duraksıyor*)

19A: Eşitlik söz konusu olabilecek mi?

20M: Burada mesela 12, 8 daha 20. 20, 20'ye eşitti ama oluşturmadı bir üçgen. Demek ki eşitliğin de söz konusu olmaması lazım. Mesela o zaman dediğime göre bu ikisini topladığımız zaman bundan büyük olmak zorunda, çıkardığımızda küçük olmak zorunda yine.

Yaptığı denemeler sonucunda üçgen oluşturan ve oluşturmayan uzunluklar, M'nin yeni bir yapı oluşturma için ihtiyaç duymasını sağlamaktadır ve bu durum oluşturduğu yapıyı soyutlamaya taşıyabilir. M, oluşturduğu bilgiyi aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

22M: Bir üçgen çizdiğimde, burasını a, b ve c olarak düşündüm. Mesela a ile b' yi topladığımda c' den büyük olması gerek. a artı b, büyüktür c' den. a' dan b' yi çıkardığımda veya b' den a' yı çıkardığımda a eksi b veya b eksi a' nın da küçük olması gerek c' den.

23A: Ya a, b' den küçükse negatif çıkmaz mı sonuç?

24M: a, b' den küçükse…(*düşünüyor*)

25A: Mesela a kenarı 2 cm, b kenarı 3 cm olsun. 2-3 nedir?

26M: -1. Eksili sonuç çıkacak.

27A: Bunun eksili çıkmasını engellemek için bir şey yapabilir miyiz?

28M: b'den a'yı çıkarırız.

29A: O halde b' den a' yı çıkarmakla a' dan b' yi çıkarmak farklı mıdır?

30M: O zaman ne yaparız, bu 2 bu 3 ise bu da örneğin 6 olsun. b' den c' yi çıkarırsak, yine eksili bir sonuç çıkıyor.

31A: 2,3,6 senin bulduğun kurala göre üçgen oluşturur mu?

32M: Benim söylediğim kurala göre… 2, 3 daha 5. 5, 6'dan küçük. O zaman oluşturmaz. Dolayısıyla buraya (*3'ü gösteriyor*) 5 yazalım. 5, 2 daha 7. 7, 6'dan büyük. Şimdi mesela 5-6 dediğimiz zaman -1 çıkıyor. O zaman a' nın büyük olması lazım -1'den.. burada eksili sonuç çıktığında ne yapmamız gerekiyor? (*duraksıyor*)

33A: Eski bilgilerini hatırlamaya çalışsan tam sayılarla ilgili?

34M: …

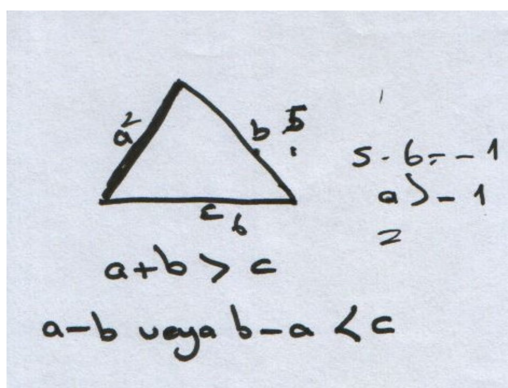
35A: Uzunluk negatif olabilir mi?

36M: Uzunluk negatif olamaz. O zaman zaten burada bulduğum zaman. 5’ten 3 çıktığı zaman 2 çıkıyor. Ama 2’den 5’i çıkardığımız zaman… O zaman her zaman uzun kenardan kısa kenarı çıkarmamız gerekiyor.

Yukarıda altı çizili olarak verilen ifade (36M), M’nin üçgen eşitsizliği üzerine bir yapı geliştirme amacına sahipken bu yapının oluşmasını sağlayacak daha küçük, ama daha önemsiz diyemeyeceğimiz, bir yapı oluşturduğunun göstergesidir. Bir yapı oluşurken, bu yapının sağlamlığını destekleyecek küçük yapılar eş zamanlı olarak oluşmaktadır. Bu durum oluşturma sürecinin küçük fakat birbiriyle ilişkili adımlarla ilerlediğinin göstergesidir.

M, kenar uzunlukları arasında olması gerektiğini düşündüğü ilişkiyi kendi ifade tarzı ile belirtmektedir. Verdiği örnek ile de iddiasını kanıtlamaya çalışmaktadır.

Şekil 44
M’nin Birinci Bölümde Oluşturduğu Bilgiyi İfade Etme Şekli



Birinci bölümü bitirdiğinde M’nin oluşturduğu yapılar;

- Üçgen oluşması için iki kenar uzunluğunun toplamının üçüncü kenarın uzunluğundan büyük olması gerektiği,

- Üçgen oluşması için iki kenar uzunluğunun farkının üçüncü kenarın uzunluğundan küçük olması gerektiği,
- Kenar uzunluklarının farkı alınırken, uzun kenar uzunluğundan kısa kenarın uzunluğunun çıkarılması gerektiği

dir.

İkinci, üçüncü ve dördüncü bölümde yer alan sorular, M'nin yeni oluşturduğu matematiksel bilgiyi uygulamanın ötesinde bilinmeyen değerlere ilişkin yorumda bulunmasını gerektirmektedir. M, bir üçgenin oluşması için kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin nasıl olması gerektiği ile ilgili oluşturduğu yapıyı farklı uzunluklar için denemişti (32M). İkinci ve üçüncü bölüme geldiğinde oluşturduğu yapıyı kendinden emin bir tavırla kullandığı gözlemlendi.

37A: İkinci bölümüne geçelim problemin.

38M: (*Soruyu okuyor*) Uzunlukları 3,5 ve a birim (a>0) olan çubuklarla bir üçgen oluşturabilmek için kenar uzunlukları ve a arasında nasıl bir ilişkinin olması gerekir? Mesela bir üçgen varmış (*çiziyor*). Bunun bir kenarı 3, bir kenarı 5, bir kenarı a birimmiş. Yalnız burada a, 0'dan büyükmüş, yani negatif değilmiş. Uzunluk zaten negatif olamazdı. Şimdi burada kenar uzunlukları ve a arasındaki ilişki nasıl olmalıdır? Biz ne demiştik, iki kenarın uzunluğu 3. kenardan büyük, farkı da küçük olmalıdır. Demek ki a 3 ve 5'in toplamından küçük olmak zorunda. 8. a küçüktür 8'den. 5 eksi 3, 2. a büyüktür 2'den. 2'den büyük olmak zorunda.

39A: Peki bu değerler neler olabilir?

40M: Bu değerler neler olabilir? O zaman baktığımız zaman 2 küçüktür a, o da küçüktür 8'den olur. Araya gelen sayılar da şöyle; 3,4,5,6 ve 7 oluyor. a; 3,4,5,6,7 olabilir.

41A: Diğer bölümdeki soru?

42M: Uzunlukları… Yine çizeyim ben (*üçgen çiziyor*) 3, a ve 2a birim (a>0) olan çubuklarla bir üçgen oluşturabilmek için kenar uzunlukları ve a arasında nasıl bir ilişkinin olması gerekir? Burada iki tane aynı cins sayı olduğu için 2a artı a eşittir 3a. 3a büyüktür 3'ten. 2a eksi a. a'da küçüktür 3'ten dediğimize göre. O zaman ortaya 3 koyduğumuzda. 3a büyüktür 3, 3 küçüktür a oluyor. Demek ki burada 3'ün yerine gelebilecek sayıları… Şu anda 3, 3 tane a'dan küçük, bir a'dan büyük. O zaman 2a olabilir mi?

43A: 3, küçüktür 3a dedin. a da küçük 3 dedin.

44M: a, 3'ten küçükse ve negatif değilse a' nın yerine 2 ve 1 gelir. Bu durumda a, 2 ve 1 olabilir. a'ya 2 dediğim zaman burası, 2 kere 2'den 4, burası da 2 olur. Üçgen oluşturması için 3, 2 daha 5.

45A: Şu an 2'nin doğruluğunu mu irdeliyorsun?

46M: Evet. 3, 2 daha 5. 5 büyüktür 4'ten. 3 eksi 2 eşittir 1. 1 küçüktür 4.

47M: 2 sağlıyor mu?

48M: 2 sağlıyor. 1'e baktığımda. Burası 1, burası 2 oluyor. 3, 1 daha 4. 4 büyüktür 2'den. 3'ten 1 çıktı 2. 2 ile 2 birbirine eşit olduğundan bu bir üçgen oluşturmaz. Çünkü bunun burada küçük olması gerekiyordu.

49A: O halde a ne olabilir?

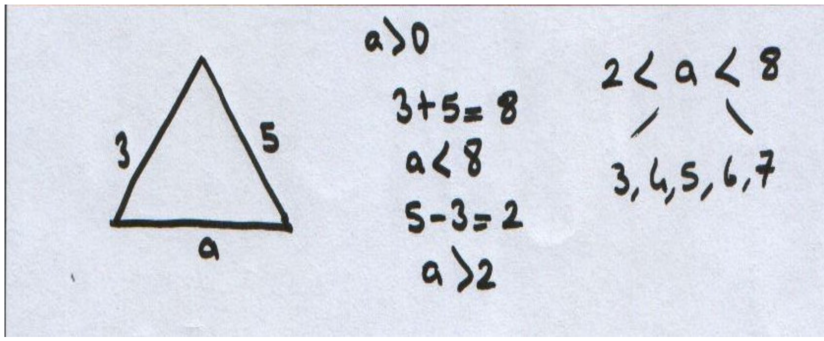
50M: 2 olabilir. a eşittir 2 olabilir.

M'nin problemin cevabı üzerinde sesli olarak düşünürken kendine dönütler veriyor olması, attığı adımların farkında olduğunu göstermektedir. Örneğin problemde a'nın pozitif olduğunu okuduğunda "uzunluk zaten negatif olamazdı" yorumunu yapması (38M), M'nin soru ile ne yaptığının farkında olarak uğraştığını göstermektedir.

M'nin soruda yeni oluşturduğu yapıyı ustalıkla kullanması dikkat çekmektedir. M'nin problemi çözerken yazdıkları, yeni oluşturduğu bilgiyi doğrudan ve açıkça kullandığını göstermektedir.

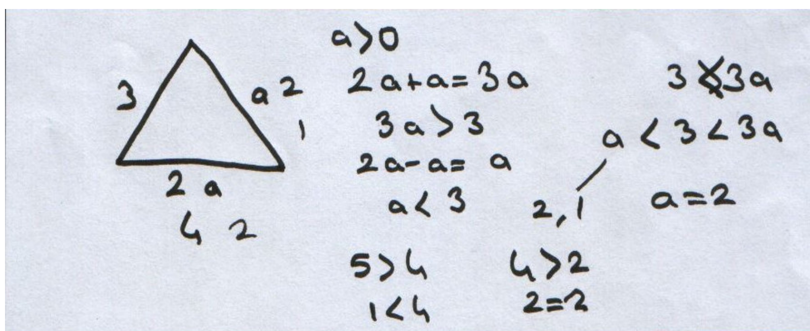
Şekil 45

M'nin İkinci Bölümdeki Soruyu Çözme Şekli



Şekil 46

M'nin Üçüncü Bölümdeki Soruyu Çözme Şekli



M, ikinci ve üçüncü bölümdeki sorularda yeni oluşturduğu bilgiyi rahatlıkla kullanabilmiştir. Dördüncü bölümdeki soruda, önceki bölümlerde sergilediği ne yapması gerektiğini bilen tavrı görülmemektedir.

52M: Uzunlukları 1, a^2 ve 2a birim (a>0) olan çubuklarla bir üçgen oluşturabilmek için kenar uzunlukları ve a arasında nasıl bir ilişkinin olması gerekir? Şimdi mesela bir üçgen çizelim. Burası 1, burası a^2 ve burası 2a olur. a yine büyüktür 0'dan. İlişki nasıl olmalıdır? Şimdi burada bu ikisine baktığımız zaman a^2 artı 2a… Yukarıda nasıl yapmıştım? *(ikinci ve üçüncü bölümdeki soruları nasıl çözdüğünü inceliyor)*

M, dördüncü bölümdeki soruyu ele alırken, daha önceki bölümlerdeki soruları nasıl çözdüğünü tekrar inceleme ihtiyacı hissetmiştir. M, ikinci ve üçüncü bölümdeki soruları nasıl çözdüğünü inceledikten sonra, bu sorularda yaptığı yolun dışında, değer vererek sonuca ulaşmaya karar vermiştir.

52M: …a negatif değilse a yerine gelebilecek sayılar 1, 2 gelebilir… Ama oluşabilmesi için mesela 1. (önce 1'i sonra 2'yi deniyor). 2 kere 2, 4. 1 artı dört beş yapar. Burası 2a olduğu için…

53A: Neden 1 ve 2'yi deniyorsun direkt olarak?

54M: Deneyerek bakacağım sırayla da… Bu küçük bir sayı olduğu için topladığımda üçgen oluşması açısından. *(1,1 ve 4 uzunluklarının üçgen oluşturup oluşturmadığını, bulduğu kurala göre deniyor.)* 2 oluşturmuyor. 3 kere 3, 9. 2 kere 3, 6. *(Kenar uzunluğunu 3 olarak deniyor).* Demek ki 3'ü de koyamam.

55A: Sayıyı küçük seçmenin nedeni nedir?

56M: Ben burada direkt 10'dan başlasaydım, 10'un karesi 100 sayılar arasındaki fark çok büyük olacaktı, üçgen oluşmayacaktı. O yüzden ben burada demin bulduğumuz kurala uysun diye 1, 2, 3'ten başladım, küçüklerden ve ayrıca negatif de olamayacağı için.

M'nin problemi çözerken oluşturduğu yapıyı tanıdığı gözlemlenmektedir (56M).

M, problemin çözümü için ikinci ve üçüncü bölümdeki gibi cebirsel olarak değil, değer vererek sonuca ulaşmayı seçmiştir. Pozitif bir değer için sayı büyüdükçe kenar uzunlukları arasındaki fark açılacağını fark ederek küçük sayılarla denemeye başlamıştır. M, sayılar ve özellikleri ile ilgili sahip olduğu bilgileri yeni bir yapıyı oluşturmak için kullanmaktadır.

B'nin önceden oluşturduğu bilgilerin bir kısmının yanlış olduğunu, doğru olanları ise yanlış kullandığı gözlemlenmişti (15B). B, oluşturma sürecinde bu yapılardan hareketle bir noktaya ilerlemiştir.

24A: Her uzunluktan üçgen oluşur mu o zaman?

25B: Her uzunluktan üçgen oluşabilir. Mesela 8 uzunluktan da yapabiliriz. Buradan aynı burayı da 8 uzunluk yaparız. Burada tabi başka uzunluklar olur. Bura 5,5 olur. Her uzunlukta üçgen oluşur ama kenarlarını birleştirmeden oluşmaz.

26A: Tamam, emin misin?

27B: Eminim.

Oluşturmada bireyin amacı, gerekli bilgi yapılarını tanıyarak ve bu yapıları bir araya getirip kullanarak bir hedefi gerçekleştirmektir. B, süreç içerisinde verilen hedefi gerçekleştirmek amacıyla değil, hedefe ulaşmasını sağlayacak kendi belirlediği küçük hedefi gerçekleştirmek amacıyla ilerlemektedir. B bu bölümde soruyu çözmek için gerekli olduğunu düşündüğü sahip olduğu bilgi yapılarını tanımıştır. Bu bilgi yapıları, yanlış oluşturulmuş olmaları ve B'nin amaca yönelik ve farkında olarak ilerlememesi nedeniyle yanlış kullanılmıştır. O halde burada oluşturmanın yanlış da olsa gerçekleştiği söylenebilir mi? B "her uzunluktan bir üçgen oluşur" sonucuna yeterli sayıda deneme gerçekleştirerek varmadığı için bir matematiksel bilgi yapısının varlığından söz edilebilir mi? Burada yöneltilen sorular tartışma bölümünde tekrar ele alınacaktır.

Ş denediği yeni üçgende düşündüğü fikrin doğruluğunun değişmeyeceğini düşünmesine rağmen (61), yine de farklı yerden nokta seçerek tekrar deneme yapmak istemektedir. Ş denemeleri sürecinde verilen problemle ilgili olarak zihninde bir yapı oluşmaktadır. Ş, bunu aşağıdaki ifadelerle göstermektedir.

71Ş: …üçgende belirlediğim noktalardan hiçbirinde böyle… İstediğim sonuç yani çevresinden büyük çıkacak bir sonuç elde edemedim. Bu yüzden de şey… Bu yüzden de benim kararım: Tahminimce noktalardan belirlenen şey köşelere uzaklıkları yine çevresi toplamından büyük çıkamaz.

Ş, problemi çözme sürecinde attığı adımları yeniden anlatmaktadır (72–83). Bunun ardından Ş'nin bu yapıyı sadece kendi üçgen ve nokta seçimleri için mi yoksa genel bir perspektifle mi oluşturduğu araştırıldı.

84A: …çözdüğün problemde üçgenine göre sonuç değişir mi? İkizkenar, çeşitkenar ya da eşkenar olmasına göre değişir miydi?

85Ş: Hayır değişmezdi bence.

86A: Neden?

87Ş: Çünkü içindeki uzaklıklar böyle… Seçtiğim uzaklıklar çevresinden büyük çıkmıyor. En uçtan seçtim belki uzaklığı büyüdüğü için değişebilir diye ama burada en uçtan seçtiğim için burada yine bir kenar kalıyor o yüzden sonuç değişmiyor.

88A: Peki geniş açılı, dar açılı, dik açılı olmasına göre değişir miydi sence?

89Ş: Bence değişmezdi yine.

90A: Nedeni nedir?

91Ş: Yine aynı çünkü seçtiğim şeyler yine sonucu aynı çıkarıyor. Yapayım bir tane (geniş açılı bir üçgen çiziyor.)

Ş'nin emin olmak için değil ikna etmek için çizdiği üçgen üzerinde benzer araştırmaları yaptığı gözlemlenmektedir (92–104).

104A: Peki, sana bunu sorduğum zaman çizim yaparak denemeye neden ihtiyaç duydun?

105Ş: Çünkü çizim yaparak daha mantıklı, daha emin olmak için... Vereceğim cevaptan emin olmak için çizim yaparak açıklamayı düşündüm… …çizimlerime göre verdiğim cevap da doğru bence.

Araştırmanın bir noktadan sonra (55Ş) daha kritik olduğu söylenebilir çünkü bu noktadan itibaren oluşturma eylemi daha belirgin hale gelmeye başlamaktadır. Ş farklı üçgenler ve noktalar seçerek tahmininin doğruluğunu araştırmış ve problemin çözümü ile ilgili bir yapı oluşturmuştur (71Ş). Aynı problemle uğraşan C, problemi sahip olduğu yanlış yapıları yanlış şekilde ilişkilendirerek çözmüştür. Tanıma eylemi, kullanma ve oluşturma eylemlerine başlangıç noktası olmaktadır. Bu nedenle C, problemi sahip olduğu yanlış yapılar üzerinden ilerleterek yanlış olarak çözmüştür, problem sürecinde yeni bir yapı oluşturmamıştır.

Yaptığı çizimler ve ölçümler sonrasında E "Bence ikizkenarlara inilen dikmelerin toplamı ikizkenarların yüksekliklerin toplamına eşittir." Şeklinde bir yapı oluşturmuştur (98E). Bunun yanı sıra E, oluşturduğu yapıyı geometrik olarak da ifade edebilmiştir.

$$|BF| = |DE| + |DH| = |CG|$$

N, noktaları üçgenin iç bölgesinden aldığı ve bu noktalardan ikizkenarlara dikme inmiştir. Bu dikmelerle ikizkenarlara ait yüksekliklerin toplamı arasında "İkizkenara inilen dikmelerin uzunlukları, ikizkenarlara ait tüm yüksekliklerin üçte biri kadardır" şeklinde bir ilişki bulmuştur (23N). Ancak N problemi çözerken dikmeleri ve yükseklikleri inmede hiçbir geometrik gereçten yararlanmadan, göz kararı çizim yapmıştır. N bu gereçlerin kullanımının sonuca ulaşması için gerekli olduğunun ve sonucu etkileyeceğinin farkında olmayabilir. Eğer bu durum geçerliyse, yeni bir bilgi yapısının oluşturulması sürecinde farklı bilgilerin tanınmasının ve kullanımının önemi ortaya çıkmaktadır.

Oluşturma sürecinde önemli olan noktalardan bir diğeri de, beklenen dışında bir yapının bağlam içinde oluşabilmesidir. Daha açık bir dille, araştırmada oluşturulması amaçlanmayan bir yapının süreç içerisinde oluşabileceği gözlemlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek bir görüşme aşağıda verilmektedir.

3A: Sözel olarak yani ne isteniyor bir açıklayabilir misin?

4Ş: Şimdi benden, bir üçgenin herhangi belirlenen herhangi bir noktadan köşelere olan uzaklığı üçgenin çevresinden büyük olur mu? Diye soru soruyor.

5A: Evet… Peki, bu istenenleri şekil olarak ifade edebilir misin?

6Ş: Evet…*(Şekil çiziyor…)* Önce bunda herhangi bir nokta belirleyeceğim…

7A: Evet…

8Ş: Bu uzaklıkları topladığımda çevresinden büyük çıkmıyor.

9A: Peki bir tane tahminle sonuca varabilir misin?

10Ş: Varamam. Başka bir tane daha çizerim.

Ş, üçgenin iç bölgesinde köşelere olan uzaklıkları toplamı üçgenin çevresinden büyük olacak şekilde bir noktanın var olup olamayacağını araştırmaktadır (6Ş). Ancak bu arada bir tane örnekten yola çıkarak bir genellemeye ulaşılamayacağı yönünde bir yapı oluşmuştur (10Ş). Araştırmada oluşturulması amaçlanmamasına karşın Ş için problem çözme sürecinde oluşturulmuş olan bir yapıdır.

Tanıma ve kullanma eylemlerinin gerçekleşmesinde öğrencilerin matematiksel güçlerine bağlı olarak görülen farklılıkların, öğrencilerin oluşturma eylemini gerçekleştirmesine etki ettiği söylenebilir. Bunun nedeni bu eylemlerin gerçekleşmesi sürecinde aslında oluşturma sürecinin de başlaması olasılığıdır. Öğrenciler problemle ilgili atılabilecek adımları araştırma sürecinde tanıma ve kullanma eylemleri gerçekleşirken, çözümle ulaşılabilecek bir yapıda yavaş yavaş oluşmaktadır. Öğrenciler sahip oldukları yapıları kullanırken yani hipotezlerinin doğruluğunu test ederken oluşturma hep gerçekleşmektedir. Oluşturmanın tam belirgin bir noktada başladığı ve tam olarak belirgin bir noktada sona erdiği söylenemez. Çünkü öğrenci test ettiği düşüncesinin doğruluğundan emin olmadığında veya yanlış ilerlediğinde ulaştığı bilgiler de aslında onun bir sonraki adımını belirlemesine, dolayısıyla oluşturmasına yardımcı olmaktadır.

4.2.1.4. İç İçe Yerleşmiş Eylemler

RBC teorisinde yer alan eylemlerin birbirinden bağımsız ve etkileşimsiz olarak düşünülemediği; aksine iç içe yuvalandığı belirtilmektedir (Hershkowitz ve diğer., 2001). Benzer durum bu araştırmanın bulgularında da görülmüştür. Örneğin M düşüncesinin doğruluğunu hızlı ve meraklı bir tavırla araştırmıştır (18M). Bu esnada araştırmacı tarafından yöneltilen soruları önemsemeden kısaca yanıtlayarak, kendi fikri üzerine yoğunlaşmaya devam etmektedir (18M, 20M). M'nin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi böylesine hızlı fark etmesi beklenmedik bir durumdur. M, düşüncesinin doğruluğunu kanıtlamak için sahip olduğu bilgi yapılarını kullanmakta, doğruluğundan emin olduğunda da oluşturma süreci gerçekleşmektedir (20M). Aslında M, hipotezinin doğruluğundan emin olmadığında da oluşturma devam etmektedir. Çünkü M'nin emin olmaması belli bir süreç sonunda ortaya çıkmaktadır ki bu da oluşturma sürecinde olduğunu gösterebilir. Bu noktada tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin birlikte ilerledikleri söylenebilir. M çeşitli değerler vererek hipotezinin doğruluğunu kontrol ederken daha önceki zihinsel yapılarını tanımakta, tanıdığı yapıları kullanırken oluşturma süreci sürekli gerçekleşmektedir.

Epistemik eylemlerin eş zamanlı ve iç içeliği B'de de görülmektedir. B ilk denemesinde üçgenin kenar uzunluklarını eşit, daha sonra kenar uzunluklarının ikisini eşit, daha sonraki denemelerinde ise tüm kenarları farklı uzunlukta seçmiştir (1B, 9B). B bu seçimleri yaparken eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgenle ilgili bilgileri bildiğinden her biri için ayrı bir deneme yapmış veya üçgenin kenar uzunluklarının eşit olmayabileceğini çubuklarla deneme yaparken fark etmiş olabilir. Eğer ilk durum doğruysa yani; B eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgenle ilgili bilgileri biliyor ve her biri için ayrı bir deneme yapıyorsa, tanıma ve kullanma eylemleri gözlemlenirken verilen problemle ilgili oluşturma süreci başlamıştır. Eğer ikinci durum doğruysa yani; üçgenin kenar uzunluklarının eşit olmayabileceğini çubuklarla deneme yaparken fark etmişse, verilen problemi çözmek için ihtiyaç duyacağı yapılardan bir tanesi oluşuyor demektir. Hangi durum söz konusu olursa olsun, bu durum epistemik eylemlerin iç içe yuvalandığının göstergesidir. Dahası, bir hedefi geçekleştirmek için gerekli olan küçük yapılar arasında doğru ilişkilerin kurulması, esas bilgi yapısını oluşturmaktadır.

Epistemik eylemler birbirlerinin içinde yer alabilir. Örneğin öğrenci önceden tanıdığı yapıları kullanırken, gerekli olabilecek farklı bir bilgiyi o anda tanıyabilir. Ya da henüz tanıma veya kullanma eylemi gerçekleşirken başka bir konuyla ilgili yeni bir yapı oluşturabilir. Bunun örnekleri M ve B'nin görüşme metinlerinde gözlemlenmektedir. Tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri arasındaki ilişki lineer değil, iç içe geçmiş şekildedir.

4.2.1.5. Pekiştirme

Pekiştirme, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilginin öğrenciye daha tanıdık gelmesi sürecidir. Pekiştirme ile öğrenci matematiksel yapının daha kolay farkına varır. Yeni oluşturulmuş bir yapının pekiştirilmesi öğrencinin daha sonraki aktivitelerde bu yapıyı tanımasına ve kolaylıkla kullanmasına imkân verir (Monaghan and Ozmantar, 2006). Problem 2'nin ve problem 3'ün bazı soruları, pekiştirme ile ilgili birkaç gözlemi aktarmayı gerekli kılmaktadır.

Örnek olay çalışmalarında başarılı bir problem çözme performansı gösteren M, yeni oluşturduğu bilgiyi kullanma noktasında da zorlanmadığı gözlemlenmiştir (40M, 50M). Bununla birlikte dördüncü bölümdeki soruyu ele alırken, daha önceki bölümlerdeki soruları nasıl çözdüğünü tekrar inceleme ihtiyacı hissetmiştir (52M). M'nin bu davranışı, yeni oluşturulan bilginin 'kırılgan' yapısı olduğunun göstergesi olabilir. M, ikinci ve üçüncü bölümdeki soruları nasıl çözdüğünü inceledikten sonra, problemi çözmeye devam etmiştir (54M).

Problemin üçüncü sorusu ikizkenar üçgenler için oluşturulan yeni bilginin eşkenar üçgen için de oluşturulup oluşturulamayacağı tartışmalarını gerektirmektedir. Öğrencilerin hiçbiri bu soruyu doğru olarak yanıtlayamamıştır. Problemi çözmede yeni bir yapı oluşturmuş öğrenciler için, bunun hemen kullanılamaması beklendik bir durum olarak yorumlanabilir. Örnek olay çalışmalarında rahatlıkla kullanılabilmesi için yeni oluşturulan bilginin pekiştirilmesi gerektiği gözlemlenmiştir. Pekiştirilmeyen bilginin 'kırılgan' bir yapıya sahip olduğu başka araştırmacılar tarafından da ifade edilmiştir (Tsamir ve Dreyfus, 2005; Monaghan and Ozmantar, baskıda). Pekiştirme, soyutlama sürecindeki önemli aşamalardan bir tanesidir. Bu araştırmada pekiştirme sürecinin gözlemlenmesi, bu sürecin soyutlamaya ulaşmadaki etkisini belirlemek amaçlanmamaktadır. Bununla birlikte araştırma bulguları pekiştirmenin soyutlama sürecindeki önemini vurgulamaktadır.

4.2.1.6. Bilgi Oluşturma Süreci Bulgularına Genel Bir Bakış

Farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturma sürecinde bir takım farklılıkların olduğu belirlendi. Başlıklar halinde ilgili görüşme metinlerine işaret edilerek yukarıda sunulan bu farklılıklar, bu bölümde bir bütün içinde özetlenmektedir.

Öğrencilerin verilen bir problemi çözme sürecinde gerekli olan bilgileri tanımaları, matematiksel güçlerine göre değişmeksizin gerçekleşmektedir. Matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin problemleri çözmede gerekli olan doğru bilgileri, matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin ise önceden yanlış oluşturulmuş olan yapıları tanıdığı gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin önceden oluşturdukları doğru bilgileri tanımaları, çözümle ilgili doğru tahminde bulunmalarını sağlamaktadır. Önceden oluşturulan bilginin doğru yapılandırılması, tahminin doğru olmasını etkilemektedir. Bununla birlikte problemi resmetme noktasında matematiksel olarak güçlü olan öğrencilerin daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir.

Kullanma eyleminin gerçekleşme şekline genel olarak bakıldığında çözüm stratejilerinin seçimi, ipuçlarının yakalanması ve ilişkilendirme noktalarında farklılıkların olduğu göze çarpmaktadır. Matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin problemi çözme sürecinde bir strateji belirleyerek ilerledikleri gözlemlenmiştir. Matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin belirledikleri stratejiyi uygulamayı amaç edindikleri, bu amacı gerçekleştirirken asıl hedeflerini ihmal ettikleri gözlemlenmiştir.

Matematiksel gücü yüksek olan öğrenciler ipuçlarını kullanarak hatalarını fark etmekte ya da çözümlerini ilerletmektedir. İpuçlarını fark ederek kullanma matematiksel gücü düşük olan öğrencilerde gözlemlenmemiştir. Öğrencilerin matematiksel güçlerine göre kullanma eylemini gerçekleştirmeleri arasında görülen farklılıklardan bir diğeri, tanınan bilgilerin ilişkilendirilmesi noktasında görülmektedir.

Yapılan örnek olay çalışmaları, oluşturma süreciyle ilgili birtakım gözlemlerin yapılmasını sağlamıştır. Araştırmada oluşturulması amaçlanmayan bir yapının süreç içerisinde oluşabileceği gözlemlenmiştir. Ayrıca oluşturmanın belli bir noktada başlayıp biten bir süreç olmadığı, tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin birlikte ilerledikleri gözlemlenmiştir.

4.2.2. Matematiksel Düşünme Sürecinin İncelenmesi

Öğrencilerin matematiksel düşünme süreçleri; *farkındalık* ve *ilişkilendirme ve akıl yürütme* başlıkları altında incelenmektedir. Bu bölümde sekizinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarından Ethem (E) ve Nurettin (N)'in, yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarından Merve (M) ve Burak (B)'ın, altıncı sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarından Nurgül (NR) ve Candoğan (C)'ın olayları sunulmaktadır. Bu öğrencilerden E, M ve NR matematiksel güç ölçeğinden yüksek, N, B ve C düşük performans göstermiştir.

4.2.2.1. Farkındalık

Öğrencilerin problemi anlama, anladıklarını açıklama ve verileri kullanma biçimleri ile bu eylemleri gerçekleştirirken ne yaptıklarının ne ölçüde farkında oldukları bu başlık altında incelenmektedir. Problem 6'yı çözen E'nin problemi anlama ve açıklama şekli aşağıdaki gibidir:

1A: Evet, ikinci problemimizdeyiz.

2E: Çadır Kampı: Metin Bey kızı Ezgi ile birlikte kamp yapmaya ormana gider. Gece olunca sivrisinekler çoğalır. Metin Bey sivrisineklerden korunmak için yanında bir cihaz getirmiştir. Bu cihaz etrafa elektromanyetik dalgalar yayarak sivrisinek gelmesini engellemektedir. Cihaz bulunduğu noktadan her yana doğru 2,5 metrelik dalgalar yayarak etkili olmaktadır. Metin Bey'in ve Ezginin çadırı kare prizma şeklindedir. Çadırın boyu 1,5 metre ve hacmi ise 6 metreküptür. Her ikisi de bu cihazdan yararlanmak istemektedir. Metin Bey ve Ezgi'nin çadırlarını en fazla mesafe aralıklı kurabilmek için cihazı nereye yerleştirmeleri gerekir. Bu durumda iki çadır arasındaki mesafe ne olur? Şimdi… Kare prizma olarak düşünürsem bunu önce şekli çizelim. Bu kâğıda çizeceğim değil mi?

3A: Tabi.

4E: … İkisinin de çadırları aynı mı?

5A: Problemde belirtiyor mu?

6E: *(Problemi okuyor)…* Evet, tamam aynıymış.

7A: Bul dediği yer neresi?

8E: Şurası.

9A: Yani?

10E: Yani tavandaki bir kenar *(çadırın boyunu gösteriyor)*

11A: Tavandaki bir kenarı boyu mu demek?

12E: Aslında boy… Boy yüksekliktir evet ondan burası olması lazım.

13A: Bir kenarının uzunluğunu biliyor musun?

14E: Hayır bilmiyorum.

15A: Bilmen gerekir mi?

16E: Hacmini vermiş zaten… Bir dakika… Zaten buldum… 2.

17A: Nasıl buldun?

18E: Hacmi yanlış hatırlamıyorsam bu çarpı, bu çarpı, bu olması gerek. *(taban alanı ve yüksekliği gösteriyor)*

19A: Hım.

20E: Hacmi 6 metre küp ise, 1,5 ile 4'ün çarpımı verilmiş sadece o da 2'dir.

21A: Evet bir kenarının uzunluğunu ne buldun?

22E: 2 buldum.

23A: Bu senin işine yarayacak bir bilgi mi?

24E: Bence evet.

25A: Nerede yarayacak?

26E: Aralarındaki uzunluğu bulmamda. En fazla derken yani aralığın en uzun olmasını istiyor benden.

E'nin problemi dikkatle okuduktan sonra çözüme başladığı gözlemlenmektedir (1E). E problemde kendisine verilenleri anlamlandırabilmiş (12E, 16E) ve bu verilenleri kullanarak çadırın bir kenar uzunluğunu hesaplayabilmiştir (20E). Bununla birlikte E hesapladığı bu uzunluğun problemin devamında kendisine sağlayacağı yararın da farkında olduğu gözlemlenmektedir (26E). Aynı problemle uğraşan N'nin problemi ele alma biçimi aşağıdaki görüşmedeki gibidir:

1A: Problemi çözmek için hangi bilgilere sahip olduğun söylenebilir?

2N: Problemi okuyarak... İşte bir kare prizma varmış. Benim elimde şey var. Metin bey ve Ezgi'nin çadırları eşitmiş yani aynıymış. Ve işte bu cihaz 2,5 metrelik alana yayılabiliyormuş. Her yöne doğru olduğu için bu daire gibi bir şey yapar. Bundan faydalanabiliriz.

3A: Peki geometrik olarak problemi çözmek için sence hangi bilgilere sahip olman gerekiyor çözmeye başlamadan önce?

4N: Çözmeye başlamadan önce çadırların tabanını bilmem lazım, onların uzunluklarını. Ona göre şey yapıcağız, uzunluklarına bakacağız.

5A: Peki sen bu bilgilere sahip misin? Problem sana yeterli bilgi veriyor mu?

6N: Evet veriyor.

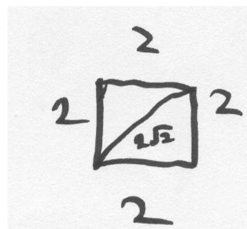
7A: Problemi sesli düşünerek çözersen sevinirim.

8N: Şimdi hacmi altıymış. Bunun tabanını bulmak için boyuna böleceğiz. *(hesaplama yapıyor, 6'yı 4'e bölüyor.)* 4 çıkıyor. Kare prizma olduğu için 4, 2'nin karesidir. O yüzden bir kenarı ikiymiş. *(İki tane kare çiziyor ve kenarlarına 2 yazıyor, daha sonra hızla köşegenin uzunluğunu 2√2 olarak yazıyor.)*

N problemde verilenlerden şeklin tabanının bir kenarının uzunluğunu hesaplamıştır (8N). Başlangıç noktasını oluşturan bu basit hesaplamayı hızla yapması olumlu olarak değerlendirilebilir. Nurettin kareyi çizdikten sonra köşegenini çizmiş ve köşegeninin uzunluğunu hesaplamıştır (Bkz Şekil 47). Bunu işine yarayacağını düşünerek değil, bir alışkanlık olarak yaptığı gözlemlenmektedir. Nurettin'in, klasik çıkan soru tiplerine alışkın olduğundan kendisinden istenecek olan bilgilerin ne olacağını tahmin ederek direkt olarak işlemleri yapma eğiliminde olduğu görülmektedir.

Şekil 47

N'nin Problemi Ele Alma Şekli



Problem 5'i, çözmek üzere okuyan M'ye aşağıdaki sorular yöneltilerek görüşmeye başlanmıştır:

1A: Problemi çözmek için hangi bilgilere sahip olman gerekir?

2M: Şimdi ilk önce Onur'un tahmini var. Ona göre Esin'in ipucu ilk yolu açıyor. Şimdi diyor ki, söylediğin sayının rakamlarından ikisi benim tuttuğum sayıda var, ancak yerleri farklı diyor. Bu sayıların hangileri olduğunu ve yerlerinin neresi olduğunu biz bilmiyoruz. İkinci tahminde neden Onur 2000 diyor, çünkü bu sayılardan biri iki olabilir mi acaba bir fikir yürütmeye çalışıyor. 0'lar gereksiz sayı olarak yer alacak orada. Esin diyor ki o sayılar benim tuttuğum sayılarda yok. O zaman hemen direkt 2'yi çıkarıyor ve o sayıda olmadığını anlıyor Onur. Sonra diyor ki 3000 diyor, acaba 3 var mı onu ölçmek için. Evet diyor, söylediğin sayılardan biri benim tuttuğum sayıda var ve aynı yerde yer alıyor diyor. Şimdi burada rakamlardan biri benim tuttuğum sayıda var diyor. Burada Onur direkt 3 olarak düşünüyor. Ben de 3 olarak düşünüyorum. Çünkü 0 olmaz orada. Onur diyor ki demek ki sayının başında 3 var. Diğer tahmininde ise başta 3 kullanarak acaba 4 var mı tahmininden yola çıkıyor. 2. basamağa 4 koyuyor. Esin'de diyor ki, söylediğin sayının rakamlarından ikisi benim tuttuğum sayıda, bu 3 ve 4. Ama bu rakamlardan biri benim tuttuğum sayı ile aynı yerde biri farklı yerde. Burada aynı yerde demişti *(yukarıdaki verileri gösteriyor)*, demek ki 4 yanlış yerde. 4'ü başka yerlere alternatif bulmaya çalışıyoruz. Bir sonraki basamağa kaydırıyoruz. Burada da 2'yi koyamadığı için Onur 1 koyuyor oraya, 2'yi koyamadığı için.

3A: Neden 2'yi koyamıyor?

4M: Neden 2'yi koyamıyor, çünkü biz burada 2'yi sorduğumuzda benim tuttuğum sayıda yok demişti. Ve de 5'i de koyamıyor çünkü 3 ve 4'ü, ikisi benim tuttuğum sayıda var ikisi yok dediğine göre 2 ile 5 yok. Burada 1'i koyuyor oraya Onur. Diyor ki Esin'e, söylediğin sayının rakamlarından ikisi benim tuttuğum sayıda da var, (kendi kendine söylüyor) bunun 3 ve 4 olduğunu biz başından beri biliyoruz. Bu rakamlardan biri benim tuttuğum sayı ile aynı yerde, biri farklı yerde. 3 aynı yerde öyleyse 4 en son basamakta 4. basamakta. Ve böylelikle şöyle bir tahmin yürütebiliriz. 2'yi yazamıyor, 0 yok. Demek ki 1'i yazabilirim.

5A: Peki 0'ın olmayacağını nereden biliyorsun?

6M: 0'ın olmayacağı… "Söylediğin sayının rakamları benim tuttuğum sayıda yok" demiş. Şimdi mesela 0 koyamadığına göre 1'i koyabilir, şu anda bakarsak. 2'yi koyamaz, söylediğin sayıda yok diyor. 3, ama basamakları farklı olduğu için 3'ü de koyamıyoruz. 4, yine basamakları farklı olduğu için koyamıyoruz. 5'de burada koyamıyoruz. 6'yı geliyor.

Genel olarak bakıldığında M, problemi çözerken ne yapması gerektiğinin farkında olarak ve elindeki verilerden hareketle yorum yaparak ilerlediği gözlemlenmektedir (4M, 6M). M'nin problemi çözmeye nereden başlaması gerektiğinin farkında olduğu, "Esin'in ipucu ilk yolu açıyor" yorumundan anlaşılmaktadır (2M). M, Onur tarafından yapılan her tahminin neden yapıldığını düşündüğünü belirtmektedir. Bunun yanı sıra yapılan tahmine Esin'in verdiği ipuçlarını kullanarak Esin'in tuttuğu sayının ne olabileceğine ilişkin tahminde de bulunmaktadır (2A). M'nin probleme uyum sağlaması, çözüme götürecek verilerin tamamını kullanması ve yorumlarına dayalı tahminlerde bulunması süreçleri hızlı ilerlemektedir. Araştırmacı, M'nin tutulan sayıda olamayacağını belirttiği rakamları neden elediğini anlamak için sorular yöneltmiştir (3A, 5A). M soruları rahatlıkla ve bir nedene dayandırarak açıklamıştır (4M, 6M). M'nin açıklamalar yapabilmesi, süreci anlayarak ve ne yaptığının farkında olarak ilerlediğinin göstergesi olabilir.

Aynı problemi çözmeye çalışan B'nin problemi okumasıyla görüşmeye başlanmıştır.

1B: *(Soruyu okuyor)* Esin ve Onur bir sayı bulmacası oynarlar. Bu arada Esin aklından, rakamları 4 basamaklı bir sayı tutar. Bu sayının rakamları birbirinden farklıdır. Onur bu sayının ne olduğuyla ilgili tahminlerde bulunur. Esin, Onur' un tahminlerine karşılık ipuçları verecektir. Esin ve Onur'un oynadığı oyun hakkında bazı bilgiler aşağıda verilmektedir. Esin' in ipuçları söylediği sayıyı rakamlarından ikisi bir birinin tuttuğu sayıda var ancak yerleri farklı. Onur' un tahmini 2345. İki sayının rakamlarının yerleri farklıymış. Farklıysa örneğin hemen bir kafadan iki sayı yapsam. Mesela 2 ile 5 i yapsan mesela 2 yi 3 ün yerine koyup 5 i de 4 ün yerine koyabiliriz. Yani 3254 olabilir. 2. Soruya mı geçeyim?

B problemin tamamını okumadan, Esin'in verdiği ilk ipucundan sayının ne olabileceğine ilişkin bir tahminde bulunmaktadır. Verilen ipucunda "sayılardan ikisi doğru ancak yerleri farklı" denmesine rağmen sadece yerlerinin farklı olduğunu düşünerek veya yanlış okuyarak/anlayarak rakamların yerlerini değiştirip olası bir sonuç belirtmektedir. B'nin anladığı biçimiyle bile başka olası yanıtlar da belirtmesi beklenebilir. Ancak B kendi anlayışına göre olası sayıları 2534, 2435, 5432… gibi belirtmemiştir. Araştırmacının henüz kendisine sorunun yöneltilmediğini hatırlatması üzerine verilen bilgileri yorumlayarak okumaya devam eder.

3B: Söylediğin sayının rakamları benim tuttuğum sayıda yok, bunlar yokmuş *(Sayıdaki rakamları işaret ediyor).* Söylediği sayının rakamlarından biri benim tuttuğum sayıda var ve aynı yerde yer alıyor. Yani mesela ve üstekinde 3 tane sıfır ve 2 yani sıfır ve 2 yokmuş. Burada da sıfır yine sıfır yine olmayacağı için mecbur 3 oluyor. 3 imiş aynı başta 3 oluyormuş.

Söylediği sayının rakamlardan ikisi benim tuttuğum sayıda var. İkisi yani 3 kesin varmış. Sayılar olmadığına göre 4 yani 3 ve 4 varmış. Bu rakamlardan biri benim tuttuğum sayıdaki ile aynı yerde biri farklı yerde. 3 aynı yerdeyse diğer üstteki ipucu öyle dediği için, 3 aynı yerdeyse, 4 farklı yerde sadece. Söylediği sayının rakamlarından ikisi benim tuttuğum sayıda var. Bu rakamlardan biri benim tuttuğum sayıdakiyle aynı yerde, biri farklı yerde. Bir dakika, anlamadım. *(Tekrar okuyor)* Söylediğin sayının rakamlarından ikisi benim tuttuğum sayıda var. Yani biri 3 olabilir, biri de 4 olabilir. Bu rakamlardan biri benim tuttuğum sayıdaki ile aynı yerde, biri farklı yerde. 3 aynı yerdeyse 4 orada ikinci yer dediği kabul etmediği 3.yerde de farklı yerde oluyorsa sonuncu yerdedir 4.

B, Esin'in tuttuğu sayıda hangi rakamların kesin olarak olduğunu doğru olarak belirleyebilmiştir.

C, 4. problemi okuyarak problemi çözmeye başlamıştır.

3C: İlk doktora gittiği zaman günde 150 adet saçının döküldüğünü öğrenir. 30 gün boyunca kendisine verilen ilacı kullanacak. 31. günden itibaren yeni saçları çıkmaya başlayacak. Saç kaybı günde 10'a inecekmiş ve 70 tane çıkacakmış... Böyle olursa 70 tane çıkar, 10 tane iner, 60.

4A: bu 60 nedir?

5C: Ali Bey'in bir ay sonraki durumu. Saçtaki durumu 60 tane. Kullandığı ilaçtan sonra 60 tane çıkmıştır. Daha sonra burada 60…

6A: Problemde senden ne istiyor?

7C: İlk günkü kadar saça sahip olması, ilaçları kullandıktan sonra. Kaç gün sonra olduğunu istiyor…

C, tedaviyle ilgili ilacın kullanımı sonrasındaki günlük saç miktarını hesaplayarak problemi çözmeye başlamıştır (3C). Bu hesaplamayı yapmış ve yaptığı hesaplamanın ne olduğu sorulduğunda doğru yanıtı verebilmiştir (5C). Bununla birlikte problemde bulması gerekeni de ifade edebilmektedir (7C). Bu davranışları

C'nin ne verildiğinin ve ne istendiğinin farkında olarak problemi çözmeye başladığını gösterebilir.

NR, aynı problemi okumanın ardından çözmeye başlamıştır.

1A: Evet Nurgül problemi çözmek için hangi bilgilere ihtiyacın var sence?

2NR: Problemi çözmek için… Öncelikle adamın ne zamana kadar, ne kadar saçının döküldüğünü bulmamız lazım.

3A: Tamam.

4NR: Ne kadar saçının çıkıp ne kadar döküldüğünü de bulmamız lazım. Tedaviye başlamadan önce ne kadar saçının…

5A: Bütün bu bilgileri problemden anlayabilir misin?

6NR: Evet…

7A: Tamam, peki problemi çözmek için gerekli matematik bilgisine sahip misin sence?

8NR: Bilemiyorum.

9A: Peki problemi nerden çözmeye başlamayı düşünüyorsun?

10NR: Problemi 30 günde ne kadar saçının döküldüğünü bularak başlayacağım.

11A: Başlayacaksın, peki başlamadan önce problemin çözümüyle ilgili bir fikrin var mı?

12NR: Var.

13A: Nedir?

14NR: 30 güne kadar ne kadar saçının döküldüğünü bulacağım, sonra 31. günde ne kadar saçının çıktığı ile azaldığı arasındaki farkı yani bir günde ne kadar çıktığını bulacağım daha sonra tedaviye başlamadan önce ne kadar saça sahip olduğunu bulacağım.

15A: Sonra?

16NR: Sonra ise, tedavinin başladığı gün kadar saçının çıkması için kaç gün olduğunu bulacağım.

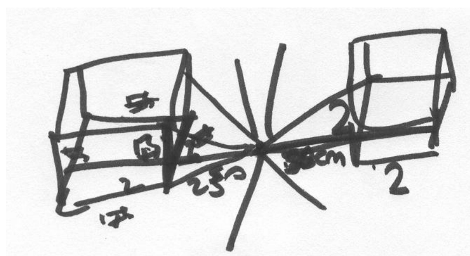
NR, problemi çözmede atacağı ilk adımın ne olması gerektiğini “ne zamana kadar, ne kadar saçın döküldüğünü bulmak” belirtmiştir. Bununla birlikte tedaviye başlamadan önce ve sonra ne kadar saçın çıkıp ne kadar döküldüğünü de bulması gerektiğini ifade etmiştir (2NR, 4NR). NR, problemde yapması gerekenleri zihninde oluşturduğu gözlemlenmektedir.

4.2.2.2. Akıl Yürütme ve İlişkilendirme

E problemi çözmeye çadırın bir kenar uzunluğunu hesaplayarak başlamıştı. Bunun ardından, çadırların hangi mesafe aralığı ile kurulması gerektiğini düşünmektedir. Bunu hesaplamak için oluşturduğu şekil aşağıda verilmektedir.

Şekil 48

E’nin Problemi Şekil ile İfade Etme Şekli



E, problemi sesli düşünerek çözmeye devam etmektedir:

31E: *(Kâğıt üzerinde işlem yapıyor)* Burası da 2, burası da 2 aynı çadır olduğu için. (*İşleme devam ediyor…)* Ben şöyle düşünüyorum: Buraya 25 cm uzaklıkta buraya da 25 cm uzaklıkta olursa çadırın bütün boyuna etki edebilir. Şurası… Aaaa! Hayır, bir dakika 2 oluyor buradan bu ama… Eğer bunu ben 50 de yapabilirim. 50 yaparsam bu 2,5 metre boyunda etki edeceği için burada 2,5 eder. Buraya da 50 dersem 2,5 metre etki edeceği için buraya da etki edecek. Bence iki çadır arasındaki mesafe 1 metre olmalı.

32A: Şimdi ilk önce 25 dedin galiba onu neden dedin?

33E: 25 neden dedim? İlk önce 2,5 metrelik alan ya 25 yani yarım metre aralık yapmayı düşündüm 2 ile 2’yi toplamıştım ama sonra 2,5 metrelik alanı unutmuşum…

34A: Peki, aralarındaki mesafe 1 metre cihaz nereye konuluyor, nereye koydun?

35E: Cihazı da tam aralarına bir çadırdan 50 cm uzaklıkta.

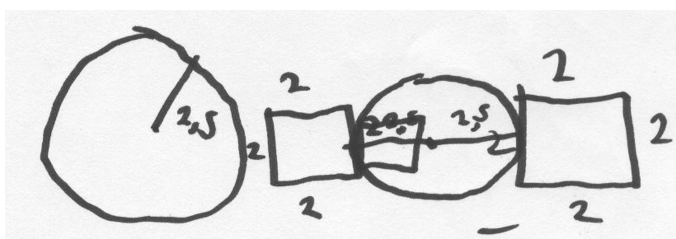
36A: Neden öyle tam ortalarına koymayı düşündün?

37E: Çünkü ikisine de eşit mesafede etki ederse daha fazla olabilir yani daha uzun olabilir diye düşündüm.

E'nin, kendisine verilenleri doğru şekilde resmedebildiği ve doğru şekilde ilişkilendirebildiği gözlemlenmektedir. Bunun yanı sıra ilişki kurduğu verilenler üzerinden doğru akıl yürüterek sonuca ulaşabilmiştir. Aynı problem ile uğraşan N, E'nin yaptığı gibi, çadırın tabanının bir kenar uzunluğunu hesaplayarak problemi çözmeye başlamıştı. N'nin verilenleri değerlendirerek oluşturduğu şekil aşağıda verilmektedir.

Şekil 49

N'nin Problemi Şekil ile İfade Etme Şekli



N, problemi sesli düşünerek çözmeye devam etmektedir:

8N: *(Devam ediyor soruyu tekrar okuyor ve düşünüyor)* Metin Bey ile Ezgi'nin çadırlarını en fazla hangi mesafe aralığı ile kurmaları için cihazı nereye yerleştirmeleri gerekir? Bu durumda iki çadır arasındaki mesafe ne olur? Şimdi bir şey soracağım. Burada şimdi cihazın sadece 2,5 metrelik bir ucuna değse işliyor mu yoksa hepsini mi kaplamak zorunda cihaz?

9A: 2,5 metrelik yayılım gösteriyor her yöne doğru. Ve çadırın içinden de geçebiliyor. Nereye koyacağına da sen karar vereceksin. Hangi noktaya ne kadar mesafeyle koyman gerektiğine de sen karar vereceksin.

10N: O zaman sadece uçlarına değdirsem bile o zaman hiçbir karımız… (*Bir süre düşünüyor ve bir çember çiziyor. Yarıçapını belirtiyor ve üzerine 2,5 yazıyor.)* O zaman hepsini kaplayamaz. Çadırlar arası mesafe en fazla 4'ün en büyük değeri olabilir. *(Burada 2,5 ile 2,5'u toplayarak çapını 5 buluyor.)* Bu da ne olur, 49/9 yapar. (Beşe en yakın değerin olabileceğini düşünerek 4,9 olarak belirliyor. Bu değeri rasyonel olarak 4 tam 9/10 yazması gerekirken 49/9 olarak ifade ediyor.) bu çadırlar arası mesafe en fazla 49/9 metre olur. Başka hangi soruyu soruyordu bize? Hım, cihazı tam ortaya yerleştirmeleri gerekir.

11A: Tam ortası neresi yani?

12N: Tam ortası… Bir çadırdan 49/18 metre uzaklıkta olması gerekir.

13A: Sence çözümün doğru mu?

14N: Evet.

15A: Bir noktadan her yöne doğru elektromanyetik dalgaların yayıldığını düşünecek olsak, oluşan şekil ya da cisim nedir?

16N: Daire *(cevabından emin)*

N'nin oluşturduğu şekil incelendiğinde, cihazı iki çadırı da içine alacak şekilde yerleştirmediği görülmektedir. Problemde verilenleri doğru şekilde anlamaması, çözümünü etkilemektedir. Bu düşüncesi nedeniyle çadırlar arası mesafeyi 5m olarak hesaplamaktadır. Ancak bu değere en yakın sonucu vererek problemin çözümünü tamamlamaktadır. N, verilenleri ilişkilendirmede ve bu ilişkiye dayanarak akıl yürütmede başarısız olmuştur.

M, problem 5'i çözerken verilen ipuçlarından yararlanarak Onur'un tuttuğu sayıda bulunabilecek ve bulunamayacak sayıları bulmaya çalışmaktaydı. M, bunu yapmaya devam etmektedir.

7A: Bana yazamayacağımız rakamları ifade eder misin?

8M: Yazamayacağımız sayılar tuttuğum sayıda yok dediği için 0, burada da yine tuttuğum sayıda yok dediği için 2 başka. 3'ü yazamayız. Çünkü (ilk basamağı göstererek) burada 3'ü bulundurabiliyoruz ama bir tane daha 3 koyamıyoruz.

Burada M, sayının rakamları birbirinden farklı olduğu için 3'ün yeniden yazılamayacağını belirtmektedir. Bunun üzerine M'nin sayıda olabilecek rakamları belirleyebilip belirleyemediğini anlamak için soru farklı şekilde yeniden sorulmaktadır (9A).

9A: Bu dört basamaklı sayıda olmayacak rakamlar neler?

10M: Olmayacak sayılar. 2, 3 olacak, 4 olacak. 5 olmayacak burada dediğine göre. 6 olabilir.

11A: 1?

12M: 1 de olabilir.

13A: Neden olabilir?

14M: Neden olabilir, çünkü burada 1'e… (soruyu yeniden okuyor). Hayır, 1 olamaz.

15A: Neden olamaz?

16M: Olamaz çünkü biz 2, 3 ve 4'ü burada garantiledik. İkisi benim tuttuğum sayıda dedik. 0'lar yok. 3 ve 4'ü garantiledik. Demek ki ama… İkisi benim tuttuğum sayıda da var. Demek ki bu ikisi, 1 ve 0 olmayacak. Demek ki 1'de bulunmuyor. 6 bulunabilir. 7 olabilir, 8 olabilir. 9'a kadar tamam.

M'nin 2'yi daha önce elediği halde (2M), olmayacak rakamlar arasına almamaktadır (10M). Bunun dışında sayıda bulunabilecek rakamları doğru belirlemiştir. Ancak kendisinden Esin'in tuttuğu sayıyı net olarak bulunup bulunamayacağı sorulduğunda (17A), 2'yi listeden yeniden çıkarmaktadır (20M).

17A: Esin'in ipucuna göre tuttuğu sayı bulunabilir mi? Net olarak bu sayıyı bilebilir miyiz?

18M: Net olarak değil de, koyabileceğimiz sayılara göre yerleştirmeler yapabiliriz. Buna göre birçok şık çıkar karşımıza.

19A: O şıkların hepsini yazabilir misin? Tüm olasılıkları?

20M: Şimdi biz burada verilen ipuçlarına göre bence 3 birinci basamak, 4 sonuncu basamak. Şimdi bu arada iki tane basamak var. Bunları, bunlar haricinde *(3 ve 4'ü kastediyor)* koyabileceğimiz sayılar nelerdi? Ben burada yazayım yine de 3, 4. 5'i koyamayız. 6, 7, 8, 9 *(düşünüyor).* Şimdi burada şuraya 3'ü koyarsam olmaz çünkü iki tane aynı basamak yazılamaz. 3'ü eledim. (3'ün üzerini çiziyor) 4'ü koyarsam yine olmaz *(4'ün üzerini çiziyor)* 6'yı koyarsam, 6'yı hem buraya koyabilirim hem de buraya da koyabilirim *(onlar ve yüzler basamağını işaret ediyor)* yani başka sayı bulursam oraya da koyabilirim. Ama daha sonra 7 geliyor. 7'yi de koyabilirim.

M'nin sayıyı bulmak için sistematik bir yol izlediği görülmektedir (20M). 3'ü binler basamağına ve 4'ü birler basamağına yerleştirdikten sonra arada kalan basamaklara sadece 6, 7, 8 ve 9'un gelebileceğini belirledi.

21A: Senden bu olası dört basamaklı sayıları listelemeni istesem?

22M: *(Kendinden emin)* Tamam, listelerim. Mesela 3674. 3784. 3894. yok . ha tamam. 3694. 3794. 3874. 3764. 3964. 3984. 3964 yazdık. 3784 yazmışım. *(Sesli olarak yeniden tüm yazdıklarını gözden geçiriyor)* 3974. *(Çözümünü kontrol ediyor)* Bu kadar.

23A: Başka olabilir mi?

24M: Başka? Şimdi önce şey yaptım. Sırayla koydum, daha sonra terslerini yerleştirdim. Sonra şöyle şöyle şöyle şöyle *(aradaki basamakları kastediyor)* yer değiştirdim. Herhalde yok.

M, Esin'in tuttuğu sayıyı belirgin bir strateji ile değil, gelebilecek sayıları aynı sayıyı iki kez yazmamaya dikkat ederek listelemiştir. Bununla birlikte Esin'in tutmuş olabileceği tüm sayıları listeleyebilmiştir. M kendisine verilen tüm ipuçlarından yararlanarak, bunları birbiriyle ilişkilendirerek, kendine sorular sorup bu soruları akıl yürüterek yanıtlayarak (20M) çözüme ulaşmıştır.

Aynı soruyu çözmeye çalışan B, sayıda kesin olarak bulunması gereken sayıları bulmuştu. Kendisine verilen ipuçlarını birleştirerek ve akıl yürüterek birler basamağının 4, binler basamağının 3 olması gerektiğine karar vermişti. Ancak ipuçlarında kullanabileceği bazı bilgileri dikkate almadığı gözlemlenmektedir. Örneğin 3'ün ve 4'ün kesin olduğuna karar verdikten sonra ilk ipucuna dönerek 2 ve 5'i, son ipucuna dönerek 1'i eleyebilirdi. Oysa B, olmayan rakamların neler olduğu ile ilgili herhangi bir araştırma içine girmemiştir. İkinci bölümdeki iki soruyu yanıtlayarak B, problemi çözmeye devam eder.

3B*: (Devam)* Onur neden 2.ve 3. tahmini yapmış olabilir? *(Düşünüyor, soruyu yeniden inceliyor)* Onur onları yapmıştır. Çünkü sıfırın olup olmadığına ya da 2'nin 3'ün olup olmadığını bulmaya çalışmıştır. Bu yüzden sıfırın var mı yok mu ya da 2'nin 3'ün var mı yok mu olduğunu kanıtlamak için yapmıştır. Onur neden 4. ve 5. tahminleri yapmış olabilir. Bunlarda da 3'ün 2'nin 3. tahmininde de 3'ün olduğu için Esin ipucunda 3'ün olduğunu söylediği için diğer tahmin yine sıfırın olmadığını yazdı, bir de üstüne 4 yazdı 4 olabilir mi diye yazdı. 3'ün olduğunu biliyor aynı yerde olduğunu da biliyor. Yanına bir de 4'ü yazdı, 4'te olabilir mi diye yazdı. Esin o da olur dedi ama yeri farklı dedi. Siz olsaydınız Esin'in verdiği ilk ipucu hakkında ne tahmin yapardınız. Ben burada yapmıştım zaten. 2'yi 3'ün yerine, 3'üde 2'nin yerine, 4'üde 5'in yerine, 5'i de 4'ün yerine koydum. O da zaten doğru çıktı.

B, ikinci bölümdeki soruları doğru olarak yanıtlamıştır. Esin'in tutmuş olabileceği sayının birler ve binler basamağını önceden doğru olarak bulması nedeniyle bu, beklenen bir durum olarak yorumlanabilir.

10B: Esin'in ipuçlarına göre tuttuğu sayı bulunamaz. Çünkü 3'le 4 ün olduğunu söylemiş bize. Sıfırın zaten olmadığını söylemiş. Burada da zaten 3'le

4’ün olduğuna göre işte 2 ile 5 de olmaz. 1’i söylemiş olsa bile yine üç sayı olur. 4.sayısı olmaz, yerine gelemez.

11A: Peki olası yanıtlar neler olabilir? Onu tahmin edebilir miyiz?

12B: Olasılıklar sıfır olmazsa mesela.

13A: Tüm olası yanıtları listelemeni istesem senden.

14B: Mesela 3154 olabilir. 4’le 3. biri başta biri sonda olduğu için.

15A: Tüm bunları listeleyebilir misin kâğıdına?

16B: Listeleyeyim. 3154…

17A: Neden olabilir 3154?

18B: 3’ü zaten demiş, 3’ü başa koyduğunda olur. Esin o aynı yerde demiş ipucunda. 3 orada, 4 de zaten en sonda dediği için 4’e koydum. Ortaya da tahmin olarak 1 ile 5’i koydum.

19A: Başka ne olabilir?

20B: Sonra yine 3’le başlasan yine ortada bu sefer 2 ile 1 gelebilir (3214 yazıyor) 3’le 4’ün sonunda veya başında olacağı için 3’le 4 den sonra ortaya 5’le 2 gelebilir (3524 yazıyor), 2 ile 5 gelebilir (3254 yazıyor). Sonra 5–1 olabilir. 3514 olabilir. 2, l olabilir. 3, 1 olabilir. 3502 bu yanlış şunu karalasam.

21A: Tamam.

22B: Başka 3124 olabilir. 2, 1 oluyordu. Şimdi belki 1, 2 olabilir. 5 2 yazmışım, 2 5 yazmışım. 2 1 bu kadar yaptım.

23A: Tüm olası cevaplar bunlar mıdır? Başka olabilir mi?

24B: Sıfır hiç olmaz. Zaten olamaz dedi sıfıra. 1’le 1 5, 5 1 yaptım. Sonra 1’i 2’yle de kullandım ters yaptım. 1’i 5, 2’yi kullandım. Sonra 2’yi 1’le kullandım. Hem tersten hem düzden 2’yi 5’le de kullandım. Ters düz olarak. Sonra 5’i hem 2 ile kullandım, hem de 1’le kullandım. Yani hepsini kullandım. 0’ı yazmadım. Çünkü 0 zaten olmaz demişti baştan.

B, bu soru ile birlikte bulunmayacak rakamları belirtmektedir (10B). Ancak kendisinden bu sayıların neler olabileceğini listelemesi istendiğinde, olamayacağını belirttiği rakamları kullanarak Esin’in tuttuğu sayıyı tahmin etmektedir (16B, 20B). B, problemi ve problemde elde ettiklerini sistematik olarak düzenleyerek değil dağınık olarak ilerlemektedir. Bu nedenle problemle ilgili bulduklarını kullanmamaktadır. Olası sayıları listelerken sadece 0'ın olmaması gerektiğine dikkat etmiştir.

B'nin listesinde bulunan sayılar; 3154, 3214, 3524, 3254, 3514, 3124'tür. Bu sayılardan hiçbiri verilen ipuçları değerlendirilerek listelenebilecek sayılar değildir. Burada dikkat çeken bir diğer nokta da, B'nin 6, 7, 8 ve 9'u kullanmamasıdır. B başlangıçta verileri anlamlandırabilmiş ise de, onları bir araya getirerek ve doğru şekilde akıl yürüterek problemi çözememiştir.

4. problemi çözmekle uğraşan C, bir günde çıkan saç miktarını hesaplayarak problemi çözmeye başlamıştır. C, problemi çözmeye devam etmektedir.

13C: 60 saç köklerini bulduğumu gösteriyor. 31, gün olarak 31.

14A: fikrini değiştirdin, neden?

15C: Öğretmenim çünkü ilacın tesiri 30 günde bitiyor. 31. günde 70 saç kökü çıkıyor.

16A: Peki ilk başladığı gün kaç tane saçı vardı, biliyor muyuz onu?

17C: Onu söylemiyor.

18A: Bilmemiz gerekir mi?

19C: Bilmemiz gerekir.

C, problemin nasıl çözülebileceğini bir süre düşündükten sonra çözümünün bulunamayacağına karar vermektedir.

23C: Gün olarak 31 gün diyorum. Saçları… Öğretmenim bulunamaz.

24A: Neden bulunamaz?

25C: Çünkü bir takım işlemler yaptıktan sonra 60 yeni saç kökü olduğu için. Başladığı gün 60 ise, söyleyebilirdi. Ve doğru olarak bulunduğunu kanıtlayabilirdik. Yalnız öyle bir ileti yok.

26A: Veriler problemi çözmek için yeterli mi?

27C: Yetersiz.

28A: Öyleyse bu problemin çözümü için ne diyorsun?

29C: Tek olarak bir cümle verseydi Ali Bey'in doktora gitmeden önceki saç miktarını verseydi, problem çözülebilirdi.

Problemde açık ve net olarak verilen bir bilginin, problemin çözümünde kullanımı önemlidir. Bununla birlikte problemin çözümüne götürebilecek bilgilerin ilişkilendirilerek ilerlenmesi gerekmektedir. C problemi çözerken bu davranışı sergilememektedir.

Aynı problemle uğraşan NR kendisini problemin çözümüne götürecek adımları tekrar açıklamaktadır. NR, 150 ile 30'u çarparak 4500 bulur.

26A: Bulduğun 4500 nedir?

27NR: 30 günde ne kadar saçının döküldüğü. 60 da bir günde ne kadar saçının çıktığıdır.

28A: Tamam.

29NR: Şimdi tedavinin başladığı gün ne kadar saçının döküldüğünü bulmamız gerekir… Ne kadar çıktığını bulabilsem gerisini…

30A: İlerlemene engel olan şey nedir?

31NR: Burada ne kadar saçının olduğunu verseydi daha kolay olacaktı çözülmesi.

32A: Aklına gelen her fikri uygulayabilirsin yeterince vaktin de var, kâğıdın da var.

33NR: Aklıma pek gelmiyor uygulayacağım da… Bir şey söyleyeceğim ama çok saçma.

34A: Olsun hiç fark etmez ne geldi aklına.

35NR: 150 ile 70'i çarpsak bulabilir miyiz? Diye…

36A: Neden 150 ile 70'i çarpmayı düşündün.

37NR: Ne kadar saçının olduğunu bulsam yapacağım da… Onu bulamıyorum.

NR, problemde izlemeyi düşündüğü yolda, olması gerektiğini düşündüğü verinin yokluğunu hissederek duraksamaktadır (29NR, 31NR). Engelle karşılaştığı noktada NR'nin tavrı, problem çözme sürecindeki düşünme süreci hakkında bilgi verecektir. NR, aklına gelen fikirleri denemektedir. Araştırmacı da o ana kadar bulduğu sonuçlar üzerine kendisiyle konuşmaktadır.

46A: … Şimdi Ali Bey' in saçları döküldükten sonra ilaç kullanmaya başladı o ilacı kullandığı süre içerisinde ne kadar saç kaybetti?

47NR: 4500

48A: Peki daha sonra günde ne kadar saç kazanmaya başladı?

49NR: 60

50A: 60 kazandı… 4500 tane kaybetti…

51NR: 60 tane kazandı.

52A: Peki bu kaybettiği saç sayısı ile 60 arasında bir ilişki var mı sence?

53NR: Var.

54A: … Nasıl bir ilişki olabilir?

55NR: Bir dakika…

56A: Aklına bir fikir mi geldi?

57NR: Akılma bir fikir geldi evet...

58A: Nasıl bir şey?

59NR: 4500 tane kaybediyor 60 tane kazanıyor. 4500 de 60'ın…yani… Kaç tane oldukları.

60A: Tamam, bunu nasıl buluruz?

61NR: Bölerek.

62A: Tamam,

63NR: 75 buldum.

NR, konuşma sırasında verilen iki değerin eşitliğinden çözüme ulaşabileceğini fark ederek problemi çözmüştür. NR'nin problemi bilinçli olarak çözüp çözmediğini anlamak için problemi ele alış şeklini yeniden ifade etmesi sağlanmıştır.

81NR: Öncelikle Ali Bey'in 30 günde kaç tane saç kaybettiğini bulmamız gerekiyor. 4500 tane saç kaybettiğini bulduk. 4500 tane saç kaybederken, 60 tanede saç kazanıyor. Kaç tane kaybedip kaç tane kazandığını bulmak için 4500'ü 60'a böldüğümüzde tedavinin başladığı günden önceki, kaç gün sonra saçlarına sahip olduğunu bulduk.

82A: Peki başlangıçta demiştin ki ilk önce kaç tane saça sahip olduğunu bilmemiz gerekir. Hala öyle düşünüyor musun? Gerekli mi? Problemi çözmek için.

83NR: Değil.

84A: Peki neleri eşitledin sen bulabilmek için?

85NR: Bulabilmek için eğer 4500 tane kaybediyorsa 4500 tane de kazanıyorsa buna eşit oluyor.

NR problemi çözmeyi sağlayacak yolu ilk bakışta fark edemese de süreç içerisinde fark ederek çözüme ulaşabilmiştir.

4.2.2.3. Matematiksel Düşünme Süreci Bulgularına Genel Bir Bakış

Farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme sürecinde de bir takım farklılıkların olduğu belirlendi. Başlıklar halinde ilgili görüşme metinlerine işaret edilerek yukarıda sunulan bu farklılıklar, bu bölümde toplu halde özetlenmektedir.

Öğrencilerin matematiksel güçlerine göre değişmeksizin, problemi çözmeye ilk başladıklarında yaptıklarının farkında oldukları gözlemlenmektedir. Ancak bu durum problemin çözümünün ileriki aşamalarında farklılık göstermektedir. Matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin sürecin tamamında farkında olarak ilerledikleri gözlemlenmiştir.

Verilerin sistematik şekilde ilişkilendirilmesi ve elde edilen bulgulardan hareketle akıl yürütme noktasında da farklılıkların bulunduğu söylenebilir. Matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin problem çözmede adım adım ve sistematik yollar izledikleri gözlemlenirken, matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin dağınık şekilde problemi çözdükleri gözlemlenmiştir.

Problem çözme sürecinde sergilenen tavır perspektifinden bakıldığında, matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin azimle problemi çözene kadar uğraştıkları gözlemlenmiştir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu tez kapsamında farklı matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini incelemek amaçlanmaktadır. Araştırmanın yapıldığı evrende öğrencilerin matematiksel güçlerinin düşük olduğu belirlenmiştir. Farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların olduğu tespit edilmiştir.

Bu bölümde, elde edilen bulguların eğitimsel çıkarımları ve verilerin analizi sürecinde fark edilen bazı noktalar tartışılmaktadır.

Matematiksel gücün tanımı yeniden incelenmekte, matematiksel gücün varlığını etkileyen faktörler ele alınmaktadır. Matematiksel güç ve bilginin oluşumu arasındaki ilişkiye, bilgi oluşturmanın sosyal, kültürel ve tarihsel gelişiminden hareketle değinilmektedir. Elde edilen bulgulardan hareketle matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri birbirleriyle karşılaştırılmaktadır.

Tez kapsamında öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri RBC teorisi kullanılarak gözlemlediğinden, RBC teorik yapısıyla bilgi oluşumu ve matematiksel güç yeniden ele alınmaktadır. Bu bağlamda;

- Bilgi oluşturma sürecini gözlemlemede teorik yapı ve araç olarak kullanılan RBC teorisinin matematiksel güç oluşumuna getirdiği perspektif üzerinde durulmakta,

- RBC teorisinin bir araç olarak matematiksel güç'ü anlamaya nasıl yardımcı olduğu, matematiksel güç bileşenleri ile ilişkisi göz önünde tutularak ortaya konulmakta,

- Teorik olarak matematiksel güç ve RBC teorisinin öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin gerçekleşmesi yönünden nasıl ilişkili olduğu karşılaştırılmakta ve

- RBC Teorisine eleştirel gözle tekrar bakılmakta

dır.

Son olarak da verilerinin toplanması ve analiz edilmesi sürecinde fark edilen bazı noktalara dayanarak yapılması alana katkı sağlayacak yeni araştırma konuları önerilmektedir.

5.1. Matematiksel Güç Bulgularının Değerlendirilmesi

Araştırmanın gerçekleştirildiği 798 öğrencinin bulgularına bakıldığında İzmir evreninde ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel güçlerinin düşük olduğu görülmektedir. Öğrencilerin açık uçlu problemlere verdikleri yanıtların nitel analizleri, matematiksel gücün düşük olmasına neden olabilecek bazı noktalara işaret etmektedir.

Bunlardan ilki öğrencilerin verilenler arasında ilişkilendirme yaparak problemleri çözmemeleridir. Öğrencilerin problemdeki veri gruplarından biri üzerinde durarak çözüme ulaştıkları görülmektedir. Örneğin sekizinci sınıf öğrencilerinin çoğunluğu, problem 10'u sadece grafikteki iniş çıkışları göz önüne alarak değerlendirmiş, problemin doğru olarak çözülebilmesi için kullanılması gereken formülü göz ardı etmiştir. İlişkilendirmenin eksikliği, matematiksel gücü olumsuz etkileyen bileşenlerden birisidir.

Matematiksel gücün düşük olmasına neden olabilecek noktalardan bir diğeri problemlerde öğrencilerin, verilenlerden hareketle akıl yürüterek değil, öznel görüşlerine dayanarak akıl yürütmeleridir. Bu durum özellikle tahmin etmeyi gerektiren problemlerde öne çıkmaktadır. Tahmin ederken öğrencilerin matematiksel argümanları kullanmamaları, tahminin mutlaka doğru olmasının gerekli olmadığını düşünmelerinden kaynaklanabilir. Örneğin altıncı sınıftaki öğrencilerin tamamına yakını, problem 10'u önyargılarına ve kişisel düşüncelerine göre yanıtlamıştır.

Gözlemlenen bir başka durum, öğrencilerin düşüncelerini kanıtlar sunarak ve açıklamalar yaparak ifade edememeleridir. Açık uçlu problemlerde çözüm şekillerini açıkça belirtmeleri özellikle istenmiş olmasına karşın, sadece yanıtın yazılarak bırakılmasına sıkça rastlanmıştır. Öğrencilerin matematiği kullanmada ve matematik hakkında iletişim kurmada sıkıntı çektiklerini göstermektedir. Bu sıkıntı matematiksel gücün düşük olmasına götüren bir başka neden olabilir.

Araştırmada kullanılan tarzda soru tipleri bulunan Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışmasının (TIMSS-99) bulguları, öğrencilerin matematiksel yeterlikleri bağlamında benzerlik göstermektedir. Türkiye Milli Eğitim Bakanlığı Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı'nın bu çalışma sonucunda yayınladığı ulusal rapora göre, Türkiye'de matematik dersleri genelde klasik öğrenme yöntemleri kullanılarak işlenmektedir (MEB, 2003). Matematik dersinde yeni bir konuya başlarken etkinlik olarak öğretmenin kuralları ve tanımları açıklaması kullanılırken, problem çözmede öğretmenlerin öğrencilere matematiksel problemi nasıl yapacaklarını gösterdiği ve öğretmenlerin matematikteki düşünceleri göstermek için daha çok tahtayı kullandığı tespit edilmiştir. Matematik öğreniminin gerçekleştirilmesinde sıklıkla seçilen bu yolların, öğrencilerin matematiksel olarak güçlü olmamalarını etkilemiş olabileceği düşünülmektedir.

5.2. Matematiksel Düşünme

Öğrencilerin matematiksel düşünme süreçleri incelenmeye başlandığında, matematiksel güç ölçeğindeki performanslarından farklı sonuçların elde edilmeyeceği öngörülmüştü. Çünkü araştırmada matematiksel gücün teorik yapısı matematiksel düşünme üzerine inşa edilmiş ve öğrencilerin matematiksel güçlerinin belirlenmesinde açık uçlu problemler kullanılmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin problemi başlangıçtan sona kadar ele alış biçimlerinin incelenmesinin matematiksel olarak güçlü olmalarını açıklamada anlamlı olacağı düşünülmüştür. Bu nedenle öğrencilerin matematiksel düşünme süreçleri örnek olay çalışması ile yakından incelenmiştir.

Kendi sınıf seviyelerine uygun olarak verilen problemleri çözme süreçleri incelenen on iki öğrencinin örnek olay çalışması bulgularına bakıldığında, öğrencilerin belli yönlerden farklı yaklaşımları dikkat çekmektedir.

Matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin sürecin tamamında farkında olarak ilerledikleri, sistematik yollar izledikleri ve azimle problemi çözmek için uğraştıkları gözlemlenmiştir.

Sürece genel olarak bakılığında çalışmadaki öğrencilerin matematiksel düşünme stratejilerinin ve yaklaşımlarının matematiksel güçleriyle aynı paralelde değiştiği söylenebilir.

5.3. Matematiksel Gücün Dayanakları ve Bilgi Oluşturma

Daha önceden de belirtildiği gibi, NCTM matematiksel gücü aşağıdaki şekilde ifade etmektedir:

> Matematiksel güç; öğrencilerin keşfetme, tahmin etme ve mantıksal akıl yürütme, rutin olmayan problem çözme, matematik ile ilgili ve matematik yoluyla iletişim kurma, matematiğin içindeki fikirleri ve diğer zihinsel etkinlikler arasında bağlantı kurma becerilerini içermektedir. Bunun yanı sıra matematiksel güç; kişinin kendine olan güveninin ve araştırma yapma eğiliminin, problem çözmede ve karar vermede nicel ve görsel bilgileri kullanmanın ve değerlendirmenin gelişiminde de rol almaktadır. Öğrencilerin

> esnekliği, ilgileri, merakları ve önyargıları da matematiksel gücün gerçekleştirilmesini etkilemektedir (NCTM, 1991:12).

Matematiksel güç, öğrencilerde oluşması beklenen becerilerin bir arada bulunmasını öngörmektedir. Tanımlamada adı geçen problem çözme, keşfetme, tahmin etme gibi becerilerin her biri, ayrı bir araştırma konusu olabilecek kadar kapsamlı becerilerdir. Ayrıca bu becerilerin yanında kendine güven, azim gibi duyuşsal boyutların da önemli olduğu belirtilmektedir.

Bu tanımlamada adı geçen ifadelerin varlığı öğrenmede önemli bileşenler olarak gelse de, bu ifadelerin dayandığı noktaların yeterince açıklayıcı olmadığı görülmektedir. Tanımlamadaki becerilerin varlığının matematiksel güce ulaştırdığı, herhangi bir çalışma kanıtlanmamıştır veya bir çalışma sonrasında matematiksel güç bileşenleri ortaya konulmamıştır. Neden bu becerilerin birlikte gerçekleşmesi matematiksel gücü oluşturmaktadır? Bu becerilerden bazılarına sahip olmaması o kişinin matematiksel olarak güçlü olmamasına mı yoksa o konudaki yetersizliğine mi işaret etmektedir? Bu sorulardaki ayırımları yapmak kimi zaman zor olabilir. Örneğin öğrencinin bir problemi doğru olarak çözmesine rağmen düşünme şeklini açıklayamaması, yani iletişim kuramaması, sadece matematiksel gücünün düşük olduğundan mı kaynaklanmaktadır? Öğrencinin sözel kabiliyetinin yetersizliğinden kaynaklanması da söz konusu olabilir mi? Pek çok öğretmenin bile kendini açık olarak ifade edemediği düşünüldüğünde, öğrencilerin düşünme şekillerini ifade etmelerinin değerlendirilmesinde ölçütün ne olması gerektiği sorusu akla gelmektedir.

Daha önce de ifade edildiği gibi, bu becerilerin tamamının öğrencilerde bulunması ilk bakışta istendik bir durum gibi görülse de, bu becerilerin öğrencide bulunmasının bilgi oluşturmanın doğasını anlama ve açıklamada yeterli olmadığı görülmektedir. Bu eksikliği gidermek amacıyla matematiksel güçle ilgili literatürde var olan tartışmalardan yapılan çıkarsamalardan ve matematiksel güç ile ilgili dikkate alınması gerektiği düşünülen noktalardan hareketle, matematiksel güç ve bilgi oluşturma ilişkisi ele alınmaktadır.

Matematiksel güç ile bilgi oluşumu arasındaki ilişki, matematiksel gücün bilgi oluşturmanın sosyal, kültürel ve tarihsel gelişimini anlamadaki yerinden hareketle ele alınabilir. Matematiksel güce aktivite teorisi perspektifinde bakıldığında, seviyelerin matematiksel gücü açıklayıcı olabileceği düşünülebilir. Leont'ev' (1981)'e göre aktivite teorisinin üç aşaması aktivite← →hedef, eylem← →amaç, işlemler←→şartlardır. *Aktivitenin* gerçekleşmesi için bir *hedefin* varlığı gerekmektedir. Gerçekleştirildiklerinde hedefe ulaşmayı sağlayan *amaçlar, eylemlerle* hayata geçer. *İşlemler,* aktivitenin gerçekleşme şekli anlamında kullanılmaktadır. *Şartlar* ise, aktivitenin gerçekleştiği koşulları belirtmektedir. Matematiksel güç tanımı, matematik eğitimi ile öğrencilerde oluşması beklenen becerileri kapsamaktadır. Bu yönüyle matematiksel güç ulaşılmak istenen genel hedef olarak yorumlanabilir. Bu hedefi gerçekleştirmek için birbirinin varlığını ve oluşumunu destekleyen amaçlar; ilişkilendirme, akıl yürütme ve iletişim becerilerinin kazanımıdır. Kavramsal anlama, işlemsel bilgi ve problem çözme, matematiksel gücün kazanımında karşımıza çıkan becerilerdir (NAEP, 2003). Bu nedenle akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim becerilerinin varlığını sağlayan işlemler; kavramsal anlama, işlemsel bilgi ve problem çözme olarak görülebilir. Burada genel hedefe ulaşma öğretmen tarafından bilinçli olarak sürecin yönetilmesi sonucu gerçekleşebilir. Matematiksel güç, bir takım becerilerin birbiri ile ilişkili ve birbirini destekler şekilde ilerlemesi sonucunda gerçekleşen genel bir hedeftir. Bu yönüyle bir süreci kapsadığı söylenebilir.

Bu perspektiften ele alındığında matematiksel gücün sosyal yönü bulunduğu söylenebilir. Matematiksel güç kapsamında bir takım becerilerin gelişmesi için bilinçli olarak hareket edilmesi gerekmektedir. Bu durum uygulanacak aktivitelerin, kullanılacak araçların ve öğrenme ortamının düşünülerek amaca yönelik olarak hazırlanmasını gerektirmektedir. Matematiksel gücün, herhangi bir sınıf ortamında kendiliğinden gelişmesi her zaman beklenen bir durum değildir. Bunu kolaylaştırmak için ortamı çevreleyen koşulların düzenlenmesi gerekebilir. Ortamı çevreleyen koşullar; derste kullanılan etkinliklerden problemlere, öğrenme araçlarından öğrenmeyi destekleyen tüm işaretlere kadar geniş bir ölçekte ele alınmaktadır. Tüm bu sözü edilenlerin oluşması, sosyal bir dizayn oluşturmayı gerektirmektedir. Her ne kadar matematiksel güç oluşumu açısından ele almasalar da, yukarıda sözü edilen konuların matematik öğrenmedeki önemine değinen araştırmacılar bulunmaktadır (örn. Rogoff, 1990; Saxe 1991).

Matematiksel güç oluşumunun kültürel yönünden de söz edilebilir. Burada kültürden bahsederken ortak anlamların oluşmasından; yani matematiksel kültürden bahsedilmektedir. Öğrencilerin süreç içerisinde ortak anlamlar oluşturması, oluşturduğu ortak anlamları ilişkilendirerek bir matematik kültürüne sahip olması matematiksel güç oluşumu ve gelişimi içerisinde yer alır.

Matematiksel güç oluşumunun tarihsel bir yönü de bulunmaktadır. Daha önce de belirtildiği gibi matematiksel güç bir süreç içinde kendini göstermektedir. Bu nedenle bir öğrencinin belli bir zaman sonraki matematiksel gücü ile şu anki matematiksel gücü karşılaştırılamaz. Çünkü o süreç içerisinde öğrenci, farklı deneyimler yaşayarak değişmiştir. Bu değişimin her zaman ileriye dönük olduğu söylenemez, ancak burada önemli olan matematiksel gücün süreç içerisinde değişiminin söz konusu olmasıdır.

Sosyokültürel perspektiften bakıldığında bilgi oluşturmanın doğası ve temel ilkeleri ile matematiksel gücün dayandığı temellerin benzer yönlerinin olduğu göze çarpmaktadır.

Matematiksel güçte ön plana çıkan becerilerden biri; öğrencilerin keşfederek, tahmin ederek ve mantıksal çıkarsamalar yaparak matematiksel bilgiyi bir araya getirme ve kullanma becerisidir (NAEP, 2003: 35). Öğrencilerin akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim becerilerini kullanarak matematiksel bilgileri oluşturmaları, daha sonra oluşturulan bilgi yapıları arasında ilişkilendirmeler kurarak bir matematiksel bilgi ağı oluşturmaları (‘webbing’ - Noss and Hoyles, 1996) matematiksel güce götürebilir. Bu nedenle matematiksel bilgi oluşturmanın matematiksel güç içinde yer alan önemli adımlardan biri olduğu söylenebilir. Bunun tersi de doğru olabilir. Yani matematiksel olarak güçlü öğrencilerin bilgiyi doğru şekilde oluşturmaları söz konusu olmaktadır. Araştırmada gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarında düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturmada yavaş ve sorunlu bir süreçten geçtikleri gözlemlenmiştir. Bu durum matematiksel güç ile bilgi oluşturma arasında güçlü bir ilişkinin varlığını akla getirmektedir.

5.4. Matematiksel Güç ve RBC Teorisi

Daha önceden de belirtildiği gibi, matematiksel gücü oluşturan becerilerin ne ölçüde ve nasıl matematiksel gücü oluşturduğu araştırmalarla kanıtlanmamıştır. Matematik öğrenmenin çok çeşitli boyutlarda ele alınabilecek yapısı vardır. Bu nedenle bir teoriye dayandırarak ele alınması gerekmektedir. Teoriler, araştırmacıların daha güvenilir ve anlaşılabilir sonuçlara ulaşmasını sağlar. Sfard (1998) eğitimsel başarı veya başarısızlıkların teorik tartışmaların yardımıyla anlaşılabilir ve açıklanabilir olduğunu belirtmiştir. Matematik eğitimindeki teoriler ise;

- tahminleri destekler,
- açıklama gücüne sahiptir,
- karmaşık ve başka şeylerle de ilişkili olaylar hakkında düşünmeyi kolaylaştırır,
- verileri analiz etmede bir araçtır,
- öğrenme hakkında yüzeysel tanımların ötesinde iletişim kurmak için bir ortak dil oluşumunu sağlar (Dubinsky and McDonald, 2001:273).

Araştırmada matematiksel bilgi oluşumunun incelenmesinde RBC teorisi, hem teorik yapı olarak hem de bilgi oluşumunun gözlemlenmesinde metodolojik bir araç olarak kullanılmıştır. RBC teorisinin matematiksel gücü anlamlandırmaya katkılarının ve matematiksel güç fikrinin RBC teorisine katkılarının neler olabileceği, elde edilen bulgular ve gözlemler ışığında sunulmaktadır. Bu noktada matematiksel güç oluşumunda bilgi oluşturma sürecinin yerini RBC teorisi ile tartışmak uygun olacaktır.

Matematiksel güç'te sözü geçen üç önemli beceri ilişkilendirme, akıl yürütme ve iletişimdir.

Matematiksel güç perspektifinden bakıldığında ilişkilendirmede öğrencilerden beklenenlerden biri, bir matematiksel bilginin diğer matematiksel fikirlerin daha ileri götürülmesi için kullanımı, bir diğeri ise farklı disiplinlerdeki problemleri çözmek için matematiksel bilginin kullanımıdır. Bunun gerçekleşebilmesi için önceden oluşturulan bir matematiksel fikrin başka bir yapının içerisinde kullanılabilecek şekilde hazır olması gerekmektedir. Aksi takdirde ya herhangi bir ilişkilendirme kurulamaz ya da yanlış ilişkilendirmeler kurulur. Örneğin C ile gerçekleştirilen çalışmada C'nin açı ve köşe ile ilgili bilgileri önceden yanlış oluşturması, problemi çözmede kullanmasına engel olmuştur. Benzer durum N'de de görülmüştür. N'nin üçgenin tabanının neresi olduğu ile ilgili bilgi yapısının yanlış oluşturmuş olması, en başından problemi yanlış şekilde ele almasına ve yeni bir yanlış bilgi yapısı oluşturmasına neden olmuştur. İlişkilendirmenin doğru kurulması için bilgi yapısı doğru şekilde oluşturulmalıdır.

Oluşturulan bilginin farklı bir fikri ileri götürmede kullanılabileceğinin farkına varılmalı, gerekli olan bilgi yapısı *tanınmalıdır.* Bilgiler arası ilişkilendirmenin kurulması için bilgilerin bir arada *kullanılması* gerekmektedir. Kullanılan bilgi yapıları arasında doğru ilişkilendirmelerin kurulması sonucunda yeni bir bilgi yapısının *oluşma*sı söz konusu olacaktır. İlişkilendirme sürecinin gerçekleşmesinde RBC teorisinde yer alan epistemik eylemlerin varlığı dikkat çekmektedir. Araştırma bulguları dikkat çekilen bu noktayı desteklemektedir. Örneğin M ile gerçekleştirilen çalışmada, M önce üçgenin nasıl oluşması gerektiğine ilişkin bilgileri *tanımış,* daha sonra bu bilgiyi *kullanarak* çubuklarla çeşitli üçgenler yapmış ve en sonunda bir üçgenin meydana gelmesi için kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin nasıl olması gerektiği bilgisini *oluşturmuştur*. Bu süreçte başka bir öğrenci üçgenle ilgili farklı bir özelliği fark ederek başka bir yapı oluşturmuş olabilir. Yani bilgi oluşturma süreci doğrusal olarak ilerlememektedir. Bir yapı oluşturma süreci, farklı bir yapının da oluşumu için başlangıç noktası oluşturabilir. Örneğin M ile gerçekleştirilen çalışmada konuyla ilişkili olarak "uzunluk negatif olabilir mi?" sorusu yöneltilmiş, düşünmesinin ardından M'den uzunluğun negatif olamayacağı yanıtı alınmıştı. M sorulan sorunun kendisini bu konu üzerinde düşündürtmesi nedeniyle bu yeni bilgiyi oluşturmuş olabilir. M'nin önceden bu bilgiye sahip olup olmadığı bilinmemektedir. Eğer bu bilgi o esnada oluşmuşsa, bu durum bilgi oluşturmanın iç içe geliştiğine bir örnek olabilir. M, bir üçgenin oluşabilmesi için kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin ne olması gerektiğine yönelik bilgi yapısı oluştururken, öte yandan uzunluğun negatif olamayacağına yönelik bilgi oluşturmuştur.

Bu araştırmada gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarında öğrencilerin belli bir bilgi yapısına ulaşmak için önce daha küçük bilgi yapılarını oluşturmayı hedefledikleri gözlemlenmiştir. Bu durum matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerde de düşük olan öğrencilerde de gözlemlenmiştir. Matematiksel gücü yüksek olan öğrenciler oluşturdukları küçük bilgi yapıları arasında ilişkileri doğru kurarak esas hedeflenen bilgi yapısını oluşturmuştur (örn. B, Ş). Matematiksel gücü düşük olan öğrenciler bağlantıları kurma da ve ilişkilendirme yapmada güçlük çekmiştir. Ayrıca matematiksel gücü düşük öğrenciler belirledikleri küçük yapıyı oluşturmaya odaklanarak ilişkilendirme yapmaya ihtiyaç duymamışlardır. Örneğin B ile gerçekleştirilen çalışmada B'nin üçgen oluşturmayacak uzunlukları bulmaya odaklanarak, kenar uzunlukları arasında nasıl ilişkiyi araştırmayı göz ardı ettiği gözlemlenmiştir.

Matematiksel güç perspektifinden bakıldığında akıl yürütme; çözümlerin, düşünme süreçlerinin ve tahminlerin çeşitli şekillerde ispatlanmasıdır. Burada ispat ifadesi ile teorik anlamda tartışmaların yapılması değil, öğrenci tarafından ortaya atılan fikrin veya düşünme biçiminin dayandığı nedenlerin açıklanması kastedilmektedir. Akıl yürütme eldeki verilerin yorumlanması sonucu adım adım ilerleyerek mantıksal çıkarsama yapmayı gerektirir. Akıl yürütme sürecinde öğrencilerin kendi düşünmelerini geçerli hale getirmeleri beklenmektedir. Kullanma eyleminin gerçekleşmesinde akıl yürütme becerisi rol oynamakta mıdır?

Akıl yürütme, sadece kullanma için değil amaca dönük kullanma eylemleri için özellikle önemlidir. Önemli olan noktalardan bir diğeri, kullanma eyleminin mutlaka doğru veya istendik şekilde gerçekleşmek zorunda olmamasıdır. Öğrenci kullanma eylemlerinin sonucuna göre uğraştığı yolun uygunsuzluğunu fark edip strateji değiştirebilir. Bu nedenle akıl yürütmelerin var olduğu kullanma eylemleri, oluşturmaya götüren kullanma eylemlerinin ortaya çıkmasına neden olur. Örneğin E ile gerçekleştirilen çalışmada, E çalışmaya cetvel ve iletki kullanmadan başlamıştır. Daha sonra ölçümlerinde bazı uzunlukların dikliğinin önemini fark ederek ölçümlerini iletki ile sürdürmüştür.

Araştırmada öğrencilerin problemin çözümüne götürecek yapıları tanımasının sonrasında, tanıdığı yapıları ilişkilendirmek için hipotezlerinin doğruluğunu araştırırken akıl yürüttükleri gözlemlenmiştir. Hershkowitz ve diğer. (2001)'e göre kullanma eylemi genellikle bir problem çözme, bir matematiksel durumu anlama ve bu durumu açıklama veya bir süreç üzerinde dikkatle düşünme gibi bir hedefi başarmaya odaklanıldığında gerçekleşmektedir. Akıl yürütme ve kullanma süreçlerinin özellikleri karşılaştırıldığında kullanma eylemini içinde akıl yürütmenin olduğu söylenebilir. Bilgi yapılarının ilişkilendirilmesinde ortaya atılan fikirlerin doğruluğunun araştırılması, akıl yürütme süreci içerisinde gerçekleşmektedir. Fikirlerin doğruluğunun araştırılması, zihinde önceden oluşturulmuş olan yapıların kullanımını gerektirmektedir. Bu iki eylemin eş zamanlı meydana gelmesi söz konusudur. Yani kullanma eylemi içerisinde akıl yürütme, akıl yürütme sürecinin içinde kullanma eyleminin varlığı göze çarpmaktadır.

M'nin çalışması bu çift yönlü etkileşime örnek olabilir. M, problemi çözerken sesli düşünmektedir: *"12, 8 ve 21 ile oluyor muydu? 12, 8 daha 20'ye eşit. 12'den 8 çıktı 4. 20'den küçük.. (Düşünüyor ve verilerini inceliyor) Şimdi ben oluşturanlarla iki kenarı topladım, mesela 10 ile 21'i topladım. 24'ten büyük oldu. 10 artı 21, 31 yaptı. 31 büyüktür 24. 21'den 10'u çıkardığımda 11 yaptı. 11'de küçük 24'ten. Bu bir üçgen oluşturdu. Oluşturmayanlarda bunu denediğim zaman… Mesela 12'yi artı 8 20 yaptı. 20 küçüktür 25'ten. Mesela 12'den 8 çıktı 4. 4'te 25'ten küçük. Burada büyük çıktı üçgen oluştu burada küçük çıktı üçgen oluşturmadı."* Bu örnekte M, fikrinin doğruluğunu işlem yaparak araştırmaktadır. 12 ile 8'i toplayarak işlem yaptığı yerlerde kullanma eylemini gerçekleştirmektedir ve bu kullanma eylemi akıl yürütme sürecinde yer almaktadır. Bununla birlikte bir yapının kullanımına karar vermek de akıl yürütmeyi gerektirmektedir. Örnekle de açıklanmaya çalışılan bu durum, yeni bir bilgi yapısının oluşumuna götürmektedir.

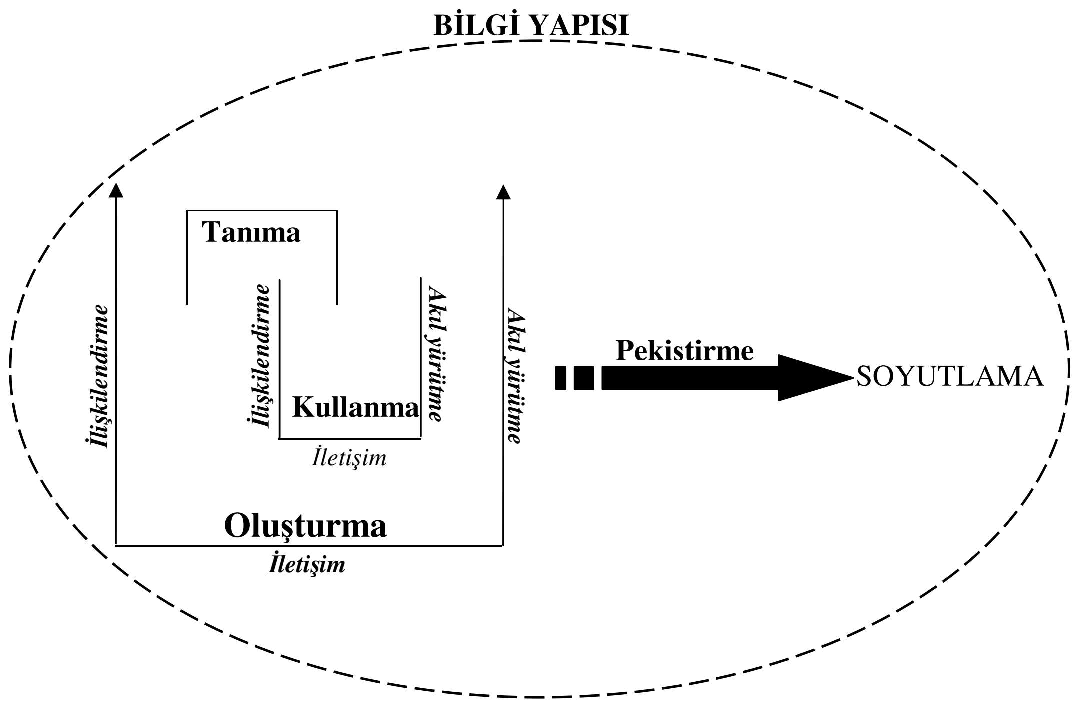
Matematiksel güç perspektifinden bakıldığında matematiksel iletişim kurma, fikirlerin ifade edilmesinde matematiksel dilin kullanımını ve öğrencilerin matematiksel düşünmeleri hakkında akranlarıyla, öğretmenleriyle ve diğerleriyle iletişim kurmalarını içermektedir. Araştırmada kendini ifade etmekte zorlanmayan ve kendi kendine dönütler vererek ilerleyen öğrencilerin ki bu öğrenciler matematiksel güçleri yüksek olan öğrencilerdir, bilgi yapısını oluşturmada daha hızlı ilerledikleri tespit edilmiştir. Çünkü iletişim kurma becerisinin var olması üzerinde konuşulacak bir bilgi yapısının varlığını gerektirmektedir. Ancak üzerinde konuşulacak bir bilgi yapısının varlığına rağmen, öğrencinin kendini ifade etme sıkıntısı da olabilir. Araştırmadaki matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin konuşkan olması, tersinin olması durumunda elde edilebilecek veriler hakkında bilgi vermemektedir.

Öğrencilerin esnek düşünmeleri, ilgileri, merakları, önyargıları, farkındalıkları ve özgüvenleri matematiksel gücün gerçekleştirilmesini etkilemektedir (NCTM, 1991). Soyutlaştırmanın pekiştirilmesinde de beş psikolojik ve/veya bilişsel yapının varlığı ortaya konmaktadır. Bunlar; dolaysızlık, farkındalık, esneklik, açıklık ve özgüvendir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Bu yapılar, matematiksel gücün oluşumunda değinilen üst bilişsel becerilerle paralellik göstermektedir.

Matematiksel güç oluşumunda temel olan ilişkilendirme, iletişim ve akıl yürütme becerileri ile RBC teorisinin bilgi oluşumunu gözlemlemede yararlandıkları tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin, bir bilgi yapısını oluşturma sürecinde birlikte hareket ettiği ve iç içe yer aldığı düşünülebilir. Yukarıda vurgulanan bu ilişki, aşağıdaki şekil ile daha açık olarak ortaya konulmaktadır.

Şekil 50

Matematiksel Güç Bileşenlerinin Bilgi Yapısının Oluşumundaki Rolü



Bu şekilde matematiksel güç'le ilgili üç önemli becerinin epistemik eylemlerin gerçekleşmesi sürecine ne ölçüde eşlik ettiğine işaret edilmektedir. Tanıma eyleminin gerçekleşmesinde akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim becerilerinin varlığı mutlaka gerekmemektedir. Akıl yürütme olmaksızın da matematiksel yapılar kendi başlarına ve diğer bilgilerden bağımsız olarak tanınabilir. İlişkilendirmenin yapılması kullanma veya oluşturma eylemlerinin varlığını akla getirmektedir. Bu nedenle tanıma eylemini çevreleyen bir beceri yoktur. Kullanmaya bakıldığında, bu süreçte akıl yürütme bilinçli ve/veya bilinçsiz bir şekilde kendini ortaya koyabilir. İlişkilendirme kaçınılmaz olarak bulunmak zorundadır. İletişim ise her zaman olmasa da duruma göre bulunması gerekebilir. Bu nedenle şekilde kalın olarak yazılmamıştır. Oluşturma sürecinde matematiksel gücün üç bileşeni de mutlaka olmalıdır. Epistemik eylemlerin iç içe yerleşmiş olmasından kaynaklanan ilişki dikkate alınarak, epistemik eylemlerin matematiksel gücün bileşenleri ile çerçevelenmiş olduğu söylenebilir. Bu çıkarımlar elde edilen veriler dikkate alınarak yapılmıştır.

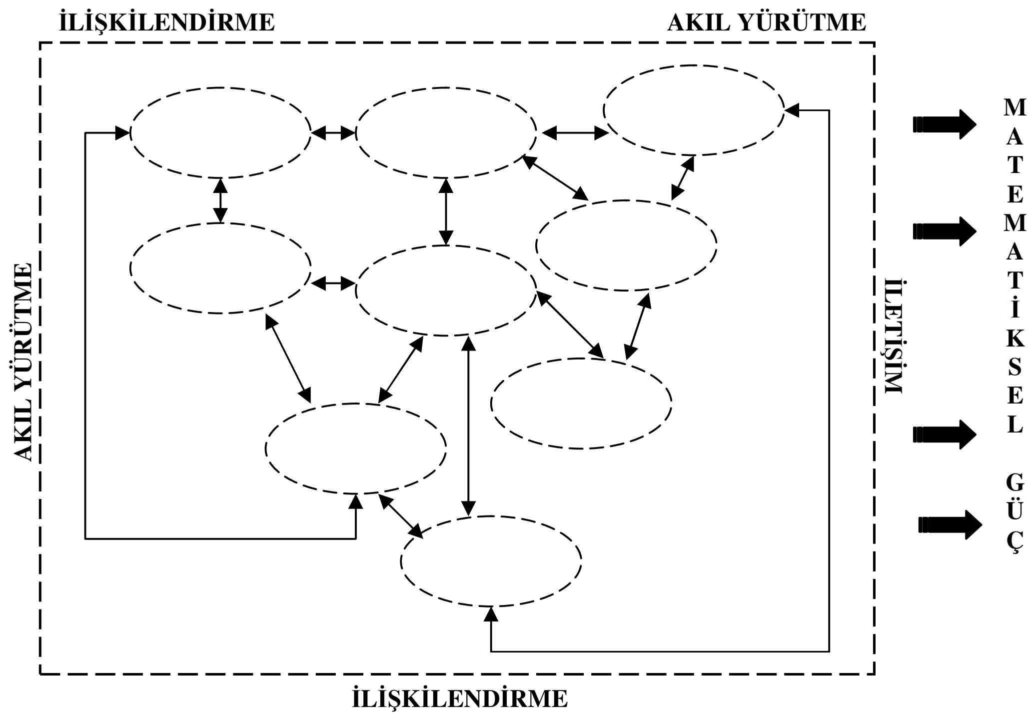
Bilgi oluşturma süreçleri incelenen öğrencilerden matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin hiçbiri kullanma ve oluşturma eylemlerini gerçekleştirememiştir. Bununla birlikte pek çoğu tanıma eylemini gerçekleştirebilmiştir. Matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin, genel bir bakışla, iletişim, ilişkilendirme ve akıl yürütme becerilerinin düşük olduğu göz önüne alındığında kullanma ve oluşturma eylemlerinin gerçekleşmesinde bu üç beceriye sahip olmanın önemli olduğu söylenebilir.

Tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemlerinin iç içe yerleştiği iddia edilmektedir. Esas beklenen eylemin 'oluşturma' olmasından ötürü, şekilde oluşturmanın temel ve kapsayan görüntüsü vurgulanmak istenmiştir. Oluşturma eylemin gerçekleşmesi sürecinde ilişkilendirme, akıl yürütme ve iletişim becerileri rol oynamaktadır. Oluşan bilgi yapısı pekiştirilmeye ihtiyaç duymaktadır. Hershkowitz ve diğer. (2001) pekiştirilmeyen bilginin kırılgan bir yapısı olduğunun altını çizmişlerdir. Süreç sonunda bilgi yapısı oluşmaktadır. RBC teorisinin ortaya koymuş olduğu soyutlama modeline göre, soyutlama sürecinde önceden oluşturulan yapılar tanınır ve aktivitenin gereklerini yerine getirmek için yeni bir yapıya ulaşmak üzere tekrar düzenlenir. Hershkowitz ve diğer. (2001) eğer oluşturma soyutlama ise, genellikle öğrencinin yeni bilgisini ifade etmek için bir dil geliştirdiğini ve soyutlanan bilginin 'kırılgan' olduğunu, bu nedenle pekiştirmeye ihtiyaç duyduğunu iddia etmektedir. Bununla birlikte Monoghan ve Özmantar (2006) yeni ortaya çıkan matematiksel bilgi yapılarının ancak pekiştirildikten sonra soyutlama olarak değerlendirilebileceğini iddia etmektedir. Şekil, ikinci görüş temel alınarak oluşturulmuştur.

Öğrencilerin oluşturdukları bilgi yapıları arasında kurulan bağlantılar neticesinde bir 'ağ' oluştuğu söylenebilir ki matematiksel gücün ortaya çıkmasının bu ağ ile yakından ilişkili olduğu ve hatta mümkün olduğu düşünülebilir. Bilgi yapılarının düzenlenmesi ile matematiksel gücün oluşumu aşağıdaki şekil ile özetlenebilir.

Şekil 51

Matematiksel Güç Oluşumunda Bilgi Yapılarının Organizasyonu



Şekil 51'deki elipsler, Şekil 50'de oluşumları açıklanan bilgi yapılarını göstermektedir. Bilgi yapılarının birbiriyle bağlantılarının kurulması sürecinde ilişkilendirme, iletişim ve akıl yürütme becerileri yine kullanılmaktadır. Bu sürecin devamı matematiksel güce ulaştırabilir. Yukarıdaki iki şekille matematiksel gücün varlığının, bilgi oluşturma sürecindeki rolü açıklanmak istenmektedir. Ancak bu şekillerin mutlak doğruluğu tartışılabilir, şekildeki ilişkiler araştırma verilerinden yapılan çıkarsamalar ile oluşturulmuştur.

Belirtilen bu ilişkilerden yola çıkılarak RBC teorisinin bir araç olarak matematiksel gücün oluşumunu ve gelişimini anlamlandırmaya yardımcı olabileceği söylenebilir mi? Matematiksel güç'te ön plana çıkan becerilerden olan matematiksel fikirler ile diğer zihinsel etkinlikler arasında bağlantı kurma becerisini anlamlandırmada RBC teorisi kullanılabilir mi?

RBC teorisinin bilgi oluşumunu gözlemlemede geçerli bir araç olduğu ve soyutlama sürecini tanımlamada kullanışlı olduğu kabul edilmektedir (Hershkowitz, Hadas, Dreyfus, 2006). RBC teorisi ile matematiksel güç fikrinin modellerle de gösterilen birbiriyle olan ilişkisi, matematiksel güç hakkında RBC teorisinden bir araç olarak yararlanılabileceğini hissettirmektedir. Bununla birlikte bu konuda net bir cevabın verilebilmesi için bu amaçla bir araştırmanın dizayn edilerek gerçekleştirilmesi uygun olacaktır.

Matematiksel Güç Fikrinin RBC Teorisine Katkıları Nelerdir?

Araştırma bulguları, RBC teorisine katkı sağlayabilecek yöndedir. Bulgular, matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin bilgi oluşturma eylemleri arasında geliş gidişleri daha hızlı gerçekleştirdiğini göstermektedir. RBC eylemlerinin hızlı gerçekleşmesi, bilgi oluşturma sürecinin kendiliğinden meydana gelmesini sağlamaktadır.

RBC teorisi bilgi oluşturma sürecinde öğrencinin bilisel sınırlarının ne olduğunun, neyi ne ölçüde bildiğinin farkında olması ve başka üst biliş becerilerin üzerinde durmamaktadır. Oysa araştırma bulguları, bu yönde eğilimi olan öğrencilerin epistemik eylemleri gerçekleştirmesi arasında güçlü bir ilişkinin varlığını göstermektedir. Kendine dönütler vererek ilerleyen, kendi kendine sorular soran ve bilgi oluşturma sürecine bu yansımaları dikkate alarak yön veren öğrencilerin, zihinlerinde var olan bilgi yapılarını daha etkili kullandıkları göze çarpmaktadır. Pekiştirme sürecinde üzerinde durulan psikolojik boyutların, diğer epistemik eylemler içindeki yerinin tartışılması yararlı olabilir.

RBC Teorisine Eleştirel Bakış

RBC teorisi öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini epistemik eylemlerle gözlemlemeyi amaçlamaktadır. Teori 2001 yılında ortaya atılmış ve yazarlar teorinin geçerliğini belirlemek için araştırmacıları bu konu üzerine çalışmaya davet etmişlerdir. Son beş yıl içerisinde teori pek çok araştırmada kullanılmıştır. Araştırma verileri ve yazarların kendi çalışmaları zaman içerisinde yeni bulgular ışığında teorinin yenilenmesini sağlamıştır.

Bu araştırmada RBC teorisinin geçerliğini ortaya koymak amaçlanmamaktadır. Ancak araştırmada gözlemlenenlerin tartışılmasının katkı sağlayacağı düşünülmekte ve bu nedenle RBC ile ilgili izlenimlere yer verilmektedir.

RBC teorisinde adı geçen pekiştirme sürecini gözlemleme üzerine araştırmalar sürmektedir. Yazarlar pekiştirmeyi soyutlamanın sonrasında gerçekleşen bir süreç olarak görmektedir. Oluşturma, tanıma ve kullanma eylemleri birbiriyle iç içe geçmiş olarak ilerlemekte ve yeni bilgi yapısı oluşmaktadır. Oluşma eğer soyutlama ise öğrenci bilgisini bir dil kullanarak ifade etmektedir. Daha sonrasında ise soyutlamanın pekiştirilmesinin gerekliliği üzerinde durulmaktadır.

Bu araştırmada özellikle pekiştirme süreci üzerinde durularak çalışma yönlendirilmemiştir. Ancak araştırma esnasında bu konuya açılım getirebilecek bölümler üzerinde durulması faydalı olacaktır. M ile gerçekleştirilen ilk örnek olay çalışmasında Hershkowitz ve diğer. (2001)'nin bakış açısına göre M soyutlama gerçekleştikten sonra verilen üç problemin ikisinde oluşturduğu bilgiyi kullanmasına karşın, son problemde yeniden başa dönme ihtiyacı hissettiği gözlemlenmiştir. M'nin yeni bir bilgi yapısı oluşturduğu ve devamında gelen iki problemde bu bilgi yapısını pekiştirdiği düşünülürken farklı bir şekilde gelen son bölümdeki soruyu çözerken, oluşturduğu bilgiyi yeniden pekiştirme ihtiyacı duymuştur. Buradan pekiştirilen bilginin yeni bir durum karşısında yeniden pekiştirmeye her an ihtiyaç duyduğu ve soyutlamanın süregelen bir yapısı olduğu düşünülebilir. Oluşturulan bilgi kırılgan bir yapıya sahiptir, bu nedenle pekiştirilmeye ihtiyacı vardır. Oluşturulan bilgi pekiştirildikçe soyutlama yeniden şekil almaktadır.

Pekiştirme süreci, mutlaka pekiştirilmesi beklenen bilgiyle ilgili bir problemde gerçekleşmeyebilir. Öğrenci farklı bir konuyla ilgili problemle uğraşırken, başka bir konuyla ilgili bir bilgi yapısı pekişebilir. Örneğin B ile gerçekleştirilen ilk örnek olay çalışmasında B çeşitli uzunluklarla üçgen oluşturmaya çalışırken, üçgenin kenar uzunluklarının eşit olmak zorunda olmadığı bilgisini pekiştirmiş olabilir.

Daha önce de belirtildiği gibi araştırmada öğrencilerin belli bir bilgi yapısına ulaşmak için önce daha küçük bilgi yapılarını oluşturmayı hedefledikleri görülmüştür. Küçük bilgi yapıları arasında ilişkilerin doğru yapılandırılması ile oluşması beklenen esas bilgi yapılarının varlığı söz konusu olmuştur. M ile gerçekleştirilen ilk örnek olay çalışmasında M, problemin çözümüne götürecek iki sorunun cevabını araştırdı. Bu sorulardan ilki ‘hangi uzunluklardan üçgen oluşturabilirim?’, ‘diğeri hangi uzunluklardan üçgen oluşturamam?’ dır. Gerekli ölçümler sonrasında kendine şu soruyu yöneltti: “Tamam. 18 oluşturdu. Yazalım. (*kaydediyor.*) 12-8-18. Şimdi… Neden 12 ve 8 çubuğu 25, 24, 23, 22, 21 ve 20 ile üçgen oluşturmadı da, 19 ve 18 ile oluşturdu?”. M’nin bağlantıları kurarak ilerlemesi, bilgiyi oluşturmasını sağlamaktadır. M’nin sahip olduğu bilgileri tanıması ve kullanması, oluşturma sürecinin gerçekleşmesini sağlamıştır. Sözü edilen üç epistemik eylemin aslında eş zamanlı gerçekleştiğini göstermektedir. Tanıma ve kullanma eylemleri ile birlikte oluşturma süreci de yavaş yavaş ve derinden başlamaktadır. Oluşturma sürecinin tamamen gerçekleşmesi, diğer eylemlerin sürekli olarak aktif olmasına ve doğru şekilde gerçekleşmesine bağlıdır.

Araştırmada öğrencilerin zihinlerindeki bilgiyi tanıma ve bu bilgileri kullanma arasında gelip giderken bilgi yapısını oluşturdukları gözlemlenmiştir. Bu gidip gelmeler esnasında bilgi yapısının oluşumunun yavaş yavaş başladığı söylenebilir. Yani oluşturma tanıma ve kullanma eylemlerinin gerçekleşmesi sonrasında birdenbire ortaya çıkan bir durum değildir. Bunun yerine bu eylemlerin gerçekleşmesi ve birbirleri arasında gelip gitmeleri ile eş zamanlı olarak yavaş yavaş meydana gelen bir süreci içermektedir.

Bilgi oluşturma sürecinin gözlemlenmesinde karşılaşılan bazı durumlar, birtakım soruları akla getirmektedir. Örneğin C ile gerçekleştirilen çalışmada C, açı ve köşeyi yanlış olarak tanımış ve bu yanlış yapıları kullanarak yanlış bir bilgi yapısına ulaşmıştı. O halde, yanlış bilgi yapılarının tanınarak, verilen bir problemin çözümünde kullanılması oluşturmaya götürür mü? Bu durumda, oluşturmanın yanlış da olsa gerçekleştiği söylenebilir mi? Bana göre öğrenci aralarında bir ilişki olduğunu düşünerek yanlış bilgi yapılarını kullanıyor da olsa, bilgi yapılarını bir problemi çözmek için birlikte kullandığı için oluşturma sürecinin varlığından söz edilebilir.

Akla gelebilecek sorulardan bir diğeri, öğrenci önceden yanlış olarak oluşturduğu bilgi yapılarını yeni bir bilgiyi oluşturmak için kullandığında oluşturma eyleminin gerçekleştiğinden söz edilebilir mi? Yanlış olarak oluşturulan bilgi yapılarının yeni bir bilginin oluşturulması sürecinde kullanımında sorun yaşanacağı düşüncesindeyim. Doğru oluşturulmamış olan bilgi yapıları arasında ilişkinin kurulması, böyle bir ilişkinin olmaması nedeniyle mümkün olmayacaktır. Ancak buna rağmen öğrenci yanlış ilişki kurarak devam eder ve bir yapı oluşturursa, burada oluşturma eyleminin gerçekleştiği söylenebilir. Eğer söylenemeseydi, 'yanlış oluşturulmuş bilgi yapı'larının varlığından söz edilemezdi.

Öğrencinin karşısındaki ikna edebilecek temellere dayanmayan sonucu, bir matematiksel bilgi yapısının varlığı olarak yorumlanabilir mi? Bir yapının oluşabilmesi gerekli bağlantıların kurulmasını ve elde edilen sonucu bir takım gerekçelere dayandırarak açıklanmasını gerektirmektedir. Aksi takdirde öğrencinin her tahmini bir bilgi yapısı olarak yorumlanabilirdi. Bu nedenle bir matematiksel bilgi yapısının oluşumu için, öğrencinin konuyla ilgili deneyim yaşaması gerekmektedir.

Buraya kadar tartışılanlardan hareketle matematiksel güç için önemli olan akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim becerilerinin matematiğin öğrenilmesinde ve bilgi oluşturmada rol oynadığı söylenebilir. Bu nedenle matematik derslerinin öğrencilerin bu becerileri kazanmalarını desteklemeleri de dikkate alınması yararlı olabilir. Bilgi oluşturma eylemlerinden tanıma, her ne kadar hemen hemen her öğrencide sıkça gözlemlenebilir bir aşama olarak görülse de, araştırma bulguları tanımanın bilgi oluşturmada ilk adım olduğunu göstermektedir. Bu özelliğinden ötürü basit ancak temel olan bu aşama üzerinde de dikkatle durulması uygun olacaktır.

5.5. Yeni Araştırma Konuları Önerileri

Bu araştırmada farklı matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri incelendi. Araştırma kapsamında ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerin matematiksel güçleri belirlendi. Belirlemede işlemsel bilgilerini belirlemek için çoktan seçmeli sorulardan yararlanıldı. İlişkilendirme, iletişim kurma ve akıl yürütme becerileri hakkında açık uçlu problemlerle bilgi toplandı. Bununla birlikte matematiksel güç'te önemli olan birtakım duyuşsal veya üst biliş boyutlar, dikkate alınmadı. Üst bilişin belirlenmesi kendi başına bir araştırma konusu olup, daha derinlemesine inceleme ve daha kapsamlı araştırma yapmayı gerektirmektedir. Bu nedenle matematiksel gücün belirlenmesinde matematiksel beceriler ve üst biliş becerilerin birlikte detaylı olarak ele alınması önerilebilir.

Öğrencilerin matematikteki kişisel geçmişleri, bilgi oluşturma sürecinde ve bu sürecin yorumlanmasında önemli rol oynamaktadır. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi öncesinde, öğrencinin araştırmanın başlangıç noktası olan problemin çözümünde kullanılacak ön bilgilere sahip olup olmadığını belirlemek sürecin daha derinlemesine yorumlanmasına katkı sağlayacaktır.

Çalışmanın yapıldığı süreçte, araştırılması alana katkı sağlayacak bir takım konuların varlığı dikkat çekmektedir. Bunlardan ilki matematiksel güç tanımında sözü geçen becerilerin varlığının, bilimsel olarak ortaya konulmasıdır. Matematiksel güç ile sadece birtakım matematiksel beceriler değil, süreç içerisinde öğrencinin matematiksel becerilerini harekete geçirmede veya tetikte tutmada rol oynayan üst biliş beceriler de kastedilmektedir. Ancak herhangi bir çalışma ile bu bileşenlerin ne derece önemli olduğu ispatlanmış değildir. Bu yönde yapılacak olan bir çalışma 'matematiksel güç' ifadesi ile belirtilenlerin alt yapısının daha sağlam olmasını sağlayabilir.

Yapılabilecek çalışmalardan bir diğeri, matematiksel güç gelişiminin bir süreç içerisinde nasıl değiştiğinin gözlemlenmesidir. Bu araştırma değişik perspektiflerden ele alınabilir. Ne tarz matematiksel etkinliklerin, problemlerin, araçların matematiksel gücü olumlu yönde etkilediği, matematiksel gücün gelişimini destekleyici öğretmen rolünün nasıl olabileceği, ölçme-değerlendirme yapısının süreci destekleyecek şekilde nasıl yapılandırılabileceği, teknoloji kullanımının matematiksel gücün oluşmasındaki rolünün ne olduğu getirilebilecek farklı bakış açılarından birkaçıdır.

RBC teorisinin matematiksel gücü gözlemlemede bir araç olarak kullanılıp kullanılamayacağının araştırılması, RBC teorisinin kullanımına yeni bir perspektif getirebilir.

RBC teorisinin kavramların oluşmasında kullanılmasının gözlemlenmesi önerilebilecek araştırma konularından bir diğeridir. RBC teorisinin diğer soyutlama teorilerinden en önemli farkı, bilgi oluşturma sürecini gözlemlemeyi sağlayacak epistemik eylemler tanımlamış olmalarıdır. Buradan hareketle öğrencilerin bilgi oluşturmalarını süreç içerisinde gözlemleyerek ve teorik yapının öngördüğü müdahalelerde bulunarak öğrenme sürecinin nasıl ilerlediği araştırılabilir.

Son olarak RBC teorisinde yer alan pekiştirme sürecinin soyutlamayı gerçekleştirmedeki rolünün daha belirgin hale getirmeyi amaçlayan bir araştırma önerilebilir. RBC teorisinde yer alan pekiştirme eylemi hala geliştirilmeye ihtiyaç duymaktadır. Pekiştirme sonu olan bir süreç midir yoksa oluşturulan bilgi üzerinden uzun zaman geçtikten sonra bile hala pekiştirilebilir mi? Pekiştirmenin bir doyum noktasının olup olmadığı ve bunun soyutlamayı ne yönde etkilediği bir araştırma kapsamında oraya konulabilir.

KAYNAKLAR

Babbie, E. (1990). *Survey Research Methods,* California: Wadsworth.

Bergason, T. (2000). Teaching and Learning Mathematics. http://www.k12.wa.us/publications/docs/mathbook.pdf (18/05/2004).

Bikner-Ahsbahs, A. (2004). *Towards the Emergence of Constructing Mathematical Meanings*, Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2: 119-126.

Boero, P. (2002). Abstraction: What theory do we need in mathematics education, *Proceedings of the 26th Annual Meeting of the International Group fort he Psychology of Mathematics Education, England.*

Broody, A., Coslick, R. (1998). *Fostering Children' Mathematical Power: An Investigative Approach To K-8 Mathematics Instruction,* Mohwoh, N.J. : Lowrance Erlboum Associates.

Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study, *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology,* 34(5), 719-737.

Mathematics Framework for California Public School (2000). California: California Department of Education.

Cantlon, D. (1998). Kids + Conjecture= Mathematics Power. *Teaching Children Mathematics*. 5(2).

Cantoral, R. & Farfan, R. M. (2003). Mathematics Education: A Vision of Its Evaluation. *Educational Studies in Mathematics*. 53: 255-270.

Cassier, E. (1923). *Substance and function Einsteins theory of relavity*. NY: Dover.

Cassier, E. (1957). *The philosophy of symbolic forms* (Vol.3). The phenomenology of knowledge. London: Yale university Pres

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K. & Gravenmeijer, K. (2001). Participating in Classroom Mathematical Practices. *The Journal of the Learning Science*. 10: 113-163.

Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. (2002). Research Methods in Education, London: Routledge.

Cohen, L. Ve Manion, L. (1996). *Research Methods in Education.* London: Routledge.

Davydov, V.V.: 1990, *Soviet Studies in Mathematics Education: Vol. 2. Types of Generalization in Instruction: Logical and Psychological Problems in the Structuring of School Curricula*, J. Kilpatrick (ed.) and J. Teller (Trans.), National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA (Original work published in 1972).

Dienes, Z.P. (1961). On abstraction and generalization. *Harward Educational Review.*31(3), 281-301.

Dindyal, J. (2003). Algebraic Thinking in Geometry At High Level School, Doktora Tezi, Illinois Universitesi, Matematik Bölümü.

Dooley, T. (2006). 'It's infinity': Mathematical insights in a primary classroom, In Novotna, J., Moraova, M. Ve Stehlikova, N. (Eds). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:1, Prague.

Dreyfus, T., Tsamir, P. (2004). Ben's Consolidation of Knowledge Structures about Infinite Sets, *Journal of Mathematical Behavior*, 23:271-300.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R. ve Schwarz, B. (2001a). Abstraction in Context: The Case of Peer Interaction, *Cognitive Science Quarterly*, 1(3): 307-368.

Dreyfus, T., Hershkowitz R., ve Schwarz B. B. (2001b). The construction of abstract knowledge in interaction, In M. Van den Heuvel (Ed.), *Proceedings of the 25th International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* Sayı:2, Netherlands.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking, In Tall, *Advanced Mathematical Thinking*, Dordrecht: Kluwer.

Dubinsky, E., McDonald, M. (2001). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics

Education Research. In D. Hilton et.(Eds.) The teaching and learning of mathematics at University level: An ICMI Study, Kluwer Academic Publishers, 273-280.

Dubinsky, E. (2000). Mathematical literacy and abstraction in the 21st century, *School Science and Mathematics,* 100(6), 289-297.

Ernest, P. (2000). *Why Learn Mathematics?.* London: London University Institute of Education.

Even, R. & Schwarz, B. (2003). Implications of Competing Interpretations of Practice for Research and Theory in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*. 54: 283-313.

Ferri, R. B. (2003). Mathematical thinking styles- An emprical study, <www.erzwiss.uni-hamburg.de/Personal/Gkaiser/pdf-dok/borrom2.pdf> Son erişim 02/10/2006

Goldman, D. (2002). Mathematics=Content+process+product, but do ‘thinking skills’ fit in?, *AMT*, 58(4), 38-44.

Greenwood, J. (1993). On the Nature of Teaching And Assessing Mathematical Power And Mathematical Thinking. *Aritmetic Teacher*. November.

Guba, E.G. ve Lincoln, Y.S. (1989). *Fourth Generation Evaluation*. Newbury Park, CA: Sage.

Henderson, P. (2002). Materials development in support of mathematical thinking, <http://blue.butler.edu/phenders/iticse2002WG.rtf> Son erişim 15/12/2004.

Hershkowitz, Hadas, Dreyfus, 2006). Diversity in the construction of a group's shared knowledge. In Novotna, J., Moraova, M. Ve Stehlikova, N. (Eds). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:2, 297-304, Prague.

Hershkowitz, R. (2004). From diversity to inclusion and back: Lenses on learning (plenary lecture). In M.J. Hoines ve A.B. Fuglesad (Eds.) *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:1, Norway.

Hershkowitz, R., Schwarz, B., Dreyfus, T., (2001). Abstraction in Context: Epistemic Actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2): 195-222.

Kidron, I. & Dreyfus, T. (2004). Construction knowledge about the bifurcation diagram: epistemic actions and paralel constructions. In M.J. Hoines ve A.B. Fuglesad (Eds.) *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:3, Norway.

Kramarski, B. ve Mevarech, Z. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and meta-cognitive training, *American Educational Research Journal*, 40(1), 281-310.

Lansdell, J.M. (1999). Introducing young children to mathematical concepts: problems with new terminology, *Educational Studies*, 25(3), 327-333.

Leont'ev, A.N. (1981). *The problem of activity in psychology*, in J.V. Wertsch (ed. And Trans.), *The Concept of Activity in Soviet Psychology*, M.E. Sharpe, Armonk, NY, pp. 37–71.

Lovell, E. (2002). Mathematical discussion in the classroom. *Philosophy of mathematics Education Journal*. 16:1-13.

Massachusetts Mathematics Curriculum Framework (1995). <http://www.wrsd.net/mathematicsframeworks.htm> (23/10/2004)

Mertens, D. (1998). *Research Methods in Education and Psychology*. London: Sage Publications.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2003). Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışması:Ulusal Rapor <http://earged.meb.gov.tr/Projsb/TIMSS/TIMMSulusrap.pdf> (21/05/2005)

Milli Eğitim Bakanlığı (2006). İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı, Ankara: MEB.

Mitchelmore, M. (2002). The role of abstraction and generalization in the development of mathematical knowledge, East Asia Regional Conference on Mathematics Education, Singapore.

Monaghan, J. ve Ozmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics,* 62(3), 233-258.

Monaghan, J. ve Özmantar, M. (2004). Abstraction and Consolidation, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3: 353-360.

Mubark, M. (2005). Mathematical Thinking and Mathematical Achievement of Students in the Year of 11 Scientific Stream in Jordan, Doktora Tezi, New Castle Üniversitesi, Eğitim Fakültesi.

NAEP (2003). Mathematics Framework for the 2003 National Assessment of Educational Progress

National Council Teachers of Mathematics. (1999). <http://standards.nctm.org/Previous/CurrEvStds/evals1.htm > (21/04/2004)

National Council Teachers of Mathematics, (2000). *Principles and standards for school mathematics*. <http://standards.nctm.org/ > (19/10/2004)

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards.* Reston, VA.: NCTM. <www. nctm.org/standards> (19/10/2004)

National Council Teachers of Mathematics. (1991). <http://standards.nctm.org> (21/02/2004).

Niss, M. (1999). Aspects of the Nature and State of Research in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*. 40: 1-24.

Noss, R. (2002). Mathematical epistemologies at work, In *Proceedings of the Annual Meeting of the İnternational Group for the Psychology of Mathematics Education, UK.*

Noss, R. ve Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings*, Kluwer, Dordrecht: The Netherlands.

Ohlsson, S. and Lehtinen, E. (1997). Abstraction and the acquisition of complex ideas, *International Journal of Educational Research* 27, 37–48.

Özmantar, M. ve Roper, T. (2004). *Mathematical Abstraction through Scaffolding*, Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3: 481-488.

Özmantar, M. ve Monoghan, J. (2006). Abstraction, scaffolding and emergent goals, In Novotna, J., Moraova, M. Ve Stehlikova, N. (Eds). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the*

Psychology of Mathematics Education, Sayı:4, 305-312, Prague.

Özmantar, M. (2005). An Investigation of the Formation of Mathematical Abstractions through Scaffolding, Doktora Tezi, Leeds Üniversitesi, Eğitim Fakültesi.

Rogoff, B. (1990). Apprenticeship in Thinking: Cognitive Development in Social Context, NY: Oxford Press.

Russell, B. (1926). *Education and Good Life.* NY: Boni and Liveright.

Saxe, G. (1991). *Culture and Cognitive Development: Studies in Mathematical Understanding,*Laurence Erlbaum Assoc., Hillside, NJ.

Schütz, R. (2002). *Vygotsky and Language Acquisition* < http://www.sk.com.br/sk-vygot.html> (2/04/2004).

Schwarz, B., Hershkowitz, R. ve Azmon, S. (2006). *The role of the teacher in turning claims to arguments. Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:5, Prague.

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz, R. (2004). *Teacher Guidance of Knowledge Construction*, Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4: 169-176.

Schwarz, B. B., Hershkowitz, R. ve Dreyfus, T. (2002). Abstraction in context: Construction and consolidation of knowledge structures. *Proceedings of the 26th international conference for the psychology of mathematics education, sayı: 1, UK.*

Sfard, A. (1998). Balancing the Unbalanceable: *The NCTM Standards* in the Light of Theories of Learning Mathematics Balancing the unbalanceable: The NCTM Standards in the light of theories of learning mathematics. In J. Kilpatrick, Martin, G., & Schifter, D. (Eds.), *A Research Companion for NCTM Standards*. Reston, VA: National Council for Teachers of Mathematics.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin, *Educational Studies in Mathematics, 22*: 1-36.

Sid, R. (1998). Learning to see the wind, *Mathematics Teaching in The Middle School*, 3(7).

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in mathematics,* London: Falmer.

Simon, M. and Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory, *Mathematical Thinking and Learning,* 6(2), 91-104.

Skemp, R. (1986). *The Psychology of Learning Mathematics.* Penguin: Harmondsworth.

Stehlíková, N., (2003). Emergence of mathematical knowledge structures:introspection. *Proceedings of the 27th international conference for the psychology of mathematics education, sayı: 4, University of Hawaii, USA.*

Tabach, M., & Hershkowitz, R. (2002). Construction of knowledge and its consoladition: a case study from the early algebra classroom. *Proceedings of the 26th international conference for the psychology of mathematics education.* Sayı:4*, University of East Anglia, UK.*

Tabach, M., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2001). The struggle towards algebraic generalisation and its consolidation, *Proceedings Of The 26th İnternational Conference For The Psychology Of Mathematics Education,* Sayı:4, Netherlands.

Tall, D. (1991). *Advanced Mathematical Thinking*, The Netherlands: Kluwer.

Türk Dil Kurumu (2006). <www.tdk.org.tr> (23/07/2006).

Tsamir, P. & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets- a process of abstraction: the case of Ben. *Journal of Mathematical Behavior.* 21, 1-23.

Tsamir, P., Dreyfus, T. (2005). How Fragile Is Consolidated Knowledge? Ben's Comparisons of Infinite Sets, *Journal of Mathematical Behavior*, 24:15-38.

Türnüklü, A. (2000). Eğitim bilim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilecek nitel bir araştırma tekniği: Görüşme, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi,* 6(24), 543-559.

Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly,* 1(3), 279-305.

Wiersma, W. (2000). *Research Methods in Education: An Introduction,* USA: Allyn and Bacon.

Williams, G. (2002). Associations between mathematically insightful collaborative behavior and positive affect. In A. D. Cockburn ve E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:4, UK.

Williams, G. (2003). Emprical generalization as an inadequate cognitive scaffold to theoretical generalization of a more complex concept. In N.A. Pateman, B.J.Dougherty ve J. Zilliox (Eds). *Proceedings of the 27th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:4, USA.

Williams, G. (2004). The nature of spontaneity in high quality mathematics learning experiences. In M.J. Hoines ve A.B. Fuglesad (Eds.) *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:4, Norway.

Wittmann, E. (2001). Develeoping Mathematics Education in a Systemic Process. *Educational Studies in Mathematics.* 48: 1-20.

Wood, T. & McNeal B. (2003). Complexity in teaching and children's mathematical thinking. In N.A. Pateman, B.J.Dougherty ve J. Zilliox (Eds). *Proceedings of the 27th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:4, USA.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2000). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. (1994). *Case Study Research: Design and Methods,* USA: Sage.

EKLER

EK 1. ALTINCI SINIF BİLGİ ÖLÇEĞİ

1. Aşağıda bazı ülkelere ait ortalama sıcaklıklar verilmiştir.

Slovakya -15 °C Türkiye 10 °C Macaristan-5 °C Mısır 30 °C

Bu durumda en sıcak ülkeden en soğuk ülkeye doğru nasıl bir sıralama yapılabilir?

A. Slovak, Macaristan, Türkiye, Mısır
B. Mısır, Türkiye, Slovak, Macaristan,
C. Türkiye, Mısır, Slovak, Macaristan,
D. Mısır, Türkiye, Macaristan, Slovak

2. Çağrı 828 sayısının 36 ile kalansız bölünüp bölünmediğini bölme işlemi yapmadan bulmak istiyor. Aşağıdakilerden hangisi bunu bulmasına yardım eder?

A. 828'in 3'e ve 12'ye bölünüp bölünmediğini araştırmak
B. 828'in 2'ye ve 18'e aynı anda bölünüp bölünmediğini araştırmak
C. 828'in 4'e ve 9'a aynı anda bölünüp bölünmediğini araştırmak
D. Bunu yapmak için 36 ile bölme işlemini mutlaka yapması gerekir. Aksi taktirde hesaplanamaz.

3. 4'ün 8 kere kendisi ile çarpımının, 5 kez kendisi ile çarpımına bölümünden hangi sayı elde edilir?

A. 64 B. 32 C. 16 D. 8

4. $\dfrac{(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}).\frac{4}{15}}{9^{-1}}=?$

A. $\frac{1}{81}$ B. 1 C. $\frac{3}{4}$ D. 81

5. Aşağıda bazı radyo kanallarının frekansları yazmaktadır.

TRT FM	88,0	Power Turk FM	105,7
Alem FM	89,3	Show Radyo	89,6

Yeni kurulacak olan Gizem FM'in radyo frekansını bulmak için;

- Power Turk ile Alem Fm'in frekanslarının farkıyla, Show radyonun frekansının toplamını bulun.
- Elde ettiğiniz sonucu TRT FM'in frekansı ile toplayın. Bulduğunuz sonucu 2'ye bölün.

Bu talimatlara göre yeni kurulacak olan Gizem Fm'in frekansı nedir?

A. 95,2 B. 97 C. 97,2 D. 95

6. Alışverişe çıkan Güzin mağazalardan birinin vitrininde aşağıdaki yazıyı okumuştur.

BÜYÜK İNDİRİM TÜM ÜRÜNLERDE %50+%20+%10

Bu mağazadan alışveriş yapan Güzin, alışverişinde % kaç indirim kazanmıştır?

A. 64 B. 71 C. 80 D. 81

7. Orçun Bey tahlil yaptırmak için hastaneye gitmiştir. Ertesi gün tahlil sonuçlarını alan Orçun Bey'in test sonuçları aşağıdaki gibidir.

Testin adı	**Orçun Bey'in sonuçları**	**Normal olan aralık**
A Testi	38,796	38,7 – 43,7
B Testi	0,312	0,3 – 0,4
C Testi	14,376	14,4 – 15,4
D Testi	5,316	5,5 - 9,5

Orçun Bey'in değerleri onda birler basamağına yuvarlayarak, hangi testlere ait sonuçlarının normal aralıkta olduğunu söyleyiniz.

A. A Testi-B Testi- C Testi- D Testi
B. A Testi- B Testi- C Testi
C. Sadece A Testi
D. Sadece B Testi

8. Aşağıdaki oranlardan hangisi bir orantı oluşturur?

A. $\frac{3}{5} ve \frac{4}{7}$ B. $\frac{2}{3} ve \frac{4}{9}$ C. $\frac{3}{7} ve \frac{12}{28}$ D. $\frac{1}{3} ve \frac{1}{9}$

9. 1------ 3 ------ 5 ------ 7 ------ ... şeklinde ilerleyen sayı örüntüsündeki ilişkiyi aşağıdaki gösterimlerden hangisi açıklamaktadır?

A. 2x+1 B.2x C.2x-1 D. 2x-2

10. Attila sinema filmi koleksiyonu yapmaktadır. Internet'te filmleri bilgisayara indirmeye izin veren bir siteden 4 tane filmi bilgisayarına indirecektir. İlk filmin 2 katı sürede ikinci filmi, ilk filmin 1,5 katı sürede 3. filmi ve ilk filmin 4 katı sürede dördüncü filmi bilgisayarına indirmiştir. Attila bu filmleri indirmek için 42,5 dakika harcadığına göre 2. ve 3. filmi indirmek için toplam kaç dakika uğraşmıştır?

A. 15 dakika B. 12,5 dakika C. 17,5 dakika D. 37,5 dakika

11. Okulda tüm öğrencilerin katılacağı bir parti düzenlemekle görevlendirildiniz. Partinin tüm öğrencilere hitap etmesini istiyorsunuz. Bunun için öğrencilere birtakım sorular sorarak bilgi toplamaya karar verdiniz. Aşağıdaki konulardan hangileri hakkında soru sormanız, partinin tüm öğrencilere hitap etmesini sağlamada etkili olur?

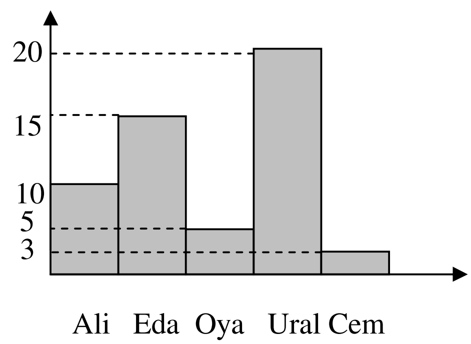
I. Cinsiyetleri IV. Doğum yerleri

II. Tuttukları futbol takımı V. Sevdikleri yiyecek-içecek

III. Sevdikleri müzik VI. Oturdukları semt

A. I-III-V B.II-III C. II-III-IV D.III-V

12.



Ali, Eda, Oya ve Ural çocuk haklarını koruma derneğinin çocuk temsilcisi seçimlerine katılmıştır. Oylama sonuçları yandaki grafikteki gibidir.

- Eda, Cem'den 12 oy fazla oy aldığını söylemektedir.
- Ural da Oya'dan 20 oy fazlası olduğunu iddia etmektedir.

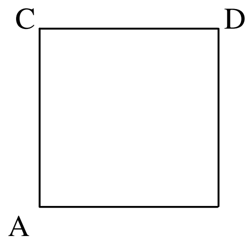
Bu öğrencilerin iddialarına ilişkin aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A. Eda ve Ural grafiği yanlış yorumlamaktadır. Eda Cem'den 5 oy eksik almıştır. Ural Oya'dan 15 oy fazla almıştır.
B. Eda ve Ural grafiği doğru yorumlamışlardır.
C. Eda grafiği doğru yorumlamış, Ural yanlış yorumlamıştır. Ural Oya'dan 15 oy fazla almıştır.
D. Ural doğru yorumlamış, Eda yanlış yorumlamıştır. Eda, Cem'den 12 oy fazla almıştır.

13. Aşağıdaki ifadelerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A. Bir açı, hem tümler hem komşu açı olabilir.
B. Bir açı, hem tümler, hem bütünler olabilir.
C. Bir açı, hem bütünler hem komşu açı olabilir.
D. Bir açı hem komşu hem ters açı olabilir.

14.



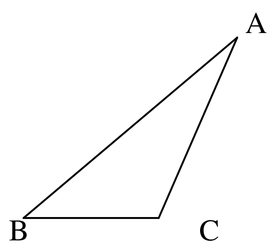
Yanda verilen çokgen bir karedir. Bu karenin köşelerinden en az 3 tanesi kullanılarak aşağıdakilerden hangisi <u>çizilemez</u>?

A.Eşkenar dörtgen B. Üçgen C. Yamuk D. Dikdörtgen

15. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A. İki üçgen benzerse, aynı zamanda bu iki üçgen eştir.
B. İki üçgenin eş olmaları ile benzer olmaları arasında ilişki yoktur.
C. İki üçgen benzerse, tüm kenar uzunlukları ve açı ölçüleri benzer sayılardır.
D. İki üçgen eşse, aynı zamanda bu iki üçgen benzerdir.

16.



Filiz ve Burcu arasında aşağıdaki konuşma geçmektedir:

<u>Filiz</u>: Bu üçgen geniş açılı üçgendir.
<u>Burcu</u>: Hayır, 2 tane dar açısı, 1 tane geniş açısı olduğundan dar açılı üçgendir.

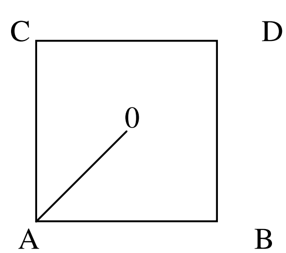
Bu diyalog için aşağıdakilerden hangisi söylenebilir?

A. Burcu haklıdır. Dar açı sayısı geniş açı sayısından çok olduğundan dar açılı üçgendir.
B. İkisi de yanlış düşünmektedir. Bu üçgen, dik açılı üçgendir.
C. Açıların ölçülerini tam olarak bilmeden bir yorum yapılamaz.
D. Filiz haklıdır, bu üçgen geniş açılı üçgendir.

17. Aşağıdaki elemanlardan hangisi tüm prizmalarda bulunur?

A. Çap B. Yükseklik C. Köşegen D. Köşe

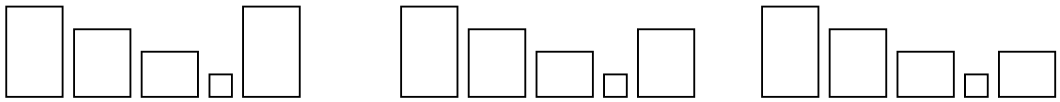
18.

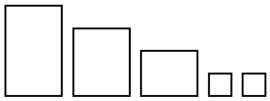


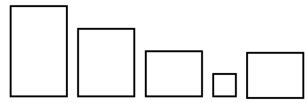
ABCD bir karedir. 2|AO|=|AC|'dir. |AO|= 2 cm. olduğuna göre |DB|=?

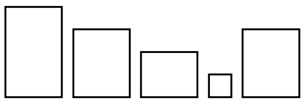
A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

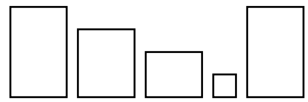
19. Aşağıda verilen örüntüde boş bırakılan yere ne gelmelidir?



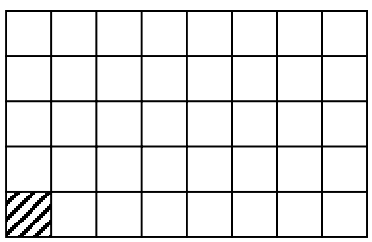
A. 

B. 

C. 

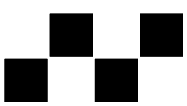
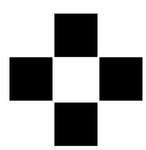
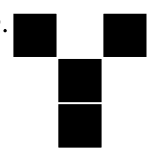
D. 

20. Öğretmenleri Sedat, Serkan, Gülen ve Şeyda' yı 19 Mayıs gösterilerine çalıştırmak için bahçeye çıkarmıştır. Öğrenciler renkli kartonları başlarının üzerinde tutarak belirtilen yerlere gideceklerdir. Okulun kuşbakışı görünüşü aşağıdaki gibidir. Öğrencilerin hepsi başlangıçta taralı bölgede durmaktadır. Bu yerden başlayarak öğrencilerin nasıl hareket edecekleri aşağıda belirtilmektedir.



- Serkan, bulunduğu kareden 3 birim sağda ve 3 birim yukarıdaki kareye,
- Gülen, bulunduğu kareden 4 birim sağda ve 4 birim yukarıdaki kareye,
- Seda, bulunduğu kareden 5 birim sağda ve 3 birim yukarıdaki kareye,
- Şeyda, bulunduğu kareden 4 birim sağda ve 2 birim yukarıdaki kareye,

Öğrencilerin hepsi yerlerini aldıktan sonra kuşbakışı (yukarıdan) bakıldığında nasıl bir görünüm vardır?

A. 
B. 
C. 
D. 

21. Elif ve ailesi yakın bir zamanda evlerine ev sinema sistemi almıştır. Elif arkadaşı Sinan'a söylediğinde onların da evinde benzer bir sinema sisteminin olduğunu öğrenir ve aralarında aşağıdaki konuşma geçer;

Elif: Bizim yeni televizyonumuzun ekranının boyu 1 metre.

Sinan: Bizimkinin ekranı 100 santimetre.

Elif: Gerçekten mi? Sizin televizyonun ekranı çok büyükmüş!

Bu diyalog ile ilgili aşağıda yapılan yorumlardan hangisi doğrudur?

A. Elifler' in TV ekranı Sinanlar' ın TV ekranından 100 kat küçüktür.
B. Elif cm. ile m. arasındaki ilişkiyi bilmemektedir çünkü 1 m.= 100 cm'dir.
C. Elifler' in TV ekranı Sinanlar' ın TV ekranından 10 kat küçüktür.
D. Elifler' in TV ekranı Sinanlar' ın TV ekranından daha büyüktür.

22. Rana gece bir rüya görmüştür. Rüyasında babasının eski arabasında radyo dinlerken bastığı bir tuş arabayı zaman makinesine dönüştürmüş ve kendisini günümüzden milattan önce 3. yüzyıla götürmüştür. Rana rüyasında günümüzden kaç yüzyıl öncesine gitmiştir?

A. 23 B. 22 C. 21 D. 18

23. Çevre uzunluğu, alanına eşit olan karesel bölgenin bir kenar uzunluğu nedir?

A. 2 B. 3 C. 4 D.5

24. Enis Galatasaray takımını tutmaktadır. Matematik dersinde "imkânsız olay" konusunu öğrendikten sonra Enis bu konuda örnek vermelerini isteyen öğretmenine, **"Çeyrek finale kalan Fenerbahçe'nin Avrupa şampiyonu olması, imkânsız olaya örnektir."**demiştir. Enis'in bu örneği için aşağıdaki ifadelerden hangisini söylemek mümkündür?

A. Enis günlük yaşamdaki duyguları ile konuyu birleştirmiş ve yanlış yorum yapmıştır.
B. Enis'in yorumu doğrudur, Fenerbahçe Avrupa şampiyonu olamaz.
C. Enis'in yorumu yanlıştır çünkü buna karar vermek için elimizde yeterli veri bulunmamaktadır.
D. Bu konuda herhangi bir şey söylenemez.

25. Çarkıfelek yarışmasına katılmaya hak kazandınız. Gitmeden önce yarışmada şansınızı yükseltmek için, çarkta hangi puanlık dilimden kaç tane olduğunu hesaplamaya karar verdiniz. Çarkta bulunan dilimler;

6 tane 100 YTL değerinde sarı dilim
1 tane 10000 YTL değerinde mavi dilim
2 tane 1000 YTL değerinde yeşil dilim
3 tane 500 YTL değerinde pembe dilim
3 tane 750 YTL değerinde kırmızı dilim

şeklindedir. Bu durumda bir çevirişte gelen dilimin pembe renk olma olasılığı nedir?

A. $\frac{2}{15}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{15}$ D. $\frac{1}{3}$

EK 2. YEDİNCİ SINIF BİLGİ ÖLÇEĞİ

1) $|-2| + |2| + \dfrac{(-12)+(-3)+(10)}{(-5).(+1)} = ?$

A. 5 B. +1 C. -1 D. 3

2) $[\dfrac{1}{3}.(-\dfrac{1}{4})+\dfrac{2}{3}] : (\dfrac{3}{4}:\dfrac{6}{7}) = ?$

A. 1 B. $\dfrac{2}{3}$ C. -1 D. $\dfrac{3}{2}$

3) Mine Tansaş'a alışverişe giderek balık, tavuk, sebze ve et satın alır. Mine bir anda tüm bu yiyecekleri bitiremeyeceği için derin dondurucuda saklamaya karar verir. Bu gıdaların bozulmadan durmaları için aşağıdaki sıcaklıklarda saklanmaları gerekmektedir.

Balık….	-3 °C	Sebze….	-2 °C
Tavuk….	-5 °C	Et….	-4 °C

Mine'nin hiçbir gıda bozulmadan saklayabilmesi için en fazla kaç derecede buzdolabının derin dondurucusunu saklaması gerekmektedir?

A. -2 B. -3 C. -4 D. -5

4) Serdar iki tamsayının birbirine oranı şeklinde yazılmasıyla elde edilen her ifadenin rasyonel sayı olduğunu düşünmektedir. Tülin ise bu fikre katılmamaktadır. Aşağıdaki ifadelerden hangisi Tülin'in haklı olduğunu gösterir?

A. $\dfrac{-2}{3}$ B. $\dfrac{0}{4}$ C. $\dfrac{5}{0}$ D. $\dfrac{3}{2}$

5) Aşağıdaki sayı dizisi bir kurala göre dizilmiştir. Bu kurala göre bir sonraki sayı aşağıdakilerden hangisidir?

15 17 53 …..

A. 159 B. 55 C. 161 D. 180

6) 2x.(4x-6x+12x-3) çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A. 20x-3 B. $20x^2$-6x C. $20x^2$-3 D. $14x^2$

7) 3 (2x – 5 + 7x) = 4 (x + 2) denkleminin çözüm kümesi nedir?

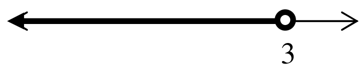
A. {-1} B. $\{\dfrac{17}{23}\}$ C. {1} D. $\{-\dfrac{17}{23}\}$

8) Selda üniversiteyi kazanıp İzmir'den İstanbul'a gitmiştir. Ailesiyle çok sık telefonla konuşmaktadır. Selda'nın hattı Turkcell' dir ve dakikası 0.3 YTL'den konuşmaktadır. Turkcell'in yeni kampanyası ile bir dakikadan sonra yarı fiyatına konuşacaktır. Selda ailesiyle yaptığı bir konuşmasında 6.3 YTL ödediğine göre kaç dakika konuşmuştur?

A. 15 dakika B. 25 dakika C. 30 dakika D. 41 dakika

9) $2x - 6 < x + 9$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

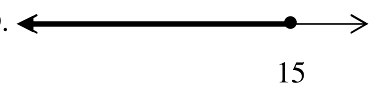
A.



B.

C.

D.



10) Ayşe, Fatma ve Leyla oyun parkına giderler. Çeşitli oyuncaklara bindikten sonra tahterevalliye birlikte binmek isterler. Ayşe ve Leyla birlikte tahterevallinin bir tarafına oturunca Fatma'nın oturduğu taraf havaya kalkmaktadır. Fatma ve Leyla birlikte tahterevallinin bir tarafına oturunca Ayşe'nin oturduğu taraf havaya kalkmaktadır. Ayşe ve Fatma birlikte tahterevallinin bir tarafına oturunca tahterevalli dengede kalmaktadır. Bu hikâyeyi özetleyen matematiksel gösterim aşağıdakilerden hangisidir? (**Ayşe: A; Fatma: F; Leyla: L** harfleri ile gösterilmektedir.)

A. $A + L > F$	B. $A + F > L$	C. $A + L > F$	D. $F + A > L$
$A < F + L$	$F + L > A$	$A + F > L$	$A + F < L$
$A + F = L$	$F + A = L$	$F + L = A$	$A = F + L$

11) Gürbüz Bey sağlıksız beslenme sonucu aldığı kilolardan kurtulmak istemektedir. Gürbüz bey şu an 150 kilogramdır. Diyetisyenin Gürbüz Bey'e verdiği yemek listesi doğrultusunda aşağıdaki şekilde kilo vermesi beklenmektedir:

Gün	**Toplam verdiği kilo**
1.Gün	1,5
2.Gün	2
3.Gün	2,5
….	….

Gürbüz Bey eğer bu diyete devam ederse 50. gün sonunda kaç kilogram olur?

A.26 B. 124 C. 75 D. 70

12) Ayfer ve Seden'e öğretmenleri dersine girdiği sınıflardan birinin bu seneki öğrenci listesini verip bu seneye ait şekil grafiğini yapmalarını istemiştir. Ayfer ve Seden işbölümü yapmışlardır. Ayfer çizecek, Seden kontrol edecektir. Grafiğe göre Ayfer sınıftaki kız öğrenci sayısını 8, erkek öğrenci sayısını 5 olarak belirlemiştir. Oysa sınıf listesinde toplam 26 öğrenci olduğu görülmektedir. Ayfer'in yaptığı hata aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A. Her bir öğrenci resmi, birden fazla öğrenciyi temsil ediyor olabilir, Ayfer bunu dikkate almamıştır.
B. Ayfer hata yapmamıştır.
C. Ayfer yanlış sayım yapmıştır.
D. Öğretmeni yanlış grafik vermiştir.

13) Kaplumbağaların çeşitli bölgelerdeki yaşam süreleri aşağıdaki gibidir:

Balıkesir	110 yıl	İzmir	190 yıl
Muğla	90 yıl	Malatya	140 yıl
Trabzon	150 yıl	Iğdır	135 yıl
Niğde	127 yıl		

140 yıl yaşamış olan bir kaplumbağanın bu verilere göre yaşam süresinin uzunluğu nasıl değerlendirilebilir?

A. Kaplumbağanın ortalamanın altında bir yaşam süresi olmuştur.
B. Kaplumbağanın ortalamanın üzerinde bir yaşam süresi olmuştur.
C. Bu verilerle bir karar verilemez.
D. Kaplumbağanın ortalamada bir yaşam süresi olmuştur.

14) "Sevim arkadaşları ile partiye gidecektir. Partiye giderken hangi bluzu giyeceğine karar vermesine rağmen, altına hangi eteği giyeceğine karar verememektedir. Dolabındaki kıyafetleri tek tek inceleyen Sevim aşağıdaki eteklerden birini giymeye karar vermiştir. Ancak kırmızı uzun etek mi, siyah uzun etek mi, kırmızı kısa etek mi, siyah kısa etek mi, giyeceğine karar veremez. Zamanı daralınca Sevim, bu eteklerden birini rasgele seçmeye karar verir. Bu durumda Sevim'in kırmızı kısa etek seçme olasılığı nedir?"

Yukarıdaki problemin çözümü ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A. Burada söz konusu olaylar ayrık olaydır; çünkü etek seçimi ile renk seçiminin ilişkisi yoktur.

B. Buradaki olaylar ayrık olmayan olaylardır; çünkü hem renk hem de etek seçiminin ortak noktaları bulunmaktadır. Bu da olayların birlikte gerçekleşme olasılıklarını etkiler.

C. Buradaki olaylar ayrık olaylardır, çünkü birbirinden bağımsız üç olay bulunmaktadır.

D. Bu hikayede etek seçimi söz konusu olduğundan tek bir olay vardır. Bu nedenle herhangi bir yorum yapılamaz.

15) Geometrik şekiller içerisinde sadece paralel kenarın alanını hesaplamayı bildiğinizi düşünelim. Aşağıdaki geometrik şekillerden hangisini kendisinden küçük paralel kenarlarla kaplayarak hesaplayabilirsiniz?

A. Üçgen B. Daire C. Kare D. Düzgün altıgen

16) Tamer annesine hediye olarak bir resim çerçevesi almıştır. Çerçevenin ahşap kısmını renkli kağıtla kaplamak istemektedir. Çerçeve aşağıdaki gibidir.

Çerçevenin siyah ile taranmış kısımları renkli kağıtla kaplanacaktır ve bu yüzeyler yamuktur. Çerçevenin bütün kenarlarının uzunlukları eşittir ve 15 cm' dir. Resim yerleştirilen kısmın ise tüm kenarlarının uzunlukları eşit ve 10 cm.' dir. Bu durumda Tamer'in kaç cm^2'lik kağıda ihtiyacı vardır?

A. 125 B. $\frac{125}{2}$ C. 250 D. 375

17) Peyzaj mimarı olan Çiçek'e müdürü Konak meydanındaki yüzeyi daire şeklindeki alana gerekli düzenlemeyi yapma görevini vermiştir. Çiçek'in yapması gerekenler;

- Alanın çevresine 50 cm. aralıkla menekşe dikmek ve,
- Alana dökülen ilaçların rüzgar yüzünden uçmasını engellemek için tam bu bölgenin alanı kadar branda germektir.

Söz konusu bölgenin çevresi 12 metredir. Bu durumda Çiçek'in kaç tane menekşe ve kaç m^2 branda satın alması gerekmektedir? ($\Pi = 3$ alınız.)

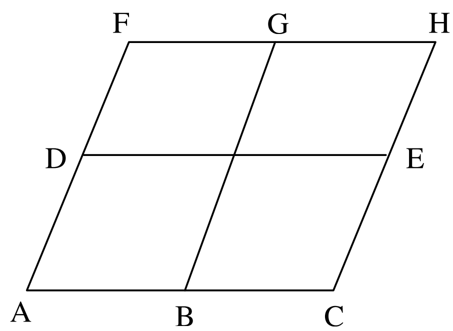
A. 12 menekşe ve 12 m^2

B. 24 menekşe ve 12 m^2

C. 24 menekşe ve 24 m^2

D. 12 menekşe ve 24 m^2

18)



Yanda görülen şekilde [AF]//[BG]//[CH] ve [AC]//[DE]//[FH]'dir.

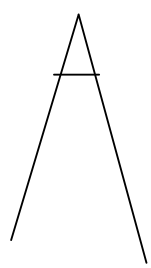
Bu şekildeki iç açılar dikkate alınırsa, aynı açı ölçüsüne sahip kaç açı bulunmaktadır?

A. 5 C. 6
B. 7 D. 8

19) Düzgün dokuzgenin bir iç açısının ölçüsü nedir?

A. 100 B. 140 C. 180 D. 220

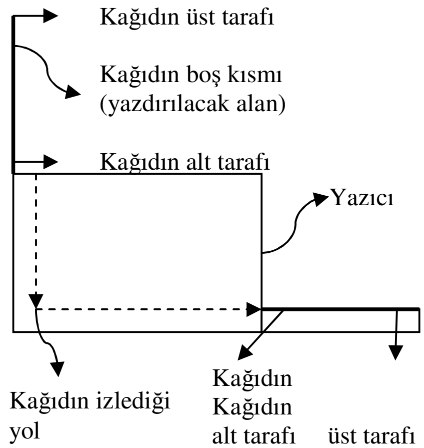
20) Derya kendisine verilen çubuklarla üçgen oluşturmaya çalışmaktadır ve 14-15-2 cm. uzunluklarına sahip çubuklarla aşağıdaki şekli oluşturur:



Derya bu uzunluklarla üçgen oluştuğunu düşünmektedir. Bu konuda nasıl bir yorum yapılabilir?

A. Derya'nın yorumu doğrudur, bir üçgen oluşmuştur.
B. Derya'nın yorumu yanlıştır, herhangi bir üçgen oluşmamıştır.
C. Bu konuda yorum yapmak için daha çok veriye ihtiyaç vardır.
D. Derya'nın yorumu yanlıştır; oluşan üçgen, verilen ölçülerden oluşmamıştır.

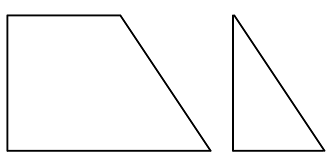
21) Artuğ hazırladığı ödevinin çıktısını alacaktır. Yazıcısına yazdırmak istediği yüzü üste getirdiğinde, yazıcıdan kâğıt yazılı kısmı üstte kalacak şekilde çıkmaktadır. Yazıcı yazmaya konulan kâğıdın alt kısmından başlamaktadır.

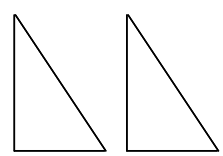


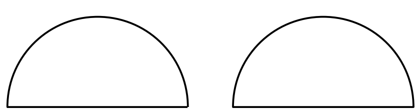
Artuğ kâğıdın arkasını da kullanmak istiyor. Bu durumda kâğıdı nasıl yerleştirmelidir?

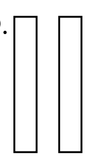
A. Yazılı kısmı arkada kalacak, baş kısım altta kalacak
B. Yazılı kısmı arkada kalacak, baş kısım üstte kalacak
C. Yazılı kısmı önde kalacak, baş kısım altta kalacak
D. Yazılı kısmı önde kalacak, baş kısım üstte kalacak

22) Aşağıdaki geometrik şekillerin hangileri bir araya getirilerek bir silindirin yanal yüzeyi oluşturulamaz?

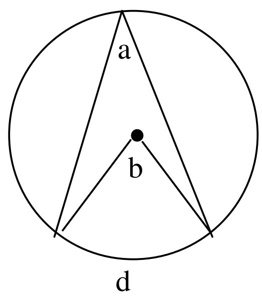
A.


B.


C.


D.


23)



a açısının ölçüsü, b açısının ölçüsü ve d yayının ölçüsü arasında nasıl bir ilişki vardır?

A. a = b = d

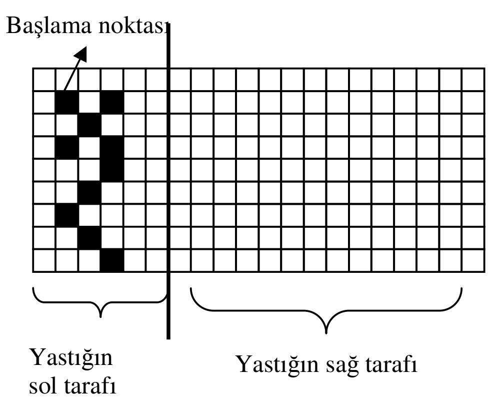
B. a = 2b = 2d

C. a = 2b = d

D. 2a = b = d

24) Hatice Hanım kanaviçe işlemeyi çok sevmektedir. Arkadaşından aldığı motifi yastığa işlemeye çalışmaktadır. Bu motifin ilkini işlemiştir, diğerlerini işlemek için aşağıdaki kuralları yerine getirmesi gerekmektedir:

- Yastığın sol tarafında bir, sağ tarafında iki motif bulunacaktır.
- Sağdaki motiflerden birinin başlama noktası kanaviçede gösterilen ipe göre simetrik olmalıdır.
- Sağdaki diğer motifin başlama noktası, <u>soldaki</u> motifin başlama noktasının 12 birim ötelenmiş halidir.



Bu durumda sağdaki iki motifin başlama noktaları arasında kaç tane boşluk vardır?

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

EK 3. SEKİZİNCİ SINIF BİLGİ ÖLÇEĞİ

1. $\sqrt{14}$ hangi sayılar arasındadır?

A. 13 ile 15 arasında; 13'e daha yakın B. 3 ile 4 arasında; 3'e daha yakın

C. 3 ile 4 arasında; 4'e daha yakın D. 13 ile 15 arasında; 15'e daha yakın

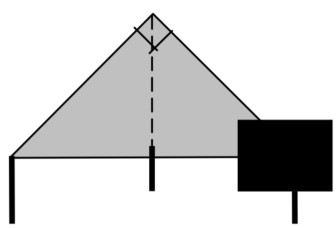
2. $\dfrac{\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{48}+\sqrt{75}}{\sqrt{6}}$ işleminin sonucu nedir?

A. $7\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

3. $[\dfrac{(0,5)^7}{(0,5)(0,5)(0,5)(0,5)}]^{-1}+2$ işleminin sonucu nedir?

A. 2,125 B. 8 C. 18 D. 10

4. Bir müşteriniz yüzeyi dik üçgen olan bir masa getirdi ve bu masadan ikizkenar üçgen yüzeyli iki masa yapmanızı istedi. Masanın şekli aşağıdaki gibidir.



Sahip olduğunuz iki bilgi var. açısının tanjantı x ve sinüsü 0,6'dır.

Buna göre iki parçaya ayrılacak olan masalardan ikizkenarlarının uzunluğu ne olur?

<u>İpucu</u>: Bir dik üçgende hipotenüse inilen kenarortayın uzunluğu hipotenüsün uzunluğunun yarısıdır.

A. $\dfrac{5}{4}$ B. $\dfrac{3}{4}$ C. $\dfrac{5}{8}$ D. 5

5. $\dfrac{8a^2+8b^2+16ab}{4a^2-4b^2}:\dfrac{a+b}{a-b}=?$

A. 2 B. $2(\dfrac{a+b}{a-b})$ C. 8 D. $2(\dfrac{a+b}{a-b})^2$

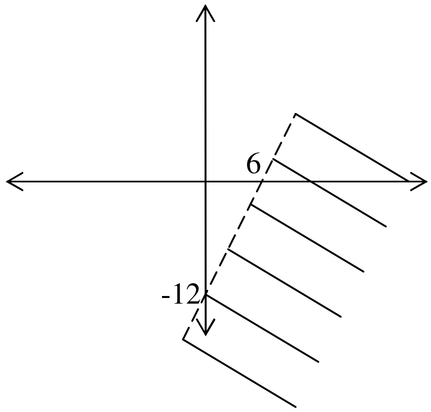
6. $(\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x+2}):\dfrac{2}{x-2}=2$ ise x değeri aşağıdakilerden hangidir?

A. -1 B. 4 C. 1 D. -4

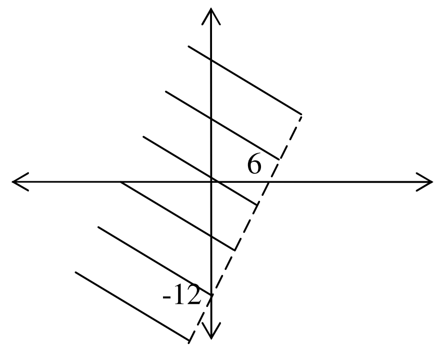
7. Babalarından tarla miras kalan iki kardeş Cemal ve Kemal, bu tarlayı paylaşmakta sorun yaşamaktadır. Cemal matematiği zayıf olan kardeşi Kemal'e şu teklifi yapar: "2x - y > 12 eşitsizliğini sağlayan bölge senin, geri kalan bölge benim olsun!" Kemal

bu teklife nasıl yanıt verirse karlı çıkar? Doğru grafiği bularak Kemal’e yardım edelim.

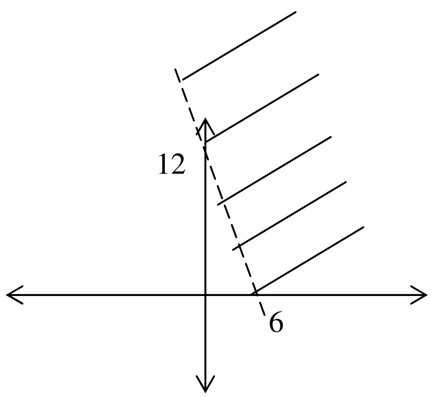
A. Kabul etmemeli, paylar eşit değil.



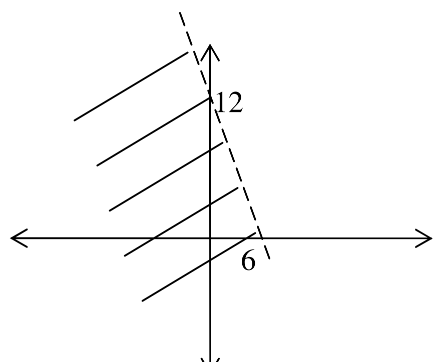
B. Kabul etmeli daha büyük arsası olur.



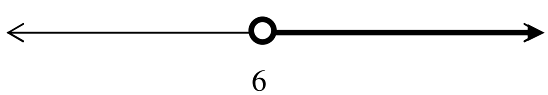
C. Kabul etmemeli paylar eşit değil.



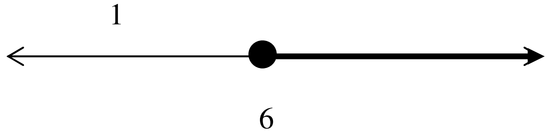
D. Kabul etmeli, eşit paya sahip olur.



8. $2x - 7 > 5$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

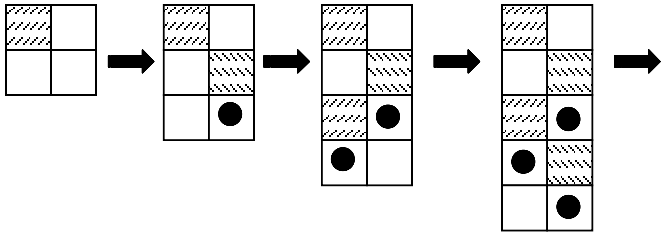
A. 

B. 

C. 

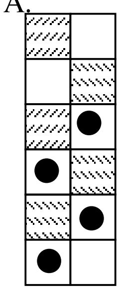
D. 

9.

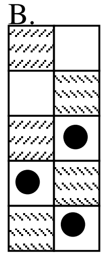


Bir sonraki şekil aşağıdakilerden hangisi olabilir?

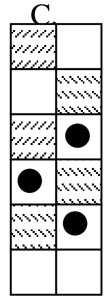
A.



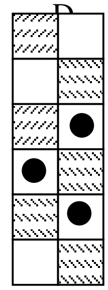
B.



C.



D.



10. “Selim doğum günü partisi vermektedir. Annesi pastayı getirip içecekleri almak için mutfağa gittiğinde Selim pastaya kesmek için yanına gider. Selim tam bıçağın metal kısmını pastanın yüzeyine değdirir ki annesi onu fotoğraf çekmek için durmasını söyler. Arkadaşları ile fotoğraf çekilirken Selim bıçağı pasta yüzeyine bıçak yarısına kadar girecek kadar bastırır. Annesi fotoğrafı çeker ve Selim pastadan bir dilimi keser.”

Yukarıdaki hikayeye göre Selim;

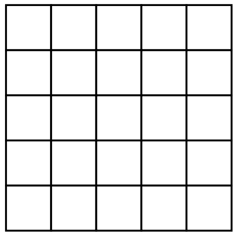
- Tam pastaya bıçağı değdirdiğinde,
- Pastaya bıçağın yarısı girecek kadar bastırdığında
- Pastadan bir dilim kesecek kadar derin batırdığında,

Pasta ile bıçağın yüzeyinin arakesiti ne olur?

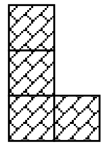
A. Doğru-düzlem-doğru B. Doğru-düzlem-düzlem

C. Düzlem- doğru-düzlem D. Düzlem-doğru-doğru

11. Kare şeklinde yüzeyi bulunan bir odanın tabanı fayanslarla döşenmek isteniyor. Ev sahibi en az maliyetle döşeme işleminin gerçekleşmesini istiyor. Fayansları satan kişi, iki tip fayans ve ücretten bahsetmektedir. Bu fayanslar L tipi dörtlü fayans ve tekli fayanstır.



Döşeme yapılacak alan



L tipi dörtlü fayans

Tekli fayans

L tipi dörtlü fayansın ücreti 15 YTL ve tekli fayansın ücreti 10 YTL' dir. En az maliyetle bu yüzey nasıl döşenir?

A. 100 YTL B. 150 YTL C. 200 YTL D. 250 YTL

12. Mahallenize tüm sakinlere yetecek kadar büyük bir çöp bidonu yapılmasına karar verildi. Bunun için mahallenizde bir yarışma yapılıyor ve ödül de 1000 YTL. Sen de yarışmaya katılmak istiyorsun. Mahallenin muhtarı Kazım Bey, bu çöp kovasının mümkün olduğunca az yer kaplamasını ancak mümkün olduğunca çöp toplamasını istiyor. Çöp bidonunun yüksekliği herkesin rahatça çöpünü atabilmesi için en fazla 1 metre olacaktır. Ayrıca Kazım Bey çöp bidonunun kapladığı alanın 9 m^2' lik bir alanı geçmemelidir. Bu durumda sen aşağıdakilerden hangisi ile yarışmaya katılırsan yarışmayı kazanabilirsin?

A. Silindir B. Düzgün üçgen piramit

C. Koni D. Düzgün kare piramit

13. Pelinsu, yılbaşında arkadaşı Nuri' ye sürpriz olarak bir yılbaşı şapkası yapmaya karar verir. Şapka koni şeklinde olacaktır. Doğru ölçüde olmasını istemekte ancak sürpriz olacağı için Nuri'nin başının ölçüsünü alamamaktadır. Pelinsu Nuri'nin şapkalarından birini ölçerek Nuri'nin başının yarıçapını 15 cm. olarak belirler. Kendi yapacağı şapkanın yüksekliği 20 cm. olacaktır. Buna göre şapkanın yan yüzünün uzunluğu kaç cm olacaktır?

A. 10 B. 15 C. 20 D. 25

14. Bir silindirin yüksekliği aynı kalmak koşuluyla taban yarıçapı yarıya düşürülürse yanal yüzey alanı nasıl değişir?

A. Yarıya düşer B. 2 katına çıkar

C. Değişmez aynı kalır D. 3 katına çıkar

15. İkizkenar olmayan iki dik üçgen, dik kenarlarının her biri etrafında ayrı ayrı döndürülüyor. Meydana gelen iki cisim nedir ve hacimleri oranı nedir?

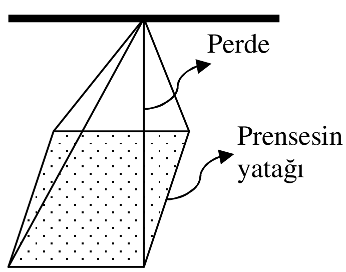
A. Silindir, 1 B. Koni; kenar uzunluklarının birbirine oranı

C. Silindir; hipotenüsün yüksekliğe oranı D. Koni; 1

16. İzmir belediyesi yetkilileri, İzmir'e dev bir akvaryum merkezi yapmaya karar verirler. Akvaryumun içerisine dünyanın çeşitli ülkelerinden değişik balıklar getirilecektir. Bu akvaryum merkezinin turizmde hareketlilik getireceği umut edilmektedir. Yetkililer akvaryumların küre şeklinde olmasına karar verdiler. Her bir akvaryumda en fazla 15 m^3 hacme sahip balıkların sağlıklı yaşam sürdürebilmeleri için, bir akvaryuma en çok 150 balık konulabilecektir. Akvaryumlardan her birinin çapı 16 metre olacaktır. Her bir akvaryumda 800 m^3'lük hacim, balıklar için su olarak ve yaşam hareket bölgesi olarak ayrılacak olursa 12 m^3 hacimli Japon balıklarından bir akvaryuma kaç tane konulabilir? ($\Pi = 3$).

A. 103 B. 104 C. 105 D. 106

17. Prenses Salma odasının dekorasyonunu değiştirmeye karar vermiştir. Yüzeyi kare olan yatağının etrafına tül perde gerdirmek istemektedir. Odasının tavanında yatağın yüzeyinin tam ortasına denk gelen bir çiviye takılı olarak başlayacak olan perde, yatağın köşelerine gergin olarak tutturulacaktır. Perde dört parçadan oluşacaktır. Prenses dekoratörlere yardımcı olmak için istediği tül perdenin şeklini çizmiştir.



Tavan ile yatağın kenarları arasındaki yüksekliğin uzunluğu 3 metredir. Yatağın bir kenarının uzunluğu 4 metredir.

Bu bilgilere göre dekoratörlerin kaç metrekare tüle ihtiyacı vardır?

A. 6 B. 12 C. 24 D. 48

18. Mısırdaki ünlü piramitlerin yapıldığı döneme gidelim. Firavun adamlarının mucizevî piramitleri yapmalarının ardından kendini sıcak Mısır günlerinde serinletecek bir havuzlu piramit yapmalarını istiyor. En önemlisi de havuzun kare piramit şeklinde olmasını istiyor. <u>Havuz, piramidin içinde olacak ve piramidin taban alanının onda biri alana sahip olacaktır</u>. Firavunun piramidinin taban alanı 900

m^2'dir. Firavun havuzun 4 metre derinliğinde olmasını istemektedir. Havuzun ¾'ü su ile doldurulacaksa, kaç m^3 suya ihtiyaç vardır?

A. 90 B. 120 C. 150 D. 180

19. Üniversitenin iletişim fakültesinden yeni mezun oldunuz ve TRT'de bir program yapma şansını yakaladınız. Programınızın çok izlenmesi durumunda TRT'de sürekli olarak çalışabileceksiniz. Bu nedenle ekranlarda en çok ne tip programların izlendiğini belirlemek istiyorsunuz. Bunu belirlemek için bir cihazı çeşitli televizyonlara takmanız ve bir ay sonra en çok izlenenleri belirlemeniz gerekmekte. İzleyici grupları aşağıdaki gibidir.

I. GRUP

A. Geçim sıkıntısı çeken
B. Orta halli
C. Oldukça zengin

II. GRUP

a. Sürekli evde oturan ve TV izleyen
b. Çoğu zaman evde oturan ve TV izleyen

III. GRUP

i. Aynı çevrede oturan
ii. Yakın çevrede oturan
iii. Farklı çevrede oturan

IV. GRUP

* TV izlerken yemek yiyen
● TV izlerken yemek yemeyen
▲ TV izlerken bazen yemek yiyen

Sağlıklı bir karar varmak için gruplardan hangilerine elinizdeki cihazları takardınız?

A. I. Grup-II. Grup B. I. Grup-II. Grup-III. Grup

C. I. Grup-IV. Grup D. II. Grup-III. Grup

20. Sedat matematik dersinde birinci sınavdan 2, ikinci sınavdan 3 ve üçüncü sınavdan 5 almıştır. Üçüncü sınavdan sınıfın çoğunun notunun düşük olması nedeniyle öğretmenleri bir sınav daha yapacağını açıklamıştır. Sınava giren öğrencilerin aldıkları not, şimdiye kadar aldıkları notların medyanı ile değiştirilecektir. Sedat'ın notunu yükseltebilmesi için sınavdan en az kaç puan alması gerekmektedir?

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

21. Bir ses yarışmasına katılan yarışmacılardan dört tanesi finale kalmıştır. Aşağıdaki tabloda finalistlerin dokuz hafta boyunca aldıkları oylar gösterilmektedir.

	Tamer	Ali	Sibel	Esin
1. hafta	50	5	4	50
2. hafta	10	80	12	4
3. hafta	75	130	150	130
4. hafta	125	20	8	45
5. hafta	13	55	15	87
6. hafta	8	100	28	19
7. hafta	70	40	14	103
8. hafta	110	13	6	79
9. hafta	79	7	40	97

Yarışmacıların 10. haftada, şimdiye kadar aldıkları puanların medyanı kadar puan alacakları biliniyor. Bu durumda 10. hafta kim birinci olur?

A. Ali B. Sibel C. Tamer D. Esin

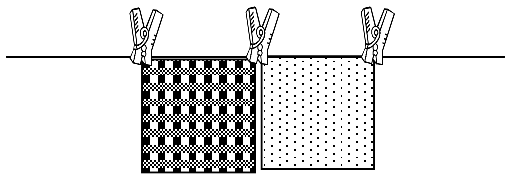
22. Futbolda yaşanan Fenerbahçe- Galatasaray rekabetini, barış üzerine yapacağı sunumla olumlu bir havaya çevirmek isteyen Aziz Yıldırım, Fenerbahçeli ve Galatasaraylı oyuncuları "Futbol ve Barış" isimli sunumuna davet etmiştir. Fenerbahçeli futbolculardan dört tanesi, Galatasaraylı futbolculardan üç tanesi sunum davetini kabul etmiştir. Aziz Yıldırım bir sıraya iki Fenerbahçeli futbolcunun arasına bir Galatasaraylı futbolcu oturtmak istemektedir. Oyuncular kaç farklı şekilde bir sıraya oturabilir?

A. 12 B. 7! C. 144 D.7

EK 4. AÇIK UÇLU PROBLEMLER (ALTINCI SINIF)

PROBLEM 1

Ayşe teyze çamaşırlarını asmak için bahçesine çıkar. Ayşe teyze her zaman çamaşırların birer ucunu birleştirerek aşağıdaki şekilde asmaktadır.



Ayşe teyze, 15 parça çamaşır asmak için kaç tane mandala ihtiyaç duyacağını tek tek denemeden hesaplamak istiyor. Bunu nasıl hesaplayabilir? Ayrıntılı olarak açıklayınız.

PROBLEM 2

Aşağıdaki takvim 2005 Mayıs ayına aittir.

Pzts.	Salı	Çrş.	Prş.	Cuma	Cmts.	Pazar
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Çerçeve içine alınmış tarihlerin çapraz olarak toplamları birbirine eşittir.

10+18=28

17+11=28

a) Bu şekilde olan başka tarihler bulunuz.
b) Bu durumun nedenini açıklayınız.

PROBLEM 3

Eurovision, her yıl yapılan, farklı ülkelerin özgün şarkıları ile katıldığı bir şarkı yarışmasıdır. Ülkeler, kendi ülkelerinin dışındaki ülkelerin verdiği 1 ile 9 arasında değişen puanların toplamının fazlalılığına göre değerlendirilir. Aşağıda 2005 yılında yapılan Eurovision şarkı yarışmasında ilk ona giren ülkeler, bu ülkelerin yarışmayı bitirme toplam puanları ve şarkılar için puanlama yapan on ülkenin verdikleri puanlar görülmektedir. Size ülkelerden üç tanesinin puanlamasını istediğiniz şekilde değiştirme hakkı verildi. Öyle puanlar verin ki, Sırbistan birinci, Norveç ikinci ve Moldova üçüncü olsun.

			Oy kullanan Ülkeler									
		TOPLAM	İrlanda	Macaristan	İngiltere	Fransa	Moldoya	Monako	Hollanda	Finlandiya	Polonya	Portekiz
Yarışmacı ülkeler	Yunanistan	39	2	7	1	6	4	2	9	4	1	3
	Malta	50	9	8	2	4	8	5	5	2	5	2
	Romanya	55	5	9	0	7	7	4	6	6	2	9
	İsrail	61	6	5	3	8	6	9	7	5	7	5
	Litvanya	54	1	6	9	9	9	0	2	8	4	6
	Moldova	34	0	4	7	2	2	1	0	7	3	8
	Sırbistan	32	8	0	6	0	1	6	4	0	0	7
	İsviçre	38	3	2	8	1	0	8	3	3	6	4
	Norveç	31	4	1	5	5	3	3	1	1	8	0
	Danimarka	56	7	3	4	3	5	7	8	9	9	1

PROBLEM 4

Fransa'da yaşayan bir turist tatilde Türkiye' ye gelip gelmeme konusunda karar vermek için Kültür Bakanlığı'nın hazırladığı tanıtım filmlerini bilgisayarına indiriyor. Aşağıda bu tanıtım filmlerinin özelliklerine ilişkin bilgi verilmektedir.

Marmara Bölgesi Tanıtım Filmi	Boyut: 3,75 MB Video Süresi: 00:00:22
İstanbul Tanıtım Filmi	Boyut: 5,62 MB Video Süresi: 00:00:33
Akdeniz Bölgesi Tanıtım Filmi	Boyut: 7,5 MB Video Süresi: 00:00:44
Ege Bölgesi Tanıtım Filmi	Boyut: 7,50 MB Video Süresi: 00:00:44
İzmir Tanıtım Filmi	Boyut: 3,75 MB Video Süresi: 00:00:22

Bilgisayarın filmleri indirmedeki birim hızı aynıdır ve tüm filmler 3 saatte indirilmiştir.

- Farklı bölgelere ait tanıtım filmlerinin, bilgisayara indirilme süreleri arasında bir ilişki var mıdır? Varsa nasıl bir ilişki vardır?
- Her bir filmin bilgisayara indirilme süresi nasıl bulunabilir? Düşünce biçiminizi açıkça ifade ediniz.

PROBLEM 5

Özgür OKS' ye hazırlanmaktadır ve ayda bir deneme sınavlarına girmektedir. Son 5 aydır Özgür'ün aldığı puanlar aşağıdaki gibidir:

Kasım .... 701,013 Aralık 801,076

Ocak .... 779,867 Şubat 915,617

Mart 878,148

Özgür'ün en çok kazanmak istediği okullar ve puanları aşağıdaki gibidir.

Milli Piyango Anadolu Lisesi 852,592

Atatürk Anadolu Lisesi 929,6

Adnan Menderes Anadolu Lisesi 806,047

Gazi Anadolu Lisesi 902

Özgür' ün OKS'deki puanının deneme sınavlarından aldığı puan aralığında değişeceği düşünülse verilere göre Özgür hangi okulları kazanabilir, hangilerini kazanamaz? Nedenleriyle açıklayınız.

PROBLEM 6

Barış ve Eren hedef vurma oyunu oynamaya karar verirler. 16 eşit dilime ayrılmış bir dairede dilimler, aşağıdaki gibi çeşitli renklere boyanmıştır:

Sarı renk olan bölge, 3 tane kırmızı bölgeye eşittir.

Yeşil renk olan bölge 2 tane sarı bölgeye eşittir.

Mavi bölge, yeşil bölgenin üçte biri kadardır.

Turuncu bölge, 2 tane mavi bölgeye eşittir.

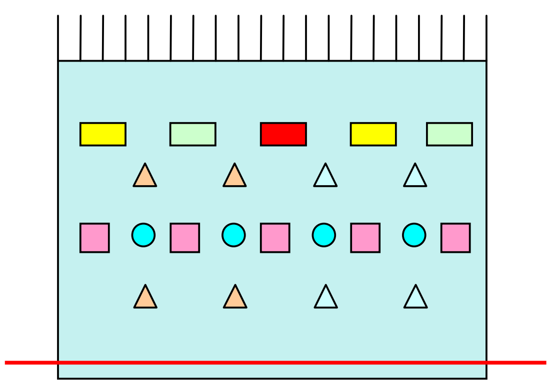
Bu bilgilere göre Barış'ın ilk atışında oku sarı bölgeye isabet ettirme olasılığı mı yoksa mavi bölgeye isabet ettirme olasılığı daha yüksektir? Düşünce biçiminizi ayrıntılarıyla ifade ediniz.

İpucu: Dairede daha fazla yer kaplayan renge ait bölgeye isabet ettirilme olasılığı daha fazladır.

PROBLEM 7

Ardışık üç tamsayının toplamı, 3 ile tam bölünür mü? Sizce bunun nedeni nedir? Düşüncenizi ayrıntılarıyla ifade ediniz.

PROBLEM 8



Halıcı Emin dokuma tezgâhında geometrik şekillerden oluşan bir halı dokumaktadır. Yarım bırakılan bu halının diğer yarısı, aynı şekil ve desenler tekrarlanarak dokunacaktır.

- Dikdörtgensel bölge olan figürler için, üçgensel bölge olan figürlere kullanılan ipin üç katı ip kullanılmaktadır.

- Karesel bölge olan figürler için, üçgensel bölge olan figürlere kullanılan ipin iki katı ip kullanılmaktadır.
- Daire olan figürler için, karesel bölge olan figürlere kullanılan ipin yarısı kadar ip kullanılmaktadır.

Halı üzerinde en fazla alanı toplamda hangi geometrik şekil kaplamaktadır? Nasıl bulduğunuzu ayrıntıları ile açıklayınız.

PROBLEM 9

Aşağıda 4 farklı marka otomobilin teknik özellikleri yer almaktadır. Araba almak isteyen müşterinin özelliklerini inceleyerek her bir müşteri için hangi arabanın uygun olduğuna karar veriniz. Nedenlerini açıklayınız.

PEUGEOT	
Motor Hacmi (cc)	1587
Son Hız (km/s)	190
0-100 km/s Hızlanma (sn)	10.7
Şehir içi (litre)	9.5
Şehir dışı (litre)	5.8
Bagaj Hacmi (litre)	420

OPEL	
Motor Hacmi (cc)	1199
Son Hız (km/s)	180
0-100 km/s Hızlanma (sn)	14.0
Şehir İçinde (litre)	7.3
Şehir dışı (litre)	4.8
Bagaj Hacmi (litre)	260

VOLKSWAGEN	
Motor Hacmi (cc)	1896
Son Hız (km/s)	180
0-100 km/s Hızlanma (sn)	12.6
Şehir içi (litre)	6.5
Şehir dışı (litre)	4.1
Bagaj Hacmi (litre)	330

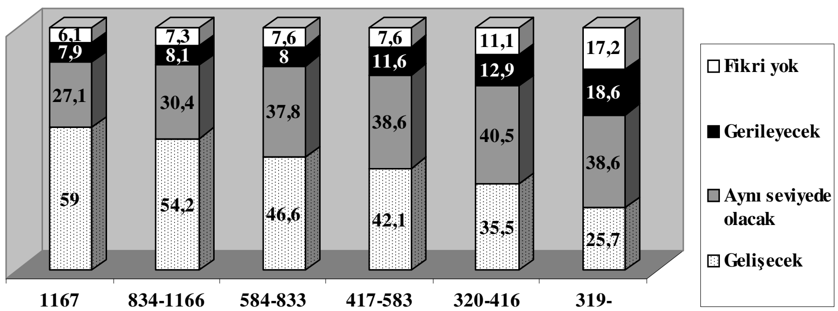
RENAULT	
Motor Hacmi (cc)	1598
Son Hız (km/s)	181
0-100 km/s Hızlanma (sn)	12.4
Şehir İçinde (litre)	8.6
Şehir dışı (litre)	5.2
Bagaj Hacmi (litre)	485

Müşterinin özellikleri	**En uygun arabayı yuvarlak içine alınız.**
Yusuf, sürekli şehirlerarası yolculuk yapıyor.	Peugeot/Opel/Volkswagen/Renault
Hülya, pazarlamacılık yapıyor. Taşıması gereken çok eşyası var.	Peugeot/Opel/Volkswagen/Renault
Cem, çevik ve hemen hızlanan arabaları seviyor.	Peugeot/Opel/Volkswagen/Renault
Ali, km/sn'de son hızı en yüksek olan araba almayı istiyor.	Peugeot/Opel/Volkswagen/Renault

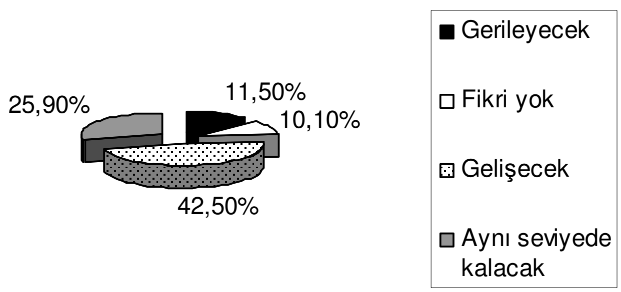
PROBLEM 10

Devlet İstatistik Enstitüsü, "Beklenti, kişisel gelişim ve umut" konulu bir araştırma yapmıştır. Aşağıda, bu araştırmanın beş yıl sonrası için, kişisel gelişim tahmininden elde edilen verileri ifade eden grafikler bulunmaktadır.

Grafik 1. Gelir grubuna göre gelecek beş yıllık dönem için bireylerin gelişim tahmini



Grafik 2. Gelecek 5 yıllık dönemi düşündüğünüzde, kişisel durumunuzun nasıl olacağını tahmin ediyorsunuz?

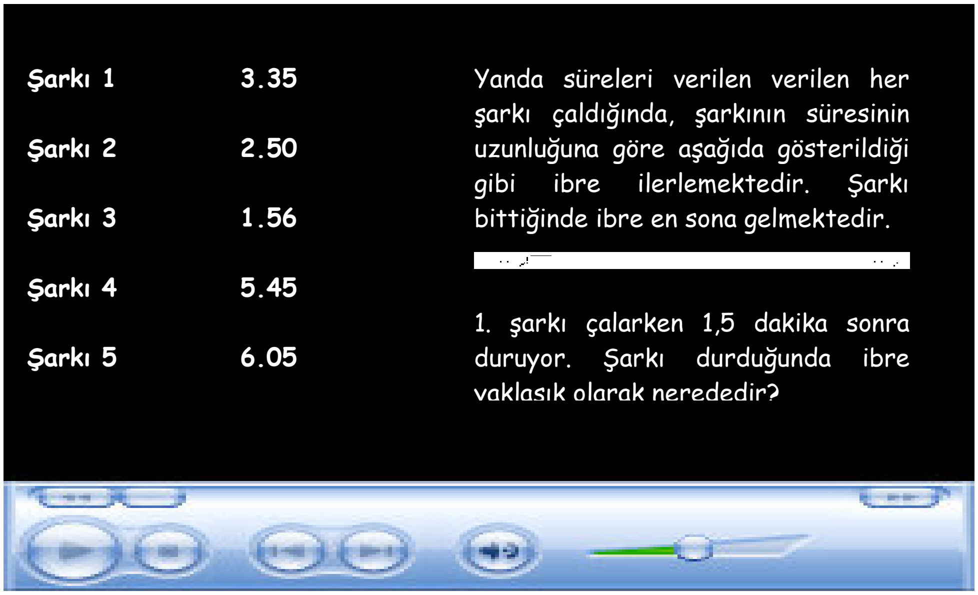


Araştırma aynı kişiler tarafından cevaplanmıştır ve her iki soruya verdikleri yanıtlar aynı görüş yönündedir. Buna göre;

- İkinci grafikteki soruya "gerileyecek" diyenler hangi gelir grubuna sahip olabilir? Düşünce şeklinizi açıkça ifade ediniz.

EK 5. AÇIK UÇLU PROBLEMLER (YEDİNCİ SINIF)

PROBLEM 1



PROBLEM 2

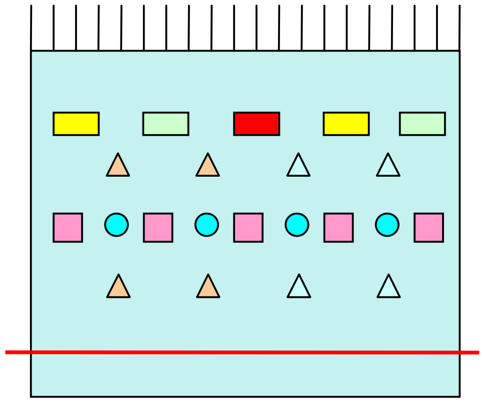
Yeni Kuruş ile madeni Türk Lirası arasındaki farklılığı merak eden Seden ve Erdem iki madeni parayı suya atarak hacimleri arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak istemektedir. Paraların suya atıldıklarında taşırdıkları suyun, neye bağlı olduğuna ilişkin aşağıdaki üç ifadeyi tamamlayın.

İpucu: Silindirin hacmi= $\prod$ x r^2 x h formülü ile hesaplanır. (r=yarıçap, h=yükseklik

Madeni paraların yükseklikleri eşit ise ………………………………bağlıdır. Çünkü; ……………………………………………………………………

Madeni paraların yarıçapları eşit ise ………………………………….. bağlıdır. Çünkü; ……………………………………………………………………

PROBLEM 3



Halıcı Emin dokuma tezgâhında geometrik şekillerden oluşan bir halı dokumaktadır. Halının yarısı yanda görüldüğü gibi dokunmuştur. Yarım bırakılan bu halının diğer yarısı, aynı şekiller tekrar edilerek dokunacaktır. Halı dokunurken;

- Dikdörtgensel bölge olan figürler için, üçgensel bölge olan figürler için kullanılan ipin üç katı ip kullanılmaktadır.
- Karesel bölge olan figürler için, üçgensel bölge olan figürler için kullanılan ipin iki katı ip kullanılmaktadır.
- Daire olan figürler için, karesel bölge olan figürler için kullanılan ipin yarısı kadar ip kullanılmaktadır.
- Toplam 74 metre ip kullanılmıştır.

Tüm halıda toplam kaç metre ip, üçgensel figürleri dokumak için kullanılmıştır? Çözümünüzü ayrıntıları ile açıklayınız.

PROBLEM 4

Ağzı kapaklı bir tüp, tabana tam dik olarak durmaktadır. Yukarıda rasgele sırayla duran renkli küpler, belirli bir sıra ile bu cam tüpün içerisine atıldıktan sonra kapağı kapatılıp aşağıdaki işlemler gerçekleştiriliyor:

- Hayali bir x ekseni olduğu düşünülürse, tüp x ekseni boyunca 180 derece döndürülüyor.
- Arkasından tüp, saat yönünün tersine 90 derece dik olarak döndürülüyor.

Bu adımlar gerçekleştirildikten sonra tüpün kapağı açıldığında; önce kırmızı renkli, sonra sarı renkli, ardından mavi renkli ve en son olarak da yeşil renkli küp çıkıyor. Buna göre başlangıçta tüpün içerisinde küpler yukarıdan aşağıya hangi sırayla duruyorlardı? Nasıl bulduğunuzu açıkça ifade ediniz.

Not: Küpler tüpün içersinde birbirlerinin üzerinden düşmeyecek darlıktadır.

PROBLEM 5

Pay ve paydası arasındaki fark aynı olan basit kesirlerden paydası en büyük olanı mı yoksa en küçük olanı mı 1'e daha yakındır? Neden?

PROBLEM 6

Barış ve Eren hedef vurma oyunu oynamaya karar verirler. 16 eşit dilime ayrılmış bir dairede, dilimler aşağıdaki gibi çeşitli renklere boyanmıştır:

Sarı dilimlerden oluşan bölge, 3 kırmızı dilimden oluşan bölgeye eşittir.

Yeşil dilimlerden oluşan bölge, 2 sarı dilimden oluşan bölgeye eşittir.

Mavi dilimlerden oluşan bölge, yeşil dilimden oluşan bölgenin üçte biridir.

Turuncu dilimlerden oluşan bölge, 2 dilimden oluşan mavi bölgeye eşittir.

Bu bilgilere göre bu dairede hangi renk kaç dilimden oluşmaktadır?

PROBLEM 7

Futbol federasyonu, futbolda yeni averaj hesaplama kuralları geliştirmiştir. Eski sisteme göre averaj hesaplanırken takımın attığı gol sayısından yediği gol sayısı çıkarılmaktaydı. Yeni kurallara göre averaj aşağıdaki gibi hesaplanacaktır;

- Karşı takımın sahasında atılan goller 2 katı olarak puan tablosundaki atılan goller bölümüne yazılacaktır.
- Averaj, atılan gol sayısından yediği gol sayısını çıkarılarak hesaplanacaktır.

Dört büyüklerin puan bilgileri **eski sisteme** göre aşağıdaki gibidir:

	Karşı takımın sahasında **atılan gol sayısı**	Karşı takımın sahasında **yenilen gol sayısı**	**Kendi sahasında atılan gol**
Beşiktaş	2	6	1
Fenerbahçe	3	6	2
Galatasaray	4	6	3
Trabzon spor	6	6	2

Yeni kurallara göre yeni puan tablosunu oluşturunuz. İki sitem arasında en az puan farkı olan takım hangisidir? Sonucu nasıl bulduğunuzu ayrıntıları ile açıklayınız.

PROBLEM 8

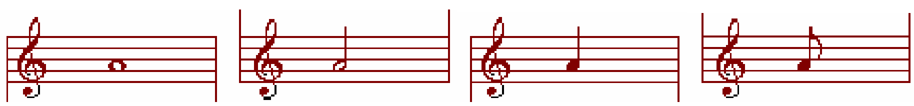
Esin'in annesi, Esin'in bilgisayar masasının dağınıklığından şikâyetçidir. Masasını toplamaya karar veren Esin, CD'lerinin hepsini CD kabına koymaya karar verir. CD'lerin yarıçapı 6 cm. ve yükseklikleri 1 mm. 'dir. Bir CD'nin bilgi depolama kapasitesi 700 megabayt'tır. CD kabının yarıçapı 7 cm. ve yüksekliği 5 cm.' dir.

İpucu: Koninin hacmi 1/3 $\Pi r^2 h$ formülü ile hesaplanır.

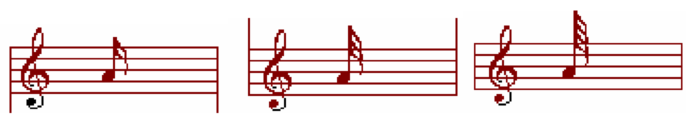
- Esin CD'lerinin kaç tanesini bu CD kabına yerleştirebilir?
- Bu bilgilerden hangileri problemi çözmek için gerekli değildir?

PROBLEM 9

Aşağıda her bir notanın, kaçlık nota değerine sahip olduğu verilmektedir.

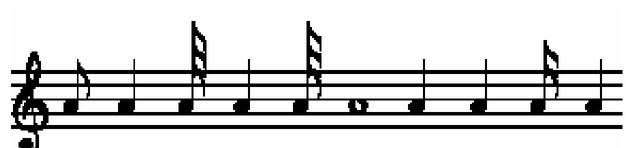


1'lik nota   1/2'lik nota   1/4'lük nota   1/8'lik nota

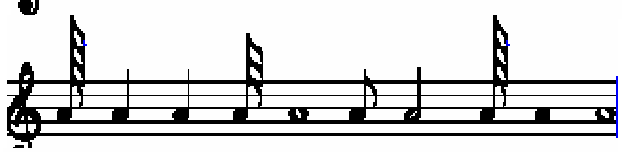


1/16'lık nota   1/32'lik nota   1/64'lük nota

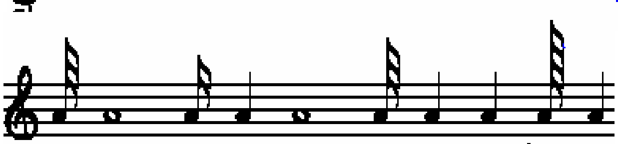
Aşağıda ilk 10 notası verilen şarkılar, bu notaların değerlerinin toplamı olarak ifade edilse, şarkılar büyükten küçüğe doğru sıralanır? (1'den 4'e kadar numara veriniz. En büyük değeri olana 4 puan verilmelidir.)



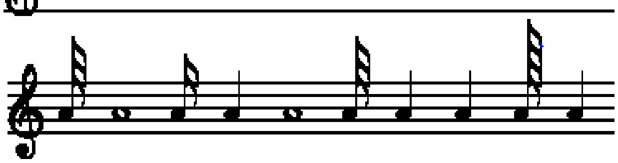
ŞARKI 1



ŞARKI 2



ŞARKI 3



ŞARKI 4

EK 6. AÇIK UÇLU PROBLEMLER (SEKİZİNCİ SINIF)

PROBLEM 1

Bir kürenin içinin renkli sıvı ile doldurmanız gerekiyor. Küreyi yerinden oynatamadığınız için, elinizde olan silindir, koni, kare piramit veya kare prizma şeklindeki bardaklardan biriyle doldurmalısınız.

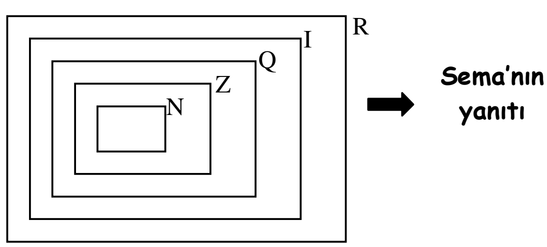
- Tüm bardakların ve kürenin yükseklikleri eşittir.
- Silindirin, koninin, kürenin yarıçap uzunlukları, kare piramidin bir kenarının uzunluğu ve kare prizmanın bir kenarının uzunluğu birbirine eşittir.

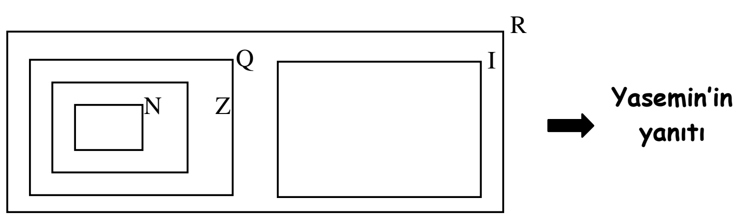
Öyle bir bardağı seçiniz ki, en az sayıda hamle ile küreyi doldurabilsin. Bu seçimi neye göre yaptığınızı ayrıntıları ile açıklayınız.

PROBLEM 2

Öğretmenleri Sema ve Yasemin'den şimdiye kadar öğrendikleri sayıları şema olarak göstermelerini istemiştir. Bu sayı kümeleri Doğal Sayılar(N), Tam sayılar (Z), Rasyonel Sayılar (Q), İrrasyonel sayılar (I) ve Reel sayılar (R)' dır.

Sema ve Yasemin'in yanıtları aşağıda verilmektedir.

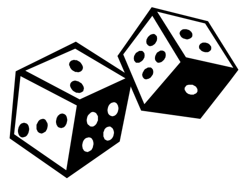




Hangi öğrencinin çizimi doğrudur? Nedeni ile açıklayınız.

PROBLEM 3

Aşağıda bir çift zarın farklı iki açıdan görünüşleri verilmektedir. Bu zarlar tam "küp" şeklindedir ve rakamlar zarların üzerlerine aynı sırayla yerleştirilmiştir.



Buna göre,

- Üzerinde 3 yazan yüzün tam arka yüzünde hangi rakam vardır?
- Dört yazan yüzün arkasına gelen yüzün 6 olma olasılığı nedir?

PROBLEM 4

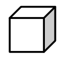
Aşağıdaki diyalog Sertap, Sibel ve Orhan arasında geçmektedir:

Sertap: Herhangi bir üçgenin, bir kenarı etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cisme dik koni denir.
Sibel: Ama farklı kenarları etrafında döndüğünde başka cisimler oluşuyor bazıları eğik duruyor, bazıları eğik durmuyor. Madem o zaman neden "dik" koni denilsin ki?
Orhan: Hayır, zaten bütün koniler diktir. Dik olmayan koni çizilemez.

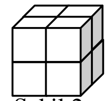
Buradaki öğrenciler tarafından hatalı veya eksik olarak verilen bilgi var mıdır? Her bir öğrenciye, nerede hatalı veya nerede haklı olduklarını vurgulayan bir mektup yazınız.

PROBLEM 5

Ayşe elindeki küçük küpleri bir araya getirerek daha büyük küpler elde etmeye çalışıyor. İlk önce bir tane küçük küp koyuyor (şekil 1). Daha sonra iki tane küçük küpü yan yana koyuyor ve diğer küçük küpleri de, cisim daha büyük bir küp olacak şekilde yerleştiriyor(şekil 2).



Şekil 1



Şekil 2

Ayşe beş tane küçük küpü yan yana koyarak başladığı daha büyük küpün tamamı için kaç küçük küp gerektiğini tek tek küpleri koymadan hesaplamak istiyor. Ayşe bunu nasıl hesaplayabilir? Ayrıntıları ile açıklayınız.

PROBLEM 6

Fatma'dan öğretmeni, içini göremediği bir torbaya elini sokmasını ve içinde olan düzgün geometrik cismin ne olduğunu görmeden -sadece dokunarak- anlamasını istemiştir. Fatma dokunarak hissedebildiği geometrik cisme ilişkin, defterine aşağıdaki notları almıştır:

- ✓ Toplam 5 tane köşesi var.
- ✓ Yan yüzleri üçgensel bölge, tabanı üçgensel bölge değil.
- ✓ Tabanın karşılıklı olan kenar uzunlukları eşit

Bu bilgilere göre;

1. Bu geometrik cismin ne olabileceğini tahmin ediniz. Neden bu tahmini yaptığınızı ayrıntılarıyla açıklayınız.
2. Silindir olma olasılığı nedir? Nedenleri ile açıklayınız.
3. Prizma olma olasılığı nedir? Nedenleri ile açıklayınız.
4. Kare piramit olma olasılığı nedir? Nedenleri ile açıklayınız.

PROBLEM 7

Aşağıdaki diyalog öğretmen ile Canan ve Ayşe arasında geçmektedir:

<u>Öğretmen:</u> Bir kürenin bir dikdörtgensel düzlem ile arakesiti nedir?
<u>Canan:</u> Bence dikdörtgendir. Düzlemin büyüklüğü kadarlık bölümü küre ile kesişir.
<u>Ayşe:</u> Bence dairedir. Düzlem sınırsız genişleyen bir bölge olduğundan kesişimi daire olacaktır.

Buradaki öğrenciler tarafından verilen hatalı veya eksik bilgi var mıdır? Her bir öğrenciye, nerede hatalı veya nerede haklı olduklarını vurgulayan bir mektup yazınız.

PROBLEM 8

Pazarlamacı Mehmet Bey, işi gereği sıklıkla şehirlerarası yolculuk yapmakta ve haftada 1000 litrelik malları yakın bir şehirde pazarlamaktadır. Mehmet Bey en az seferi yapacağı en ekonomik yakıt tüketen aracı satın almak istiyor. Bu kriterler açısından her bir arabanın uygunluğunu değerlendirin. Aşağıda verilen bilgilere göre hangi arabayı alması Mehmet Bey'in isteklerini karşılar? Neden? Düşünce biçiminizi açıkça ifade ediniz.

RENAULT	
Motor Hacmi (cc)	1598
Son Hız (km/s)	181
0-100 km/s Hızlanma (sn)	12.4
Şehir İçinde (litre)	8.6
Şehir dışı (litre)	5.8
Bagaj Hacmi (litre)	485

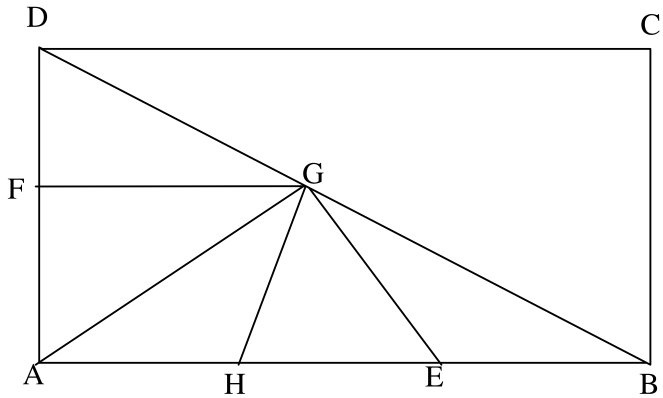
PEUGEOT	
Motor Hacmi (cc)	1587
Son Hız (km/s)	190
0-100 km/s Hızlanma (sn)	10.7
Şehir içi (litre)	9.5
Şehir dışı (litre)	5
Bagaj Hacmi (litre)	420

OPEL	
Motor Hacmi (cc)	1199
Son Hız (km/s)	180
0-100 km/s Hızlanma (sn)	14.0
Şehir İçinde (litre)	7.3
Şehir dışı (litre)	4.8
Bagaj Hacmi (litre)	260

VOLKSWAGEN	
Motor Hacmi (cc)	1896
Son Hız (km/s)	180
0-100 km/s Hızlanma (sn)	12.6
Şehir içi (litre)	6.5
Şehir dışı (litre)	4.1
Bagaj Hacmi (litre)	330

PROBLEM 9

Aşağıdaki şekilde kaç tane üçgen bulunmaktadır? Bulduğunuz üçgenleri harflendirerek listeleyiniz.



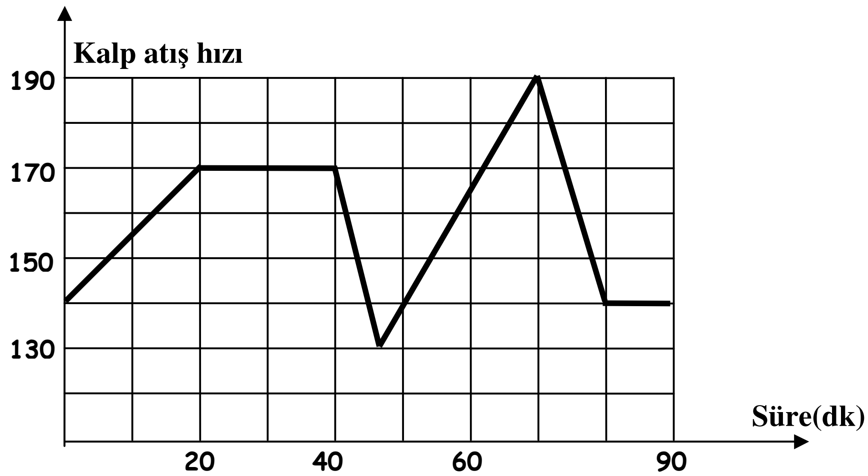
PROBLEM 10

Kalp atışlarımızın hızı, yaşamımızın temel fonksiyonudur. Yaşamımızın sağlıklı olarak devamı için, kalp atış hızımız aşağıda formülü verilen aralıklarda atmalıdır:

(Güvenli kalp atışı hızı= 220-insanın yaşı)
Asgari(en az) güvenli kalp atış hızı = güvenli kalp atışı × %60
Azami (en çok) güvenli kalp atış hızı = güvenli kalp atışı × %90

Kalbimiz, bu formülle bulunan aralıklarda atarsa, kalp sağlığımız yerindedir.

Aşağıda 25 yaşındaki Fenerbahçeli futbolcu Serhat'ın bir maç boyunca kalp atış hızı grafiği verilmiştir. Yukarıda verilen güvenli kalp atış hızı hesabından yararlanarak, maç boyunca futbolcunun kalbinin düzenli atıp atmadığını grafikle ilişkilendirerek yorumlayınız.



İlk 20 dakika boyunca Serhat'ın kalbi,

………………………………………………………………………………………

20 dakika ile 40 dakika arasında Serhat'ın kalbi,

………………………………………………………………………………………

45 ile 70 dakika arasında Serhat'ın kalbi,

………………………………………………………………………………………

EK 7. Altıncı Sınıf Ölçeğine İlişkin Madde Analiz Sonuçları

6. SINIF ÖLÇEĞİ				
SORU	**Alt Grup**	**Üst Grup**	**p**	**d**
1	78	114	0,73	0,27
2	12	48	0,23	0,27
3	25	82	0,41	0,43
4	24	65	0,68	0,31
5	23	86	0,41	0,48
6	7	42	0,18	0,26
7	25	62	0,33	0,28
8	34	110	0,55	0,58
9	49	99	0,56	0,38
10	**26**	**30**	**0,21**	**0,03**
11	25	57	0,31	0,24
12	48	76	0,47	0,21
13	41	100	0,54	0,45
14	78	114	0,73	0,27
15	13	46	0,22	0,25
16	**21**	**23**	**0,16**	**0,01**
17	29	102	0,50	0,56
18	25	66	0,35	0,31
19	13	61	0,28	0,36
20	27	81	0,41	0,41
21	51	106	0,60	0,42
22	48	107	0,59	0,45
23	28	107	0,51	0,60
24	52	99	0,58	0,36
25	18	50	0,26	0,24
26	35	92	0,48	0,43
27	50	78	0,47	0,21

EK 8. Yedinci Sınıf Ölçeğine İlişkin Madde Analiz Sonuçları

7. SINIF ÖLÇEĞİ				
SORU	**Alt Grup**	**Üst Grup**	**p**	**d**
1	63	113	0,70	0,40
2	59	120	0,71	0,48
3	39	105	0,57	0,52
4	30	79	0,43	0,39
5	**36**	**57**	**0,37**	**0,16**
6	29	120	0,59	0,72
7	25	108	0,53	0,66
8	30	112	0,56	0,65
9	19	96	0,46	0,61
10	39	122	0,64	0,66
11	39	108	0,58	0,55
12	39	69	0,43	0,24
13	37	96	0,53	0,47
14	**26**	**24**	**0,20**	**0,01**
15	25	77	0,40	0,41
16	44	99	0,57	0,44
17	**16**	**4**	**0,08**	**0,09**
18	23	48	0,28	0,20
19	**9**	**17**	**0,10**	**0,06**
20	29	54	0,33	0,20
21	35	81	0,46	0,36
22	**21**	**28**	**0,19**	**0,05**
23	39	80	0,47	0,32
24	19	90	0,43	0,56
25	16	46	0,24	0,24
26	15	41	0,22	0,20
27	25	90	0,46	0,52
28	18	90	0,43	0,57
29	20	49	0,27	0,23

EK 9. Sekizinci Sınıf Ölçeğine İlişkin Madde Analiz Sonuçları

8. SINIF ÖLÇEĞİ				
SORU	**Alt Grup**	**Üst Grup**	**p**	**d**
1	10	43	0,54	0,67
2	14	45	0,60	0,63
3	**6**	**9**	**0,15**	**0,06**
4	7	38	0,45	0,63
5	**12**	**20**	**0,32**	**0,16**
6	4	35	0,39	0,63
7	11	41	0,53	0,61
8	9	19	0,28	0,20
9	15	39	0,55	0,48
10	28	43	0,72	0,30
11	**12**	**19**	**0,31**	**0,14**
12	12	23	0,35	0,22
13	**12**	**20**	**0,32**	**0,16**
14	15	43	0,59	0,57
15	**9**	**12**	**0,21**	**0,06**
16	12	23	0,35	0,22
17	10	27	0,37	0,34
18	12	39	0,52	0,55
19	16	35	0,52	0,38
20	**6**	**7**	**0,13**	**0,02**
21	4	15	0,19	0,22
22	6	22	0,28	0,32
23	0	20	0,20	0,40
24	**6**	**9**	**0,15**	**0,06**
25	14	34	0,48	0,40
26	13	39	0,53	0,53
27	**8**	**9**	**0,17**	**0,02**
28	4	21	0,25	0,34
29	**8**	**10**	**0,18**	**0,04**
30	14	26	0,40	0,24
31	11	34	0,45	0,46

EK 10. Örnek Olay Çalışmasında Kullanılan Kısaltmalar

(*Açıklama*)	Sözel olarak ifade edilemeyen gözlemin araştırmacı tarafından tarafsız olarak belirtilmesi
…	Duraksama
A	Araştırmacı
Ş	Şilan (6.sınıf öğrencisi)
C	Candoğan (6.sınıf öğrencisi)
NR	Nurgül (6.sınıf öğrencisi)
G	Gül (6.sınıf öğrencisi)
M	Merve (7.sınıf öğrencisi)
B	Burak (7.sınıf öğrencisi)
ME	Mehmet (7.sınıf öğrencisi)
N	Nurettin (8.sınıf öğrencisi)
E	Ethem (8.sınıf öğrencisi)

EK 11. Resmi İzin Yazısı

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

SAYI : B.08.4.MEM.35.00.03.1/ 40121
KONU: Tez Çalışması.

3 EKİM 2005

VALİLİK MAKAMINA
İZMİR

İLGİ: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nün 19.09.2005 tarih ve 2980 sayılı yazısı.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nün ilgi yazısında, İlköğretim Anabilim Dalı (İlköğretim Matematik Öğretmenliği) doktora programı öğrencisi Sibel YEŞİLDERE'nin "İlköğretim 6-7-8. Sınıf Matematik Öğretiminde Matematiksel Güç Gelişiminin Öneminin Ortaya Konulması, Öğrencilerin Matematiksel Güçlerinin Belirlenmesi Üzerine Bir Araştırma" konulu tez çalışması kapsamında ekli listede belirtilen okulların 7-8 ve 9. sınıflarında matematik bilgi ölçme aracı uygulamak istediği belirtilmektedir.

Söz konusu çalışmanın 2005-2006 eğitim-öğretim yılında, okul müdürünün gözetiminde, eğitim-öğretimi aksatmadan yapılması araştırma sonucunun bir örneğinin Müdürlüğümüze verilmesi kaydıyla uygun görülmektedir.

Makamınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Mustafa ÇAKAL
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

OLUR
10/09/2005

İsmail ÜSTÜNER
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek; 1-Yazı (1 sayfa)
2-Dilekçe ve Okul Listesi (1 sayfa)
3-Bilgi Ölçme Anketi (28 sayfa)

16.11.2005
uygundur.

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE
Buca, İzmir

DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Programında doktora yapmaktayım. Doktora tezimde kullanmak üzere aşağıda isimleri yazılı olan okulların 7, 8 ve 9. sınıflarında matematik bilgi ölçme aracı uygulamak istiyorum. Kullanılacak olan ölçek ekte verilmektedir.

İl Milli Eğitim Müdürlüğünden izin alınması için gereğini bilgilerinize arz ederim.

06/09/2005

Sibel Yeşildere

Adres: Dokuz Eylül Üniversitesi
Buca Eğitim Fakültesi
İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı
Buca/ İzmir

OKULLAR

1. Ali Rıza Efendi İlköğretim Okulu
2. Betontaş İlköğretim Okulu
3. Hüseyin Avni Ateşoğlu İlköğretim Okulu
4. Buca Lisesi
5. Gürçeşme Lisesi
6. Atatürk İlköğretim Okulu
7. Hakimiyet-i Milliye İlköğretim Okulu
8. Misak-ı Milli İlköğretim Okulu
9. Mehmet Akif Ersoy İlköğretim Okulu
10. Güzelyalı İlköğretim Okulu
11. Hacı Şakir İlköğretim Okulu
12. Şerif Remzi İlköğretim Okulu
13. Gazi İlköğretim Okulu
14. Karataş Lisesi
15. Kız Lisesi
16. Selma Yiğitalp Lisesi
17. İnönü Lisesi
18. Namık Kemal Lisesi
19. Vali Vecdi Gönül Lisesi
20. Şehit Erkan Özcan Lisesi
21. Balçova Lisesi
22. Salih Dede Lisesi
23. Ahmet Adnan Soygun Lisesi
24. Teğmen Ali Rıza Akıncı Lisesi
25. Egekent İlköğretim Okulu
26. Karşıyaka Lisesi
27. Süleyman Demirel Lisesi
28. Behçet Uz Lisesi
29. Gazi Lisesi
30. Karşıyaka İlköğretim Okulu
31. Mürşide Altınçubuk İlköğretim Okulu
32. Şair Eşref İlköğretim Okulu
33. Mustafa Raşitpaşa İlköğretim Okulu
34. Doktor Cavit Özyeğin İlköğretim Okulu
35. Ergenekon İlköğretim Okulu
36. Ömer Özkan İlköğretim Okulu
37. Yıldırım Beyazıt İlköğretim Okulu
38. Cem Bakioğlu Lisesi
39. Mustafa Kemal Lisesi
40. Sıdıka Rodop Lisesi

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

SAYI : B.08.4.MEM.35.00.03.1/ 40524
KONU: Tez Çalışması.

14 EKİM 2005

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne)

İLGİ: a) 19.09.2005 tarih ve 2980 sayılı yazınız.
b) Valilik Makamının 03.10.2005 tarih ve 40121 sayılı oluru.

İlgi (a) yazınızda belirtilen, Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı (İlköğretim Matematik Öğretmenliği) doktora programı öğrencisi Sibel YEŞİLDERE'nin "İlköğretim 6-7-8. Sınıf Matematik Öğretiminde Matematiksel Güç Gelişiminin Öneminin Ortaya Konulması, Öğrencilerin Matematiksel Güçlerinin Belirlenmesi Üzerine Bir Araştırma" konulu tez çalışması kapsamında Müdürlüğümüze bağlı okulların 7-8 ve 9. sınıflarında matematik bilgi ölçme aracı uygulaması Valilik Makamının ilgi (b) oluru ile uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi arz ederim.

Mustafa ÇAKAL
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

Ek: 1-Olur (1 sayfa)

18.10.2005
3588