

## ÜRETİM-ENVANTER DÜZEYİNİN BELİRLENMESİNDE DİNAMİK PROGRAMLAMA MODELİNİN UYGULANMASI

Dr. Ali Özdemir\*

### Özet:

Firmaların topluma daha iyi hizmet vermeleri ve global rekabet koşullarında ayakta kalabilmeleri için kar elde etmeleri zorunludur. Firma karlılığının artırılması için kaynakların etkin kullanılması gerekmektedir. Materyal yönetimi çerçevesinde, kaynakların etkin kullanımını sağlayarak optimum sonuçlara ulaşmada sayısal yöntemlerle ilgili birçok teknik kullanılmaktadır.

Firmaların önemli kaynaklarından biri olan envanterlerin bir yerde stoklanması gerekmektedir. Temel amaç, bu envanterlerin hangi koşullarda, ne miktarda, nerede ve ne zaman stoklanması gerektiğini belirleyebilmektir. Envanter sorunu olarak tanımlanan bu sorunların çözümünde kullanılan önemli tekniklerden biri de dinamik programlama modelidir.

Bu çalışmada işletmelerin üretim süreci öncesinde, üretim süreci esnasında ve sonrasında oluşan materyal ve envanter planı üzerinde durulmakta, envanter kontrolüne ilişkin yapılan analizler ele alınmaktadır. Kimya sektöründe (boya sektöründe) faaliyet gösteren bir firmada, belli bir ürün grubunun üretim-envanter planı, dinamik programlama yardımıyla, bir yıllık süreç, üç aylık aşamalara bölünerek dört dönemde belirlenmeye çalışılmaktadır.

Sonuçta, firmaların kalite-maliyet-verimlilik çalışmaları için modern tekniklerin kullanılması gerekliliği gerçeği ortaya konmuş, yapılan uygulama sonucunda dinamik programlama modelinin üretim envanter planının hazırlanmasında çok etkili bir yöntem olduğu gerçek verilerle sağlanmıştır. Daha sonra firmanın mevcut üretim envanter politikası ile dinamik programlama modeliyle bulunan üretim envanter politikası karşılaştırılmıştır.

*Anahtar Kelimeler:* Materyal Yönetimi, Envanter Kontrolü, Dinamik Programlama

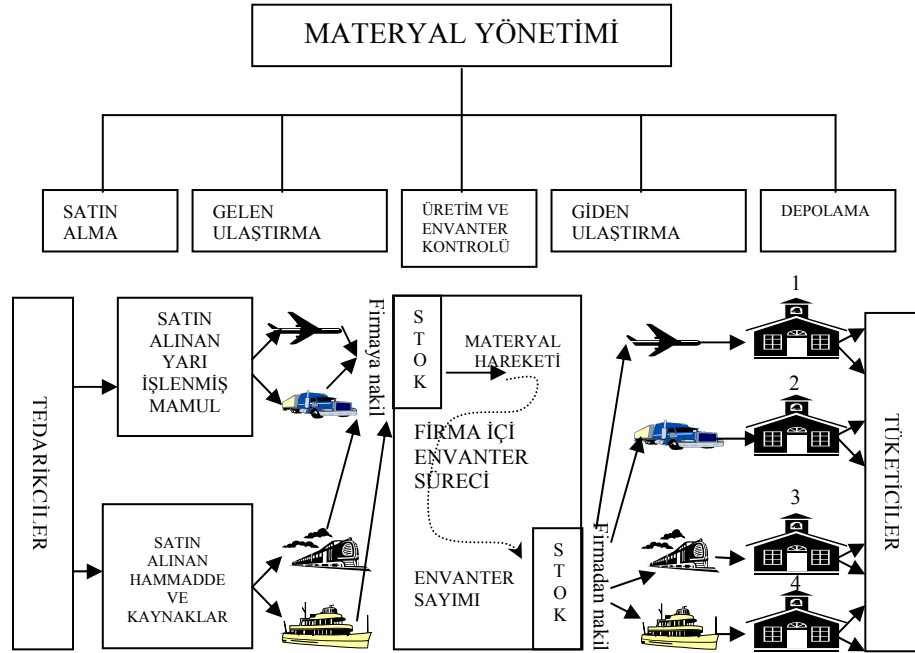
---

\* Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi İşletme Bölümü  
Araştırma Görevlisi

## 1. Materyal Yönetimi

Günümüzde müşteri gereksinimlerini rekabet koşulları çerçevesinde karşılayabilmek için materyal yönetimi önemle artan bir konu olarak gündeme gelmiştir. Yüksek kaliteyi minimum maliyetle ve en kısa sürede müşteriye sunmayı hedefleyen firmaların malzemeyi akılcı biçimde sağlaması ve kullanması gerekmektedir. Bu nedenle firmalar belirli yetenekteki tedarikçilerle çalışmak, işletme içi birimleri etkin koordine etmek ve müşteriye ulaşmak gibi çeşitli yönetim faaliyetlerini yerine getirirler. Öyleyse materyal yönetimi, materyalin akışının planlanması, organizasyonu ve kontrolüdür (Demir, Gümüsoğlu, 2003;607).

Firmaların materyallerini etkin kullanabilmeleri için tedarikçilerden, işletme içi birimlerine ve dağıtım kanallarına kadar iyi bir koordinasyon ve yönetim sistemi sağlaması gerekmektedir. Diğer bir deyişle etkin bir materyal yönetimi günümüz müşteri gereksinimlerini karşılamada önemli bir sorun olmaktadır. O halde materyal yönetimi; materyallerin başlangıçta satın alınıp, işlemler sürecine sokulmasından, tamamlanmış ürünlerin dağıtımına kadar akışının planlanması, organizasyonu ve kontrolüdür (Monks, 1987;358). Materyal yönetiminin temel ilgi alanları, (1). Satın alma, (2). Ulaştırma, (3). Üretim ve envanter kontrolü, (4). Depolama ve dağıtım olarak Şekil 1.'de gösterilmektedir.



Şekil1. Materyal Yönetiminin Temel Elemanları (Monks, 1987;358).

## 2. Envanter Kontrolü

Bir üretim sisteminde üretilen ürüne dolaylı ya da dolaysız olarak katılan bütün fiziksel varlıklar ve ürünün kendisi envanter veya stok kavramı içinde düşünülebilmektedir. Bu çalışmada stok ve envanter kavramı aynı çerçevede ele alınmakta ve stok kavramı yerine İngilizce'de "inventory" olarak yer alan envanter kelimesi kullanılmaktadır.

Sipariş üzerine çalışan atölye büyüklüğünde bir sistemde envanter buldurmaya pek gerek yoktur. Çünkü hammaddeler sipariş edildikten sonra tedarik edilir ve ürün bittiğinde müşteriye derhal teslim edilir. Üretim sistemi büyüdükçe, hele ürün türü arttıkça, tedarik, izleme ve üretime ilişkin öğelerdeki belirsizlik ve aralarındaki ilişkilerin karmaşıklığı envanter buldurmaya zorunlu kılar (Kobu,1996;282).

Envanter, gelecekte oluşabilecek talepleri karşılamak amacıyla girişimcinin elinde bulundurduğu ürün miktarı olmaktadır (Sipper, Bulfin,1997;206). Envanter arz ile talep arasında bir denge kurucu görevini görür. Arz sürecinde envanterde ürünler artar, talep sürecinde ise aynı envanterler kullanılır. Özet olarak envanter, ileride kullanım amacıyla buldurulan herhangi aylak kaynaktır. Bir firmanın girdileri ve çıktıları sağlandığında hemen kullanılmazlar ise, "envanter" söz konusu olur. Envanter sistemi ise envanter düzeylerini ve "ne miktarda?", "ne sıklıkta?", "ne zaman?" sorularına yanıt sağlayan politikalar, kontroller setidir.

Envanter kontrolü ise, gereksinimlerin karşılanması, biriktirilmesi ve alınması gereken maddeler arasında denge kurulması için gerekli örgütlenme işlemlerini yapmaktır (Demir, Gümüşoğlu,2003;619).

Materyal yönetimi çerçevesinde, sorunların tamamen giderildiği bir firmada, satın alma, üretim ve satış sürecinde etkin aksamaların olmayacağı ve gerekli materyalin gerektiği yerde ve zamanda buldurulacağı düşünülür. Dolayısı ile üretim gerçekleştirme sürecinin hiçbir aşamasında stok buldurulmaması gerekir. Ancak firma içi ve firma dışı bazı koşullar nedeni ile firmalar ellerinde envanter buldurmaya isterler. Kuruluşların/Firmaların elde envanter buldurmalarının nedenlerini aşağıdaki gibi sıralamak olasıdır:

- Belirsizliğe karşı korunma: Envanterler, teslim süresinde gecikmelere karşı güvence sağlamaktadır. Yarı mamul envanteri, üretim süreçleri arasındaki farklılığı, tamamlanmış mamul envanteri de işlemdeki olası artışları ortadan kaldırmaktadır.
- Stratejik planı destekleme: Talep üretimi aştığında fark envanterden karşılanacak ve talep üretimden az olduğunda azalan envanter yerine konacaktır. Böylece mevsimlik dalgalanmalara karşı benimsenmiş stratejik bir plan uygulanmış olacaktır.

- Ölçek ekonomisinden yararlanma: Her siparişte veya üretimde miktarı göz önüne almayan bir değişmez gider söz konusu olur. Üretilen ya da sipariş edilen miktar ne kadar büyük olursa, ortalama birim maliyet o kadar düşük olur. Ayrıca miktar iskontaları da büyük siparişleri desteklemektedir. Sipariş edilecek ya da üretilecek miktar, envanterin neden olduğu toplam maliyetlerin en küçük olduğu noktadır.

### 3. Envanter Kontrolünün İşletme Ekonomisindeki Yeri Ve Önemi

Envanter yönetimi mühendislik ekonomisinde, üretim işlemler yönetiminde ve iletişim ve ulaşırmada meydana gelen gelişme ile birlikte modern teknik yaklaşımlarında önemli bir çalışma alanıdır. Bu yüzden envanter yönetiminin etkinliği ve servis düzeylerinde önemli artışlar olmuştur. Envanter yönetimi çok kritik ve önemlidir. Çünkü bu varlıklar birçok işletmenin toplam varlıklarının %10.4 ile %40'ını kapsamaktadır. Ekonomistler envanter düzeylerinin ekonomik krizlerde çok önemli rol oynadığını düşünmektedirler (Stone, Su,1997;1).

Modern üretim sistemlerinde stoklar her kademe yöneticiyi yakından ilgilendiren bir sorun haline gelmiştir. Yanlış envanter politikalarının seçilmesi veya uygulama hataları yüzünden pek çok işletme ekonomik dar boğazlara ve sıkıntılara girmiştir. Birçok endüstride envanterlerin istenilen düzeyde olmaması yüzünden mikro ve makro açıdan önemli sıkıntılar yaşandığı bir gerçektir. Envanter işletmenin her bölümü açısından önemlidir. Finans yöneticileri açısından bilanço ve kar-zarar hesaplarında kullanılır. Üretim planlaması ve kontrolü ve satış bölümleri açısından da ekonomik olarak gelişen sıkıntılara veya talep fazlalığına zamanında cevap verecek ürün ya da yarı işlemiş mamuller stoku önemlidir. Bazı işletmelerde yeterli hammadde stoku olduğu halde önemsiz bazı parçalar yüzünden üretimin aksadığı durumlara rastlanılmaktadır. İşte bütün bunların önlenmesi üretim planlaması ve kontrolü ile satış bölümünün önderliğinde tüm bölümlerin katkısı ile oluşturulacak etkin bir envanter kontrol sisteminin kurulması ile olasıdır. Böyle bir sistemin işletme ekonomisi açısından sağlayacağı yararların başlıcaları şöyle sıralanabilir (Kobu,1996;283-284):

- Üretim faaliyetlerinin düzgün ve makine-insan-materyal olanaklarından en iyi yararlanılacak biçimde yürütülmesine yardımcı olur. Materyal ve parça yokluğu yüzünden boş beklemler minimuma iner. İş istasyonları arasındaki yığılmalar azalır.
- Stoklara bağlanan para tam gereksinime göre saptandığından sağlıklı bir finans yönetimine olanak sağlar.
- Tedarik ve satış giderleri azalır.

- Üretim programlarının kolay ve gerçeğe uygun düzenlenmesi mümkün olur.
- Etkili bir maliyet muhasebesi sisteminin gereksinimi olan bilgilerin pek çoğu kolay ve duyarlı biçimde toplanabilir.
- Dikkatsizlik yüzünden telef olan malzeme ve materyallerin miktarı azaltılır, gerekli düzeltmeye hemen geçilir.

Global rekabet ortamında işletmelerin materyallerini en etkili şekilde kullanabilmeleri için süreç içerisinde üretim envanter planının optimal düzeyde tutulması amacıyla sayısal yöntemler konularından dinamik programlamanın önemli bir envanter kontrol modeli olacağı düşünülmektedir. Özellikle problemler daha az sayıda değişkenler içeren problemlere dönüştürebiliyor ise dinamik programlamanın işletme sorunlarına uygulaması rahatlıkla yapılabilmektedir.

#### **4. Dinamik Programlama**

İşletme problemlerini düşünüş biçimlerinin yeni yollarının yöneticiler tarafından benimsenmesi, yeni tekliflere ve pratik gelişmelere yol açmıştır. Bilimsel yönetim, yakın zamanlarda, teorik olarak, iş adamlarının da gerçek katkıları ile beraber gelişmiştir. Bu yaklaşım daha bir çok yeni yaklaşımın ortaya konmasına neden olmuştur. Temel amaç işletmeleri problemlerini çözmede ve hedeflerine ulaştırmada en etkili yolun bulunması ve etkili kararların alınmasıdır. Karar verme alanlarında yol gösterme sorumluluğu yöneticiler tarafından şiddetli olarak hissedilmiştir. Yöneticiler, işletme analizine ilişkin gelişmelere ve analizlere açık olmuşlar, bilim adamlarının ve uzman kişilerin görüşlerine önem vermeye başlamışlardır. Karar verme tekniklerinin işletmelerde uygulanması daha kolay olmuş ve etkili sonuçlar alındığı görülmüştür.

Sıralı kararların alındığı problemlerin içinde optimal bir stratejinin bulunduğu çözüme ulaşmada dinamik programlama modeli kullanılır. Bu teknik de optimalite felsefesi üzerine kurulmuştur ve ilk olarak Bellman tarafından 1957 yılında ele alınmıştır (Bellman, 1957).

Optimizasyon modelleri felsefesi ile yapılmak istenen iş, karar değişkenlerinin belirli bir amaç fonksiyonu maksimize yada minimize edecek değerlerin bulunmasıdır. Dinamik bir modelde sorun genellikle bir değişim kalıbı temelinde değişkenlerin zaman içinde optimal politikalarının ortaya çıkarılmasını içerir (Chiang, 1990;417).

Dinamik programlama, büyük ve çok sayıda karar değişkeni olan sorunları, ardışık küçük sorunlara bölerek çözmek için geliştirilmiş bir yöntemdir. Yöntemin bir çok uygulamasında zaman içinde ardışık kararlar bulunması diğer bir deyişle modelde zaman değişkeninin açık olarak ele alınması, yönteme “dinamik” adının verilmesine neden olmuştur. Dinamik programlamada her alt sorun ayrı ayrı izlenerek ele alınır ve sonuçta tüm sorun

optimal olacak biçimde çözülür (Tütek, Gümüšođlu, 2000;347). O halde Dinamik Programlama “sıralı kararların yapılması zorunlu olan büyük ve karmaşık sorunlara uygulanacak kantitatif analiz tekniği”dir (Render,Stair1997;780).

Dinamik programlama, bazı sorunların optimal sonucunu bulmada kullanılan güçlü, esnek bir yöntemdir. Dinamik programlamanın en çok uygulandığı işletme konuları, kuyruk kuramı, iletişim ağı, tedarik politikası, envanter yönetimi ve pazarlama sistemidir (Baxter, 1995;353).

## 5. Dinamik programlama formülü

Genellikle herhangi bir durumda olabilecek  $i$  aktivitenin bir  $I$  seti vardır. Çoğu zaman özel bir  $(j,i)$  durumunda ulaşılabilir aktivitelerin seti tam olarak belirtilmek istenmekte ve  $i_n(n=1,2,\dots,n)$  biçiminde ifade edilmektedir.

$f_n(j_n, i_n)$ :  $n$ . aşamada tüm politikaların toplam değeridir. Aşama  $n$  içinde  $j_n$  durumunda verilen optimal karar  $i_n^*$ ,  $f_n(j_n, i_n)$  değerinin optimal olmasını ve dolayısıyla  $f_n^*(j_n)$  değerinin optimal değerinin elde edilmesini sağlamaktadır. Sonuçta toplam getiri fonksiyonu, mevcut kararlar elde edilen getiri fonksiyonu ( $C_{j_n, i_n}$ ) ile, mevcut kararlar sonuçlanan daha önceki kararların optimal getiri fonksiyonlarının [ $f_{n-1}^*(i_n)$ ] toplamından oluşmaktadır (Shamblin, Stevens, 1974;369):  $f_n(j_n, i_n) = C_{j_n, i_n} + f_{n-1}^*(i_n)$

Dinamik programlamanın önemli özelliklerinden biri, her probleme ilişkin karar fonksiyonunun karar verici tarafından belirlenmesi gerektiğidir. Karar verici mevcut koşullara göre kendi amaç fonksiyonunu ve kısıtlarını belirleyerek zamana dayalı dinamik yapıdaki sıralı problemlerini dinamik programlama modeli ile çözmektedir.

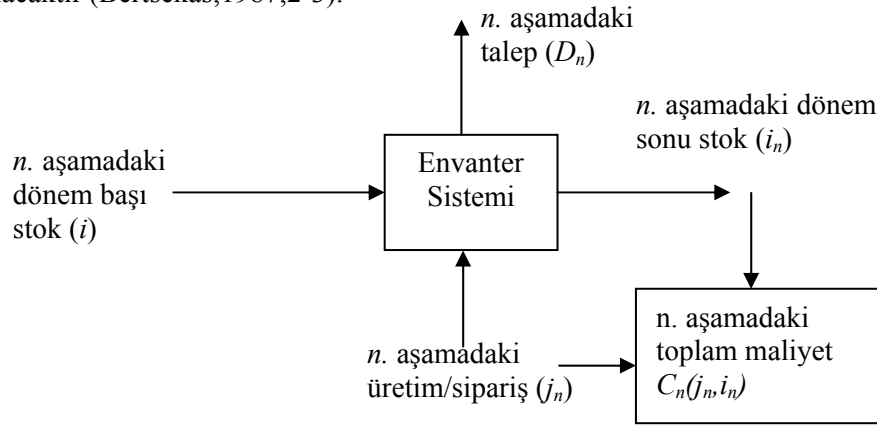
Yukarıda verilen dinamik programlama formülü deterministik bir yapıyı ifade etmektedir. Oysa dinamik programlama stokastik veya deterministik tüm işletme sorunlarına uygulanabilen bir yöneylem araştırması tekniğidir. İşletmelerin karar verdikleri süreçlere göre dinamik programlama deterministik dinamik programlama ve stokastik dinamik programlama olarak sınıflandırılmaktadır. Karar vericilerin çok amaçlı sorunlarını çözerken en çok karşılaştığı ortam deterministik olduğu için üretim envanter sorunlarına deterministik dinamik programlama modeli uygulanmaktadır.

## 6. Envanter Kontrolü ve Dinamik Programlama

Envanter kontrolünde, sipariş miktarının ve satış miktarının dönemsel ve zamana dayalı olmaları dinamik bir incelemenin olanaklı olduğunu ortaya koymaktadır. Envanterlerin belirli parçaları gruplara ayırması ve dinamik özellik göstermesi nedeniyle envanter kontrolü alanında Dinamik Programlama

etkili bir modeldir. Dinamik programlama çok sayıda karar değişkenlerinin bulunduğu envanter sorunlarını ardışık küçük sorunlara bölerek çözmek için kullanılabilir. Modelde zaman değişkeni açık olarak alınabildiğinden,  $n$  dönemdeki birbirini izleyen üretim ve envanter kararlarının alınabilmesi kolaylaşmaktadır. Çeşitli uygulama alanları bulunan dinamik programlamanın en çok yararlandığı alanlardan biri envanter problemleridir.

$N$ -zaman dönemli bir envanter problemi düşünölsün. Bu  $N$  zaman döneminin herhangi bir  $n$ . aşamasında envanter sistemi Şekil 2.'deki gibi olacaktır (Bertsekas,1987;2-3).



**Şekil 2.**  $n$ . Aşamada Envanter Sistemi

Şekil 2'de görölen  $n$ . dönemin toplam maliyeti  $C_n(j_n, i_n)$ , o dönemdeki üretim maliyeti  $C_n(j_n)$  ile stok bulundurma maliyetinin  $E(i_n)$  toplamına eşittir.

$$C_n(j_n, i_n) = C_n(j_n) + E(i_n)$$

Burada,

$j_n$ : Üretim/Sipariş miktarı,

$i_n$ : Depolama veya stoklama miktarı (dönem sonu stok),

$i$ : Önceki dönemden gelen stok miktarı (dönem başı stok),

$D_n$ : Öngörölen talep düzeyi,

$E$ : Birim stok bulundurma maliyetidir.

Dönem üretim maliyeti  $C_n(j_n) = F + B \cdot j_n$  ile bulunur. Buradaki  $F$ , sabit maliyeti,  $B$ , birim sipariş veya üretim maliyetini göstermektedir. Dönem sonu stok miktarı, dönem başı stok miktarı ile o dönemdeki üretim/sipariş miktarının toplamından, o dönemdeki talep miktarının çıkarılması ile bulunur. Yani,  $i_n = i + j_n - D_n$  olur.

Esas ilke, talebi zamanında karşılamak ve toplam maliyeti minimum kılmaktır. O halde amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$f_n(i) = \text{Min}[C_n(j_n) + E(i + j_n - D_n) + f_{n-1}(i + j_n - D_n)]$$

$f_n(i)$ : Giriş envanteri (dönem başı stok miktarı)  $i$  düzeyindeyken daha  $n$  dönemin kaldığı durumda minimum maliyet,

$j_n(i): f_n(i)$ 'yi veren üretim düzeyi. Diğer bir deyişle,  $i$  stok düzeyindeki optimum üretim miktarı.

Herhangi bir dönemde firmalar çeşitli nedenlerle stok bulundurmamak istemektedirler. Söz konusu dönemde oluşabilecek talep dağılımı her aşamada farklılık gösterebilir. Bazı dönemlerde talep üretim miktarından büyük olabilir. Bu yüzden planlama döneminde stok bulundurmamak talepleri karşılayabilmek için kaçınılmazdır. Sorun ise, hangi aşamada ne kadar stok bulundurulacağı ve o aşamadaki üretim miktarının ne olacağıdır. Ürün için üretim maliyetinin yanı sıra ürünü stokta tutmanın maliyeti de vardır. Dolayısıyla stok düzeyini gelişi güzel seçmek firmaya pahalıya mal olabilir. İşletmeler için temel amaç, karlılığı enbüyüklemek ve/veya en düşük üretim maliyetini belirleyebilmektir. Bu nedenle her aşamanın üretim stok miktarı sonraki aşamaların üretim ve stok miktarlarını etkilemektedir. Sorun, dönem içinde dinamik bir yapı gösterdiği için o dönemdeki üretim stok planlaması dinamik programlama yardımıyla çözülebilir. Çünkü dinamik programlamanın altında yatan felsefe optimallik (en iyi olma) ilkesidir. Bu da şöyle ifade edilir: "Optimal politikanın şu özelliği vardır, başlangıçtaki durum ve karar ne olursa olsun, geri kalan kararlar ilk karardan oluşan durumla ilgili olarak optimal bir politika oluşturmalıdır" (Jakson, Zerbe,1998;401-402 ; Tütek, Gümüşoğlu, 2000:349).

## **7. Üretim-Envanter Düzeyinin Belirlenmesinde Dinamik Programlama Modelinin Tiner Ürün Grubuna Uygulanması**

Uygulama yapılan firmanın faaliyetlerini yürütürken izlediği temel politikanın; müşteri beklentilerini ve isteklerini tam ve doğru algılayarak, tümünü en ekonomik biçimde karşılamak olduğu belirtilmektedir. Bu politikayı uygulayabilmek için firma toplam kalite yönetimi'nin araçlarını kullanmaktadır. Kuruluşundan bu yana uygulanan müşteri, insan ve kalite odaklı politikaları ile; müşterilerine isteklerini, beklentilerini karşılayan kaliteli ürünlerin ve hizmetlerin sunulmasını sağladığı da ayrıca belirtilmektedir.

Firmanın üretim birimi ile satış birimi sürekli olarak üretim miktarını belirlemek için ilişki içinde bulunmaktadır. Firmada da temel amaç müşteri memnuniyetini en üst düzeyde tutmaktır. Firma, ürünlerinin pazarlamasında kullandığı araçların gereksinimlerini anında karşılamak istemektedir. Müşterilerinin taleplerini karşılayabilmek için elinde stok bulundurmamak durumundadır. Envanter düzeyini belirlemede firma bir model kullanmamaktadır. Firma ne zaman ne miktarda talep olacağını bilmediğinden, kesinlikle her zaman elinde envanter bulundurmaya yeğlemektedir. Envanter düzeyi, pazarlama birimi ve satış biriminin talep öngörülleri, müşterilerin önceden verdikleri siparişler ve üretim biriminin üretebileceği miktarlar göz önüne alınarak belirlenmektedir. Bu envanter miktarı gereğinden çok olmamalı ve geçmiş dönemden kalan envanter miktarlarına göre belirlenmelidir.



Bu bölümde, firmanın üretim kalemlerinden biri olan Tiner ürün grubuna ilişkin üretim- envanter planı dinamik programlama yardımıyla, bir yıllık süreç, üçer aylık aşamalara bölünerek belirlenecektir. Bir yıllık zaman dilimindeki siparişler göz önüne alındığında, yaklaşık olarak üçer aylık talepler dört dönem için sırasıyla 540 ton, 420 ton, 360 ton ve 480 ton olarak tahmin edilmektedir. Dönem başında stokta 60 ton Tiner bulunmaktadır. Firma her dönemin sonunda en az 60, en fazla 360 ton tineri stokta tutmak istemektedir. Ton başına stok maliyeti 5.000.000 TL'dir ve bu her dönem için aynıdır. Üretim miktarları ve üretim maliyetleri Tablo 1.'de verilmiştir. Üretim maliyetleri de dönemler itibarı ile aynı alınacaktır. Firma üç aylık dönemde en çok 600 ton üretim yapabilmektedir.

**Tablo 1. Tiner Ürün Grubunun Üretim Maliyetleri**

ÜRETİM MİKTARI (TON)	ÜRETİM MALİYETİ (1.000.000.000TL)
0	0
60	60
120	120
180	174
240	228
300	285
360	340
420	376
480	408
540	432
600	450

Hesaplamalarda, üretim envanter planı için verilen,

$$f_n(i) = \text{Min}[C_n(j_n) + E(i + j_n - D_n) + f_{n-1}(i + j_n - D_n)]$$

amaç fonksiyonundan yararlanılmıştır. Verilen envanter sorununun dördüncü dönemden başlayarak geriye doğru üçer aylık dönemler için dinamik programlama ile çözümü aşağıdadır. Tabloda yapılan hesaplamalara ilişkin kısa bir açıklama dönem başı envanterin 60 ton, üretimin 480 ton ve dönem sonu stokunun 60 ton olması durumu için dipnot şeklinde yapılmıştır.

**IV. Dönem: n=1 Aşama,**

$$j_n \leq 600 \text{ ton}$$

$$60 \leq i_n \leq 360 \text{ ve } D_n = 480 \text{ ton}$$

$$i_n = i + j_n - D_n \Rightarrow 540 \leq i + j_n \leq 840 \text{ olmalıdır.}$$

**Tablo 2. n=1 için hesaplamalar**

Dönem Başı Envanter	Üretim Miktarı	Dönem Sonu Envanter	Üretim Maliyeti (Milyar)	Envanter Maliyeti (Milyar)			
$i$	$J_n$	$i_n = i + j_n - D_n$		$E(i + j_n - D_n)$	$f_{n-1}(i + j_n - D_n)$	$J_n(i)$	$f_n(i)$
<b>60</b>	<b>480</b>	<b>60</b>	<b>408</b>	<b>0,3</b>	<b>0</b>	<b>480</b>	<b>408,3*</b>
60	540	120	432	0,6	0		432,6
60	600	180	450	0,9	0		450,9
<b>120</b>	<b>420</b>	<b>60</b>	<b>376</b>	<b>0,3</b>	<b>0</b>	<b>420</b>	<b>376,3</b>
120	480	120	408	0,6	0		408,6
120	540	180	432	0,9	0		432,9
120	600	240	450	1,2	0		451,2
<b>180</b>	<b>360</b>	<b>60</b>	<b>340</b>	<b>0,3</b>	<b>0</b>	<b>360</b>	<b>340,3</b>
180	420	120	376	0,6	0		376,6
180	480	180	408	0,9	0		408,9
180	540	240	432	1,2	0		433,2
180	600	300	450	1,5	0		451,5
<b>240</b>	<b>300</b>	<b>60</b>	<b>285</b>	<b>0,3</b>	<b>0</b>	<b>300</b>	<b>285,3</b>
240	360	120	340	0,6	0		340,6
240	420	180	376	0,9	0		376,9
240	480	240	408	1,2	0		409,2
240	540	300	432	1,5	0		433,5
240	600	360	450	1,8	0		451,8
<b>300</b>	<b>240</b>	<b>60</b>	<b>228</b>	<b>0,3</b>	<b>0</b>	<b>240</b>	<b>228,3</b>
300	300	120	285	0,6	0		285,6
300	360	180	340	0,9	0		340,9
300	420	240	376	1,2	0		377,2
300	480	300	408	1,5	0		409,5
300	540	360	432	1,8	0		433,8
<b>360</b>	<b>180</b>	<b>60</b>	<b>174</b>	<b>0,3</b>	<b>0</b>	<b>180</b>	<b>174,3</b>
360	240	120	228	0,6	0		228,6
360	300	180	285	0,9	0		285,9
360	360	240	340	1,2	0		341,2
360	420	300	376	1,5	0		377,5
360	480	360	408	1,8	0		409,8

\*  $f_n(i) = \text{Min}[C_n(j_n) + E(i + j_n - D_n) + f_{n-1}(i + j_n - D_n)]$  formülüne göre,  
480 adet üretimin maliyeti:  $C_1(j_1) = 408$ ,  
stoklama maliyeti:  $E(i + j_n - D_n) = 0,05 * (60 + 480 / 480) = 0,3$ ,  
önceki aşamanın maliyeti:  $f_{n-1}(i + j_n - D_n) = 0$  olduğundan  
 $f_n(i) = 408 + 0,3 + 0 = 408,3$ .

### III. Dönem n=2. Aşama,

$$60 \leq i_n \leq 360 \text{ ve } D_n = 360 \text{ ton}$$

$$i_n = i + j_n - D_n \Rightarrow 420 \leq i + j_n \leq 720 \text{ olmalıdır.}$$

**Tablo.3. n=2 için hesaplamalar**

Dönem Başı Envanter	Üretim Miktarı	Dönem Sonu Envanter	Üretim Maliyeti (Milyar)	Envanter Maliyeti (Milyar)			
$i$	$J_n$	$i_n = i + j_n - D_n$		$E(i + j_n - D_n)$	$f_{n-1}(i + j_n - D_n)$	$J_n(i)$	$f_n(i)$
60	360	60	340	0,3	408,3		748,6
60	420	120	376	0,6	376,3		752,9
60	480	180	408	0,9	340,3		749,2
60	540	240	432	1,2	285,3		718,5
<b>60</b>	<b>600</b>	<b>300</b>	<b>450</b>	<b>1,5</b>	<b>228,3</b>	<b>600</b>	<b>679,8</b>
120	300	60	285	0,3	408,3		693,6
120	360	120	340	0,6	376,3		716,9
120	420	180	376	0,9	340,3		717,2
120	480	240	408	1,2	285,3		694,5
120	540	300	432	1,5	228,3		661,8
<b>120</b>	<b>600</b>	<b>360</b>	<b>450</b>	<b>1,8</b>	<b>174,3</b>	<b>600</b>	<b>626,1</b>
180	240	60	228	0,3	408,3		636,6
180	300	120	285	0,6	376,3		661,9
180	360	180	340	0,9	340,3		681,2
180	420	240	376	1,2	285,3		662,5
180	480	300	408	1,5	228,3		637,8
<b>180</b>	<b>540</b>	<b>360</b>	<b>432</b>	<b>1,8</b>	<b>174,3</b>	<b>540</b>	<b>608,1</b>
<b>240</b>	<b>180</b>	<b>60</b>	<b>174</b>	<b>0,3</b>	<b>408,3</b>	<b>180</b>	<b>582,6</b>
240	240	120	228	0,6	376,3		604,9
240	300	180	285	0,9	340,3		626,2
240	360	240	340	1,2	285,3		626,5
240	420	300	376	1,5	228,3		605,8
240	480	360	408	1,8	174,3		584,1
<b>300</b>	<b>120</b>	<b>60</b>	<b>120</b>	<b>0,3</b>	<b>408,3</b>	<b>120</b>	<b>528,6</b>
300	180	120	174	0,6	376,3		550,9
300	240	180	228	0,9	340,3		569,2
300	300	240	285	1,2	285,3		571,5
300	360	300	340	1,5	228,3		569,8
300	420	360	376	1,8	174,3		552,1
<b>360</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>0,3</b>	<b>408,3</b>	<b>60</b>	<b>468,6</b>
360	120	120	120	0,6	376,3		496,9
360	180	180	174	0,9	340,3		515,2
360	240	240	228	1,2	285,3		514,5
360	300	300	285	1,5	228,3		514,8
360	360	360	340	1,8	174,3		516,1

**II. Dönem n=3. Aşama,**

$$60 \leq i_n \leq 360 \text{ ve } D_n = 420 \text{ ton}$$

$$i_n = i + j_n - D_n \Rightarrow 480 \leq i + j_n \leq 780 \text{ olmalıdır.}$$

**Tablo 4. n=3 için hesaplamalar**

Dönem Başı Envanter	Üretim Miktarı	Dönem Sonu Envanter	Üretim Maliyeti (Milyar)	Envanter Maliyeti (Milyar)			
$i$	$J_n$	$i_n = i + j_n - D_n$		$E(i + j_n - D_n)$	$f_{n-1}(i + j_n - D_n)$	$J_n(i)$	$f_n(i)$
60	420	60	376	0,3	679,8		1056,1
60	480	120	408	0,6	626,1		1034,7
60	540	180	432	0,9	608,1		1041
<b>60</b>	<b>600</b>	<b>240</b>	<b>450</b>	<b>1,2</b>	<b>582,6</b>	<b>600</b>	<b>1033,8</b>
120	360	60	340	0,3	679,8		1020,1
120	420	120	376	0,6	626,1		1002,7
120	480	180	408	0,9	608,1		1017
120	540	240	432	1,2	582,6		1015,8
<b>120</b>	<b>600</b>	<b>300</b>	<b>450</b>	<b>1,5</b>	<b>528,6</b>	<b>600</b>	<b>980,1</b>
180	300	60	285	0,3	679,8		965,1
180	360	120	340	0,6	626,1		966,7
180	420	180	376	0,9	608,1		985
180	480	240	408	1,2	582,6		991,8
180	540	300	432	1,5	528,6		962,1
<b>180</b>	<b>600</b>	<b>360</b>	<b>450</b>	<b>1,8</b>	<b>468,6</b>	<b>600</b>	<b>920,4</b>
240	240	60	228	0,3	679,8		908,1
240	300	120	285	0,6	626,1		911,7
240	360	180	340	0,9	608,1		949
240	420	240	376	1,2	582,6		959,8
240	480	300	408	1,5	528,6		938,1
<b>240</b>	<b>540</b>	<b>360</b>	<b>432</b>	<b>1,8</b>	<b>468,6</b>	<b>540</b>	<b>902,4</b>
<b>300</b>	<b>180</b>	<b>60</b>	<b>174</b>	<b>0,3</b>	<b>679,8</b>	<b>180</b>	<b>854,1</b>
300	240	120	228	0,6	626,1		854,7
300	300	180	285	0,9	608,1		894
300	360	240	340	1,2	582,6		923,8
300	420	300	376	1,5	528,6		906,1
300	480	360	408	1,8	468,6		878,4
<b>360</b>	<b>120</b>	<b>60</b>	<b>120</b>	<b>0,3</b>	<b>679,8</b>	<b>120</b>	<b>800,1</b>
360	180	120	174	0,6	626,1		800,7
360	240	180	228	0,9	608,1		837
360	300	240	285	1,2	582,6		868,8
360	360	300	340	1,5	528,6		870,1
360	420	360	376	1,8	468,6		846,4

**I. Dönem n=4. Aşama,** $i=60$  ton $60 \leq i_n \leq 360$  ve  $D_n=540$ ton $i_n = i + j_n - D_n \Rightarrow 600 \leq i + j_n \leq 900$  olmalıdır.**Tablo 5. n=4 için hesaplamalar**

Dönem Başı Envanter	Üretim Miktarı	Dönem Sonu Envanter	Üretim Maliyeti (Milyar)	Envanter Maliyeti (Milyar)			
$i$	$J_n$	$\dot{I}_n = i + j_n - D_n$		$E(i + j_n - D_n)$	$f_{n-i}(i + j_n - D_n)$	$J_n(i)$	$f_n(i)$
60	540	60	432	0,3	1033,8		1476,1
60	600	120	450	0,6	980,1	600	1430,7

**Tablo.6. Tiner Ürünü. İçin Optimum Üretim-Envanter Planı**

DÖNEMLER	ÜRETİM (TON)	STOK (TON)	MALİYET (MİLYAR TL)
<b>I. Dönem</b>	600	120	450,6
<b>II. Dönem</b>	600	300	451,5
<b>III. Dönem</b>	120	60	120,3
<b>IV. Dönem</b>	480	60	408,3
<b>TOPLAM</b>	<b>1800</b>	<b>540</b>	<b>1430,7</b>

Dinamik programlama ile bulunan üretim envanter planına göre, firmanın üretim müdürü, bir yıllık süreçte toplam 1800 ton tiner üretimi yapmalıdır. Toplam 540 ton tiner stokta tutulmalı ve toplam maliyetin 1.430.700.000.000 TL olarak gerçekleşmesi beklenmelidir.

Aynı bir yıllık döneme ilişkin olarak firmanın satış elemanının hesaplamış olduğu üretim-envanter düzeyleri aşamalar bazında Tablo 7’de ki gibidir.

**Tablo 7. Tiner ürünü için firmanın bulduğu optimum üretim-envanter planı**

DÖNEMLER	ÜRETİM (TON)	STOK (TON)	MALİYET (MİLYAR TL)
<b>I. Dönem</b>	540	60	438,3
<b>II. Dönem</b>	540	180	438,9
<b>III. Dönem</b>	360	180	340,3
<b>IV. Dönem</b>	420	120	376,6
<b>TOPLAM</b>	<b>1860</b>	<b>540</b>	<b>1582,1</b>

### **Sonuç:**

Envanter kontrolüne ilişkin birçok model ve yöntemin verimlilik ve ekonomiklik yönünden birbirlerine üstünlükleri vardır. Ancak envanter kontrolünde dinamik programlama modelinin optimal çözüm oluşturmada etkili bir yöntem olduğu ortadadır. Dinamik programlama, bir işlem yerine birden çok işlemi sıra ile ele alabilen özel planlama ve programlama yöntemidir. Bu açıdan doğrusal programlamadan bir aşama daha ileridedir ve daha avantajlı sonuçlar vermektedir. Yapılan uygulama çalışması da, zaman içindeki değişmelere göre dinamik bir özellik gösteren dinamik programlama modelinin envanter kontrolünde etkili bir model olduğunu göstermiştir.

Uygulama yapılan firmanın Tiner ürün grubuna yönelik üretim-envanter planı dinamik programlama ile belirlendiğinde, bir yıllık dönemde 1800 ton üretim yapılmalıdır. Yıl içerisinde 540 ton tiner stoklanmalıdır. Dinamik programlama ile bu üretim düzeyinde ve stok miktarında toplam üretim envanter maliyeti 1,430 Trilyon TL olarak bulunmaktadır. Firmanın satış elemanının aynı yıl için belirlediği üretim envanter planına göre, 1860 ton üretim yapılmalı, 540 ton stok bulundurulmalı ve toplam maliyet 1,582 Trilyon TL olmalıdır. Satış elemanının belirlemiş olduğu üretim miktarı, dinamik programlama ile hesaplanan değerden 60 ton daha fazladır. Stok miktarı ise, aynıdır. Üretim ve stok miktarlarında önemli bir fark olmamasına karşın, maliyette 151.400.000.000 TL gibi çok yüksek bir maliyet farkı ortaya çıkmaktadır. 60 tonluk üretim fazlalığının maliyeti 60 Milyar bu farktan düşülse dahi 91.400.000.000 TL'lik bir avantaj kalmaktadır. Yapılan araştırmaya göre, dinamik programlama ile çözüm çok büyük miktarlarda maliyet tasarrufunu da ortaya koymaktadır.

Son yıllarda verimliliğin artırılması için yeni modellerin geliştirilmesi gerektiği gibi, mevcut modellerin günümüz koşullarına uyumlaştırılması da gerekmektedir. İşletmeler o günün koşullarını göz önünde bulundurarak problemin yapısına en uygun modeli belirlemelidirler. Belirlenen modelin en etkili veri toplama ve kullanma tekniği ile çözümlenmesi gerekmektedir.

### **Kaynaklar:**

1. Baxter; Laurence A.: “Book Reviews”, Technometrics, 1995.
2. Bellman, R.E., “Dynamic Programming”, Princeton University Press. New J., 1957.
3. Bertsekas, Dimitri P.: “Dynamic Programming”, Prentice-Hall, Inc. New J., 1987.
4. Chiang, C. Alpha: “Matematiksel İktisadın Temel Yöntemleri”, (Çev.Kip. Sarımeşeli, Aydoğmuş), İstanbul , 1991.
5. Demir, Hulusi-Gümüşoğlu; Őevkinaz: “Üretim Yönetimi (İŞlemler Yönetimi)”, 6. Bası, Beta Basım- Dağıtım A.Ő.İstanbul, 2003.
6. Jakson; D.M.-Zerbe; D.R.: “Determination of Standard Sizes To Be Manufactured Using Dynamic Programming”, The Journal of Industrial Engineering, 1998.
7. Kobu, Bülent: “Üretim Yönetimi”, Avcıol Basım-Yayım, İstanbul, 1996.
8. Monks, Joseph G.: “Operations Management Theory and Problems”, Third Ed., McGraw-Hill Int. Ed., 1987.
9. Render, Barry – Stair, Ralpph M. : Quantitative Analysis for Management”, 6th Ed., Prentice-Hall Inc. , New Jersey 1997.
10. Shamblin, J.E., Stevens, G.T., “Operations Research, A Fundamental Approach”, McGraw-Hill Book Com., 1974.
11. Sipper, Daniel-Bulfin, Robert L. Jr. : “Production: Planning, Control, and Integration”, The McGraw-Hill Com, Inc., 1997.
12. Stone, John D.-Su, Tie: “A Contingent-Claims Approach to the Inventory- Stock Decision”, Financial Management, Vol.26, 1997.
13. Tütek, Hülya-Gümüşoğlu, Őevkinaz: “Sayısal Yöntemler Yönetimsel Yaklaşım”, Beta basım yayım Dağıtım A.Ő. İstanbul, 2000.