



FARKLI İKİ KOMPOZİT MALZEMEDEN OLUŞAN ANKASTRE YAPIDA, TEK BOYUTLU ISI AKIŞINDA MEYDANA GELEN ISIL GERİLMELERİN ANALİZİ

Fuat OKUMUŞ*

ÖZET/ABSTRACT

Bu çalışmada rijit olarak birbiriyle birleştirilmiş, farklı fiziksel özelliklere sahip iki malzemede tek boyutlu ısı akışı altında meydana gelen ısı gerilmeler incelenmiştir. İncelemede cam-epoksi, boron-epoksi, grafit-epoksi malzemeler, ikili sistem oluşturacak şekilde rijit olarak birleştirilmişlerdir. Her bir ikili malzeme sistemi, ayrı ayrı ele alınarak incelenmiştir.

Çalışmada, dikdörtgen biçimli düzlemsel levhalar kullanılmıştır. Sıcaklık değişimine bağlı olarak meydana gelen ısı gerilmelerin hesaplanması sonlu elemanlar yönetimi ile yapılmıştır. Sonlu Elemanlar yönteminde dört düğümlü, dikdörtgen formlu izoparametrik elemanlar kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak incelenmiş, grafikler halinde verilmiştir.

In this study, the heat stresses that occur under the one dimensioned heat flowing of two materials which has got the different features that is taken together one to another as a rijit has been investigated. At the investigation, the graphite-epoxy, the boron-epoxy and the glass-epoxy, materials have been taken together one to other by forming two systems. Each material system has been examined separately.

At the studying, the plane plates which are formed as rectangular are used. At the calculating of the heat stresses that occurs depend upon of the heat difference, the finite element method is used. At the finite element method, isoparametric elements that are four nodes and formed rectangular forms are used. The results were compared and graphics were given in addition.

ANAHTAR KELİMELER/KEYWORDS

Termal gerilme, Ankastre sistem, Sonlu lemanlar metodu
Thermal stress, Cantilever system, Finite element method

1. GİRİŞ

Farklı ısı genleşme özelliklerine sahip malzemelerin rijit olarak birleşimlerinden oluşan sistemlerde, sıcaklık değişimlerine bağlı olarak bir takım kesit tesirleri meydana gelir. Bu kesit tesirleri, ısı genleşme farklılıklarının neden olduğu ve sistemin şekil değişimine karşı göstermiş olduğu mukavemetin sonuçlanmasıyla meydana gelen ısı gerilmelerdir. Oluşan bu gerilmeler, ortam sıcaklığının, cismin geometrisinin ve cisimlere ait ısı genleşme özelliklerinin bir fonksiyonudur. Bu parametrelerin değişimine bağlı olarak ısı gerilmeler değişim gösterirler.

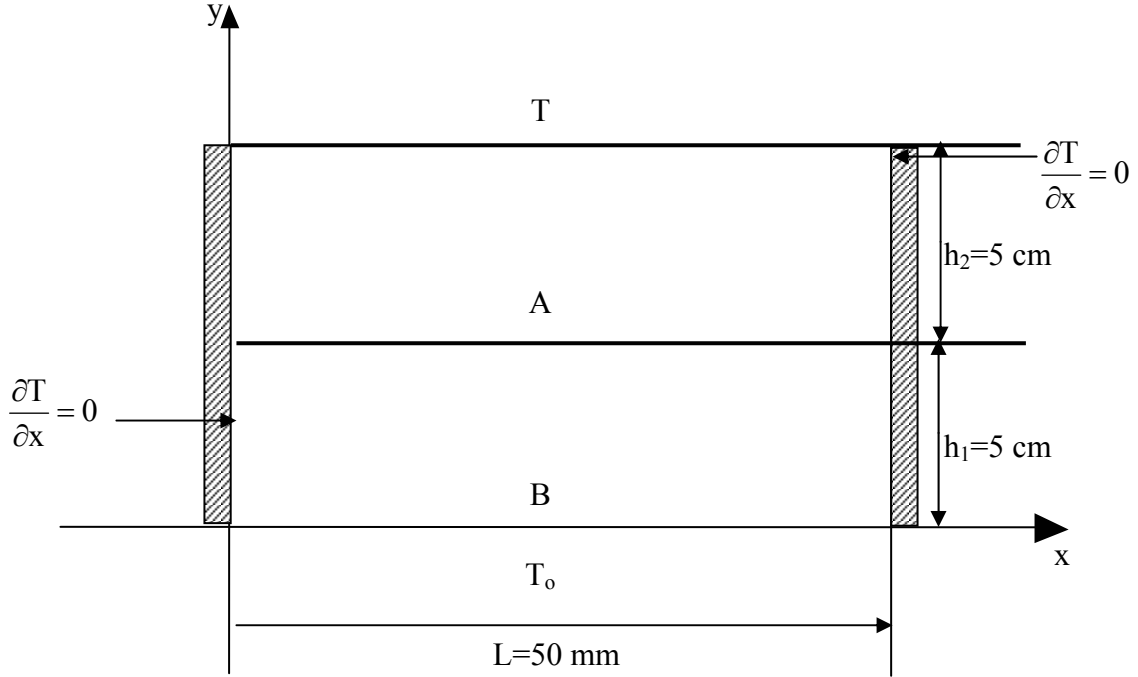
Mekanik dış zorlamalar cismin iç kesitinde iç kuvvetlere neden olduğu gibi, sıcaklık değişimlerine maruz kalmış farklı malzeme özelliklerine sahip sistemlerde de bir takım iç kuvvetler meydana gelir. Bu iç kuvvetler cismin iç kesitinde oluşan ve cisim şekil değiştirmeye zorlayan iç gerilmeleri meydana getirir.

Metal malzemelerin sıcaklık artışı ile genleştikleri ve sıcaklık düşümleri ile büzülükleri bilinen bir husustur. Bu genleşme ve büzülme cismin iç kesitlerinde meydana gelen deformasyonlardır.

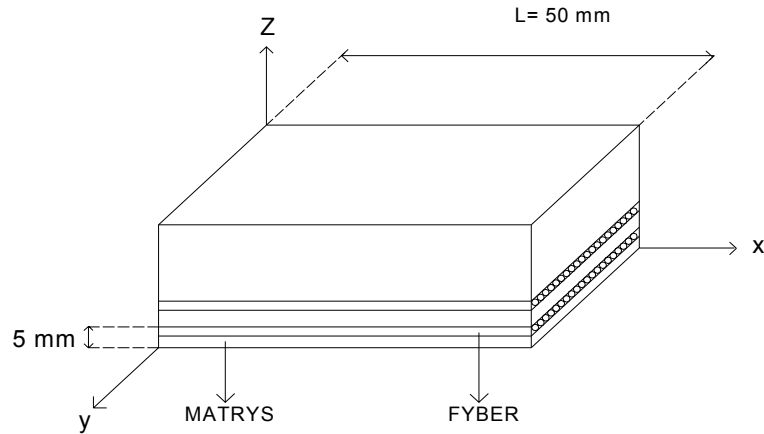
Bu deformasyonlar herhangi bir şekilde engellenmezse, sıcaklık değişimleri ile sadece şekil değişimleri meydana gelir. Buna karşıt bir durum olarak deformasyonlar engellenirse, cisim serbest şekil değiştirme yapamayacağından, iç kesitlerde ısı gerilmeler meydana gelecektir. ısı gerilmeler sadece deformasyonların engellenmesi ile oluşmazlar. Üniform olmayan sıcaklık alanı dağılımlarında da ısı gerilmeler meydana gelirler. Malzemeyi meydana getiren liflerin farklı tabakalarda değişik sıcaklıklara sahip olmaları, şekil değişim miktarlarının da farklı olmasına neden olacaktır. Bu farklılık malzemede ısı gerilmelerin doğmasına sebep olur. ısı genleşme katsayısı farklı malzemelerden oluşan sistemlerde de bu farklılık ısı gerilmelerin oluşmasına neden olur. Malzemede meydana gelen ısı gerilmeler, malzemenin fiziksel ve kimyasal özelliklerini olumsuz yönde etkiler, cismin dayanım özelliklerini deforme eder. Uygulamada mekanik özellikleri farklı bir çok malzemenin bir arada beraber çalışması ısı gerilmelerin olumsuz etkilerinin önemini arttırmaktadır. ısı gerilmelerin malzeme dayanım sınırlarını aşması durumu malzemeyi iş görmez konuma sokar. Bu nedenle ısı gerilmeler malzeme tasarımında önemle ele alınmalıdır. Sıcaklık etkisi altında mühendislik malzemelerinin mukavemet değerlerinin düştüğü bilinmektedir (İnan, 1980).

Sıcaklık değişiminin neden olduğu gerilmeler ve bu gerilmelerle oluşan şekil deformasyonları elastisite teorisi kullanılarak tarafından araştırılmıştır (Boley ve Weiner, 1960). Uygulamada sık kullanılan farklı malzeme sistemleri için gerilme-şekil değiştirme bağıntıları Timoshenko, tarafından incelenerek ortaya konmuştur (Timoshenko, 1951). Sonsuz izotropik bir silindirde, ısıtılmış rijit bir halkanın temas problemi Noda ve Ashida, tarafından araştırılmış, gerilmelerin farklı malzemelerde ayrı özellikler gösterdiği saptanmıştır (Noda ve Ashida, 1987). Clements ve Tay, İzotropik yarı düzlem sistemlerde termoelastik temas problemini incelemişlerdir (Clements ve Tay, 1976).

Bu çalışmada dikdörtgen prizma formuna sahip grafit-epoksi, cam-epoksi ve boron epoksi kompozit malzemeler ile, ikili rijit cisim sistemi oluşturularak, sistemdeki ısı gerilmeler ve şekil deformasyonları incelenmiştir. İki malzemeli rijit cisim sistemi, ankastre mesnetleme yapılarak incelemeye alınmıştır. Problemin geometrik betimlemesi Şekil 1’de gösterilmiştir. Kompozit malzemelerde oryantasyon açısı $\theta=0$ alınmış, kompozit yapı tabakaları dört ve altı katlı olarak dizayn edilmiştir. Kompozit malzemenin biçimlendirilmesi Şekil 2’de verilmiştir. Ankastre bağlantıda ısı akışı tek boyutlu olarak ele alınmış gerilme-şekil değiştirme değerleri sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Sistemde kullanılan malzemelerin mühendislik sabitleri Çizelge 1’de verilmiştir.



Şekil 1. Ankastra mesnetlenmiş, farklı iki malzemeden oluşmuş rijit cisim sistemi

Şekil 2. İki katlı kompozit malzeme ($\theta=0$)

Çizelge 1. Sistemde Kullanılan Malzemelerin Mühendislik Sabitleri

Malzeme	Elastise Mod. E_1 (N/cm^2)	Elastise Mod. E_2 (N/cm^2)	Isıl Genleşme Kat. (α_1) ($10^{-6}/^{\circ}C$)	Isıl Genleşme Kat. (α_2) ($10^{-6}/^{\circ}C$)	Poisson Oranları ν_{12}
Cam-epoksi	$5,7 \cdot 10^2$	$1,24 \cdot 10^2$	7,0	21	0,28 0,06
Boron-epoksi	$29,2 \cdot 10^2$	$3,15 \cdot 10^6$	6,1	30	0,17 0,02
Grafit-epoksi	$42,7 \cdot 10^6$	$0,92 \cdot 10^6$	-0,1	26	0,23 0,01

2. SONLU ELEMAN ANALİZİ

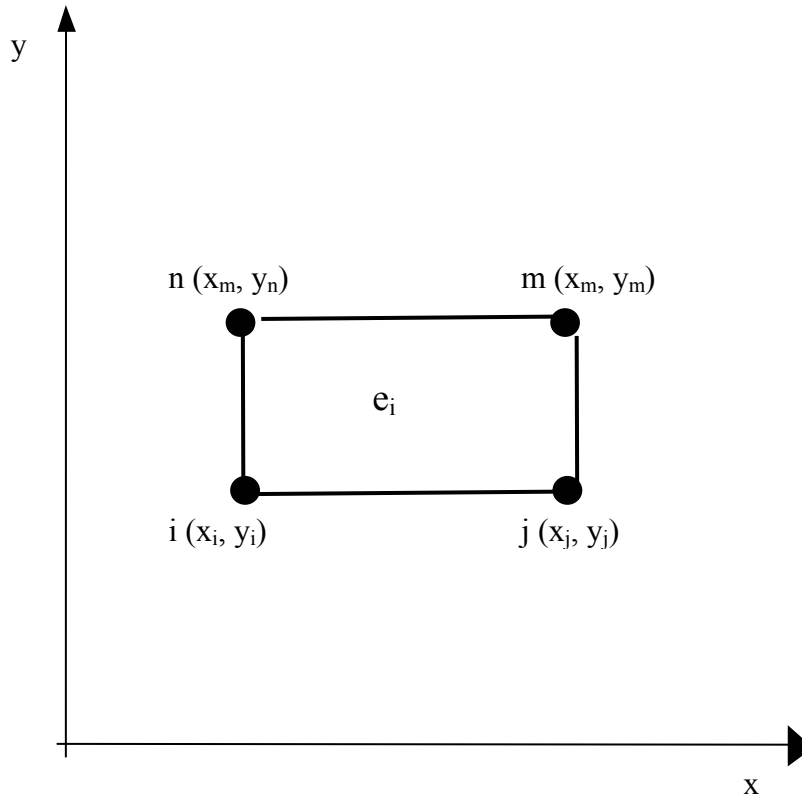
Problemin çözümünde dört düğümlü izoparametrik dikdörtgen elemanlar kullanılmıştır (Şekil 3). Sonlu elemanlar yöntemi elemanların tüm problemi temsil etmeye ayrı ayrı formüle edilme olanağı vermektedir. Virtüel iş prensibi kullanılarak bir eleman üzerine etki eden dış ve iç kuvvetlerde denge koşulları sağlanarak eleman dirençlik matrisi teşkil edilir. Her bir eleman için elde edilen bu formülasyon tüm sisteme uygulanarak komple dirençlik matrisi kurularak çözümlenebilir.

Tek boyutlu ısı akışlarında sıcaklık dağılımı Laplace denklemi yardımıyla çözümlenebilir (Norrie ve Yries, 1978).

Laplace denklemi,

$$\nabla^2 T = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir. Laplace denkleminin dört düğümlü izoparametrik eleman için çözüm sağlayacak sınır şartlarının belirlenmesi gerekir. Literatürde bu şartlar Diriclet ve Neumann sınır şartları olarak tanımlanmıştır.



Şekil 3. Dört düğümlü izoparametrik dikdörtgen eleman

Neumann sınır şartı

$$X=0 \text{ için } \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad (2)$$

$$x=L \text{ için } \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad (3)$$

olarak yazılabilir. Dirichlet sınır şartı ise

$$y=0 \text{ için } T_0 (^{\circ}\text{C}) \quad (4)$$

$$y=h_1+h_2 \text{ için } T(^{\circ}\text{C}) \quad (5)$$

şeklinde yazılabilir. Sistemin çözümlenmesinde dört düğümlü izoparametrik elemanlar kullanıldığından herhangi bir izoparametrik eleman için i, j, m, n düğümlerinin sıcaklıklarını tespit edecek denklem sisteminin kurulması gerekir. Şekil 3'te, dikdörtgen elemanın düğüm noktaları (x-y) eksen takımına göre tanımlanmış olsun. Burada dikdörtgen eleman için

$$\alpha = 1/2 \int_B \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (6)$$

şeklinde bir fonksiyon seçilsin. Ayrıca bu fonksiyonelde dikdörtgen eleman için lineer bir deneme fonksiyonu seçilsin (Norrie ve Yries, 1978).

$$T^{ei}(x, y) = \alpha_1^{ei} + \alpha_2^{ei} x + \alpha_3^{ei} y + \alpha_4^{ei} xy \quad (7)$$

Burada $\alpha_1^{ei}, \alpha_2^{ei}, \alpha_3^{ei}, \alpha_4^{ei}$ her bir "e" elemanı için farklı olan sabitlerdir ve B sınır noktalarıyla tanımlanmış bir yüzeyi belirtmektedir. Bu fonksiyon bir dikdörtgen eleman için sınır şartlarına göre çözümlenerek, B bölgesi için sıcaklık dağılımı bulunur.

İki boyutlu gerilme halinde (düzlem gerilme) dört düğümlü dikdörtgen elemanın her bir düğüm noktasına etki eden ısı kuvvetler

$$\{F_{ij}\} = (x, y)_{i,j,m,n} [(E\alpha T_0) / 2(1-\nu)] \quad (8)$$

eşitliğinden hesaplanır. Burada, $(x,y)_{i,j,m,n}$ düğüm noktalarına ait koordinat değerlerini, T_0 bir dikdörtgen eleman için ortalama sıcaklık değerini, $\{F_{ij}\}$ ise kuvvet vektörünü ifade etmektedir.

Elemanlardaki düğüm yer değiştirmeleri $\{\delta_i\}$, direngenlik matrisi $[K_i]$ ve ısı kuvvet vektörü $\{F_{ij}\}$ olduğunda sonlu elemanlar teorisine göre

$$\{K_i\} \{\delta_i\} = \{F_{ij}\} \quad (9)$$

yazılabilir.

Eşitlik 9'den düğüm yer değiştirmeleri hesaplanır. Eşitlik 9'daki direngenlik matrisi

$$[K_i] = [C_i^{-1}]^T [N]^T [d] [N] \Delta [C]^{-1} \quad (10)$$

şeklinindedir (Nath, 1974). Düğüm noktalarındaki yer değiştirmelere bağlı olarak her bir "e" eleman için gerilme oranı

$$\{\sigma_{ei}\} = [d][N][C_i]^{-1} \{\delta_i\} \quad (11)$$

ve şekil değiştirme oranı

$$\{\varepsilon_{ei}\} = [N][C_i]^{-1} \{\delta_i\} \quad (12)$$

bağıntılılarıyla hesaplanır. Eşitlik 11 ve Eşitlik 12'de $\{\sigma_{ei}\}$ gerilme vektörü

$$\{\sigma_{ei}\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}, \quad (13)$$

ve şekil değiştirme bileşenleri

$$\{\varepsilon_{ei}\} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\} \quad (14)$$

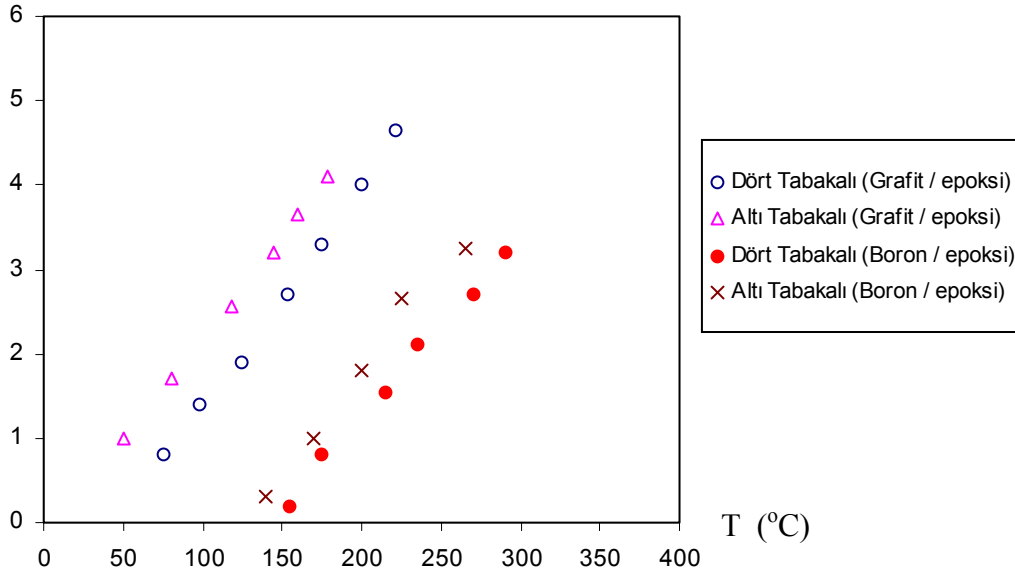
şeklinindedir. Ayrıca $[d]$ elastiklik matrisi, $[N]$ yer değiştirmelere bağlı katsayılar matrisi, $[C]$ dikdörtgen elamanın düğüm noktaları koordinatlarından oluşan matrisi ve Δ dikdörtgen elamanın alanını ifade etmektedir.

3. SONUÇLARIN DEğERLENDİRİLMESİ

Bu çalışmada, grafit-epoksi, boron-epoksi ve cam-epoksi levhalardan oluşturulan ankastre mesnetli sistemlerde, sıcaklık değişimine bağlı olarak ortaya çıkan ısı gerilmeler sonlu elemanlar yöntemiyle hesaplanmış ve elde edilen sonuçlar şekil 4,5,6'da gösterilmiştir. şekil 4,5,6 incelendiğinde; sistemdeki gerilme şekil değiştirme değerlerinin sıcaklıkla doğru orantılı olarak değişim gösterdiği görülmektedir. Ayrıca bu değerler malzemelerin

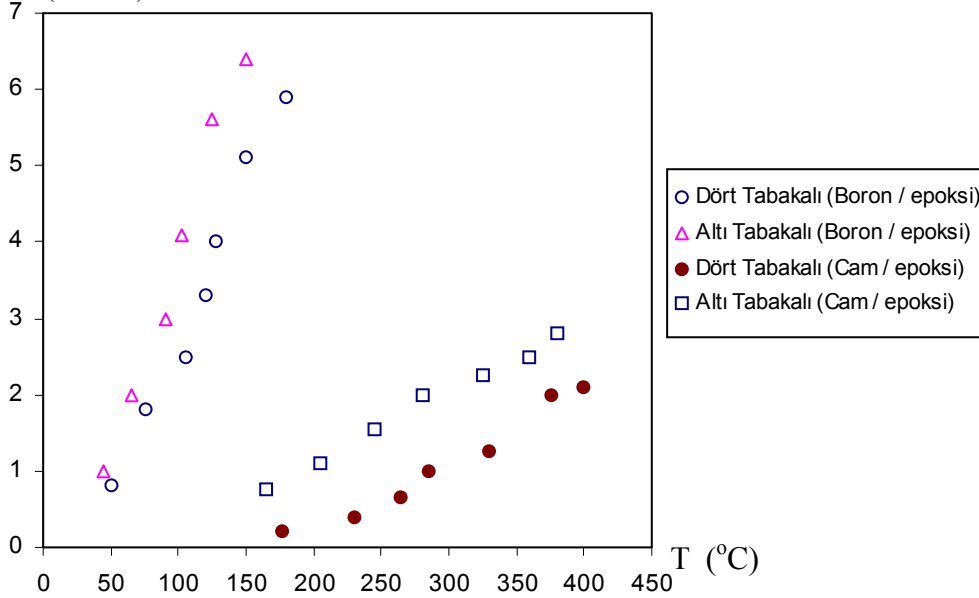
genişliklerine, mühendislik sabitlerine ve sıcaklık dağılımına bağlı olarak değişmektedir. Şekil 4,5,6'dan, sistemdeki sıcaklık dağılımlarının y-ekseni doğrultusunda bir değişim gösterdiği görülmektedir. Elde edilen sonuçlardan gerilme-şekil değiştirme değerlerinin sıcaklıkla fonksiyonel bir bağıntı içinde olduğu doğrusal değişime yakın etkileşim sergilendiği gözlemlenmiştir. Malzeme sistemlerinin gerilme değerlerinin birbirlerine göre çok farklı değerlerde olduğu görülmektedir. Bu durum 2-doğrultusu boyunca malzemelerin elastisite modülü ve ısıl genleşme katsayılarının çok farklı olmalarından kaynaklanmaktadır. Dört tabakalı malzeme sistemiyle altı tabakalı malzeme sisteminde ısıl gerilmelerin farklı olduğu görülmektedir. Anizotropik yapıda elastisite modülleri kompozit yapının hacimsel

$\sigma 10^5 \text{ (N/cm}^2\text{)}$

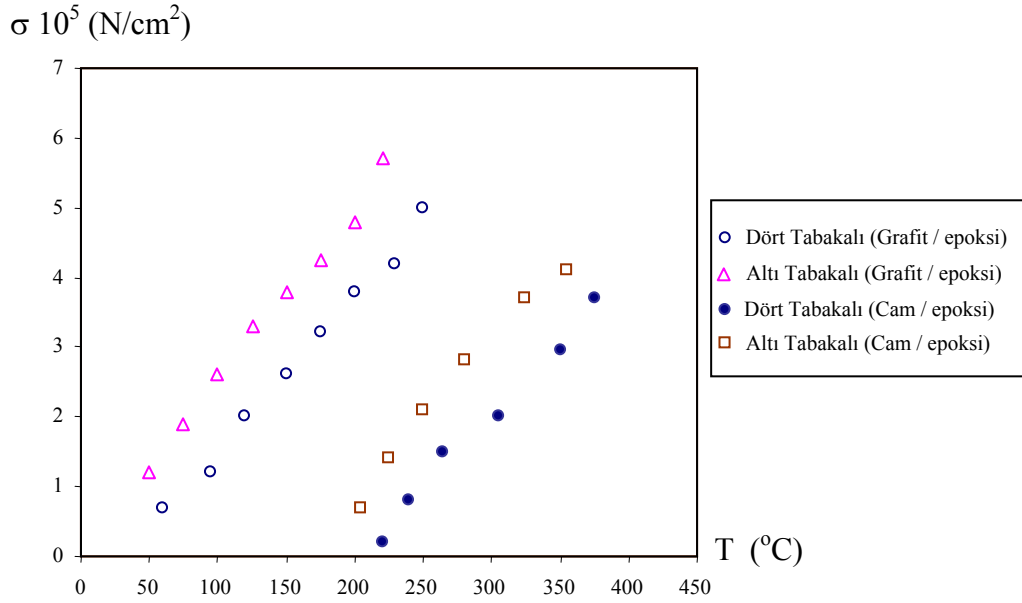


Şekil.4. Boron/Epoksi – Grafit/Epoksi ikili malzeme sisteminde sıcaklık gerilme değişimi

$\sigma 10^5 \text{ (N/cm}^2\text{)}$



Şekil 5. Boron/Epoksi – Cam/Epoksi ikili malzeme sisteminde sıcaklık gerilme değişimi



Şekil 6. Grafit/Epoksi – Cam/Epoksi ikili malzeme sisteminde sıcaklık gerilme değişimi

oranlarına bağlı olması nedeniyle, dört tabakalı kompozit yapıdaki gerilmelerle altı tabakalı kompozit yapıdaki gerilmeler farklı değerlerde ortaya çıkmaktadır.

Baron/epoksi-grafit/epoksi malzeme sistemi ile grafit/epoksi–cam/epoksi malzeme sistemlerinde birbirlerine yakın gerilme değerleri verirken, baron/epoksi–cam/epoksi malzeme sisteminde boron/epoksi kompozit yapısı çok yüksek değerlerde gerilme farklılığı göstermiştir. Bu hususta boron/epoksi kompozit yapı ile cam/epoksi kompozit yapı arasındaki ısıl genleşme katsayısının çok farklı olması etkin olmaktadır.

Gerilme–şekil değiştirme bağıntılarında grafit/epoksi kompozit malzeme 2 doğrultusunda en fazla şekil değişimine maruz kalırken, baron/epoksi kompozit malzeme en yüksek gerilme değerinde en az şekil değişimine uğrayan malzeme olarak görülmüştür. Dört tabakalı kompozit yapılar ile altı tabakalı kompozit yapılarda gerilme–şekil değiştirme değerleri yüksek oranda farklılık göstermektedir. Çok tabakalı kompozit malzemede tabaka adedi artıca cismin şekil değişimine karşı direngenliği de artış göstermektedir.

KAYNAKLAR

- Boley B.A., Weiner J.H. (1960): “Theory of Thermal Stresses”, Wiley, New York.
- Clements D.L., Toy G.D. (1976): “Two Contact Problems in Anisotropic Thermoelasticity”, J. Elasticity, Vol.6.
- İnan M., (1980): “Cisimlerin Mukavemeti”, İstanbul.
- Nath B. (1974): “Fundamentals of Finite Elements for Engineers”, London.
- Noda N., Ashida F. (1987): “Transient Thermoelastic Problem of a Bonded Transversely Isotropic Infinite Cylinder and a Rigid Ring”, Journal of Thermal Stresses, Vol.10.
- Norrie D.H., Yries G. (1978): “An Introduction to Finite Element Analysis”, London.
- Timashenko S. (1925): “Analysis of Bi-Metal Thermostats”, Journal Optical Soc. of America.