

## İKİ ÖLÇÜM EKİPMANININ HASSASİYETLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASINDA GRUBBS TİP TAHMİNLEYİCİLERİN KULLANILMASI

Levent ŞENYAY<sup>(\*)</sup>

Hakan SEMERCİ<sup>(\*\*)</sup> (\*\*)

### ÖZET

*Bir ölçüm ya da gözlenen değer, ölçülen karakteristiğın gerçek değeri ile ölçme hatası adındaki iki bileşenin toplanmasıyla meydana gelir. Karakteristiğın gerçek değeriindeki ya da parçaların ölçülerindeki varyasyon ürün değışkenliğini gösterirken, bir ölçüm ekipmanına ait ölçme hatasındaki varyasyon hassasiyet ya da ölçüme ait tekrarüretilebilirliğı ifade eder. İki ölçüm ekipmanı ya da tekniğı aynı parçanın ölçümünde kullanıldığında, ölçüm hassasiyetleri Grubbs'un öne sürdüğü metot kullanılarak tahminlenebilir. Bu çalışmada, ürün varyasyonu ile ölçüm hassasiyeti tahminlerinin elde edilişi ve bu tahminlerin birbirlerinden ayrılmasına ait metodoloji tartışılmıştır.*

### 1.Giriş

Çoğu istatistiksel süreç kontrolü yürütme çabalarında yer alan önemli bir görüş, uygun ölçüm ve muayene sistem yeterliliğini temin etmektir. Bilimsel araştırmaların ve endüstriyel testlerin sonuçları sayısal büyüklüklerle ifade edilen ölçümler olmaksızın yürütülmesi düşünülemez. Kalite güvence sistemlerinde

tasarım ve uygunluk kaliteleri ancak ölçme faaliyetleri sonunda bir anlam kazanır. Diğer taraftan bir ölçüm sisteminde yaşanan problemlerden en büyüğü de gözlenen toplam değışkenliğın bileşenleri olan ürünün gerçek değışkenliğı ile ölçme hatalarının değışkenliğının ayrıştırılmasıdır.

Bu iki bileşenin istatistiksel olarak birbirlerinden bağımsız oluşu, iki bağımsız değışkenin varyanslarının toplandığı formülün aşağıdaki gibi yazılmasına olanak tanır (Montgomery,1991; 390 ; Kolarik,1995; 402).

$$Var(gözlenen değer) = Var(gerçek değer) + Var(ölçme hatası) \quad (1)$$

Formülün pratik problemlerin çözümünde kullanılması, şansa bağılı oluşan ölçme hatasının standart sapma büyüklüğünün güvenilir bir şekilde tahminlenmesine bağılıdır. (1) eşitliğı  $Var(gerçek değer)$  için çözümlerse aşağıdaki eşitlikler elde edilebilir.

$$Var(gerçek değer) = Var(gözlenen değer) - Var(ölçme hatası) \quad (2)$$

---

<sup>(\*)</sup> Doç.Dr., D.E.Ü., İ. İ.B.F., Ekonometri Böl.

<sup>(\*\*)</sup> D.E.Ü., Sos.Bil.Enst. Ekonometri Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi

ve buradan da aşağıdaki sonuca ulaşılabilir.

$$\sigma_{\text{gerçek değer}} = [ \text{Var}(\text{gözlenen değer}) - \text{Var}(\text{ölçme hatası}) ]^{1/2} \quad (3)$$

Son eşitlikte görüleceği gibi  $\sigma_{\text{ölçme hatası}}$ 'nın  $\sigma_{\text{gözlenen değer}}$ 'in %10'undan daha küçük olması durumunda  $\sigma_{\text{gerçek değer}}$  üzerindeki etkisi %1'den daha küçük olur. Başka bir deyişle ( $\sigma_{\text{ölçme hatası}} / \sigma_{\text{gözlenen değer}}$ ) oranı küçüldükçe, ölçülen kalite karakteristiğindeki gerçek sapmalara duyarlı tahmin elde etme şansı artar (Kobu,1987;245).

Bir ölçüm sistemi yüksek hassasiyet ile düşük doğrulukta ya da yüksek doğruluk ile düşük hassasiyette veya diğer durumlarda olabilir. Herhangi bir kalite karakteristiğinin (boyutsal, sertlik, gerilme direnci, kimyasal saflık yüzdesi vb.) değerini bulmada tek yol bazı ölçüm metotlarından birinin belirlenmesi ve kullanılmasıdır. Ancak ölçüm ekipmanları ve onları kullanan kişiler kusursuz iseler ölçülen kalite karakteristiğinin gerçek değerine ait değişkenliğin direk belirlenebilmesi mümkündür. Eğer bu sağlanamaz ise bir dizi istatistik yöntem kullanılarak ölçüm hatalarına ait değişkenlik tahminlenebilir ve gözlenen verilerin değişkenliğinden uzaklaştırılarak prosese ait gerçek değişkenliğe ulaşılır. Bu metotlardan bir tanesi *Grubbs Tahminleyicileri* 'nin kullanıldığı ve bir dizi işlemi barındıran değişkenlikleri ayırıştırma yönteminin kullanılmasıdır.

## 2.Grubbs Tahminleyicileri

Varyans bileşenlerine ait analizlerdeki bir önemli problem, ürün varyasyonundan ekipman hatalarının varyasyonunun ayrılmasıdır. Bir grup parçayı sadece tek ölçüm ekipmanı ile ölçtüğümüzde; gözlenen sonuçlarda ne kadarının ölçme hatası ve ne kadarının parçalara ait değişkenlik olduğu belirlemeyebiliriz. Bu gibi durumlarda gözlenen sonuçlara ait varyasyonda, biri parçanın gerçek süreç varyansı ve diğeri ölçüm hatasındaki varyans olan ayrılmaz bileşenlerin toplamı bulunmuş olur. Tekrarlanamayan testler için iki ya da daha fazla ölçüm ekipmanı kullanımı, tekrarlanabilir testler içinse iki ya da daha fazla tekrar-test işlemi bu iki varyans bileşeninin ayrılmasını mümkün hale getirir. Devam eden kısımda Grubbs tip tahminleyiciler iki adet ölçüm ekipmanı kullanımı veya iki adet ölçüm tekrarı için tanımlanacaktır.

$E_1$  ve  $E_2$  isimli iki ölçüm ekipmanı aynı  $n$  adet parçanın ölçümünde kullanılırsa, gözlenen değerler sembolik olarak Tablo 1'deki gibi gösterilebilir.

Tablo 1: İki Ekipmandan Alınan Gözlemlerin Sembolik Gösterimi

$E_1$ <i>Ekipmanı Tarafından Yapılan Ölçümler</i>	$E_2$ <i>Ekipmanı Tarafından Yapılan Ölçümler</i>
$x_1 + \beta_1 + e_{11}$	$x_1 + \beta_2 + e_{12}$
$x_2 + \beta_1 + e_{21}$	$x_2 + \beta_2 + e_{22}$
$x_3 + \beta_1 + e_{31}$	$x_3 + \beta_2 + e_{32}$
⋮	⋮
⋮	⋮
⋮	⋮
$x_n + \beta_1 + e_{n1}$	$x_n + \beta_2 + e_{n2}$

Bu gözlem serilerine ait veri seti aşağıdaki gibi modellenenir.

$$y_{ij} = x_i + \beta_j + e_{ij} \quad , \quad i=1, 2, \dots, n \quad ; \quad j=1,2 \quad (4)$$

Burada;  $y_{ij}$ ,  $i$  'nci parça ya da kalite karakteristiğinin  $j$  'nci ölçüm ekipmanı tarafından yapılmış ölçümünde gözlenen değer;  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ölçülen parça ya da karakteristiğin bilinmeyen gerçek değeri,  $\beta_j$ ,  $j$  'nci ekipmanın tanımlı ölçüm aralığı içerisindeki sabit ekipman sapması ya da sistematik hatası ve  $e_{ij}$  'ler  $i$  'nci parçanın  $j$  'nci ölçüm ekipmanı tarafından yapılan ölçümünde oluşan rassal hatadır.  $e_{ij}$  'lerin birbirlerinden ve  $x_i$  'lerden bağımsız sıfır ortalamalı ve  $\sigma_{e_j}^2$  varyanslı normal dağılım gösterdikleri varsayılır.

Ekipman  $E_1$  'e ait ölçüm hatasının varyansı ve Ekipman  $E_2$  'ye ait ölçüm hatasının varyansı aşağıdaki formüller kullanılarak tahminlenebilir (Grubbs,1948;249).

$$Var(e_{i1}) = Var(y_{i1}) - Cov(y_{i1}, y_{i2}) \quad (5)$$

$$Var(e_{i2}) = Var(y_{i2}) - Cov(y_{i1}, y_{i2}) \quad (6)$$

Bu tahminlerin bileşenlerini oluşturan varyans ve kovaryansların örnek tahminleri basitçe aşağıdaki formüllerden bulunur (Grubbs,1973;61).

$$\bar{y}_{i1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{i1} \quad (7)$$

$$Var(y_{i1}) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{i1} - \bar{y}_{i1})^2 \quad (8)$$

$$\bar{y}_{i2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{i2} \quad (9)$$

$$Var(y_{i2}) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{i2} - \bar{y}_{i2})^2 \quad (10)$$

$$Cov(y_{i1}, y_{i2}) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{i1} - \bar{y}_{i1})(y_{i2} - \bar{y}_{i2}) \quad (11)$$

Ürüne ait gerçek proses varyansı ise bu iki gözlem setinin örneklem kovaryansına eşittir.

$$Var(x_i) = Cov(y_{i1}, y_{i2}) \quad (12)$$

Ekipmanlara ait  $\beta_1$  ve  $\beta_2$  sapmaları ise doğrusallığın sağlandığı durumlarda cihazların kalibrasyon sonuçlarına göre ölçüm aralığı içerisinde tanımlı cihaz doğrulama raporlarından direkt elde edilebilir. Diğer taraftan iki ekipmanın sapmaları arasındaki fark tahmini iki ölçüm serisinin aritmetik ortalamaları arasındaki fark ile aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$|\beta_1 - \beta_2| = |\bar{y}_{i1} - \bar{y}_{i2}| \quad (13)$$

Eğer ölçüm ekipmanının maksadına uygun uygulamalar için kabul edilebilirliği belirlenecekse ölçüm çalışmasının sonuçları dikkatle değerlendirilmelidir. Çalışmanın önceki kısımda ifade edilen tahminlerin sonucunda ölçüm sistemi kullanıldığı amaca bağlı olarak başarılı ya da başarısız bulunabilir. Bu kriter tamamen ölçüm sisteminin bulunduğu konuma bağlıdır. Aynı ekipman daha hassas olmasının beklendiği bir test noktasında başarısız olabileceği gibi hassasiyetin daha az öneme sahip olduğu bir noktada başarılı sayılabilir.

Hassasiyetin, değerlendirilmesi yapılacak ölçüm sistemi ile ölçülecek olan parça ya da kalite karakteristiğinin toleransına oranı genellikle ölçüm ekipmanı yeterliliğinin tayin edilmesinde kullanılır. Bu oran aşağıdaki gibi hesaplanır (Grant&Leavenworth,1988;377):

$$P / T = 6\sigma_{ej} / (USL-LSL) \quad , \quad j=1,2 \quad (14)$$

Burada;  $P / T$ , ölçüm ekipmanı yeterliliği;  $\sigma_{ej}$ , analizi yapılan  $j$ 'nci ölçüm ekipmanının hatasına ait standart sapma tahmini;  $USL$  ve  $LSL$  sırasıyla analizi yapılan ölçüm sisteminde test edilecek parça ya da kalite karakteristiğinin üst ve alt spesifikasyon limitidir. Hesaplanan  $P / T$  oranı aşağıdaki kriterlere göre değerlendirilir (Şen,1994;16).

- $P / T \leq 0.10$  ise ölçüm ekipmanının hassasiyeti ölçümü yapılan parça ya da kalite karakteristiği için uygundur.
- $0.10 < P / T \leq 0.20$  ise ölçme yeteneğinde zayıflıklar vardır, ölçüm ekipmanı izlenmeli ve kalibrasyon periyodunun yarısı kadar sürelerde analiz tekrar edilmelidir.
- $0.20 < P / T \leq 0.30$  ise ölçme yeteneğinde zayıflıklar çok fazladır. Analiz periyodunu, kalibrasyon periyodunun dörtte biri kadar aralıklara düşürmek gereklidir. Ayrıca tolerans sınırlarına yakın değerlerin doğrulanması gereklidir.
- $P / T > 0.30$  ise ölçüm hataları nedeni ile ölçüm sisteminin hassasiyeti ölçümü yapılacak parça ya da kalite karakteristiği için uygun değildir.

### 3.UYGULAMA

Otomotiv endüstrisinde yer alan bir işletme, yan sanayicisinden mekanik devreli elektrik sigortası temin etmektedir. Kabul örnekleme muayenesinde satıcı final kontrol ve alıcı giriş kontrol test laboratuvarları arasındaki hassasiyet farkından dolayı problemler yaşanmaktadır. Bunun üzerine alıcı firma kendi laboratuvarına ait ölçme hatasının varyansını tahminleyerek satın alınan her partide elektrik sigortalarına ait gerçek varyansı tespit etmek istemektedir. Yan sanayicisinden gelen son parti elektrik sigortalarından daha önce tespit ettiği örnekleme planına uygun  $n=20$  adet örnek seçmiştir. Sonra laboratuvarlarında bulunan ve giriş kalite kontrol testlerinde kullandığı elektrik sigortası yanma anında devreyi kesme sürelerini belirlediği kronometreler ile tüm sigortaları eşanlı olarak test ederek Tablo 2'deki yanma anında devreyi kesme sürelerini tespit etmiştir.

Tablo 2: Yirmi Adet Mekanik Devreli Elektrik Sigortası Performans Ölçüm Sonuçları (saniye)

Örnek No ( $i$ )	Birinci Kronometreden Alınan Ölçümler ( $y_{i1}$ )	İkinci Kronometreden Alınan Ölçümler ( $y_{i2}$ )
------------------	--	---

1	0.485	0.509
2	0.493	0.504
3	0.475	0.495
4	0.477	0.502
5	0.467	0.490
6	0.487	0.505
7	0.467	0.490
8	0.494	0.515
9	0.485	0.508
10	0.475	0.498
11	0.483	0.504
12	0.492	0.512
13	0.474	0.495
14	0.499	0.523
15	0.488	0.507
16	0.495	0.523
17	0.495	0.516
18	0.493	0.511
19	0.492	0.511
20	0.489	0.508

*Kaynak: Grubbs, F.E. (1983) s544.*

Tablodaki gözlenen değerlere ait tanımlayıcı istatistikler (7), (8), (9), (10) ve (11) formülleri kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır..

$$n = 20$$

$$\bar{y}_{i1} = 0.48525 \text{ saniye}$$

$$\bar{y}_{i2} = 0.50630 \text{ saniye}$$

$$\text{Var}(y_{i1}) = 0.00009304 \text{ saniye}^2$$

$$\text{Var}(y_{i2}) = 0.00008969 \text{ saniye}^2$$

$$\text{Cov}(y_{i1}, y_{i2}) = 0.00008529 \text{ saniye}^2$$

Elde edilen tanımlayıcı istatistikler kullanılarak birinci kronometreye ait ölçme hatası varyansı (5) nolu formül ile:

$$\text{Var}(e_{i1}) = 0.00009304 - 0.00008529 = 0.00000779 \text{ saniye}^2$$

İkinci kronometreye ait ölçme hatası varyansı (6) nolu formül ile:

$$\text{Var}(e_{i2}) = 0.00008969 - 0.00008529 = 0.00000440 \text{ saniye}^2$$

ve nihayet elektrik sigortalarına ait gerçek varyans (12) nolu eşitlikten,

$$Var(x_i) = 0.00008529 \text{ saniye}^2$$

olarak tahminlenmiştir.

İki cihazın sapmaları arasındaki fark tahmini (13) nolu formülden aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$|\beta_1 - \beta_2| = |0.48525 - 0.50630| = 0.02105 \text{ saniye}$$

Son olarak ölçümü gerçekleştiren giriş kontrol laboratuvarındaki kronometrelerin uygunluğu araştırılacaktır. Otomotiv endüstrisindeki işletmenin kalite planlarında mekanik elektrik sigortasının yanma süresi karakteristiğine ait tespit ettiği en uzun gecikme 0.5 saniyedir. (14) nolu formül yardımıyla birinci ekipmana ait  $P / T$  oranı ya da ilk kronometrenin yeterliliği aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$Var(e_{i1}) = 0.00000779 \text{ ve } \sigma_{ei1} = 0.002791 \text{ iken}$$

$$P / T(\text{Kronometre \#1}) = 6 * 0.002791 / (0.5 - 0.0) = 0.033$$

ve ikinci kronometreye ait yeterlilik,

$$Var(e_{i2}) = 0.00000440 \text{ ve } \sigma_{ei2} = 0.002097 \text{ iken}$$

$$P / T(\text{Kronometre \#2}) = 6 * 0.002097 / (0.5 - 0.0) = 0.025$$

Her iki kronometrenin  $P / T$  oranları 0.10 'dan küçük olduğu için giriş kontrol testinde kullanılan bu ekipmanlar mekanik devreli elektrik sigortalarını test etmede yeterlidirler sonucuna ulaşılır.

#### 4.SONUÇ

Bir ölçüm sisteminin uygunluk performansı denildiğinde, mühendislik alt yapıya bağlı olarak doğruluk ve hassasiyet faktörleri öncelikli olarak anlaşılır. Ölçüm ekipmanının tanımlı ölçme aralığı içerisinde sabit ya da trendli yapı sergileyen sapma, doğruluk faktörünü yakından ilgilendirir. Doğruluk problemi yaşanıyor ve sapmanın büyüklüğü kalibreli masterlar ya da kalibratörler ile tespit edilebiliyorsa uygun ayar işlemleri veya sapma büyüklüğü tanımı yardımıyla ölçümlerdeki eksik ya da fazla kısım gözlenen test sonuçlarından uzaklaştırılabilir.

Bir cihazın hassasiyet ile ilgili bir problemini gidermek ise doğruluk sorunlarını aşmak kadar kolay değildir. Genel olarak bu noktada cihazları, kalite doğrulaması yapılacak parça ya da kalite karakteristiğinin spesifikasyon limitlerine uygun hassasiyet sınırlamasında belirlemek ve bu test noktasında kullanmak en optimal çözümdür. Bunun haricinde birbirine alternatif

ekipmanlar, kendi aralarında Grubbs Tip Tahminleyiciler tarafından elde edilen tahminlere göre performans sıralamasına tabi tutulabilir. Son çözüm ise hassasiyetin artırılmasıdır ki, bu cihazın tasarımına müdahaleyi gerektirir ve genelde uygulama seviyesinde bulunan endüstriyel test laboratuvarlarında pek kolay hayata geçirilemez.

#### SUMMARY

A measurement or observed value is discussed as the sum of two components, one the absolute value of the characteristic measured and the other an error of measurement. The variation in absolute values of the characteristic or items measured is termed product variability, whereas the variation in errors of measurement of an instrument is called the precision or reproducibility of measurement. When two instruments or techniques are used to measure the same item, the measurement precision may be estimated using a method proposed by Grubbs. This paper considers methodology for separating of estimating product variability and precision of measurement.

#### KAYNAKÇA

- Grant, E.L. and R.S. Leavenworth (1988), *Statistical Quality Control*, Sixth Edition, Mc-Graw Hill Book Co., New York, NY.
- Grubbs, F.E. (1948), "On Estimating Precision of Measuring Instruments and Product Variability", *Journal of the American Statistical Association*, 43, s243-264.
- Grubbs, F.E. (1973), "Errors of Measurement, Precision, Accuracy and the Statistical Comparison of Measuring Instruments", *Technometrics*, 15, s53-66.
- Grubbs, F.E. (1983), "Grubbs' Estimators(Precision and Accuracy of Measurement)", *Encyclopedia of Statistical Sciences*, Vol.3 (S.Kotz and N.L.Johnson, Eds.), John Wiley & Sons, Inc., New York, NY.
- Kobu, B. (1987), *Endüstriyel kalite Kontrolü*, İkinci Baskı, İ.Ü. Yayınları, İstanbul.
- Kolarik, W.J. (1995), *Creating Quality*, Mc-Graw Hill Book Co., New York, NY.
- Montgomery, D.C. (1991), *Introduction to Statistical Quality Control*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, NY.



*Levent Şenyay-Hakan Semerci*

Şen, A. (1994), *Ölçüm Sistemleri Analizi Seminer Notları*, TMMOB Makine Mühendisleri Odası İzmir Şubesi Yayını, İzmir.

***Anahtar Kelimeler: Ölçüm Hassasiyeti, Grubbs Tahminleyicileri, Eşanlı Testler.***

