

10171

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

**ZAMAN SERİSİ ANALİZLERİNDE
SERMAYE PİYASASI UYGULAMALARI**

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

Vahap TECİM

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Levent ŞENYAY

İZMİR - 1990

10171



T. C.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

ÖNSÖZ

Zaman faktörünün olaylar üzerindeki etkisinin bir çok bilim dalında özel bir ilgi alanı oluşturduğunu söylemek mümkündür. Örneğin, insan davranışlarındaki gelişme ve değişimlerde zamanın etkisinin önemli bir faktör olarak incelemeye değer bir konu oluşturduğu açıktır. Zamanın olaylar üzerindeki etkisini stokastik bir yaklaşımla modellenmesinin ilginç bir konu olduğu düşüncesi tezin başlangıç fikrini oluşturmaktadır.

Konunun seçiminde olduğu kadar çalışmanın hazırlanmasında da her türlü yardım ve desteği gördüğüm tez hocam sayın Yrd.Doç.Dr. Levent Şenyay'a, çalışma boyunca değerli eleştirilerinden ve bilgilerinden yararlandığım Yrd.Doç.Dr. Ali Şen, Yrd.Doç.Dr.Adil Koruyan ve Doç.Dr. Seyfullah Çevik'e teşekkür etmek istiyorum.

Eylül 1990, İzmir

Vahap Tecim

T. C.
Yüksekoğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 1

Sayfa

GİRİŞ.....	1
------------	---

BÖLÜM 2

ZAMAN SERİSİ MODELLERİ İÇİN ANALİZ ARAÇLARI.....	4
--	---

2.1. ANALİZLERDE ZAMAN DEĞİŞKENİ.....	6
---------------------------------------	---

2.2. ZAMAN SERİSİNE ETKİ EDEN FAKTÖRLER.....	7
--	---

2.3. BİR ZAMAN SERİSİ ANALİZİNİN BASAMAKLARI.....	13
---	----

2.3.1. Zaman Serisinin Tanımlanması.....	14
--	----

2.3.1.1. Varyansı Homojen Yapmak.....	14
---------------------------------------	----

2.3.1.2. Mevsimsel Etkiyi Eklenebilir Yapmak.....	14
---	----

2.3.1.3. Verilerin Normal Dağılımını Saptamak.....	15
--	----

2.3.2. Zaman Serisinin Açıklanması.....	15
---	----

2.3.3. Zaman Serisinin Tahminlenmesi.....	16
---	----

2.3.4. Zaman Serisinin Kontrolü.....	16
--------------------------------------	----

2.4. ZAMAN SERİSİ MODELLERİNİN SEÇİMİNDE	
--	--

KULLANILAN FONKSİYONLAR.....	16
------------------------------	----

2.4.1. Otokorelasyon.....	17
---------------------------	----

2.4.1.1. Otokorelasyonun Nedenleri.....	20
---	----

2.4.1.2. Otokorelasyonun Genel Özellikleri.....	22
---	----

2.4.1.3. Otokorelasyonun Örnekleme Dağılımı.....	26
--	----

	<u>Sayfa</u>
2.4.1.4. Otokorelasyon Analizi.....	27
2.4.1.5. Otokorelasyon Testleri.....	29
2.4.2. Kısmi Otokorelasyon.....	35
2.4.3. Korelogram.....	35
2.4.3.1. Rastgele Seriler.....	35
2.4.3.2. Kısa Dönemde Korelasyon.....	36
2.4.3.3. Sırayla Değişen Seriler.....	36
2.4.3.4. Durgun Olmayan Seriler.....	37
2.4.3.5. Mevsimsel Dalgalanmalar.....	38
2.4.4. Kros Kovaryans.....	39
2.4.5. Kros Korelasyon.....	40
2.4.6. Kros Korelogram.....	41
2.4.7. Kısmi Korelogram.....	42
2.4.8. Periodogram.....	43
2.4.9. Varyans Analizi.....	45
2.4.10. Spectrum.....	47
2.4.11. Matematiksel Operatörler.....	50

BÖLÜM 3

ZAMAN SERİSİ MODELLERİ.....	54
3.1. DOĞRUSAL DURAGAN STOKASTİK SÜREÇLER.....	55
3.1.1. Otoregresif Modeller - AR(p).....	55
3.1.2. Hareketli Ortalama Modelleri - MA(q).....	68
3.1.3. Otoregresif Hareketli Ortalama Modelleri - ARMA(p,q)....	73

3.1.4. Modelin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonları İle Belirlenmesi.....	79
3.2. DOĞRUSAL DURAGAĞAN OLMAYAN STOKASTİK SÜREÇLER.....	80
3.2.1. Otoresif İntegre Hareketli Ortalama Modeller - ARIMA(p,d,q).....	80
3.2.2. İntegra Hareketli Ortalama Modeller - IMA(0,d,q).....	82
3.2.3. Uygulamarda En Çok Kullanılan ARIMA modelleri.....	83
3.2.3.1. ARIMA(0,1,1) veya IMA(0,1,1,) Modeli.....	83
3.2.3.2. ARIMA(0,2,2) veya IMA(0,2,2,) Modeli.....	84
3.2.3.3. ARIMA(1,1,1) Modeli.....	85
3.3. PARAMETRELERİN GEÇİCİ VE GERÇEK TAHMİNLERİ.....	85
3.4. MODELİN UYGUNLUK TESTİ.....	89
3.5. MEVSİMSEL OLMAYAN MODELLERDE ÖNGÖRÜMLEME...	91
3.6. MEVSİMSEL MODELLER.....	97
3.7. MEVSİMSEL MODELLERDE ÖNGÖRÜMLEME.....	102

BÖLÜM 4

TIMESLAB (A TIME SERIES ANALYSIS LABORATORY)	
ZAMAN SERİSİ PAKET PROGRAMININ TANITIMI.....	106
4.1. ZAMAN SERİSİ PAKET PROGRAMLARI.....	106
4.2. TIMESLAB PAKET PROGRAMI.....	107
4.2.1. Pogramın Genel Özellikleri.....	108
4.2.1.1. Komut Tipler.....	108
4.2.1.2. Değişkenlerin Listelenmesi ve Silinmesi.....	110

	<u>Sayfa</u>
4.2.1.3. Veri Giriş ve Kaydı.....	110
4.2.1.4. Yazıcı Çıkışı.....	111
4.2.1.5. Makroların Kullanımı.....	111
4.2.3. Bazı TIMESLAB Komutları.....	111

BÖLÜM 5

SERMAYE PİYASASINDA UYGULAMA.....	144
5.1. SERMAYE PİYASALARI.....	144
5.2. MENKUL KIYMET.....	145
5.2.1. Tahvil.....	147
5.2.2. Hisse Senedi.....	147
5.3. HİSSE SENETLERİNİN ZAMAN SERİSİ ANALİZİ.....	149
5.4. İMKB ENDEKSİNİN, İŞLEM MİKTARININ VE İŞLEM HACMİNİN ANALİZİ.....	150

BÖLÜM 6

SONUÇ VE ÖNERİLER.....	161
KAYNAKLAR.....	163
EK-1 KULLANILAN MAKROLAR.....	166
EK-2 VERİLER VE PROGRAM ÇIKTILARI.....	180

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Geçmiş gözlemlerden yararlanarak gelecek değerler hakkında tahminlerde bulunma eğilimi ve arzusu çoğu bilimsel çalışmaların temelini oluşturur. Bu arzu, özellikle karar verici durumdakileri belirsiz ortamdan kurtarma amacına yöneliktir. Gün geçtikçe bilimsel seviyesi daha iyi olan tahmin yöntemlerinin kullanılması ise özellikle istatistik ilminin önemli bir kısmını kapsamıştır. Günümüzde de halâ önemini koruyan bu konu, özellikle ekonomik olayların tanımlanması ve öngörülenmesinde oldukça geniş uygulama alanlarına sahiptir.

Yapılması gereken işlem, zamana göre geçmiş gözlemlere uygun olan fonksiyonu belirleyip ardından bu fonksiyon yardımıyla tahminlemeler yapmaktır. Bu da zaman serisinin amacını oluşturmaktadır. Doğal olarak bu tahminin doğruluğu, başta geçmiş gözlemlerin sağlıklı olmasına ve bu verileri yansıtan modelin doğruluğuna bağlıdır.

Zamana bağlı olarak gelişen ana kütlelin incelenmesi başta iktisadi olayları gösteren ihracat, ithalat, üretim, tüketim, harcama modellerinin geliştirilmesi ve bunun yanında öngörümleme yapılması arzulanmaktadır. Bu nedenle hemen hemen tüm bilim dallarında zaman serisi analizleri oldukça önemli bir analiz aracıdır. Zaman serisi

modellerinde hesaplama işlemleri oldukça uzun zaman almakta ve özellikle uygun model bulununcaya kadar bir çok farklı model denemek, elle yapılmayı imkansızlaştırmaktadır. Bu durumda bilgisayarlardan yararlanmak zorunlu bir hale gelmiştir. Bir çok bilgisayar paket programlarında tahminleme ile ilgili bölümler mevcuttur. Fakat tam olarak zaman serisi analizlerini içeren fonksiyonlara her istatistik amaçlı programda yer verilememektedir. Bu çalışmada hesaplamalarla ilgili işlemlerde, sadece zaman serisi analizleri için geliştirilmiş olan TIMESLAB (A Time Series Analysis Laboratory) paket programından yararlanılmıştır.

Zaman serisi analizlerini değişik bir açıdan ele alan ve literatürde Box-Jenkins yada ARIMA modelleri adıyla anılan stokastik zaman serisi modellerinin tanıtımı ve uygulaması çalışmanın esas amacını oluşturmaktadır. Buradan hareketle ikinci bölümde, zaman serisi analizlerine yardımcı olacak, zaman serisini değişik açılardan ortaya koyabilecek, açıklayacak analiz araçları tanıtılmaya çalışılmıştır. Bunlar içerisinde zaman serisi analizlerinde ilk başvurulanan analiz araçları olan otokorelasyon, otokovaryans ve spectrum analizleri en detaylı incelenen konulardır. Üçüncü bölümde, zaman serisi modelleri doğrusal durağan stokastik süreçler başlığı altında otoregresif modeller (AR), hareketli ortalama modeller (MA), otoregresif hareketli ortalama modeller (ARMA) ve doğrusal durağan olmayan stokastik süreçler başlığı altında da otoregresif integre hareketli ortalama modeller (ARIMA), integre hareketli ortalama modeller (IMA) incelenmektedir. Modeller incelenirken ikinci bölümde açıklanan analiz araçlarının her model için kullanılan formülleri ve modellerin en çok kullanılan tipleri örnek olarak verilmektedir. Dördüncü bölümde, yukarıda belirtilen zaman serisi modellerinin uygulamasını yapmak amacıyla geliştirilmiş ve sadece zaman serisi analizleri için yazılmış bir paket program olan TIMESLAB ana hatlarıyla kısaca tanıtılmaktadır. Beşinci bölümde ise,

teorisi verilen zaman serisi analizlerinin sermaye piyasasında bir uygulaması yer almaktadır. İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda işlem gören hisse senetlerini tek tek zaman serisi analizine tabi tutmak oldukça özel bir yaklaşım olacağından borsa endeksi, işlem hacmi ve işlem miktarı analize tabi tutulmuştur. Bu değerlerin analizi, hisse senetlerinin değişimini yansıtan genel değerler olarak düşünülmüştür.



BÖLÜM 2

ZAMAN SERİSİ MODELLERİ İÇİN GEREKLİ ANALİZ ARAÇLARI

Zamanın bir fonksiyonu olarak elde edilen gözlemlere dayanılarak gelecek hakkında öngörümlemelerde bulunabilmek için kurulacak olan modelin seriye uyumlu olması en önemli sorunu oluşturmaktadır. Diğer bir deyişle, eldeki seriyi en iyi şekilde açıklayıp gelecek hakkında en az sapma ile tahminlerde bulunabilecek modelin, kurulan diğer modeller arasından seçimi önem arz etmektedir.

Modern zaman serisini uygulamak amacıyla elde edilen gözlemlerin bazı etkilerden arındırılması için çeşitli düzeltme yöntemleri kullanılmaktadır. Serinin mevsimlik etki içerip içermemesine göre farklı düzeltme teknikleri uygulanmaktadır. Logaritmik, üssel, Fourier, Box-Jenkins v.b. düzeltme teknikleri mevcuttur. Bunlardan en çok kullanılanı ise üssel düzeltme yöntemidir⁽¹⁾.

Bunların yanında Box ve Jenkins 1976 yılında yayınladıkları "Time Series Analysis: Forecasting and Control"⁽²⁾ adlı yapıtlarında

(1) Halil Kayım, *İstatistiksel Ön Tahmin Yöntemleri*, H.Ü. İ.İ.B.F., Yayın No:11, Ankara, 1985, s.31-48.

(2) George E.P. Box ve Gwilym M. Jenkins, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden-Day Inc., San Francisco, 1976.

zaman serisi analizlerine yeni bir boyut kazandırmışlardır. Kendi adları ile anılan Box-Jenkins modelleri, zaman serisi analizlerinde oldukça önemli bir yer tutar. Uygulamalı araştırmaların göstermiş olduğu sonuçlara göre, Box-Jenkins metodları ile kurulan modeller ve yapılan öngörümlemeler diğer metodlara nazaran daha uygun sonucu vermektedir. Bu nedenle çalışmamızın esas ağırlığını Box-Jenkins modelleri oluşturmaktadır. Araştırmanın amacı, sadece modelleri ortaya koymak değil, şu anda kullanılan diğer modelleri de kısaca tanıtip, uygulama aşamasında bu modellerden hangisinin seçileceği üzerine karar vermeye yardımcı olacak bilgiler vermektir.

Bu çalışmada incelenmeye çalışılan modeller şunlardır:

AR: Otoregresif (AutoRegressive) Modeller,

MA: Hareketli Ortalama (Moving Average) Modeller,

ARMA: Otoregresif Hareketli Ortalama (AutoRegressive Moving Average) Modeller,

ARIMA: Otoregresif İntegre Hareketli Ortalama (AutoRegressive Integrated Moving Average) Modeller,

IMA: İntegre Hareketli Ortalama (Integrated Moving Average) Modeller.

Bu modellerden başka ikinci büyük bir grubu oluşturan Transfer Foksiyon modelleri bu çalışmanın dışında tutulmuştur. Yukarıda sayılan bu modelleri mevsimsel ve mevsimsel olmayan modeller olarak iki kısma ayırıp incelemek de mümkündür.

Box-Jenkins metodolojisine bağlı kalınarak modelleri incelemeye geçmeden önce zaman serisi analizi ile ilgili gerekli açıklamalar yapılmaktasü daha uygun görölmüştür. Bu çalışmada, konu ile ilgili literatürde çoğu yazarların tercih ettikleri Box-Jenkins notasyonu kullanılmaktadır.

2.1. ANALİZLERDE ZAMAN DEĞİŞKENİ

Birbirlerini takip eden gözlemler zamana göre birbirlerine bağımlı olduklarından, serinin üzerine oluşturulacak bir fonksiyonla gelecek gözlemler tahminlenebilir. Zaman serilerinde incelenmesi gereken konuların başında iktisadi zaman serileri gelmektedir. Milli gelirin, üretimin, tüketimin, satışların, ihracatın, ithalatın zamana göre gelişmelerinin incelenmesi gelecek için yapılacak tahminleri daha önemli kılmakla birlikte, meteorolojik, sosyolojik, demografik veya tıp konularında da zaman serisi analizleri yapılabilmektedir. Ayrıca kalite kontrolünde zaman serisi analizlerinden oldukça fazla yararlanılmaktadır.

Ele alınan seri bir çok faktörü içerebilir. Eğer seriye etki eden faktörler arasında zaman unsuru da var ise zamanın haricindeki diğer etkileri elemine ederek o seriye zaman serisi analizi uygulanabilir. Bu durumda zamanın bir fonksiyonu olarak elde edilen seriler zaman serisi analizine tabi tutulabilir ve değişken de zamanın etkisini içerecektir.

Eğer bir zaman serisi kesinlikle tahminlenebiliyorsa buna "Deterministik" zaman serisi adı verilir. Fakat zaman serilerinde esas amaç geçmiş gözlemlerden gelecek değerlerin olasılık kuralları içinde saptanmasıdır. Buna "Stokastik" (tesadüfi) zaman serileri denmektedir⁽¹⁾. Zamana göre iktisadi olayların gelişimi sabit olamayacağı için gelecek ile ilgili gözlemlerde mutlaka yanılma payı olabilecektir. Bu da tahminlerin olasılığa dayanan hata payını içermektedir.

(1) Cristopher Chatfield, *The Analysis of Time Series An Introduction*, Chapman and Hall, London, 1980, s.6.

Zaman serisi analizlerinde kullanılan olasılık modelleri stokastik modeller olarak adlandırılır. Rastgele olaylar, istatistiksel bir kavram olduğundan zaman içerisinde olasılık kurallarına göre oluşurlar. Olasılık modelleri, zamana göre arka arkaya sıralanmış rastlansal değişkenler topluluğu olup modeldeki her bir olayda rastlansal değişkenler için tek bir gözlem vardır ve bu gözlem değeri olasılık kurallarına göre oluşmaktadır. Zaman serilerinde herhangi bir t zamanında kullanılan rastlansal değişkenler için yalnız bir tek gözlem değeri olacaktır fakat incelenen zaman serisinin sonsuz hacimli yığından alınan bir örnekleme olduğu varsayılmaktadır.

Eğer herhangi bir olaya ait ele alınan gözlemler zaman içinde sürekli ise, bu serilere "sürekli zaman serileri" denilmektedir. Bu tip zaman serileri genellikle zaman içinde eşit olmayan aralıklarda alınan gözlemlerden oluşur. Zaman kavramının, sürekli bir değişken ile alınması ancak gözlemlerin aynı aralıklarda alınan ve birbirini takibeden zaman aralıklarından yapılması halinde olur ve sürekli zaman serilerinden sözedilebilir⁽¹⁾.

Ele alınan gözlemler sadece belirli zamanlarda alınıyorsa bu serilere "kesikli zaman serileri" adı verilir. Bu tür seriler genellikle zaman içinde eşit aralıklarda alınan gözlemlerden oluşur. Diğer bir deyişle ele alınan gözlemler zaman içerisinde belirli periyotlara göre belirlenmiş ise ortaya çıkan seri kesikli bir zaman serisini oluşturacaktır. Çoğunlukla uygulamalarda ele alınan zaman serileri, eşit zaman aralıklarında elde edilmiş gözlem setlerinden oluşan zaman serileridir. Örnek olarak günlük, haftalık, aylık, üç aylık, yıllık zaman serileri gibi.

(1) Ateş Vuran, *İstatistik III, Testler-Kalite Kontrolü-Zaman Serileri*, Met/Er Matbaası, İstanbul, 1981, s.223.

2.2. ZAMAN SERİLERİNE ETKİ EDEN FAKTÖRLER

Zamanın bir fonksiyonu olarak elde edilmiş serilere bir çok faktör etki etmektedir. Geleneksel zaman serisi analizinin esası, serilere düzensiz bir görünüm veren hareket ve dalgalanmaların ileri geldikleri nedenleri bulup, bunları ortaya çıkarmaya dayanmaktadır⁽¹⁾. İktisadi olaylarla ilgili gözlemlerin hareketlerini zaman içerisinde incelemek ve varyasyon kaynaklarını belirlemek için yapılan zaman serisi analizlerinde gözlenen hareketler değişik nedenlerden ileri gelmektedir. Hamburg, Chatfield ve daha bir çok yazara göre bu hareketler dört başlık altında toplanabilir⁽²⁾. Bunlar;

- a) Uzun süredeki eğilim (Seculer trend)
- b) Mevsimsel dalgalanmalar (Seasonal variations)
- c) Devirsel (Konjonktürel) dalgalanmalar (Cyclical fluctuations)
- d) Şansa bağlı (Tasadüfi) değişmeler (Irregular movements)

Uzun süreli eğilim; bir zaman serisinin uzun dönemde belirli bir yöne doğru gösterdiği gelişmedir. Bir serinin trendi doğrusal veya eğrisel olabilir, önemli olan trendin istikrarlı oluşudur. Bu tip hareketlerde ele alınan zaman uzunluğu en az 15-20 yıldır.

Mevsimsel dalgalanmalar; bazı malların üretim, satış, tüketim ve fiyatlarında iklime bağlılıktan ötürü mevsimlere göre değişmeler görülmektedir. Örneğin tarımsal ürünlerin fiyatları mevsime göre değişmektedir, yine yolcu taşıma sayıları mevsime bağlı olarak farklı olmaktadır. Bayramlardaki satışların gösterdiği dalgalanmalarda

(1) Bilge Aloba Köksal, *İstatistik Analiz Metodları*, Çağlayan Basımevi, İstanbul, 1985, s.456.

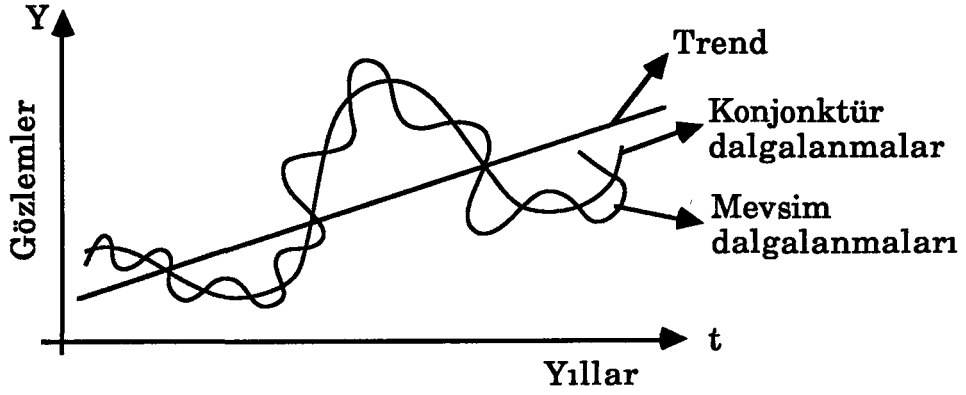
(2) Morris Hamburg, *Statistical Analysis for Decision Making*, Harcourt Brace & World Inc., 1970, s.542-544. ve Christopher Chatfield, a.g.e., s.12-13.

bunu göstermektedir. Belli dönemler içindeki periyodlar inişli çıkışlı yollar izleyebilir. Örneğin bir yıl içerisinde aylık olarak elde edilmiş gözlemler belirli inişler çıkışlar yaparlar. Bu hareketler her yılda ortaya çıkmaktadır ki bunun nedeni de mevsimsel etkinin gözlem üzerindeki varlığındandır. Bu varlık değişik aylık periyotlarda görülebilmektedir.

Devirsel (Konjonktürel) dalgalanmalar; gerçek gözlemler etrafında 3-5 yıl arasında değişimler gösteren dalgalanmalardır. Daha açık bir ifade ile üretim, satışlar, gelirler, yatırımlar gibi iktisadi olaylarda bir süre gelişme (yükselme-refah dönemi) görülür, bu yükselmenin maksimuma çıktığı anda bir iktisadi kriz ortaya çıkar ve düşüş başlar (depresyon dönemi), bu düşüşten bir müddet sonra faaliyetler tekrar canlanmaya başlar ve aynı olaylar tekrarlanır. Bu safhalar 3 ile 5 yıl arasında bir süre içerisinde olabilir ve incelemesi yapılan gözlemleri de etkiler. Zamana göre elde edilmiş olan değerler yükselerek seyrediyor iken konjonktürün de yükselmesi değerlerin artışını hızlandıracaktır. Aksine konjonktürün düşmesi yükselme eğilimini hafifletebilecektir.

Şansa bağlı hareketler; yukarıda sayılan dalgalanmalar haricinde iktisadi olaylara etki edebilecek hareketleri içermektedir. Bunlar, harp, deprem, grev, su baskını, don, dolu, siyasi karışıklıklar, dış ticaret güçlükleri gibi ne zaman nasıl tekrarlanacağı belli olmayan hareketlerdir. Bu hareketler iktisadi değerleri büyük ölçüde etkileyebilmektedir.

Aşağıdaki Şekil (2.1), trend, konjonktür ve mevsim dalgalanmalarını birarada göstermektedir. Uygulamalarda konjonktür dalgalanmalarının şekildeki kadar düzenli olmadığı da bilinmelidir.



Şekil 2.1 Trend, Konjunktür ve Mevsim Dalgalanmaları

Elde edilmiş olan gözlemlerin sahip olduğu eğilimi (trendi) ölçmek için başlıca dört metod kullanılmaktadır⁽¹⁾. Bunlar,

- 1- Elle çizim metodu
- 2- Yarı ortalama metodu
- 3- Hareketli ortalamaya oran metodu
- 4- Trende oran metodu

Bir zaman serisindeki mevsimlik dalgalanmaları ölçmek için en çok kullanılan metodlar şunlardır.

- 1- Basit ortalama metodu
- 2- Zincirleme oran metodu
- 3- Hareketli ortalamaya oran metodu
- 4- Trende oran metodu

Tüm zaman serisi modellerinde zaman bağımsız bir değişken rolünü oynar. Bu durumda zaman serisini zamanın (t) bir fonksiyonu olarak belirtilebilir. Arka arkaya gelen t dönemleri arasında Y değişkenleri bir bağıntı ile şöyle gösterilebilir.

$$Y_t = f(t) + e_t$$

(1) Herbert Arkın ve Raymond R. Colton, Çev: Saim Kendir, *Ekonomi, İşletmecilik, Psikoloji, Eğitim ve Biyolojiye Uygulanan İstatistik Metodları*, Ayyıldız Mat., Ankara, 1968, s.47.

Bu formülde e_t , $f(t)$ fonksiyonuyla açıklanmamış Y_t değerinin bir parçası, diğer bir ifadeyle artık hareketleri temsil etmektedir. Buna şansa bağlı hata da denmektedir ve her gözlem sırasında değişik değerler gösterebilir. Gözlem sayısı ne kadar çok olursa hata değerlerinin toplamalarının ortalaması sıfıra o derece çok yakın olacaktır. Bu duruma göre gözlem sayısı sonsuza yaklaştığında hataların toplamı sıfır olacaktır.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum e_t = 0$$

Zaman serileri incelenirken, serileri oluşturan gözlemlere etki eden faktörlerin nasıl bir bütün oluşturduklarına göre iki model üzerinde durulmaktadır. Bunlardan birincisi toplamsal model, diğeri çarpımsal modeldir⁽¹⁾. Modellerdeki esas amaç mevsimsel etkiyi ortaya koyarak bunun model üzerindeki etkisini eklenebilir yapmaktır. Bu modellere aşağıda kısaca değinilmiştir.

Toplamsal model: Zaman serisi analizinde bileşenlerin incelenmesi sırasında serinin oluşturduğu model

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

şeklinde ise bu model toplamsal model olarak adlandırılır. Bu tür modellerde incelenen dönem ne olursa olsun, mevsim bileşeninin dalga şiddeti veya genişliği sabittir. Uygulamalarda serilerin analizi genellikle trend etrafında beliren düzenli veya düzensiz hareketlerin saptanması esasına dayandığından yapılacak işlemlerde trend bileşeni dışında kalan bileşenler incelenir. Bu durumda toplamsal model,

$$Y_t = C_t + S_t + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

şeklinde ifade edilir. Modellerde yer alan değişkenler aşağıdaki şekilde

(1) Ateş Vuran, a.g.e., s.228-229.

tanımlanmaktadır.

$Y_t = t$ zamanındaki gözlem

$T_t =$ zaman serisinin genel eğilimi (trend)

$C_t =$ konjonktür hareketler

$S_t =$ mevsimlik hareketler

$\varepsilon_t =$ tesadüfi değişmeler, düzensiz hareketler

Çarpımsal Model: Mevsim bileşeninin dalga şiddetinin (bileşenin genişliği) konjonktür hareketiyle birlikte büyüdüğü serilerin oluşturduğu modellerdir. Diğer bir deyişle, bu genişlik zamanla orantılıdır. Çarpımsal modelin üç türü vardır.

$$Y_t = C_t S_t + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

$$Y_t = C_t S_t (1+\varepsilon_t) \quad (2.4)$$

$$Y_t = C_t (1+S_t) (1+\varepsilon_t) \quad (2.5)$$

Yukarıdaki ilk modelde tesadüfi değişkenin dalga şiddeti diğer iki bileşene bağlı değildir. Diğerlerinde bu bağımlılık mevcuttur. İşlemlerde, çarpımsal modelden toplamsal modele geçmek mümkündür. Bunun için ikinci ve üçüncü modellerin logaritmaları alınır. İkinci model,

$$Y_t = C_t S_t (1+\varepsilon_t)$$

$$\log C_t S_t (1+\varepsilon_t) = \log C_t + \log S_t + \log (1+\varepsilon_t)$$

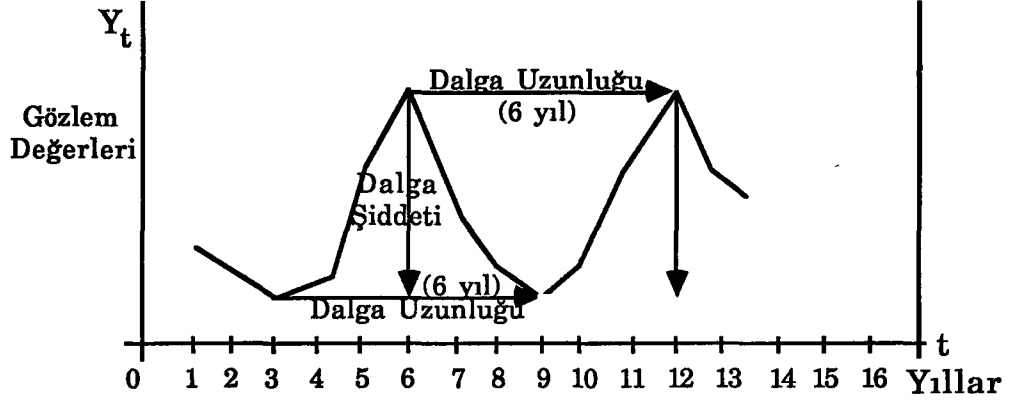
ve üçüncü model,

$$Y_t = C_t (1+S_t) (1+\varepsilon_t)$$

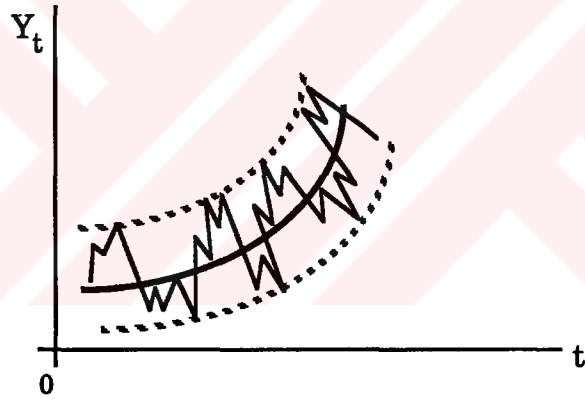
$$\log C_t (1+S_t) (1+\varepsilon_t) = \log C_t + \log (1+S_t) + \log (1+\varepsilon_t)$$

şekline dönüştürülebilmektedir.

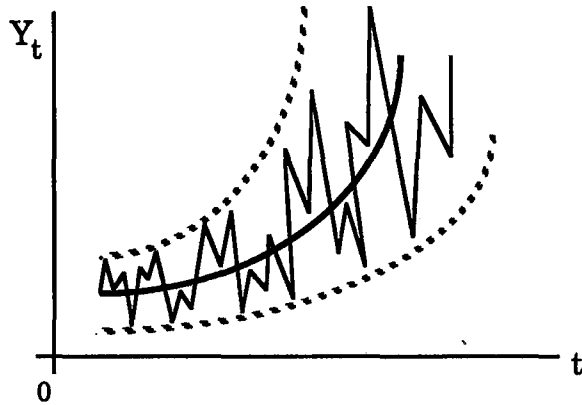
Aşağıda, Şekil (2.2), Şekil (2.3) ve Şekil (2.4)'de verilen açıklamalar ile ilgili grafikler yer almaktadır.



Şekil 2.2 Zaman Serilerinde Dalga Uzunluğu ve Şiddeti



Şekil 2.3 Toplamsal Model



Şekil 2.4 Çarpımsal Model

2.3. BİR ZAMAN SERİSİ ANALİZİNİN BASAMAKLARI

Zaman serisi analizi tanımlama, açıklama, tahmin ve kontrol olmak üzere dört basamakda yapılmaktadır⁽¹⁾. Bu aşamalar aşağıda gösterildiği gibidir.

2.3.1. Zaman Serisinin Tanımlanması

Herhangi bir konu ile ilgili zaman serisi analizi incelenirken ilk yapılacak işlem, elde edilen verilerin zamana karşı grafiklenmesi ve serinin özelliklerini belirlemeye çalışmaktır. Gerekirse çeşitli transformasyonların uygulanıp uygulanmayacağına karar verilir. Gözlem serilerine yapılacak transformasyonlar başlıca üç nedene dayanmaktadır.

2.3.1.1. Varyansı Homojen Yapmak

Elde edilmiş olan gözlemlerin varyansında bir artma veya azalma ortaya çıkıyorsa bu durumda gözlemlerin varyansının homojen olmadığına karar verilebilir. Özellikle standart sapma ortalamadan belirli oranlarda doğrusal değişiyorsa logaritmik transformasyon işleminin uygulanması gerekir. Buna göre varyansın homojen olmadığını anlaşıldığı durumlarda seri için uygun transformasyonlar aranır⁽²⁾.

2.3.1.2. Mevsimsel Etkiyi Eklenebilir Yapmak

Eğer seri mevsimsel etkiyi içeriyorsa, bu etkiyi ortaya koymak gerekir. Uygulamalarda genellikle aşağıda belirtilen üç mevsimsel model kullanılmaktadır.

(1) Cristopher Chatfield, a.g.e., s.7.

(2) Hataların grafiği çizilerek varyansın homojen olup olmadığı anlaşılabilir.

$$X_t = M_t + S_t + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

$$X_t = M_t \cdot S_t + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

$$X_t = M_t \cdot S_t \cdot \varepsilon_t \quad (2.8)$$

yukarıdaki formüllerde belirtilen değişkenler şu anlamları ifade etmektedir.

X_t : t zamanındaki gözlem

M_t : t zamanındaki ortalama

S_t : t zamanındaki mevsimsel etki

ε_t : t zamanındaki şansa bağlı hata

Yukarıdaki (2.6) nolu model tamamen eklenebilir bir model olduğundan herhangi bir transformasyon gerektirmeyebilir. (2.7) nolu model mevsimsel olarak çarpımsal, hata olarak eklemelidir ve bu etkinin ilgili büyüklüğü transformasyonla saptanabilir. (2.8) nolu model ise tamamen çarpımsaldır. Bu durumdaki modele logaritmik bir transformasyon uygun olabilir.

2.3.1.3. Verilerin Normal Dağılımını Saptamak

Zaman serisinde yer alan gözlemleri normal dağılışa yaklaştırmak için yapılan transformasyonlardır.

2.3.2. Zaman Serisinin Açıklanması

Zaman serisinin açıklanması aşamasında, uygun bir zaman serisi modeli kurularak, modelin verilere uyumunun test edilmesi ve varyasyon kaynaklarının açıklanmasına yer verilmektedir.

2.3.3. Zaman Serisinin Tahminlenmesi

Bu aşamada kurulmuş olan modele göre, gelecek gözlemler olasılık kuralları içerisinde tahminlenir. Gelecek ile ilgili tahminlerde

bulunurken tahminin doğruluk derecesini, tahminin gücü gösterecektir. Tahminin gücü kullanılan modelin gerçek modele yakınlık derecesi olarak ifade edilebilir.

2.3.4. Zaman Serisinin Kontrolü

Analizin son aşaması, kurulmuş olan modelin eldeki seriye uyumunun sağlanıp sağlanmadığının kontrol işlemini içerir. Tahmin ile kontrol aşamaları birbirlerine sıkı sıkıya bağlıdır. Yapılan tahminin doğruluğuna kontrol aşamasında karar verilir. Eğer kurulan model ile yapılan tahmin istenilen sonuçları vermiyorsa, geriye dönülerek model gözden geçirilip gerekli işlemler tekrar yapılır.

2.4. ZAMAN SERİSİ MODELLERİNİN SEÇİMİNDE KULLANILAN FONKSİYONLAR

Zaman serisi analizlerinde, elde edilmiş olan gözlem setlerine uygulanacak olan bazı fonksiyonlar, serinin ilişki ve özelliklerini açıklamakta ve kurulacak olan zaman serisi modelinin seçiminde çeşitli bilgiler vermektedir. Bu fonksiyonlar elde edilmiş olan gözlem setlerine uyumu sağlanmaya çalışılan modelin seçiminde açıklayıcı bilgi vererek yardımcı olmaktadır. Daha değişik bir ifade ile, ilerideki kısımlarda açıklanmaya çalışılan zaman serisi modellerinden hangilerinin incelenen seriye uygun olacağı araştırılmaktadır. Bunun için aşağıda açıklanacak olan fonksiyonları kullanarak geçici olarak uygun modele karar verilir. Karar verilen geçici modelin parametrelerinin de belirlenmesi gerekmektedir. Örneğin, ele alınacak modeller arasında AR(p) modelinde p'nin(*), MA(q) modelinde q'nun(*), ARMA(p,q) modelinde p ve q'nun(*), ARIMA(p,d,q) modelinde p, d ve q'nun(*) değerleri ne olmalıdır şeklindeki sorulara yanıt aranmalıdır. Bu gibi sorulara yanıt aranırken ya serinin otokorelasyonu, kısmi otokorelasyonu ve

(*): p: otoregresif model derecesini, q: Hareketli Ortalama model derecesini ve d: fark derecesini belirtmektedir.

bunların fonksiyonlarının analizleri ya da spectrum analizleri kullanılır. Uygulamalarda çoğunlukla otokorelasyon fonksiyonu kullanılarak model açıklanmaya çalışılır. Bu fonksiyonlardan başlıcaları ele alınarak aşağıda açıklanmaktadır.

2.4.1. Otokorelasyon

Zamana göre ardışık olarak elde edilmiş olan gözlem setinde farklı aralıklara sahip gözlemler arasındaki ilişkiyi ölçen katsayıya veya çoklu durumdaki katsayılar vektörüne otokorelasyon adı verilmektedir. Bununla beraber hata terimlerinin birbiri ile ilişkisi olması durumunda da otokorelasyon ifadesi kullanılmaktadır. Otokorelasyon fonksiyonu zaman serisi analizlerinde olası uygun modellerinde ve seçimlerinde kullanılan çok önemli bir analiz aracıdır. Örneğin zaman serisi verileri kullanıldığında t döneminin hata terimi $t-1$ döneminin hata terimi ile ilişkili ise, $E(e_t e_{t-1}) \neq 0$ olur. Bilindiği gibi regresyon analizlerinde $E(e_t e_{t-1}) = 0$ olması yani hataların birbirleriyle bağımlı olmaması beklenir. Aynı durum gözlem değerleri içinde söz konusu olmaktadır. Otokorelasyon fonksiyonu ele alınan veri grubu için uygun modellerin belirlenmesine olanak sağlamaktadır. Zaman serileri analizinde gözlemlerin birbirleri ile ilişkili olması istenen durumdur, yani $E(e_t e_{t-1}) \neq 0$ olmalıdır.

X ve Y iki değişkeni gösterdiği takdirde, n adet gözlem setinin $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_3, Y_3), \dots, (X_n, Y_n)$ şeklindeki gösterimi ile, bu veri grubunun basit korelasyon katsayısını belirten formül aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (2.9)$$

Kesikli bir zaman serisinde $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, n adet gözlem setinde $(X_1, X_2), (X_2, X_3), (X_3, X_4), \dots, (X_{n-1}, X_n)$ den oluşan $n-1$ adet gözlem çifti içinde her çiftte birinci değer ayrı bir değişken, ikinci değer ayrı bir değişken olarak ele alınacak olursa X_t ile X_{t+1} arasındaki korelasyon katsayısı⁽¹⁾

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (X_t - \bar{X}_{(1)}) (X_{t+1} - \bar{X}_{(2)})}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n-1} (X_t - \bar{X}_{(1)})^2 \sum_{t=1}^{n-1} (X_{t+1} - \bar{X}_{(2)})^2}} \quad (2.10)$$

formülü ile gösterilir. Yukarıdaki bu formül (2.9) nolu formül ile karşılaştırıldığında benzerlik açıkça görülmektedir. Yukarıda yer alan değişkenler,

$$\bar{X}_{(1)} = \sum_{t=1}^{n-1} X_t / (n-1) \quad (2.11)$$

birinci $(n-1)$ gözlemin ortalaması,

$$\bar{X}_{(2)} = \sum_{t=2}^{n-1} X_t / (n-1) \quad (2.12)$$

sonuncu $(n-1)$ gözlemin ortalamasıdır. Bunlar formülde yerlerine konulursa,

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} [X_t - \sum_{t=1}^{n-1} X_t / (n-1)] [X_{t+1} - \sum_{t=2}^n X_t / (n-1)]}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n-1} \left[X_t - \sum_{t=1}^{n-1} X_t / (n-1) \right]^2 \sum_{t=1}^{n-1} \left[X_{t+1} - \sum_{t=2}^n X_t / (n-1) \right]^2}} \quad (2.13)$$

(1) Cristopher Chatfield a.g.e., s.23.

elde edilir, bu katsayı birbirini takip eden gözlemler arasındaki korelasyonu vermektedir. Aynı zamanda bu katsayı otokorelasyon katsayısı veya seri korelasyon katsayısı olarak da kullanılır. Benzer şekilde aralarında k gibi bir uzaklığa sahip olan gözlemler arasındaki korelasyonu hesaplamak için

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} [X_t - \sum_{t=1}^{n-k} X_t / (n-k)] [X_{t+k} - \sum_{t=k+1}^n X_t / (n-k)]}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n-k} \left[X_t - \sum_{t=1}^{n-k} X_t / (n-k) \right]^2 \sum_{t=1}^{n-k} \left[X_{t+k} - \sum_{t=k+1}^n X_t / (n-k) \right]^2}} \quad (2.14)$$

formülü kullanılabilir. Burada r_k , k gecikmeli örneklemeden tahmin edilen otokorelasyon katsayısını göstermektedir. O halde otokorelasyonu, ardışık zamanlardaki gözlemlerin birbirinden bağımsız olmamaları durumu olarak da tanımlayabiliriz.

Otokorelasyon katsayıları uygulamalarda çoğunlukla otokovaryans katsayılarından hesaplanır. k gecikmeli otokovaryans katsayısı

$$C_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X}) \quad (2.15)$$

'dir. Bu durumda k gecikmeli otokorelasyon katsayısı

$$r_k = C_k / C_0 \quad m < n \text{ ve } k=1,2,3,\dots,m \text{ için} \quad (2.16)$$

olarak hesaplanır. Bazı yazarlar otokovaryans katsayısı için

$$C_k = \frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X}) \quad (2.17)$$

formülünü de kullanırlar ki büyük n değerleri için her iki otokovaryans katsayısı formülü arasındaki fark çok küçüktür.

2.4.1.1. Otokorelasyonun Nedenleri

Otokorelasyonun ortaya çıkmasında çeşitli nedenler rol oynamaktadır. Regresyon da otokorelasyonun olmaması istenirken, zaman serilerinde özellikle otokorelasyonun olması aranır. Otokorelasyonun var oluş nedenleri regresyon açısından ele alındığında, zaman serisi analizi için ters yorumlar konuyu açıklamaktadır. Bu nedenleri aşağıda kısaca ele almaya çalışacağız⁽¹⁾.

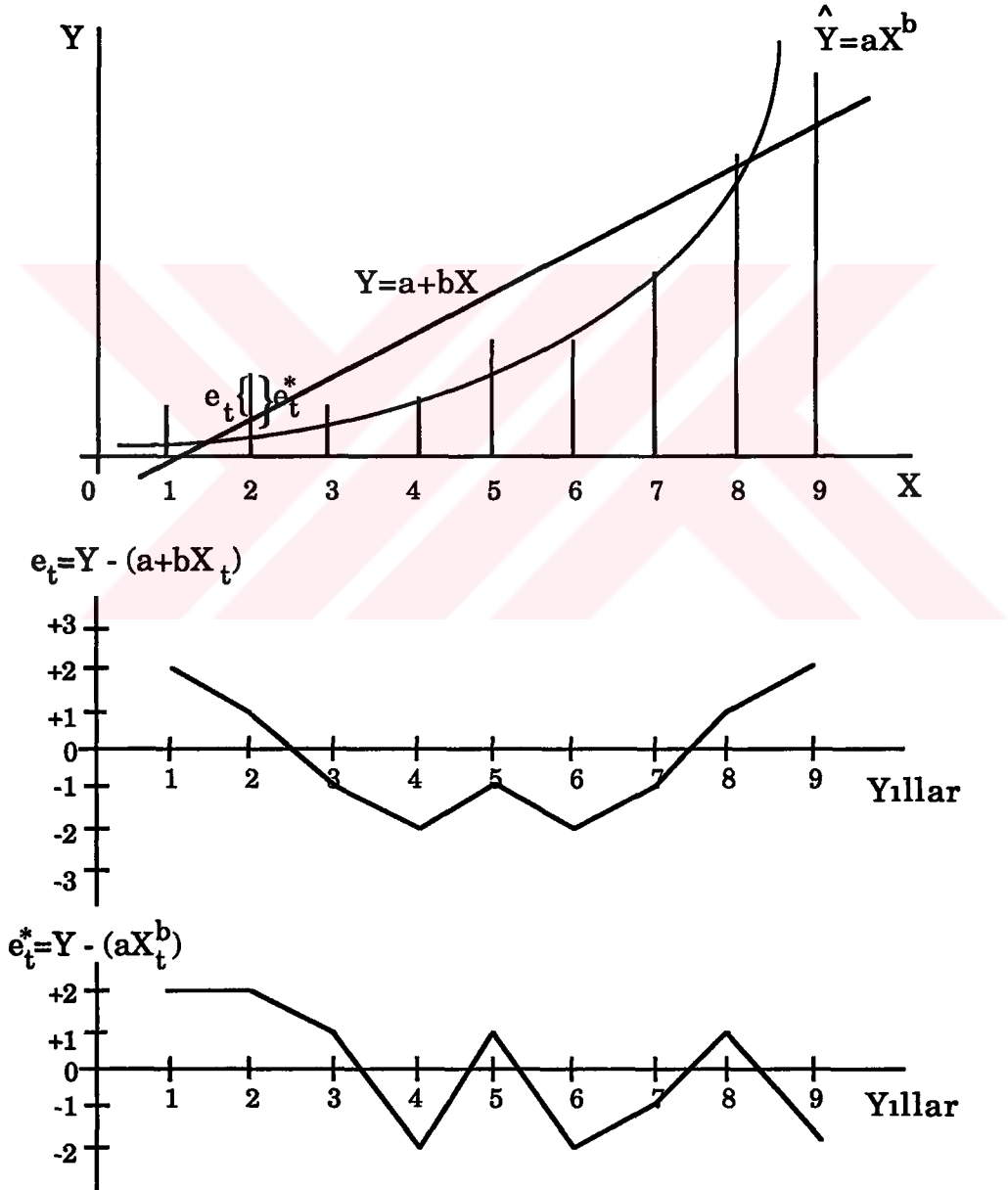
- a) Değişkenler arasında ilişkiyi belirleyen matematiksel kalıbın yanlış seçilmiş olması.

Modeli belirleyen kalıp yanlış oluşturulduğunda örnek vermek gerekirse, $Y=f(X)$ için uygun matematiksel kalıp çift-logaritmik fonksiyon ise ve biz doğrusal bir kalıp kullanmışsak otokorelasyon durumu ortaya çıkabilir. Hata terimleri grafiği bize, otokorelasyon olup olmadığı hakkında fikir verebilir. Hata terimleri grafikte belirli bir düzen, ilişki ortaya koyuyorsa bu durumda gözlemler arasında otokorelasyon olması beklenir; belirli bir görünüm yerine rasgele bir görünüm ortaya koyuyorsa otokorelasyon olmayacak ve böylece kurulan modelde $E(\epsilon_i \epsilon_j)=0$ olacaktır ki bu da istenen durum değildir.

Konuyu daha iyi açıklayabilmek için (2.5) nolu şekilde belirtilen grafikleri ele alalım. Birinci grafikte gözlemler grafik üzerinde işaretlenmiş ve bu gözlemlere istinaden bulunmuş $Y=a+bX$ doğrusal fonksiyonu ile $Y=aX^b$ fonksiyonu aynı grafik üzerine çizilmiştir. İkinci grafik gerçek gözlemlerin doğrusal fonksiyona olan farklarından ileri gelen hata terimlerini göstermektedir ki burada belirli bir ilişkiyi ortaya koyduğunu yani otokorelasyonun var olduğunu söyleyebiliriz. Buna karşılık üçüncü grafik gerçek gözlemler ile $Y=aX^b$ fonksiyonuna

(1) Tümay Ertek, *Ekonometriye Giriş*, Başnur Matbaası, Ankara, 1984, s.184.

olan uzaklığından doğan hata terimlerini gösterir. Bu grafikte hata terimleri rasgele bir görünüm ortaya koymaktadır. Görüldüğü gibi herhangi bir ilişki için en uygun matematiksel kalıbın seçiminde otokorelasyon açıklayıcı bir rol oynamaktadır. Sonuçta, regresyon açısından uygun model $Y=aX^b$ iken zaman serisi için $Y=a+bX$ fonksiyonu uygun olmaktadır.



Şekil 2.5 Otokorelasyonun Varlığının Bulunması

b) Bazı açıklayıcı değişkenlerin ilişkiye dahil edilmemiş olması.

Açıklayıcı değişkenler ilişkiye ayrı bir değişken olarak dahil edilmemiş ise hata teriminin içerisinde yer alacaktır. Bu durumda değişkenler aynı yönlerde belirli bir etki yaratacak şekilde hareket ediyorsa bu durum kendisini hata terimlerinde ortaya çıkaracak ve böylece hata terimleri de aralarında bağlantılı olacaktır.

c) Açıklanan değişkende ölçme hatasının bulunması.

Eğer açıklanan değişkende ölçme hataları hep aynı yönde geliyorsa hata terimlerinin gelişimide aynı yönde bir görüntü oluşturacaktır. Ölçme hatası bütün gözlemler için sabit kaldığı takdirde, ortaya çıkacak görüntüde hata terimleri etkilenmeyecektir.

2.4.1.2. Otokorelasyonun Genel Özellikleri

Otokorelasyon fonksiyonunun genel özellikleri şu şekilde açıklanabilir.

Stokastik bir süreç olan $X(t)$ 'nin varyansı σ^2 ve ortalaması μ kabul edilirse, otokorelasyon fonksiyonu $\rho(\gamma)$ ve otokovaryans fonksiyonu $\gamma(\gamma)$ ile gösterilmektedir. Her iki fonksiyon arasında şu şekilde bir ilişki vardır.

$$\rho(\gamma) = \gamma(\gamma) / \gamma(0) = \gamma(\gamma) / \sigma^2$$

Burada $\rho(0) = 1$ alınır. Bununla birlikte aşağıdaki dengeler de geçerlidir.

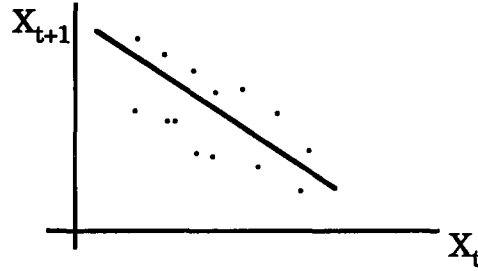
$$\rho(\gamma) = \rho(-\gamma)$$

$$|\rho(\gamma)| \leq 1$$

aynı otokovaryans fonksiyonunda yalnızca bir mümkün normal süreç vardır, buna karşın aynı otokorelasyon fonksiyonuna sahip normal ol-

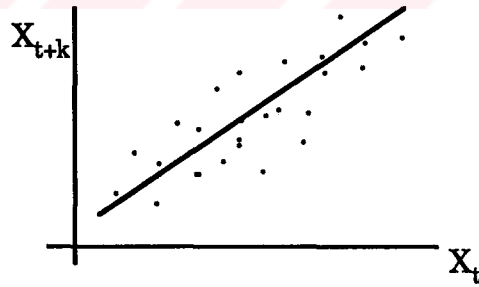
mayan bir çok süreç bulmak mümkündür.

Aynı aralıklara sahip t_1, t_1, \dots, t_n zamanlarında alınacak gözlemlerin birleşik olasılık dağılımı $P(X_{t_1}, X_{t_2})$ dir. Yorumu ise aşağıdaki grafik ile yapılabilir. Grafikte gecikme değeri $k=1$ alındığında, X_{t+1} 'e karşı X_t ele alınarak çizilmiştir.



Şekil 2.6 t ve t+1 Anındaki Serinin Grafiği

Şekilde negatif bir eğilim olduğu görülmektedir. Aynı zamanda negatif bir korelasyonun var olduğu da söylenebilir. Aşağıdaki şekil (2.7)'de yer alan grafik gecikme değeri $k=k$ alındığındaki eğilimi göstermektedir.



Şekil 2.7 t ve t+k Anındaki Serinin Grafiği

Yukarıdaki şekil t anındaki gözlem seti ile t+k anındaki gözlemlerin pozitif eğilimli olduğunu ve aynı zamanda da pozitif bir korelasyonun söz konusu olduğunu göstermektedir.

Teorik kovaryans,

$$\gamma_k = \text{cov}[X_t, X_{t+k}] = E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)] \quad (2.18)$$

olarak yazılır ve k gecikmeli (lag k) kovaryans olarak adlandırılır. Aynı şekilde k gecikmeli teorik otokorelasyon ise⁽¹⁾,

$$\rho_k = \frac{E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E(X_t - \mu)^2 E(X_{t+k} - \mu)^2}} \quad (2.19)$$

$$= \frac{E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)]}{\sigma_x^2} \quad (2.20)$$

şeklindedir. Burada $\sigma_x^2 = \gamma_0$ olarak alınmaktadır. Otokorelasyon tahminlerinin varyansı ise

$$\text{Var}(r_k) \cong \frac{1}{n} \sum_{v=-\infty}^{\infty} (\rho_v^2 + \rho_{v+k}^2 \rho_{v-k}^2 - 4\rho_k \rho_v \rho_{v-k} + 2\rho_v^2 \rho_k^2) \quad (2.21)$$

dır ve $\rho_k = \phi^{|k|}$ olduğundan ($-1 < \phi < +1$ ise)

$$\text{Var}(r_k) \cong \frac{1}{n} \left[\frac{(1+\phi^2)(1-\phi^{2k})}{1-\phi^2} - 2k\phi^{2k} \right] \quad (2.22)$$

olur. Bu bilgiler ışığı altında otokovaryans matrisi

$$\Gamma_n = \begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \cdots & \gamma_{n-1} \\ \gamma_1 & \gamma_0 & \cdots & \gamma_{n-2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{n-1} & \gamma_{n-2} & \cdots & \gamma_0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.28.

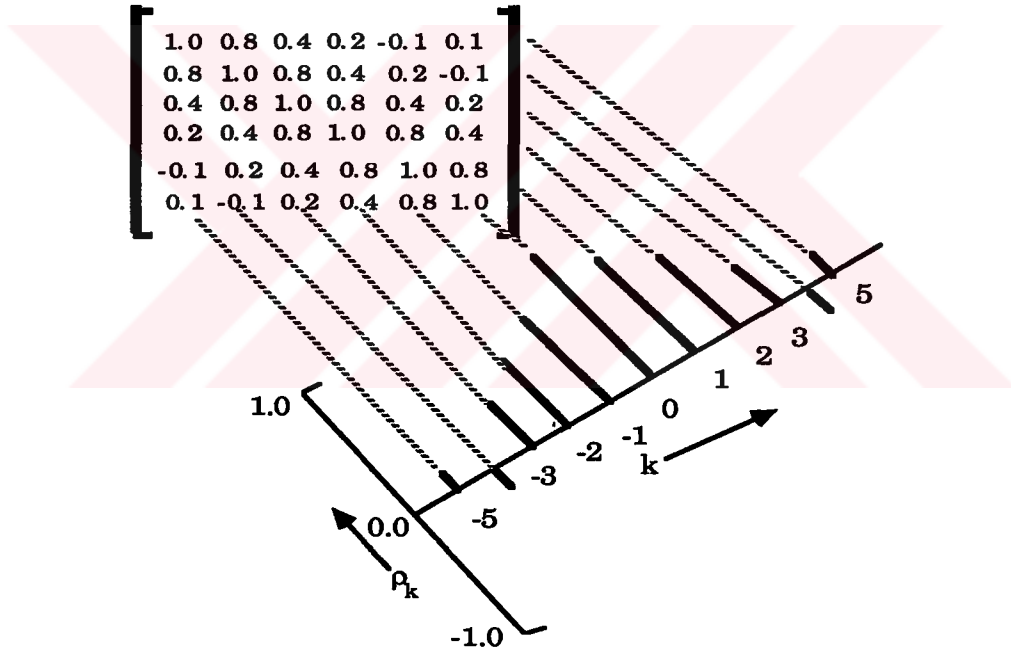
ve otokorelasyon matrisi

$$P_n = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{n-1} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n-1} & \rho_{n-2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

şeklinde oluşturulur. Bu matrisler arasında

$$\Gamma_n = \sigma_x^2 P_n \quad (2.25)$$

bağıntısı mevcuttur. Ayrıca tanımlanabilecek olan otokorelasyon fonksiyonu aşağıdaki gibi bir örnek grafikte gösterilebilir.



Şekil 2.8 Otokorelasyon Fonksiyonunun Grafik Gösterimi⁽¹⁾

Benzer şekilde oluşturulabilecek olan otokovaryans fonksiyonunun yorumu da zaman serisi analizlerinde en çok kullanılan araçlardan biridir.

(1) Kaynak; Box-Jenkins, a.g.e., s.31.

2.4.1.3. Otokorelasyonun Örnekleme Dağılımı

İncelenecek zaman serisinin içerisinde alınan örneklerin, otokorelasyonun tüm dağılım hakkında fikir vermesi amacıyla incelemeler yapılır. Kuramsal olarak sonsuz hacimli bir yığından gelen ve rastlantısal dağılımlı bir serinin tüm otokorelasyonları sıfıra yakındır⁽¹⁾. Bu sonsuz hacimli yığından değişik hacimlerde örnekler alınıp ve her bir örneklemenin çeşitli gecikmelerdeki otokorelasyonları hesaplanıp aritmetik ortalamaları alındığında, örnekleme ortalama değerlerinin sıfıra yakın olduğu görülür. Değişik örneklerin otokorelasyon değerleri (r_k) yığın otokorelasyonu (ρ_k) etrafında bir örnekleme dağılımı meydana getirirler. Rastlantısal bir serinin otokorelasyon katsayılarının örnekleme dağılımları normal dağılım yaklaşım yöntemi ile elde edilirler ve sıfır ortalamalı, $1/\sqrt{n}$ standart hatalıdır.

Dağılım hakkında ortaya konan bu bilgiler hipotezlerin kurulmasına, F ve t testlerinde olduğu gibi hipotezlerin test edilmesine imkan sağlarlar. Bu dağılım aynı zamanda r_k 'nin, k gecikmesindeki otokorelasyon değeri sıfır olan bir yığından gelip gelmediğinin test edilmesinde de kullanılır. Eğer çeşitli gecikmeler için örneklemeden hesaplanan $\pm Z_{\alpha, 1/\sqrt{n}}$ aralıkları içerisinde ise otokorelasyon değerlerinin sıfır olduğu ve serinin rastlantısal olduğuna karar verilir. Örnekleme dağılımları araştırmacıya bir çeşit rehberlik ettiği için zaman serisi analizlerinde önemli bir yer tutar. Örnek vermek istenirse, örneklemedeki hangi ilişkinin şans eseri ortaya çıktığını ve hangi ilişkinin önemli olduğunu ve önem derecesini gösterir. Örnekleme otokorelasyon değerleri şans değişkenlerinden dolayı kuramsal olarak beklenen değer olan sıfırdan az bir farklılık gösterebilir. **Zaman serisi analizlerindeki başarı**, otokorelasyon fonksiyonlarının yorumlan-

(1) Halil Kayım, a.g.e., s.77-78.

masına ve seride görülen şekillerin rastlantısallıktan ayırt edilmesine bağlıdır.

2.4.1.4. Otokorelasyon Analizi

Önceden belirtildiği gibi, otokorelasyon zaman serisi analizlerinde önemli bir yer tutmaktadır ve anlam olarak korelasyonla aynıdır. Korelasyon iki değişken arasındaki ilişkinin yönünü ve derecesini göstermekte olup katsayı ± 1 arasında bir değer almaktadır. Otokorelasyon ise aynı değişkenin değerleriyle çeşitli gecikme değerleri arasındaki ilişkiyi inceler ve katsayı değeri ± 1 arasında değişmektedir.

Gözlem setlerine uygun bir model bulunup öngörü yapıldıktan sonra öngörüm hatalarının otokorelasyonları hesaplanarak bunların rastlantısal olup olmadıkları incelenir⁽¹⁾. Hata değerlerini tek tek inceleyerek bir karara varmak mümkünse de, hata değerleri yerine otokorelasyonlarının incelenmesi daha büyük yararlar sağlamaktadır. Örneğin, hata otokorelasyon fonksiyonu belirli bir kalıp gösteriyorsa hataların rastlantısal dağılmadığını ifade eder ki böylelikle kullanılan öngörü yönteminin seri için uygun olmadığına karar verilir.

Otokorelasyon analizleri serinin durgun olup olmadığını gösterir. Eğer incelenen zaman serisi durağan ise bu seri için hesaplanan otokorelasyon değerleri bir kaç gecikmeden sonra sifıra doğru yaklaşacaktır. Buna karşın durağan olmayan zaman serisinin çeşitli gecikmelerdeki otokorelasyon değerleri bir çok gecikmelerde anlamlı olarak sıfırdan farklıdır.

Grafiksel olarak durağan olmayan zaman serisinin otokorelasyon fonksiyonu gecikmeler büyüdükçe soldan sağ aşağıya doğru giden

(1) Halil Kayım, a.g.e., s.78.

bir trend gösterirler. Böyle bir trendin ortaya çıkması, bir birini izleyen gözlem değerlerinin yüksek derecede ilişkili olduğunu gösterir. Eğer zaman serisi rastlantısal dağılımlı ve sapmalar söz konusu değilse durağan olmayan zaman serisinin otokorelasyon fonksiyonu bir doğru çizgi görünümündedir. Eğer seride bir takım sapmalar var ise otokorelasyon fonksiyonu bir doğru boyunca sapmalar gösterir. Durağan olmayan serilerde birinci, ikinci, üçüncü ve hatta yüksek gecikmelerde otokorelasyon değerleri sıfıra doğru düşme göstermezler. Bu durum, seride yalnız trendin değil, daha başka şekillerinde bulunabileceğini gösterir. Durağan olmayan bir serinin durağan hale çevrilmesi zorunludur. Eğer seride bir trend var ise serinin çeşitli derecelerdeki farkları alınıp trend yok edilerek seri durağan hale dönüştürülür.

Durağan olmayan bir seriyi durağan hale dönüştürme için ilk önce serinin birinci dereceden farkları alınır ve bu fark serisinin otokorelasyonları incelenir. Eğer otokorelasyon değerleri bir veya ikinci gecikmeden sonra hızlıca sıfıra doğru düşüyorlarsa veya anlamlı şekilde sıfırdan farklı değilse birinci farklardan kurulu serinin durağan olduğuna karar verilir. Aksi halde, eğer birinci dereceden fark serisinin otokorelasyonları ikinci veya üçüncü gecikmeden sonra sıfıra düşmüyorsa, seride durağanlığa ulaşılmadığını gösterir. Bu durumda ya birinci dereceden fark serisinin tekrar farkı veya o jinal serinin ikinci dereceden farklarının alınması gerekmektedir.

Bu açıklamalardan sonra, eğer incelenecek zaman serisi için hiç bir bilgi yok ise ve ilk kez kullanılıyorsa yapılacak ilk iş serinin çeşitli gecikmelerdeki otokorelasyonlarını hesaplamak gerekecektir denebilir. Otokorelasyon belirli bir şekil gösteriyorsa veya diğer bir alternatif olarak birinci veya ikinci gecikmeden sonraki otokorelasyon değerleri sıfıra doğru düşüş göstermiyorlarsa serinin durağan olmadığına karar verilir. Bu durumda seriyi yukarıda açıklandığı gibi

durağan hale dönüştürülmelidir. Bunun için serinin birinci, ikinci ve daha üst dereceden farkları alınarak her bir serinin otokorelasyonları incelenir. Uygulamalarda, birinci, ikinci ve çok nadiren üçüncü dereceden farklar seriyi durağan hale çevirmeye yetmektedir.

2.4.1.5. Otokorelasyon Testleri

Gözlemlerde veya hata terimlerinde otokorelasyon olup olmadığını anlamak için geliştirilmiş bazı testler vardır. Bunlar içerisinde en önemlileri Durbin-Watson ve Von-Neumann testleridir. Bu çalışmada iki test ele alınıp açıklanmaktadır. Regresyonun kendi gecikmeli değerleri ile veya zamana karşı grafiklenmesi ile incelemeleri yapılan otokorelasyon, hem model parametrelerinin ilk tahminin hem de model için yapılacak varsayımların gerçekleşip gerçekleşmediğini test etmek amacı ile kullanılır⁽¹⁾.

a) Durbin-Watson Testi

Durbin ve Watson tarafından ortaya konmuş olan bu test istatistiği büyük örnekler için geçerli olabildiği gibi küçük örnekler için de geçerli olmaktadır.

Hipotezlerde kullanılacak Durbin-Watson test istatistiği,

$$d^* = \frac{\sum_{t=2}^n (X_t - X_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n X_t^2} \quad (2.26)$$

(1) Koutsoyiannis, *Theory of Econometrics*, Macmillian, London, 1973, s.205-211. ve Levent Şenyay, a.g.e., s.14.

şeklinde yazılabileceği gibi hatalar arasındaki korelasyonun testi içinde aşağıdaki formül kullanılmaktadır.

$$d^* = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \quad (2.27)$$

d^* katsayısı ile korelasyon katsayısı (r) arasında yakın bir ilişki vardır. Yukarıdaki açılım devam ettirildiğinde $\sum_{t=1}^n e_t^2 \cong \sum_{t=2}^n e_t^2 \cong \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2$

gibi eşit olduğu varsayıldığında, sonuç olarak $d^* = 2 - 2r \cong 2(1-r)$ ilişkisi görülür(1).

Elde edilen bu değere göre testin yorumu; d^* 'ın deneysel örnek değeri ile $(n-k)$ serbestlik dereceli teorik değerlerinin karşılaştırılmasına dayanır. Burada n gözlem sayısını, k ise modeldeki toplam parametre sayısını göstermektedir. Elde edilen d^* istatistiği, Durbin-Watson tarafından hazırlanan tablodaki elde edilecek değerlerle karşılaştırılır. Tabloda, n ve k 'ya göre elde edilecek alt (d_L) ve üst (d_U) sınır değerleri bulunur. Bulunan d^* değerine bağlı olarak pozitif veya negatif otokorelasyonun varlığına göre iki testten biri yapılır.

Eğer $d^* \leq 2$ ise pozitif otokorelasyon testi, $d^* > 2$ ise negatif otokorelasyon testi yapılmaktadır.

Bu durumda korelasyon katsayısı ile ilgili bir yorum da şu şekilde yapılabilir;

(1) Ahmet Kılıçbay, *Ekonometrinin Temelleri*, İstanbul Ün. İkt.Fak. Yayını No:512, İstanbul, 1986, s.170. ve Tümay Ertek, a.g.e., s.186.

$d^* \cong 2(1-r)$ den

$r = +1$ ise $d^* \cong 0$ olur bu da pozitif otokorelasyonu gösterir,

$r = 0$ ise $d^* \cong 2$ olur bu durumda otokorelasyon yoktur,

$r = -1$ ise $d^* \cong 4$ olur bu da pozitif otokorelasyonu gösterir.

Otokorelasyon için yapılacak testte,

$H_0: \rho = 0$ otokorelasyonun olmadığı hipotezine karşın

$H_a: \rho \neq 0$ otokorelasyonun varlığı alternatif hipotezi test edilir.

Pozitif ve negatif otokorelasyonu ayrı ayrı incelemek gerekirse,

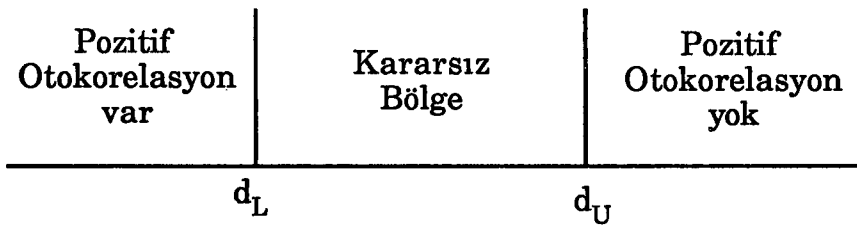
i) Pozitif Otokorelasyon Testi

$\rho > 0$ durumunda yapılan testtir.

Eğer $d^* \leq d_L$ ise pozitif otokorelasyon vardır Bu durumda H_0 hipotezi red edilir yani $\rho \neq 0$ 'dır.

Eğer $d^* \geq d_U$ ise pozitif otokorelasyon yoktur ve H_0 hipotezi kabul edilir yani $\rho = 0$ 'dır.

Eğer $d_L < d^* < d_U$ ise pozitif otokorelasyonun olup olmadığı hakkında bir şey söylenemez ve buna kararsız durum adı verilir. Pozitif otokorelasyon şematik olarak Şekil (2.9)'da gösterilmektedir.



Şekil 2.9 Durbin-Watson Pozitif Otokorelasyon Şeması

ii) Negatif Otokorelasyon Testi

$\rho < 0$ durumunda yapılan otokorelasyon testidir.

Eğer $4-d^* \leq d_L$ veya $d^* \geq 4-d_L$ ise negatif otokorelasyon vardır, H_0 hipotezi red edilir ve $\rho \neq 0$ 'dır.

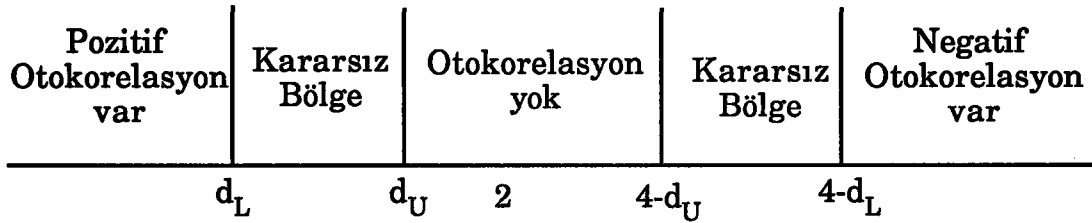
Eğer $4-d^* \geq d_U$ veya $d^* \leq 4-d_U$ ise negatif otokorelasyon yoktur ve H_0 hipotezi kabul edilir ve $\rho = 0$ 'dır.

Eğer $d_L < 4-d^* < d_U$ den $4-d^* < d^* < 4-d_L$ ise otokorelasyonun olup olmadığı hakkında bir şey söylenemez ve yine kararsız durum olarak adlandırılır. Negatif otokorelasyon şematik olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Şekil 2.10 Durbin-Watson Negatif Otokorelasyon Şeması

Her iki teste ait değerlerin bir arada gösterimiyle Durbin-Watson test istatistiğinin genel şeması şu şekilde olur.



Şekil 2.11 Durbin-Watson Genel Otokorelasyon Şeması

b) Von-Neumann Testi

Otokorelasyonun testi için $n < 15$ durumunda geçerli olan Von-Neumann testi için gerekli v oran formülü

$$v = \frac{\delta^2}{S_x^2} = \frac{\sum_{t=2}^n (X_t - X_{t-1})^2 / (n'-1)}{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2 / n'} \quad (2.28)$$

olarak kullanılır. Formülde yer alan $n' = n - k$ dır. Aynı formül hatalar arasındaki korelasyonun testi için de şu şekilde yazılabilir.

$$v = \frac{\delta^2}{S_e^2} = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2 / (n-1)}{\sum_{t=1}^n (e_t - \bar{e})^2 / n} = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2 / (n-1)}{\sum_{t=1}^n e_t^2 / n} \quad (2.29)$$

Büyük örneklerde (2.29) nolu formülde n' veya n kullanılması büyük bir değişikliğe neden olmaz. Formüllerdeki değişkenlerin anlamları şöyledir,

δ^2 = ilk farkların varyansı

S_x^2 = gözlem setinin varyansı

S_e^2 = hataların varyansı

Von-Neumann v oranı, Durbin-Watson d istatistiğinin pay ve paydasının serbestlik derecesine bölünmüş şeklidir. Yani

$$v = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \cdot \frac{n'}{n'-1} = d \left(\frac{n'}{n'-1} \right) \quad (2.30)$$

veya

$$v = \frac{\delta^2}{S_e^2} \left(\frac{n-1}{n} \right) = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \quad (2.31)$$

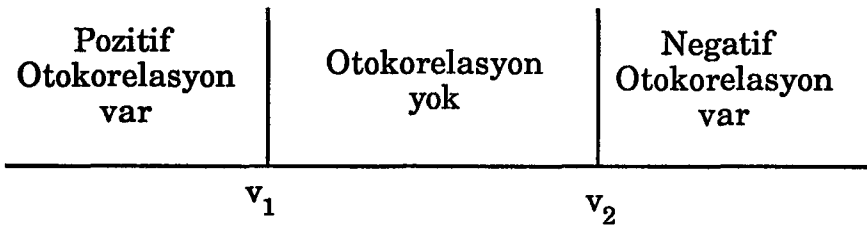
şeklinde bir birleriyle ilişkileri söz konusudur. Bu durumda ikisinden biri bulunduğu takdirde diğerini bulmak kolaylaşır.

Durbin-Watson testinde, teste ilişkin tablo kullanılırken, v oranı testinde de Von-Neumann v oranı tablosu kullanılmaktadır. Bu tablo, farklı önemlilik derecelerine ve değişik örnek hacimlerine göre pozitif ve negatif otokorelasyon sınır değerlerini vermektedir. Tabloda bulunacak olan v_1 pozitif otokorelasyon sınır değerini, v_2 negatif otokorelasyon sınır değerini göstermektedir. Eğer;

$v < v_1$ ise pozitif otokorelasyon var

$v < v_2$ ise negatif otokorelasyon var

$v_1 < v < v_2$ ise otokorelasyonun olmadığına karar verilir. Von-Neumann testi de aşağıdaki gibi şematize edilebilir.



Şekil 2.12 Von-Neumann v Oranı Testinin Şeması

2.4.2. Kısmi Otokorelasyon

Zaman serisini açıklamaya yarayan fonksiyonlardan bir diğeri de kısmi otokorelasyon fonksiyonudur. Bu fonksiyon geçici olarak belirlenen olası uygun öngörü modellerinin p ve q gibi parametrelerinin ne olması gerektiğini ortaya koymaktadır. Kısmi otokorelasyon katsayısının kullanılması özellikle otoregresif modeller için büyük önem taşımaktadır. Bunu açıklayabilmek için de otoregresif modeller hakkında bilgi sahibi olmak gerekir. Bu nedenle burada sadece otokorelasyon analizleri içerisinde kısmi otokorelasyon fonksiyonunun parametre tahminlerinde kullanılabileceğini belirtip esas formülasyonlu açıklamaları otoregresif modeller anlatılırken verilmektedir.

2.4.3. Korelogram

Otokorelasyon katsayıları olan r_k ile gecikme değerleri olan lag- k 'nın karşılıklı olarak işaretlendiği grafiklere korelogram adı verilir. Amaç otokorelasyon katsayıları setinin açıklanmasına yardımcı olmaktır. Korelogram vasıtasıyla kurulacak olan modelin parametresinin tespit edilmesi mümkün olabilmektedir. Grafikselleştirimler, otokorelasyon fonksiyonunun belirli bir şekilde sahip olup olmadığını gösterir. Otokorelasyon katsayılar setinin açıklanması kolay değildir. Chatfield korelogramın açıklanması ile ilgili aşağıdaki önerileri sunmaktadır⁽¹⁾.

2.4.3.1. Rastgele Seriler

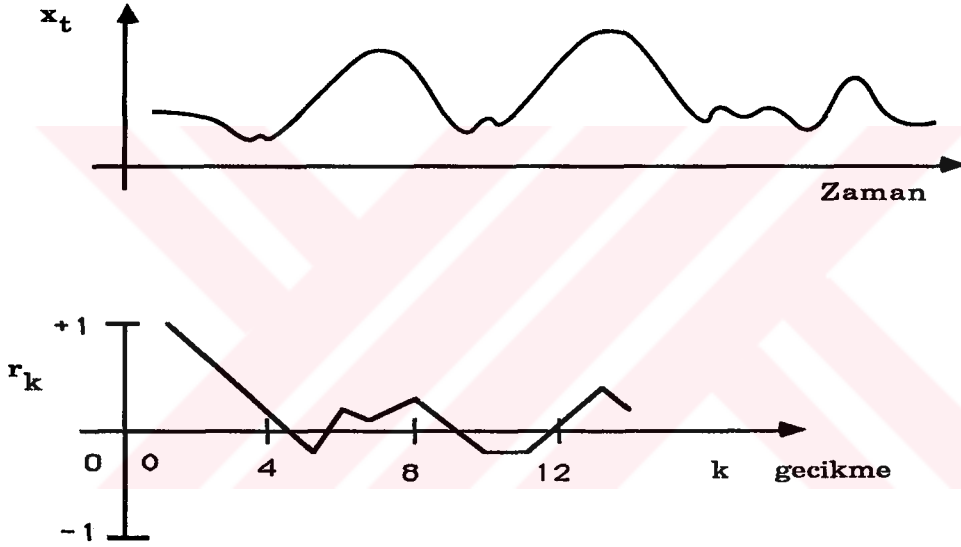
Zaman serisi, tamamen şansa bağlı ise büyük n gözlemlerinde k 'nın sıfır olmayan tüm değerleri için $r_k \cong 0$ dır. Çünkü bir tesadüfi zaman serisinde r_k yaklaşık olarak $N(0,1/n)$ dağılışı gösterir. Bir zaman

(1) Christopher Chatfield, a.g.e., s.25-28.

serisi şansa bağlı ise k 'nın 20'den büyük olması durumunda, r_k değerlerinin $\pm 2/\sqrt{n}$ arasında olması beklenir.

2.4.3.2. Kısa Dönemde Korelasyon

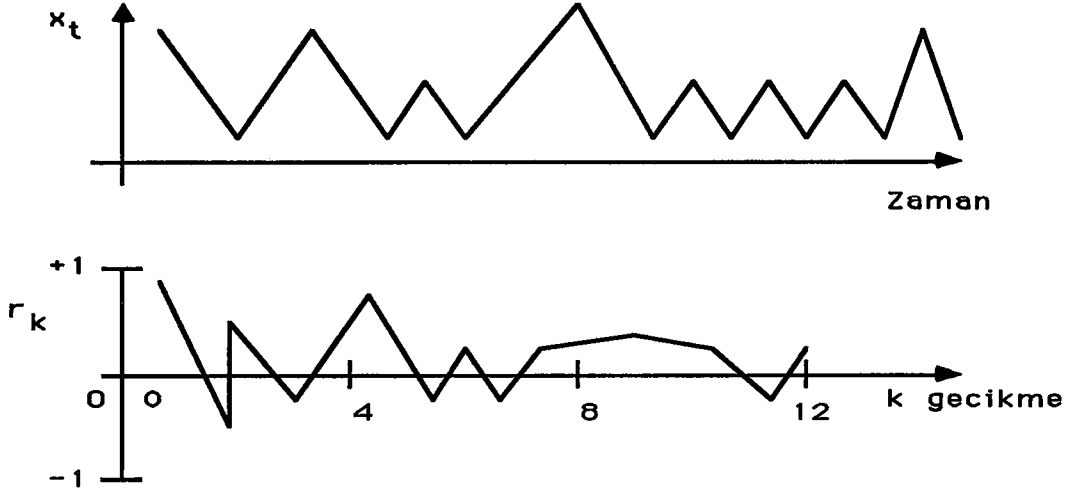
Durgun serilerde çoğunlukla kısa süreli korelasyon r_1 sıfırdan farklı bir değer alır ve r_2, r_3 katsayıları gittikçe küçülür ve büyük gecikmeli değerler için r_k değerleri sıfıra yaklaşmış olacaktır. Aşağıda bu tip korelogramlara örnek verilmektedir.



Şekil 2.13 Kısa Dönemde Korelasyonlu Zaman Serisi ve Korelogramı

2.4.3.3. Sırayla Değişen Seriler

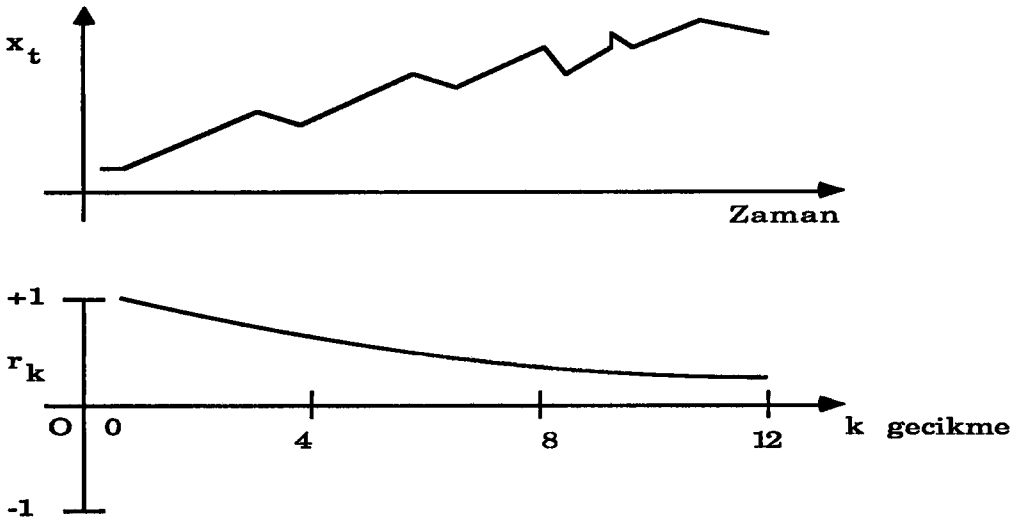
Eğer ard arda gelen gözlemler, zaman içinde sırayla değişen bir eğilime sahip ise, korelogram da sırayla değişen bir eğilime sahip olur. r_1 'in değeri negatif olabilir buna karşın r_2 'nin değeri de pozitif olabileceği gibi gözlemlerde 2 gecikme ile aynı yönde ortalamaya doğru yaklaşacaktır. Sırayla değişen zaman serisiyle birlikte kendisinin korelogramı Şekil (2.14)'de verilmiştir.



Şekil 2.14 Sırayla Değişen Seri ve Korelogramı

2.4.3.4. Durgun Olmayan Seriler

Basit otokorelasyon fonksiyonu r_k sadece durgun zaman serilerinde hesaplanmalıdır, çünkü her eğim r_k hesaplanmadan önce değiştirilmelidir. Zaman serisi eğer bir eğilimi içeriyorsa, otokorelasyon değerleri r_k 'lar sifıra yaklaşmaktadır. Durgun olmayan seriler ve korelogramı ile ilgili örnek Şekil (2.15)' de verilmektedir.



Şekil 2.15 Durgun Olmayan Seriler ve Korelogramı

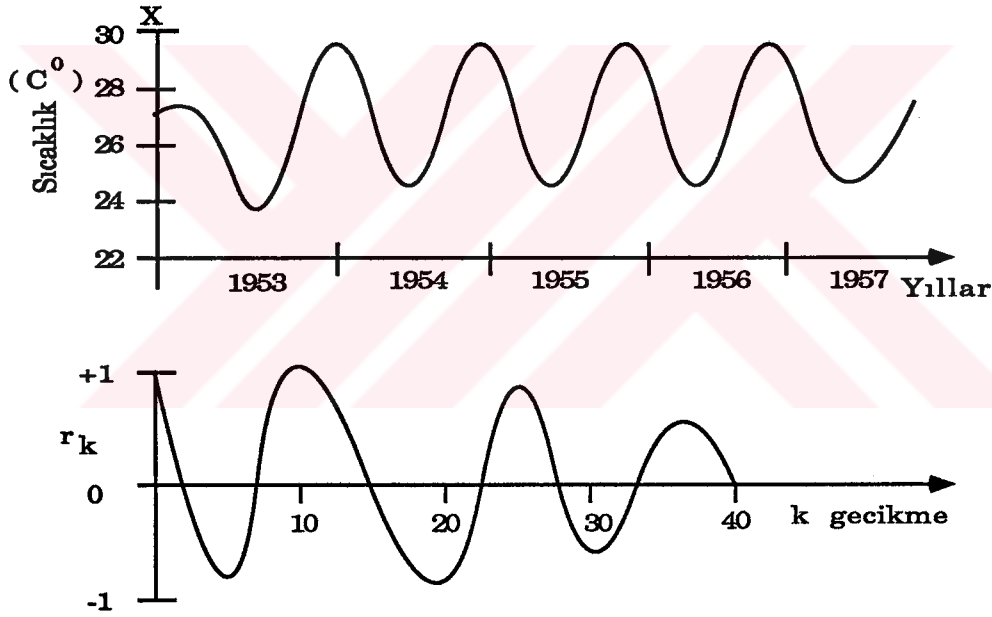
2.4.3.5. Mevsimsel Dalgalanmalar

Zaman serisi eğer bir mevsimsel dalgalanma içeriyorsa, korelogramında da aynı tür tekrarlayan salının görülebilir. Özellikle X_t sinüzoidal bir kalıp içeriyorsa r_k da aynı kalıbı içerecektir. Örneğin,

$$X_t = a \cos tw \quad 0 < w < \pi$$

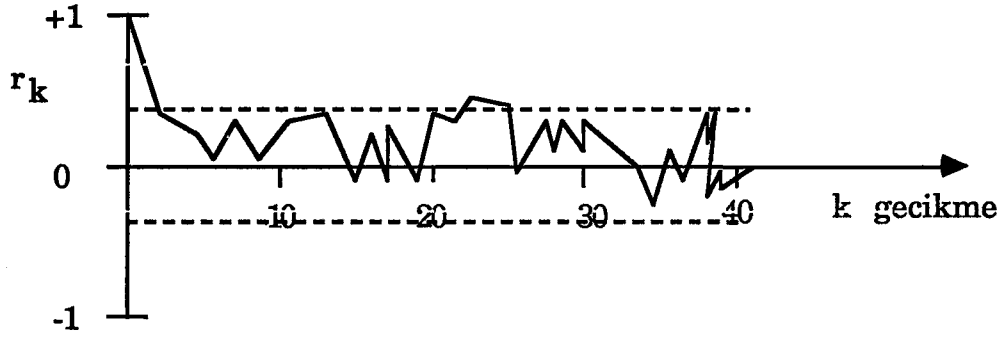
$$r_k \cong \cos kw \quad n\text{'in büyük değerleri için}$$

Şekil (2.16)'da verilen örnek aylık hava sıcaklıklarına göre elde edilmiş zaman serisini ve onun korelogramını göstermektedir.



Şekil 2.16 Ham Verilerle Mevsimsel Seri ve Korelogramı

Eğer mevsimsel olarak elde edilmiş gözlemlerden, mevsimsel değişimler kaldırılabilirse korelogram kullanılabilir bilgiler sağlayabilecektir. Yukarıdaki örnekte mevsimsel dalgalanmalar düzgün sinüzoidal bir korelogram oluşturmaktadır. Şekil (2.17)'de mevsimsel düzeltmesi yapılmış serinin korelogramı yer almakta ve aynı zamanda korelogramın güven aralıkları da gösterilmektedir.



Şekil 2.17 Mevsimlik Düzeltmesi Yapılmış Serinin Korelogramı ve Güven Aralıkları

2.4.4. Kros Kovaryans

X ve Y serilerinin aralarındaki kros kovaryans şöyle hesaplanabilir,

$$C_{xy}(k) = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(Y_{t+k} - \bar{Y}) & k = 0, 1, 2, \dots \\ \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n+k} (Y_t - \bar{Y})(X_{t+k} - \bar{X}) & k = 0, -1, -2, \dots \end{cases} \quad (2.32)$$

Burada $C_{xy}(k)$, $\gamma_{xy}(k)$ 'nin tahminidir.

\bar{X} , X serisinin ortalaması,

\bar{Y} , Y serisinin ortalamasıdır.

2.4.5. Kros Korelasyon

Kros korelasyon, kros kovaryans fomülünden elde edilen değerlerin aşağıdaki formülde yerine konulması ile bulunur.

$$r_{xy}(k) = \frac{C_{xy}(k)}{S_x S_y} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.33)$$

Bu formülde

$r_{xy}(k)$, $\rho_{xy}(k)$ 'nin tahminidir.

S_x , σ_x 'nin tahmini ve $S_x = \sqrt{C_{xx}(0)}$

S_y , σ_y 'nin tahmini ve $S_y = \sqrt{C_{yy}(0)}$

Eğer $X_t = Y_t$ durumu geçerli ise

$$\rho_{xx}(v) = \rho_{yy}(v) = \rho_{xy}(v) = \rho_{xy}(-v) \quad (2.34)$$

olur. Başka bir şekilde v gecikmeli korelasyon katsayısını aşağıdaki formül de vermektedir(1).

$$\hat{\rho}_{xy}(v) = \begin{cases} \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(Y_{t+v} - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2 \sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}} & v = 0, 1, 2, \dots, n-1 \\ \hat{\rho}_{yx}(-v) & v = -(n-1), \dots, 0. \end{cases} \quad (2.35)$$

(1) H. Joseph Newton, a.g.e., s.7.

2.4.6. Kros Korelogram

$k=-m, \dots, m$ şeklindeki k 'nin $\hat{\rho}_{xy}(v)$ ile karşılıklı işaretlendiği grafiklere X ve Y'nin kros korelogramı adı verilir.

2.4.7. Kısmi Korelogram

İkiden fazla değişkenin analize dahil edilmesi durumunda basit korelasyon katsayısı yerine kısmi korelasyon katsayısı kullanılmaktadır. Çünkü herhangi bir değişkenin başka bir değişkene etkisi diğer değişkenler sabitken ölçülebilmekte ve çoklu analizlerde değişkenler arası korelasyon orataya konmaktadır.

Y, Z ve X değişkenlerinin yer aldığı bir analiz yapılırsa, değişkenler arasındaki korelasyonun bulunması istediğinde Y'nin X ile korelasyonu (Z sabitken) ve Z'nin X ile korelasyonu (Y sabitken) yani e_y ve e_x elde edilebilir. Bunların gecikmeli kısmi korelasyon katsayıları $e_{y1}, e_{y2}, \dots, e_{yn}$ ve $e_{x1}, e_{x2}, \dots, e_{xn}$ olarak elde edilir. v gecikmeli kısmi otokorelasyon katsayıları $x(t)$ ve $x(t+v)$ verilerinden hareketle elde edilir ve böylelikle elde edilen kısmi otokorelasyon katsayılarının v gecikme değerlerine karşılık gelerek işaretlendiği grafiklere kısmi korelogram adı verilmektedir. Kısmi korelasyon uygulamalarda (2.36)'deki formül ile kullanılmaktadır.

$$r_{y,x|z} = \frac{r_{yx} - (r_{yz})(r_{xz})}{\sqrt{(1-r_{yz}^2)(1-r_{xz}^2)}} \text{ ve } r_{y,z|x} = \frac{r_{yz} - (r_{yx})(r_{xz})}{\sqrt{(1-r_{yx}^2)(1-r_{xz}^2)}} \quad (2.36)$$

Formüllerdeki değişkenlerin anlamları aşağıdaki gibidir;

$r_{y,x|z}$: Z sabit tutulduğunda Y ile X arasındaki ilişkinin derecesini

$r_{y,z|x}$: X sabit tutulduğunda Y ile Z arasındaki ilişkinin derecesini

r_{yx} : Y ile X arasındaki basit korelasyon katsayısı

r_{yz} : Y ile Z arasındaki basit korelasyon katsayısı

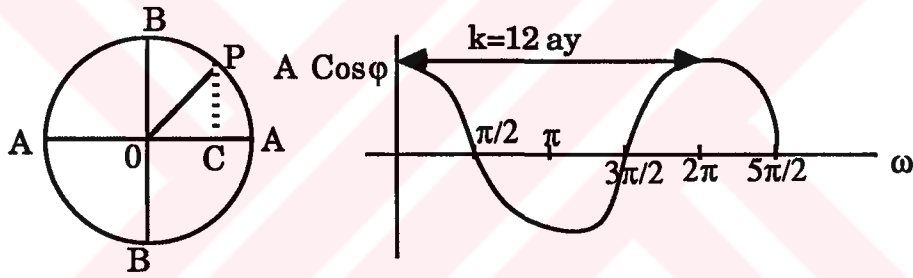
r_{xz} : X ile Z arasındaki basit korelasyon katsayısını ifade eder.

2.4.8. Periodogram

Zaman serisi analizlerinde kullanılan yöntemlerden biri de periodogramdır. Fourier serilerinden yararlanılarak frekansların farkı ile sinüs ve kosinüs ağırlıklarına dayandırılan varsayımlar üzerine incelemeler yapılmaktadır⁽¹⁾.

Vuran periodogramı, "periyodik zaman serilerinde k periyodunun her bir değeri için hesaplanan sapmalarla teşkil edilen diyagramlar" olarak tanımlamaktadır⁽²⁾.

Fourier'in ortaya koyduğu periyodik fonksiyonlar Şekil 2.18'de görüldüğü gibi bir takım sinüzoidal dalgalanmalara ayrılırlar.



Şekil 2.18 Periyodik Dalgalanmalar

Şekilde yer alan;

k periyod, dalgalanmanın tekrarlandığı zaman aralığı (gün, hafta, ay, yıl gibi),

A dalga şiddeti, dalgalanmanın maksimumlarda aldığı değerler,

π faz ise zaman birimlerinin sıfıra eşit olduğu aralıklardır.

Soldaki şekilde OP vektörü tam bir devir tamamladığı takdirde 2π radyanlık bir açı yapmış olur ve 2π radyanlık bir açıyı belirlemek

(1) Levent Şenyay, a.g.e., s.22. ve Ahmet A. Karadeniz, *Yüksek Matematik*, Cilt 2, Çağlayan Basımevi, İstanbul 1980, s.75-99.

(2) Ateş Vuran, a.g.e., s.246.

için k zaman birimi gerekmektedir. Bu durumda bir zaman biriminde meydana gelen açı $w=2\pi/k$ radyan olur (w dalgalanmanın açı frekansıdır). Sonuçta k periyodunun $g_k(x)$ sinüzoidal fonksiyonu şöyledir,

$$g_k(x) = a \cos(2\pi x/k) + b \sin(2\pi x/k) \quad (x \in -\infty, \infty) \quad (2.37)$$

Bu formülle her bir dalgalanma sinüs ve kosinüs gibi iki dikey bileşene ayrılmış olmaktadır ve sinüs ve kosinüsün periyodu 2π 'dir⁽¹⁾.

Fourier dönüşümünde $X(1), X(2), \dots, X(n)$ değerlerinin $Z(1), Z(2), \dots, Z(n)$ kompleks sayılara dönüşümü şu şekilde olur.

$$\begin{aligned} Z(k) &= \sum_{t=1}^n X(t) e^{2\pi i(t-1)w_k} \\ &= \sum_{t=1}^n X(t) \cos 2\pi (t-1)w_k + i \sum_{t=1}^n X(t) \sin 2\pi (t-1)w_k \end{aligned} \quad (2.38)$$

formülde $w_k = (k-1)/n$ ve $k=1, 2, \dots, n$.

$C_k^2 = |Z(k)|^2 / n^2$ olarak tanımlanırsa

$X(1), X(2), \dots, X(n)$ zaman serileri veri seti için

$$C_k^2 = \frac{1}{n^2} \left| \sum_{t=1}^n X(t) e^{2\pi i(t-1)w_k} \right|^2 \quad k=1, 2, \dots, [n/2]+1 \quad (2.39)$$

olarak yazılabilir. C_k^2 'nin w_k değerlerine karşı işaretlendiği grafiklere X 'in periodogramı adı verilmektedir.

(1) H. Joseph Newton, a.g.e., s.12-15. ve Ateş Vuran, a.g.e., s.248.

Periodoramın hesaplanması, Box ve Jenkins tarafından $n=2q+1$ tek gözlem seti alınarak Fourier serileri modelinin uyumuyla şu şekilde gösterilmektedir,

$$X_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q (\alpha_i c_{it} + \beta_i s_{it}) + e_t \quad (2.40)$$

modeldeki

$$c_{it} = \cos 2\pi f_i t \quad (2.41)$$

$$s_{it} = \sin 2\pi f_i t$$

$$f_i = i/n$$

kabul edilerek α_0 , α_i ve β_i katsayılarının en küçük kareler tahminleri şu şekilde bulunur.

$$\alpha_0 \text{'in tahmini } a_0 = \bar{X} \quad (2.42)$$

$$\alpha_i \text{'nin tahmini } a_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n X_t c_{it} \quad i=1,2,\dots,q \quad (2.43)$$

$$\beta_i \text{'nin tahmini } b_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n X_t s_{it} \quad i=1,2,\dots,q \quad (2.44)$$

Bu tahminlerden periodogram fonksiyonu⁽¹⁾

$$I(f_i) = n/2 (a_i^2 + b_i^2) \quad i=1,2,\dots,q \quad (2.45)$$

olur. Eğer n çift ise yani $n=2q$ ise $i=1, 2, \dots, q-1$ için tahminler aşağıdaki gibi olacaktır.

$$a_q = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (-1)^t X_t \quad (2.46)$$

$$b_q = 0 \quad (2.47)$$

iken periodogram fonksiyonu şöyle olacaktır.

$$I(f_q) = n a_q^2 \quad (2.48)$$

2.4.9. Varyans Analizi

$$X_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \cos 2\pi f_i t + \sum_{i=1}^q \beta_i \sin 2\pi f_i t + e_t \quad (2.49)$$

$f_i = i/n$ ve $i=1,2,\dots,q$ için Fourier modelini veren formülde n tek sayılı gözlemleri için uyum sağlandığında varyans analizi $(n-1)/2$ serbestlik dereceli bileşen çiftine ayrılabilir⁽¹⁾. Bu bileşen çiftleri (a_1, b_1) , (a_2, b_2) , ..., (a_q, b_q) çiftleridir. Bunların frekansları da $1/n, 2/n, \dots, q/n$ olur. Bu durumda periodogram fonksiyonu

$$I(f_i) = (n/2) (a_i^2 + b_i^2) \quad i=1,2, \dots, q \quad (2.50)$$

$f_i = i/n$ frekansı ile (a_i, b_i) katsayı çiftlerinin basit kareler toplamı olduğu görülmektedir. O halde aşağıdaki gibi bir eşitlik yazılabilir.

$$\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^q I(f_i) \quad (2.51)$$

n gözlem sayısı çift ise $(n-2)/2$ çift serbestlik derecesi vardır ve a_q katsayıları ile ilgili tek serbestlik derecesi söz konusudur.

Zaman serisi tamamen şansa bağlı ise sistematik sinüzoidal bileşen içermez ve formül şöyle yazılabilir.

$$X_t = \alpha_0 + e_t \quad (2.52)$$

Buradaki modelde sabit ortalamalı, e 'ler bağımsız sıfır ortalamalı σ^2 varyanslı normal dağılış gösterir. Bu durumda periodogram fonksiyonu $I(f_i)$ 'nin her bileşeni $2\sigma^2$ beklenen değerli $\sigma^2 \chi_{(2)}^2$ dağılışı gösterir. Eğer

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.39.

seri, F dönem açılı, A genişlikte, f_1 frekansı ile sistematik sinüzoidal komponent içeriyorsa model şu şekilde olacaktır.

$$X_t = \alpha_0 + \alpha \cos(2\pi f_1 t) + \beta \sin(2\pi f_1 t) + e_t \quad (2.53)$$

Formülde $i=1,2, \dots, q$, $f_i=1/n$ ve $n=2q+1$ 'dir. Ayrıca $\alpha = A \sin F$ ve $\beta = A \cos F$ olarak kabul edilirse, $I(f_1)$ kareler toplamı,

$$2\sigma^2 + n(\alpha^2 + \beta^2) / 2 = 2\sigma^2 + nA^2 / 2 \quad (2.54)$$

beklenen değeri olacaktır. Bu açıklamalar ışığında Box ve Jenkins aşağıdaki gibi bir varyans analiz tablosu oluşturarak gerekli testleri yapma imkanı sağlamaktadır⁽¹⁾.

i	f_1	Period	$I(f_1)$	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması
1	f_1	n	.	.	.
2	f_2	$n/2$.	.	.
.
q	f_q	n/q	.	.	.
Toplam		

Şekil 2.19 Varyans Analiz Tablosu

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.39.

2.4.10. Spectrum

Periodogram fonksiyonu,

$$I(f_i) = (n/2) (a_i^2 + b_i^2) \quad i=1,2,\dots,q$$

olarak tanımlanmış iken f 'nin 0 ile $1/2$ arasında sürekli değiştiği durumlarda $I(f)$ periodogramı aşağıdaki şekle dönüşür⁽¹⁾.

$$I(f) = (n/2) (a_f^2 + b_f^2) \quad 0 \leq f \leq 1/2 \quad (2.55)$$

Burada $I(f)$ periodograma benzemekte ve örnek spectrumu olarak tanımlanmaktadır. Örnek spectrumu $I(f)$ ile otokovaryans katsayısı tahmini c_k arasında önemli bir ilişki bulunduğu aşağıdaki fonksiyonda görülmektedir. Burdaki, örnek spectrumunun otokovaryans fonksiyonunun tahmininin Fourier kosinüs transformasyonudur.

$$I(f) = 2 \left\{ c_0 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} c_k \cos 2\pi f k \right\} \quad 0 \leq f \leq 1/2 \quad (2.56)$$

$I(f)$ spectrumunun n için beklenen değeri

$$E [I(f)] = 2 \left\{ E [c_0] + 2 \sum_{k=1}^{n-1} E [c_k] \cos 2\pi f k \right\} \quad (2.57)$$

'dir. Büyük n değerleri için otokovaryans katsayısı c_k 'nin tahminin beklenen değeri olan teorik otokovaryans γ_k 'ye yaklaşır, bu durum aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E(c_k) = \gamma_k \quad (2.58)$$

n sonsuza giderken $P(f)$ kuvvet spectrumunu göstermek üzere formülasyon şu şekilde yazılabilir.

(1) Levent Şenyay, a.g.e., s. 25.

$$P(f) = \lim_{n \rightarrow \infty} E [I(f)] = 2 \left\{ \gamma_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \cos 2\pi f k \right\} \quad 0 \leq f \leq 1/2 \quad (2.59)$$

Burdan

$$\begin{aligned} |P(f)| &\leq 2 \left\{ |\gamma_0| + 2 \sum_{k=1}^{\infty} |\gamma_k| |\cos 2\pi f k| \right\} \\ &= 2 \left\{ |\gamma_0| + 2 \sum_{k=1}^{\infty} |\gamma_k| \right\} \end{aligned} \quad (2.60)$$

Yukarıda elde edilen kuvvet spectrumu otokovaryans fonksiyonunun Fourier kosinüs transformasyonudur.

$P(f)$ 'nin 0 ile 1/2 arasındaki X 'in varyansı şu şekilde yazılabilir,

$$\gamma_0 = \sigma_x^2 = \int_0^{1/2} P(f) df \quad (2.61)$$

Sonuçta şöyle bir karşılaştırma yapılabilir: Periodogramı gösteren $I(f)$, serinin varyansının nasıl değiştiğini gösterirken; spectrumu gösteren $P(f)$ ise stokastik sürecin varyansının sürekli frekans aralığı içinde dağılışının şeklini ifade etmektedir. Spectrum fonksiyonunun grafikte gösterimine spectrogram denilmektedir.

Fonksiyonların grafiklenmesi şu şekilde olmaktadır; (a^2+b^2) 'ye karşı k/n 'in grafiklenmesi spectrogramı, (a^2+b^2) 'ye karşı n/k 'nın grafiklenmesi ise periodogramı göstermektedir. Buradaki a ve b için minimizasyon fonksiyonu aşağıdaki şekilde olur,

$$\sum_{t=1}^n \left[X_t - \left(a \cos \frac{2\pi k}{n} t + b \sin \frac{2\pi k}{n} t \right) \right]^2 \quad (2.62)$$

Aşağıdaki şekilde kısaltmalar yapılırsa

$$R_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad (2.63)$$

$$\hat{\theta}_k = \arctan \frac{b_k}{a_k} \quad (2.64)$$

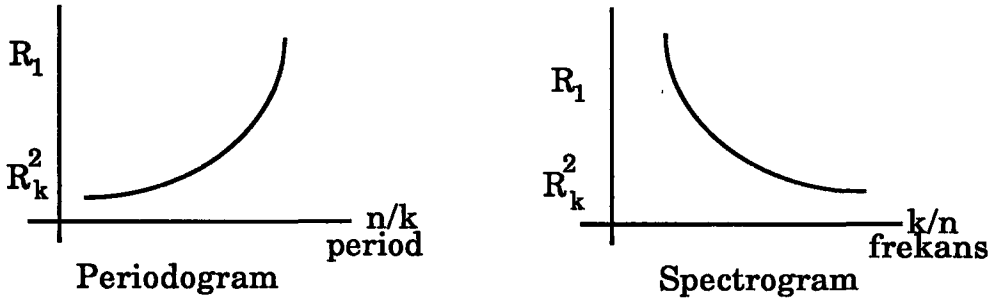
R ve θ 'nın minimizasyonu

$$\sum_{t=1}^n \left[X_t - \left(R \cos \frac{2\pi k}{n} t - \theta \right) \right]^2 \quad (2.65)$$

şeklinde olur ve kareler toplamının minimum değeri

$$\sum_{t=1}^n X_t^2 - \frac{1}{2} n (a_k^2 + b_k^2) = \sum_{t=1}^n X_t^2 - \frac{1}{2} TR_k^2 \quad (2.66)$$

olmaktadır. Periodogram ve spectrogram arasındaki ilişkiyi Şenyay şu şekilde bir grafikte göstermektedir.



Şekil 2.20 Periodogram ve Spectrogram

2.4.11. Matematiksel Operatörler

Gözlem setini gösteren X_t verildiğinde ve e_t ortalaması sıfır varyansı σ_e^2 olan normal dağılım gösterdiğinde genel doğrusal modeli aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\begin{aligned} x_t &= e_t + \psi_1 e_{t-1} + \psi_2 e_{t-2} + \psi_3 e_{t-3} + \dots \\ &= e_t + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j e_{t-j} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Formüldeki ortalamadan sapma değerlerini yani $x_t = X_t - \mu$ 'yu belirtmektedir. μ ise tüm gözlemlerin ortalamasını belirtir. e_t şans değişkeninin yukarıda belirtilen varsayımlarını formüle edilirse,

$$E(e_t) = 0 \text{ ve}$$

$$\text{Var}(e_t) = \sigma_e^2$$

şeklindedir. e_t şans değişkeninin otokovaryansı ve otokorelasyonu⁽¹⁾,

$$\psi_t = E(e_t e_{t+k}) = \begin{cases} \sigma^2 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases} \quad (2.68)$$

$$r_t = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k=1 \end{cases}$$

şeklinde olur.

Aynı modeli x_t 'nin geçmiş değerleri ile olan otoregresyonundan yararlanarak da aşağıdaki şekilde yazmak mümkündür.

$$x_t = \pi_1 x_{t-1} + \pi_2 x_{t-2} + \pi_3 x_{t-3} + \dots + e_t \quad (2.69)$$

Bu formüllerdeki π ve ψ ağırlıkları arasındaki ilişki aşağıda gösterilecek olan operatörler vasıtasıyla ortaya konabilecektir. Bunlardan birisi B ile gösterilen (Backward shift operator) geri kaydırma operatörüdür ve şu şekilde tanımlanır,

$$BX_t = X_{t-1}, B^2X_t = X_{t-2}, \dots, B^jX_t = X_{t-j} \quad (2.70)$$

Diğeri ise F ile gösterilen (Forward shift operator) öteleme operatörüdür.

$$FX_t = X_{t+1}, F^2X_t = X_{t+2}, \dots, F^jX_t = X_{t+j} \quad (2.71)$$

Her iki operatör arasında $F = B^{-1}$ ilişkisi vardır ve yukarıdaki operatörler göz önüne alınarak θ parametresi ile model,

$$\begin{aligned} x_t &= e_t - \theta e_{t-1} \\ &= (1-\theta B) e_t \end{aligned} \quad (2.72)$$

şeklini alır Formülde $\psi_1 = -\theta$ ve $\psi_j = 0$ ($j > 1$ dir).

Aynı formül şu şekilde de gösterilebilmektedir,

$$(1-\theta B)^{-1} x_t = e_t \quad (2.73)$$

Eğer $|\theta| < 1$ ise

$$(1 + \theta B + \theta B^2 + \dots) x_t = e_t$$

ve buradan

$$x_t = -\theta x_{t-1} - \theta^2 x_{t-2} - \theta^3 x_{t-3} \dots + e_t \quad (2.74)$$

olarak ele alınırsa modelde $\pi_j = -\theta^j$ dir. Modelin genel gösterimi

$$x_t = \left[1 + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j B^j \right] e_t \quad (2.75)$$

$\psi_0 = 1$ kabul edilerek , $\psi(B)$ aşağıdaki gibi ele alınmıştır,

$$\psi(B) = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j B^j = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j \quad (2.76)$$

ve model

$$\mathbf{x}_t = \psi(B) \mathbf{e}_t \quad (2.77)$$

şeklinde yazılır. Benzer yaklaşımlardan hareketle,

$$\left[1 - \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j B^j \right] \mathbf{x}_t = \mathbf{e}_t \quad (2.78)$$

iken $\pi(B)$ 'de aşağıdaki gibi yazılırsa,

$$\pi(B) = \left[1 - \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j B^j \right] \quad (2.79)$$

$$\pi(B) \mathbf{x}_t = \mathbf{e}_t \quad (2.80)$$

olur.

Bütün bu açıklamalardan yararlanılarak aşağıdaki eşitlikler yazılabilir;

$$\psi(B)\pi(B)\mathbf{x}_t = \psi(B)\mathbf{e}_t = \mathbf{x}_t \quad (2.81)$$

$$\psi(B)\pi(B) = 1 \quad (2.82)$$

$$\pi(B) = \psi(B)^{-1} \quad (2.83)$$

olarak ifade edilebilir. Bunlardan başka ∇ ile gösterilen fark operatörü (Backward difference operator) de zaman serisi analizlerinde oldukça sık kullanılmaktadır.

$$\nabla \mathbf{x}_t = \mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t-1} = (1-B)\mathbf{x}_t \quad (2.84)$$

veya kısaca

$$\nabla = 1 - B \quad (2.85)$$

olarak yazılabilir.

Bu bölüm içerisindeki analizler, zaman serisi analizi aşamalarından ilk safhayı oluşturmaktadır. Zamanın bir fonksiyonu olan herhangi bir seriye etki eden uzun süreli eğilim (trend), mevsimsel dalgalanmalar, konjonktürel dalgalanmalar ve şansa bağlı değişimler ortaya çıkarak zamanın etkisi araştırılır. Zaman serisi analizine tabi tutulacak seri ele alındığında yapılması gereken analiz basamakları, zaman serisinin tanımlanması, açıklanması, tahminlenmesi ve kontrolünden oluşmaktadır.

Analize alınacak serisinin nasıl bir gelişim gösterdiği, serinin otokorelasyonu ile açıklanabileceği gibi daha detaylı analiz için kovaryans, kısmi otokorelasyon, korelogram, kısmi kovaryans, kısmi korelasyon, kros kovaryans, kros korelasyon, kısmi korelogram, periodogram, varyans analizi ve spectrum fonksiyonları kullanılarak model ve derecelerinin seçiminde yardımcı bilgiler elde edilebilmektedir. Bu fonksiyonlar serinin farklı ilişki, şekil ve derecelerine yardımcı olurlar.

BÖLÜM 3

ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

Box-Jenkins zaman serisi modelleri ve analiz yöntemleri diğer yöntemlerden farklılık göstermektedir. Zaman serisinin şimdiki ve geri dönem gözlem değerlerini kullanarak öngörü yapan Box-Jenkins'den önceki yöntemler, bir takım metodlardan oluşan hareketli ortalamalar veya üssel düzeltmeler başlığı altında toplanmakta ve tek denklemliler olup herhangi bir zaman serisinin öngörüsünü yapmak amacıyla kullanılmaktadır⁽¹⁾. Bu tür yöntemlerde bir tek öngörü fonksiyonu geliştirilerek programlaştırılmakta ve otomatik olarak öngörü değerleri bilgisayar programına müdahale olmadan sürekli olarak elde edilmektedir. Bu yönden Box-Jenkins yöntemleri tamamiyle otomatik değildir. Çoğunlukla, genel bir modelden yola çıkılıp çeşitli stratejiler geliştirilerek analizlere devam edilir. İncelenen zaman serisinin göstermiş olduğu niteliklere (bunlardan en önemlisi gözlemlerin yapısı) göre ortaya konan çeşitli modellerden biri seçilir. Uygun modelin seçilmesi ve seçilen modelin kurulmasındaki her aşamada modelin incelenen probleme uygunluğunu denetleme gibi olanaklar bu yöntemlerde mümkündür. Bu tip modeller son yıllarda ekonomistler, mühendisler ve istatistikçiler tarafından oldukça sık kullanılmaya başlanmıştır. Bu öngörü modellerinin amacı, en az sayıda parametre içeren uygun modeller elde etmektir.

(1) Halil Kayım, a.g.e., s.69.

Bu çalışma kapsamında incelenen modeller stokastik zaman serisine ilişkin modeller olup doğrusal durağan ve doğrusal durağan olmayan stokastik zaman serileri olarak iki kısımda incelenmeye çalışılacaktır.

3.1. DOĞRUSAL DURAĞAN STOKASTİK SÜREÇLER

Doğrusal durağan stokastik süreç başlığı altında AR, MA ve ARMA modelleri incelenmektedir. Gözlem değerleri sabit bir ortalama etrafında değişim gösterdiğinde, yukarıda sözü edilen modeller kullanılır ve doğrusal durağan stokastiksel bir dengeyi ifade ederler.

3.1.1. Otoregresif Modeller - AR(p)

Daha çok zaman içinde gözlemler arası bağımlılığın sözkonusu olduğu hallerde kullanılan modeldir. Modeli, değişkenin t dönemindeki değeri, değişkenin geçmiş dönemlerdeki belirli sayıda değerleriyle, hata değişkeninin doğrusal bileşimi olarak tanımlanabilir. X_1, X_2, \dots, X_n zamana bağlı olarak elde edilen gözlem setini ifade ederse, X_t süreci şu şekilde yazılabilir.

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + e_t \quad (3.1)$$

Burada e_t , ortalaması sıfır, varyansı σ_e^2 olan şansa bağlı hatayı ve ϕ 'da otoregresif parametresini göstermektedir. Yukarıda gösterilen denkleme p'inci dereceden otoregresif model denir ve AR(p) şeklinde gösterilir. X_t gözleminin, geçmiş değerleri üzerine olan bir regresyonu olarak da düşünülebilir. Bu nedenle gözlemler otoregresiftir ve bu da p'inci dereceden yani p tane geçmiş değerle regresyonlu olan otoregresif süreç olarak ortaya konulur.

Yukarıda (3.1) nolu eşitlikte verilen otoregresif modelin genel formundan hareketle birinci dereceden otoregresif modelin genel for-

mu elde edilmeye çalışılırsa,

$$X_t = \emptyset X_{t-1} + e_t \quad (3.2)$$

elde edilir. Bu modelde birbirini takip eden terimler yerlerine konulursa model aşağıdaki durumlara dönüşecektir⁽¹⁾.

$$\begin{aligned} X_t &= \emptyset [\emptyset X_{t-2} + e_{t-1}] + e_t \\ &= \emptyset^2 [\emptyset X_{t-3} + e_{t-2}] + \emptyset e_{t-1} + e_t \\ &= \emptyset^3 [\emptyset X_{t-4} + e_{t-3}] + \emptyset^2 e_{t-2} + \emptyset e_{t-1} + e_t \\ &\dots\dots\dots \\ &= e_t + \emptyset e_{t-1} + \emptyset^2 e_{t-2} + \emptyset^3 e_{t-3} + \dots\dots \quad (-1 < \emptyset < 1) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Aynı modeli geri öteleme operatörü kullanarak yazmak gerektiğinde kısa bir form elde edilir. ∇ fark operatörünün B geri öteleme operatörü ile ilişkisinden yani $\nabla = 1 - B$ 'den yararlanılarak model şu şekilde yazılabilir⁽²⁾.

$$(1 - \emptyset B) X_t = e_t \quad (3.4)$$

X_t değişkeni yalnız bırakılmak istendiğinde,

$$X_t = (1 - \emptyset B)^{-1} e_t = \sum_{j=1}^{\infty} \emptyset^j e_{t-j} \quad (3.5)$$

yazılabilir, buradan da

$$\psi(B) = (1 - \emptyset B)^{-1} = \sum_{j=0}^{\infty} \emptyset^j B^j \quad (3.6)$$

elde edilir ve formüldeki $1 - \emptyset B = 0$ 'ın kökleri $B = \emptyset^{-1}$ dir. Bu duruma göre

$$X_t = \sum_{j=1}^{\infty} \emptyset^j e_{t-j}$$

(1) Levent Şenyay, a.g.e., s.32.

(2) Box-Jenkins, a.g.e., s.53.

eşitliğinin Binom teoremine göre açılımı yapılırsa

$$\begin{aligned} X_t &= (1 + \emptyset B + \emptyset^2 B^2 + \dots) e_t \\ &= e_t + \emptyset e_{t-1} + \emptyset^2 e_{t-2} + \emptyset^3 e_{t-3} + \dots \end{aligned} \quad (3.7)$$

elde edilir. Böylece X_t gözlem değerleri için

$$E(X_t) = 0 \quad (3.8)$$

ve

$$\text{Var}(X_t) = \sigma^2 (1 + \emptyset^2 + \emptyset^4 + \dots) = (1 - \emptyset^2)^{-1} \sigma_x^2 \quad (|\emptyset| < 1) \quad (3.9)$$

bulunur.

Modelin otokovaryansı

$$\begin{aligned} \gamma(k) &= E(X_t X_{t+k}) \\ &= E \left[\left(\sum_i \emptyset^i e_{t-i} \right) \left(\sum_j \emptyset^j e_{t+k-j} \right) \right] \\ &= \sigma_e^2 \sum_{i=0}^{\infty} \emptyset^i \emptyset^{k+i} \quad (|\emptyset| < 1 \text{ ve } k \geq 0 \text{ için}) \\ &= \emptyset^k \sigma_e^2 (1 - \emptyset^2)^{-1} \\ &= \emptyset^k \sigma_k^2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

$k < 0$ için $\gamma(k) = \gamma(-k)$ 'dir ve $\gamma(k)$ zamanı gösteren t ile bağımlı değildir.

Modelin otokorelasyonu,

$$\rho(k) = \emptyset_1 \rho_{k-1} + \emptyset_2 \rho_{k-2} + \dots + \emptyset_p \rho_{k-p} \quad (k > 0) \quad (3.11)$$

için formül

$$\rho(k) = \emptyset^k \quad (k > 0) \quad (3.12)$$

olarak yazılır. Bunun çift fonksiyonu ise şu şekilde olacaktır.

$$\rho(k) = \emptyset^{|k|} \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (3.13)$$

Otoregresif modelin derecesini saptamak için örnek otokorelasyon veya kısmi otokorelasyon fonksiyonu kullanılabilir. Kısmi otokorelasyonu kullanarak yapılan yaklaşımda AR(p) modelinin uyumu sağlandığı takdirde, son katsayı olan ϕ_p, π_p ile gösterilir ve AR(p-1) süreci tarafından hesaplanamayan p'inci korelasyon ölçülür ve bu p'inci kısmi otokorelasyon olarak adlandırılır. p'ye karşı grafiklenen kısmi otokorelasyon fonksiyonunda $\pm 2/\sqrt{n}$ aralığı dışında kalan π_p değerleri % 5 seviyesinde sıfırdan farklı ve önemlidir(1).

Otoregresif modelin parametrelerinin tahmini en küçük kareler yöntemi ile yapılmaktadır. En küçük kareler fonksiyonunun tahminleyicilerini elde etmek için p'inci dereceden otoregresif modelin kurulması gerekir. Buna göre ortalaması μ olan p'inci dereceden AR(p) modeli şu şekillerde yazılabilir,

$$X_t - \mu = \phi_1 (X_{t-1} - \mu) + \phi_2 (X_{t-2} - \mu) + \dots + \phi_p (X_{t-p} - \mu) + e_t \quad (3.14)$$

Formülde yer alan X_1, X_2, \dots, X_n gözlemleri, $\mu, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ parametreleri göstermektedir. $x_t = X_t - \mu$ şeklinde yazılırsa aynı formül,

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + e_t \quad (3.15)$$

şekline dönüşür.

Böylece parametrelerinin en küçük kareler tahminleyicileri aşağıda verilen fonksiyonunun minimizasyonu ile elde edilir(2).

$$S = \sum_{t=p+1}^n \left[(X_t - \mu) - \phi_1 (X_{t-1} - \mu) - \dots - \phi_p (X_{t-p} - \mu) \right]^2 \quad (3.16)$$

(1) Levent Şenyay, a.g.e., s.35.

(2) Christopher Chatfield, a.g.e., s.65-67.

veya

$$S = \sum_{t=p+1}^n \left[x_t - \varnothing_1 x_{t-1} - \varnothing_2 x_{t-2} - \dots - \varnothing_p x_{t-p} \right]^2 \quad (3.17)$$

AR(p=1) modelini ele alarak, bunun en küçük kareler parametre tahminleyicilerini yazmak gerekirse model,

$$X_t - \mu = \varnothing_1 (X_{t-1} - \mu) + e_t \quad (3.18)$$

iken en küçük kareler fonksiyonu,

$$S = \sum_{t=2}^n \left[(X_t - \mu) + \varnothing_1 (X_{t-1} - \mu) \right]^2 \quad (3.19)$$

olmakta ve bu fonksiyonu minimum yapan en küçük kareler tahminleri aşağıdaki formüllerle hesaplanır.

$$\hat{\mu} = \frac{X_{(2)} - \hat{\varnothing}_1 \hat{X}_{(1)}}{1 - \hat{\varnothing}_1} \quad (3.20)$$

$$\hat{\varnothing}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (X_t - \hat{\mu})(X_{t+1} - \hat{\mu})}{\sum_{t=1}^{n-1} (X_t - \hat{\mu})^2} \quad (3.21)$$

Eğer AR(p=2) modelinin parametreleri tahmin edilmek istenirse model ve en küçük kareler fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılır.

$$X_t - \mu = \varnothing_1 (X_{t-1} - \mu) + \varnothing_2 (X_{t-2} - \mu) + e_t \quad (3.22)$$

$$S = \sum_{t=3}^n \left[(X_t - \mu) - \varnothing_1 (X_{t-1} - \mu) - \varnothing_2 (X_{t-2} - \mu) \right]^2 \quad (3.23)$$

Daha sonra bu son fonksiyonu minimum yapacak en küçük kareler tahminleyicileri bulunur ve $p > 2$ için de aynı yöntemler izlenir.

Parametrelerin bulunmasında diğer bir yöntemde otokovaryans ve otokorelasyon katsayılarının kullanılmasıdır.

$$\hat{\phi}_k \equiv C_k / C_0 = r_k \quad r=1,2,\dots,m \text{ ve } m < n \text{ için} \quad (3.24)$$

iken AR(p=1) için

$$\hat{\phi}_1 \equiv C_1 / C_0 = r_1 \quad (3.25)$$

olacaktır. Formülde kullanılan C_k otokovaryansı göstermektedir ve şu formülle bulunur,

$$C_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X}) \quad (3.26)$$

Bu yöntemle ϕ_1 'in yaklaşık tahminleyicisi r_1 ve ρ_1 'inde tahminleyicisi r_1 olmaktadır. Burada ϕ_1 için güven aralığı yani asimptotik standart hatası $\sqrt{(1-\phi_1^2)}$ 'dir ve $\hat{\phi}_1$ 'in değeri $\pm 2/\sqrt{n}$ aralığı içinde ise $\phi_1=0$ testi yapılmalıdır. AR(p=1) modelinin ϕ_1 tahminin varyansı⁽¹⁾

$$\text{Var}(\hat{\phi}_1) \equiv (1-\phi_1^2)/n \quad (3.27)$$

şeklindedir. Yine aynı yaklaşımla AR(p=2) modeli için

$$\hat{\phi}_1 \equiv r_1 (1 - r_2) / (1 - r_1^2) \quad (3.28)$$

$$\hat{\phi}_2 \equiv (r_2 - r_1^2) / (1 - r_1^2) \quad (3.29.)$$

olarak hesaplanır. AR(p=2) modelinin parametre tahminlerinin varyans-kovaryans matrisi

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.244.

Otokorelasyon r_k tahminleri ile, teorik otokorelasyon ρ_k matrisleri aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\varnothing = \begin{bmatrix} \varnothing_1 \\ \varnothing_2 \\ \vdots \\ \varnothing_p \end{bmatrix} \quad \rho_p = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_p \end{bmatrix} \quad P_p = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Burada $\varnothing = P_p^{-1} \cdot \rho_p$ şeklinde tanımlanır.

Otoregresif sürecin varyansı⁽¹⁾

$$\begin{aligned} E(e_t^2) &= \sigma_e^2 \\ \gamma_0 &= \sigma_x^2 \quad \text{den} \\ \sigma_x^2 &= \frac{\sigma_e^2}{1 - \rho_1 \varnothing_1 - \rho_2 \varnothing_2 - \dots - \rho_p \varnothing_p} \end{aligned} \quad (3.35)$$

olarak bulunur. Sürecin spectrumu ise

$$\begin{aligned} \psi(B) &= \varnothing^{-1}(B) \\ \varnothing(B) &= 1 - \varnothing_1 B - \varnothing_2 B^2 - \dots - \varnothing_p B^p \end{aligned} \quad (3.36)$$

şeklindedir. Bu eşitliklerden yararlanarak

$$P(f) = \frac{2\sigma_e^2}{\left(1 - \varnothing_1 e^{-i2\pi f} - \varnothing_2 e^{-i4\pi f} - \dots - \varnothing_p e^{-i2\pi p f}\right)^2} \quad 0 \leq f \leq \frac{1}{2} \quad (3.37)$$

elde edilir.

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.56 ve 76.

Yukarıda eşitliği verilen Yule-Walker denklem sistemi AR modelinin derecesinin saptanmasında ve öncül parametre tahminlerinde kısmi otokorelasyon katsayılarının bulunması amacıyla da kullanılabilir. Kısmi otokorelasyon katsayıları, otoregresif sürecinin ϕ ve zaman serisinin katsayıları arasındaki bir ilişkiden yararlanılarak elde edilir. ϕ_{kk} kısmi otokorelasyon katsayısını gösterirse, k'inci dereceden otoregresif süreçte ϕ_{kj} j'inci katsayısı ve ϕ_{kk} sonuncu katsayısı gösterirse denklem

$$\rho_j = \phi_{k1} \rho_{j-1} + \dots + \phi_{k(k-1)} \rho_{j-k+1} + \phi_{kk} \rho_{j-k} \quad j=1,2,3,\dots,k \quad (3.38)$$

eşitliği şeklinde yazılabilir. Bu duruma göre Yule-Walker denklem sistemi aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Denklem sistemi kapalı matris formunda yazılırsa,

$$P_k \phi_k = \rho_k \quad \text{buradan}$$

$$\phi_k = P_k^{-1} \rho_k \quad (3.40)$$

elde edilir. Bu denklemlerin $k=1,2,3,\dots$ için çözümü yapıldığında modelin parametrelerini veren denklemler aşağıdaki gibi olur.

$$\varnothing_{11} = \rho_1 \quad (3.41)$$

$$\varnothing_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \quad (3.42)$$

$$\varnothing_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \quad (3.43)$$

Gecikmeli k'nın bir fonksiyonu olarak ele alınan \varnothing_{kk} kısmi otokorelasyon değerlerinde, p'inci dereceden bir otoregresif sürecin \varnothing_{kk} kısmi otokorelasyon fonksiyonu, $p < k$ değerleri için sıfır ve $p > k$ değerleri için sıfırdan farklı olacaktır⁽¹⁾.

Kısmi otokorelasyon katsayılarının tahmini için teorik otokorelasyonların r_j tahminleri yerine konulursa,

$$r_j = \hat{\varnothing}_{k1} r_{j-1} + \hat{\varnothing}_{k2} r_{j-2} + \dots + \hat{\varnothing}_{kk} r_{j-k} \quad j=1,2,\dots,k \quad (3.44)$$

bulunur ve tahminlenen kısmi otokorelasyon katsayısı standart hatası da aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\sigma}(r_k) \cong n^{-1/2} [1 + 2(r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_q^2)]^{1/2} \quad k > q \quad (3.45)$$

(1) Levent Şenyay, a.g.e., s.41.

p'inci dereceden bir AR sürecinde tahminlenen kısmi otokorelasyonlar $p+1$ ve daha yüksek derecedendir ve n gözlem için serinin uyumunda kullanılırsa, $\hat{\phi}_{kk}$ kısmi otokorelasyon tahmininin varyansı ve standart hatası aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\text{Var}(\hat{\phi}_{kk}) \cong n^{-1} \quad k > p+1 \quad (3.46)$$

$$\sigma(\hat{\phi}_{kk}) \cong n^{-1/2} \quad k > p+1 \quad (3.47)$$

Otoregresif modelin parametrelerinin bulunmasında kullanılan yöntemlerden biri olan Yule-Walker denklem sistemleri Box-Jenkins tarafından da uygulamada en çok kullanılan yöntem olmaktadır. Yule-Walker sisteminde $AR(p+1)$ modelinin parametrelerini elde etmek için $AR(p)$ modelinden yararlanır. $k=2$ ve 3 için bir örnek alıp Yule-Walker tahminleri elde edilmek istenirse aşağıdaki denklem sistemleri kolaylıkla elde edilebilir.

$$r_1 = \hat{\phi}_{21} + \hat{\phi}_{22} r_1 \quad (3.48)$$

$$r_2 = \hat{\phi}_{21} r_1 + \hat{\phi}_{22}$$

ve

$$r_1 = \hat{\phi}_{31} + \hat{\phi}_{32} r_1 + \hat{\phi}_{33} r_2$$

$$r_2 = \hat{\phi}_{31} r_1 + \hat{\phi}_{32} + \hat{\phi}_{33} r_1 \quad (3.49)$$

$$r_3 = \hat{\phi}_{31} r_2 + \hat{\phi}_{32} r_1 + \hat{\phi}_{33}$$

Yukarıdaki ikinci denklem sisteminde $\hat{\phi}_{31}$ ve $\hat{\phi}_{32}$ katsayıları aynı denklem sisteminin ilk ikisi ile ifade edilirse

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}_{31} \\ \hat{\phi}_{32} \end{bmatrix} = R_2^{-1} \begin{bmatrix} r_2 - \hat{\phi}_{33} r_1 \\ r_1 - \hat{\phi}_{33} r_2 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

burada

$$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} r_1 & 1 \\ 1 & r_1 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

şeklindedir. Bu durumda aynı denklem aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\begin{bmatrix} \hat{\varnothing}_{31} \\ \hat{\varnothing}_{32} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_2^{-1} \begin{bmatrix} r_2 \\ r_1 \end{bmatrix} - \hat{\varnothing}_{33} \mathbf{R}_2^{-1} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

(3.48)'deki denklemleri tekrar ele alınacak olursa,

$$\begin{bmatrix} \hat{\varnothing}_{21} \\ \hat{\varnothing}_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_2^{-1} \begin{bmatrix} r_2 \\ r_1 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

o halde (3.52) denklemini (3.53)'e bağlı olarak yazarsak

$$\begin{bmatrix} \hat{\varnothing}_{31} \\ \hat{\varnothing}_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\varnothing}_{21} \\ \hat{\varnothing}_{22} \end{bmatrix} - \hat{\varnothing}_{33} \begin{bmatrix} \hat{\varnothing}_{22} \\ \hat{\varnothing}_{21} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

elde edilir ve sonuçta

$$\hat{\varnothing}_{31} = \hat{\varnothing}_{21} - \hat{\varnothing}_{33} \hat{\varnothing}_{22} \quad (3.55)$$

$$\hat{\varnothing}_{32} = \hat{\varnothing}_{22} - \hat{\varnothing}_{33} \hat{\varnothing}_{21} \quad (3.56)$$

eşitlikleri yazılabilir. (3.48) nolu denklem sisteminden

$$\hat{\phi}_{21} = r_1(1 - r_2)/(1 - r_1^2) \quad (3.57)$$

$$\hat{\phi}_{22} = (r_2 - r_1^2)/(1 - r_1^2) \quad (3.58)$$

elde edilir. Yukarıdaki (3.55) ve (3.56) nolu eşitlikler (3.49)'daki son denklemde yerlerine konulursa

$$r_3 = \hat{\phi}_{31}r_2 + \hat{\phi}_{32}r_1 + \hat{\phi}_{33} \quad \text{den}$$

$$r_3 = \hat{\phi}_{21}r_2 - \hat{\phi}_{33}\hat{\phi}_{22}r_2 + \hat{\phi}_{22}r_1 - \hat{\phi}_{33}\hat{\phi}_{21}r_1 + \hat{\phi}_{33}$$

$$\hat{\phi}_{33}(\hat{\phi}_{22}r_2 + \hat{\phi}_{21}r_1 - 1) = \hat{\phi}_{21}r_2 + \hat{\phi}_{22}r_1 - r_3$$

$$\hat{\phi}_{33} = \frac{\hat{\phi}_{21}r_2 + \hat{\phi}_{22}r_1 - r_3}{\hat{\phi}_{22}r_2 + \hat{\phi}_{21}r_1 - 1} \quad (3.59)$$

denklemi yeniden düzenlersek

$$\hat{\phi}_{33} = \frac{r_3 - \hat{\phi}_{21}r_2 - \hat{\phi}_{22}r_1}{1 - \hat{\phi}_{21}r_1 - \hat{\phi}_{22}r_2} \quad (3.60)$$

elde edilir. Bilinmeyen değerlerin bulunması için çeşitli denklem kombinasyonlarından $\hat{\phi}_{21}$, $\hat{\phi}_{22}$ ve $\hat{\phi}_{33}$ kullanılarak $\hat{\phi}_{31}$ ve $\hat{\phi}_{32}$ elde edilir.

Uygulamalarda genelde takip edilen yöntem şu şekildedir; Örneğin AR(p=3) modeli için önce r_1 , r_2 ve r_3 otokorelasyon tahmin değerleri bulunur, bu değerler (3.57) ve (3.58) nolu denklemlerde yerlerine konularak $\hat{\phi}_{21}$ ve $\hat{\phi}_{22}$ elde edilir. Daha sonra bilinen değerler (3.59)'da yerlerine konularak $\hat{\phi}_{33}$ bulunur. Son olarak da $\hat{\phi}_{21}$, $\hat{\phi}_{22}$ ve $\hat{\phi}_{33}$ değerleri denklem (3.55) ve (3.56)'da yerlerine konularak $\hat{\phi}_{31}$ ve $\hat{\phi}_{32}$ elde edilmiş olur.

3.1.2. Hareketli Ortalama Modelleri - MA(q)

Hareketli ortalama modelleri, ele alınan değişkenin t dönemindeki değerinin aynı dönemdeki e_t ve belirli sayıda geri dönem hata terimleri e_{t-q} 'ların doğrusal bileşiminden ortaya çıkan modellerdir. Bu modeller trendin söz konusu olduğu yerlerde ve mevsimsel varyasyonun giderilmesi istenildiği durumlarda kullanılır. Zaman serisi gözlem seti X_t ve $t=1,2,\dots,n$ olarak ele alınırsa hataların yani e_t 'lerin ortalaması sıfır, varyansı σ_e^2 olan bir şans değişkeni olduğu varsayımı altında X_t süreci, denklem (3.61) deki gibi yazılırsa ve buna q 'uncu dereceden hareketli ortalama modeli denir.

$$X_t = \theta_0 e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \dots + \theta_q e_{t-q} \quad (3.61)$$

θ_0 genellikle 1 olduğunda MA(q) olarak belirtilen model

$$X_t = e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \dots + \theta_q e_{t-q} \quad (3.62)$$

şeklinde olur. Aynı denklem geri öteleme operatörü B kullanılarak şu şekilde elde edilir⁽¹⁾. Modelde $x_t = X_t - \mu$ 'dır.

$$\begin{aligned} x_t &= e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \\ &= (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) e_t \\ &= \theta(B) e_t \end{aligned} \quad (3.63)$$

Bu durumda birinci derecede hareketli ortalama modeli

$$x_t = (1 - \theta_1 B) e_t \quad |\theta_1| < 1 \text{ ise} \quad (3.64)$$

şeklinde yazılabilir.

Modelde hatalar birbirlerinden bağımsızdır. Buna göre

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.64.

$$E(X_t) = 0 \quad (3.65)$$

$$\text{Var}(X_t) = \sigma_e^2 \sum_{i=0}^q \theta_i^2 \quad (3.66)$$

dir. Hareketli ortalama modelinin otokovaryans fonksiyonu

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \text{Cov}(X_t, X_{t+k}) \\ &= \text{Cov}(\theta_0 e_t + \dots + \theta_q e_{t-q}, \theta_0 e_{t+k} + \dots + \theta_q e_{t+k-q}) \end{aligned} \quad (3.67)$$

şeklindedir, burdan

$$\gamma_k = \begin{cases} 0 & k > q \\ \sigma_e^2 \sum_{i=0}^{q-k} \theta_i \theta_{i+k} & k = 0, 1, 2, \dots, q \\ \gamma(-k) & k < 0 \end{cases} \quad (3.68)$$

olarak yazılabilir. Hata terimleri arasındaki kovaryans ise

$$\text{Cov}(e_t, e_s) = \begin{cases} e_t^2 & s=t \\ 0 & s \neq t. \end{cases} \quad (3.69)$$

şeklinde olmaktadır.

MA(q) modelinin otokorelasyon fonksiyonu ise aşağıdaki gibidir.

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & k=0 \\ \frac{\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q}{1 - \theta_1 + \dots + \theta_q} = \frac{\sum_{i=0}^{q-k} \theta_i \theta_{i+k}}{\sum_{i=0}^q \theta_i^2} & k=1, 2, \dots, q \\ 0 & k > q \\ \rho(-k) & k < 0 \end{cases} \quad (3.70)$$

Birinci dereceden hareketli ortalama modelinin genel formu,

$$X_t = \theta_0 e_t + \theta_1 e_{t-1} \quad (3.71)$$

olacaktır. Bu formda hata kareleri toplamı hesaplanmak istendiğinde en küçük kareler tahminleri kesin olarak bulunamamaktadır. Box ve Jenkins parametrelerin başlangıç değerlerinin seçimini aşağıda verilen otokorelasyon katsayısı denkleminin çözümü ile bulmakta ve daha sonra yerine konma işlemi ile hata kareler toplamı esas model kullanılarak hesaplanır. Birinci derecede otokorelasyon katsayısı

$$r_1 = -\hat{\theta}_1 / (1 - \hat{\theta}_1^2) \quad (3.72)$$

şeklinde dir. Bu durumda yeni model

$$e_t = X_t - \mu - \theta_1 e_{t-1} \quad (3.73)$$

olur ve bu modelde

$$e_0 = 0$$

$$e_1 = X_1 - \mu$$

$$e_2 = X_2 - \mu - \theta_1 e_1$$

$$e_3 = X_3 - \mu - \theta_1 e_2 \quad (3.74)$$

.....

$$e_n = X_n - \mu - \theta_1 e_{n-1}$$

olarak hata kareler toplamı hesaplanabilir. Parametrelerin diğer değerleri için de aynı işlemler yapılarak $\sum e_t^2$ nin minimizasyonu ile en küçük kareler tahminleri elde edilir. Hata kareleri toplamının minimum değeri bulununcaya kadar iterasyonlara devam edilir.

Ele alınan gözlem setinin hareketli ortalama modeline uyumunun sağlanması isteniyorsa MA(q) modelinin derecesini saptamak gerekir. Bunun için de örnek otokorelasyon fonksiyonundan yararlanılarak r_k değerinin sıfıra yaklaştığı anda bulunan lag (lag=gecikme) değerinde modelin derecesi belirlenir.

Derecesi belirlenmiş bir modelin parametrelerinin tahmini ikinci aşamayı oluşturur. MA(q) modelinin genel şekli yazılırsa,

$$X_t = \mu + \theta_0 e_t + \theta_1 e_{t-1} + \dots + \theta_q e_{t-q} \quad (3.75)$$

dır ve $\theta_0 = 1$ olarak ele alındığında birinci dereceden MA(q=1) modeli

$$e_t = X_t - \mu - \theta_1 e_{t-1} \quad (3.76)$$

$$e_t = (X_t - \mu) - \theta_1 (X_{t-1} - \mu) + \theta_1^2 (X_{t-2} - \mu) \quad (3.77)$$

şekline dönüştürülebilir ve hata kareler toplamı

$$\sum_{t=1}^N e_t^2 = \sum_{t=1}^N \left(x_t - \theta_1 x_{t-1} + \theta_1^2 x_{t-2} - \dots \right)^2 \quad (3.78)$$

olur. Bu denklemin minimizasyonu ile⁽¹⁾

$$\sum_{t=1}^N \left[\sum_{n=0}^{2N-1} (-1)^{n+1} \theta_1^n \sum_{i=0}^n [(n+1-i)x_{t-i} x_{t-(n+1)+i}] \right] = 0 \quad (3.79)$$

elde edilen θ_1^{2N-1} 'inci dereceden denklemin kökleri θ_1 parametresini verir. Hangi kökün θ_1 için seçileceğine, $\sum e_t^2$ 'yi minimum yapan θ_1 'in seçimi ile karar verilir. Bu işlemin tekrarlanması ile MA(q) modelinde $q=1,2,\dots,(n-1)$ 'e kadar olabilecek dereceden bulunan parametreler

(1) Levent Şenyay, a.g.e., s.48.

içinde hata kareler toplamını minimum yapan modelin seçilmesi gerekecektir.

Birinci dereceden modelin parametre tahmini ve ikinci derece modelin varyans kovaryans matrisi aşağıdaki gibi olmaktadır⁽¹⁾.

$$\text{MA}(q=1) \text{ için } \text{Var}(\hat{\theta}_1) \cong n^{-1} (1-\theta_1^2) \quad (3.80)$$

$$\text{MA}(q=2) \text{ için } \text{Var}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) \cong n^{-1} \begin{bmatrix} 1-\theta_2^2 & -\theta_1(1+\theta_2) \\ -\theta_1(1+\theta_2) & 1-\theta_2^2 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Eğer hatalar birbirinden bağımsız ise ve önceden belirtilen şartlar sağlanıyorsa yani hataların ortalaması sıfır varyansı σ_e^2 olan normal dağılım gösteriyorsa X_t sürecinin MA(q) modeline uyumu sağlanabilir.

q'uncu dereceden modelin otokovaryans fonksiyonu

$$\gamma_k = E[(e_t - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_q e_{t-q})(e_{t-k} - \theta_1 e_{t-k-1} - \dots - \theta_q e_{t-k-q})] \quad (3.82)$$

şeklindedir, sürecin varyansı ise

$$\gamma_0 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) \sigma_e^2 \quad (3.83)$$

olmaktadır. Otokovaryansı daha açık bir ifade ile yazmak gerekirse,

$$\gamma_k = \begin{cases} (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \theta_2 \theta_{k+2} + \dots + \theta_q \theta_q) \sigma_e^2 & k=1,2,\dots,q \\ 0 & k > q \end{cases} \quad (3.84)$$

olur. Böylece otokorelasyon fonksiyonu

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.245.

$$\rho_k = \begin{cases} (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q) / (1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2) & k=1,2,\dots,q \\ 0 & k > q \end{cases} \quad (3.85)$$

şeklinde olur. $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_q$ değerleri biliniyorsa q tane eşitlikten ve yukarıdaki otokorelasyon fonksiyonundan yararlanarak $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ değerleri Yule-Walker doğrusal denklem sisteminden elde edilebilir.

MA(q) modelinin spectrumu

$$P(f) = 2\sigma_e^2 \left| 1 - \theta_1 e^{-i2\pi f} - \theta_2 e^{-i4\pi f} - \dots - \theta_q e^{-i2\pi f q} \right|^2 \quad 0 \leq f \leq 1/2 \quad (3.86)$$

ve modelin kısmi otokorelasyon fonksiyonu ise

$$\phi_{kk} = -\theta_1^k (1 - \theta_1^2) / (1 - \theta_1^{2(k+1)}) \quad (3.87)$$

şeklindedir. Burada $k > 1$ için $\rho_k = 0$ dır ve bu durumda $|\phi_{kk}| < \theta_1^k$ dır. Eğer ρ_1 pozitif ise θ_1 negatif olur ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu sırayla değişir, eğer ρ_1 negatif ise θ_1 pozitif olur ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu negatif olur.

3.1.3. Oto regresif Hareketli Ortalama Modelleri - ARMA(p, q)

Zaman serisi modellerinde esneklik sağlamak ve en az sayıda parametre ilkesini gerçekleştirmek amacıyla bazı hallerde modele hem oto regresif ve hem de hareketli ortalama parametrelerinin alınması bir çok yararlar sağlamaktadır. Bu düşünce ile karışık model p terimli oto regresif (AR) ve q terimli hareketli ortalama (MA) modeli ile ($p+q$) terim içerir ve oto regresif-hareketli ortalama (veya karışık oto regresif-hareketli ortalama) modelleri adını alarak ARMA(p, q) şeklinde ifade edilir. Modelin genel formu

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \dots + \theta_q e_{t-q} \quad (3.88)$$

olarak ifade edilir. Aynı model B geri öteleme operatörü kullanılarak

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 + \dots + \phi_p B^p) x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q) e_t$$

$$\phi(B) x_t = \theta(B) e_t \quad (3.89)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\phi(B)$ p'inci ve $\theta(B)$ q'uncu dereceden polinomlardır⁽¹⁾.

Yukarıda görüldüğü üzere süreç p'inci dereceden AR ve q'uncu dereceden MA modelini kapsamakta ve ARMA(p,q) olarak ortaya konmaktadır. Ortaya çıkan iki süreç şöyle tanımlanabilir,

a) p'inci dereceden otoregresif süreç

$$\phi(B) x_t = u_t \quad (3.90)$$

b) q'uncu dereceden hareketli ortalama süreci

$$\theta(B) e_t = u_t \quad (3.91)$$

şeklinde yazılır ve bu iki denklemin eşitliği yazıldığında ARMA modeli elde edilmektedir.

$$\phi(B) x_t = \theta(B) e_t$$

Modelin parametrelerinin tahmini hareketli ortalama modelinde yapılan iterasyonlar gibidir. Hata kareler toplamını minimum yapan noktalar seti bulunmaya çalışılır.

ARMA(p,q) modeline ilişkin fonksiyonlar aşağıda gösterilmeye çalışılmıştır⁽²⁾.

(1) Christopher Chatfield, a.g.e., s.51.

(2) Box-Jenkins, a.g.e., s.74-75.

Modelin otokovaryans fonksiyonu,

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} + \gamma_{xe}(k) - \theta_1 \gamma_{xe}(k-1) - \dots - \theta_q \gamma_{xe}(k-q) \quad (3.92)$$

Fonksiyonda $\gamma_{xe}(k)$, x ve e arasındaki kros kovaryansı göstermekte ve aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$\gamma_{xe}(k) = E(x_{t-k} e_t) \quad (3.93)$$

Bununla birlikte aşağıdaki tanımlar da yapılmaktadır.

$$\gamma_{xe}(k) = 0 \quad k > 0 \quad (3.94)$$

$$\gamma_{xe}(k) \neq 0 \quad k \leq 0 \quad (3.95)$$

Böylece otokovaryans fonksiyonu şu şekle dönüşür,

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} \quad k \geq q+1 \quad (3.96)$$

aynı şekilde otokorelasyon fonksiyonu da

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad k \geq q+1 \quad (3.97)$$

veya

$$\phi(B) \rho_k = 0 \quad k \geq q+1 \quad (3.98)$$

olarak elde edilir. Böylece ARMA(p,q) modelinde $\rho_q, \rho_{q-1}, \dots, \rho_1$ olmak üzere q tane otokorelasyon elde edilir. ϕ ve θ parametreleri AR(p) ve MA(q) modellerinin seçimi esnasında doğrudan otokovaryans fonksiyonunun çözümü ile elde edilir. Otokovaryans fonksiyonunda $k=0$ durumu varyansı vermektedir.

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma_e^2 - \theta_1 \gamma_{xe}(-1) - \dots - \theta_q \gamma_{xe}(-q) \quad (3.99)$$

Yukarıdaki eşitlik otokovaryans fonksiyonunda verilen $k=1,2,\dots,p$ için p tane eşitliğin birlikte çözümünden elde edilir. Modelin spectrumu ise şu şekildedir.

$$\begin{aligned}
 P(f) &= 2\sigma_e^2 \frac{\left| \theta \left(e^{-i2\pi f} \right) \right|^2}{\left| \phi \left(e^{-i2\pi f} \right) \right|^2} \\
 &= 2\sigma_e^2 \frac{\left| 1 - \theta_1 e^{-i2\pi f} - \dots - \theta_q e^{-i2\pi qf} \right|^2}{\left| 1 - \phi_1 e^{-i2\pi f} - \dots - \phi_q e^{-i2\pi qf} \right|^2}
 \end{aligned} \tag{3.100}$$

ARMA modeli

$$\phi(B) x_t = \theta(B) e_t$$

iken şu şekilde de yazılabilir.

$$e_t = \theta^{-1}(B) \phi(B) x_t$$

Formülde $\theta^{-1}(B)$, B için sonsuz bir seridir ve bundan dolayı da ARMA modelinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu da sonsuz olacaktır.

Birinci dereceden otoregresif ve birinci dereceden hareketli ortalama yani ARMA(1,1) modelinin genel şekli formüle edilmek istenirse,

$$X_t - \mu - \phi_1 (X_{t-1} - \mu) = e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

olur, buradaki $X_t - \mu = x_t$ ise

$$x_t - \phi_1 x_{t-1} = e_t - \theta_1 e_{t-1} \tag{3.101}$$

şeklindedir veya geri öteleme operatörü kullanarak

$$(1 - \phi_1 B) x_t = (1 - \theta_1 B) e_t \tag{3.102}$$

olarak da yazılabilir. Modelin varyans kovaryans matrisi şu şekildedir.

$$\text{Var}(\widehat{\varnothing}_1, \widehat{\theta}_1) \equiv n^{-1} \frac{1-\varnothing\theta}{(\varnothing-\theta)^2} \begin{bmatrix} (1-\varnothing^2)(1-\varnothing\theta) & (1-\varnothing^2)(1-\theta^2) \\ (1-\varnothing^2)(1-\theta^2) & (1-\theta^2)(1-\varnothing\theta) \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

olarak yazılır.

$$\gamma_k = \varnothing_1 \gamma_{k-1} + \dots + \varnothing_p \gamma_{k-p} + \gamma_{xe}(k) - \theta_1 \gamma_{xe}(k-1) - \dots - \theta_q \gamma_{xe}(k-q)$$

otokovaryans fonksiyonu ile

$$\gamma_0 = \varnothing_1 \gamma_1 + \dots + \varnothing_p \gamma_p + \sigma_e^2 - \theta_1 \gamma_{xe}(-1) - \dots - \theta_q \gamma_{xe}(-q)$$

varyans fonksiyonunun kullanılması ile ARMA(1,1) için,

$$\gamma_0 = \varnothing_1 \gamma_1 + \sigma_e^2 - \theta_1 \gamma_{xe}(-1) \quad (3.104)$$

$$\gamma_1 = \varnothing_1 \gamma_0 - \theta_1 \sigma_e^2 \quad (3.105)$$

$$\gamma_k = \varnothing_1 \gamma_{k-1} \quad k \geq 2 \quad (3.106)$$

olur. Denklem (3.101)'de verilen ARMA(1,1) modeli e_{t-1} ile çarpılarak beklenen değeri alındığında

$$\gamma_{xe}(-1) = (\varnothing_1 - \theta_1) \sigma_e^2 \quad (3.107)$$

elde edilir. Böylelikle ARMA(1,1) modelinin otokovaryans fonksiyonu,

$$\gamma_0 = [(1 + \varnothing_1^2 - 2\varnothing_1\theta_1) \sigma_e^2] / (1 - \varnothing_1^2) \quad (3.108)$$

$$\gamma_1 = [(1 + \varnothing_1\theta_1)(\varnothing_1 - \theta_1) \sigma_e^2] / (1 - \varnothing_1^2) \quad (3.109)$$

$$\gamma_k = \varnothing_1 \gamma_{k-1} \quad k \geq 2 \quad (3.110)$$

olarak bulunur. O halde ARMA(1,1) modelinin otokorelasyon fonksiyonu $\rho_k = \gamma_k / \gamma_0$ 'dan

$$\rho_0 = 1 \quad (3.111)$$

$$\rho_1 = [(1 - \phi_1 \theta_1) (\phi_1 - \theta_1)] / (1 + \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1) \quad (3.112)$$

$$\rho_2 = \phi_1 \rho_1 \quad (3.113)$$

şeklinde olur. $\hat{\phi}_1$ ve $\hat{\theta}_1$ parametrelerinin ilk tahminleri, yukarıdaki denklemlerde ρ_1 ve ρ_2 'nin tahminleyicileri olan r_1 ve r_2 yerlerine konularak elde edilir. İlk parametre tahminleri elde edildikten sonra hata kareler toplamını minimum yapan değere varılıncaya kadar iterasyonlara devan edilir ve parametrelerin en iyi tahminleri elde edilir.

Hata kareler toplamını minimum yapan değeri bulmak için ARMA(1,1) modelinde aşağıdaki yöntem izlenebilir⁽¹⁾.

$$X_t - \mu = \phi_1 (X_{t-1} - \mu) + e_t + \theta_1 e_{t-1}$$

modelinde X_1, X_2, \dots, X_n n tane gözlemi ifade ettiğine göre μ, ϕ_1 ve θ_1 parametreleri için başlangıç değeri $X_0 = \mu$ alınır ve böylece

$$e_0 = X_0 - \mu = \mu - \mu = 0$$

$$e_1 = X_1 - \mu$$

$$e_2 = (X_2 - \mu) - \phi_1 (X_1 - \mu) - \theta_1 e_1$$

.....

$$e_n = (X_n - \mu) - \phi_1 (X_{n-1} - \mu) - \theta_1 e_{n-1} \quad (3.114)$$

den oluşan denklemlerden hata kareler toplamı $\sum e_t^2$ hesaplanarak minimum olduğu değerde parametrelerin en iyi tahminleri elde edilmiş olur.

(1) Christopher Chatfield, a.g.e., s.73-74.

3.1.4. Modelin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonları İle Belirlenmesi:

Otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının mevsimlik olmayan seriler için uygun modelin otoregresif (AR), hareketli ortalama (MA) veya karışık otoregresif hareketli ortalama (ARMA) modellerinden hangisinin olacağı belirlenmesinde kullanılacak ölçütleri Kayım kısaca şöyle açıklamıştır⁽¹⁾:

- a) **AR(p) modeli**: Otokorelasyon fonksiyonu, p gecikmesinden sonra üssel olarak sifıra doğru gidiyorsa ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu p gecikmesinden sonra aşağıya doğru devam ediyorsa bu seri AR(p) modeli ile gösterilir.
- b) **MA(q) modeli**: Otokorelasyon fonksiyonu, q gecikmesinden sonra aşağıya doğru devam ediyorsa ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu, q gecikmesinden sonra üssel olarak sifıra doğru gidiyorsa bu halde seri MA(q) modeli ile gösterilir.
- c) **ARMA(p,q) modeli**: Otokorelasyon fonksiyonu, $(p-q)$ gecikmesinden sonra üssel ve gittikçe azalan sinüs dalgaları karışımı görünümünde ise ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu, $(p-q)$ gecikmesinden sonra, yine üssel ve gittikçe azalan sinüs dalgaları görünümünde ise bu gibi seriler için ARMA (p,q) modelleri uygundur.

(1) Halil Kayım, a.g.e., s.81.

3.2. DOĞRUSAL DURAGAAN OLMAYAN STOKASTİK SÜREÇLER

Önceden de değinildiği gibi bir çok zaman serileri durağan değildir. Böyle olmasına karşın ele alınan serinin bir kesimi ile başka bir kesimi aynı gelişmeyi göstermektedir. Bu şekildeki durağan olmayan stokastik süreçlerin modellerle gösterilebilmesi, seride durağanlığın sağlanmasına bağlı olmaktadır. Durağanlık, serinin uygun derecede farkları alınarak elde edilebilir. Yani zaman serisi gözlem seti bir ortalama etrafında durgun değilse, serinin farkları alınarak durağanlık sağlanmaya çalışılır.

Doğrusal durağan olmayan stokastik süreçleri iki model etrafında ele almak uygundur. Bunlar;

- Orotogresif İntegre Hareketli Ortalama Modeller (ARIMA)
- İntegre Hareketli Ortalama Modeller (IMA)

3.2.1. Orotogresif İntegre Hareketli Ortalama Modeller - ARIMA(p,d,q)

Ele alınan seri durağan değilse, bu verilere uyumu sağlanmaya çalışılan verilerin farklarının uyumunun söz konusu olduğu durgun modellere İntegre Modeller denilmektedir. Orotogresif integre hareketli ortalama modeller olarak ele alınan modelin genel yazılışı,

$$\varphi(B) X_t = \theta(B) e_t \quad (3.115)$$

şeklindedir ve denklemdede

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

olmaktadır. Modeldeki $\varphi(B)$ genel otogresif işlem parametresidir ve

$\emptyset(B)\nabla^d$ 'ye eşittir. İşlemlere ∇^d fark operatörü dahil edilmektedir. Bu durumda modelin yazılışı

$$w_t = \nabla^d X_t \quad (3.116)$$

olacaktır. Oto regresif integre hareketli ortalama modelinin daha açık bir ifade ile yazılışı

$$w_t = \emptyset_1 w_{t-1} + \dots + \emptyset_p w_{t-p} + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \dots + \theta_q e_{t-q} \quad (3.117)$$

şeklinde olur. Görüldüğü gibi model, ARMA modeli ile benzer yapıdadır sadece gözlemlerin d'inci farklarının işleme girdiği durumlar sözkonusudur. Böylece model ARIMA(p,d,q) olarak ifade edilmektedir.

∇^d fark operatöründe $d=1$ ise $\nabla^d = \nabla X_t = X_t - X_{t-1}$ olacaktır. Bu durumda (3.115) deki model

$$\emptyset(B)\nabla^d X_t = \theta(B) e_t \quad (3.118)$$

şeklini alacaktır. Aynı modele (3.116) eşitliği yerleştirilirse,

$$\emptyset(B) w_t = \theta(B) e_t \quad (3.119)$$

olur. Model oto regresif işlem parametresi ile yazılmak istendiğinde

$$\phi(B) = \theta(B) \nabla^d \quad \text{den}$$

$$\phi(B) X_t = \emptyset(B) \nabla^d X_t$$

eşitliklerinden hareketle, (3.119)'un açık hali,

$$\phi(B) X_t = \emptyset(B) \nabla^d X_t = \theta_0 + \theta(B) e_t \quad (3.120)$$

olarak bulunur. w_t 'nin beklenen değeri

$$E(w_t) = E(\nabla^d X_t) = \mu_w = \theta_0 / (1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p) \quad \theta_0 \neq 0 \quad (3.121)$$

şeklinde gösterilir. Eğer bir model $d \geq 1$ şartını sağlıyor ise bu modele durgun olmayan model denir.

Denklem (3.118)'de yazılan model, (3.119)'daki durağan modelinin d kez toplamıyla yada birleştirilmesi ile elde edilmektedir. Eğer (3.118)'deki otoregresif işlem $\phi(B)$ 'nin derecesi p ise, d kez farkı alınmış ise ve hareketli ortalama parametresi $\theta(B)$ 'nin derecesi q ise (3.118)'e (p,d,q) derecesinde otoregresif integre hareketli ortalama modeli denir ve ARIMA(p,d,q) olarak gösterilir. Uygulamalarda sık kullanılan bu tür modelleri, ARIMA modelinin özel bir hali olan integre hareketli ortalama modelleri inceledikten sonra ele alınacaktır.

3.2.2. İntegre Hareketli Ortalama Modeller - IMA(0,d,q)

Otoregresif integre hareketli ortalama modellerinde p 'in sıfır olduğu durumdaki $(0,d,q)$ modellerine integre hareketli ortalama modelleri denir ve IMA(0,d,q) olarak gösterilir. Otoregresif derecesinin sıfır olduğu modelin fark denklemi şeklinde gösterilişi

$$\nabla^d X_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) e_t = \theta(B) e_t \quad (3.122)$$

olmaktadır. Aynı denklemin açılımı yapılarak aşağıdaki şekilde ifade etmek de mümkündür⁽¹⁾

$$X_t = d X_{t-1} - (1/2)d(d-1)X_{t-2} + \dots + (-1)^{d+1} X_{t-d} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (3.123)$$

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.112.

3.2.3. Uygulamalarda En Çok Kullanılan ARIMA Modelleri

Mevsimlik olmayan ARIMA modelleri uygulamada doğrusal durağan olmayan stokastik süreç sınıfından gelen zaman serilerinin modellenmesinde sık kullanılmaktadır. Aşağıda bu modellerden oldukça sık kullanılan üç tanesine yer verilmiştir.

3.2.3.1. ARIMA(0,1,1) veya IMA(0,1,1) Modeli

Bu modelde, otoregresif parametresi $p=0$, fark derecesi $d=1$ ve hareketli ortalama parametresi $q=1$ 'dir. Model IMA(0,1,1) modeli olarak da adlandırılır ve IMA modelinin en basit şeklidir. Örneğin $\phi(B)=1$ ve $\theta(B)=1-\theta_1 B$ iken model

$$\nabla X_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} = (1 - \theta_1 B) e_t \quad -1 < \theta < 1 \quad (3.124)$$

şeklinde yazılır. Bu model θ_1 ve σ_e^2 gibi yalnız iki parametre içermektedir. Bu çeşit model ekonometrik araştırmalarda ve stok kontrol problemlerinde kullanılır⁽¹⁾. Modelin fark denklemi biçiminde yazılışı

$$X_t = X_{t-1} + e_t - \theta_1 e_{t-1} \quad (3.125)$$

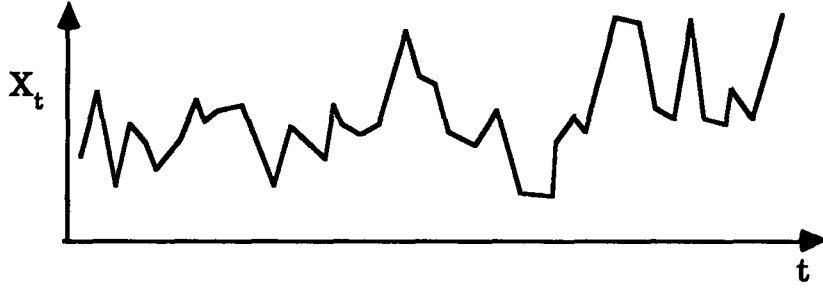
şeklindedir. $\nabla = 1-B$ iken modelin "random shock" formunda yazılışı ise⁽²⁾

$$1 - \theta_1 B = (1 - \theta_1)B + (1 - B) = (1 - \theta_1)B + \nabla = \lambda B + \nabla \quad (3.126)$$

olmakta. Burada $\lambda = 1 - \theta_1$ olduğu ortaya çıkmaktadır. Aşağıda verilmekte olan Şekil (3.1) IMA(0,1,1) modelinin uyumunun sağlanacağı bir zaman serisini göstermektedir.

(1) Halil Kayım, a.g.e., s.75.

(2) Box-Jenkins, a.g.e., s.105.



Şekil 3.1 IMA(0,1,1) Modelinin Uyumunun Sağlanabileceği Zaman Serisi⁽¹⁾.

3.2.3.2. ARIMA(0,2,2) veya IMA(0,2,2) Modeli

Fazlaca kullanılan diğer bir IMA modeli ise (0,2,2) formudur ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\nabla^2 X_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) e_t \quad (3.127)$$

Bu modelde $p=0$, $d=2$ ve $q=2$ değerlerine sahiptir ve modelde θ_1 , θ_2 ve σ_e^2 gibi üç parametre vardır. Modelin fark denklemi biçiminde yazılışı

$$X_t = 2X_{t-1} - X_{t-2} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} \quad (3.128)$$

şeklinde olmaktadır. Modelin "random shock" formunda yazılışı ise

$$1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 = (\lambda_0 \nabla + \lambda_1) B + \nabla^2 \quad (3.129)$$

olmakta, burada

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = 2 - \lambda_0 - \lambda_1 \\ \theta_2 = \lambda_0 - 1 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \lambda_0 = 1 + \theta_2 \\ \lambda_1 = 1 - \theta_1 - \theta_2 \end{array} \right\} \quad (3.130)$$

olarak bulunur. Böylece model şu şekilde elde edilir.

$$\nabla^2 X_t = (\lambda_0 \nabla + \lambda_1) e_{t-1} + \nabla^2 e_t \quad (3.131)$$

(1) Kaynak: Box-Jenkins, a.g.e., s.104.

Aynı şekilde aşağıdaki Şekil (3.2) IMA(0,2,2) modeline uyumu sağlanabilecek zaman serisini göstermektedir.



Şekil 3.2 IMA(0,2,2) Modelinin Uyumunun Sağlanabileceği Zaman Serisi⁽¹⁾.

3.2.3.3. ARIMA(1,1,1) Modeli

Modelde $p=1$, $d=1$ ve $q=1$ olmakta ve model

$$\nabla X_t - \phi_1 X_{t-1} = e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

$$(1 - \phi_1 B) \nabla X_t = (1 - \theta_1 B) e_t \quad (3.132)$$

olarak yazılmaktadır veya aynı model fark denklemi biçiminde

$$X_t = (1 - \phi_1) X_{t-1} - \phi_1 X_{t-2} + e_t - \theta_1 e_{t-1} \quad (3.133)$$

yazılabilir.

3.3. PARAMETRELERİN GEÇİCİ VE GERÇEK TAHMİNLERİ

Ele alınan zaman serisi için kendimize göre uygun modeli belirledikten sonra modellerin açıklanması aşamasında da belirtildiği gibi model parametrelerinin geçici tahminleri yapılır⁽²⁾. Parametrelerin

(1) Kaynak: Box-Jenkins, a.g.e., s.104.

(2) Halil Kayım, a.g.e., s.81-82.

bulunmasında en çok örnek otokorelasyonlarından yararlanır. Geçici parametre tahminleri seri için elde edilecek son modelin yapısı hakkında bilgi verdiği gibi aynı zamanda parametrelerin etkin tahminlerinin yapılmasında başlangıç değerlerini ortaya koyar. Geçici parametre tahminleri, otokorelasyonla parametreler arasındaki ilişkiyi gösteren denklem sistemlerinin parametreler yönünden çözümü ile elde edilir. Belirtildiği gibi otoregresif modellerde parametrelerin geçici tahminleri Yule-Walker denklem sisteminin çözüm değerleri olmaktadır. Yule-Walker denklem sisteminden tahminleyiciler aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$\hat{\phi} = R^{-1} r \quad (3.134)$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & \dots & r_{p-1} \\ r_1 & 1 & \dots & r_{p-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{p-1} & r_{p-2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad r = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \dots \\ r_p \end{bmatrix}$$

Modellerde parametrelerin durağanlık ve çevrilebilirlik koşullarının ortaya koymuş olduğu bir takım sınırlamalar vardır⁽¹⁾. Parametre değerleri üzerine konulmuş olan bu kısıtlamalar aşağıda modeller ile birlikte verilmektedir.

AR(p=1) modeli için geçici parametre tahmini $\hat{\phi}_1$

$$\hat{\phi}_1 = r_1 \quad (3.135)$$

$$-1 < \hat{\phi}_1 < 1 \quad (3.136)$$

ve AR(p=2) modeli için geçici parametre tahminleri $\hat{\phi}_1$ ve $\hat{\phi}_2$ ise

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.49-51.

$$\hat{\theta}_1 = r_1 (1 - r_2) / (1 - r_1^2) \quad (3.137)$$

$$\hat{\theta}_2 = (r_2 - r_1^2) / (1 - r_1^2) \quad (3.138)$$

$$\left. \begin{aligned} -1 < \hat{\theta}_1 < 1 \\ \hat{\theta}_2 + \hat{\theta}_1 < 1 \\ \hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1 < 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.139)$$

şeklinde elde edilir. Formüllerde yer alan r_1 birinci, r_2 ise ikinci gecikmelerdeki otokorelasyon değerleridir.

Hareketli ortalama modelinde otokorelasyonlarla model parametreleri arasındaki ilişkiler doğrusal değildir. Bu nedenle parametrelerin geçici tahminleri otoregresif modellerdeki gibi kolayca tahmin edilemez. MA(q=1) için geçici tahmin değeri

$$\hat{\theta}_1^2 + \hat{\theta}_1 / r_1 + 1 = 0 \quad (3.140)$$

dan elde edilir. MA(q=1) modelinde parametreler üzerine konulmuş kısıtlama ise otoregresif modelde olduğu gibi,

$$-1 < \hat{\theta}_1 < 1 \quad (3.141)$$

şeklinde dir. MA(q=2) modeli için parametrelerinin geçici tahmin değerleri ise,

$$r_1 = \frac{-\hat{\theta}_1 (1 - \hat{\theta}_2)}{\hat{\theta}_2 + \hat{\theta}_1 + 1} \quad (3.142)$$

$$r_2 = \frac{-\hat{\theta}_2}{\hat{\theta}_2 + \hat{\theta}_1 + 1} \quad (3.143)$$

dır.

Parametrelere konan kısıtlamalar ise aşağıdaki gibidir,

$$\left. \begin{aligned} -1 < \hat{\theta}_2 < 1 \\ \hat{\theta}_2 + \hat{\theta}_1 < 1 \\ \hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1 < 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.144)$$

Otoregresif integre hareketli ortalama modeli için geçici parametre tahmin değerleri aşağıdaki denklem sisteminin çözümü ile elde edilir.

$$\begin{aligned} \rho_{q+1} &= \emptyset_1 \rho_q + \dots + \emptyset_p \rho_{q-p+1} \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (3.145)$$

$$\rho_{q+p} = \emptyset_1 \rho_{q+p-1} + \dots + \emptyset_p \rho_q$$

Yukarıdaki denklemler sisteminde $\emptyset_1, \emptyset_2, \dots, \emptyset_p$ değerlerini elde edebilmek için ρ 'ların yerlerine örneklemeden tahmin edilen r 'ler konulur. ρ_1, \dots, ρ_j ve \emptyset_p 'lerle θ_q 'ler arasındaki ilişkileri kullanarak $\hat{\emptyset}_p$ ve $\hat{\theta}_q$ parametrelerinin geçici tahminleri elde edilir. ARMA(1,1) modeli için

$$r_1 = \frac{(1 - \hat{\emptyset}_1 \hat{\theta}_1)(\hat{\emptyset}_1 - \hat{\theta}_1)}{1 + \hat{\theta}_1 - 2\hat{\emptyset}_1 \hat{\theta}_1} \quad (3.146)$$

$$r_2 = \hat{\emptyset}_1 r_1 \quad (3.147)$$

yazılır. Modelin kısıtlama koşulları ise

$$\left. \begin{aligned} -1 < \hat{\emptyset}_1 < 1 \\ -1 < \hat{\theta}_2 < 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.148.)$$

olarak yazılır.

Model belirlenip geçici tahminler elde edildikten sonra etkin parametre tahminleri hata kareler toplamı $\sum e_t^2$ 'yi minimum yapacak

şekilde bulunur. Önceden de değinildiği gibi bunun için de kullanılan yöntem doğrusal olmayan regrasyon yöntemidir. Tahmin edilen parametre değerlerinin standart hatası ve güven aralıkları da bu yöntemle elde edilebilmekte ve parametreler için istatistiksel anlamlılık testleri yapılabilmektedir. Doğrusal olmayan çözüm yönteminde adım adım çözüme başlayabilmek için parametrelerin başlangıç değerlerinin bilinmesi gerekir ki bunlar da yukarıda bahsettiğimiz geçici parametre değerleridir.

3.4. MODELİN UYGUNLUK TESTİ

Seçilmiş olan modelin, ele alınan seri için uygun olup olmadığının araştırılması gerekir. En az parametrelili uygun modelin seçilmesinde kullanılan çeşitli testler vardır. Bunlar içerisinde örnekleme için öngörü hatalarının otokorelasyonlarından faydalanılanı, uygulanabilirlik bakımından en önemlisidir. Hata otokorelasyonlarının her birini ayrı ayrı kendi standart hataları ile $1/\sqrt{n}$ 'i karşılaştırmak mümkündür. Ancak tahmin edilen otokorelasyonların standart hatasını bir ölçü olarak kullanmak düşük derecelerdeki gecikmelerde hesaplanan otokorelasyonların sıfırdan farklılığının önemini açıkça ortaya koyamaz⁽¹⁾. Bunu için otokorelasyonları tek tek incelemenin yerine belirli sayıdaki otokorelasyonları bir arada incelemek daha başarılı sonuçlar vermektir. Bu şekildeki bir inceleme seçilen modelin uygunluğunu daha açıkça ortaya çıkarabilmektedir. Bu amaçla Box-Pierce tarafından geliştirilmiş olan Box-Pierce istatistiği Q şu şekilde hesaplanmaktadır⁽²⁾;

$$Q = n \sum_{k=1}^K r_k^2(\hat{e}) \quad k=1,2,3,\dots,K \quad (3.149)$$

(1) Halil Kayım, a.g.e., s.84.

(2) Box-Jenkins, a.g.e., s.289-292.

Formülde yer alan $r_k(\hat{e})$ örnekleme içi öngörü hatalarının çeşitli (k) gecikmelerdeki otokorelasyonlarıdır ve $n=N-d$ (örnekleme hacmi-fark derecesi) dir. Uygulamalarda genellikle 25 gecikme yeterlidir.

Box-Pierce istatistiği Q yaklaşık olarak χ^2 dağılımlı olup (K-p-q) serbestlik derecesine sahiptir. K hesaplanan otokorelasyon sayısı, p otoregresif ve q ise hareketli ortalama modelindeki parametre sayılarıdır. Bu testlerde χ^2 dağılımı kullanıldığından uygulamalarda χ^2 testi olarak bilinir. Bu test, bazı otokorelasyonların anlamlı olarak sıfırdan farklı olup olmadıklarını ortaya koyar. Eğer hesaplanan χ^2 değeri, α %10 ve/veya %5 gibi seviyelerde (K-p-q) serbestlik derecesindeki tablodan bulunan χ^2 teorik değerinden büyükse "otokorelasyon ortalaması sıfırdan büyüktür" boş hipotezi red edilemez. Eğer hesaplanan χ^2 değeri $\chi^2_{\alpha, (K-p-q)}$ değerinden küçükse "otokorelasyon ortalaması sıfırdan anlamlı olarak büyük değildir" alternatif hipotezi red edilemez. Bunun anlamı da hataların rastlantısal dağıldığını, uygulanan yöntemin ve seçilen modelin uygun olduğunu belirtir.

Eğer seri için uygun olmayan bir model test edildiğinde uygun olarak gösterilmişse, bu durumun nasıl ortaya çıkarılabileceğini Kayım şu şekilde açıklamaktadır⁽¹⁾:

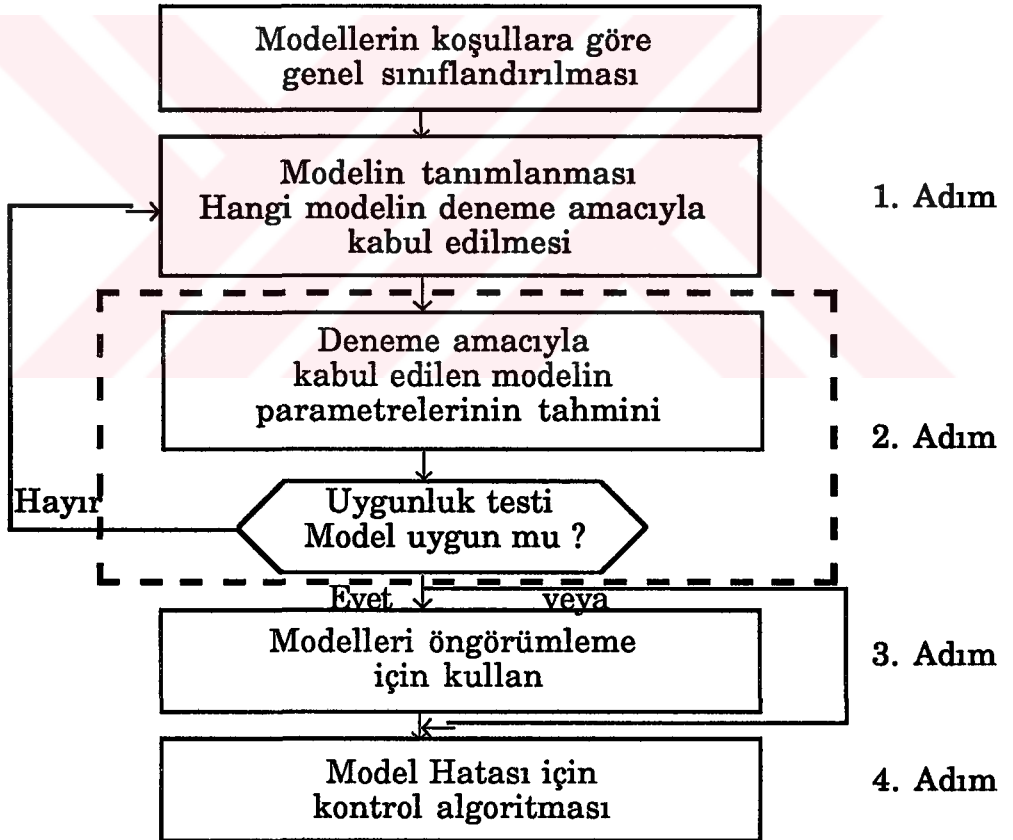
- Örneğin MA(1) modeli yerine ARMA(1,1) modeli kullanılmış olsun. Bu modelden hesaplanan örnekleme içi öngörü hatalarının otokorelasyon fonksiyonu belirli bir şekil gösterir. Bu da ARMA(1,1) modelinin uygun olmadığını ortaya koyar.

- Eğer IMA(0,1,1) modeli yerine ARMA(1,1) modeli kullanılırsa bu durumda ARMA modelindeki otoregresif parametresi sıfır olacaktır. Böylelikle test, ARMA(1,1) modelinin uygun olmadığını ortaya çıkaracaktır.

(1) Halil Kayım, a.g.e., s.84.

3.5. MEVSİMSEL OLMAYAN MODELLERDE ÖNGÖRÜMLEME

Zaman serisi analizlerinin amaçlarından biri, hatta en önemlisi geçmiş gözlemlerden faydalanarak gelecek değerlerin öngörülmesidir. Günümüzde bir çok alanda gelecekteki belirsizliği azaltmak için çeşitli öngörümleme metodları kullanılmaktadır. Zaman serisi analizlerinde Box-Jenkins öngörümleme metodu çok önemli bir yere sahiptir ve bu metod satışların tahmini, üretim planlaması, stok kontrol ve ekonominin bir çok alanlarında uygulama imkanları bulmaktadır. Wheelwright ve Makridakis⁽¹⁾ çeşitli öngörümleme metodlarına yer verdikleri eserlerinde Box-Jenkins öngörümleme metodunu aşağıdaki şema doğrultusunda başarılı bir şekilde uygulamışlardır.



Şekil 3.3 Box-Jenkins Öngörümleme Metodu

(1) Steven C. Wheelwright ve Spyros Makridakis, *Forecasting Methods For Management*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1973, s.123-139.

Burada amaç, önceki dönemi temsil eden X_1, X_2, \dots, X_n gözlemlerinden yararlanarak, X_{n+1} ile ifade edilen n anında 1 dönem sonraki değer tahmin edilmesidir. Söz konusu dönemi ifade eden değer tam sayıdır.

Yapılan açıklamalar zaman serisi modellerinin tümünün ARIMA modelinin değişik şekillerdeki kombinasyonundan oluştuğunu göstermektedir. Bu nedenle öngörümlemede genel şekil olan ARIMA modeli ele alınmaktadır. ARIMA modelinin genel yazılışı,

$$\varphi(B) X_t = \theta(B) e_t$$

şeklindedir ve $\varphi(B) = \theta(B)\nabla^d$ olmaktadır. X_{t+1} dönemindeki değeri bulunmak istendiğinde $l \geq 1$ olmalıdır. Yukarıdaki model için tahminlenen X_{t+1} değeri üç farklı şekilde yazılabilir⁽¹⁾;

a) Fark denklemi biçiminde,

$$X_{t+1} = \varphi_1 X_{t+1-1} + \dots + \varphi_{p+d} X_{t+1-p-d} - \theta_1 e_{t+1-1} - \dots - \theta_q e_{t+1-q} - e_{t+1} \quad (3.150)$$

b) e_t 'lerin sonsuz ağırlıkların önceki etkilerin toplamı şeklinde

$$X_{t+1} = \sum_{j=-\infty}^{t+1} \psi_{t+1,j} e_j = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j e_{t+1+j} \quad (3.151)$$

Burada $\psi_0 = 1$ ve ψ katsayıları aşağıdaki şekilde elde edilmektedir.

$$\varphi(B) (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) = \theta(B) \quad (3.152)$$

Aynı denklem $l > q$ koşuluyla formül

$$X_{t+1} = C_t(1) + e_{t+1} + \psi_1 e_{t+1-1} + \dots + \psi_{l-1} e_{t+1} \quad (3.153)$$

olarak yazılabilir ki buradaki $C_t(1)$ aşağıdaki gibidir.

$$C_t(1) = \sum_{j=-\infty}^t \psi_{t+1,j} e_j = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_{1+j} e_{t+j} \quad (3.154)$$

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.126-128.

c) Geçmiş gözlemlerin sonsuz ağırlıklarının etkilerinin toplamı şeklinde

$$X_{t+1} = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j X_{t+1-j} + e_{t+1} \quad (3.155)$$

$d \geq 1$ durumunda

$$\bar{X}_{t+1}(\pi) = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j X_{t+1-j} \quad (3.156)$$

olur ve denklemden

$$\sum_{j=1}^{\infty} \pi_j = 1$$

olur ve π ağırlıkları da aşağıdaki denklemden elde edilir.

$$\varphi(B) = (1 - \pi_1 B + \pi_2 B^2 + \dots) \theta(B) \quad (3.157)$$

X_{t+1} gözlem değeri için $\hat{X}_t(1)$ şeklinde öngörü yapmak gerekir. Yukarıda görüldüğü gibi t başlangıç döneminde 1 dönemi için yapılan $\hat{X}_t(1)$ öngörüsü $X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots$ gözlem değerlerinin doğrusal bir fonksiyonu olduğu gibi aynı zamanda $e_t, e_{t-1}, e_{t-2}, \dots$ gibi hata terimlerinin de doğrusal bir fonksiyonudur. Hata terimlerini minimum yapmak $\hat{X}_t(1)$ öngörüsü için gereklidir. En iyi öngörü denklemini

$$\hat{X}_t(1) = \psi_1^* e_t + \psi_{1+1}^* e_{t-1} + \psi_{1+2}^* e_{t-2} + \dots \quad (3.158)$$

olarak yazmak mümkündür. Formüldeki $\psi_1^*, \psi_{1+1}^*, \dots$ ağırlıkları saptanması ise ayrı bir aşamayı oluşturur. Minimum hata kareli öngörü

$$e_t^2(1) = [X_{t+1} - \hat{X}_t(1)]^2 \quad \text{den} \quad (3.159)$$

$$E[X_{t+1} - \hat{X}_t(1)]^2 = \left(1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{1-1}^2\right) \sigma_e^2 + \sum_{j=0}^{\infty} \left\{ \psi_{1+j}^* - \psi_{1+j}^* \right\}^2 \sigma_e^2 \quad (3.160)$$

olarak yazılabiliriz. X_{t+1} , l ön dönemindeki gerçek gözlem değerini, $\hat{X}_t(l)$ ise X_{t+1} 'nin öngörü değerini vermektedir. Denklemde minimize için $\psi_{l+1}^* = \psi_{l+1}$ dir. Böylece X_{t+1} gözlem değerinin öngörüsü,

$$X_{t+1} = (e_{t+1} + \psi_1 e_{t+1-1} + \dots + \psi_{l-1} e_{t+1}) + (\psi_l e_t + \psi_{l+1} e_{t-1} + \dots) \quad (3.161)$$

$$X_{t+1} = e_t(l) + \hat{X}_t(l) \quad (3.162)$$

olarak elde edilir. $e_t(l)$, l anındaki $X_t(l)$ 'nin öngörü hatasını göstermektedir. $E[\hat{X}_{t+1} | X_t, X_{t-1}, \dots] = X_t(l)$ olduğundan

$$\hat{X}_t(l) = \psi_1 e_t + \psi_{l+1} e_{t-1} + \dots = E[X_{t+1}] \quad (3.163)$$

şeklinde yazılabilir ve l anındaki öngörü hatası ise

$$e_t(l) = e_{t+1} + \psi_1 e_{t+1-1} + \dots + \psi_{l-1} e_{t+1} \quad (3.164)$$

den hesaplanır. Beklenen değeri ve varyansı

$$E[e_t(l)] = 0 \quad (3.165)$$

$$\text{Var}[e_t(l)] = \left(1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{l-1}^2\right) \sigma_e^2 = 1 + \sum_{j=1}^{l-1} \psi_j^2 \sigma_e^2 \quad (3.166)$$

olmaktadır. Bir dönem için öngörü hatası ($l=1$ için)

$$e_t(l) = X_{t+1} - \hat{X}_t(l) = e_{t+1} \quad (3.167)$$

bağıntısından hesaplanır. Buradaki e_t artık değeri, ön dönem öngörü hatası olarak ortaya çıkmaktadır. Öngörü hata kareler toplamının minimum olabilmesi için öngörü hatalarının birbirleriyle ilişkili olması gerekir. Bu ilişki var ise bir ön dönem öngörü hatası e_{t+1} , şimdiki öngörü hatası e_t 'den tahmin edilebilir.

π ağırlıkları kullanılarak

$$X_t(1) = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j \hat{X}_t(1-j) \quad (3.168)$$

elde edilir ve

$$e_t = \pi(B) X_t = (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots) X_t \quad (3.169)$$

şeklinde yazılabilir.

Öngörünün güven aralıkları bulunmak istendiğinde; öngörümlemede kullanılan ψ katsayıları tekrar ele alınıp açılırsa,

$$\begin{aligned} \varphi(B) (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) &= \theta(B) \\ (1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_{p+d} B^{p+d}) (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) &= (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q) \end{aligned} \quad (3.170)$$

elde edilir. Denklemlerde yer alan ψ katsayıları

$$\psi_0 = 1$$

$$\psi_1 = \varphi_1 - \theta_1$$

$$\psi_2 = \varphi_1 \psi_1 + \varphi_2 - \theta_2$$

.....

$$\psi_j = \varphi_1 \psi_{j-1} + \dots + \varphi_{p+q} \psi_{j-p-d} - \theta_j$$

olarak elde edilir. Öngörünün hata varyansından yararlanarak X_{t+1} 'nin $1-\alpha$ derecesinde alt ve üst sınırlar şu şekilde bulur,

$$X_{t+1}(\pm) = \hat{X}_t(1) \pm Z_{\alpha/2} \left\{ \frac{1 + \sum_{j=1}^2 \psi_j}{1} \right\}^{1/2} S_e \quad (3.171)$$

denklemindeki $Z_{\alpha/2}$ seçilen olasılık düzeyi olup standart normal dağılış tablosundan elde edilir. Daha açık bir şekilde,

$$\Pr \left\{ X_{t+1}(-) < X_{t+1} < X_{t+1}(+) \right\} = 1 - \alpha \quad (3.172)$$

veya

$$\hat{X}_t(1) - Z_{\alpha/2} \left(\frac{1-1}{1 + \sum_{j=1}^2 \psi_j} \right)^{1/2} S_e < X_{t+1} < \hat{X}_t(1) + Z_{\alpha/2} \left(\frac{1-1}{1 + \sum_{j=1}^2 \psi_j} \right)^{1/2} S_e \quad (3.173)$$

olarak yazılabilir.

Sonuçta hata kareleri minimum olan öngörü 1 dönemi için $X_t(1)$ ön dönem gözlem değeri X_{t+1} 'nin $E[X_{t+1}]$ beklenen değerine eşit olduğu için öngörü fonksiyonu üç farklı biçimde gösterilebilir⁽¹⁾. Ancak burada

$$[e_{t+1}] = E[e_{t+1}] \quad (3.174)$$

$$[X_{t+1}] = E[X_{t+1}] \quad (3.175)$$

olarak $l > 0$ için ele alınır.

- Fark denklemi biçiminde:

$$\begin{aligned} [X_{t+1}] = \hat{X}_t(1) = & \phi_1 [X_{t+1-1}] + \dots + \phi_{p+d} [X_{t+1-p-d}] \\ & - \theta_1 [e_{t+1-1}] - \dots - \theta_q [e_{t+1-q}] + [e_{t+1}] \end{aligned} \quad (3.176)$$

- Birleştirilmiş denklem biçiminde:

$$\begin{aligned} [X_{t+1}] = \hat{X}_t(1) = & \psi_1 [e_{t+1-1}] + \dots + \psi_{1-1} [e_{t+1}] + \psi_1 [e_t] \\ & + \psi_{1+1} [e_{t-1}] + \dots + [e_{t+1}] \end{aligned} \quad (3.177)$$

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.129-130.

- π ağırlıkları denklemi biçiminde:

$$[X_{t+1}] = \hat{X}_t(1) = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j [X_{t+1-j}] + [e_{t+1}] \quad (3.178)$$

Yukarıdaki denklemlerde j negatif olmayan tamsayı olma şartı ile beklenen değerlerin hesaplanmasında uygulanan koşullar şunlardır;

$$- [X_{t-j}] = E[X_{t-j}] = X_{t-j} \quad j=0,1,2,\dots \quad (3.179)$$

X_{t-j} gerçekleşmiş gözlem değeridir.

$$- [X_{t+j}] = E[X_{t+j}] = \hat{X}_t(j) \quad j=0,1,2,\dots \quad (3.180)$$

X_{t+j} henüz gerçekleşmemiş gözlem değeri olup öngörü değeri olarak ele alınır.

$$- [e_{t-j}] = E[e_{t-j}] = e_{t-j} = X_{t-j} - \hat{X}_{t-j-1}(1) \quad j=0,1,2,\dots \quad (3.181)$$

değerleri yukarıda verilen formülle hesaplanmakta,

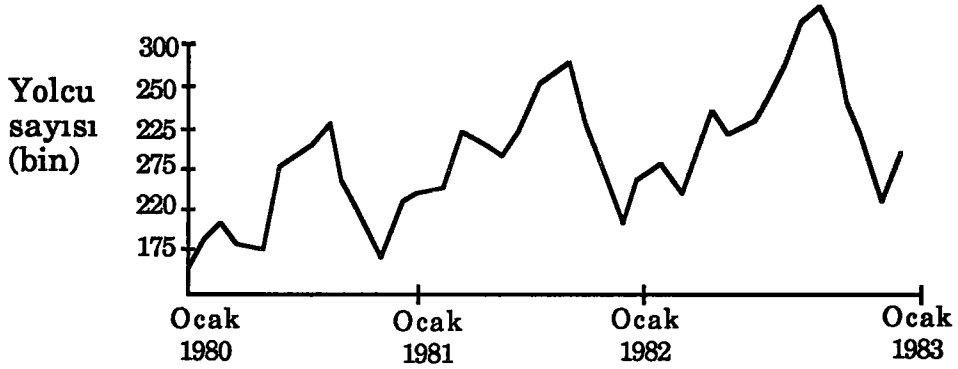
$$- [e_{t+j}] = E[e_{t+j}] = 0 \quad j=0,1,2,\dots \quad (3.182)$$

değerleri bilinmemekte ve sıfır olarak alınmaktadır.

3.6. MEVSİMSEL MODELLER

Şu ana kadar incelenen modeller mevsimlik etki içermiyen durgun ve durgun olmayan doğrusal stokastik modellerdi. Ancak genellikle uygulamalarda ele alınan bir çok zaman serisi mevsimsel hareketler içermektedir. Örneğin hava yollarının taşıdığı yolcu sayılarında veya çoğu mamüllerin satışlarında yılın belirli aylarında artışlar, belirli aylarında ise azalışlar görülmektedir. Bu artış ve azalışlar aylık olabileceği gibi haftalık veya yıllık periyodları da içerebilir. Aşağıdaki grafik

12 aylık mevsimsel periyodik etkiyi içeren bir seriyi göstermektedir.



Şekil 3.4 Mevsimsel (12 Aylık) Etki İçeren Seri

Genel doğrusal modeli π ve ψ ağırlıkları kullanılarak aşağıdaki şekilde yazabiliriz⁽¹⁾.

$$X_t = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j X_{t-j} + e_t \quad (3.183)$$

$$X_t = \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j e_{t-j} + e_t \quad (3.184)$$

Mevsimlik zaman serisinin öngörü fonksiyonları serideki mevsimlik etkileri yansıtmalıdır. Bu nedenle bulunacak model öyle bir öngörü fonksiyonu vermelidir ki, bu fonksiyon belli bir trend ile veri düzeyindeki değişmelerle, mevsimlerin etkisiyle oluşacak değişmeleri yansıtacak şekilde üssel ve sinüs dalgaları karışımı veya karışık polinomial terimleri içermelidir.

Genel olarak çarpımsal mevsimlik modellerin kullanım alanları şu şekilde açıklanmaktadır⁽²⁾;

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.301.

(2) Levent Şenyay, a.g.e., s.61.

-Belli bir yıl içinde birbirini takip eden olaylar için,

-Birbirini takip eden yıllar içerisinde aynı olaylar için gözlemler arasında bir ilişki beklenebilir. Ayları sütunlarda, yılları ise sıralarda göstermek şartı ile, aynı sütun içindeki gözlemler arasında ve aynı sıra içindeki gözlemler arasında benzerliğin beklenebildiği durumlarda iki yönlü varyans analizine benzer bir analize gidilebilir.

Mevsimsel modellerde dalgalanmaların belirli bir şekli vardır ve sabit bir zaman aralığı boyunca bu şekil tekrar eder. Sabit zaman aralığı s ile gösterilmekte ve bu aralıkta kullanılan verinin toplandığı süreye bağlı olmaktadır. Haftalık süreler göre toplanmış verilerde $s=52$, aylık süreler göre toplanmış verilerde $s=12$, üç aylık süreler göre toplanmış verilerde $s=4$ olmaktadır. Mevsimlik verilerin elde edilmesinde, geri öteleme operatörü ve mevsimlik ekonomik zaman serilerinin genellikle durağan olmayacakları düşüncesiyle, fark işleci $\nabla_s X_t = (1-B^s)X_t = X_t - X_{t-s}$ önemli bir göreve sahiptir. Birbirini izleyen periyotlardaki gözlem değerleri arasındaki ilişkiler mevsimsel bir etkiyi içerdiğinden model aşağıdaki gibi olacaktır⁽¹⁾,

$$\Phi(B^s)\nabla_s^D X_t = \Theta(B^s)\alpha_t \quad (3.185)$$

Modelde yer alan s , açıklandığı gibi periyod içindeki gözlem sayısı olup 12 veya 4 olabilir. $\nabla_s = (1-B^s)$, Φ otoregresif mevsimsel parametresi, Θ hareketli ortalama mevsimsel parametresi, D mevsimsel fark parametresi, $\Phi(B^s)$ ve $\Theta(B^s)$ P ve Q dereceden B^s 'nin polinomlarını yani P mevsimsel otoregresif model derecesini, Q mevsimsel hareketli ortalama model derecesini göstermektedir, α_t ise hata terimini ifade etmektedir. Model aynı şekilde

(1) Box-Jenkins, a.g.e., s.304.; Levent Şenyay, a.g.e., s.61.; Halil Kayım, a.g.e., s.83.

$$\Phi(B^s) \nabla_s^D X_{t-1} = \Theta(B^s) \alpha_{t-1} \quad (3.186)$$

olarak da ifade edilir ki burada birinci periyodla bir önceki aynı periyod (yıl veya mevsim) ilişkilendirilir. Aynı şekilde diğer periyodlar da bir biriyle ilişkilendirilir. Hata terimleri $\alpha_t, \alpha_{t-1}, \dots$ bir biriyle ilişkili değildir.

Bütün bu ilişkileri gözönüne alarak ikinci bir model şu şekilde yazılabilir,

$$\emptyset(B) \nabla^d \alpha_t = \theta(B) e_t \quad (3.187)$$

modeldeki $\emptyset(B)$ ve $\theta(B)$, p ve q dereceden B 'nin polinomlarını göstermektedir. Bu modelde $\nabla = \nabla_1 = 1-B$ olarak kullanılır. (3.187) nolu model

$$\alpha_t = [\theta(B) e_t] / [\emptyset(B) \nabla^d] \quad (3.188)$$

olarak yazılırsa ve bu denklem (3.185)'de yerine konulursa mevsimlik zaman serileri için çarpımsal model elde edilir.

$$\emptyset_p(B) \Phi_p(B^s) \nabla^d \nabla_s^D X_{t-1} = \theta_q(B) \Theta_q(B^s) e_t \quad (3.189)$$

Modelde yer alan değişkenlerden p otoregresif mevsimlik olmayan, P otoregresif mevsimlik model derecesini, q mevsimlik olmayan hareketli ortalama, Q mevsimlik hareketli ortalama derecesini, d zaman serisinin belli bir periyoda göre alınmış farklarını, D ise serinin mevsimlere göre alınmış farklarını göstermektedir. Modelin derecelerinin gösterilişi ise $(p,d,q)X(P,D,Q)_s$ şeklinde olup, (p,d,q) mevsimsel olmayan dereceleri, $(P,D,Q)_s$ mevsimsel dereceleri belirtmektedir.

Uygulamalarda bir çok ekonomik zaman serileri genellikle $(0,1,1)X(0,1,1)_s$ mevsimlik çarpımsal modeli ile gösterilebilmektedir. En çok kullanılan $s=12$ için $(0,1,1)X(0,1,1)_{12}$ modeli ele alınırsa, modelin mevsimsel olmayan tarafı $IMA(0,1,1)$, durgun olamayan zaman serisi

analizi için stokastik bir modeli içermektedir. Diğer taraftan $(0,1,1)_s$ mevsimsel etki içermesinden ötürü mevsimlik çarpımsal $(0,1,1)X$ $(0,1,1)_{12}$ modelinin genel yazılışını elde etmek için modeli iki ayrı biçimde

$$\nabla_{12}X_t = (1-\Theta B^{12})\alpha_t \quad (3.190)$$

$$\nabla\alpha_t = (1-\theta B)e_t \quad (3.191)$$

olarak yazıp, buradan α_t 'yi çekip ilk modelde yerine konduğunda her ikisinin çarpımından oluşacak mevsimsel model

$$\nabla\nabla_{12}X_t = (1-\theta B)(1-\Theta B^{12})e_t \quad (3.192)$$

olarak elde edilir. Modelin daha açık bir şekilde gösterimi

$$X_t - X_{t-1} - X_{t-12} + X_{t-13} = e_t - \theta e_{t-1} - \Theta e_{t-12} + \theta e_{t-13} \quad (3.193)$$

şeklindedir. $(0,1,1)$ modelindeki $\nabla X_t = (1-\theta B)e_t$ ile ve $\nabla_{12}X_t = (1-\Theta B^{12})e_t$ ile ifade edilmektedir. Model parametreleri $-1 < \theta < 1$ ve $-1 < \Theta < 1$ koşulunu sağlamalıdır. Mevsimlik modellerin belirlenmesi, parametrelerin tahmini, modelin uygunluk testi gibi işlemler mevsimlik olmayan modellerde izlenen aşamalar uygulanarak yapılır. Dikkat edilmesi gereken nokta, incelenen zaman serisindeki mevsimlik değişimler her zaman kolaylıkla ve açıkça görülmeyebilir. Böyle durumlarda mevsimlik etkiyi ortaya çıkarabilmek için önceden de bahsedildiği gibi otokorelasyon analizlerinden yararlanılabilmektedir⁽¹⁾.

Eğer incelenen zaman serisi durağan ise otokorelasyon değerleri hesaplanır ve incelenir. Seri üç aylık toplanmış ise her bir dördüncü gecikmedeki otokorelasyon değeri anlamlı olarak sıfırdan büyük olacaktır. Yani r_1 otokorelasyon değeri büyük, bunu izleyen otokorelasyon değerleri küçük, r_4 otokorelasyon değeri bir önceki ve sonra-

(1) Halil Kayım, a.g.e., s.89.

ki otokorelasyonlardan daha büyük değerde olacaktır. Bu durumda r_1 , r_4 , r_8 , r_{12} , ... otokorelasyon değerleri otokorelasyon fonksiyonunda belirli bir şekilde mevsimlik bir etki gösterirler.

Eğer zaman serisi durağan değilse, seride trendin bulunması otokorelasyon fonksiyonunda gerçek değerleri ortaya çıkarılamıyacağı için mevsimlik etkiler de durağan serilerdeki gibi açıklıkla görülemiyebilir. Yapılacak işlem durağan olmayan serileri durağan hale dönüştürmektir. Bu da serilerin farkları alınarak yapılabilir. Seri durağan hale dönüştürüldükten sonra mevsimlik etki ortaya çıkar. Fark serisinin otokorelasyonları mevsimlik karakter taşıyorsa serinin mevsimlik zaman serisi olduğuna karar verilir.

3.7. MEVSİMSEL MODELLERDE ÖNGÖRÜMLEME

Mevsimsel modellerdeki öngörüleme fonksiyonları mevsimlik etkileri yansıtmalıdır. Bu nedenle model öyle bir öngörü fonksiyonunu içermelidir ki bu fonksiyon veri düzeyindeki değişmelerle ve mevsimlerin etkisiyle oluşacak değişmeleri yansıtacak şekilde üssel ve sinüs dalgaları karışımı veya karışık polinomial terimlerini içermelidir. Bu durumda mevsimlik modellerde öngörü fonksiyonu önceki modellerden⁽¹⁾

$$X_{t+1} = \hat{X}_t(1) + e_t(1)$$

şeklinde yazılır. Formüldeki

$$e_t(1) = e_{t+1} + \psi_1 e_{t+1-1} + \dots + \psi_{l-1} e_{t+1-l}$$

olmaktadır. $l > s$ koşulu ile çarpımsal mevsimlik model

$$\nabla \nabla_s X_t = (1-\theta B)(1-\Theta B^s)e_t$$

dir, burdaki fark denklemi öngörü için yeterlidir.

(1) Levent Şenyay, a.g.e., s.69.

$$(1-B)(1-B^s)\hat{X}_t(l)=0 \quad (3.194)$$

Periyodları r ($r=0,1,2,\dots$), ve periyod içindeki gözlemleri m ($m=1,2,\dots,s$) ile gösterilecek olunursa $l=(r,m)$ formu kullanılarak aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$\hat{X}_t(l) = \hat{X}_t(r,m) = b_{0,m}^{(t)} + r b_1^{(t)} \quad l > 0 \quad (3.195)$$

Bu denklem ilk s değerini öngörüler, $e_t(l)$ öngörü hatalarının varyansını bulmak için $X_t = \sum \psi_j e_{t-j}$ modelindeki ψ ağırlıklarına gereksinim duyulur.

$(0,1,1)X(0,1,1)_s$ modelini incelersek hareketli ortalama operatörü kullanılarak

$$(1-\theta B)(1-\theta B^s) = (\nabla - \lambda B)(\nabla_s + \Lambda B^s) \quad (3.196)$$

yazılır ve burada $\lambda = 1-\theta$, $\Lambda = 1-\theta$, $\nabla_s = 1-B^s$ olarak tanımlıdır. Böylece öngörü modeli

$$\nabla_s X_t = (\nabla - \lambda B)(\nabla_s + \Lambda B^s) e_t \quad (3.197)$$

olarak yazılabilir. Denklemdeki ψ ağırlıkları hesaplandığında

$$\psi_0 = 1$$

$$\psi_1 = \psi_2 = \dots = \psi_{s-1} = \lambda$$

$$\psi_{s+1} = \psi_{s+2} = \dots = \psi_{2s-1} = \lambda(1+\Lambda)$$

$$\psi_{2s+1} = \psi_{2s+2} = \dots = \psi_{3s-1} = \lambda(1+2\Lambda) \quad (3.198)$$

$$\psi_s = \lambda + \Lambda$$

$$\psi_{2s} = \lambda(1+\Lambda) + \Lambda$$

$$\psi_{3s} = \lambda(1+2\Lambda) + \Lambda$$

elde edilir. ψ_j ağırlığı $\psi_{r,m}$ olarak ifade edilecek olursa

$$\psi_{r,m} = \lambda (1+r\Lambda) + \delta\Lambda \quad (3.199)$$

olarak yazılabilir. Denklemdaki δ değeri

$$\delta = \begin{cases} 1 & m=s \text{ için} \\ 0 & m \neq s \text{ için} \end{cases} \quad (3.200)$$

dir. Bu durumda öngörüm değeri

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{X}_t (1+\lambda) + \psi_1 e_{t+1} \quad (3.201)$$

olmaktadır. Öngörüm hatasının varyansı ise

$$\text{Var}[e_t(1)] = \left(1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{l-1}^2\right) \sigma_e^2 = 1 + \sum_{j=1}^{l-1} \psi_j^2 \sigma_e^2 \quad (3.202)$$

dir. Model π ağırlıkları ile

$$X_t = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j X_{t-j} + e_t \quad (3.203)$$

olduğundan bir sonraki öngörüm değeri

$$\hat{X}_{t+1} = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j X_{t+1-j}$$

olarak hesaplanır. π ağırlıkları ile denklemin katsayıları

$$(1-B)(1-B^s) = (1-\theta B)(1-\Theta B^s)(1-\pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots)$$

modelinden

$$\begin{aligned} \pi_j &= \theta^{j-1} (1-\theta) & j=1,2,\dots,s-1 \\ \pi_s &= \theta^{s-1} (1-\theta) + (1-\Theta) \\ \pi_{s+1} &= \theta^s (1-\theta) - (1-\theta)(1-\Theta) \\ (1-\theta B - \Theta B^s + \theta \Theta B^{s+1}) \pi_j &= 0 & j \geq 14 \end{aligned} \quad (3.204)$$

olarak hesaplanabilir.

Genel olarak ARIMA modelleri iki kısımda incelenmektedir. Bunlar doğrusal durağan ve doğrusal durağan olmayan stokastik süreçlerdir. Doğrusal durağan stokastik süreç içinde yer alan zaman serilerine otoregresif (AR), hareketli ortalama (MA) veya otoregresif hareketli ortalama (ARMA) modelleri girer. Diğer inceleme konusu içerisinde olan doğrusal durağan olmayan stokastik zaman serilerinde ise otoregresif integre hareketli ortalama (ARIMA) veya integre hareketli ortalama (IMA) modellerinden birinin uyumu sağlanmaya çalışılır.

Zaman serisi analizi uygulanacak seri öncelikle, ikinci bölümde açıklanan yardımcı fonksiyonlar yardımı ile incelenir. Model seçiminde kullanılan fonksiyonların değerlendirilmesi ne kadar doğru yapılmış ise serinin bu bölümde açıklanan modellere uyumu sağlanması daha kolay olacaktır. Serinin durağan olup olmadığı anlaşıldıktan sonra seçilen modelin derecelerinin ve katsayılarının belirlenmesi en önemli sorunu oluşturmaktadır. Bunun içinde en çok kullanılan yöntem otokorelasyon fonksiyonlarından yararlanılarak bulunan değerlerdir. Önce otokorelasyon fonksiyonundan geçici parametreler bulunarak bunlar içerisinde hata kareler toplamı en az olan parametre grubu gerçek parametre tahmini olarak modele alınır. Son şekli ile modelin gerçek modele uygun olup olmadığı Q testi ile araştırılır. Model uygun ise gelecek değerler hakkında öngörümlemelerde bulunulur.

Serinin, mevsimsel etki içermesi durumunda modellerde mevsimsel etkiyi gözönüne alan parametrelerin olması gerekir. Durağan olmayan modellere mevsimsel periyodu içeren parametreler eklenerek mevsimsel model kurulur. Kurulan bu model ile daha sonra çeşitli mevsimsel periyodları içeren öngörümlemeler yapılmaya çalışılır.

BÖLÜM 4

TIMESLAB: (A TIME SERIES ANALYSIS LABORATORY) PAKET PROGRAMININ TANITIMI

4.1. ZAMAN SERİSİ ANALİZİ YAPAN BİLGİSAYAR PROGRAMLARI

Zaman serisi analizleri bir çok karmaşık ve ileri seviyede matematiksel hesaplamalara dayanmaktadır. Örneğin zaman serisi modelinin seçiminde kullanılan fonksiyonların bir çok kere hesaplanması, kurulan modelin parametrelerinin bulunması gibi işlemlerin elle yapılması çok zor ve çok uzun zaman almaktadır ve hatta zaman zaman imkansızdır. Üstelik elle yapılan işlemlerde herhangi bir adımda yapılan hata tüm hesaplamaların hatalı olmasına neden olabilmektedir. Bu zorluklar karşısında bilgisayarın bu amaçla kullanımı bir zorunluluk olmaktadır. Zaman serisi analizlerinin bilgisayarda çözümü için çeşitli paket programlar geliştirilmiştir. Genel amaçlı GENSTAT istatistik paket programı, zaman serisi analizleri için geniş kullanım alanları sağlamaktadır⁽¹⁾. TSP de zaman serisi analizleri

(1) Bu paket programın zaman serisi analizlerinde kullanımı ile ilgili tanıtım ve uygulama iki yayında ele alınmıştır;
Fikret İkiz, Levent Şenyay, "Zaman Serisi Analizlerinde Genstat Paket Programının Kullanımı", Ege Üniversitesi Bilgisayar Araştırma ve Uygulama Merkezi Dergisi, Cilt:9, Sayı:2, Aralık 1986, İzmir, s.81-91.
Levent Şenyay, a.g.e., s.73-94.

için hazırlanmış etkin bir paket programdır. Genel istatistik amaçlı program MICROSTA ve bir yönelem araştırması paketi olan QSB kullanımını çok basit olmasına karşın,¹⁰⁷ zaman serisi analizini klasik olarak basit bir düzeyde ele almışlardır. Araştırmacılar kendi ihtiyaçlarına uygun olarak da çeşitli zaman serisi programları yazmışlardır⁽¹⁾.

4.2. TIMESLAB PAKET PROGRAMI

Bu çalışmada kısaca tanıtılmaya çalışılan paket program TIMESLAB (A Time Series Analysis Laboratory) H. Joseph Newton tarafından 1987 yılında geliştirilmiş ve Türkiye'de henüz kullanımına geniş bir şekilde başlanmamış bir zaman serisi paket programıdır⁽²⁾. Zaman serisi ile ilgili tüm işlemleri yapabilen paket programın yanında, kullanıcı için hazırlanmış olan program kitapçığı, aynı zamanda zaman serisi analizlerini bir ders kitabı gibi açıklamaktadır. Diğer paketlere nazaran büyük üstünlükleri olduğundan beşinci bölümde yer alan uygulama bu paket programından yararlanılarak yapılmıştır. Çok üstün bir grafik çizme yeteneğine sahip olan bu program içinde ayrıca yazar tarafından belirli amaçlara yönelik bazı makro programlar da hazır olarak kullanıcıya sunulmuştur. Böylece aynı işlemleri yapacak komutları her seferinde arka arkaya yazmaya gerek duymadan sadece belirli olan değişkenlere yeni değerler atayarak programlar çalıştırılabilir. Bu da kullanıcıya çok büyük kolaylıklar sağlamaktadır.

Timeslab, IBM ve IBM uyumlu en az 512 Kb belleğe sahip ve 8087 veya 80287 sayısal işlemcisi olan bilgisayarlarda çalışabilir. Söz konusu program renkli EGA ekran grafiklerin daha iyi analizi için tercih edilebilir. Programın özelliklerinden biri, işlemler sırasında

(1) Levent Şenyay TS (Time Series) adını verdiği bir zaman serisi paket programı geliştirmiştir.

(2) H. Joseph Newton, "TIMESLAB: A Time Series Analysis Laboratory", Wadsworth & Brooks/ Cole, Inc., Texas, 1987.

kullanıcıya her an yardım elini uzatabilmesidir. Program içersindeki kelime işlemci vasıtasıyla, verilerin kütüğe yazılabilmesi mümkün olduğu gibi arka arkaya işlenmesi gereken komutları bir kütük adı altında sırayla yazıp belli bir amaca yönelik makro oluşturma imkanı da sağlamaktadır.

Program çalıştığı andan itibaren interaktif komut ortamındadır.

Yazılan her komut anında işleme girerek (kelime işlemci haricinde) sonuçları gereken yerlere aktarmaktadır. Program genel kullanıcıya aşağıda belirtilen üç temel işlevi yapmasını sağlar,

- Değişkenlerin listelenmesi, LIST (X,50), LIST(k,p,1,c)
- Grafik çizimi, PLOT(X,n), PLOT(X,n,0,150,100,700)
- Makroların kullanılması

Kullanılan tamsayı değişkenler -32767 ile +32767 arasında değer içerir. Gerçek değerler ise 10^{-37} ile 10^{+37} arasındadır. Değişken isimleri 15 karakter uzunluğunda olabilir ve değişkenlerin içerisine açıklayıcı bilgiler için en fazla 40 karakter yazılabilir. Bir değişken adı altında birden çok değer bulunması durumunda dizin söz konusu olmaktadır ki bu çalışma içerisinde yapılacak işlemler çoğunlukla dizinli işlemlerdir. Değişkenlerin alabilecekler toplam değer sayısı 10000'den az veya eşit olabilir. Bir değişkenin içerisindeki değerler istenildiği boyutlarda matrise yerleştirilebilir.

4.2.1. Programın Genel Özellikleri

Program ile ilgili komutlardan önce genel amaçlı işlemleri tanıtmakta yarar vardır.

4.2.1.1. Komut Tipleri

Genel kullanım göz önüne alındığında 5 çeşit komut tipi bulunmaktadır.

1.'nci Komut Tipi

Komut adı(argümanlar listesi)

Örneğin;

PLOT (X,n)

READ(SATISLAR.DAT,X,n)

2.'nci Komut Tipi

Değişkenlere değer atama amacıyla kullanılır. Sabit bir sayı atanabileceği gibi işlem sonuçları da aktarılabilir.

Örneğin;

x=20

y=x+10

3.'ncü Komut Tipi

Bir değişkene komut vasıtasıyla değerler vermektir.

Örneğin;

y=SORT(X,n)

Burada X dizininde n adet veri vardır ve aynı veriler y dizinine küçükten büyüğe doğru sıralanmış olarak aktarılacaktır.

4.'ncü Komut Tipi

Dizimli değişkenlere değerler atamak amacıyla kullanılır.

Örneğin;

A=<1,2,3,4,5>

komutu ile A değişkenine 1,2,3,4,5,6 değerleri verilmiştir ve ardından A=TRANS(A,3,2) komutu verildiğinde A değişkeninin içindeki değerleri kullanarak (3x2)'lik bir A matrisi yaratılmış olur. Böylece son olarak A değişkeninin içerisindeki değerlerin yapısı şu şekilde olacaktır,

$$A = \begin{bmatrix} 14 \\ 25 \\ 36 \end{bmatrix}$$

5.'nci Komut Tipi

Yardım istemek amacıyla kullanılan komut tipidir.

Örneğin;

HELP

HELP(PLOT)

Sadece HELP yazıldığında ekranda yardım istenebilecek komutlar belirlenmektedir. Diğerinde ise ekrana PLOT komutunun kullanımını hakkında açıklamalar gelir.

4.2.1.2. Değişkenlerin Listelenmesi ve Silinmesi

TIMESLAB paket programında tamsayı, gerçel ve karakter değişkenlerin her biri için 60 adet oda bulunmakta ve aynı şekilde dizinli değişkenler için de 60 tane değişkeni bir anda kullanma imkanı vardır. INFO komutu kullanılarak o anda bellekteki değişkenlerde kaç tane eleman bulunduğu ve bunların açıklamaları ile birlikte kullanılabilir boş alan sayısını da öğrenebilme imkanı vardır. LIST komutu ise istenen değişkenlerin listelenmesi amacıyla kullanılır. Değişkenleri bellekte silmek için CLEAN komutu kullanılır.

4.2.1.3. Veri Girişi ve Kaydı

Bilgisayara veri girişi 2 türlü yapılır. Birincisi önceden yaratılmış olan bir kütüğün içindeki verileri READ komutu ile okutularak belleğe yüklenebilir. Veri kütüğü, ASCII kod ile saklama yapan başka bir kelime işlemci ile yaratılabileceği gibi paket programın içerisindeki kelime işlemciye EDIT komutu ile girilerek de yaratılabilir.

İkinci veri giriş şekli ise program içerisinde komutlar aracılığıyla değişkenlere veriler aktarılması biçimi ile olabilir. Daha sonra bu veriler SAVE(X,n,kütük adı) ile belirtilen isimde saklanır.

Veriler editörlerde yazıldığında, ilk başa en fazla 40 karakterlik açıklama satırı ve bir alt satıra da kaç adet veri olduğunun belirtilmesi gerekir. Eğer veriler için bir format koymak gerekiyorsa FORTRAN formatı kullanılmaktadır.

4.2.1.4. Yazıcı Çıkışı

Tüm değişkenlerin (dizinli veya dizinli olmayan) sahip olduğu veya kütükte bulunan değerler PRINT komutu ile yazıcıya aktarılırken PLOT veya HIST gibi komutlarla çizdirilen grafikler de aynen yazıcıya aktarılabilir. ECHO komutu vererek veya Ctrl-PrtSc tuşlarına aynı anda basarak program içerisinde yazılan her şeyin yazıcıdan çıkması sağlanabilir. Aynı komutlarla işlem iptal edilebilir. PRINTER ve PRINTSEL komutları ile yazıcı ile ilgili çeşitli detay tanımlamaları yapılabilmektedir.

4.2.1.5. Makroların Kullanımı

Paket programla birlikte 78 adet makro program bulunmaktadır. Makrolar, bir işlevi yapmak amacıyla belirli verileri dışarıdan alıp arka arkaya komutlar bütününe içererek, sonuçta çıktılar veren genel amaçlı program kütükleridir. TIMESLAB'da makrolar editörler vasıtasıyla kendine özgü programlama dili kurallarına göre yazılır ve MACRO(program adı) ile çalıştırılırlar.

4.2.2. Bazı TIMESLAB Komutları

Paket programı kullanabilmek için komutların kullanımının çok iyi bilinmesi gerekmektedir. Bu program zaman serisi analizlerinde yapılmak istenen tüm değişik amaçlı işlemlere cevap verebilecek güçtedir. Programda komutların kullanımında parametreler parantez içerisinde yer almaktadır. Bir komutun birden çok kullanım şekli ola-

bilmektedir ve parantez içerisinde belirli kısımlar köşeli parantez içerisine yazılmış ise parametrelerin kullanımının isteğe bağlı olduğu anlamını verir. Paket programda kullanılan tüm komutları tanıtmaktansa bu çalışma amacı için önemli varsayılabilir olan bazı komutların incelenmesi uygun görülmüştür.

ABS Komutu

Amaç: Değerlerin veya dizinli değişkende bulunan ilk n adet değer için mutlak değerini alır.

Format: 1) $Y=ABS(X)$

2) $Y=ABS(X,n)$

Girdiler: X-Birincide tek değeri ifade eden değişken, ikincide en az n adet elemanı olan dizinli değişken.

n-Dizinde mutlak değeri bulunacak eleman sayısını belirten tamsayı değer.

Çıktılar: Y-Birincisinde mutlak değeri alınmış tek değeri, ikincisinde n adet değeri içermektedir.

ARCORR Komutu

Amaç: Varyansı $R(0)$ ve Otoregresif $AR(p,\alpha,\sigma^2)$ süreçte $\rho_{(1)}, \dots, \rho_{(M)}$ otokorelasyonları hesaplar.

Format: $\rho=ARCORR(\alpha,p,rvar,M,R0,ier)$

Girdiler: alpha- p uzunluğundaki α katsayılarını içeren dizin.

p- p sırasını belirten tamsayı (>0).

rvar-Hata varyansı σ^2 'yi belirten gerçel değer (>0).

M-Hesaplanacak otokorelasyonların sayısını belirten tamsayı (\geq).

Çıktılar: R0-Sürecin varyansını $R(0)$ belirten gerçel değer.

ier-AR sürecinin durgun olup olmadığını gösterir (0 olursa süreç durgun, diğerlerinde süreç durgun değil anlamını taşır).

rho- M uzunluğunda otokorelasyonları $\rho_{(1)}, \dots, \rho_{(M)}$ içeren dizin.

Açıklamalar:

1) Eğer $ier \neq 1$ ise $R0$ ve rho hesaplanmaz.

2) Eğer $M=0$ ise $R0$ hesaplanır fakat rho hesaplanmaz.

ARMACORR Komutu

Amaç: $ARMA(p,q,\alpha,\beta,\sigma^2)$ sürecin parametrelerinden $R(0)$ varyansı ve $\rho_{(1)}, \dots, \rho_{(M)}$ otokorelasyonları hesaplar.

Format: $rho=ARMACORR(alpha,beta,p,q,rvar,M,R0,ier)$

Girdiler: alpha- p uzunluğundaki α katsayılarını içeren dizin.

beta- q uzunluğundaki β katsayılarını içeren dizin.

p- p sırasını belirten tamsayı (>0).

q- q sırasını belirten tamsayı (>0).

rvar-Hata varyansı σ^2 'yi belirten gerçel değer (>0).

M-Hesaplanacak otokorelasyonların sayısını belirten tamsayı (≥ 0).

Çıktılar: R0-Sürecin varyansı $R(0)$ 'ı belirten gerçel değer.

ier-ARMA sürecinin durgun olup olmadığını gösterir (0 olursa süreç durgun, diğerlerinde süreç durgun değil anlamını taşır).

rho- M uzunluğunda otokorelasyonları $\rho_{(1)}, \dots, \rho_{(M)}$ içeren dizin.

Açıklamalar:

- 1) Eğer $ier \neq 1$ ise R0 ve rho hesaplanmaz.
- 2) Eğer $M=0$ ise R0 hesaplanır fakat rho hesaplanmaz.

ARMAPRED Komutu

Amaç: ARMA($p,q,\alpha,\beta,\sigma^2$) süreci X'in hata kareleri ortalaması sıfır olan doğrusal yada çoğunlukla standart hatalı tahminleyiciyi bulur.

Format: ARMAPRED(X,n,alpha,beta,p,q,rvar,t1,t2,h1,h2,XP,ier [,SE])

Girdiler: X-Öngörü amacıyla kullanılacak n uzunluğunda dizin.

n-Öngörümlemede kullanılacak dizinin uzunluğunu belirten tamsayı (≥ 0).

alpha-p uzunluğundaki α katsayılarını içeren dizin.

beta-q uzunluğundaki β katsayılarını içeren dizin.

p-p sırasını belirten tamsayı (> 0).

q-q sırasını belirten tamsayı (> 0).

t1,t2-Açıklamada belirtilen belleğin kullanılabilir genişliğini veren tamsayılar ($1 \leq t1 \leq t2 \leq n$)

h1,h2-Açıklamada belirtilen kullanılabilir yatay alanı veren tamsayılar ($1 \leq h1 \leq h2$)

Çıktılar: ier-ARMA sürecinin durgun olup olmadığını gösterir (0 olursa süreç durgun, diğerlerinde süreç durgun değil anlamını taşır).

XP-($t2-t1+1$)($h2-h1+1$) uzunluğundaki öngörü dizinini verir.

SE-Eğer bu argüman kullanılır ise XP dizini öngörü standart hatasını içerir.

Açıklamalar:

- 1) Hafıza-t, yatay-t öngörü ve $X(t+h)$ öngörüsünün standart hatası $X(1), \dots, X(t)$ 'yi verecektir ki bunlar t 'den t_1 ve t_2 için h 'den h_1 ve h_2 için XP dizininde ve SE'den $t=t_1$ ilk değeri ve sonra $t=t_1+1 \dots$ şeklindedir.

ARMASEL Komutu

Amaç: $X(1), \dots, X(n)$ veri setine adım adım ARMA analizi yapar.

Format: ARMASEL($X, n, M, s, k_1, k_2, kopt, pval, p, q, alpha, beta, rvar, ier$)

Girdiler: X -n uzunluğunda analiz edilecek olan zaman serisi dizini.

n-Analiz edilecek verilerin adetini belirten tamsayı.

M, s-Modelin içerdiği maksimum AR ve MA gecikmelerini belirleyen tamsayılar. Bir s uzunluğundaki AR modeli, $s < M$ ise X 'e bağlıdır ve sonra kapsanabilen en geniş AR ve MA gecikmeleri $M-s$ olur.

k1, k2-Modelin içerdiği AR ve MA gecikmelerinin sayısını veren tamsayılardır ($0 \leq k_1, k_2 \leq M-s$, bakınız: Açıklama 1)

kopt-ARMASEL'in gecikme değerlerini seçmesinin gerekip gerekmediğini ve ne olduğunu $kopt=0$ belirtir. Kullanıcıya gecikme değerlerini belirleyip belirlemeyeceğini ve ARMASEL'in ne olduğunu seçip seçmeyeceğini $kopt > 0$ belirtir, ya da kullanıcının hem gecikme değerlerini hem de bunların ne olduğunun belirleyip belirlemeyeceğini ve ARMASEL'in katsayıları sadece tahminliyeceğini belirten $kopt < 0$ değeri verilir (geniş bilgi için Açıklama 1'e bakın).

pval-($0 < pval < 1$) arasında değer alabilen işlemin her adımında p değerinin içeriğini belirleyen gerçel değişken. $pval$ için kk bir değer alınması kapsanacak bir gecikme için $pval$ 'ı daha kolaylaştırır.

alpha-(Eğer $kopt < 0$ ve $k1 > 0$ ise) Modele dahil edilen AR gecikmelerini belirleyen $k1$ uzunluğundaki dizin.

beta-(Eğer $kopt < 0$ ve $k2 > 0$ ise) Modele dahil edilen MA gecikmelerini belirleyen $k2$ uzunluğundaki dizin.

ıktılar: p-Seçilmiş ARMA modelinin AR bölümünün sırasını içeren tamsayı değişken. Böylece p , seçilmiş maksimum AR gecikmesidir.

q-Seçilmiş ARMA modelinin MA bölümünün sırasını belirleyen tamsayı değişken. Böylece q , seçilmiş maksimum MA gecikmesidir.

alpha-(Eğer $p > 0$ ise) Seçilmiş AR gecikmeleri için katsayıları ve seilmemişler için sıfır değerlerini içeren p uzunluğundaki gerçel dizin.

beta-(Eğer $q > 0$ ise) Seçilmiş MA gecikmeleri için katsayıları ve seilmemişler için sıfır değerlerini içeren q uzunluğundaki gerçel dizin.

rvar-Tahminin hata varyansını belirten gerçel değişken.

ier-Sayısal hatayla karşılaşılıp karşılaşılmadığını gözeten tamsayı (eğer 0 ise karşılaşılmaz, 1 ise matrix tekil olur).

Açıklamalar:

- 1) Eğer $kopt=0$ ise $X(t)$ ile mutlak derecedeki en yüksek korelasyonu elde eden M -s olası gecikmelerinin dışındaki $k1$

AR ve k2 MA gecikmeleri modeldeki kapsama için olası alternatiflerdir ve işlemi durdurana kadar ARMASEL gecikmeleri eklemeye ve silmeye devam eder.

- 2) Eğer $kopt=j>0$ ise birinci açıklamadaki aynı gecikmeler kapsama için alternatif olurlar, fakat ARMASEL modele "en iyi" j gecikmelerini ekler, yani aşama süreci seçilmiş gecikmelerdir.
- 3) Eğer $kopt=j<0$ ise alpha ve/veya beta dizinlerine konulmuş $-j=k1+k2$ gecikmeleri modele eklenir.

ARMASP Komutu

Amaç: ARMA(p,q, α,β,σ^2) süreci için spectral yoğunluk hesaplar.

Format: f=ARMASP(alpha,beta,p,q,rvar,Q)

Girdiler: alpha-p uzunluğundaki α katsayılarını içeren dizin.

beta-q uzunluğundaki β katsayılarını içeren dizin.

p-p sırasını belirten tamsayı (>0).

q-q sırasını belirten tamsayı (>0).

rvar-Hata varyansı σ^2 'yi belirten gerçel değer (>0).

Q-Spectra hesaplarında kullanılan 0 ile 1 arasındaki frekansların sayısı (Q'nın en büyük başlangıç faktörü ≤ 23 ve başlangıç faktörünün kareler toplamı ≤ 210 olmalıdır).

Çıktılar: f-m=[Q/2]+1 uzunluğundaki dizin, (j-1)/Q frekansında (j=1,2,...,m) spectral yoğunluğunu içerir.

ARPART Komutu

Amaç: $AR(p, \alpha, \sigma^2)$ sürecinin kısmi otokorelasyonlarını hesaplayıp katsayılarını verir. ARPART ayrıca tam dairenin dışındaki sıfırlarla karakteristik polinomial'i elde etmek için katsayıların kontrolünde de kullanılır.

Format: part=ARPART(alpha,p,ier)

Girdiler: alpha-p uzunluğundaki α katsayılarını içeren dizin.
p-p sırasını belirten tamsayı (>0).

Çıktılar: part-(Eğer ier=0 ise) p uzunluğunda kısmi otokorelasyonları içeren dizin.

ier-alpha ile ilişkide bulunan karakteristik polinomialin sıfırlarının halkanın tamamen dışında olup olmadığını belirten tamsayı değişken (eğer 0 ise tamamen dışında değilse dışında değil anlamını içerir).

ARSP Komutu

Amaç: $AR(p, \alpha, \sigma^2)$ süreci için spectral yoğunluk hesaplar.

Format: f=ARSP(alpha,p,rvar,Q)

Girdiler: alpha-p uzunluğundaki α katsayılarını içeren dizin.
p-p sırasını belirten tamsayı (>0).

rvar-Hata varyansı σ^2 'yi belirten gerçel değer (>0).

Q-Spectra hesaplarında kullanılan 0 ile 1 arasındaki frekansların sayısı (Q'nın en büyük başlangıç faktörü ≤ 23 ve başlangıç faktörünün kareler toplamı ≤ 210 olmalıdır).

Çıktılar: f-m=[Q/2]+1 uzunluğundaki dizin, (j-1)/Q frekansında (j=1,2,...,m) AR spectral yoğunluğunu içerir.

ARSPCB Komutu

Amaç: $AR(p, \alpha, \sigma^2)$ sürecinin spectral yoğunluğu için güven aralıklarını bulur.

Format: ARSPCB(alpha,p,rvar,n,Q,conf,fl,fu)

Girdiler: alpha-p uzunluğundaki α katsayılarını içeren dizin.

p-p sırasını belirten tamsayı (>0).

rvar-Hata varyansı σ^2 'yi belirten gerçel değer (>0).

n-Katsayıların tahmini için kullanılmış gözlemlerin uzunluğunu içeren tamsayı.

Q-Aralıkları hesaplamada kullanılan 0 ve 1 arasındaki frekansların sayısı (Q'nın en büyük başlangıç faktörü ≤ 23 ve başlangıç faktörünün kareler toplamı ≤ 210 olmalıdır).

conf-Sınırlar için istenilen güven aralıklarını içeren gerçel değişken.

Çıktılar: fl,fu- $m=[Q/2]+1$ uzunluğundaki dizin, $(j-1)/Q$,($j=1,2,\dots, m$) frekanslarında en düşük ve en yüksek güven aralıklarını içerir.

ARSPPEAK Komutu

Amaç: $AR(p, \alpha, \sigma^2)$ sürecinin spectral yoğunluğunda en yüksek noktayla ilişkide olan frekansı bulur.

Format: ARSPPEAK(alpha,p,rvar,n,ier,wp,se[,start])

Girdiler: alpha-p uzunluğundaki α katsayılarını içeren dizin.

p-p sırasını belirten tamsayı (>0).

rvar-Hata varyansı σ^2 'yi belirten gerçel değer (>0).

n-Eğer ARSPPEAK tahminleme amacı ile kullanılıyorsa, sistemin parametrelerini tahminlemek için kullanılmış olan gözlemin uzunluğunu içeren tamsayı. Eğer parametreler doğru değerler ise $n=1$ olarak alınır.

start-Maksimum değeri bulmak için $0 < \text{start} < .5$ arasında bir başlangıç değeri içeren gerçel dizin isteğe bağlı bir argümandır. Eğer start kullanılmıyorsa, o zaman ARSPPEAK başlama değeri olarak 0 ile 1 arasındaki 256 frekans arasında bulunan spectral yoğunluğun en geniş nisbi maksimumu kullanılır.

Çıktılar: ier-ARSPPEAK'in tepe dönüm noktasını bulmada

başarılı olup olmadığını belirleyen bir tamsayıdır.

0 \Rightarrow ARSPPEAK bir tepe dönüm noktasını bulmada başarılı.

1 \Rightarrow ARSPPEAK, AR spectra'nın nisbi en büyük değerinin olmadığına karar verir.

2 \Rightarrow İkinci defa ortaya çıkmış sıfırla karşılaşmıştır.

3 \Rightarrow Maksimum bulucu 0 veya .5 frekansına yaklaştı.

4 \Rightarrow Maksimum bulucu yaklaşım sağlayamadı.

wp-(Eğer $ier=0$ ise) tepe dönüm noktası frekanstır.

se-(Eğer $ier=0$ ise) tahmini tepe dönüm noktası frekansın standart hatasıdır.

Açıklamalar:

- 1) Değişik başlangıç değerleri kullanmak, eğer tepe dönüm noktası birden fazla varsa, birden fazla tepe dönüm noktasının bulunmasına neden olur.

BINOM Komutu

Amaç: Binomial katsayıları ve olasılıkları bulur.

Format: 1) $x=BINOM(n,k)$

2) $x=BINOM(n,p)$

3) $x=BINOM(n,k,p)$

Açıklamalar:

1) Birinci formda, girdi olarak n ve k tamsayıları alınıp çıktı olarak x gerçel değişkeni binomial katsayısı içermektedir.

2) İkinci formda, n ve p girdi değişkenleri tamsayı ve gerçel sayı olabilir. Çıktı olarak x dizini $n+1$ uzunluğundadır ve binomial olasılıkları için $0,1,2,\dots,n$ başarı olabilir ki bu da n denemede p başarı olasılığını verir.

3) Üçüncü formda, çıktı gerçel sayı rastlantısal binomial değişkeninin n denemede olasılığını belirtirki p başarı olasılığı k 'ya eşittir. n ve k tamsayı ve p ise gerçel sayı girdilerdir.

CLEAN Komutu

Amaç: Değişkenleri siler.

Format: CLEAN-Bellekte bulunan tüm değişkenlerin tek tek silinip silinmeyeceğini kullanıcıya sorarak silme işlemini gerçekleştirir. Belirli değişkenlerin silinmesi istendiğinde ise parantez içinde değişken adları veya değişken tipleri belirtilir.

CLS Komutu

Amaç: Ekranı siler.

Format: CLS

COEFFCSD Komutu

Amaç: AR, MA veya ARMA süreçleri tahminlerinin asimtotik standart hatasını bulur.

Format: 1) COEFFCSD(coeff,p,n,SD)

2) COEFFCSD(alpha,beta,p,q,n,SDALPHA,SDBETA,ier)

Açıklamalar:

1) Birinci form AR veya MA süreci için kullanılmaktadır. coeff, p ve n süreçle ilgili girdi katsayılarıdır ve SD ise sürecin p uzunluğunda asimtotik standart sapmalarını veren dizidir.

2) İkinci form ARMA süreci için kullanılır. alpha, beta, p, q, n katsayılar, sıra ve örnek uzunluğudur. SDALPHA ve SDBETA p ve q uzunluğundaki çıktı dizinleri AR ve MA katsayılarının asimtotik standart hataları veren dizinlerdir. Çıktı tamsayı değişkeni ier ise bir hata belirleyicidir (0 ise hata yok, 1 ise tekil matrixle karşılaşılmıştır).

CORR Komutu

Amaç: Tek değişkenli zaman serilerinde varyans ve/veya korelogram ve/veya örnek spectral yoğunluğunu hesaplar.

Format: rho=CORR(X,n,M,Q,iopt,R0,f)

Girdiler: X-n tane veriyi içeren dizin.

n- Veri sayısını belirten tamsayı (>0).

M-Hesaplanacak korelasyon sayısını belirten tamsayı ($0 \leq M < n$).

Q-Örnek spectral yoğunluğu hesaplamada kullanılan 0 ile 1 arasındaki frekansların sayısını belirten tamsayı (Q'nın en büyük başlangıç faktörü ≤ 23 ve başlan-

güç faktörünün kareler toplamı ≤ 210 olmalıdır).

iopt-Hesaplamalardan önce örnek ortalamasının çıkartılıp çıkartılmıyacağını gösteren tamsayı (1 ise evet, 2 ise X dizini diğer yollardan etkilenmez yani hayır anlamındadır).

Çıktılar: R0-Örnek varyansını içeren gerçel dizinli değişken (devamlı hesaplanır).

f-m=[Q/2]+1 uzunluğundaki dizin, (j-1)/Q frekansında (j=1,2,...,m) örnek spectral yoğunluğunu içerir. (sadece eğer $Q \geq n+m$ ise hesaplanır).

rho-M adet korelasyonu içeren dizin (sadece $M > 0$ ise hesaplanır).

Açıklamalar:

- 1) Eğer $M=0$ ise R0 hesaplanır fakat rho hesaplanmaz.
- 2) Eğer $Q=0$ ise f hesaplanmaz.
- 3) Eğer rho ve f ikisinde istenirse Q mutlaka $\geq n+m$ olmalı.

CORRAR Komutu

Amaç: Varyansı ve korelasyonları verilmiş bir $AR(p, \alpha, \sigma^2)$ sürecinin varyansını ve katsayılarını hesaplar. İkinci formda sıra CAT kriteri tarafından seçilirken, birinci formda sıra açıkça belirtilir.

Format: 1) $\alpha = \text{CORRAR}(\text{rho}, R0, p, \text{rvar})$

2) $\alpha = \text{CORRAR}(\text{rho}, R0, M, n, p, \text{rvar}, \text{CAT})$

Girdiler: rho-Birinci formda p veya ikinci formda M otokorelasyonlarını içeren dizin.

R0-Örnek varyansını belirten gerçel değer.

p-(Birinci formda) AR sürecinin sırasını belirten tamsayı (>0).

M-(İkinci formda) Yüksek derecede değer içeren tamsayı (>0).

n-(İkinci formda) Örnek uzunluğunu belirten tamsayı.

Çıktılar: p-(İkinci formda) Sırayı belirten tamsayı değişken.

rvar-Hata varyansını içeren gerçel değişken.

alpha-p uzunluğunda AR katsayılarını içeren dizin.

CAT-(İkinci formda) M uzunluğunda CAT değerlerini içeren dizin 1,2,...,M .

CORRARMA Komutu

Amaç: Varyansı ve otokorelasyonlardan yaralanarak ARMA ($p,q,\alpha,\beta,\sigma^2$) sürecinin hata varyansı ve katsayılarını hesaplar.

Format: rvar=CORRARMA(rho,R0,p,q,maxit,del,ier,alpha,beta)

Girdiler: rho- $p+q$ uzunluğunda sürecin otokorelasyonlarını içeren dizin.

R0-Sürecin varyansını içeren gerçel değer (>0).

p-p sırasını belirten tamsayı (>0).

q-q sırasını belirten tamsayı (>0).

maxit-Wilson algoritmasında iterasyonları veren maksimum sayıyı belirten tamsayı.

del-Aynı noktaya yaklaşım kriterini belirten gerçel değişken.

Çıktılar: ier-Hata/yaklaşım göstergesini belirten tamsayı değişkeni aşağıdaki değerleri alabilir.

0⇒CORRARMA, ARMA parametrelerini başarıyla bulur.

1⇒Tek matris, AR parametrelerini bulmak için denemeye çalışılmakta.

2⇒Wilson algoritmasının bulduğu MA parametreleri aynı noktaya yaklaşmamakta.

alpha-p uzunluğunda AR katsayılarını içeren dizin.

beta-q uzunluğunda MA katsayılarını içeren dizin.

rvar-Hata varyansını σ^2 'yi içeren gerçel değişken.

Açıklamalar:

1)CORRARMA alpha'yı yüksek dereceden Yule-Walker denklemlerinin çözülmesiyle bulur. Bu denklem sistemi ier'in 1'e eşit olması durumunda tekildir ve az miktardaki çıktılar düzgün değildir.

2)Eğer alpha'yı bulmak hata olmamasına neden olacak ise modelin MA kısmının korelasyonları hesaplanır ve Wilson algoritması beta ve rvar'ın dönüşümü için kullanılır. Bu iterasyon algoritma kullanıcıya maxit iterasyonun izin vereceği dönüşümü garanti etmez. Eğer dönüşemiyorsa ier, 2'ye eşit, beta ve rvar düzensizdir. Ekranın üzerinde aynı noktaya yaklaşamaz mesajı görüntülenir.

CORRMA Komutu

Amaç: $MA(q, \beta, \sigma^2)$ sürecinin otokorelasyonlarından sürecin katsayılarını ve hata varyansını hesaplar.

Format: $\text{beta}=\text{CORRMA}(\text{rho}, q, R0, \text{maxit}, \text{del}, \text{ier}, \text{rvar})$

Girdiler: rho-q uzunluğunda 1,2,...,q gecikmelerdeki otokorelasyonları içeren dizin.

q-q sırasını belirten tamsayı (>0).

R0-MA sürecinin varyansını içeren gerçel değer.

maxit-Wilson algoritmasında iterasyonları veren maksimum sayıyı belirten tamsayı (>0).

del-Wilson algoritmasında aynı noktaya yaklaşma kriterini içeren gerçel değer (>0).

Çıktılar: ier-Wilson algoritmasının aynı noktaya yaklaşıp yaklaşmadığını gösteren tamsayı değişken (0 ise evet, 1 ise hayır anlamını taşır).

rvar-MA sürecinin hata varyansı σ^2 'yi içeren gerçel değer.

beta-q uzunluğunda MA katsayılarını içeren dizin.

Açıklamalar:

1) Eğer algoritma maxit iterasyonuna dönüşemiyorsa, TIMESLAB farklı olarak arka rakaya gelen iterasyonları mesaj vererek ekranda görüntüler.

2) Eğer ier 1 ise, rvar ve beta düzenli değildir.

COS Komutu

Amaç: Çeşitli türde Kosinüs değerleri hesaplar.

Format: 1) $y=\text{COS}(x)$

$$2) Y=\text{COS}(X,n)$$

$$3) Y=\text{COS}(n,a,p)$$

Açıklamalar:

- 1) Birinci form, X değişkeninin kosinüsünü y değişkenine radyan cinsinden aktarır.
- 2) İkinci form, n uzunluğundaki X dizinin değerlerini Y dizinine kosinüsünü radyan cinsinden aktarır.
- 3) Üçüncü formda, n uzunluğundaki Y dizini $Y(i)=\text{acos}(2\pi(i-1)/p)$ sonucunu verecektir. Burda n tamsayı, a ve p gerçel değer girdileridir. Çözüm için $p \neq 0$ olmalı.

CUM Komutu

Amaç: Dizinin içindeki n adet elemanın toplamını veya ortalamasını hesaplar.

Format: $Y=\text{CUM}(X,n,iopt)$

Girdiler: X-n tane verinin bulunduğu dizin.

n- Toplamı veya ortalaması alınacak veri adetini belirten tamsayı.

iopt-iopt=1 olduğunda kümülatif toplamı, iopt=2 olduğunda ortalamanın bulunacağını belirten tamsayı.

Çıktılar: Y-n uzunluğunda kümülatif toplamı veya ortalamayı belirtir.

CUMSP Komutu

Amaç: Spectral dizinde kümülatif spectralı hesaplar.

Format: $F=\text{CUMSP}(f,Q)$

Girdiler: f -m=[Q/2]+1 uzunluğundaki dizin (j-1)/Q, j=1,2,...,M

frekanslarında spectral yoğunluk değerlerini içerir.

Q- fY'de hesaplanan frekans sayısını belirten tamsayı dizin.

Çıktılar: **F**-m=[Q/2]+1 uzunluğundaki dizin (j-1)/Q, j=1,2,...,M frekanslarında kümülatif spectral yoğunluk değerlerini içerir.

DENSITY Komutu

Amaç: Veri setinde olasılık yoğunluk tahminleyicisini bulur.

Format: DENSITY(X,n,rbins,M,Y,FY,kernel)

Girdiler: **X**-n uzunluğunda veri içeren dizin.

n-X'in uzunluğunu belirten tamsayı.

rbins-Kullanılacak bant genişliğini belirten gerçel değişken.

M-Yoğunluk tahminlemede nokta sayısını içeren tamsayı.

kernel-Esas kullanılacak tamsayıyı içerir. Geçerli şıklar şunlardır.

1⇒Dikdörtgen

2⇒Kosinüs

3⇒Epanechnikov

4⇒Biweight

5⇒Triangular

6⇒Gaussian

7⇒Parzen

Çıktılar: **Y**-Yoğunluğun tahmin edildiği yerdeki değerleri belirten M uzunluğunda dizin.

FY-Y'deki noktalarda yoğunluk tahminleyicisi değerlerini belirten M uzunluğunda dizin.

Açıklamalar:

1)Eğer $rbins > 0$ ise kullanılacak bant genişliği, veri genişliğinin r_x olduğu yerde, $r_x / (2 * rbins)$ olur. Eğer $rbins = 0$ ise bant genişliği, dikdörtgen kernel'de örnek boyutun küp köküne ve diğerlerinin örnek boyutunun beşinci köküne orantılı olan DENSITY tarafından belirlenir.

DIFF Komutu

Amaç: Birbirine bağlı gecikme değerlerine göre diziden, fark dizini yaratır.

Format: $Y = \text{DIFF}(n, d, X)$

Girdiler: n-Veri uzunluğunu belirten tamsayı.

d-Kullanılacak gecikme tamsayısı ($0 < d < n$).

X-n uzunluğundaki farkı alınacak veriler dizini

Çıktılar: Y-n-d uzunluğunda X dizininin farklarından oluşan dizin, i'ninci Y elemanı $Y(i) = X(i+d) - X(i)$, $i = 1, \dots, n-d$.

DIST Komutu

Amaç: Gama fonksiyonu (form 1'de) veya kantiller, Z, t, ki-kare, F dağılımlarını (form 2'de) hesaplar.

Format:1) $X = \text{DIST}(n, a, b)$

2) $X = \text{DIST}(\text{name}, \text{iopt}, n, a, b, [\text{df1}, \text{df2}])$

Girdiler: name-Dağılım amacıyla kullanılacak aşağıdaki karakterlerden bir tanesi için ayrılmış tek karakterlik alan.

Z veya z \Rightarrow Standart normal dağılım kullanılır.

T veya t \Rightarrow df1 serbestlik derecesinde Student-t dağılı-

mı kullanılır.

C veya $c \Rightarrow df1$ serbestlik derecesinde Ki-kare dağılımı kullanılır.

F veya $f \Rightarrow df1$ ve $df2$ serbestlik derecesinde F dağılımı kullanılır.

iopt-Nasıl bir fonksiyonun değerlendirileceğini belirten tamsayı. Aşağıdaki varsayımlardan biri kullanılır.

1 \Rightarrow Olasılık yoğunluk fonksiyonu ile değerlendirme.

2 \Rightarrow Kümülatif yoğunluk fonksiyonu ile değerlendirme.

3 \Rightarrow Kantil fonksiyonu ile değerlendirme.

n-Fonksiyon değerlendirmede nokta sayısını belirten tamsayı ($n > 0$).

a,b-Fonksiyonda hangi noktaların değerlendirileceğini belirten gerçel sayılar. n sonsuz noktaya eşit ise a ve b arasındaki noktaları içine alanlar değerlendirilecektir.

df1- t ve ki-kare de serbestlik serbestlik derecesini veya F'de serbestlik derecesindeki pay'ı belirten tamsayı değer.

df2-F dağılımında serbestlik derecesinin payda kısmını belirten tamsayı değer.

Çıktılar: X-Eğer $n=1$ ise istenilen kadar değer içeren gerçel değişken, eğer $n > 1$ ise n uzunluğunda $a+(i-1)*d$, $i=1,2,\dots,n$ ve burada $d=(b-a)/(n-1)$ iken değer içeren dizin.

Açıklamalar:

- 1) Eğer kantil fonksiyon istenmiş ise a ve b mutlaka (0,1) aralığında olmalı.

DIVSDS Komutu

Amaç: Verilen ayrık ve/veya çarpımsal mevsimlik standart sapmalarını hesaplar.

Format: $Y = \text{DIVSDS}(X, n, d, \text{SDS}[, \text{iopt}])$

Girdiler: X -n uzunluğunda verilerin işletileceği dizin.

n - X 'in uzunluğunu belirten tamsayı (>0).

d -Mevsimsel periyodu belirten tamsayı (>0).

iopt -İsteğe bağlı olarak kullanılacak olan seçenek aşağıdaki değerleri alabilir.

0⇒Mevsimsel standart sapmaları hesaplar fakat verileri ayırmaz.

1⇒Mevsimsel standart sapmaları hesaplar ve ayırır.

2⇒Çarpımsal seriler SDS ile girilecektir (1'in tersidir).

SDS-Sadece $\text{iopt}=2$ iken d uzunluğunda çarpımsal veri içeren dizindir.

Çıktılar: Y - $\text{iopt}=0$ olmadıkça n uzunluğunda girilen verilerin mevsimsel standart sapmalı verileri ayıran dizin.

SDS- $\text{iopt}=2$ olmadıkça d uzunluğunda dizin (eğer $d=1$ ise) veya mevsimlik standart sapmayı içeren gerçel değişken ($d=1$ ise).

Açıklamalar:

- 1) iopt yazılmaz ise iopt=1olarak alınır.
- 2) Hiç bir ortalama değiştirilmez. Genellikle SUBMNS önce çalıştırılır.

DOS Komutu

Amaç: TIMESLAB programı içerisinde iken DOS işletim sistemi ortamına geçerek DOS komutlarını kullanma imkanı sağlar. Tekrar TIMESLAB ortamına geçmek için EXIT komutu verilir.

Format: DOS

DOT Komutu

Amaç: İki dizinin ilk n elemanlarının karşılıklı çarpımlarının kümülatif toplamlarını bulur.

Format: c=DOT(X,Y,n)

Girdiler: X-En az n uzunluğundaki dizin.

Y-En az n uzunluğundaki dizin.

n-Dahili sonucu bulabilmek için X ve Y dizininde kullanılacak eleman sayısını belirten tamsayı.

Çıktılar: c-X ve Y'nin ilk n elemanından oluşan değerlerin çarpımlarının sonucu veren gerçel dizin.

Açıklamalar:

- 1) X ve Y aynı dizin olabilir.

DTAR Komutu

Amaç: Otoresif modelleri tek tür verilere uydurur.

Format: $\alpha = \text{DTAR}(X, n, m, \text{iopt0}, \text{iopt1}, \text{iopm}, p, R0, rvar[, \text{CAT}])$

Girdiler: X - n adet veri setini içeren dizin.

n -Veri setinin uzunluğunu içeren tamsayı.

M -Ya AR sırasının kullanan (eğer $\text{iopt0}=1$ ise) ya da maksimum AR sırasının kullanılacağını ($\text{iopt0}=2$ ise) belirten tamsayı.

iopt0 - $\text{iopt0}=1$ ise M süreci kullanılarak veya $\text{iopt0}=2$ ise Parzen CAT kriterini kullanarak sürecin M 'den düşük veya M 'ye eşit olduğunda kullanımını belirten tamsayı.

iopt1 -Kısmi otokorelasyon tablosunun eğilimli veya eğilimsiz standart hata varyansı ve 1 'den M 'e CAT kriterinin ekrandan görüntülenip görüntülenmemesi içeren tamsayı (1 ise evet görüntülensin, 2 ise hayır görüntülenmesin anlamında).

iopm -Öngörümleme için hangi metodun kullanılacağını belirten tamsayı. Aşağıdaki şıkları içerir.

1 \Rightarrow Yule-Walker tahminleyicilerini bulabilmek için LEVINSON algoritmasını kullanır

2 \Rightarrow Burg algoritmasını kullanır.

3 \Rightarrow Her M için kısmi otokorelasyonları $\text{iopm}=1$ 'deki algoritmanın önemliliği ($\pm 2/\sqrt{n}$ 'e karşı) test edilir ve model parametrelerinin sıfırdan farklılığı bulunur.

4 \Rightarrow Bu seçenek Burg algoritmasının kullanımını dışında 3. seçenekle aynıdır.

5 \Rightarrow Bu seçenek AIC-temel metodu ile Yule-Walker tahminleyicilerinin algoritmasının kısmi otokorelasyonlarının önemliliğinin testini ya-

par. Metod alt bölümdeki hiç bir kısım ile başlamaz. Takip eden her adımda, alt bölümde bulunmayan en önemli kısım eklenir ve yeni alt bölüm için AIC hesaplanır. Eğer AIC bir öncekinden küçük ise metod devam eder. Aksi halde en son eklenen kısım bırakılır ve metod durur. Kısımları belirlenmiş alt bölümlerinden bir AR sırası, katsayılar ve hata varyansı belirlenir.

6⇒ Bu seçenek kısımları elde etmek için kullanılan Burg algoritması dışında 5'nci seçenekle aynıdır.

Çıktılar: p-Seçilmiş modelin sırasını belirten tamsayı değişken.

R0-Verinin örnek varyansını belirten gerçel değişken.

rvar-Seçilmiş modelin hata varyansını belirten gerçel değişken.

CAT-Eğer bu kavram kullanılmış ise 1'den M'e kadar olan sıralardaki CAT kriterinin değerlerini belirten M uzunluğundaki dizin.

alpha-Seçilmiş modelin katsayılarını belirten p uzunluğundaki dizin.

Açıklamalar:

1) Eğer $p=0$ ise rvar ve alpha bulunmaz.

EXTEND Komutu

Amaç: Bir X veri setini farklılaştırmanın ters işlemiyle büyütme

Format: $Y=EXTEND(X,n,next,d1[,d2])$

Girdiler: X- n adet veri içeren dizin.

n -X uzunluğunu içeren tamsayı ($\geq d1+d2$).

next-X'i büyötmek için gerekli nokta sayısını belirten tamsayı (>0).

d1,d2-Farkları belirten tamsayılar.

Çıktılar: Y-X'i ve büyütölmüş değeri belirten, $n+next$ uzunluğundaki dizin.

Açıklamalar:

1) Y'nin ilk n değeri, X'in ilk n değeriyle aynıdır. Bununla beraber Y'nin daha sonraki next değeri, Açıklama 2 ve 3'de açıklandığı gibidir.

2) Eğer $d2=0$ ise $xbar$ 'ın, ilk n X'lerin $d1$ farklarının ortalaması olduğu yerde $Y(n+i)=Y(n+i-d1)+xbar$ olur.

3) Eğer $d2\neq 0$ ise $xbar$ 'ın X dizininin $d1$ ve $d2$ farklarını alarak çıkarılan verinin örnek ortalaması olduğu yerde, $Y(n+i)=Y(n+i-d1)+Y(n+i-d2)-Y(n+i-d1-d2)+xbar$ olur.

EXTRACT Komutu

Amaç: X dizininden belirli elemanları çıkarılmış Y dizini oluşturur.

Format: $Y=EXTRACT(X,n1,n2)$ Y dizini X(n1)'den X(n2)'e kadar olan değeri içerecektir. Burada değişik kullanım imkanları da mümkündür.

FFT Komutu

Amaç: Kompleks dizinlerin, ayrı Fourier transformunu (DFT) ya da ters Fourier transformunu (IDFT) hesaplar.

Format: 1) $FFT(XR,XI,Q,n,sign,ZR,ZI)$

2) $FFT(X,Q,n,sign,ZR,ZI)$

Girdiler: XR,XI-Dönüştürülecek kompleks sayıların gerçekte ya da zahiri bölümlerini belirten Q uzunluğundaki dizin.

X-Eğer gerçekte dönüştürülecek veriyi belirten Q uzunluğundaki dizin.

Q-Girdi dizinlerinin uzunluğunu belirten tamsayı.

n-Korunacak dönüştürülmüş değerlerin sayısını belirten tamsayı.

sign-DFT ya da IDFT'nin yapılıp yapılmıyacağını belirten tamsayı (Sırasıyla 1 ve -1).

Çıktılar: ZR,ZI-Değişimin gerçekte ve zahiri bölümlerinin ilk n elemanlarını belirten n uzunluğundaki dizin.

Açıklamalar:

1) İkinci form dönüştürülecek sayıların zahiri bölümünün sıfır olmasının beklenmesi durumu dışında birinciyle aynıdır.

2) FFT komutu, eğer Q'nun en büyük başlangıç faktörü ≤ 23 ve başlangıç faktörlerinin kareler toplamı ≤ 210 ise FFT algoritmasını kullanacaktır. Aksi halde FFT hesaplama için tanımlanan formülü kullanmak için izin istiyecektir.

FILT Komutu

Amaç: Bir dizinin doğrusal (linear) filtresini sağlamak için kullanılır, yani

$$Y(i) = \sum_{j=0}^p \beta_j X(p+i-j), \quad i=1,2,\dots,n-p.$$

Format: $Y = \text{FILT}(X, \text{beta}, \text{beta0}, n, p)$

Girdiler: X-Filtre edilecek veriyi belirten n uzunluğundaki dizin.

n-Filtre edilecek verinin uzunluğunu belirten tamsayı.

beta-1,2,...,p gecikmelerinin katsayılarını belirten p uzunluğundaki dizin.

beta0-0 gecikmesinin katsayısını belirten gerçel değişken.

p-Filtre edicinin uzunluğunu belirten tamsayı.

Çıktılar: Y-Filtre edicinin sonucunu belirten $n-p$ uzunluğundaki dizin.

HIST Komutu

Amaç: Veri setinin histogramını hesaplar ve grafiğini çizer.

Format: 1) HIST(X,n)

2) HIST(X,n,nbins)

3) HIST(X,n,nbins,xmin,xmax,ymax)

Girdiler:X-Veriyi belirten n uzunluğundaki dizin.

n-X uzunluğunu belirten tamsayı (>0).

nbins-2 ve 3'ncü formlarda kullanılacak aralıkların sayısını belirten tamsayı (>0).

xmin-3'ncü formda yatay eksenin sol ucunda yer alacak değeri belirten gerçel sayı.

xmin-3'ncü formda yatay eksenin sağ ucunda yer alacak değeri belirten gerçel sayı.

xmin-3'ncü formda dikey eksenin en üstünde yer alacak değeri belirten gerçel sayı.

Açıklamalar:

1) 1'nci formda HIST r_x ve s_x 'in sırasıyla verinin genişlik ve standart sapması olduğu konumda aralıkların sayısı $nbins = [(r_x)/(3.5s_x)]n^{1/3} + 1$ formülü kullanılarak yapılır.

2) Eğer $ymax$ 0 olarak girilirse histogram dikey ekseninde ölçüyü belirler.

INFQNT Komutu

Amaç: Bir veri setinin bilgi verici nicelik fonksiyon grafiğini çizer.

Format: 1) INFQNT(X,n)

2) INFQNT(X,n,xmed,xiqr)

3) INFQNT(X,n,xmed,xigr,arg5)

Girdiler: X-Veriyi belirten n uzunluğundaki dizin.

n-Veri setinin uzunluğunu belirten tamsayı .

arg5-Beş argümanın anlamına sahip olmak, medyan ve interkartil genişliğini grafik çizilmeksizin döndürüldüğü anlamına gelir.

Çıktılar: xmed-Veri setinin medyanını belirten gerçel değişken.

xigr-Veri setinin interkartil genişliğini belirten gerçel değişken.

Açıklamalar:

1) Bilgi verici sayısal grafik $(i-0.5)/n$, $i=1,2,\dots,n$, dizininin çeşitli değerlerinin bir grafiğidir.

LINE Komutu

Amaç: $X(i)=a+bi$, $i=1,2,\dots,n$ değerlerini bulur.

Format: 1) X=LINE(n,a,b)

2) X=LINE(n)

Açıklamalar:

1) İkinci form $a=0$, $b=0$ iken kullanılır.

2) $b=0$ ise a değerleri vektörü oluşturur.

LOGE Komutu

Amaç: Gerçek değerler veya dizinin doğal logaritmasını hesaplar.

Format: 1) $y = \text{LOGE}(x)$ - X'in logaritmasını Y değişkenine atar.

2) $Y = \text{LOGE}(X, n)$ - n adet verisi olan X dizininin doğal logaritmasını hesaplayıp Y dizinine aktarır.

MACORR Komutu

Amaç: $MA(q, \beta, \sigma^2)$ sürecinde $R(0)$ varyansını ve $\rho_{(1)}, \dots, \rho_{(M)}$ korelasyonları bulur.

Format: $\text{rho} = \text{MACORR}(\text{beta}, q, \text{rvar}, M, r0)$

Girdiler: beta-q uzunluğundaki β katsayılarını içeren dizin.

q-q sırasını belirten tamsayı (>0).

rvar-Hata varyansı σ^2 'yi belirten gerçek değer (>0).

M-Bulunacak otokorelasyon sayısını içeren tamsayı (>0).

Çıktılar: R0-MA sürecinin varyansını içeren gerçek değişken.

rho-M uzunluğunda MA sürecinin otokorelasyonlarını içeren dizin

MASP Komutu

Amaç: $MA(q, \beta, \sigma^2)$ süreci için spectral yoğunluk hesaplar.

Format: $f = \text{MASP}(\text{beta}, q, \text{rvar}, Q)$

Girdiler: beta-q uzunluğundaki β katsayılarını içeren dizin.

q-q sırasını belirten tamsayı (>0).

rvar-Hata varyansı σ^2 'yi belirten gerçek değer (>0).

Q-Spectra hesaplarında kullanılan 0 ile 1 arasındaki

frekansların sayısı (Q 'nın en büyük başlangıç faktörü ≤ 23 ve başlangıç faktörünün kareler toplamı ≤ 210 olmalıdır).

Çıktılar: $f-m=[Q/2]+1$ uzunluğundaki dizin, $(j-1)/Q$ frekansında ($j=1,2,\dots,m$) MA spectral yoğunluğunu içerir.

PARCORR Komutu

Amaç: Veri setinden kısmi otokorelasyonları ve isteğe bağlı olarak hataların varyansını hesaplar.

Format: `part=PARCORR(X,n,M[,rvar])`

Girdiler: X -n tane veri içeren dizin.

n -Veri sayısını belirten tamsayı (>0).

M -Bulunacak kısmi otokorelasyon sayısını içeren tamsayı (>0).

Çıktılar: `part`- M uzunluğunda kısmi otokorelasyon değerlerini içeren dizin.

`rvar`-Bu argüman kullanıldığında, M uzunluğunda standart hata varyanslarını içeren dizin bulunur.

PARTAR Komutu

Amaç: $AR(q,\alpha,\sigma^2)$ sürecinin katsayılarını, kısmi otokorelasyon vasıtasıyla hesaplar.

Format: `alpha=PARTAR(part,p)`

Girdiler: `part`- p uzunluğunda kısmi otokorelasyon değerlerini içeren dizin.

p - p sırasını belirten tamsayı (>0).

Çıktılar: `alpha`- p uzunluğunda α katsayılarını içeren dizin.

QTEST Komutu

Amaç: Yığın serisinin White noise serisine dönüştürülüp dönüştürülmediğini yapan test

Format: $pval=QTEST(\rho,M,p,q,n,Q)$

Girdiler: ρ -M uzunluğunda teste başlama değerleri olan otokorelasyonları içeren dizin.

M - ρ 'nun uzunluğunu içeren tamsayı.

p,q -Eğer ρ ARMA(p,q) modelinin otokorelasyonları ise p ve q model derecelerini belirten tamsayı. Aksi takdirde bu değerler sıfır olacaktır.

n -Teste başlanacak verilerin örnek uzunluğunu belirten tamsayı.

Çıktılar: Q-Test istatistiğini içeren gerçel değişken.

$pval$ -Testin p-değerini içeren gerçel değişken.

SIN Komutu

Amaç: Çeşitli türde Sinüs değerleri hesaplar.

Format: 1) $y=SIN(x)$

2) $Y=SIN(X,n)$

3) $Y=SIN(n,a,p)$

Açıklamalar:

1) Birinci form, X değişkeninin sinüsünü Y değişkenine radyan cinsinden aktarır.

2) İkinci form, n uzunluğundaki X dizinin değerlerini Y dizinine sinüsünü radyan cinsinden aktarır.

3) Üçüncü formda, n uzunluğundaki Y dizini $Y(i)=asin(2\pi(i-1)/p)$ sonucunu verecektir. Burda n tamsayı, a ve p gerçel değer girdileridir. Çözüm için $p \neq 0$ olmalı.

SUBMNS Komutu

Amaç: Veri setinin mevsimlik tanımlarını hesaplar ve/veya çıkarır ve/veya ekler.

Format: $Y = \text{SUBMNS}(X, n, d, \text{xbar}[, \text{iopt}])$

Girdiler: \underline{X} -İşleme konulacak n uzunluğundaki veri setini içeren dizin.

\underline{n} - X 'in uzunluğunu içeren tamsayı (>0).

\underline{d} -Mevsimsel periyodu içeren tamsayı (>0).

$\underline{\text{iopt}}$ -İsteğe bağlı olarak kullanılan argüman aşağıdaki değerleri içerebilir.

0 \Rightarrow Mevsimsel tanımlar hesaplanır çıkarmalar yapılmaz.

1 \Rightarrow Mevsimsel tanımlamalar hesaplanır ve çıkarmalar yapılır.

2 \Rightarrow 1'in tersidir, xbar girdi değeri veri setine eklenir.

$\underline{\text{xbar}}$ -(Sadece $\text{iopt}=2$ ise) d uzunluğunda veri setine eklenecek mevsimsel tanımları içeren dizin.

Çıktılar: \underline{Y} -($\text{iopt}=0$ değilse) n uzunluğunda çıkarılmış veya eklenmiş mevsimsel tanımların sonuçlarını içeren dizin.

$\underline{\text{xbar}}$ -($\text{iopt}=2$ değilse) d uzunluğunda (eğer $d > 1$ ise) veya gerçel değişken (eğer $d = 1$ ise) mevsimsel tanım içeren dizin.

WN Komutu

Amaç: White noise serisi oluşturur.

Format: $X = \text{WN}(\text{seed}, n, \text{iopt})$

Girdiler: seed-Rastgele sayı üreticinin çekirdek değerini içeren gerçel değer.

n-Gerçekleşmesi istenilen sayı uzunluğunu belirten tamsayı.

iopt-Kullanılacak dağılımı belirten tamsayı değerdir ve aşağıdaki seçenekleri içerebilir.

<u>iopt</u>	<u>Dağılım</u>	<u>iopt</u>	<u>Dağılım</u>
1	N(0,1)	5	Standart Cauchy
2	U(0,1)	6	Ekstrem değerler
3	Birinci der. üssel	7	Logaritmik
4	Lojistik	8	İkinci der. üssel

Çıktılar: X-n uzunluğunda gerçekleştirilen değerleri içeren dizin.

Kısaca açıklanmaya çalışılan paket program, yukarıda belirtilen işlemler dışında zaman serisi analizler için çok geniş bir komut ve macro kütüphanesine sahiptir. Programın tam olarak kullanımını öğrenmek ancak zaman serisi analizi ile ilgili tüm işlemleri bilmekle mümkündür. Beşinci bölümde yapılan sermaye piyasasında uygulama ile ilgili işlemler bu paket programdan yararlanılarak yapılmıştır.

BÖLÜM 5

SERMAYE PİYASASINDA UYGULAMA

5.1. SERMAYE PİYASALARI

Sermaye piyasaları, kamu ve özel kesimin temelde yatırım amacına dönük uzun dönemli finansman ihtiyaçlarının karşılaştığı piyasalardır. Bu piyasalarda uzun ve sonsuz vadeli fonlarla borçlanma gerçekleşir. Bu piyasanın başlıca araçlarını; devlet ve kamu kuruluşlarına ait tahviller, özel sektör tahvilleri, özel sektör hisse senetleri, kamu ortaklığı senetleri, yatırım fonları olarak sıralayabiliriz. Bu piyasalarda tahvillerin vadeleri genellikle bir yılın üzerindedir. Hisse senetlerin de ise vade söz konusu değildir.

Sermaye piyasasında uzun ve sonsuz vadeli fonların arz ve talebi ancak sermaye piyasası kurumları yardımıyla karşılanabilir. Sermaye piyasası kurumları: Yatırım Bankaları, Borsa Bankerleri, Borsa da işlem yapma yetkisine sahip aracı kuruluşlar olarak sıralayabiliriz. Henüz gelişmemiş sermaye piyasalarında ticari bankalar da aracılık yapabilirler⁽¹⁾.

(1) Murat Uğuz, *Menkul Kıymet Seçimi ve Yatırım Yönetimi*, Mali ve Ekonomik Yayınlar, İstanbul, 1990, s.3-4.

Sermaye piyasaları yapılan işleme bağlı olarak, Birincil Piyasalar ve İkincil Piyasalar olarak ikiye ayrılır. Birincil piyasa da, yeni ihraç edilen menkul kıymetler karşılığında uzun vadeli fonlar ekonomiye aktarılırken ikincil piyasada, önceden ihraç edilmiş olan menkul kıymetler kişiler arasında el değiştirir. Bu piyasa da bir transfer söz konusu olmadığından ikincil piyasanın sermaye piyasasından kopup, menkul kıymetler piyasasını oluşturduğu söylenebilir.

Birincil sermaye piyasası, hisse senedi, tahvil ve diğer sermaye piyasası araçlarının ilk defa işlem gördüğü piyasalardır. Birincil piyasa sermaye piyasası bilinciyle çalışır.

İkincil sermaye piyasası, menkul kıymetlerin paraya çevrilebilmesini sağlayan piyasadır. Böylece menkul kıymetlerin likiditesini arttıracak birincil piyasaya talep yaratır, onun gelişmesini sağlar. Gelişmiş piyasalarda ikincil piyasaların işlem hacmi birinciden çok daha büyüktür. İkincil piyasanın en iyi organize olmuş şekli menkul kıymet borsalarıdır. Birincil sermaye piyasasından çok daha fazla alternatif sunması açısından ikincil sermaye piyasaları bu alanda yatırımda bulunan kişi ve kuruluşlara portföylerini sürekli olarak gözden geçirme ve gerekli değişiklikleri yapma olanağı sağlar.

5.2. MENKUL KIYMET

Sermaye piyasasında işlem gören tahvil, hisse senedi ve bunların türevlerinin tümüne birden menkul kıymet denir. Menkul kıymetler, sermaye piyasasında arz ve talebin karşılaşmasını sağlayan araçlardır. Çünkü sermaye fonları menkul kıymetlerin alım satımı yoluyla el değiştirir. Bu da sermaye piyasası ile menkul kıymet piyasasını birbirinden ayrı düşünmenin imkansızlığını ortaya koymaktadır. Bu iki piyasanın iç içe olmasına rağmen arz ve talep ters yönlüdür. Sermaye piyasasında, sermaye talep eden şirketler halka menkul kıymet

arzederken sermaye arz eden halktan menkul kıymet talep eder.

Çok çeşitli olan menkul kıymetlerden en uygun olanının seçilmesi çeşitli analizlerin yapılmasını gerektirmektedir. Menkul kıymet analizinde kullanılan yöntemler dört temel başlık altında toplanabilmektedir⁽¹⁾.

- Temel menkul kıymet analizi,
- Teknik analiz,
- Tesadüfi yürüyüş kavramı,
- Portföy yöntemi.

Bu analizler içerisinde hisse senetleri fiyatlarını etkileyen faktörleri en detaylı bir şekilde inceleyen ve uygulamada da çok geçerli olan temel menkul kıymet analizi Ekonomi-Endüstri-Ortaklık (EEO) analizi olarakta adlandırılmaktadır.

Her hangi bir firmanın hisse senetlerinin değerini etkileyen çeşitli faktörlerden birincisi, genel ekonominin durumu ile ilgili etmenlerdir. Firmalar doğal olarak içinde buldukları ekonominin dalgalanmalarından etkileneceklerdir ve bu durumda ekonominin genel gidişatının analiz edilmesi gerekir. Firmanın kârlılık, likidite, finansal yapısı, yönetimin kabiliyeti ve diğer işletmelerle olan rekabeti gibi hususlar firma faaliyetlerini ve sonuçta firmanın değerini etkileyen temel konulardır. Bütün bunların yanında firmalar, faaliyette buldukları benzer endüstrileri ve kendi endüstrilerini etkileyen olaylardan da etkileneceklerdir. Sonuç olarak bir firmanın değerini buna bağlı olarak hisse senedinin fiyatını etkileyen analizlerde ekonominin genel durumu, endüstrinin yapısı ve firmanın konumu ayrı ayrı incelenmelidir.

(1) Ahmet Aksoy, *Menkul Kıymet Yatırımlarının Analizi*, Gazi Üniversitesi Yayınları, Ankara, 1988, s.137-173.

Çok çeşitli olan menkul kıymet türlerinden tahvil ve hisse senetlerinin açıklanması bu çalışma için yeterli olacaktır.

5.2.1. Tahvil

Belli zamanlarda belli miktar ya da oranlarda faiz ödenmesi şartını taşıyan ve belli bir sürenin sonunda ya da bu süre boyunca ana paranın iadesini öngören menkul kıymetlere tahvil denir. Tahvillerin kamu kuruluşları ya da anonim ortaklıklar tarafından fon temini için borçlanmak istediklerinde seri halinde çıkardıkları eşit kıymetli ve aynı ibareli borç senetleridir⁽¹⁾. Tahvil bir vadeye bağlıdır. Yani tahvilin ihracı belli bir süreyle sınırlıdır. Tahviller, kuponlu-kuponsuz, nama-hamiline, sabit faizli-değişken faizli tahviller olarak ayrılabilceği gibi vadesine göre de kısa vadeli, orta vadeli, uzun vadeli tahviller olarak da guruplandırmak mümkündür⁽²⁾. Kısa vadeli tahviller bir yıldan az çoğu zaman bir kaç aylıktır, orta vadeli tahviller 1-5 yıl arasında değişir, uzun vadeli tahviller ise 5 yıldan daha uzun sürelerle ihraç edilen tahvillerdir. Tahvillerde herşey rakamlara bağlıdır. Vade bellidir, yatırılan para bellidir, tahvilin bir süre sonraki getirisinin ne olacağı baştan bellidir. Belirsizlik ileride faiz oranlarının düşmesi ya da yükselmesi konusunda ve tahvili çıkaran şirketin tahvilin vadesinde mali durumunun ne olacağı konusudur. Yani tahvildeki belirsizlikler ve risk görüleceği üzere hisse senedine göre daha azdır.

5.2.2. Hisse Senedi

Tahvillerden farklı olarak bu tür menkul kıymetler bir borçlanma aracı değil bir sermaye sağlama aracıdır. Hisse senedi, bir anonim ortaklığın eşit paylara bölünmüş olan sermayesinin bir

(1) Muharrem Karşlı, *Sermaye Piyasası, Borsa, Menkul Kıymetler*, Kral Mat. İstanbul, 1989, s.3.

(2) Murat Uğuz, a.g.e., s.7.

kısmını temsil eden bir menkul kıymettir. Hisse senedi almakta asıl amaç, eğer çok büyük miktarda alıp şirket yönetiminde söz sahibi olmak istenmiyorsa gelecekteki temettü ve sermaye kazancı elde etme beklentisidir. Eğer bir yatırımcı dönemler boyunca hisse senedi fiyatlarını ve dağıtılacak temettü oranlarını iyi tahmin edebilirse neyi ne zaman alması ve satması gerektiğini iyi bilecektir. Yatırımların performansını etkileyen politik, ekonomik, sosyal ve diğer güçleri sistematik olarak dikkate alan Ekonomi-Endüstri-Ortaklık analizleri hisse senedinin gelişimi hakkında bilgiler vermektedir. Hisse senedinin fiyatını etkileyen kârlılık, likidite, finansal yapı, dağıtım kanalları, yönetim becerisi, rekabet, ekonomik beklentiler gibi temel olgular yatırımcı için yol gösterici olmaktadır⁽¹⁾.

Ancak Türkiye'de sermaye piyasasının tam oturmamış olması hisse senedi fiyatlarının belirlenmesinde başka faktörlerin de etkilerini ortaya çıkarmıştır. Geleceğe ait belirsizlikler hisse senetlerini, ileride değeri düşebilen ya da yükselebilen, alıcısına kayıp ya da kazanç getirebilen açık bir mal haline getirmiştir⁽²⁾. Bu yoldan kazanç sağlayan spekülâtörler hisse senedi fiyatlarını istedikleri yönde değiştirebilmektedirler. Ayrıca hisse senetlerinin fiyatları yukarıda sayılan tüm olguları sabit tutarsak zamana göre belirli düşüş veya çıkışlar göstermektedir. Türkiye gibi henüz tam olarak oturmamış bir menkul kıymet piyasasına sahip ülkede hisse senetlerinin fiyatları beklenildiği gibi gelişmemektedir. Örneğin Eylül 1988'de, teorik olarak banka faizleri yükseldiği zaman hisse senetleri fiyatlarının düşmesi gerekirken; bunun tam tersi bir gelişme göstermiş ve hisse senetleri fiyatları da yükselmiştir.

(1) Gültekin Karaşin, *Sermaye Piyasası Analizleri*, Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları-Yayın No:4, Ankara, 1987, s.8.

(2) Muharrem Karşlı, a.g.e., s.53.

İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) 'nda işlem gören hisse senetlerinin zamana göre gelişimleri incelenmek istendiğinde çok spesifik durumlarla karşılaşma imkanı doğmaktadır. Bu nedenle belirli hisse senetlerini alıp incelemek yerine makro değerle olan İMKB endeksini, işlem hacmini ve işlem miktarını incelemek daha uygun olacaktır. 1988 ocak-1990 mayıs dönemi haftalık kapanış değerleri analiz edilmekte ve veriler İMKB yayını olan Haftalık Bülten'den alınmıştır. Normal olarak incelenen bu değerler hisse senetlerinin de gelişimini yansıtacaktır.

5.3. HİSSE SENETLERİNİN ZAMAN SERİSİ ANALİZİ

Hisse senetlerinin fiyat ve değer tanımlarını yapabilmek ve bu çalışmaların ışığında yatırımcılara, tasarruf sahiplerine ve spekülâ-törlere baz teşkil edecek bilgi ve verileri sağlamak, ancak EEO analizle-ri ile mümkün olabilmektedir.

Ekonomik analizde ülke ekonomisinin genel durumu, bazı ekonomik büyüklükler (gayri safi milli hasıla, enflasyon oranı, faiz hadleri vb. gibi)'in yardımıyla makro düzeyde tahminlenmeye ve belir-lenmeye çalışılır.

Ekonomik analizler yardımıyla elde edilen makro verilerin sonuçlarına göre sermaye fonlarının yönlendirilmesi avantajlı görüldüğü takdirde, bu kez endüstri analizi yapılır. Bu analiz sermaye fonlarının yönlendirileceği sektörlerin belirlenmesine yönelik sektör analizleridir. Bu analiz sonuçlarına göre verimli ve kazançlı bulunan sektörlerde faaliyet gösteren ve sermaye fonu arayan ortaklıklar (fir-malar) mikro düzeyde analize tabi tutulur. Bu analiz genellikle fir-manın fiziki etkinliği yanında ağırlıklı olarak finansal yapısının anali-zini gerekli kılar.

Sermaye Piyasası her ne şekilde olursa olsun daha önce piyasaya girmiş veya yeni girecek fonların yönetiminde ve yönlendirilmesinde EEO analizinin önemi büyüktür.

Ancak, sermaye piyasası ikincil periyoda sermayenin mobilizasyonunu sağlayan hisse senetlerinin alım ve satımında temel unsur, bu hisse senetlerinin fiyatlarının belirlenmesine doğrudan etki eden arz ve talebidir.

Arz ve talep yukarıda değinmiş olduğumuz EEO analizlerinden büyük ölçüde etkilenmekle beraber, özellikle borsa kurumu etrafında santralize olmuş bir ikincil piyasada psikolojik ve subjektif bazı etkilerin fiyatlar üzerine etki yaptığı da gözlenmektedir.

Bu çalışmanın ana konusu da, belirtildiği gibi ayrı ayrı hisse senetlerinin analizini yapmak değil, borsa endeksini, işlem hacmini ve işlem miktarlarını analizini tabi tutmaktır. Bu analizler aşağıda yapılmaktadır.

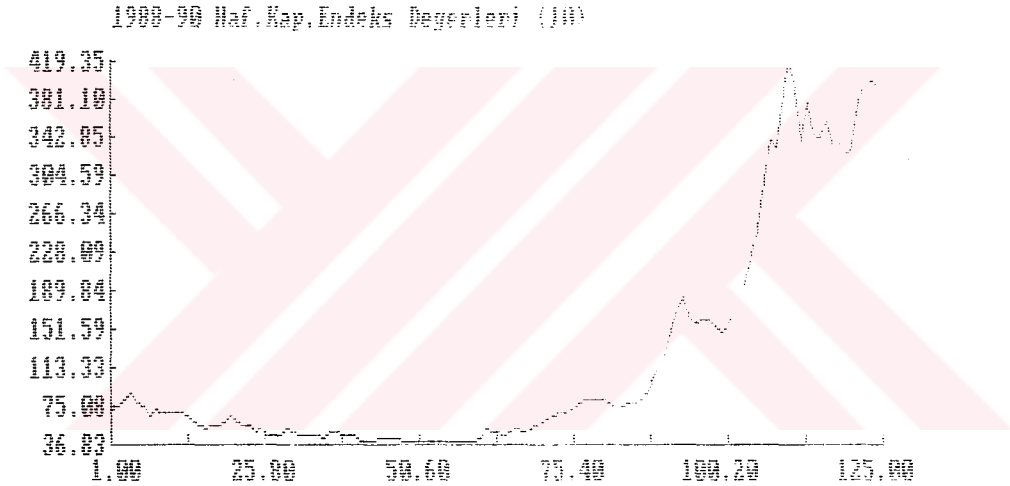
5.4. İMKB ENDEKSİNİN, İŞLEM MİKTARININ VE İŞLEM HACMİNİN ANALİZİ

Genel kabul görmüş kural olarak, zaman serisi analizlerinin sermaye piyasasında uygulanmamasının geçerliliği tarafımızdan bilinmekle beraber, ülkemiz sermaye piyasası modeli ve işleyişi içinde sınıanmıştır.

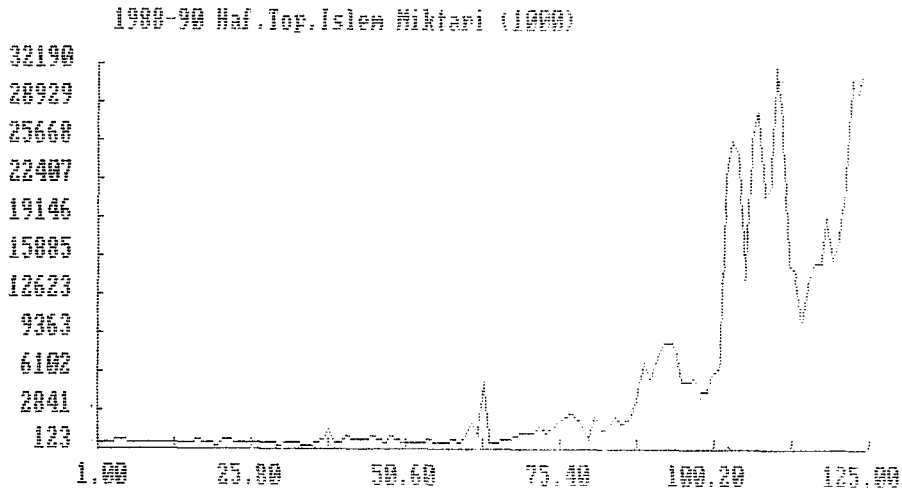
Uygulamalı analize konu olan dönem (1988 Ocak - 1990 Mayıs) içinde İMKB'da hisse senetleri fiyatlarının oluşumunda (Borsa endeksi temel alınmıştır), işlem miktarında ve işlem hacminde periodik ve aynı karakterde bazı gerçekleştirmelerin olduğu saptanmıştır. Bu nitelikte bir sonuca olmamız, geçmişi çok yeni olan ve hızlı bir gelişme gösteren

sermaye piyasası düzeni içinde İMKB'da işlem gören hisse senetlerinin genel kabul görmüş ve zaten kararlarını etkileyen faktörler (EEO analizi) dışında işlem görmekte olduğunu doğrulamıştır.

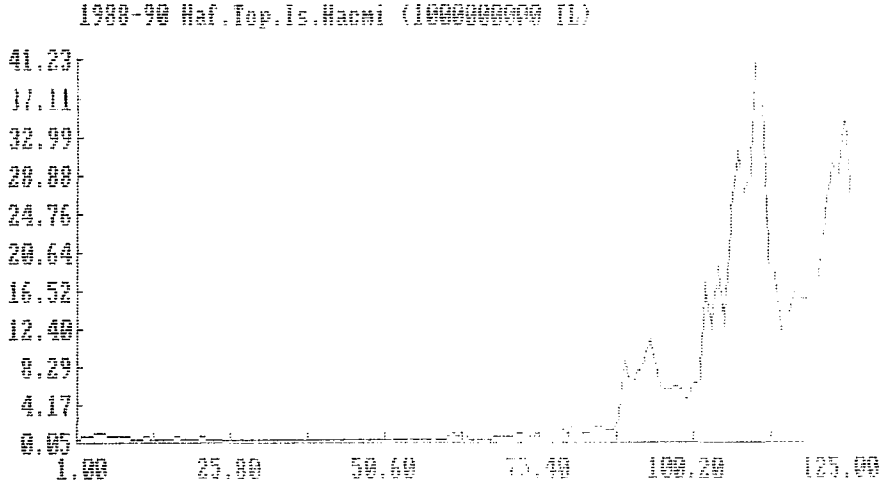
İstanbul Menkul Kıymetler Borsası endeksinin incelenmesi borsanın gelişimi hakkında bilgi vermesi bakımından önemlidir. 1989 Ocak'dan 1990 Haziran'a kadar olan haftalık Endeks (1986 yılı 100 kabul edilerek), işlem hacmi ve işlem miktarına ait veriler Ek-2'de ve bu verilerin gelişim grafiği Şekil (5.1), Şekil (5.2) ve Şekil (5.3)'de verilmiştir.



Şekil 5.1 İMKB Endeksinin 1988 Ocak - 1990 Mayıs Gelişimi



Şekil 5.2 İMKB İşlem Miktarının 1988 Ocak - 1990 Mayıs Gelişimi



Şekil 5.3 İMKB İşlem Hacminin 1988 Ocak - 1990 Mayıs Gelişimi

İMKB'nda arz ve talebi etkileyen faktörler dışında, aynı gelişmelerin gözlemlendiği haftalık devresel hareketlerde saptanan bulgular aşağıda belirtilmektedir.

a) Değerlendirmeye esas yıllar içinde Fiyat (Borsa Endeksi) hareketlerine ilişkin bulgular:

- Her yılın ilk dört haftası içinde, 6'ncı haftaya, 12'nci haftadan 23'ncü haftaya kadar ve 43'ncü haftadan başlamak üzere üzere farklı haftalara kadar İMKB endeksi yükselme göstermiştir.

- Her yılın 4'ncü haftasından 6'ncı haftaya kadar, 12'nci haftadan 16'ncı haftaya kadar, 27'nci haftadan 31'nci haftaya kadar İMKB endeksi düşme göstermiştir.

b) Değerlendirmeye esas yıllar içinde İMKB işlem miktarlarına ilişkin bulgular:

- İşlem miktarı, İMKB fiyat indeksinin düşme eğilimini geçmeden bir hafta önce periodik olarak artmaya başlamakta, endeks

düşme eğilimine girdiği andan itibaren işlem miktarı yükselmektedir.

- İşlem miktarı fiyat hareketlerinin dalgalı bir şeklin gösterdiği dönemlerde aynı nitelikte sonuçlar vermemekte, ancak işlem hacmi ile işlem miktarı arasında ilginç bir ilişkinin varlığı ortaya konmaktadır (daha ileride açıklanacaktır).

c) Değerlendirmeye esas yıllar içinde İMKB işlem hacmine ilişkin bulgular:

- İşlem hacmi matematiksel olarak işlem miktarı ile orantılı bir trend çizmektedir.

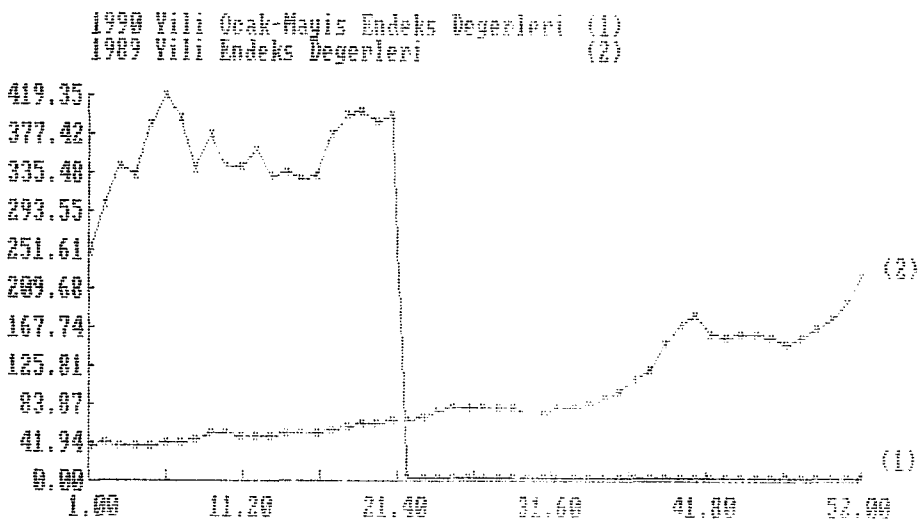
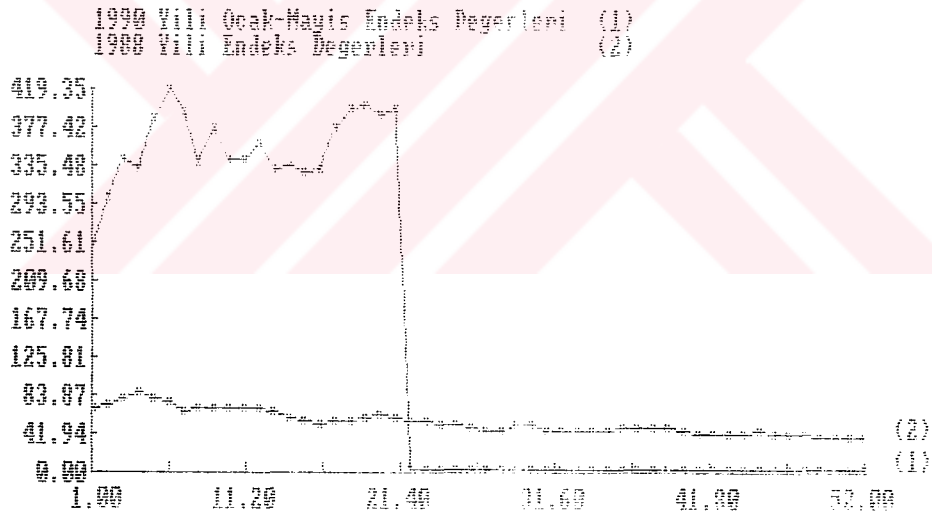
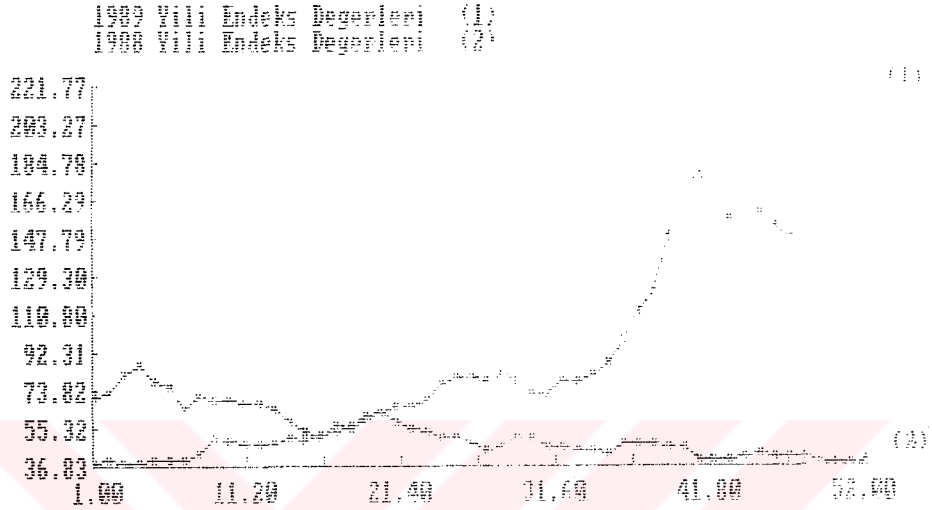
- Borsa endeksinin artmaya başladığı dönemlerde işlem hacmindeki artış hızı, sürekli yükselme eğilimi göstermekte, endeks düşmeye başladığında işlem hacmi en yüksek düzeye ulaşmaktadır.

Borsa endeksi, işlem miktarı ve işlem hacmi birlikte değerlendirildiğinde, İMKB'da hafta bazında periodik gelişmelerin ilk 4 haftasında artış gösterdiği bu artışların dalgalı olarak 12'nci haftaya kadar devam ettiği, hemen bunu takip eden dönemde endeksin düştüğü, işlem miktarı ile işlem hacminin arttığı gözlenmektedir.

Bu gelişmenin nedeni, fiyatların kademeli olarak yükseltildiği ve nisan ayının başında düşürülerek kazançlar sağlandığı gözlenebilir. Nitekim, 16'ncı haftadan sonra endeks, işlem hacmi ve işlem miktarında yükselme gözlenmesi, fiyatları düşük hisse senetleri yüksek fiyatla büyük gruplar halinde satılarak spekülasyon kazançları sağlandığının bir göstergesi olarak değerlendirilebilir.

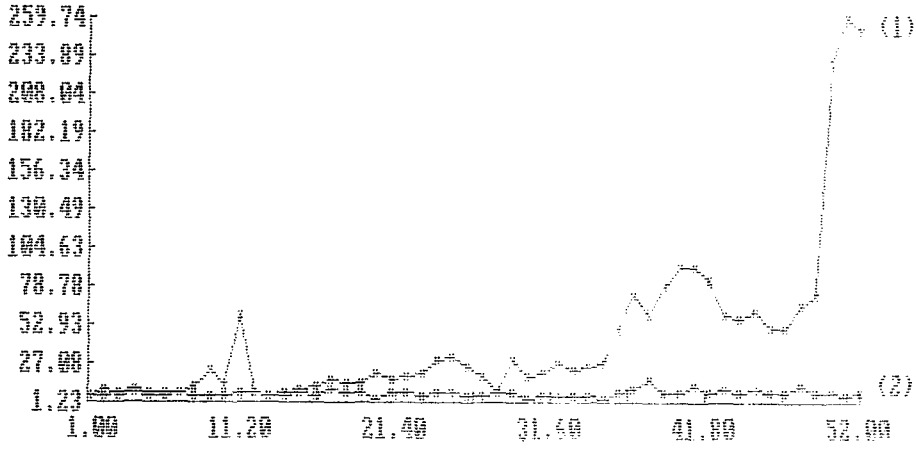
Öte yandan her yılın 43'ncü haftasından sonra endeks ve işlem miktarında gözlenen artışın borsaya özgün bir davranışın sonucu ortaya çıktığı ifade edilebilir. Açıklanan bilgiler İMKB endeksi, işlem mik-

tarı ve işlem hacmi ile ilgili verilerin yıllara bazında ele alınan aşağıda verilen Şekil (5.4), Şekil (5.5) ve Şekil (5.6)'deki grafiklerden açıkça görülmektedir. Veriler 1990 Haziran'a kadar alındığında sonraki verilere 0 değeri girilerek veri sayıları yıllar bazında eşitlenmiştir.

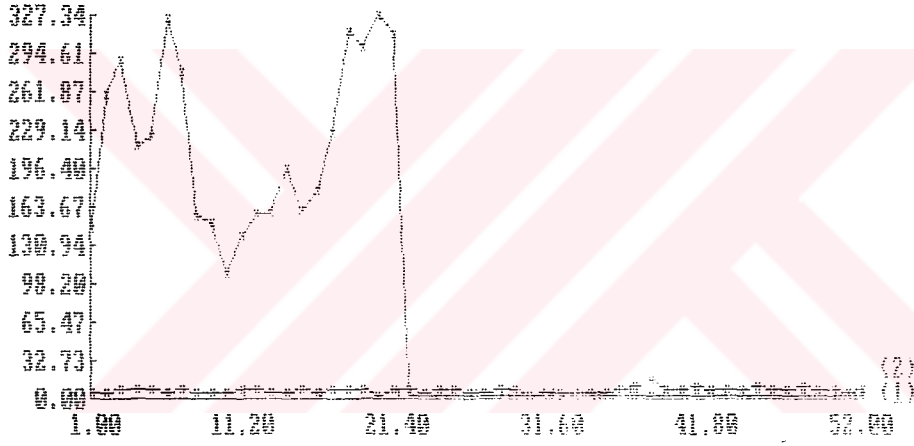


Şekil 5.4 İMKB Endeksinin Yıllara Göre Gelişimi

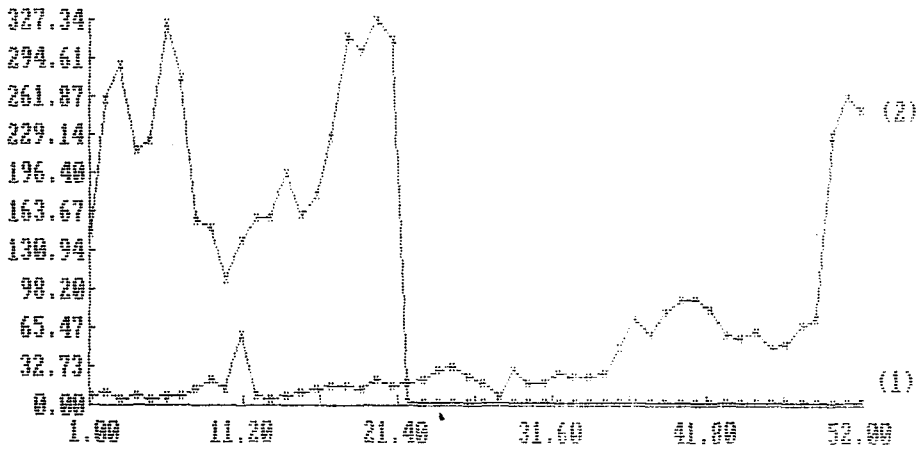
1989 Yılı Haf. Top. İşlem Mik. (100.000) (1)
1988 Yılı Haf. Top. İşlem Mik. (100.000) (2)



1990 Oc-May H.T. İş. Mik. (100.000) (1)
1988 Yılı Haf. Top. İşlem Mik. (100.000) (2)

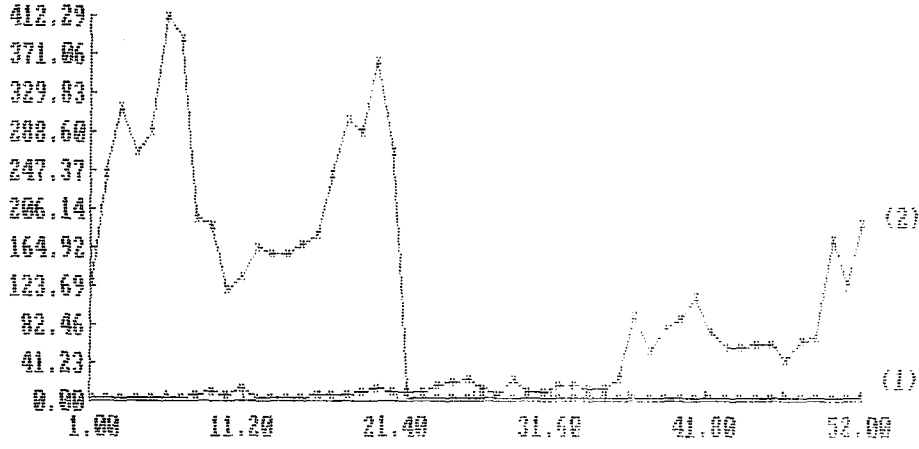


1990 Oc-May H.T. İş. Mik. (100.000) (1)
1989 Yılı Haf. Top. İşlem Mik. (100.000) (2)

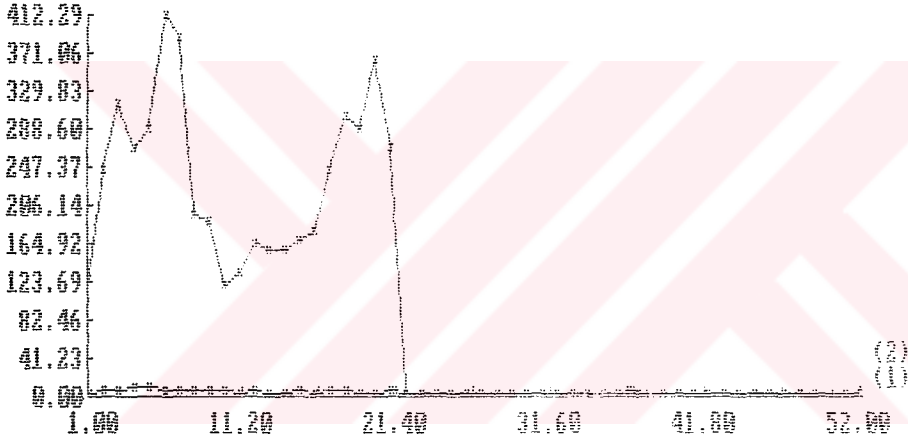


Şekil 5.4 İMKB İşlem Miktarının Yıllara Göre Gelişimi

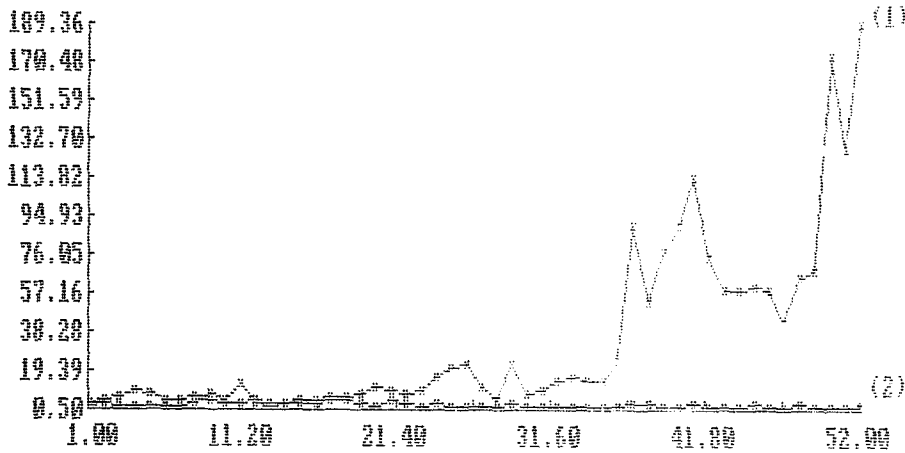
1990 Oc-May H.T. İş Hacmi (1000.000.000 TL) (1)
 1989 Haf.Top. İş Hacmi (100.000.000 TL.) (2)



1990 Oc-May H.T. İş Hacmi (1000.000.000 TL) (1)
 1988 Haf.Top. İş Hacmi (100.000.000 TL.) (2)



1989 Haf.Top. İş Hacmi (100.000.000 TL.) (1)
 1988 Haf.Top. İş Hacmi (100.000.000 TL.) (2)



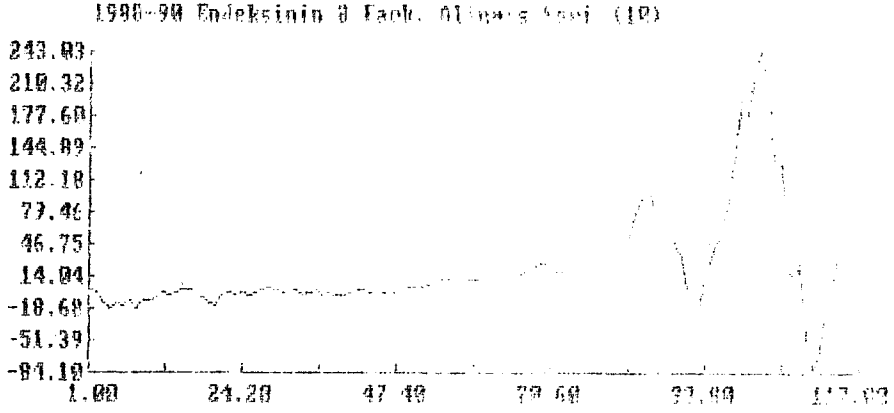
Şekil 5.4 İMKB İşlem Hacminin Yıllara Göre Gelişimi

Analizde daha sağlıklı ve somut sonuçlara ulaşabilmek için her hisse için detaylı değerlendirilmelerin yapılmasına gerek bulunmaktadır.

İMKB'da zaman serisi analizinin uygulanabilirliği kanıtlanmıştır. Ancak, borsada kitle katılımının gerçekleşmesi ve fiyatların istikrarlı bir yapıya kavuşması durumunda fiyatları belirleyen arz ve talebin çokluğu neticesinde EEO analizleri daha gerçekçi sonuçlar yaratabileceğinden zaman serisi analizlerinin bir anlam ifade etmeyeceği söylenebilir.

Her üç serinin grafiklerle analizi yapıldığında genel eğilimin hemen hemen aynı olduğu gözlenmektedir. Yukarıda ayrıntıları ile incelen seriler yıllar itibariyle kaba bir şekilde yorumlanırsa; 1988 yılında ele alınan bütün değerlerde düşme meydana gelmekte, 1989 yılında tam tersi bir şekilde artış olmakta ve 1990 yılından itibaren de değerler geniş aralıklarla artıp azalan bir seyir izlemektedir. Bu durumda her üç seriye aynı işlemler uygulamak yerine bir tek indeks değerlerini zaman serisi analizlerinde ayrıntılı bir şekilde ele almak uygun görülmüştür.

Endeks değerlerinin zamana karşı grafiklenmesinde, genelde her 8 haftada bir maksimum değer oluşmaktadır. Bu nedenle serinin 8, 9 ve 10'ar farkı alınarak mevsimsel etki incelenmiştir. Bu farkların hepsinde aynı eğilimgözlenmiştir. Sonuçta serinin 8 farkları alınmış ve analize devam edilmiştir. Şekil (5.5) orjinal serinin 8 farkları alındıktan sonraki durumunu göstermektedir. Görüldüğü gibi 1990 yılından sonra serinin varyansının genişlediği ortaya çıkmaktadır. Bu da orjinal serinin 1990 yılından sonra geniş aralıklarla arttığının bir sonucudur.



Şekil 5.5 İMKB Endeksinin 8 Farkları alınmış Serinin Grafiği

Aynı serinin t ile $t+1$, $t+2$, $t+3$ ve $t+4$ arasındaki ilişkilerini ifade eden grafikler çizildiğinde her hangi bir haftadaki değer kendisinden bir, iki, üç ve dört hafta önceki değerlerle sıkı bir şekilde ilişkili olduğu Ek-1'de verilen grafiklerde gözlenmektedir. Bu nedenle seriye uygulanan modelde, otoregresif parametresinin yer alması uygun olacaktır.

Orjinal serinin 30 gecikmeye kadar otokorelasyon değerleri ortalamadan farklara göre aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

1	.967740	.933502	.896546	.855761	.816867
6	.786390	.755416	.724324	.696185	.663967
11	.637075	.610883	.576326	.546641	.504804
16	.455156	.408245	.367439	.321635	.282224
21	.250401	.222367	.199379	.179649	.162416
26	.147068	.133237	.119043	.104642	.088678

Bu otokorelasyon fonksiyonunun grafiklenmesi ile elde edilen korelogram sol üstten sağ alta doğru gelmektedir. Buradan da serinin farklarının alınarak düzeltilmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır. Serinin 8 farkları alındıktan sonra otokorelasyon fonksiyonu 29 gecikmeyle elde

edilmiştir. Bu fonksiyonu grafiği çizildiğinde %95 güven aralığının içerisine yaklaşmaktadır.

1	.914675	.795707	.647533	.444033	.249095
6	.094211	-.037374	-.128829	-.117955	-.086875
11	-.008413	.104351	.209487	.300323	.360850
16	.386611	.374971	.339988	.264683	.179593
21	.090890	.018051	-.033440	-.067119	-.077550
26	.068273	-.040736	-.009539	.029561	

Değişik makro bilgisayar programları kullanılarak Ek-2'de verilen grafikler ve elde edilen çeşitli kriterlere göre farkı alınmış seriye uygun modelin ARMA(4,1) olduğuna karar verilmektedir. Bu kriterlerden birincisi, ID.MAC programı çalıştırıldığında maksimum likelihood tahminleyicilerini belirten ARMA(p,q) modeli için AIC kriterlerini beliten ARMA(5,5)'lik değerler bulunmuş ve bu değerler içerisinde en uygun tahminleyicinin ARMA(4,4) olduğunu görülmüştür. Diğer kriter ise seriye çeşitli otoregresif model parametreleri verilerek en düşük hata varyansına sahip değer (rvar=326.3299) p=4 parametresinde olduğu görülmüştür.

Seriye kurulan modelin parametreleri, mevsimsel parametrede s=8, fark parametresi d=1, otoregresif parametresi p=4 ve hareketli ortalama parametresi q=1 alınmıştır. Parametre değerleri;

$$p1 = -.990037 \quad p2 = -.007826 \quad p3 = -.235824 \quad p4 = .418978$$

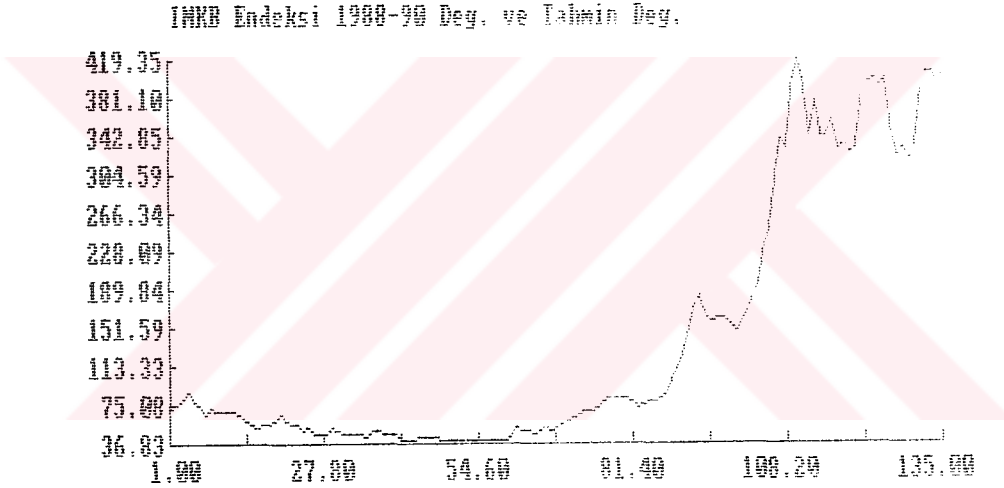
$$q1 = .009428$$

Model ARIMA olarak yazılırsa ARIMA(p=4,q=1,d=1) olmakta, modele mevsimsel parametre 8 olarak dahil edilmektedir. ARMAPRED komudu kullanılarak gelecek hakkında en uygun öngörümlemeler yapılmıştır. 125 haftalık verilerin 8 gecikme sonucunda elde edilen 117 değer ile gelecek hakkında 10 haftalık bir tahmin yapılmış ve elde edilen sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

1	-16.777800	-73.816400	-77.939640	-90.700590	-5.993228
10	19.212210	79.528470	62.582230	47.124540	58.513780

Bu değerlerin seriye eklenmesi oluşan grafik aşağıda verilmektedir. Tahminin standart hatası ise hepsi için 18.064460 olarak bulunmuştur. Tahmin değerleri gerçek endek değerlerine 8 gecikme ile eklendiğinde 126'ncı haftadan 135'nci haftaya kadar olabilecek değerler aşağıda verilmektedir.

126	3552.2022	3220.4936	3274.5304	3174.4295	3282.1668
131	3775.5622	4037.6984	4059.6322	3958.6845	4029.4037



Şekil 5.6 İMKB Endeksinin 10 Haftalık Tahmin Değerleriyle Birlikte Grafığı

Sonuçta ele alınan periodlar arasında İMKB'nda indeks ile ilgi verilere dayanılarak 10 haftalık tahminler yapılmıştır. Bu tahminler gerçek verilere yaklaşmakla birlikte, daha uzun bir tahmin yapılmak istendiğinde gerçekten sapmalar gösterecektir. Çalışmada ortaya konulan ve inceleme çalışılan periodlar arasında borsada zaman serisi analizinin uygulanabileceğidir. Ancak belirtildiği gibi borsa artık yavaş yavaş sağlıklı düzenine kavuşmakta olması nedeni ile daha sonraki yıllarda yapılacak olan bu konu ile ilgili çalışmalar zaman serisi analizlerinin dışına taşmasını gerektirebilecektir.

BÖLÜM 6

SONUÇ VE ÖNERİLER

Zamana bağılı olarak elde edilen verilerin analize tabi tutulması ve analiz doğrultusunda elde edilecek bulgulara göre geliştirilecek bir fonksiyon vasıtasıyla gelecek değerler hakkında öngörümlemelerde bulunularak en azından belirsizliği kısmi olarak azaltılması karar verici durumundaki her yöneticinin arzu ettiği bir durumdur.

Zaman serisi analizlerinde, bu çalışmada yer alan modeller dışında Transfer Fonksiyonu modeller ve Fourier modellerinin incelenmesi araştırmanın geliştirilmesi bakımından gereklidir. Ayrıca varyans analizi ve kontrol aşamaları ilgili testlerin yapılması da araştırmaların güvenilirliğini ortaya çıkarması bakımından üzerinde durulması gereken konular olarak düşünülmektedir.

Beşinci bölümde İMKB'da 1988 Ocak - 1990 Mayıs Endeks değerlerine göre yapılan uygulama sonucunda zaman serisi analizi, bu alanda belirtilen periodlar için yapılabilmektedir. Ancak borsanın normal düzenine kavuşması ile zaman serisi analizinin uygulanabilirliği değişik tartışmalara da zemin oluşturacaktır.

Sermaye piyasası verilerine, zaman serisi analizleri uygulayabilmek oldukça zor bir konu olmasına karşın, Türkiye'de bu piyasanın

yeni kurulmuş olması ve gelişimi nedeniyle zaman serisi analizlerine uygulanabilme imkanı doğmaktadır. Makro verileri gösteren İMKB endeksinin, işlem miktarının ve işlem hacminin analize tabi tutularak incelenmesi, sermaye piyasasında periodik işlemlerin olduğunu ortaya koymuştur. Her bir hisse senedinin gelişiminin de makro değerlerin gelişimini izleyeceği düşüncesinden hareket edilerek konu incelemeye alınmıştır. Acnak hisse senetleri fiyatlarının analizi için en uygun analiz yönteminin, bütün faktörlerin etkisini dikkate alan Ekonomi-Endüstri-Ortaklık analizi olduğu genel bir kabul gören görüşü oluşturmaktadır.



KAYNAKLAR

- AKALIN, M. Sedat, **İşletme İstatistiği**, Ekin Yayınları , İstanbul, 1982.
- AKALIN, M.Sedat ve HASGÜR, İ. İlhan, **İhtimaller Hesabı**, Güçbirliği Yayıncılık ve Ticaret, İzmir, 1988.
- AKDENİZ, Fikri, **Olasılık ve İstatistik**, A. Ü. Fen Fak. Yayın No: 138, Ankara, 1984.
- AKKAYA, Şahin ve HASGÜR, İ. İlhan, **Uygulamalı İstatistik**, Akhşelim Mat., İzmir.
- ARKIN, H. ve CALTON, R.R., Çeviren: KENDİR, Saim, **Ekonomi, İşletmecilik, Psikoloji, Eğitim ve Biyolojiye Uygulanan İstatistik Metodları**, Ayıldız Mat., Ankara, 1968.
- AKSOY, Ahmet, **Menkul Kıymet Yatırımlarının Analizi**, Gazi Üniversitesi Yayınları, 2. Baskı, Ankara, 1988.
- BOWERMAN, Bruce L. ve O'CONNEL, Richard T., **Forecasting & Time Series**, Wadsworth, Inc., Belmont, California, 1979.
- BOX, George E.P. ve JENKINS, Gwilym M., **Time Series Analysis: Forecasting and Control**, Holden-Day Inc., San Francisco, 1976.
- CHATFIELD, Christopher, **The Analysis of Time Series An Introduction**, Chapman and Hall, London, 1980.
- CİLLOV, Halûk, **İktisadi Olaylara Uygulanan İstatistik Metodları**, İ.Ü. İktisat Fak. Yayını No:501, İstanbul,1984.

- DHRYMES, Phoebus J., Econometrics, Statistical Foundations and Applications, Springer-Verlag, New York, 1984.**
- DRAPER, N.R. ve SMITH, H., Applied Regression Analysis, John Wiley and Sons Inc., New York, 1981.**
- ERTEK, Tümay, Ekonometriye Giriş, Başnur Mat., Ankara, 1973.**
- HAMBURG, Morris, Statistical Analysis for Decission Making, Harcourt, Brace & World Inc., 1970.**
- İKİZ Fikret ve ŞENYAY Levent, Zaman Serisi Analizlerinde Genstat Paket Programının Kullanımı, Ege Üniversitesi Bilgisayar Araştırma ve Uygulama Merkezi Dergisi, Cilt:9, Sayı:2, İzmir, Aralık 1986.**
- KARADENİZ, Ahmet A., Yüksek Matematik, Cilt 2, Çağlayan Basımevi, İstanbul, 1980.**
- KARAŞIN, Gültekin, Bilgisayar Uygulamalı Menkul Kıymetler Matematiği, Sabah Yayıncılık, İstanbul, 1988.**
- KARAŞIN, Gültekin, Sermaye Piyasası Analizleri, Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları No:41, Ankara, 1987.**
- KARSLI, Muharrem, Sermaye Piyasası, Borsa, Menkul Kıymetler, Kral Mat., İstanbul, 1989.**
- KAYIM, Halil, İstatistiksel Ön Tahmin Yöntemleri, H.Ü. İ.İ.B.F. Yayın No:11, Ankara, 1985.**
- KILIÇBAY, Ahmet, Ekonometrinin Temelleri, İ.Ü. İktisat Fak. Yayını No:512, İstanbul, 1986.**
- KLEIN, Philip A., The Cyclical Timing of Consumer Credit, 1920-67, National Bureau of Economics Research Inc., New York, 1971.**

- KORUM, Uğur, Matematiksel İstatistiğe Giriş, A.Ü.S.B.F. Yayınları No:543, Ankara, 1985.**
- KOUTSOYIANNIS, A., Theory of Econometrics, Macmillian, London, 1973.**
- KÖKSAL, Bilge Aloba, İstatistik Analiz Metodları, Çağlayan Basımevi, İstanbul, 1985.**
- NEWTON, H. Joseph, TIMESLAB: A Time Series Analysis Laboratory, Wodsworth & Brooks/Cole Inc., Texas, 1987.**
- ŞENYAY, Levent, Zaman Serisi Analizlerinin Temel Prensipleri ve Bu Analiz İçin Genstat Paket Programının Kullanımı Üzerine Bir Çalışma, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, E.Ü. Elektronik Hesap Bilimleri Enstitüsü, İzmir, 1982.**
- UĞUZ, Murat, Menkul Kıymet Seçimi ve Yatırım Yönetimi, Mali ve Ekonomik Yayınları, 1990.**
- VURAN, Ateş, İstatistik III, Met/Er Mat., İstanbul, 1981.**
- WHEELWRIGHT, Steven C. ve MAKRIDAKIS Spyros, Forecasting Methods for Management, John Wiley & Sons Inc., New York, 1973.**

EK-1: KULLANILAN MAKROLAR

```

;;
;; DESCRIBE.MAC: macro to find and display descriptive statistics
;;               for a univariate time series.
;;
;; INPUT: x, n (data and sample size)
;;        M (number of correlations), Q (number of frequencies
;;        in Å0,1Ü).
;;
PAUSE
;start
PLOT(x,n)                ;labels won't be nice
rho=CORR(x,n,M,0,1,r0,f) ;find correlations
plot(rho,M,0,M,-1,1)    ;plot them
rho=corr(x,n,0,Q,1,r0,f) ;find sample spectral density
PLOTSP(f,Q,r0)         ;plot it
xx=submns(x,n,1,xbar)
part=PARCORR(xx,n,M,rvar) ;find partials and res. vars.
rvar=rvar/r0            ;standardize residual variance
label(part)='Partial (solid)' ;prepare labels
label(rvar)='Residual Variance (xxxx)' ;
PLOT2(part,rvar,M,M,1,2,0,M,-1,1) ;plot them

;;
;; WN.MAC: macro to produce and plot white noise realizations
;;         of length n from each of the 8 distributions in the
;;         WN command.
;;
;; INPUT: n, seed (random number generator seed)
;;
PAUSE
;start
x=WN(seed,10)           ;initialize random number generators
ntype=1                 ;ntype is counter for distribution number
;
;s1
;
x=WN(0,n,ntype)        ;generate data
PLOT(x,n)              ;plot of time series
HIST(x,n)              ;histogram
INFQNT(x,n)           ;informative quantile plot
IF(ntype.eq.8,s2)     ;check if this is last distribution
ntype=ntype+1         ;if not, update ntype and go back
GOTO(s1)
;
;s2
;

```

```

;;
;; SCATTER.MAC: macro to produce the scatterplot of a data set
;;           x (which is of length n) with itself for lag v.
;;
;; INPUT: x, n, v
;;
PAUSE
;start
nmv=n-v
vp1=v+1
xlag=EXTRACT(x,vp1,n) ;this is how to lag a series
xx=x
LABEL(xlag)='Scatterplot for Lag #v#'
LABEL(xx)=' '
mmv=-nmv ;using a negative number of points results in scatterplot
PLOT(xx,xlag,mmv)

```

```

;;
;; WNTEST.MAC: macro to find 95% simultaneous confidence
;;           bands for the correlogram and cumulative
;;           periodogram under the hypothesis of white noise.
;;
;; Input: x,n,m (data,sample size, and number of correlations)
;;
;; Output: rho,R0,per,cper
;;
PAUSE
;start
rho=CORR(x,n,m,0,1,r0,per)
xx=LINE(m,0,1)
xx=<xx,1,m,1,m> ;xx are values on horizontal axis
sqn:=n
sqn=sqn^.5
om:=m
ocm=1/om
u=.95^ocm ;want value having area (1+.95^ä1/mü)/2
u=1+u ;to its left
u=u/2
zalph=DIST(z,3,1,u,u) ;zalph is critical value to use
lim2=zalph/sqn
lim1=-lim2
yy=<rho,lim1,lim1,lim2,lim2>
nn=<m,2,2>
type=<2,2,2>
LABEL(xx)=<x> ;put label of data into xx
LABEL(yy)='Correlogram and 95% Simultaneous Bands'
PLOTK(xx,yy,nn,3,type,0,m,-1,1)
CLEAN(sqn,om,ocm,u,zalph,lim1,lim2,xx,yy,nn,type)

```

```

;
;per
;
rho=CORR(x,n,0,n,1,r0,per)
cper=CUMSP(per,n)
q=n/2
q=q+1 ;q=Än/2Ü+1
alpha=<0,1>
freq=POLY(alpha,1,q,0,.5) ;this gets q frequencies in Ä0,.5Ü
sq:=q
sq=sq^.5
sq1=1.36/sq ;1.36 is the 95% critical value
sq2=1-sq1 ;the sq's are some endpoints on graph
sq3=.5*sq2
sq4=.5*sq1
xx=<freq,0,.5,0,sq3,sq4,.5,0,.5,.5,.5>
yy=<cper,0,1,sq1,1,0,sq2,1,1,1,0>
nn=<q,2,2,2,2,2>
type=<34,2,2,2,2,2>
LABEL(xx)=<x> ;put label of data into xx
LABEL(yy)='Cumulative Periodogram and 95% Bands'
PLOTK(xx,yy,nn,6,type)
CLEAN(xx,yy,freq,nn,type,q,sq,sq1,sq2,sq3,sq4,alpha)

```

```

;;
;; IDAR.MAC: macro to illustrate the patterns in various diagnostics
;; for an AR(p) Process. Successive coefficients are
;; randomly generated and the properties of the resulting
;; process displayed.
;;
;; NOTE: This macro will execute until it is broken by the user.
;;
;; INPUT: p, seed
;;
PAUSE
CLS
PROMPTOFF
part=WN(seed,10) ;warm up generator
;ar
part=WN(0,p,2)
part=part-.5
part=2.*part
alpha=PARTAR(part,p)
;known
LABEL(alpha)='Autoregressive Coefficients'
POLYROOTS(alpha,1,p,100,rr,ri,ier)
rr1=rr*rr
ri1=ri*ri

```

```

mmod=rr1+ri1
rmod=rmod^.5
LIST(alpha,p)
LABEL(part)='Partial Autocorrelations'
LIST(part,p)
LABEL(rmod)='Modulus of Roots'
LIST(rr,p)
LIST(ri,p)
LIST(rmod,p)
rho=ARCORR(alpha,p,1,30,r0,ier)
LIST(r0)
PAUSE
zero=line(30,0,0)
LABEL(rho)='Correlogram'
LABEL(zero)=' '
PLOT2(rho,zero,30,30,3,3,0,30,-1,1)
part1=LINE(28,0,0)
part=<part,part1>
LABEL(part)='Partial Correlogram'
PLOT2(part,zero,30,30,3,3,0,30,-1,1)
f=ARSP(alpha,p,1,256)
PLOTSP(f,256,r0)
x=ARDT(alpha,p,1,0,200,ier,r0)
PLOT(x,200)
GOTO(ar)

```

```

;;
;; IDMA.MAC: macro to illustrate the patterns in various diagnostics
;;           for an MA(q) Process. Successive coefficients are
;;           randomly generated and the properties of the resulting
;;           process displayed.
;;
;; NOTE: This macro will execute until it is broken by the user.
;;
;; INPUT: q, seed (seed for random number generator)
;;
PAUSE
CLS
PROMPTOFF
part=WN(seed,10) ;warm up generator
;ma
part=WN(0,q,2)
part=part-.5
part=2.*part
beta=PARTAR(part,q)
;known
LABEL(beta)='Moving Average Coefficients'
POLYROOTS(beta,1,q,100,rr,ri,ier)
rr1=rr*rr
ri1=ri*ri
mmod=rr1+ri1

```



```

rmod=rmod^.5
LIST(beta,q)
LABEL(rmod)='Modulus of Roots'
LIST(rr,q)
LIST(ri,q)
LIST(rmod,q)
rho=MACORR(beta,q,1,30,r0)
LIST(r0)
PAUSE
zero=line(30,0,0)
LABEL(rho)='Correlogram'
LABEL(zero)=' '
PLOT2(rho,zero,30,30,3,3,0,30,-1,1)
part=CORRAR(rho,r0,30,rvar)
part=ARPART(part,30,ier)
LABEL(part)='Partial Correlogram'
PLOT2(part,zero,30,30,3,3,0,30,-1,1)
f=MASP(beta,q,1,256)
PLOTSP(f,256,r0)
x=MADT(beta,q,1,0,200)
PLOT(x,200)
GOTO(ma)

```

```

;;
;; IDARMA.MAC: macro to illustrate the patterns in various diagnostics
;; for an ARMA(p,q) Process. Successive coefficients are
;; randomly generated and the properties of the resulting
;; process displayed.
;;
;; NOTE: This macro will execute until it is broken by the user.
;;
;; INPUT: p, q, seed (seed for random number generator)
;;
PAUSE
CLS
PROMPTOFF
part=WN(seed,10) ;warm up generator
;arma
part=WN(0,p,2)
part=part-.5
part=2.*part
alpha=PARTAR(part,p)
part=WN(0,q,2)
part=part-.5
part=2.*part
beta=PARTAR(part,q)
;known

```

```

LABEL(alpha)='Autoregressive Coefficients'
POLYROOTS(alpha,1,p,100,rr,ri,ier)
rr1=rr*rr
ri1=ri*ri
rmod=rr1+ri1
rmod=rmod^.5
LIST(alpha,p)
LABEL(rmod)='Modulus of Roots'
LIST(rr,p)
LIST(ri,p)
LIST(rmod,p)
LABEL(beta)='Moving Average Coefficients'
POLYROOTS(beta,1,q,100,rr,ri,ier)
rr1=rr*rr
ri1=ri*ri
rmod=rr1+ri1
rmod=rmod^.5
LIST(beta,q)
LABEL(rmod)='Modulus of Roots'
LIST(rr,q)
LIST(ri,q)
LIST(rmod,q)
rho=ARMACORR(alpha,beta,p,q,1,30,r0,ier)
LIST(r0)
PAUSE
zero=line(30,0,0)
LABEL(rho)='Correlogram'
LABEL(zero)=' '
PLOT2(rho,zero,30,30,3,3,0,30,-1,1)
part=CORRAR(rho,r0,30,rvar)
part=ARPART(part,30,ier)
LABEL(part)='Partial Correlogram'
PLOT2(part,zero,30,30,3,3,0,30,-1,1)
f=ARMASP(alpha,beta,p,q,1,256)
PLOTSP(f,256,r0)
x=ARMADT(alpha,beta,p,q,1,0,200,30,rho,r0,ier)
PLOT(x,200)
GOTO(arma)

```

```

CLS ;clear the screen
;;
;; ID.MAC: This macro will guide you through the ARMA model selection
;; process. To use this macro you need to have defined
;; an array x containing your data and the integer n
;; which is the sample size.
;;
;;
PAUSE
CLS
;; We first try to get a feel for your data. I will plot it as well as
;; a histogram and quantile plot of the data. If either of these appear
;; to be long tailed (i.e. skewed), then a transformation is probably
;; called for and you should break the macro and consider some power
;; transform.
;;
;; First the plot of the data. It will not have `nice' tic mark
;; labels.
;;
PAUSE
PLOT(x,n,0,n,0,0)
;;
;; Now the histogram:
;;
PAUSE
HIST(x,n)
;;
;; Now the quantile plot. The plot should look linear in the middle
;; and hit the vertical axes near where they intersect the horizontal
;; axes.
;;
PAUSE
INFQNT(x,n)
;;
;; If those plots looked `strange', you should break the macro now
;; and consider transforming the data.
;;
PAUSE
m=0
CLS
;;
;; Now we see if the data could be white noise. We'll plot
;; the sample correlogram with 95% simultaneous confidence
;; bands as well as the cumulative periodogram with its
;; confidence bands.
;;
;; I will use  $m=\min(n/4,30)$  as the number of correlations
;; unless you break the macro, define m, and then resume execution
;; of the macro by estering the command MACRO.

```

```

-;;
PAUSE
CLS
;;
;; This takes a few seconds ....
;;
PROMPTOFF
oq=LOGE(n) ;*****
ee=LOGE(2) ; find next power of
oq=oq/ee ; 2 greater than or
oq=oq+.999 ; equal to n.
Q:=oq ;
Q=2^Q ;*****
rho=CORR(x,n,0,Q,1,r0,per)
cper=CUMSP(per,Q)
q=Q/2
q=q+1 ;q=ÄQ/2Ü+1
alpha=<0,1>
freq=POLY(alpha,1,q,0,.5) ;this gets q frequencies in Ä0,.5Ü
n2=n/2
n2=n2+1
sq:=n2
sq=sq^.5
sq1=1.36/sq ;1.36 is the 95% critical value
sq2=1-sq1 ;the sq's are some endpoints on graph
sq3=.5*sq2
sq4=.5*sq1
xx=<freq,0,.5,0,sq3,sq4,.5,0,.5,.5,.5>
yy=<cper,0,1,sq1,1,0,sq2,1,1,1,0>
nn=<q,2,2,2,2,2>
type=<34,2,2,2,2,2>
LABEL(xx)=<x> ;put label of data into xx
LABEL(yy)='Cumulative Periodogram and 95% Bands'
PLOTK(xx,yy,nn,6,type)
CLEAN(xx,yy,freq,nn,type,sq,sq1,sq2,sq3,sq4,alpha)
PROMPTON
;;
;; Now we'll see if the semi-automatic methods of ARMA model
;; determination are adequate for your data or if you need to
;; identify a suitable transformation to "stationarity".
;;
;; We will do this by automatically fitting an autoregressive
;; model to the data, plotting its spectral density, and
;; determining the range (max-min) of the logarithm of the
;; spectral density. This range has been used to classify the
;; "memory type" of the series as short (low range) or long
;; (high range). One rule of thumb is to consider transforming
;; the data if the range is greater than 6.
;;
;; A large dynamic range can be caused by either an infinity
;; (a peak) or a zero in the spectrum. An infinity can be
;; handled by transformation, while a zero is usually the
;; result of a transformation that caused the data to become

```

```

;;
PAUSE
CLS
;;
;; First the correlogram. If it falls within the bands, then
;; x might be white noise.
;;
PAUSE
CLS
;; This takes a few seconds .....
;;
PROMPTOFF
IF(m.ne.0,s2)
m=n/4
IF(m.lt.30,s2)
m=30
;s2
rho=CORR(x,n,m,0,1,r0,per)
xx=LINE(m,0,1)
xx=<xx,1,m,1,m> ;xx are values on horizontal axis
sqn:=n
sqn=sqn^.5
om:=m
oom=1/om
u=.95^oom ;want value having area (1+.95^ä1/mü)/2
u=1+u ;to its left
u=u/2
zalph=DIST(z,3,1,u,u) ;zalph is critical value to use
lim2=zalph/sqn
lim1=-lim2
yy=<rho,lim1,lim1,lim2,lim2>
nn=<m,2,2>
type=<2,2,2>
LABEL(xx)=<x> ;put label of data into xx
LABEL(yy)='Correlogram and 95% Simultaneous Bands'
PLOTK(xx,yy,nn,3,type,0,m,-1,1)
CLEAN(sqn,om,oom,u,zalph,lim1,lim2,xx,yy,nn,type)
PROMPTON
CLS
;;
;; Next the Cumulative Periodogram. I will use the next power
;; of 2 that is greater than or equal to n as the number
;; of frequencies. The cumulative periodogram can be easily
;; used to detect two important model types: white noise and
;; periodic components.
;;
;; 1) If the cumulative periodogram falls completely within
;; the bands, then x might be white noise.
;;
;; 2) If there is an apparent discontinuity in the cumulative
;; periodogram at a certain frequency, then x might have either
;; a deterministic sinusoid of that frequency or else x might
;; be an AR process with some roots near the unit circle.

```

```

;; a noninvertible MA or ARMA model. If this happens, you
;; should undo the offending transformation and perhaps try
;; another.
;;
PAUSE
CLS
;;
;; This takes a few seconds ....
;;
PROMPTOFF
rho=corr(x,n,m,0,1,r0,per)
alpha=corrar(rho,r0,m,n,p,rvar,cat)
f=LINE(q,1,0)
IF(p,3,3,1)
f=ARSP(alpha,p,rvar,Q)
f=f/r0
ff=LOGE(f,q)
MAXMIN(ff,q,fmax,imax,fmin,imin)
rge=fmax-fmin
LABEL(f)='AR Spectra, p=#p#, range=§rge§'
PROMPTON
PLOTSP(f,Q,1)
;;
;; Now we will assume that your data is either short memory or
;; has been transformed so that it is short memory.
;;
;; We now look at a variety of diagnostics that will suggest
;; one or more ARMA type models for your data.
;;
;; We begin with the sample correlogram. For an MA model this
;; will be zero past some lag. For an AR or ARMA model it
;; decays to zero and stays there, or else looks like a damped
;; sinusoid.
;;
PAUSE
rho=CORR(x,n,m,0,1,r0,per)
zero=LINE(m,0,0)
LABEL(zero)=' '
PLOT2(rho,zero,m,m,3,3,0,m,-1,1)
;;
;; Next is the partial correlogram. For an AR process this
;; will be essentially zero past some lag.
;;
PAUSE
y=SUBMNS(x,n,1,xbar)
part=PARCORR(y,n,m,brv)
PLOT2(part,zero,m,m,3,3,0,m,-1,1)
;;
;; Next are the biased residual variances. For an AR process,
;; these will decrease until the correct order at which point
;; they remain roughly constant. We will plot the standardized
;; version of the biased residual variances.
;;
PAUSE

```

```

brv=brv/r0
LABEL(brv)='Standardized Biased Residual Variances'
PLOT2(brv,zero,m,m,3,3,0,m,0,1)
;;
;; Next are the standardized unbiased residual variances.
;;
PAUSE
urv=n*brv
nmj=LINE(m,0,1)
nmj=n-nmj
urv=urv/nmj
LABEL(urv)='Standardized Unbiased Residual Variances'
PLOT2(urv,zero,m,m,3,3,0,m,0,1)
;inverse
;;
;; Now we will consider the above quantities for the
;; Process corresponding to the inverse spectral density.
;;
;; The interpretation of these quantities is the reverse of
;; those for f.
;;
;; First the inverse correlogram. Now a truncated correlogram
;; indicates that x may be an AR process.
;;
PAUSE
rho=CORR(x,n,m,0,1,r0,per)
alpha=CORRAR(rho,r0,m,rvar)
rvari=1/rvar
rhoi=MACORR(alpha,m,rvari,m,ri0)
LABEL(rhoi)='Inverse Autocorrelations'
PLOT2(rhoi,zero,m,m,3,3,0,m,-1,1)
;;
;; Next are the inverse partials, biased residual variances,
;; and unbiased residual variances:
;;
PAUSE
alpha=CORRAR(rhoi,ri0,m,rvar)
part=ARPART(alpha,m,ier)
LABEL(part)='Inverse Partial'
PLOT2(part,zero,m,m,3,3,0,m,-1,1)
a1=<-1>
lpart=part*part
lpart=1-lpart
lpart=loge(lpart,m)
lpart=<0,lpart>
mp1=m+1
brv=ARDT(a1,1,mp1,lpart)
brv=EXTRACT(brv,2,mp1)
brv=EXP(brv,m)
LABEL(brv)='Inverse Biased Residual Variances'
PLOT2(brv,zero,m,m,3,3,0,m,0,1)
urv=brv/nmj
urv=n*urv

```

```

LABEL(urv)='Inverse Unbiased Residual Variances'
PLOT2(urv,zero,m,m,3,3,0,m,0,1)
;;
;; Now we use the AIC criterion to look for the best full
;; AR model:
;;
;;
;aic
PAUSE
y=SUBMNS(x,n,1,xbar)
part=PARCORR(y,n,m,brv)
aic=loge(brv,m)
aic=aic*n
ajj=Line(m,0,2)
aic=aic+ajj
LABEL(aic)='AIC Criterion'
CLS
LIST(aic,m)
PAUSE
;armasel
CLS
;;
;; Now ARMASEL to look for Subset AR. We'll do it twice,
;; the first time allowing the possibility of more lags being
;; included than the second time.
;;
;; pval is .5 for the first one
;;
PAUSE
PROMPTOFF
s=10
k1=m-s
k2=0
rvar=r0
ARMASEL(y,n,m,s,k1,k2,0,.5,p,q,alpha,beta,rvar,ier)
npar2=0
IF(p,1,5,1)
LIST(alpha,p)
aa=EXTRACT(alpha,p,0,eq,npar2)
npar2=p-npar2
npar2=2*npar2
aic1=loge(rvar)
aic1=n*aic1
aic1=aic1+npar2
LIST(aic1)
PROMPTON
;;
;; Now the second time (pval=.95):
;;
PAUSE

```



```

PROMPTOFF
rvar=r0
ARMASEL(y,n,m,s,k1,k2,0,.95,p,q,alpha,beta,rvar,ier)
npar2=0
IF(p,1,5,1)
LIST(alpha,p)
aa=EXTRACT(alpha,p,0,eq,npar2)
npar2=p-npar2
npar2=2*npar2
aic1=loge(rvar)
aic1=n*aic1
aic1=aic1+npar2
LIST(aic1)
PROMPTON
PAUSE
;armaaic
CLS
;;
;; Now we will look for ARMA models:
;;
;; First we use ARMASEL to get AIC for each combination of p and q
;; between 1 and 5
;;
;; This takes awhile and you will see each model.
;;
PAUSE
PROMPTOFF
pmax=5
qmax=5
MACRO(armaaic,start)
PROMPTON
PAUSE
;gpac
CLS
;;
;; Now we find the GPAC array for maximum AR and MA orders
;; being 7. This also takes a while.
;;
PAUSE
PROMPTOFF
pmax=7
qmax=7
MACRO(GPAC)

```

```

PROMPTON
PAUSE
;armasub
CLS
;;
;; Finally, we will let ARMASEL suggest a subset ARMA model
;; using pval=.5
;;
PAUSE
PROMPTOFF
rvar=r0
mm10=m-10
ARMASEL(y,n,m,10,mm10,mm10,0,.5,p,q,alpha,beta,rvar,ier)
LIST(p,q)
npar2=0
IF(p,6,6,1)
aa=EXTRACT(alpha,p,0,eq,np2)
np2=p-np2
np2=2*np2
npar2=npar2+np2
LIST(alpha,p)
IF(q,6,6,1)
aa=EXTRACT(beta,q,0,eq,np2)
np2=q-np2
np2=2*np2
npar2=npar2+np2
LIST(beta,q)
aic1=loge(rvar)
aic1=n*aic1
aic1=aic1+npar2
LIST(aic1)
PROMPTON
PAUSE
CLS
;; This is the end of the model identification macro.

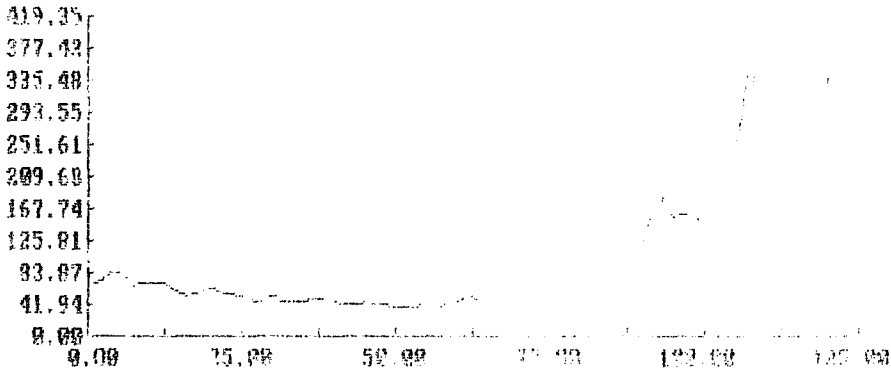
```

EK-2: VERİLER VE PROGRAM ÇIKTILARI

IMKB Endeksi 1988-90 Haf.Kapanis Deg.

1	696.050000	720.000000	800.000000	857.740000	778.820000
6	746.650000	642.370000	693.170000	686.030000	678.220000
11	666.900000	670.190000	631.450000	576.390000	529.890000
16	500.570000	553.980000	552.680000	586.130000	625.360000
21	570.000000	542.560000	528.090000	492.410000	498.950000
26	462.690000	437.450000	451.740000	496.000000	492.880000
31	453.880000	454.260000	444.880000	434.220000	419.770000
36	464.310000	473.270000	463.000000	455.220000	446.970000
41	390.340000	397.950000	396.840000	412.910000	426.190000
46	404.390000	401.850000	400.080000	368.300000	377.660000
51	370.000000	373.930000	383.350000	386.680000	378.040000
56	378.450000	383.800000	389.260000	393.420000	424.590000
61	504.770000	489.420000	470.360000	462.910000	465.900000
66	496.060000	489.480000	511.950000	533.620000	561.290000
71	613.010000	624.550000	659.640000	659.720000	689.460000
76	757.420000	786.750000	795.880000	784.290000	801.690000
81	775.800000	717.440000	720.590000	779.690000	772.100000
86	809.200000	875.980000	972.160000	1112.540000	1206.410000
91	1475.260000	1691.920000	1811.300000	1604.580000	1559.450000
96	1605.910000	1585.820000	1537.730000	1468.460000	1541.920000
101	1656.520000	1763.200000	1929.930000	2217.660000	2453.960000
106	2974.840000	3394.060000	3294.340000	3856.030000	4193.500000
111	3925.720000	3388.540000	3760.600000	3413.850000	3408.730000
116	3568.980000	3294.310000	3352.470000	3265.130000	3288.160000
121	3756.350000	3958.170000	3997.050000	3911.560000	3970.890000

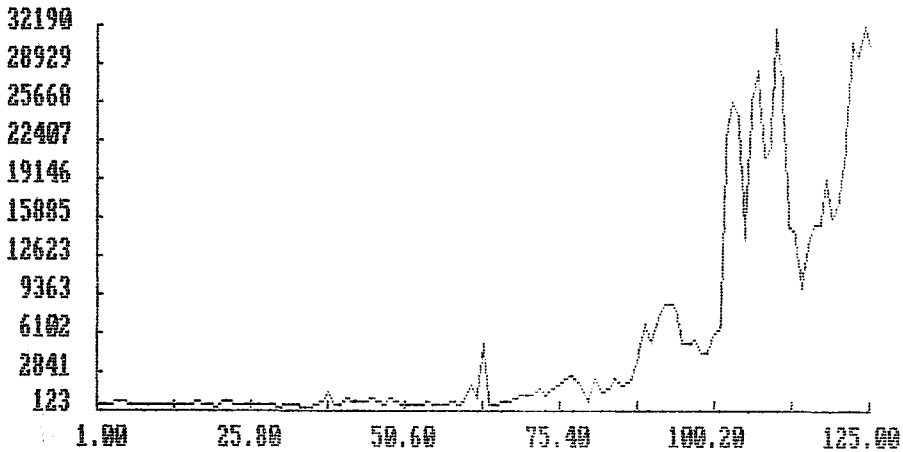
IMKB Endeksi 1988-1990 Haf.Kapanis Deg. (11)



1988-90 Haf.Top.Islem Miktarı (1000)

1	444.000000	500.000000	600.000000	777.000000	677.000000
6	447.000000	576.000000	504.000000	545.000000	458.000000
11	587.000000	614.000000	462.000000	462.000000	634.000000
16	467.000000	773.000000	614.000000	569.000000	123.000000
21	710.000000	679.000000	439.000000	639.000000	666.000000
26	492.000000	480.000000	556.000000	618.000000	176.000000
31	397.000000	471.000000	414.000000	373.000000	317.000000
36	555.000000	892.000000	1585.000000	564.000000	578.000000
41	1006.000000	751.000000	812.000000	736.000000	965.000000
46	710.000000	587.000000	1015.000000	680.000000	645.000000
51	498.000000	578.000000	547.000000	843.000000	515.000000
56	618.000000	476.000000	705.000000	654.000000	1177.000000
61	2144.000000	1147.000000	5804.000000	637.000000	442.000000
66	688.000000	876.000000	1148.000000	1431.000000	1399.000000
71	1250.000000	2022.000000	1474.000000	1842.000000	2058.000000
76	2782.000000	3002.000000	2340.000000	1759.000000	721.000000
81	2749.000000	1749.000000	1873.000000	2645.000000	2183.000000
86	2326.000000	2593.000000	4713.000000	7212.000000	5803.000000
91	7681.000000	8992.000000	8969.000000	8138.000000	5813.000000
96	5625.000000	6052.000000	4886.000000	5006.000000	6566.000000
101	7128.000000	22858.000000	25974.000000	24907.000000	14419.000000
106	25703.000000	28828.000000	21409.000000	22357.000000	32211.000000
111	27721.000000	15524.000000	14937.000000	10416.000000	13863.000000
116	15653.000000	15635.000000	19500.000000	16055.000000	17719.000000
121	22407.000000	31289.000000	29875.000000	32734.000000	30929.000000

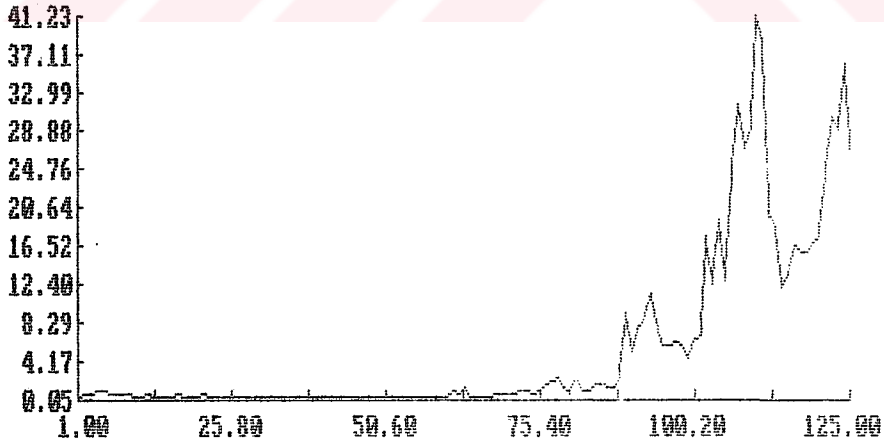
1988-90 Haf.Top.Islem Miktarı (1000)



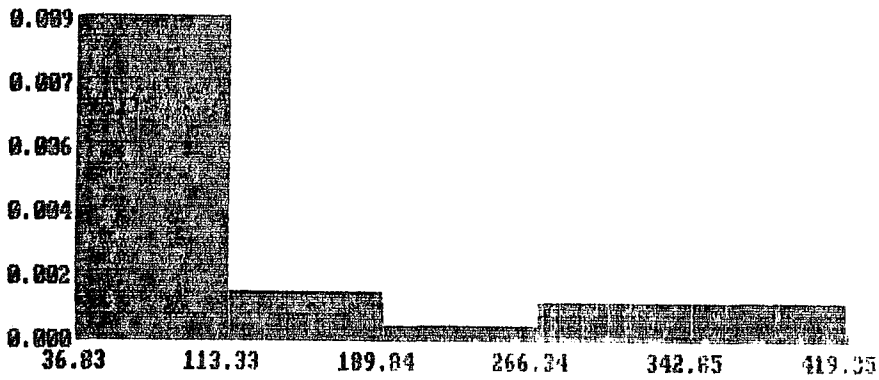
1988-90 Haf.Top.Islem Hacmi (Milyon TL)

1	2805.000000	4000.000000	6000.000000	8429.000000	7658.000000
6	4829.000000	4932.000000	5359.000000	4987.000000	3496.000000
11	2624.000000	4962.000000	3379.000000	2908.000000	3765.000000
16	2494.000000	3944.000000	3840.000000	3346.000000	1002.000000
21	4135.000000	2624.000000	1737.000000	2097.000000	1304.000000
26	1272.000000	1464.000000	1312.000000	2179.000000	505.000000
31	1229.000000	1514.000000	1309.000000	1122.000000	1060.000000
36	1633.000000	3442.000000	2961.000000	1963.000000	1644.000000
41	2818.000000	1736.000000	1951.000000	1741.000000	2573.000000
46	2058.000000	1387.000000	3271.000000	1677.000000	1426.000000
51	1123.000000	1498.000000	1385.000000	2349.000000	1412.000000
56	1536.000000	1201.000000	1738.000000	1445.000000	3482.000000
61	8255.000000	4429.000000	11531.000000	2409.000000	1482.000000
66	2290.000000	3072.000000	4440.000000	6114.000000	6741.000000
71	7016.000000	10596.000000	8560.000000	6988.000000	8851.000000
76	15944.000000	19751.000000	21232.000000	10849.000000	4185.000000
81	21556.000000	7735.000000	8535.000000	14349.000000	15494.000000
86	13370.000000	13367.000000	23544.000000	89928.000000	51598.000000
91	76662.000000	89326.000000	113310.000000	73122.000000	57956.000000
96	57377.000000	60083.000000	58607.000000	42502.000000	63624.000000
101	67955.000000	172175.000000	123300.000000	189362.000000	125667.000000
106	243075.000000	314214.000000	265096.000000	286148.000000	412288.000000
111	385584.000000	194647.000000	185533.000000	118545.000000	133421.000000
116	163649.000000	155404.000000	157787.000000	165970.000000	175446.000000
121	240843.000000	300361.000000	288469.000000	360815.000000	267793.000000

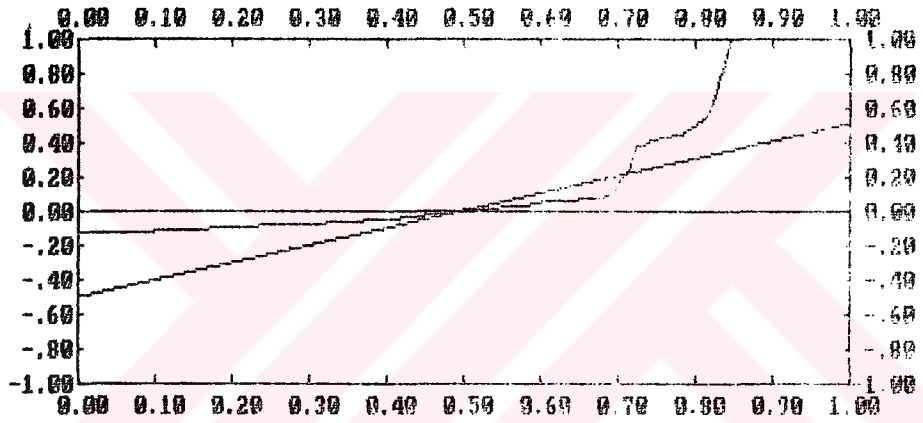
1988-90 Haf.Top.Is.Hacmi (1000000000 TL)



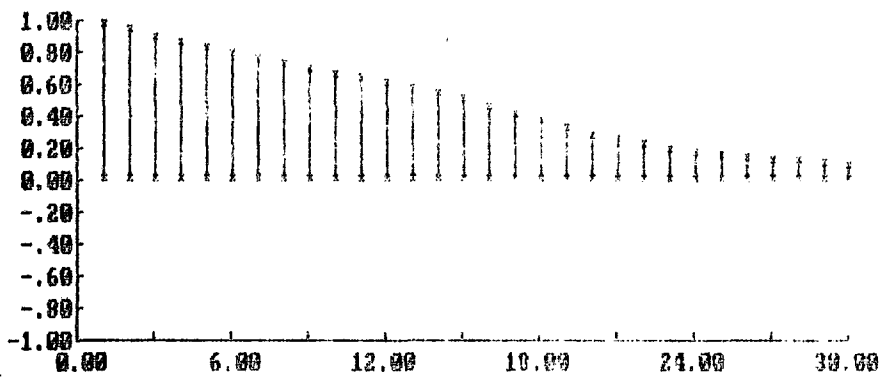
IMKB Endeksi 1988-1990 Haf. Kapanis Deg. (10)



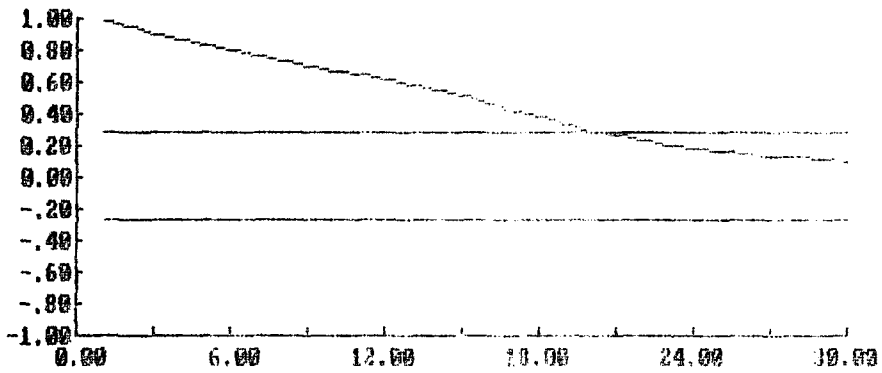
Informative Quantile Plot
IMKB Endeksi 1988-1990 Haf. Kapanis Deg.



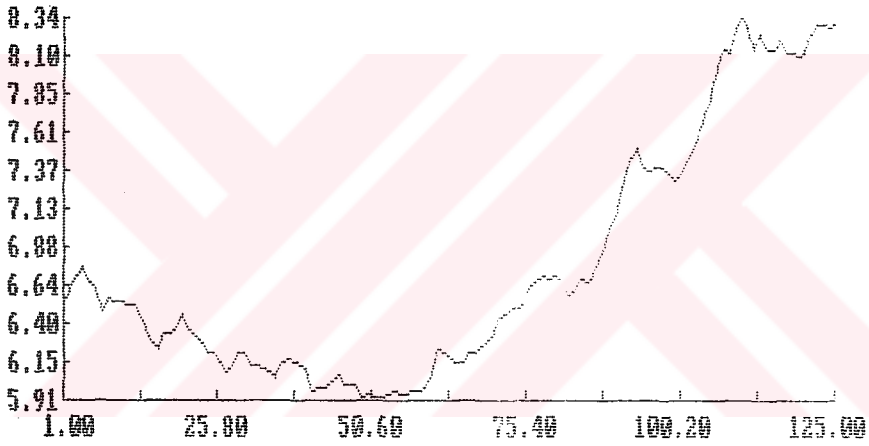
correlogram



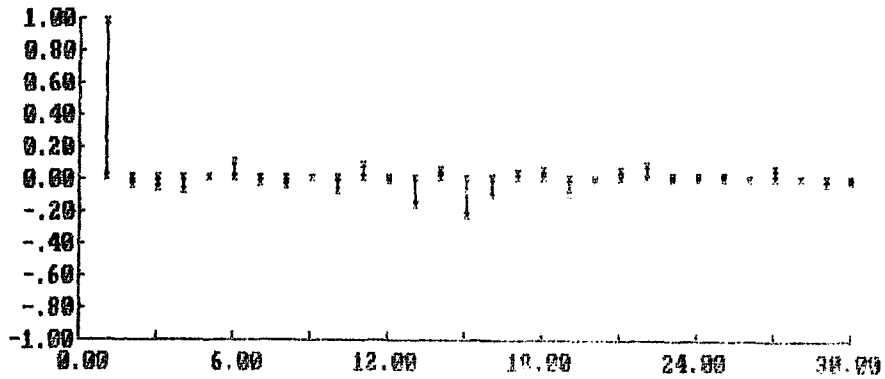
Correlogram and 95% Simultaneous Bands
 IMKB Pndeksi 1988-1998 Haf. Raporu's Desc.



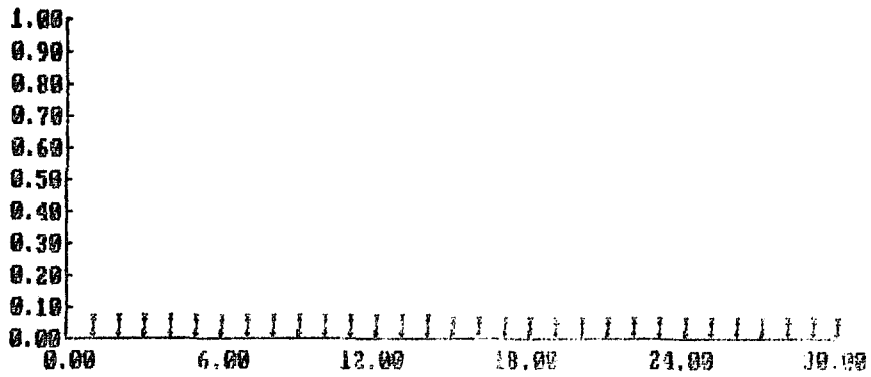
X serisinin logaritmalı degerleri



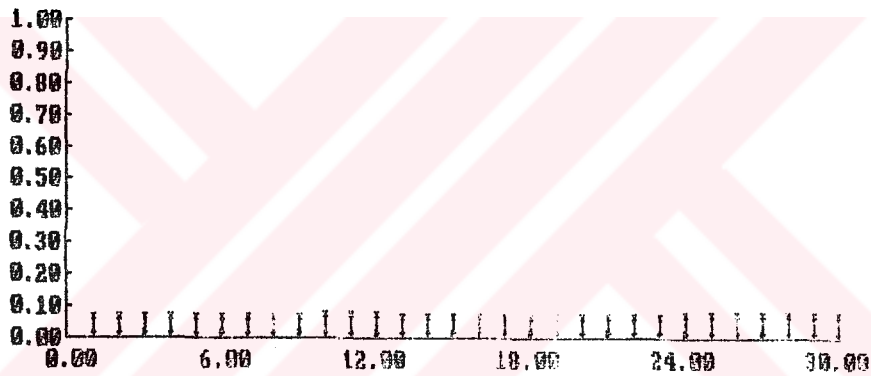
Partial Autocorrelations



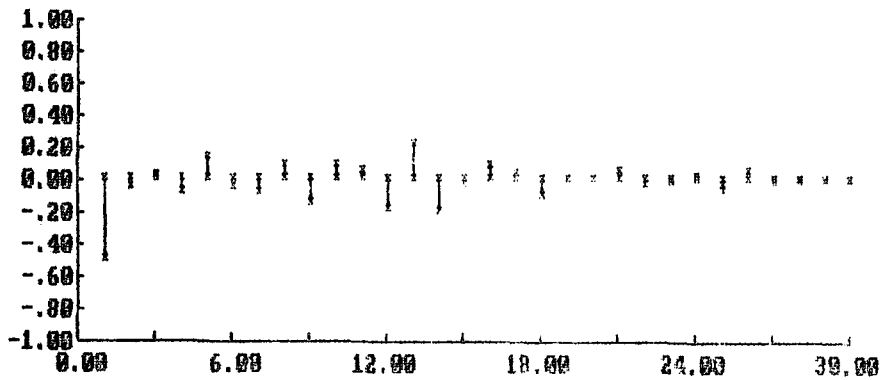
Standardized Biased Residual Variances



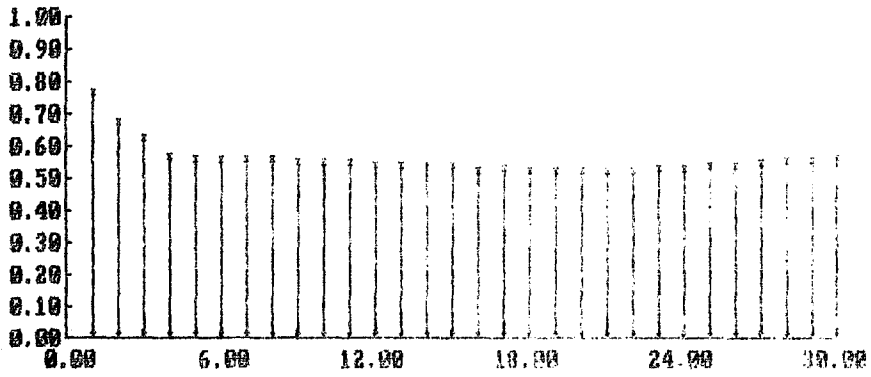
Standardized Unbiased Residual Variances



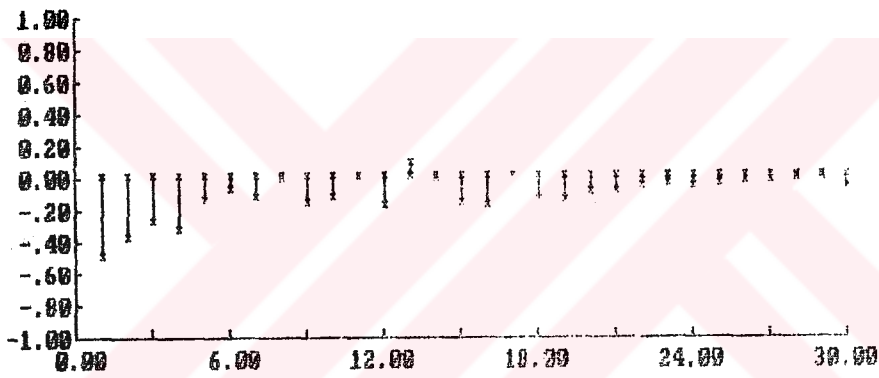
Inverse Autocorrelations



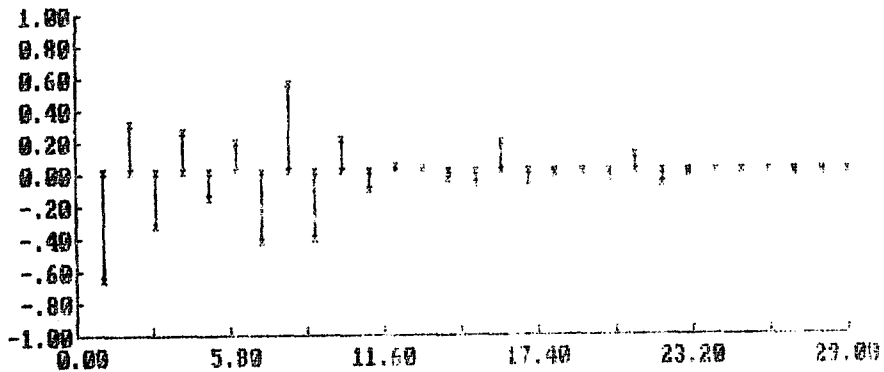
Inverse Unbiased Residual Variances



Inverse Partialials



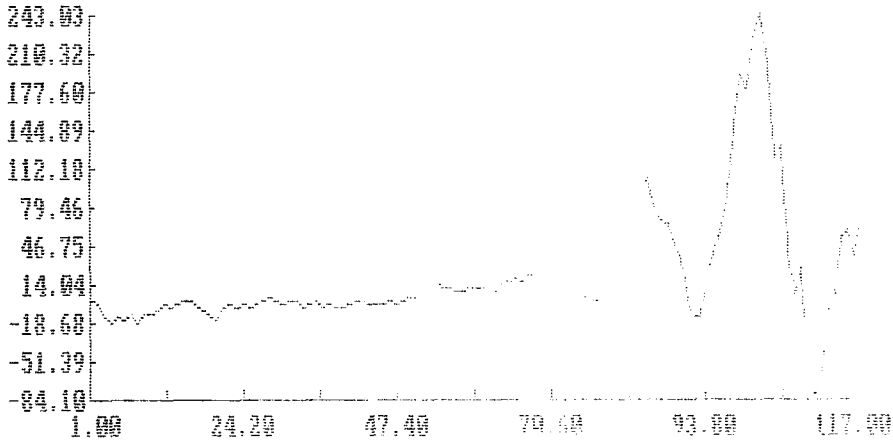
Inverse Autocorrelations



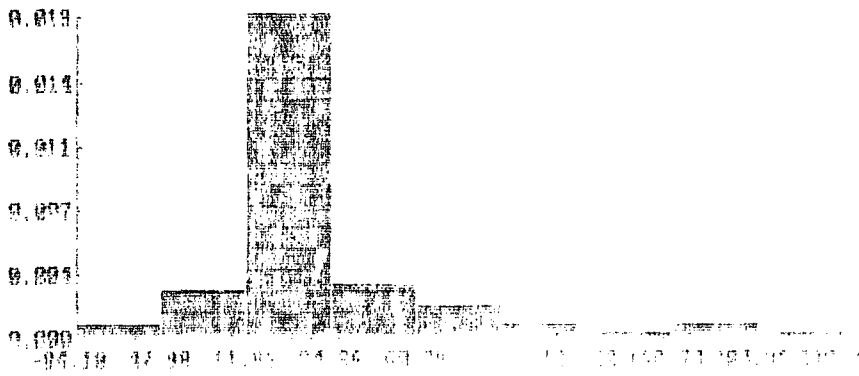
1988-90 Endeksi 8 Farki Alinmis Seri(10)

1	-1.002000	-4.178000	-13.310000	-18.755000	-14.737000
6	-17.026000	-11.248000	-19.260000	-13.205000	-12.554000
11	-8.077000	-4.483000	-6.145000	-3.383000	-.179999
16	-.816000	-5.503000	-8.999000	-14.868000	-17.362000
21	-7.400000	-4.968000	-7.421000	-3.815000	-5.407000
26	-2.847000	-1.768000	1.257000	-2.273000	-2.988000
31	.134000	-.729001	-5.454000	-3.627000	-2.293000
36	-5.140000	-4.708000	-5.861000	-5.337000	-4.689000
41	-2.204000	-2.029000	-2.684000	-3.898000	-4.284000
46	-1.771000	-2.381000	-2.163000	1.550000	1.160000
51	2.342000	5.066000	12.142000	10.274000	9.232000
56	8.446000	8.210000	10.680000	9.606000	8.736000
61	2.885000	7.187000	14.265000	16.164000	19.374000
66	16.366000	19.998000	24.547000	25.313000	23.459000
71	17.128000	17.714000	11.616000	5.772000	3.113000
76	2.227000	-1.465000	1.332000	9.169000	17.047000
81	33.674000	48.897000	75.467000	91.223000	103.920000
86	79.538000	68.347000	63.375000	47.328000	33.132000
91	-.680005	-15.000000	-15.478000	15.862000	37.048000
96	61.175000	86.814000	143.711000	192.560000	175.242000
101	219.951000	243.030000	199.579000	117.088000	130.664000
106	43.901000	1.466990	27.464000	-56.172000	-84.103000
111	-66.059000	-10.038000	-.425000	54.432000	58.832000
116	34.258000	67.658000			

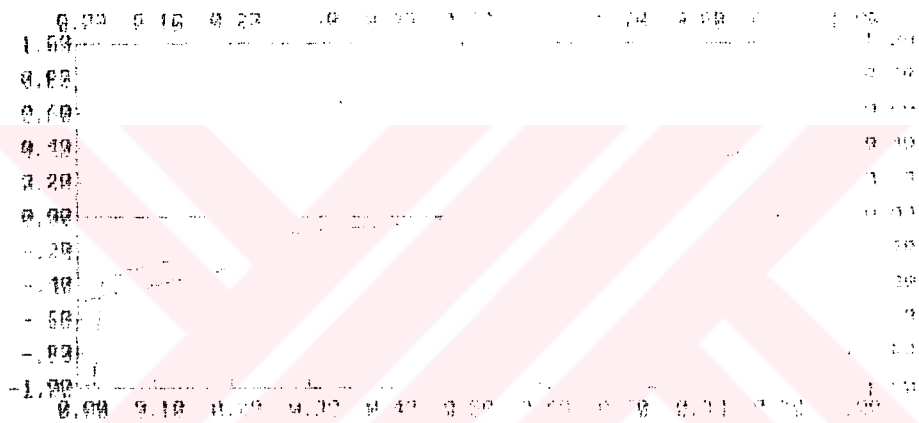
1988-90 Endeksi 8 Farki Alinmis Seri(10)



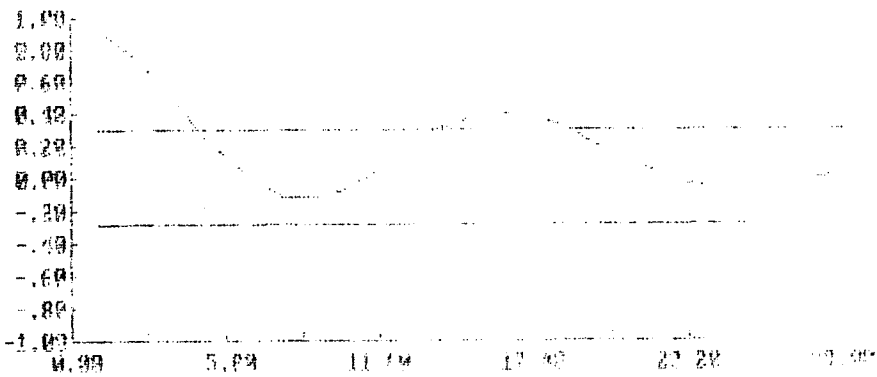
1990-9P Indeksinya 8 (Arb. 11/10/10)



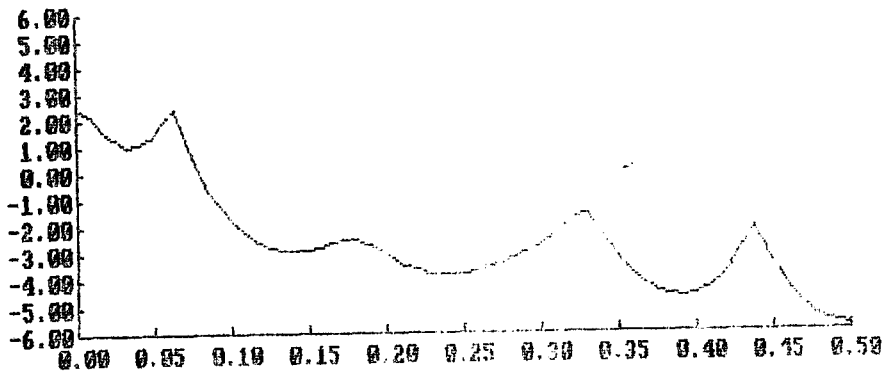
Informasi untuk 11/10/10
1990-9P Indeksinya 8 (Arb. 11/10/10)



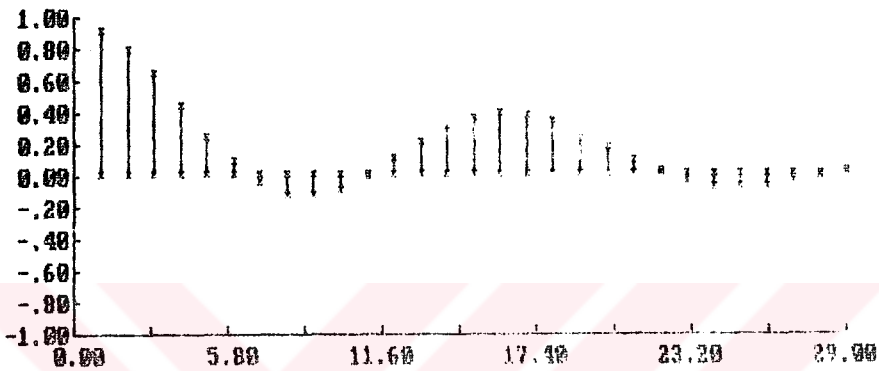
1990-9P Indeksinya 8 (Arb. 11/10/10)



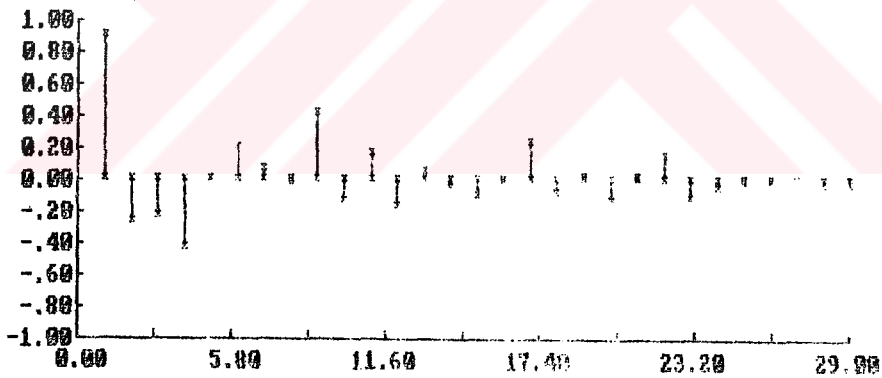
AR Spectra, p=12, range=0.20705



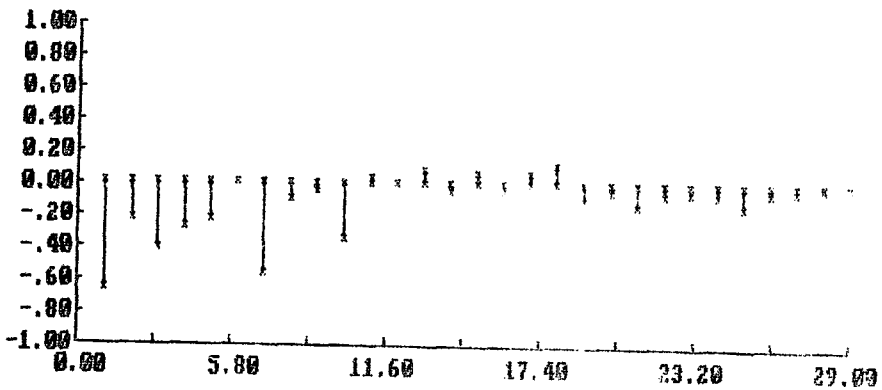
correlogram



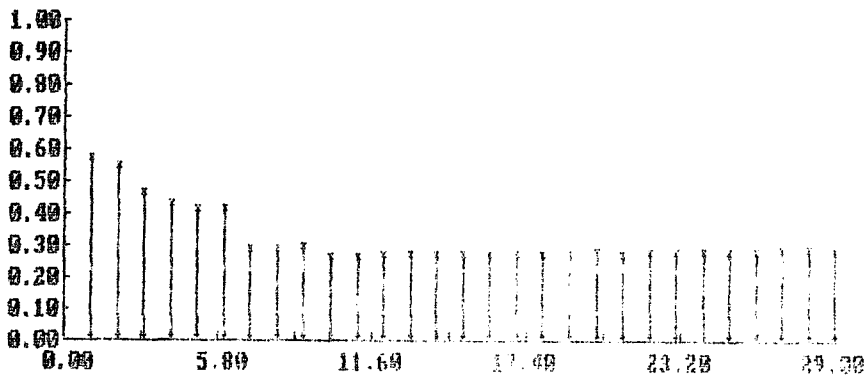
Partial Autocorrelations



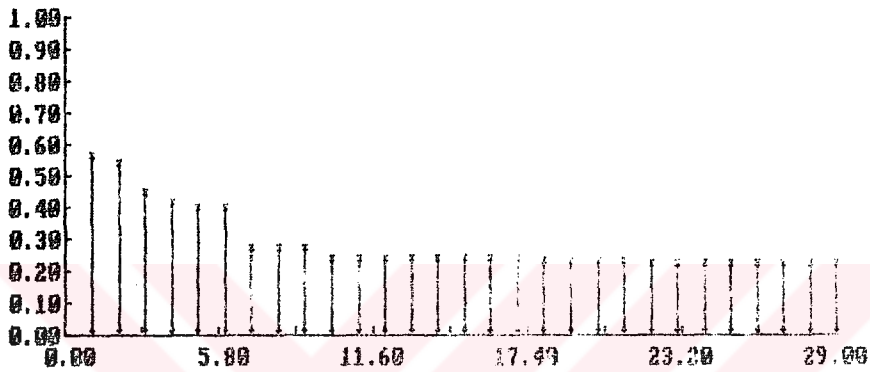
Inverse Partial



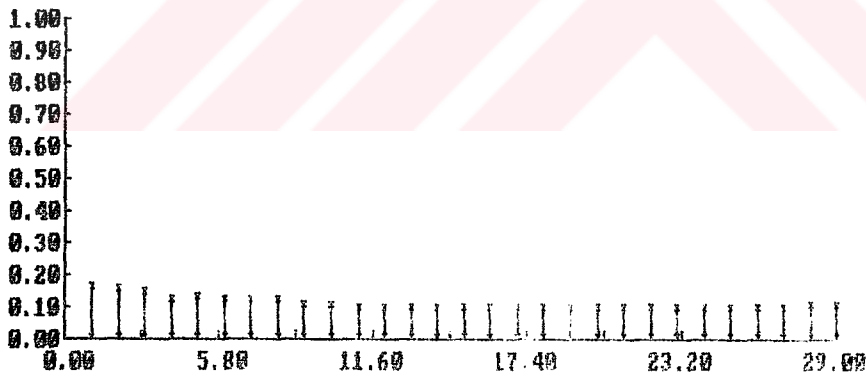
Inverse Unbiased Residual Variances



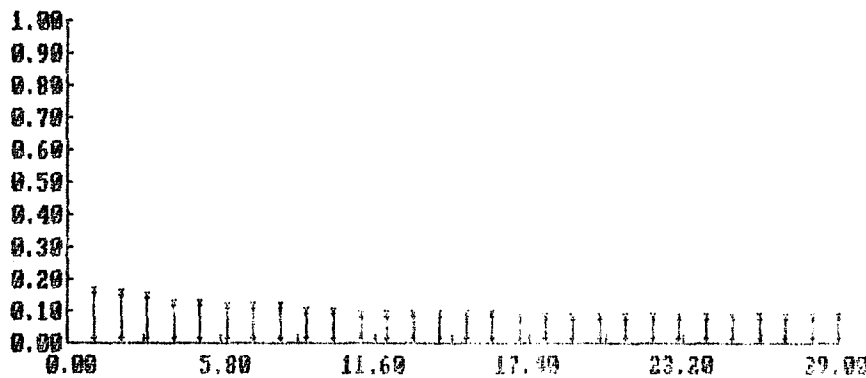
Inverse Biased Residual Variances



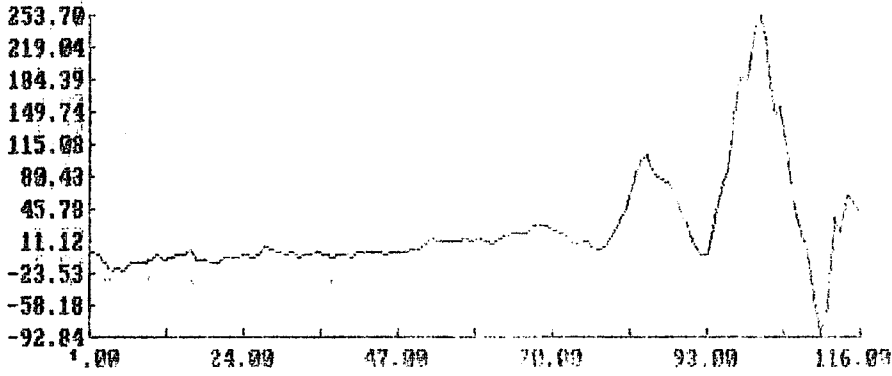
Standardized Unbiased Residual Variances



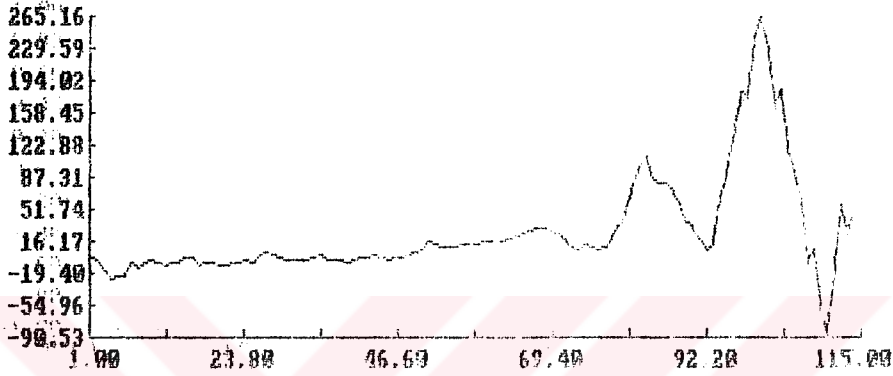
Standardized Biased Residual Variances



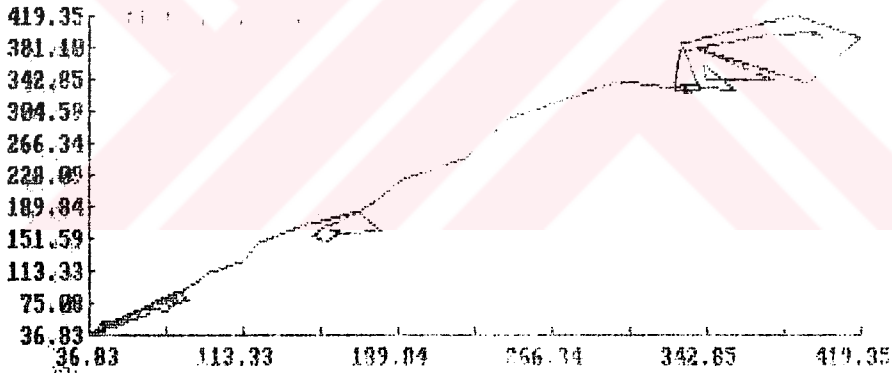
1988-90 Endeksinin 9 Fark. Alınmış Serisi (10)



1988-90 Endeksinin 10 Fark. Alınmış Serisi (10)



t ile t+1 Anındaki Serinin Grafiği (10)



t ile t+2 Anındaki Serinin Grafiği

