

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YAYILI KÜTLELİ SİSTEMLERİN
YÜKSEK MERTEBEDEN KESME DEFORMASYONU
TEORİSİ DİFERANSİYEL QUADRATURE (DQM) VE
DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON (DTM)
YÖNTEMLERİ KULLANILARAK DİNAMİK
ANALİZİ

Yusuf YEŞİLCE

Haziran, 2009

İZMİR

**YAYILI KÜTLELİ SİSTEMLERİN
YÜKSEK MERTEBEDEN KESME DEFORMASYONU
TEORİSİ DİFERANSİYEL QUADRATURE (DQM) VE
DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON (DTM)
YÖNTEMLERİ KULLANILARAK DİNAMİK
ANALİZİ**

**Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Doktora Tezi
İnşaat Mühendisliği Bölümü, Yapı Anabilim Dalı**

Yusuf YEŞİLCE

**Haziran, 2009
İZMİR**

DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

YUSUF YEŞİLCE, tarafından **PROF. DR. HİKMET HÜSEYİN ÇATAL** yönetiminde hazırlanan “**YAYILI KÜTLELİ SİSTEMLERİN YÜKSEK MERTEBEDEN KESME DEFORMASYONU TEORİSİ DİFERANSİYEL QUADRATURE (DQM) VE DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON (DTM) YÖNTEMLERİ KULLANILARAK DİNAMİK ANALİZİ**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

.....
Prof. Dr. Hikmet Hüseyin ÇATAL
.....

Yönetici

.....
Prof. Dr. Ömer Zafer ALKU
.....

Tez İzleme Komitesi Üyesi

.....
Prof. Dr. Ramazan KARAKUZU
.....

Tez İzleme Komitesi Üyesi

.....
Doç. Dr. Semih KÜÇÜKARSLAN
.....

Jüri Üyesi

.....
Prof. Dr. Yıldırım ERTUTAR
.....

Jüri Üyesi

.....
Prof. Dr. Cahit HELVACI
.....

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans ve doktora eğitimim süresince yetişmemde büyük emeği olan, akademik ve mühendislik nosyonunu tüm özverisiyle bana yansıtan ve kazandıran, kendisine ait olan; “Tez Hocası, doktora öğrencisi zora girdiğinde, ona can simidi atabilmeli” deyimini aynen uygulayan ve bu doğrultuda, gece geç saatlere kadar benimle birlikte çalışan, üstün bilgi ve deneyimlerini benden hiçbir zaman esirgemeyen değerli hocam ve tez danışmanım Sn. Prof. Dr. Hikmet Hüseyin ÇATAL’a gösterdiği yakın ilgi, sonsuz yardım ve sabır için şükranlarımı sunarım.

Yol gösterici değerli görüş ve katkılarıyla çalışmama büyük katkı sağlayan, tez izleme komitesi üyesi değerli hocalarım Sn. Prof. Dr. Ömer Zafer ALKU ve Sn. Prof. Dr. Ramazan KARAKUZU’ya teşekkürlerimi sunarım.

Engin matematik bilgisini ve kendi notlarını benden asla esirgemeyen, tezimle ilgili sayısını benim bile unuttuğum, her soruma sabırla ve ilgiyle yanıt veren değerli hocam Sn. Yrd. Doç. Dr. Seval ÇATAL’a gösterdiği yakın ilgi ve manevi destekten ötürü teşekkür ederim.

Yaşantım boyunca bana olan güvenlerini bir gün bile eksik etmeyen, bu güven duygusunu bana sürekli hissettirerek başarılı olmamı ve bu günlere gelmemi sağlayan, en değerli varlıklarım; emektar, iki gerçek kahramana; Annem ve Babam’a koşulsuz destekleri ve emeklerinden ötürü en derin şükranlarımı sunarım.

Uzakta olmasına rağmen, her zaman ve koşulda beni motive etmeyi başaran değerli Ablam’a; bana huzurlu ve sessiz bir çalışma ortamı sağlamak adına elinden geleni yapan ve tez kapsamında engin bilgisayar programlama bilgisini ve becerisini benden esirgemeyen değerli Kardeşim’e ve yan yana geldiğimizde, zamanımızın büyük bir çoğunluğunu birlikte geçirmekten büyük zevk aldığımız, ailemizin minik, yaramaz ve zeki üyesi Berkay’a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Doktora çalışmamda uzakta olmasına rağmen manevi desteğini her zaman gördüğüm, hocam ve ağabeyim Sn. Yrd. Doç. Dr. Oktay DEMİRDAĞ'a; çizimlerin bilgisayar ortamında yapılmasında emeği geçen ağabeyim Sn. Teknik Ressam Mustafa PERİZ'e teşekkür ederim.

Yusuf YEŞİLCE

“Yayıllı Kütteleli Sistemlerin Yüksek Mertebeden Kesme Deformasyonu Teorisi, Diferansiyel Quadrature (DQM) ve Diferansiyel Transformasyon (DTM) Yöntemleri Kullanılarak Dinamik Analizi” isimli tez çalışması, Dokuz Eylül Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) Şube Müdürlüğü tarafından, 2007.KB.FEN.014 numaralı proje kapsamında desteklenmiştir.

**YAYILI KÜTLELİ SİSTEMLERİN YÜKSEK MERTEBEDEN KESME
DEFORMASYONU TEORİSİ, DİFERANSİYEL QUADRATURE (DQM) VE
DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON (DTM) YÖNTEMLERİ
KULLANILARAK DİNAMİK ANALİZİ**

ÖZ

Taşıyıcı sistemlerin dinamik hesap modeli, yaygın olarak, kütlesi belli noktalarda toplanmış ya da kütlesi sistem boyunca yayılı olması durumlarına göre kurulmaktadır. Gerçekte yapıların kütleleri, sistem boyunca yayılı olduğundan, sürekli hesap modeli kullanılarak yapılan tasarımlar, gerçek yapısal davranışı yansıtacak en uygun tasarımlardır. Sürekli sisteme ait dinamik davranışın incelenebilmesi için, kurulacak matematiksel modelin de, gerçek dinamik davranışı tüm değişkenleriyle yansıtabilmesi gerekir. Bu amaçla, çalışma kapsamında, yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerinden biri olan Reddy-Bickford kiriş teorisinin dikkate alındığı matematiksel hesap modeli kullanılmıştır.

Yapı ve deprem mühendisliğinde, birçok araştırmacının ilgisini çeken ve güncelliğini koruyan önemli konularından biri de, elastik zemine oturan kirişlerin serbest titreşim analizidir. Literatürde, elastik zemine oturan kirişlerin dinamik analizi çeşitli nümerik metotlar kullanılarak incelenmiştir. Bu çalışmalar daha çok Sonlu Farklar, Sonlu Elemanlar, Sınır Elemanlar, sayısal ya da çok ölçekli pertürbasyon yöntemlerinin kullanıldığı Pertürbasyon Teknikleri ile yapılmış çözümleri içermektedir. Bu nümerik yaklaşım metotlarında, çok sayıda düğüm noktasının kullanılması veya çok sayıda iterasyon yapılması nedenleriyle problemlerin çözümü için büyük kapasiteli bilgisayarlara gereksinim duyulmaktadır. Hesaplamalardaki bilgisayar kapasitesi ve çözüm zamanı problemlerini en aza indirmek amacıyla yapılan çalışmalar sonucunda geliştirilen Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM) ve Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM), bu çalışmada kullanılan metotlardır.

Bu çalışmada, Winkler Hipotezi'ne uygun olarak modellenmiş elastik zemine oturan; tek açıklıklı hesap modeli için, sabit en kesitli ve farklı sınır koşullarına sahip; iki açıklıklı hesap modeli için, değişken en kesitli ve uçları yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşimine ait hareket denklemleri, Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM) ve Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM) kullanılarak çözülmüş ve bu metotların kullanılmasıyla elde edilen hesap modellerine ait ilk üç modun açısal frekans değerleri, analitik metotla elde edilen açısal frekans değerleri ile kıyaslanmış, yöntemlerin etkinliği ve güvenilirliği ortaya konulmuştur. Bu amaçla, DQEM ve DTM'na ait hesap algoritmaları ve bilgisayar programları hazırlanmış, bu programlar kullanılarak sayısal sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar sözcükler: Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu, Diferansiyel Transformasyon Metodu, Reddy-Bickford kiriş teorisi, serbest titreşim analizi.

**DYNAMIC ANALYSIS OF SYSTEMS WITH DISTRIBUTED MASS BY
USING HIGH-ORDER SHEAR DEFORMATION THEORY,
DIFFERENTIAL QUADRATURE (DQM) AND DIFFERENTIAL
TRANSFORMATION (DTM) METHODS**

ABSTRACT

Dynamic model of structural systems is widely formed as their masses are either concentrated at certain points or distributed along the system. Since the mass of the structures is in fact distributed along the system designs made by continuous model that shows the real structural behavior are the most convenient designs. The mathematical model also has to show the real dynamic behavior with all variables to study dynamic behavior of the continuous system. In this study, for this purpose, the mathematical model of Reddy-Bickford beam theory, one of the high order shear deformation theories, is used.

One of the important subjects that is interested by many researchers and that protects its currency in structural and earthquake engineering is free vibration analysis of beams on elastic foundation. Dynamic analysis of beams on elastic foundation is investigated by different numerical methods in literature. These studies mostly include the solutions made by Finite Difference, Finite Elements, Boundary Elements and Perturbation Techniques that numerical or many scaled perturbation methods are used. High capacity computers are needed for problem solution since the most accurate conclusion can be obtained by using a lot of nodes or by making a lot of iterations in these numerical approximation methods. Differential Quadrature Element Method (DQEM) and Differential Transformation Method (DTM), which are developed as a result of the studies made for reducing the computer capacity and solution time problems in calculations, are the methods used in this study.

In this study, equation of motions for Reddy-Bickford beam on Winkler elastic foundation that have uniform cross-section with different boundary conditions for single-span model and nonuniform cross-section with semi-rigid end connections for

two-span model are solved by using Differential Quadrature Element Method (DQEM) and Differential Transformation Method (DTM), circular frequencies for the first three modes of the model obtained using these methods are compared with the ones obtained by analytic method and effectiveness and reliability of the methods are exposed. For this purpose, calculation algorithms and computer programs of DQEM and DTM are prepared and numerical results are obtained by these programs.

Key words: Differential Quadrature Element Method, Differential Transformation Method, Reddy-Bickford beam theory, free vibration analysis.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÖZ	v
ABSTRACT	vii
BÖLÜM BİR – GİRİŞ.....	1
1.1 Giriş	1
1.2 Amaç ve Kapsam	2
1.3 Daha Önce Yapılan Çalışmalar	4
1.4 Yapılan Kabuller	12
1.5 Temel Yaklaşımlar	12
1.5.1 Winkler Hipotezi	12
1.5.2 Dinamik Analizin Temel Kavramları	15
BÖLÜM İKİ – YÜKSEK MERTEBEDEN KESME DEFORMASYON TEORİSİ	20
2.1 Elastik Zemine Oturan Reddy-Bickford Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi	24
2.2 Elastik Zemine Oturan Reddy-Bickford Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Analitik Çözümü ve İç Tesirlerin Elde Edilmesi	28
BÖLÜM ÜÇ – DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON METODU (DTM) ...	32
3.1 Bir Boyutlu Diferansiyel Transformasyon Metodu	32
3.2 İki Boyutlu Diferansiyel Transformasyon Metodu	34
3.3 DTM'nun Elastik Zemine Oturan Tek Açıklıklı Reddy-Bickford Kirişinin Serbest Titreşim Analizine Uygulanması	35

3.4 DTM'nun Elastik Zemine Oturan İki Bölge Reddy-Bickford Kirişinin Serbest Titreşim Analizine Uygulanması	38
BÖLÜM DÖRT – DİFERANSİYEL QUADRATURE METODU (DQM)	42
4.1 Düğüm Noktalarının Sayısı ve Seçimi.....	48
4.2 Ağırlık Katsayıları Matrislerinin Lagrange Polinomları İle Hesabı	49
4.3 Genelleştirilmiş Diferansiyel Quadrature Metodu (GDQM).....	52
4.4 Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM).....	58
4.4.1 DQEM'nun Elastik Zemine Oturan Tek Açıklıklı Reddy-Bickford Kirişinin Serbest Titreşim Analizine Uygulanması	60
4.4.2 DQEM'nun Elastik Zemine Oturan Değişken Kesitli Reddy-Bickford Kirişinin Serbest Titreşim Analizine Uygulanması	69
BÖLÜM BEŞ – SAYISAL UYGULAMALAR.....	82
5.1 Örnek 1: Analitik Çözüme İlişkin Sayısal Uygulamalar	82
5.2 Örnek 2: DTM'na İlişkin Sayısal Uygulamalar.....	94
5.3 Örnek 3: DQEM'na İlişkin Sayısal Uygulamalar.....	151
BÖLÜM ALTI – SONUÇLAR.....	181
KAYNAKLAR.....	211
EKLER	220

BÖLÜM BİR

GİRİŞ

1.1 Giriş

Yapılar, zamana bağlı yükler ve deplasmanlar etkisiyle titreşim hareketi yaparlar. Bu hareket sırasında oluşan atalet kuvvetleri, Newton'un II. Yasasına göre, kütle ve ivme ile doğru orantılıdır. Yükler veya deplasmanlar sisteme yavaş etkiliyorsa, atalet kuvvetleri ihmal edilebilir ve eşdeğer statik analiz mümkün olabilir.

Yapı analizinin kritik aşamalarından birisi, taşıyıcı sistemin gerçek yapısal davranışını yansıtacak uygun hesap modelinin seçilmesidir. Dinamik analizde, pratik yaklaşımlar için kullanılan, ayrık kütleli modelleme olarak bilinen ve yapı sisteminin kütlelerinin belirli noktalarda topaklandığı kabulüne dayanan hesap modeli kullanılarak elde edilen sonuçların güvenilirliği tartışmaya açıktır. Bu nedenle dinamik hesap modelinin, kütlelerin sistem boyunca yayılı olduğu sürekli hesap modeline göre kurulması yapısal davranışa daha uygun bir yaklaşım tarzı olup, bu çalışmada sürekli hesap modeli dikkate alınmıştır.

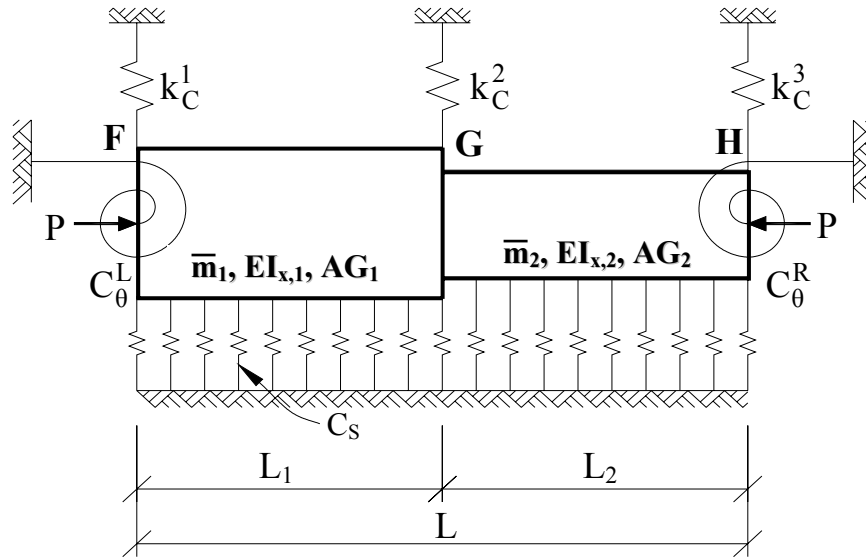
Fiziksel sistemler ya da mühendislik problemleri genellikle doğrusal ya da doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemler ile ifade edilirler. Modeli simgeleyen kısmi diferansiyel denklemlerin kapalı çözümlerini elde etmek çoğu zaman güçtür. Bu nedenle, bu tür kısmi diferansiyel denklemlerin çözümü için sıklıkla kullanılan Sonlu Farklar, Sonlu Elemanlar gibi yöntemlerde, uygun sayıda düğüm noktası seçilerek yaklaşık sonuçlar elde edilmektedir (Wang ve Gu, 1997). Bazı özel problemlerin çözümünde yukarıda belirtilen yöntemlerin etkin ve güvenilir sonuçlar verebilmesi için çok sayıda düğüm noktasına gereksinim olması ve özellikle doğrusal olmayan problemlerin çok sayıda iterasyon gerektirmesi, analiz süresini artırmaktadır. Hesaplama daha az düğüm noktası kullanarak, daha hassas sonuçlar elde edebilecek nümerik yöntemler araştırılırken, Diferansiyel Quadrature Metodu (DQM), DQM'nun olumsuzluklarını en aza indirmek için Diferansiyel Quadrature

Eleman Metodu (DQEM) ve bu iki yöntemden bağımsız Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM) geliştirilmiştir.

1.2 Amaç ve Kapsam

Sürekli sistemlerin dinamik davranışının gerçek davranışa uygun olması amacıyla çalışmada, sürekli sistemlerin yüksek mertebeden kesme deformasyonlarının dikkate alındığı hesap modelinin kurulması hedeflenmiştir

Çalışmada, Winkler Hipotezi'ne uygun olarak modellenmiş, elastik zemine üzerine oturan Şekil 1.1'de sunulmuş, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, değişken en kesitli ve uçları dönmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş, Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşiminin incelenmesi amaçlanmıştır.



Şekil 1.1 Elastik zemin üzerine oturan, iki bölge ve değişken en kesitli Reddy-Bickford kirişi

Burada \bar{m}_1 ve \bar{m}_2 sırasıyla, FG ve GH kirişlerini tanımlayan 1.inci ve 2.inci bölgeye ait yayılı kütleleri; $EI_{x,1}$ ve $EI_{x,2}$ sırasıyla, 1.inci ve 2.inci bölgeye ait eğilme rijitliklerini; AG_1 ve AG_2 sırasıyla, 1.inci ve 2.inci bölgeye ait kayma rijitliklerini;

L_1 ve L_2 sırasıyla, FG ve GH (1.inci ve 2.inci bölge) kirişlerinin açıklıklarını; P, aksenal basınç kuvvetini; C_S , zemin yatak katsayısı ile kiriş genişliğinin çarpımından elde edilen zemin parametresini; C_0^L ve C_0^R sırasıyla, sol ve sağ uçlardaki dönmeye karşı elastik yay katsayılarını; k_C^1 , k_C^2 ve k_C^3 ise, çökmeye karşı elastik yay katsayılarını göstermektedir.

Winkler Hipotezi'ne uygun olarak modellenen zeminin, gerilme – ötelenme ilişkisi, zemini temsil eden yayın mekanik özelliklerine bağlı olarak tanımlanmıştır. Temel kirişinin üzerine oturduğu zemin, kirişe belirli aralıklarla bağlanmış yaylar ile temsil edilmektedir. Yayın mekanik özelliği, ötelenme ile yük arasındaki doğrusal ilişkiyi tarif edecek şekilde tanımlanmıştır.

Şekil 1.1'deki temel kirişinin uçlarının mesnetlenme koşulunu temsil etmek üzere, kiriş uçları dönmeye karşı elastik yaylar ile modellenmiştir. Ayrıca, kiriş uçları ile kiriş en kesitinin değiştiği noktaya yerleştirilen çökmeye karşı elastik yaylar, gerçekte temel kirişine bağlanan düşey taşıyıcı elemanları temsil etmektedir.

Çalışmada, tek ve iki bölgeli sürekli kirişlerin yüksek mertebeden kesme deformasyonlarının dikkate alındığı dinamik hareket denklemleri, analitik olarak elde edilmiş, elde edilen hareket denklemleri, değişik sınır koşulları altında, Diferansiyel Quadrature Metodunun (DQM) özel hali olan Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM) ve Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM) kullanılarak çözülmüştür. Kirişlerin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri hesaplanarak kıyaslanmıştır. Bu amaçla, hesap algoritması ve bilgisayar programları hazırlanmıştır.

Detaylı literatür araştırmasından, geçmişte yayılı kütleli sistemlerin, yüksek mertebeden kesme teorilerinden biri olan Reddy-Bickford kiriş teorisi (RBT) dikkate alınarak; Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM) ve/veya Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM) kullanılarak dinamik analizi ile ilgili herhangi bir çalışma yapılmadığı belirlenmiştir.

Çalışma altı ana bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde çalışma ve kapsamı hakkında bilgiler sunulmuş, konu ile ilgili önceki çalışmalar özetlenmiş ve çalışma kapsamında dikkate alınan temel yaklaşımlara değinilmiştir. İkinci bölümde yüksek mertebeden kesme deformasyon teorisi hakkında bilgiler sunularak, elastik zemine üzerine oturan, tek bölgeli, sabit en kesitli Reddy-Bickford kiriş modeline ait hareket denklemleri elde edilmiş ve bu denklemlerin analitik çözümünden hareketle diğer iç tesirler kapalı formda sunulmuştur. Üçüncü bölümde, Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM) detaylı olarak tanıtılmıştır. Bu bölümde DTM, tek ve iki bölgeli, sabit ve değişken en kesitli Reddy-Bickford kirişlerinin serbest titreşim analizine ait hareket denklemlerinin çözümüne uygulanmıştır. Dördüncü bölümde, Diferansiyel Quadrature Metodu (DQM) detaylı olarak tanıtılmıştır. Bu bölümde, çalışmada kullanılan Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM)'nin tercih edilme gerekçeleri sunulmuş, kullanılan metoda ait bağıntılar verilerek, metot, tek ve iki bölgeli, sabit ve değişken en kesitli Reddy-Bickford kirişlerinin serbest titreşim analizine ait hareket denklemlerinin çözümüne uygulanmıştır. Beşinci bölümde, analitik metot, DTM ve DQEM'na ilişkin sayısal uygulamalara yer verilmiştir. Altıncı bölüm, DTM ve DQEM kullanılarak elde edilen sayısal sonuçların birbirleriyle ve analitik metotla bulunan açısız frekans değerleriyle kıyaslandığı sonuç bölümüdür. Ekler kısmında, tez kapsamında hazırlanan bilgisayar programlarına ait akış diyagramları sunulmuştur.

1.3 Daha Önce Yapılan Çalışmalar

Birçok araştırmacı, elastik zemine oturan kirişler, plaklar ile elastik zemine kısmi ya da tam gömülü kazıkların statik ve dinamik analizlerini, çeşitli kiriş teorileri ile analitik ve/veya nümerik sayısal yöntemleri kullanarak incelemişlerdir (Hetenyi, 1955; Doyle ve Pavlovic, 1982; West and Mafi, 1984; Yokoyama, 1991; Çatal, 2002; Çatal, 2006a; Yesilce ve Catal, 2008a, 2008b).

Literatür araştırmaları yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerinden olan 3. mertebeden kesme teorisinin ilk kez Levinson tarafından kullanıldığını

göstermiştir (Levinson, 1981). Bu çalışmada yazar, yayılı yük etkisindeki kirişin statik analizine ait diferansiyel denklemi, 3. mertebeden kesme deformasyon teorisini kullanarak elde etmeyi başarmış, elde edilen sayısal değerleri, Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak elde edilen sonuçlarla kıyaslamıştır.

Bickford ve Reddy, birbirinden bağımsız yürüttükleri çalışmalarında, 3. mertebeden kesme teorisinden farklı olarak yeni bir kiriş teorisini ortaya koymuşlardır. Bu teori, zaman içerisinde oldukça fazla uygulama alanı bulmuştur (Bickford, 1982; Reddy, 1984a, 1984b). Bickford, çalışmasını izotropik kirişler üzerinde yoğunlaştırırken, aynı dönemde Reddy, özellikle çalışmalarını tabakalı plaklar üzerinde yoğunlaştırmıştır.

Heyliger ve Reddy, doğrusal ve doğrusal olmayan izotropik kirişlerin titreşimleri üzerinde çalışmışlardır (Heyliger ve Reddy, 1988). Takip eden çalışmalarında Reddy, Reddy-Bickford kiriş teorisini tabakalı kompozit plaklara ve elastik plaklara uygulamıştır (Reddy, 1997, 1999).

Zenkour, sırasıyla Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Reddy-Bickford kiriş teorilerini kullanarak, kesme ve eksenel deformasyonların, tabakalı, sıkıştırılmış elastik kirişlerin eğilme analizleri üzerindeki etkisini incelemiştir (Zenkour, 1999). Bu çalışmada yazar, farklı kiriş teorilerini kullanarak, eksenel ve kesme deformasyonları ile tabaka sayılarının, kirişlerin statik analizi üzerindeki etkilerini araştırmıştır.

Soldatos ve Sophocleous, Reddy-Bickford kiriş teorisini kullanarak, homojen bir kirişin açılmalık frekanslarını ve karakteristik fonksiyonlarını elde etmişlerdir (Soldatos ve Sophocleous, 2001). Bu çalışmada kiriş, sırasıyla Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Reddy-Bickford kiriş teorileri ile çözülmüş, özellikle Timoshenko ve Reddy-Bickford kiriş teorilerine ait çözümlerin kıyaslanması üzerinde durulmuştur.

Eisenberger, Reddy-Bickford kiriş teorisini kullanarak, izotrop bir kiriş elemanı için statik rijitlik matrisinin elemanlarını elde etmiştir (Eisenberger, 2003a). Bu

çalışmada yazar, oluşturduğu rijitlik matrisini, Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri kullanılarak elde edilmiş statik rijitlik matrisleri ile kıyaslamıştır.

Eisenberger diğer bir çalışmasında, Reddy-Bickford kiriş teorisini kullanarak kiriş elemanı için dinamik rijitlik matrisini geliştirmiştir (Eisenberger, 2003b). Yazar, elde ettiği dinamik rijitlik matrisini kullanarak, farklı sınır koşullarına sahip kirişlerin serbest titreşimine ait açısal frekans değerlerini elde etmiştir. Çalışmada, dinamik rijitlik matrisi kullanılarak elde edilen açısal frekans değerleri, Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri kullanılarak elde edilmiş açısal frekans değerleri ile kıyaslanmıştır.

Lee ve Reddy, Reddy-Bickford kiriş teorisini, termo-mekanik yüklemeye maruz kompozit plakların doğrusal olmayan tepki analizlerine uygulamışlardır (Lee ve Reddy, 2005). Bu çalışmada yazarlar, termo-mekanik yükleme altında sınır koşullarının ve malzeme özelliklerinin etkilerini incelemişlerdir.

Adi ve kısmi diferansiyel denklemlerin ve/veya diferansiyel denklem sistemlerin çözümünde oldukça etkili nümerik çözüm yöntemlerinden biri olan Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM), ilk kez Zhou (1986) tarafından ortaya atılmıştır. Zhou geliştirdiği bir boyutlu DTM'nu, elektrik devrelerinin doğrusal ve doğrusal olmayan başlangıç değer problemlerinde kullanmıştır. Chen ve Ho ise, ilk kez özdeğer problemlerinin çözümünde bir boyutlu DTM'nu kullanmışlardır (Chen ve Ho, 1996).

İki boyutlu DTM'nu ilk kez uygulayan Chen ve Ho'dur (Chen ve Ho, 1999). Bu çalışmada yazarlar, iki boyutlu DTM'nu kullanarak, kapalı biçimdeki serilerin ve kısmi diferansiyel denklemlerin yaklaşık çözümlerini elde etmişlerdir. Yazarlar, DTM ile elde edilen sonuçları, analitik yolla hesaplanan sonuçlarla kıyaslamışlar ve diferansiyel transformasyon metodunun güvenilirliğini kanıtlamışlardır.

Hassan, bir boyutlu DTM'nu, Sturm-Liouville özdeğer problemi için normalize edilmiş karakteristik denklemlere ve seçilen değişik tip özdeğer problemlerine

uygulamıştır (Hassan, 2002a). Bu çalışmada yazar, özdeğer problemlerinin diferansiyel transformasyon metodu ile elde edilen çözümlerini, bilinen analitik çözümlerle kıyaslamıştır.

Hassan, diğer bir çalışmasında, bir boyutlu DTM'nu kullanarak, ikinci ve dördüncü mertebeden adi diferansiyel denklemlerin normalize edilmiş karakteristik denklemlerini ve özdeğerlerini elde etmiştir. Yazar ayrıca, iki boyutlu DTM'nu kullanarak da birinci ve ikinci mertebeden kısmi diferansiyel denklemlerin çözümlerini elde etmiştir (Hassan, 2002b). Bu çalışmada yazar, her iki durum için elde ettiği sonuçları, literatürdeki analitik yöntemlerle elde edilen sonuçlarla kıyaslamıştır.

Kurnaz ve diğerleri, yaptıkları çalışmada, kısmi diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan bir ve iki boyutlu diferansiyel transformasyon metotlarından farklı olarak, (n) boyutlu DTM'nun algoritmasını sunmuşlardır (Kurnaz ve diğer., 2005). Çalışmada, (n) boyutlu DTM kullanılarak kısmi diferansiyel denklemlerin çözümleri elde edilmiştir. Yazarlar, metodun işlevliliğini göstermek amacıyla hesaplanan çözümleri, başlangıç sınır-değer problemlerine uygulamışlardır.

Bildik ve diğerleri, yaptıkları çalışmada, DTM'nu ve Adomian ayrışma teorisini kullanarak farklı tip kısmi diferansiyel denklemlerin çözümlerini araştırmışlardır (Bildik ve diğer., 2006). Bu çalışmada yazarlar, DTM ve Adomian ayrışma teorilerini kullanarak elde edilen diferansiyel denklem çözümlerini kıyaslamışlardır.

Arıkoğlu ve Özkol, DTM'nu değişken katsayılı doğrusal ve doğrusal olmayan literatürde farklı denklemler olarak isimlendirilen denklemlere uygulamışlardır (Arıkoğlu ve Özkol, 2006). Yazarlar, DTM ile elde edilen sonuçları, literatürdeki diğer çözüm yöntemleri ile hesaplanan sonuçlarla kıyaslamışlardır.

Ertürk, DTM'nu kullanarak, altıncı mertebeden sınır-değer problemlerinin yarı nümerik-analitik çözümlerini elde etmiştir (Ertürk, 2007). Bu çalışmada yazar,

seçtiği iki sınır değer probleminin DTM ile hesaplanmış çözümlerini, literatürdeki çözümlerle kıyaslamıştır.

Ertürk ve Momani, DTM'nu ve Adomian ayrışma teorisini dördüncü mertebeden sınır-değer problemlerinin karşılaştırmalı çözümünde kullanmışlardır (Ertürk ve Momani, 2007).

Çatal, elastik zemine oturan, iki ucu basit mesnetli ve eksenel basınç kuvveti etkisindeki Timoshenko kirişinin serbest titreşimini, DTM'nu kullanarak incelemiştir (Çatal, 2006b). Bu çalışmada yazar, Timoshenko kirişinin oturduğu zemini Winkler Hipotezi'ne uygun olarak modellemiştir. Çalışmada, farklı zemin yatak katsayısı, eksenel kuvvet değerleri için frekans faktörleri hesaplanmış ve bu değerler, literatürdeki aynı örnek için elde edilmiş frekans faktör değerleri ile kıyaslanarak DTM'nun güvenilirliği ve etkinliği gösterilmiştir. Çatal, diğer bir çalışmada, elastik zemine oturan, bir ucu ankastre, diğer ucu basit mesnetli Timoshenko kirişinin serbest titreşimine ait frekans faktörlerini, DTM'nu kullanarak hesaplamış ve bu değerleri, analitik yöntemle hesaplanan değerler ile karşılaştırmalı olarak sunmuştur (Çatal, 2008).

Çatal ve Çatal, başka bir çalışmada, Timoshenko teorisine uygun olarak modellenmiş, eksenel kuvvet etkisindeki elastik zemine kısmi gömülü kazığın, statik burkulma analizini DTM'nu kullanarak incelemişlerdir (Çatal ve Çatal, 2006). Bu çalışmada yazarlar, elastik zemine kısmi gömülü kazığın kritik burkulma yükünü DTM ve analitik yöntemle karşılaştırmalı olarak hesaplamışlardır.

Özdemir ve Kaya, Euler-Bernoulli konsol kirişinin eğilme titreşimini, DTM'nu kullanarak incelemişlerdir (Özdemir ve Kaya, 2006). Özgümüş ve Kaya, başka bir çalışmada, eksenel kuvvet ve burulma etkisindeki kompozit Timoshenko kirişinin serbest titreşim hareketine, DTM'nu uygulamayı başarmışlardır (Özgümüş ve Kaya, 2007).

Balkaya ve diğeri, DTM'nu Winkler ve Pasternak zeminine oturan kirişlerin serbest titreşim analizine uygulamışlardır (Balkaya ve diğeri., 2009). Çalışmada yazarlar, yöntemin etkinliğini, çeşitli sınır koşullarını için elde edilen açısız frekans değerlerini, literatürde aynı örnekler için mevcut olan açısız frekans değerleri ile kıyaslayarak göstermişlerdir.

Literatürde adi/kısmi diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan nümerik yöntemlerden biri olan Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM) ilk kez, birbirinden bağımsız olarak Chen (1995, 1996) ve Wang ve Gu (1997) tarafından geliştirilmiştir. Chen, DQEM ile ilgili ilk çalışmada, yöntemi genel hatları ile tanıtmıştır (Chen, 1995). Chen, yöntemle ilgili ikinci çalışmada, iki boyutlu düzlem çerçeveleri modellemeyi başarmıştır (Chen, 1996). Bu çalışmada yazar, DQEM'nu kullanarak sırasıyla, iki katlı, iki açıklıklı ve dört katlı, dört açıklıklı düzlem çerçeve elemanlarının ve sistemin global doğrultularındaki rijitlik matrisini elde etmiştir. Yazar, bu matrisleri kullanarak, çubuk uç kuvvet ve momentlerini hesaplamıştır. Wang ve Gu tarafından yapılan çalışmada, DQEM çeşitli yüklemeler etkisindeki kiriş, kolon ve çerçeve sistemlerin statik analizinde kullanılmıştır (Wang ve Gu, 1997). Bu çalışmada yazarlar, DQEM'nu kullanarak elde ettikleri sonuçları, literatürdeki çözümlerle kıyaslamışlardır. Çalışmada, yöntemin serbest titreşim ve burkulma analizine uygulanmasına yönelik temel bilgiler de bulunmaktadır.

Gu ve Wang, dairesel kesitli plakların serbest titreşim analizini; Wang ve diğeri ise, dikdörtgen kesitli plakların statik ve serbest titreşim analizini DQEM'nu kullanarak incelemişlerdir (Gu ve Wang, 1997; Wang ve diğeri., 1998). Her iki çalışmada da, DQEM kullanılarak elde edilen sonuçlar, literatürde yer alan sonuçlar ile kıyaslanarak, yöntemin etkinliği ortaya konulmuştur.

Han ve Liew, DQEM'nu kullanarak, literatürde Mindlin plağı olarak anılan, dairesel ve halka şeklindeki plakların, Mindlin kesme teorisini de dikkate alarak statik analizini gerçekleştirmişlerdir (Han ve Liew, 1999). Bu çalışmada yazarlar, Mindlin plaklarına DQEM'nu uygulayarak elde ettikleri sonuçları, literatürdeki çözümler ile kıyaslamışlardır.

Chen, elastik zemine oturan prizmatik kirişlerin, sadece eğilme tesirlerini dikkate alarak ve DQEM'nu kullanarak, serbest titreşimini incelemiştir (Chen, 2000). Bu çalışmada yazar, DQEM'nu kullanarak hesapladığı kirişin ilk beş moduna ait açısal frekans değerlerini, analitik yöntemle hesaplanan açısal frekans değerleri ile kıyaslamış, DQEM'nun etkin ve güvenilir sonuçlar verdiğini kanıtlamıştır.

Chen, diğer bir çalışmasında, elastik zemine oturan ve prizmatik olmayan kirişlerin, kesme tesirlerini ve dönme ataletlerini dikkate almış ve DQEM'nu kullanarak, kirişlerin serbest titreşimini incelemiştir (Chen, 2002a). Bu çalışmada yazar, DQEM'nu kullanarak hesapladığı ilk beş moda ait açısal frekans değerlerinin güvenilirliğini göstermiştir.

Chen, kompozit, eğilme tesiri altındaki anizotropik kirişlerin, Hamilton ilkesini kullanarak elde ettiği serbest titreşimine ait diferansiyel denklemini, DQEM'nu kullanarak çözmüştür (Chen, 2002b).

Chen, diğer bir çalışmasında, kesme deformasyonlarını dikkate alarak ve DQEM'nu kullanarak, dairesel plakların dinamik tepkilerini elde etmiştir (Chen, 2004).

Karami ve Malekzadeh, DQEM'nu kullanarak, tipik bazı kirişlerin stabilite, deplasman ve serbest titreşim problemlerini çözmüşlerdir. Elde edilen sonuçları, literatürdeki çözümlerle kıyaslamışlardır (Karami ve Malekzadeh, 2002). Bu çalışmada yazarlar, Euler-Bernoulli kiriş teorisini dikkate almışlardır.

Karami ve diğerleri, dönmeye ve ötelenmeye karşı elastik mesnetlerle mesnetlenmiş Timoshenko kirişinin serbest titreşimini, dönme ataleti ile üzerinde topaklanmış kütleleri dikkate alarak, DQEM ile incelemiştir (Karami ve diğer., 2003). Bu çalışmada dikkate alınan Timoshenko kirişi, elastik zemine oturan ve değişken en kesitli bir kiriştir. Hamilton ilkesi kullanılarak elde edilen diferansiyel denklemin, DQEM kullanılarak elde edilen açısal frekans değerleri, literatürdeki diğer yöntemlerle elde edilmiş açısal frekans değerleriyle kıyaslanmıştır.

Malekzadeh ve diğeri, eksenel kuvvet etkisinde, dönmeye karşı elastik mesnetlerle mesnetlenmiş olan, elastik zemine oturan Timoshenko kirişinin serbest titreşimini, DQEM'nu kullanarak incelemiştir (Malekzadeh ve diğeri., 2003). Bu çalışmada yazarlar, eksenel kuvvetin, değişken ve sabit en kesitli Timoshenko kirişlerinin serbest titreşimi üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Çalışmada, dikkate alınan modeller üzerinde, farklı eksenel kuvvet değerleri için, ilk beş moda ait açısal frekans değerleri, DQEM'nu kullanılarak hesaplanmıştır. DQEM kullanılarak elde edilen açısal frekans değerleri, Sonlu Elemanlar Metodu kullanılarak hesaplanan açısal frekans değerleri ile kıyaslanmıştır.

Malekzadeh ve diğeri, DQEM'nu ve Timoshenko kiriş teorisini kullanarak, kalın plakların serbest titreşimini incelemiştir (Malekzadeh ve diğeri., 2004). Çalışmada, DQEM kullanılarak elde edilen açısal frekans değerleri, Sonlu Elemanlar Metodu kullanılarak elde edilen açısal frekans değerleri ile kıyaslanmış ve DQEM'nun güvenilirliği kanıtlanmıştır.

Chen, DQEM'nu eğri eksenli kirişlerin düzlemsel titreşimlerine uygulayarak, sistemin ilk beş moda ait açısal frekans değerlerini hesaplamıştır (Chen, 2005).

Franciosi ve Tomasiello tarafından, iki ucu ankastre ve konsol olarak tasarlanmış iki ayrı kirişin, Reddy-Bickford kiriş teorisi ve Hamilton ilkesi kullanılarak elde edilen statik duruma ait diferansiyel denklemleri, DQEM kullanılarak çözülmüştür (Franciosi ve Tomasiello, 2007). Çalışmada yazarlar, DQEM kullanılarak hesaplanmış kiriş deplasman ve kesit dönmesi değerlerini, Euler-Bernoulli kiriş teorisi ile elde edilmiş deplasman ve kesit dönmesi değerleri ile kıyaslamışlardır.

1.4 Yapılan Kabuller

Çalışma kapsamında, hesaplamaları kolaylaştırıcı, aşağıda verilen kabuller yapılmıştır:

1. Kirişin yapıldığı malzeme doğrusal – elastik davranmaktadır.
2. Kirişin en kesiti kademeli değişken olup en kesit geometrisi dikdörtgendir.
3. Kirişin kütlesi kiriş boyunca yayılıdır.
4. Kirişin oturduğu zemin Winkler Hipotezi'ne uygun olarak davranmaktadır.
5. Kirişe etkiyen aksenal basınç kuvveti kiriş boyunca sabittir.
6. Sönüm etkisi ihmal edilmiştir.
7. Çubuklar doğru akselidir.

1.5 Temel Yaklaşımlar

Çalışmada kullanılan Winkler Hipotezi ile dinamik analizin temel kavramları hakkındaki genel bilgiler aşağıda sunulmuştur.

1.5.1 Winkler Hipotezi

Kiriş – zemin etkileşiminde zemin davranışı, Winkler Hipotezi'ne uygun olarak modellenmiştir. Winkler Hipotezi, zeminin gerilme – ötelenme ilişkisini, zemini temsil eden yayın mekanik özelliklerine bağlı olarak tanımlanmaktadır. Bu durumda kirişin oturduğu zemin, kirişe belirli aralıklarla bağlanmış yaylar ile temsil edilir. Yayın mekanik özelliği ise, ötelenme ile yük arasındaki ilişkiyi doğrusal ya da doğrusal olmayan bir davranış biçimini tarif edecek şekilde tanımlanmaktadır. Diğer bir deyişle, elastik zemin davranışını yansıtan yayın mekanik özelliği yatak katsayısı ile tanımlanmaktadır (Birand, 2001).

Yatak katsayısı, herhangi bir noktada belirli bir doğrultuda zemin direnci ile o noktadaki yer değiştirme arasında doğrusal kabul edilen ilişkiye orantılılık katsayısı olarak tanımlanır (Birand, 2001).

Herhangi bir noktada zemini zorlayan gerilme, q ve o noktada yer değiştirme, δ olmak üzere, zemin yatak katsayısı;

$$k_s = \frac{q}{\delta} \quad (1.1)$$

bağıntısı ile ifade edilir.

Uygulamada, bu katsayının basınç alanı altında her noktada aynı değerde olduğu kabul edilmektedir.

Yatak katsayısı, yeterli sayıda yükleme deneyi sonucunda belirlenmektedir. Bu amaçla çok küçük olmayan bir yükleme plakası ile zemine giderek artan basınçlar uygulanıp her basınç aşamasında zeminin yer değiştirmeleri ölçülmektedir. Yükleme plakası boyutlarının büyüklüğü oranında daha derin zemin tabakalarına hissedilir gerilmeler iletilebileceğinden, büyük boyutlu plakalar ile elde edilen deney sonuçları zemin davranışı hakkında daha iyi bilgiler verebilmektedir (Bowles, 1996).

Yatak katsayısını yükleme deneylerinden hareket ile formüle edebilmek için pek çok çalışma yapılmıştır. Bu formülasyonlar, zemin cinsine ve kullanılacak temel şekline bağlı olarak değişmektedir. Zemin cinsine ve temel şekillerine göre yatak katsayısı aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanabilir:

Killi zeminlerde yapılacak kare temeller için yatak katsayısı;

$$K_s = k_1 \cdot \frac{B_1}{B} \quad (1.2)$$

kumlu zeminlerde yapılacak kare temeller için yatak katsayısı;

$$K_S = k_1 \cdot \left(\frac{B + B_1}{2 \cdot B} \right) \quad (1.3)$$

bağıntıları ile hesaplanır.

Burada K_S , projede kullanılacak yatak katsayısını; k_1 , 30×30 cm boyutlu yükleme plakası deneyi ile bulunan yatak katsayısını; B , yapımı gerçekleştirilecek kare temelin boyutunu; B_1 , yükleme plakası deneyinde kullanılan kare plağın boyutunu göstermektedir (Terzaghi, 1955).

Killi ve orta sıklıktaki kumlu zeminlerde yapılacak dikdörtgen temeller için yatak katsayısı;

$$K_S = k_1 \cdot \left(\frac{m + 0,5}{1,5 \cdot m} \right) \quad (1.4)$$

bağıntısı ile hesaplanır.

Burada m , dikdörtgen temelin uzun kenarının kısa kenarına oranını göstermektedir (Terzaghi, 1955).

Vesic (1961) ise yatak katsayısının hesabı için aşağıdaki bağıntıyı önermiştir:

$$K_S = \frac{0,65}{B} \cdot \sqrt[1,2]{\frac{E_s \cdot B^4}{E_f \cdot I_f}} \cdot \frac{E_s}{1 - \mu^2} \quad (1.5)$$

Burada E_s , zeminin elastisite modülünü; E_f , temel ayağının elastisite modülünü; μ , zeminin poisson oranını; B , temelin genişliğini ve I_f , temel ayağının alan atalet momentini göstermektedir (Vesic, 1961).

Vesic (1961) tarafından önerilen bağıntı pratik uygulamalar için basitleştirilirse;

$$K_S = \frac{E_s}{B \cdot (1 - \mu^2)} \quad (1.6)$$

bağıntısı elde edilir.

Yukarıda verilen bağıntılardan farklı olarak, temel ile zemin etkileşimini ortaya koyan yatak katsayısı, temel biçimleri göz önüne alınmaksızın sadece zemin türlerine göre de hesaplanabilmektedir. Zemin sınıflarına göre yatak katsayısının değişimi Tablo 1.1’de sunulmuştur (Bowles, 1996).

Tablo 1.1 Yatak katsayısı (K_s) değerinin, zemin sınıflarına göre değişimi

Zemin Türü	K_s (t/m^3)
Gevşek kumlu zemin	480 – 1600
Orta sıkılıktaki kumlu zemin	960 – 8000
Sıkı kumlu zemin	6400 – 12800
Killi orta sıkılıktaki kumlu zemin	3200 – 8000
Siltli orta sıkılıktaki kumlu zemin	2400 – 4800
Killi zemin:	
Taşıma gücü $\leq 20 t/m^2$	1200 – 2400
$20 t/m^2 < \text{Taşıma gücü} \leq 80 t/m^2$	2400 – 4800
Taşıma gücü $> 80 t/m^2$	> 4800

1.5.2 Dinamik Analizin Temel Kavramları

Dinamik yükler etkisi altındaki yapıların analizi ve tasarımı, zamanın bir fonksiyonu olan kuvvetlerin, eylemsizlik kuvvetlerinin dikkate alınmasını gerektirir. Dinamik kuvvetin zamanla değişmesi nedeniyle, yapının kütesine etkiyecek kuvvetler zamanla değişecektir. Diğer bir deyişle, yapının tepkisi zamanla değişecektir. Dinamik analiz neticesinde elde edilen çözüm, zamana bağlı bir fonksiyon olup, bir çözüm kümesi şeklindedir. Dinamik analiz sonucunda elde edilen çözüm fonksiyonunun ya da kümesinin ekstrem değerleri, çözüm olarak alınır.

Taşıyıcı bir sistemin dinamik analizinde sıklıkla iki hesap modeli kullanılmaktadır. Bu hesap modelleri; ayrık sistem modeli ile sürekli sistem modelidir.

Kütlenin sürekliliği nedeni ile taşıyıcı bir sistemin atalet kuvvetleri, taşıyıcı sistemin konumuna ve zamana bağlı olarak hesaplanmaktadır. Bu durum kimi zaman hesap güçlüklerine yol açtığı için, taşıyıcı sistemin yer değiştirmesi, bazı noktaların yer değiştirmesi ile ifade edilebilir. Sistemin kütesinin bu noktalarda topaklandığı varsayılır. Bu varsayım altında kullanılan dinamik hesap yöntemi ayrık sistem modellemesi olarak adlandırılır. Kütlelerin topaklanmış olduğu bu noktaların deplasmanlarının sayısı, sistemin serbestlik derecesini verir. Sistemin serbestlik derecesi arttıkça dinamik davranış, ayrık modelden sürekli modele doğru yaklaşmakta böylece sonsuz sayıda serbestlik dereceli sistemler elde edilmektedir. Sonsuz serbestlik derecesine sahip bu tür sistemlerin hesap yöntemi ise sürekli sistem hesap modeli olarak adlandırılır.

Hesap yönteminin seçilmesinde, tercih edilen hesap modelinin, sistemi doğru temsil edip etmediği önem kazanmaktadır.

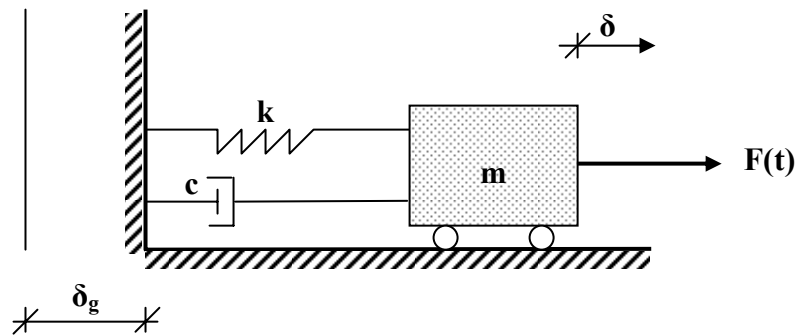
Sürekli parametrelili sistemler, kütle, sönüm gibi yayılı değişkenlerin belirli noktalarda topaklanması ile çok serbestlik dereceli, ayrık değişkenli sistemlere dönüştürülebilirler. Ayrık hesap modelinin kullanılması halinde, yapısal davranışa daha uygun sonuçlara ulaşmak, serbestlik derecesinin artırılması ile mümkün olmaktadır. Sürekli sistemlerin, ayrık sistemler gibi modellenmesinde yer değiştirme, hız ve ivme, göz önüne alınan noktanın konumunun ve zamanın bir fonksiyonu olarak belirir. Böyle bir sistemde hareket denklemi, sistemden çıkartılan küçük parçanın serbest cisim diyagramının dikkate alınması ile kısmi türevli diferansiyel denklem şeklinde ifade edilir.

Çalışma kapsamında dikkate alınacak sürekli sistem modellemesi ile elde edilen hareket denklemleri, kısmi diferansiyel denklemlerdir. Bu denklemlerin çözümü,

ayrık sistemlerin hareketini gösteren diferansiyel denklemlerin çözümünden daha zor ve karmaşık olduğundan genellikle nümerik yöntemler kullanılarak analiz yapılır.

Sürekli sistemde bölgesel olarak uygulanan bir etki, sistemi meydana getiren ortam içinde, diğer bölümlere etkir. Zemin içine gömülen bir kazığın bünyesindeki gerilme dalgasının yayılması bu olaya basit bir örnek olarak verilebilir. Bu dalga hareketi, ayrık sistemlerde kütle ve rijitliğe bağlı olarak değişkenlik gösterir. Düşük değerlerdeki rijitlikler ve büyük kütlelerin bulunması, yayılış hızını azaltırken, yüksek değerlerdeki rijitlikler ve küçük kütlelerin bulunması, yayılış hızını artırır (Birand, 2001). Sürekli sistemde ise hareketin yayılışında, ayrık sistemdeki topaklanmış kütle ve yay katsayısı etkisi yerine, sürekli sistemdeki kütleli yoğunluk ve elastisite modülü ön plana çıkacaktır. Maddesel noktaların etkileşimi ise, diferansiyel denklemdeki elemanların etkileşimi ile simgeleneyecektir. Noktasal kütleleri birbirine bağlayan yaylardaki çekme ve basınç sıkışmaları, sürekli sistemdeki hacim elemanlarına çekme ve basınç gerilmelerinin etkimesi şeklinde oluşacaktır.

Kütlelerin belirli noktalarda topaklandığı ayrık sistemlerde, dinamik konumu belirleyen değişkenler, topaklanan kütlelerin yer değiştirmelerine bağlı olarak seçilir. Bu sistem, Şekil 1.2’de görüldüğü gibi tek bir topaklanmış kütleli elastik yay ve sönüme bir yönde öteleme yapacak şekilde bağlanmış ise bu sistem tek serbestlik dereceli sistem (TSD) olarak adlandırılır.



Şekil 1.2 Tek serbestlik dereceli (TSD) sistem modeli

Bu sistemde dinamik davranışın, sisteme etkiyen ve zamana bağlı $F(t)$ dış kuvveti veya δ_g yer hareketi sonucu ortaya çıktığı açıktır. Bu sistem için dinamik kuvvetlerin dengesi aşağıdaki bağıntı ile ifade edilir (Paz, 1997).

$$F_I + F_D + F_S = F(t) \quad (1.7)$$

Burada F_I , atalet kuvveti olup,

$$F_I = m(\ddot{\delta} + \ddot{\delta}_g) \quad (1.8)$$

bağıntısı ile; F_D , sönüm kuvveti olup,

$$F_D = c\dot{\delta} \quad (1.9)$$

bağıntısı ile; F_S , elastik yay kuvveti olup,

$$F_S = k\delta \quad (1.10)$$

bağıntısı ile hesaplanır.

(1.8), (1.9) ve (1.10) numaralı bağıntıların, (1.7) numaralı bağıntıda yerine yazılması ile sistemin hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$m\ddot{\delta} + c\dot{\delta} + k\delta = -m\ddot{\delta}_g + F(t) \quad (1.11)$$

Burada m , tek serbestlik dereceli sistemin kütlelerini; δ , kütlelerin deplasmanını; δ_g , yerin deplasmanını; k , yatay rijitliği göstermektedir.

Yapı, birden fazla topaklanmış kütle ve bu kütleleri birbirine, zemine bağlayan yay ve sönüm elemanları ile modelleniyor ise, bu ayrık sistem, çok serbestlik dereceli sistem (ÇSD) olarak adlandırılır. Sistemin dinamik davranışını belirleyen

hareket denklemi ise tek serbestlik dereceli sistemin genelleştirilmesi olarak düşünülebilir.

Sadece teoride mümkün olsa da, sönümün ihmal edildiği, serbest titreşim etkisindeki taşıyıcı sisteme salınımını durduracak bir dış kuvvet uygulanmazsa, titreşim sonsuz bir zaman periyodu için devam edebilir. Ancak birçok yapı, pratikte küçük de olsa iç sönüme sahiptir. Bu nedenle serbest titreşim, genlikte meydana gelen kademeli azalmalar ile çok uzun zaman periyotları için devam eder. İdeal bir yapının serbest titreşim karakteri, başlangıç koşullarına, yük-deplasman özelliklerine ve kütle dağılımına bağlıdır (Chopra, 1995).

Doğal modda, yapıdaki her nokta statik bir denge pozisyonu etrafında harmonik hareket gerçekleştirir. Salınım frekansı her noktada aynıdır ve bu frekans yapının o moddaki doğal frekansıdır. Bu nedenle doğal mod, her noktanın hareketinin harmonik olduğu ve titreşimin o moda ait belli bir doğal frekansa sahip olduğu, sistemin şekil değiştirmiş halinin bir gösterimidir (Chopra, 1995).

Elastik bir yapı birçok moda sahip olabilir. Gerçekte, yayılı özelliklere sahip bir yapı teoride sonsuz sayıda moda sahiptir ve her mod diğerlerinden ayrıdır ve frekansı da diğer modların frekanslarından farklıdır. Modlar ve frekanslar hakkında bilgiler, yapının herhangi bir zorlama altındaki dinamik tepkisinin anlaşılmasına temel teşkil eder. Ayrık olarak modellenen ideal bir yapı için tanımlanabilecek mod sayısı yapının serbestlik derecesi sayısına eşittir.

BÖLÜM İKİ

YÜKSEK MERTEBEDEN KESME DEFORMASYON TEORİSİ

Genel bir yaklaşım olarak mühendislik problemleri, sürekli ve süreksiz ortam problemleri olmak üzere iki sınıfa ayrılır. Serbestlik derecesi sonsuz büyük olan sürekli ortam problemlerinin çözümü bir diferansiyel denklem, bir integral denklemi ya da denklem sisteminin çözümünü gerektirmektedir (Eisenberger, 2003b). Yayıllı kütleli bu sürekli sistemlerin hareket denklemlerinin elde edilmesi aşamasında çeşitli teoriler kullanılmaktadır. Bu teorilerin başında Euler-Bernoulli kiriş teorisi (EBT) gelmektedir. Literatürde en basit kiriş teorisi olarak da isimlendirilen Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre eksenel ve düşey deplasman sırasıyla, aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır (Tuma ve Cheng, 1983; Wang ve diğer., 2000).

$$u^E(x, z) = -z \cdot \frac{dw_0^E}{dz} \quad (2.1a)$$

$$w^E(x, z) = w_0^E(x) \quad (2.1b)$$

Burada x , kiriş eksenini; z , kiriş eksenine dik eksenini; w , kirişin düşey deplasmanını; w_0 , kiriş ortasından geçtiği düşünülen eksenin $(x,0)$ noktasındaki deplasmanını göstermektedir. (2.1) numaralı denklemlerdeki ifadelerin üzerindeki “E” indisi, Euler-Bernoulli kiriş teorisini simgelemektedir.

Şekil 2.1a’da görüldüğü üzere, Euler-Bernoulli kiriş teoremine göre, eğilmeden önce düzlem ve kiriş eksenine dik olan kesit, eğilmeden sonra yine düzlem ve kiriş eksenine dik kalır. Bu kiriş teorisine göre tüm kayma şekil değiştirmeleri ihmal edilir.

Kesme deformasyonunun dikkate alınmadığı kiriş için eğilme analizindeki temel varsayım, deformasyon süresince kiriş kesitinin kirişin asal eksenine dik olmasıdır. Kesme deformasyonlarının dikkate alındığı Timoshenko kiriş teorisinde (TBT), kiriş-eğilme analizlerinde, eğilme öncesi asal eksenin normal yönündeki düzlem kesit,

eğilme sonrası yine düzlem kalır, ancak kesme deformasyonları nedeniyle Şekil 2.1b’de görüldüğü gibi, asal eksenin normalı yönünde değildir. İlk kez Timoshenko (1921) tarafından geliştirilen ve literatürde 1. mertebeden kesme teorisi olarak da isimlendirilen Timoshenko kiriş teorisine göre, eksenel ve düşey deplasman sırasıyla, aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır (Wang ve diğer., 2000).

$$u^T(x, z) = z \cdot \phi^T(x) \quad (2.2a)$$

$$w^T(x, z) = w_0^T(x) \quad (2.2b)$$

Burada ϕ , kesit dönmesini ve “T” indisi, Timoshenko kiriş teorisini göstermektedir (Wang ve diğer., 2000).

Literatürde 1. mertebeden kesme teorisi olarak isimlendirilen Timoshenko kiriş teorisinden farklı olarak, çeşitli çalışmalarda 2. mertebeden kesme teorisi kullanılmıştır. 2. mertebeden kesme teorisine göre, eksenel ve düşey deplasman sırasıyla, aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır (Wang ve diğer., 2000).

$$u(x, z) = z \cdot \phi(x) + z^2 \cdot \psi(x) \quad (2.3a)$$

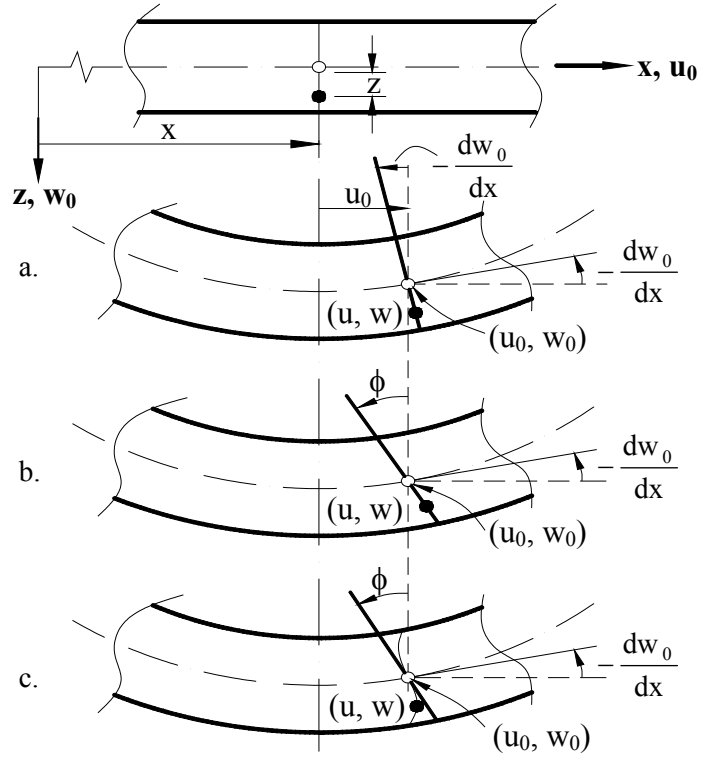
$$w(x, z) = w_0(x) \quad (2.3b)$$

Yakın geçmişte, 3. mertebe kesme teorisi olarak isimlendirilen yeni bir teori ortaya atılmıştır (Levinson, 1981; Bickford, 1982; Reddy, 1984a, 1984b; Heyliger ve Reddy, 1988). Literatürde Reddy kiriş teorisi olarak anılan bu teoriye göre, eksenel ve düşey deplasman sırasıyla, aşağıdaki bağıntılar kullanılarak hesaplanır (Wang ve diğer., 2000).

$$u^R(x, z) = z \cdot \phi^R(x) + z^2 \cdot \psi^R(x) + z^3 \cdot \theta^R(x) \quad (2.4a)$$

$$w^R(x, z) = w_0^R(x) \quad (2.4b)$$

Burada “R” indisi, Reddy kiriş teorisini simgelemektedir.



Şekil 2.1a. Euler-Bernoulli kiriş teorisi için yerdeğiştirmeler ve dönmeler
 b. Timoshenko kiriş teorisi için yerdeğiştirmeler ve dönmeler
 c. Yüksek mertebeden kesme teorileri için yerdeğiştirmeler ve dönmeler

3. mertebe teorisinin geliştirildiği çalışmalarda, 3. mertebe kesme teorisinden farklı olarak yeni bir kiriş teorisi ortaya atılmış ve bu teori zaman içerisinde oldukça fazla uygulama alanı bulmuştur (Bickford, 1982; Reddy, 1984a, 1984b; Heyliger ve Reddy, 1988). Reddy-Bickford kiriş teorisi (RBT) olarak isimlendirilen bu teoriye göre, aksenal ve düşey deplasman sırasıyla, aşağıdaki bağıntılar kullanılarak hesaplanır.

$$u^R(x, z) = z \cdot \phi^R(x) - \alpha \cdot z^3 \cdot \left[\phi^R(x) + \frac{dw_0^R}{dx} \right] \quad (2.5a)$$

$$w^R(x, z) = w_0^R(x) \quad (2.5b)$$

Burada h , kiriş yüksekliği olmak üzere, dikdörtgen en kesitli kirişler için

$$\alpha = \frac{4}{3 \cdot h^2} \quad (2.6)$$

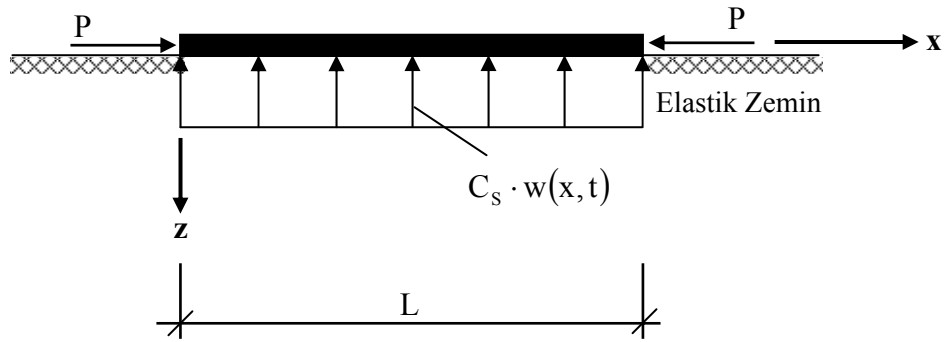
bağıntısı ile hesaplanır.

Yüksek mertebeden kesme deformasyonlarının dikkate alındığı Reddy-Bickford kiriş teorisinde, kiriş-eğilme analizlerinde, eğilme öncesi asal eksenin normali yönündeki düzlem kesit, eğilme sonrası; Şekil 2.1c'de görüldüğü gibi düzlem kalmamakla birlikte kesme deformasyonları nedeniyle asal eksenin normali yönünde değildir.

Gerek Reddy kiriş teorisinde, gerekse tez kapsamında kullanılan Reddy-Bickford kiriş teorisinde, kesit geometrisine göre değişkenlik gösteren ve Timoshenko kiriş teorisinde kullanılan şekil faktörünün kullanılmasına gerek yoktur. Yayılı kütleli, sürekli bir sistem için, Euler-Bernoulli veya Timoshenko kiriş teorileri kullanılarak elde edilen diferansiyel hareket denklemi, 4. mertebeden iken, Reddy-Bickford kiriş teorisi kullanılarak aynı sistem için elde edilecek diferansiyel hareket denklemi, 6. mertebededir. Diğer bir deyişle, Reddy-Bickford kiriş teorisine göre dinamik analizi yapılan bir modelin, her bir ucunda, deplasman, kesit dönmesi ve eğim olmak üzere, toplam 3 adet serbestlik derecesi vardır. Reddy-Bickford kiriş teorisi kullanılarak elde edilecek 6. mertebeden diferansiyel hareket denkleminin analitik çözümü için, 6 adet sınır koşuluna gereksinim vardır.

2.1 Elastik Zemine Oturan Reddy-Bickford Kirişine Ait Hareket Denklemlerin Elde Edilmesi

Elastik zemine oturan ve Şekil 2.2’de verilen, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, tek açıklıklı, sabit en kesitli temel kirişine ait x yönündeki birim şekil değiştirme, ε_{xx} ve kayma açısı, γ_{xz} sırasıyla, (2.7a) ve (2.7b) bağıntıları ile hesaplanabilir (Wang ve diğer., 2000).



Şekil 2.2 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı ve sabit en kesitli temel kirişi

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.7a)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.7b)$$

(2.5a) ve (2.5b) numaralı bağıntılar kullanılarak, x yönündeki birim şekil değiştirme ve kayma açısı aşağıdaki bağıntılar ile ifade edilir.

$$\varepsilon_{xx} = z \cdot \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} - \alpha \cdot z^3 \cdot \left(\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) \quad (2.8a)$$

$$\gamma_{xz} = \phi(x, t) - \beta \cdot z^2 \cdot \left(\phi(x, t) + \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) + \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad (2.8b)$$

Burada dikdörtgen kesitli kirişler için,

$$\beta = 3 \cdot \alpha = \frac{4}{h^2} \quad (2.9)$$

bağıntısı ile hesaplanır.

L_g , Lagrangian yoğunluk fonksiyonu olmak üzere, Hamilton ilkesi aşağıdaki bağıntı ile tanımlanır.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L L_g \cdot dx \cdot dt = 0 \quad (2.10)$$

Lagrangian yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki bağıntı ile tanımlanır.

$$L_g = V - \Pi \quad (2.11)$$

Burada V, toplam kinetik enerjiyi; Π , toplam potansiyel enerjiyi göstermektedir.

\bar{m} , kirişin yayılı kütlelerini; A, kiriş en kesit alanını; L, kirişin uzunluğunu; C_S , zemin yatak katsayısı ile kiriş genişliğinin çarpımından elde edilen zemin değişkenini; P, kirişe etkiyen aksel basınç kuvvetini; σ_{xx} , aksel gerilmeyi ve σ_{xz} , kayma gerilmesini göstermek üzere, toplam virtüel kinetik enerji ve toplam virtüel potansiyel enerji sırasıyla, aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır.

$$\delta V = \int_0^L \bar{m} \cdot \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \cdot \frac{\partial \delta w(x,t)}{\partial t} dx \quad (2.12a)$$

$$\delta \Pi = \int_0^L \int_A (\sigma_{xx} \cdot \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{xz} \cdot \delta \gamma_{xz}) \cdot dA \cdot dx + \int_0^L C_S \cdot w(x,t) \cdot \delta w(x,t) \cdot dx - \int_0^L P \cdot \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \cdot \frac{\partial \delta w(x,t)}{\partial x} \cdot dx \quad (2.12b)$$

(2.12b) numaralı bağıntıda verilen σ_{xx} , eksenel gerilmesi; E, elastisite modülü olmak üzere, (2.13a) numaralı bağıntı ile; σ_{xz} , kayma gerilmesi ise; G, kayma modülü olmak üzere, (2.13b) numaralı bağıntı ile hesaplanır (Wang ve diğer., 2000).

$$\sigma_{xx} = E \cdot \varepsilon_{xx} \quad (2.13a)$$

$$\sigma_{xz} = G \cdot \gamma_{xz} \quad (2.13b)$$

(2.8a) ve (2.8b) numaralı bağıntılar, (2.12b) numaralı bağıntıda yerine yazılır ise;

$$\begin{aligned} \delta \Pi = & \int_0^L \int_A \left[\sigma_{xx} \cdot \left(z \cdot \frac{\partial \delta \phi(x, t)}{\partial x} - \alpha \cdot z^3 \cdot \left(\frac{\partial \delta \phi(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 \delta w(x, t)}{\partial x^2} \right) \right) \right] \cdot dA \cdot dx \\ & + \int_0^L \int_A \left[\sigma_{xz} \cdot (1 - \beta \cdot z^2) \cdot \left(\delta \phi(x, t) + \frac{\partial \delta w(x, t)}{\partial x} \right) \right] \cdot dA \cdot dx \\ & + \int_0^L C_S \cdot w(x, t) \cdot \delta w(x, t) \cdot dx - \int_0^L P \cdot \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \cdot \frac{\partial \delta w(x, t)}{\partial x} \cdot dx \end{aligned} \quad (2.14)$$

bağıntısı elde edilir.

$$M_{xx} = \int_A \sigma_{xx} \cdot z \cdot dA \quad (2.15a)$$

$$Q_x = \int_A \sigma_{xz} \cdot dA \quad (2.15b)$$

$$P_{xx} = \int_A \sigma_{xx} \cdot z^3 \cdot dA = z^2 \cdot M_{xx} \quad (2.15c)$$

$$R_x = \int_A \sigma_{xz} \cdot z^2 \cdot dA = z^2 \cdot Q_x \quad (2.15d)$$

olmak üzere, (2.14) numaralı bağıntı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
\delta \Pi = & \int_0^L \left[(M_{xx} - \alpha \cdot P_{xx}) \cdot \frac{\partial \delta \phi(x, t)}{\partial x} - \alpha \cdot P_{xx} \cdot \frac{\partial^2 \delta w(x, t)}{\partial x^2} \right] \cdot dx \\
& + \int_0^L (Q_x - \beta \cdot R_x) \cdot \left(\delta \phi(x, t) + \frac{\partial \delta w(x, t)}{\partial x} \right) \cdot dx + \int_0^L C_S \cdot w(x, t) \cdot \delta w(x, t) \cdot dx \quad (2.16) \\
& - \int_0^L P \cdot \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \cdot \frac{\partial \delta w(x, t)}{\partial x} \cdot dx
\end{aligned}$$

Burada M_{xx} , eğilme momentini, Q_x , kesme kuvvetini, P_{xx} ve R_x yüksek mertebeden gerilme bileşenlerini göstermektedir (Wang ve diğer., 2000).

(2.12a) ve (2.16) numaralı bağıntılar dikkate alınarak, Hamilton ilkesi uygulanır ise elastik zemine oturan, sabit en kesitli ve aksenal basınç kuvveti etkisindeki kirişin, serbest titreşimine ait hareket denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - \alpha \cdot \frac{\partial P_{xx}}{\partial x} - Q_x + \beta \cdot R_x = 0 \quad (2.17a)$$

$$-\bar{m} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial Q}{\partial x} - \beta \cdot \frac{\partial R_x}{\partial x} + \alpha \cdot \frac{\partial^2 P_{xx}}{\partial x^2} - C_S \cdot w - P \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2.17b)$$

(2.15a) - (2.15d) numaralı bağıntılar, (2.17) numaralı bağıntıda yerine yazılarak, elastik zemine oturan, dikdörtgen en kesitli kirişin, serbest titreşimine ait diferansiyel hareket denklemleri, $w(x, t)$ deplasman ve $\Phi(x, t)$ kesit dönmesi fonksiyonlarına bağlı olarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$-\frac{68}{105} \cdot EI_x \cdot \frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial x^2} + \frac{16}{105} \cdot EI_x \cdot \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^3} + \frac{8}{15} \cdot AG \cdot \left[\phi(x, t) + \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right] = 0 \quad (2.18a)$$

$$\begin{aligned}
-\bar{m} \cdot \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \frac{8}{15} \cdot AG \cdot \left[\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right] + \frac{16}{105} \cdot EI_x \cdot \frac{\partial^3 \phi(x, t)}{\partial x^3} \\
- \frac{1}{21} \cdot EI_x \cdot \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} - C_S \cdot w(x, t) - P \cdot \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (2.18b)
\end{aligned}$$

Burada EI_x , kirişin eğilme rijitliğini; AG , kayma rijitliğini göstermektedir.

$$w(z, t) = w(z) \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.19a)$$

$$\phi(z, t) = \phi(z) \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.19b)$$

olmak üzere, değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılarak (2.18a) ve (2.18b) denklemleri aşağıdaki gibi yazılır.

$$-\frac{68}{105} \cdot \frac{EI_x}{L^2} \cdot \frac{d^2\phi(z)}{dz^2} + \frac{16}{105} \cdot \frac{EI_x}{L^3} \cdot \frac{d^3w(z)}{dz^3} + \frac{8}{15} \cdot AG \cdot \left[\phi(z) + \frac{1}{L} \cdot \frac{dw(z)}{dz} \right] = 0 \quad (2.20a)$$

$$\begin{aligned} \bar{m} \cdot \omega^2 \cdot w(z) + \frac{8}{15} \cdot \frac{AG}{L} \cdot \left[\frac{d\phi(z)}{dz} + \frac{1}{L} \cdot \frac{d^2w(z)}{dz^2} \right] + \frac{16}{105} \cdot \frac{EI_x}{L^3} \cdot \frac{d^3\phi(z)}{dz^3} \\ - \frac{1}{21} \cdot \frac{EI_x}{L^4} \cdot \frac{d^4w(z)}{dz^4} - C_s \cdot w(z) - \frac{P}{L^2} \cdot \frac{d^2w(z)}{dz^2} = 0 \end{aligned} \quad (2.20b)$$

Burada ω , kirişin açısal frekansını; $z = \frac{x}{L}$ olmak üzere, boyutsuz konum değişkenini göstermektedir.

2.2 Elastik Zemine Oturan Reddy-Bickford Kirişine Ait Hareket Denklemlerin Analitik Çözümü ve İç Tesirlerin Elde Edilmesi

(2.20a) ve (2.20b) numaralı bağıntılar ile tanımlanan elastik zemine oturan, dikdörtgen en kesitli ve aksenal basınç kuvveti etkisindeki kirişin, serbest titreşimine ait hareket denklemlerinin çözümü için;

$$w(z) = C \cdot e^{isz} \quad (2.21a)$$

$$\phi(z) = D \cdot e^{isz} \quad (2.21b)$$

kabulü yapılır ve (2.21a) ve (2.21b) numaralı bağıntılar ile bu bağıntıların ilgili türevleri, (2.20a) ve (2.20b) numaralı bağıntılarda yerine yazılırsa aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\left(\frac{8}{15} \cdot AG + \frac{68}{105} \cdot \frac{EI_x}{L^2} \cdot s^2 \right) \cdot D + \left(\frac{8}{15} \cdot \frac{AG}{L} \cdot s \cdot i - \frac{16}{105} \cdot \frac{EI_x}{L^3} \cdot s^3 \cdot i \right) \cdot C = 0 \quad (2.22a)$$

$$\left(\frac{8}{15} \cdot \frac{AG}{L} \cdot s \cdot i - \frac{16}{105} \cdot \frac{EI_x}{L^3} \cdot s^3 \cdot i \right) \cdot D + \left(\bar{m} \cdot \omega^2 - \frac{8}{15} \cdot \frac{AG}{L^2} \cdot s^2 - \frac{1}{21} \cdot \frac{EI_x}{L^4} \cdot s^4 - C_S + P_r \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI_x}{L^4} \cdot s^2 \right) \cdot C = 0 \quad (2.22b)$$

(2.22a) ve (2.22b) numaralı bağıntılar matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{bmatrix} \frac{8}{15} \cdot AG + \frac{68}{105} \cdot \frac{EI_x}{L^2} \cdot s^2 & \frac{8}{15} \cdot \frac{AG}{L} \cdot s \cdot i - \frac{16}{105} \cdot \frac{EI_x}{L^3} \cdot s^3 \cdot i \\ \frac{8}{15} \cdot \frac{AG}{L} \cdot s \cdot i - \frac{16}{105} \cdot \frac{EI_x}{L^3} \cdot s^3 \cdot i & \bar{m} \cdot \omega^2 - \frac{8}{15} \cdot \frac{AG}{L^2} \cdot s^2 - \frac{1}{21} \cdot \frac{EI_x}{L^4} \cdot s^4 - C_S + P_r \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI_x}{L^4} \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D \\ C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

Burada,

$$P_r = \frac{P \cdot L^2}{\pi^2 \cdot EI_x} \quad (2.24)$$

olmak üzere, aksenal basınç kuvveti için boyutsuz çarpım faktörünü göstermektedir.

Cebrik çözüm için, (2.23) numaralı bağıntıda verilen katsayılar matrisinin determinantının “sıfır”a eşitlenmesi ile aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{4}{525} \cdot \frac{(EI_x)^2}{L^6} \right] \cdot s^6 + \left[\frac{68}{105} \cdot \frac{\pi^2 \cdot (EI_x)^2}{L^6} \cdot P_r - \frac{8}{15} \cdot \frac{AG \cdot EI_x}{L^4} \right] \cdot s^4 \\ & - \left[\frac{68}{105} \cdot \frac{EI_x}{L^2} \cdot (C_S - \bar{m} \cdot \omega^2) - \frac{8}{15} \cdot \frac{\pi^2 \cdot AG \cdot EI_x}{L^4} \cdot P_r \right] \cdot s^2 - \frac{8}{15} \cdot AG \cdot (C_S - \bar{m} \cdot \omega^2) = 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

(2.25) numaralı denklemin çözülmesi ile $w(z,t)$, boyutsuz deplasman fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$w(z,t) = \left[C_1 \cdot e^{is_1z} + C_2 \cdot e^{is_2z} + C_3 \cdot e^{is_3z} + C_4 \cdot e^{is_4z} + C_5 \cdot e^{is_5z} + C_6 \cdot e^{is_6z} \right] \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.26)$$

(2.25) numaralı bağıntının çözümü kullanılarak, boyutsuz $\phi(z,t)$, kesit dönmesi fonksiyonu aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$\phi(z,t) = \left[D_1 \cdot e^{is_1z} + D_2 \cdot e^{is_2z} + D_3 \cdot e^{is_3z} + D_4 \cdot e^{is_4z} + D_5 \cdot e^{is_5z} + D_6 \cdot e^{is_6z} \right] \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.27)$$

Boyutlu (2.18b) numaralı diferansiyel denklem değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılıp, konum değişkenine bağlı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{16}{105} \cdot EI_x \cdot \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} - \frac{EI_x}{21} \cdot \frac{d^3 w(x)}{dx^3} - P \cdot \frac{dw(x)}{dx} + \frac{8}{15} AG \left(\phi(x) + \frac{dw(x)}{dx} \right) \right] = (C_S - \bar{m} \cdot \omega^2) \cdot w(x) \quad (2.28)$$

(2.28) numaralı bağıntıda eşitliğin sağ tarafı, elastik zemine oturan kirişe etkiyen düşey yayılı yük olup, kirişin boyutsuz $T(z,t)$ kesme kuvveti fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır.

$$T(z,t) = \left[-\frac{8 \cdot AG}{15} \cdot \left(\phi(z) + \frac{1}{L} \cdot \frac{dw(z)}{dz} \right) + \frac{EI_x}{21 \cdot L^3} \cdot \frac{d^3 w(z)}{dz^3} + \frac{P}{L} \cdot \frac{dw(z)}{dz} - \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} \right] \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.29)$$

Boyutlu (2.18a) numaralı diferansiyel denklem değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılarak, konum değişkenine göre bir kez türetilir ve (2.18b) numaralı diferansiyel denklemden çıkartılırsa aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[\frac{16}{105} \cdot EI_x \frac{d\phi}{dx} - \frac{EI_x}{21} \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} - P \cdot w \right] - \frac{d^2}{dx^2} \left[\frac{16}{105} \cdot EI_x \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{68}{105} \cdot EI_x \frac{d\phi}{dx} \right] \quad (2.30)$$

$$= (C_s - \bar{m} \cdot \omega^2) \cdot w(x)$$

(2.30) numaralı bağıntıda eşitliğin sağ tarafı, elastik zemine oturan kirişe etkiyen düşey yayılı yük olup, literatürde moment bileşenleri olarak da isimlendirilen (Franciosi ve Tomasiello, 2007); boyutsuz $M(z,t)$, eğilme momenti fonksiyonu ile boyutsuz $M_h(z,t)$, yüksek mertebeden moment fonksiyonları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$M(z,t) = \left(-\frac{EI_x}{21 \cdot L^2} \cdot \frac{d^2 w(z)}{dz^2} - P \cdot w(z) + \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \frac{d\phi(z)}{dz} \right) \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.31a)$$

$$M_h(z,t) = \left(\frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \frac{d^2 w(z)}{dz^2} - \frac{68 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \frac{d\phi(z)}{dz} \right) \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.31b)$$

BÖLÜM ÜÇ

DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON METODU (DTM)

Nümerik çözüm yöntemlerinden biri olan Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM), adi ve kısmi diferansiyel denklemlerin ve/veya diferansiyel denklem sistemlerinin çözümünde oldukça etkilidir. DTM, veri fonksiyonlarının türevlerini elde etmek konusunda sembolik hesaplamalara gerek duyulan geleneksel yüksek mertebeden Taylor serisinden farklıdır. Taylor serisi, bu özelliği nedeniyle uygulamada oldukça süre alır. DTM ise, doğrusal ya da doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin Taylor serisi kullanılarak hesaplanan analitik çözümlerinin, iteratif olarak elde edilmesini sağlayan bir metottür. Temeli sonlu Taylor serisi ilkelerine dayanan ve literatürde yarı analitik-nümerik metot ismi de verilen DTM'da, türevlerin elde edilmesi için, sembolik hesaplamalara gerek olmadığı gibi, bu türevler, diferansiyel transformasyon kullanılarak orijinal denklemlerden hesaplanmış, transfer edilmiş denklemlerce tanımlanan iterasyon aşamalarından elde edilir (Çatal, 2006b; Çatal, 2008).

Literatürdeki temel mühendislik problemleri dikkate alındığında, adi/kısmi diferansiyel denklemlerin yanı sıra, özdeğer problemlerinin çözümünde de kullanılan DTM, iki farklı başlık altında incelenebilir. Bunlar sırasıyla, bir boyutlu diferansiyel transformasyon metodu ve iki boyutlu diferansiyel transformasyon metodudur.

3.1 Bir Boyutlu Diferansiyel Transformasyon Metodu

Bir boyutlu diferansiyel transformasyon metodunda, herhangi bir $w(x)$ fonksiyonunun, $x = x_0$ gibi bir noktada diferansiyel transformasyonu aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$W(k) = \frac{1}{k!} \cdot \left[\frac{d^k}{dx^k} w(x) \right]_{x=x_0} \quad (3.1)$$

Burada $w(x)$, ele alınan fonksiyonu ve $W(k)$, transfer edilmiş fonksiyonu göstermektedir. Ayrıca (3.1) numaralı denklemdeki (d^k / dx^k) ifadesi, $w(x)$ fonksiyonunun, $x = x_0$ noktasındaki k.inci mertebeden türevini sembolize etmektedir.

$W(k)$ fonksiyonunun, $x = x_0$ noktasındaki diferansiyel ters dönüşümü;

$$w(x) = \sum_{k=0}^{\infty} W(k) \cdot (x - x_0)^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot (x - x_0)^k \cdot \left[\frac{d^k}{dx^k} w(x) \right]_{x=x_0} \quad (3.2)$$

bağıntısı ile elde edilir. (3.2) numaralı denklemden, DTM'nun sonlu Taylor serisi metodundan türetildiği kolaylıkla anlaşılmaktadır. (3.1) ve (3.2) numaralı denklemler kullanılarak; bir boyutlu diferansiyel transformasyon metodu için elde edilen temel matematiksel işlemler Tablo 3.1'de sunulmuştur (Çatal, 2006b; Çatal, 2008).

Tablo 3.1 Bir boyutlu DTM için temel matematiksel işlemler

Orijinal Fonksiyon	Transfer Edilmiş Fonksiyon
$w(x) = u(x) \pm v(x)$	$W(k) = U(k) \pm V(k)$
$w(x) = a \cdot u(x)$	$W(k) = a \cdot U(k)$
$w(x) = \frac{d^m u(x)}{dx^m}$	$W(k) = \frac{(k+m)!}{k!} \cdot U(k+m)$
$w(x) = u(x) \cdot v(x)$	$W(k) = \sum_{r=0}^k U(r) \cdot V(k-r)$

3.2 İki Boyutlu Diferansiyel Transformasyon Metodu

Bir boyutlu diferansiyel transformasyon metoduna benzer şekilde, iki boyutlu diferansiyel transformasyon metodunda herhangi bir $w(x,y)$ fonksiyonunun, $x = x_0$ ve $y = y_0$ için diferansiyel transformasyonu aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır.

$$W(k, h) = \frac{1}{k! \cdot h!} \cdot \left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k \cdot \partial y^h} w(x, y) \right]_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} \quad (3.3)$$

Burada $w(x,y)$, ele alınan fonksiyonu ve $W(k,h)$, ise transfer edilmiş fonksiyonu göstermektedir.

$W(k,h)$ fonksiyonunun, $x = x_0$ ve $y = y_0$ için diferansiyel ters dönüşümü;

$$w(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} W(k, h) \cdot (x - x_0)^k \cdot (y - y_0)^h = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{k! \cdot h!} \cdot (x - x_0)^k \cdot (y - y_0)^h \cdot \left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k \cdot \partial y^h} w(x, y) \right]_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} \quad (3.4)$$

bağıntısı ile elde edilir. (3.4) numaralı denklemden, iki boyutlu diferansiyel transformasyon metodunun; iki boyutlu Taylor serisinden türetildiği anlaşılmaktadır. (3.3) ve (3.4) numaralı denklemler kullanılarak; iki boyutlu diferansiyel transformasyon metodu için elde edilen temel matematiksel işlemler Tablo 3.2'de sunulmuştur (Chen ve Ho, 1999; Hassan, 2002b).

Tablo 3.2 İki boyutlu DTM için temel matematiksel işlemler

Orijinal Fonksiyon	Transfer Edilmiş Fonksiyon
$w(x, y) = u(x, y) \pm v(x, y)$	$W(k, h) = U(k, h) \pm V(k, h)$
$w(x, y) = a \cdot u(x, y)$	$W(k, h) = a \cdot U(k, h)$
$w(x, y) = \frac{\partial u(x, y)}{\partial x}$	$W(k, h) = (k + 1) \cdot U(k + 1, h)$
$w(x, y) = \frac{\partial u(x, y)}{\partial y}$	$W(k, h) = (h + 1) \cdot U(k, h + 1)$
$w(x, y) = \frac{\partial u^{r+s}(x, y)}{\partial x^r \cdot \partial y^s}$	$W(k, h) = \frac{(k+r)!}{k!} \cdot \frac{(h+s)!}{s!} \cdot U(k+r, h+s)$
$w(x, y) = u(x, y) \cdot v(x, y)$	$W(k, h) = \sum_{r=0}^k \sum_{s=0}^h U(r, h-s) \cdot V(k-r, s)$

3.3 DTM'nun Elastik Zemine Oturan Tek Açıklıklı Reddy-Bickford Kirişinin Serbest Titreşim Analizine Uygulanması

Elastik zemine oturan, eksenel basınç kuvveti etkisindeki, tek açıklıklı Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşime ait (2.18) numaralı hareket denklemleri, değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılarak (z) boyutsuz konum parametresine göre aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{d^3 w(z)}{dz^3} = \left(\frac{17 \cdot L}{4} \right) \cdot \frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} - \left(\frac{7}{2} \cdot \beta \right) \cdot \frac{dw(z)}{dz} - \left(\frac{7}{2} \cdot \beta \cdot L \right) \cdot \phi(z) \quad (3.5a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4 w(z)}{dz^4} = & \left(\frac{16 \cdot L}{5} \right) \cdot \frac{d^3 \phi(z)}{dz^3} + \left(\frac{56}{5} \cdot \beta - 21 \cdot P_r \cdot \pi^2 \right) \cdot \frac{d^2 w(z)}{dz^2} \\ & + \left(\frac{56}{5} \cdot \beta \cdot L \right) \cdot \frac{d\phi(z)}{dz} + 21 \cdot (\lambda^4 - \alpha) \cdot w(z) \end{aligned} \quad (3.5b)$$

Burada λ , frekans faktörünü; α , rölatif rijitliği ve β , rijitlik oranını göstermek üzere; aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır.

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2 \cdot L^4}{EI_x}} \quad (3.6a)$$

$$\alpha = \frac{C_S \cdot L^4}{EI_x} \quad (3.6b)$$

$$\beta = \frac{AG \cdot L^2}{EI_x} \quad (3.6c)$$

Bir boyutlu DTM için Tablo 3.1'de verilen temel matematiksel işlemler dikkate alınarak, DTM, (3.3a) ve (3.3b) denklemlerine uygulanırsa, aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$W(k+3) = \left(\frac{17 \cdot L}{4}\right) \cdot \frac{\Phi(k+2)}{(k+3)} - \left(\frac{7}{2} \cdot \beta\right) \cdot \frac{W(k+1)}{(k+2) \cdot (k+3)} - \left(\frac{7}{2} \cdot \beta \cdot L\right) \cdot \frac{\Phi(k)}{(k+1) \cdot (k+2) \cdot (k+3)} \quad (3.7a)$$

$$W(k+4) = \left(\frac{16 \cdot L}{5}\right) \cdot \frac{\Phi(k+3)}{(k+4)} + \left(\frac{56}{5} \cdot \beta - 21 \cdot P_r \cdot \pi^2\right) \cdot \frac{W(k+2)}{(k+3) \cdot (k+4)} + \left(\frac{56}{5} \cdot \beta \cdot L\right) \cdot \frac{\Phi(k+1)}{(k+2) \cdot (k+3) \cdot (k+4)} + 21 \cdot (\lambda^4 - \alpha) \cdot \frac{W(k)}{(k+1) \cdot (k+2) \cdot (k+3) \cdot (k+4)} \quad (3.7b)$$

Burada $W(k)$ ve $\Phi(k)$ fonksiyonları sırasıyla, $w(z)$ ve $\phi(z)$ fonksiyonlarına ait transfer fonksiyonlarını göstermektedir.

(3.1) numaralı bağıntının ve (3.2) numaralı bağıntı ile tanımlanan diferansiyel ters dönüşüm kullanılarak, aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$w(z) = \sum_{k=0}^{\infty} (z - z_0)^k \cdot W(k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z - z_0)^k}{k!} \cdot \left[\frac{d^k w(z)}{dz^k} \right]_{z=z_0} \quad (3.8a)$$

$$\phi(z) = \sum_{k=0}^{\infty} (z - z_0)^k \cdot \Phi(k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z - z_0)^k}{k!} \cdot \left[\frac{d^k \phi(z)}{dz^k} \right]_{z=z_0} \quad (3.8b)$$

Uygulamada, $w(z)$ ve $\phi(z)$ fonksiyonları sonlu bir seri ile ifade edilirler. Bu durumda, (3.8a) ve (3.8b) denklemleri aşağıdaki gibi yazılır (Çatal, 2006b; Çatal, 2008).

$$w(z) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} (z - z_0)^k \cdot W(k) \quad (3.9a)$$

$$\phi(z) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} (z - z_0)^k \cdot \Phi(k) \quad (3.9b)$$

(3.9a) ve (3.9b) bağıntılarından anlaşılacağı üzere, $\sum_{k=\bar{N}+1}^{\infty} (z - z_0)^k \cdot W(k)$ ve

$\sum_{k=\bar{N}+1}^{\infty} (z - z_0)^k \cdot \Phi(k)$ değerleri ihmal edilebilecek düzeyde küçük değerlerdir. Burada

\bar{N} , açısal frekans değerlerinin yakınsamasına göre değişen seri boyutu ya da diğer bir deyişle terim sayısıdır.

Diferansiyel ters dönüşüm kullanılarak, $w(z)$, deplasman fonksiyonu ve $\phi(z)$, kesit dönmesi fonksiyonu için elde edilen (3.9a) ve (3.9b) bağıntılarına benzer şekilde, diğer iç tesirler aşağıdaki gibi sonlu bir seri ile ifade edilir.

$$w'(z) = \sum_{k=1}^{\bar{N}} (k) \cdot (z - z_0)^{k-1} \cdot W(k) \quad (3.10a)$$

$$M(z) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} (z - z_0)^k \cdot \bar{M}(k) \quad (3.10b)$$

$$M_h(z) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} (z - z_0)^k \cdot \bar{M}_h(k) \quad (3.10c)$$

$$T(z) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} (z - z_0)^k \cdot \bar{T}(k) \quad (3.10d)$$

Burada $\bar{M}(k)$, $M(z)$ eğilme momenti fonksiyonunun; $\bar{M}_h(k)$, $M_h(z)$ yüksek mertebeden moment fonksiyonunun ve $\bar{T}(k)$, $T(z)$ kesme kuvveti fonksiyonunun transfer fonksiyonlarını göstermektedir.

3.4 DTM'nun Elastik Zemine Oturan İki Bölge Reddy-Bickford Kirişinin Serbest Titreşim Analizine Uygulanması

Şekil 1.1'de verilen elastik zemine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, iki bölge ve uçları dönmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşime ait hareket denklemleri, değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılarak (z) boyutsuz konum değişkenine göre aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{d^3 w_i(z_i)}{dz_i^3} = \left(\frac{17 \cdot L}{4} \right) \cdot \frac{d^2 \phi_i(z_i)}{dz_i^2} - \left(\frac{7}{2} \cdot \beta_i \right) \cdot \frac{dw_i(z_i)}{dz_i} - \left(\frac{7}{2} \cdot \beta_i \cdot L \right) \cdot \phi_i(z_i) \quad (3.11a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4 w_i(z_i)}{dz_i^4} = & \left(\frac{16 \cdot L}{5} \right) \cdot \frac{d^3 \phi_i(z_i)}{dz_i^3} + \left(\frac{56}{5} \cdot \beta_i - 21 \cdot P_r^{(i)} \cdot \pi^2 \right) \cdot \frac{d^2 w_i(z_i)}{dz_i^2} \\ & + \left(\frac{56}{5} \cdot \beta_i \cdot L \right) \cdot \frac{d\phi_i(z_i)}{dz_i} + 21 \cdot (\lambda_i^4 - \alpha_i) \cdot w_i(z_i) \\ & \left(0 \leq z_i \leq \frac{L_i}{L} \right) \quad (i = 1, 2) \end{aligned} \quad (3.11b)$$

Burada $EI_{x,i}$ ve AG_i sırasıyla, i.inci bölgenin eğilme rijitliğini ve kayma rijitliğini; \bar{m}_i , λ_i , α_i , β_i ve $P_r^{(i)}$ sırasıyla, i.inci bölgenin yayılımı kütlelerini, frekans faktörünü, rölatif rijitliğini, rijitlik oranını ve eksenel basınç kuvveti için boyutsuz çarpım faktörünü; L , toplam kiriş uzunluğunu; L_i , i.inci bölgedeki kiriş uzunluğunu göstermek üzere;

$$\lambda_i = \sqrt[4]{\frac{\bar{m}_i \cdot \omega^2 \cdot L^4}{EI_{x,i}}} \quad (3.12a)$$

$$\alpha_i = \frac{C_S \cdot L^4}{EI_{x,i}} \quad (3.12b)$$

$$\beta_i = \frac{AG_i \cdot L^2}{EI_{x,i}} \quad (3.12c)$$

$$P_r^{(i)} = \frac{P \cdot L^2}{\pi^2 \cdot EI_{x,i}} \quad (i = 1, 2) \quad (3.12d)$$

bağıntıları ile hesaplanır.

Tez kapsamında, genişliği sabit, yüksekliği değişken, iki bölgeli kiriş dikkate alındığı için, (3.12) numaralı bağıntı ile verilen terimler arasında aşağıdaki ilişkiler yazılır.

$$\lambda_1 = \lambda_2 \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{\bar{m}_1}{\bar{m}_2}\right) \cdot \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3} \quad (3.13a)$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 \cdot \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3 \quad (3.13b)$$

$$\beta_1 = \beta_2 \cdot \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2 \quad (3.13c)$$

$$P_r^{(1)} = P_r^{(2)} \cdot \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \quad (3.13d)$$

Burada h_1 ve h_2 sırasıyla, 1. bölge ve 2. bölge için kiriş yüksekliğini göstermektedir.

Bir boyutlu DTM için Tablo 3.1'de verilen temel matematiksel işlemler dikkate alınarak, DTM, (3.11a) ve (3.11b) denklemlerine uygulanırsa, aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$W_i(k+3) = \left(\frac{17 \cdot L}{4} \right) \cdot \frac{\Phi_i(k+2)}{(k+3)} - \left(\frac{7}{2} \cdot \beta_i \right) \cdot \frac{W_i(k+1)}{(k+2) \cdot (k+3)} - \left(\frac{7}{2} \cdot \beta_i \cdot L \right) \cdot \frac{\Phi_i(k)}{(k+1) \cdot (k+2) \cdot (k+3)} \quad (3.14a)$$

$$W_i(k+4) = \left(\frac{16 \cdot L}{5} \right) \cdot \frac{\Phi_i(k+3)}{(k+4)} + \left(\frac{56}{5} \cdot \beta_i - 21 \cdot P_r^{(i)} \cdot \pi^2 \right) \cdot \frac{W_i(k+2)}{(k+3) \cdot (k+4)} + \left(\frac{56}{5} \cdot \beta_i \cdot L \right) \cdot \frac{\Phi_i(k+1)}{(k+2) \cdot (k+3) \cdot (k+4)} + 21 \cdot (\lambda_i^4 - \alpha_i) \cdot \frac{W_i(k)}{(k+1) \cdot (k+2) \cdot (k+3) \cdot (k+4)} \quad (i = 1, 2) \quad (3.14b)$$

Burada $W_i(k)$ ve $\Phi_i(k)$ fonksiyonları sırasıyla, $w_i(z_i)$ ve $\phi_i(z_i)$ fonksiyonlarına ait transfer fonksiyonlarını göstermektedir.

(3.1) numaralı bağıntının ve (3.2) numaralı bağıntı ile tanımlanan diferansiyel ters dönüşümün dikkate alınması neticesinde, $w_i(z_i)$ ve $\phi_i(z_i)$ fonksiyonları sonlu bir seri ile aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$w_i(z_i) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} (z - z_0)^k \cdot W_i(k) \quad (3.15a)$$

$$\phi_i(z_i) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} (z - z_0)^k \cdot \Phi_i(k) \quad (i = 1, 2) \quad (3.15b)$$

Diferansiyel ters dönüşüm kullanılarak, $w_i(z_i)$, deplasman fonksiyonları ve $\phi_i(z_i)$, kesit dönmesi fonksiyonları için elde edilen (3.15a) ve (3.15b) bağıntılarına benzer şekilde, diğer iç tesirler aşağıdaki gibi sonlu bir seri ile ifade edilir.

$$w_i'(z_i) = \sum_{k=1}^{\bar{N}} (k) \cdot (z - z_0)^{k-1} \cdot W_i(k) \quad (3.16a)$$

$$M_i(z_i) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} (z - z_0)^k \cdot \bar{M}_i(k) \quad (3.16b)$$

$$M_{h,i}(z_i) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} (z - z_0)^k \cdot \bar{M}_{h,i}(k) \quad (3.16c)$$

$$T_i(z_i) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} (z - z_0)^k \cdot \bar{T}_i(k) \quad (3.16d)$$

Burada $\bar{M}_i(k)$, $M_i(z_i)$ eğilme momenti fonksiyonunun; $\bar{M}_{h,i}(k)$, $M_{h,i}(z_i)$ yüksek mertebeden moment fonksiyonunun ve $\bar{T}_i(k)$, $T_i(z_i)$ kesme kuvveti fonksiyonunun transfer fonksiyonlarını göstermektedir.

BÖLÜM DÖRT

DİFERANSİYEL QUADRATURE METODU (DQM)

Kısmi diferansiyel denklemlerin çözümü için geliştirilmiş Sonlu Farklar Metodu ve Sonlu Elemanlar Metodu gibi birçok nümerik çözüm metodu mevcuttur. Bu metotlar çeşitli mühendislik problemlerine uygulanmış olup, günümüzde yaygın olarak kullanılmaya devam edilmektedir. Sonlu Farklar Metodu ve Sonlu Elemanlar Metodu gibi nümerik yaklaşım metotlarında çok sayıda düğüm noktasının kullanılmasıyla, gerçek değerlere oldukça yakın değerlerin elde edildiği bilinmektedir. Ancak bu nümerik yaklaşım metotlarında çok sayıda düğüm noktasının kullanılması, problemlerin çözümü için büyük kapasiteye sahip bilgisayarlara gereksinimi zorunlu kılmaktadır.

Günümüzde bilgisayar sektörünün hızlı ilerlemesi; daha hızlı ve yüksek kapasiteli bilgisayarların üretilmesine, mühendislik problemlerinin çözümüne ilişkin yeni metotların araştırılmasına ve bu tür problemlerde daha pratik ve gerçeğe daha yakın sonuçların elde edilmesi koşulu ile yeni çözüm metotlarının bulunmasına olanak tanımıştır. Richard Bellman (Bellman ve Casti, 1971), kabul edilebilir doğruluğa sahip sonuçlar elde etmek için daha az sayıda düğüm noktası kullanan alternatif bir nümerik çözüm metodu bulma çalışmaları esnasında, mühendislik bilimlerinin başlangıç ve/veya sınır değer problemleri için farklı bir çözüm yöntemi olan Diferansiyel Quadrature Metodunu (DQM) geliştirmiştir. DQM, herhangi bir fonksiyonun, verilen bir noktadaki herhangi bir değişkene göre kısmi türevinin, o değişken bölgesinin bütün ayırık noktalarındaki fonksiyon değerlerinin, ağırlıklı lineer toplamı şeklinde ifade edildiği nümerik bir yöntemdir (Shu, 2000; Civalek, 2003).

DQM ile Sonlu Elemanlar Metodu arasında temelde iki farklılık vardır. Bu farklılıklardan ilki; DQM'nun yüksek dereceden bir polinom kullanarak problemin çözümüne ilişkin global bir yaklaşım kurarken, Sonlu Elemanlar Metodu'nun yerel elemanlar seviyesindeki bir fonksiyon yaklaşımında düşük dereceden polinomlar kullanmasıdır. İkinci farklılık ise; DQM'nun bir fonksiyonun türevine doğrudan

yaklaşım kurarken, Sonlu Elemanlar Metodu'nun yaklaşımı bir yerel eleman üzerinden kurmasıdır. DQM kullanılarak yapılan çözüm esnasında, band tipi ve simetrik olmayan matrisler elde edilir. Çözümler özellikle birkaç özel noktada istendiğinde DQM, Sonlu Farklar veya Sonlu Elemanlar Metodu gibi nümerik metotlara bir alternatif olabilir (Shu, 1991, 2000).

DQM kullanılarak, tek değişkenli $w(x)$ fonksiyonunun, x_i ($i=1, 2, 3, \dots, N$) noktalarıyla tanımlanmış N adet ayrık nokta dikkate alınır, i .inci ayrık noktadaki birinci mertebeden kısmi türevi aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$w_x(x_i) = \left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=x_i} = \sum_{j=1}^N A_{ij} \cdot w(x_j) \quad (4.1)$$

Burada x_j , değişken bölgesindeki ayrık noktaları; $w_x(x_i)$, i .inci ayrık noktadaki $w(x)$ fonksiyonunun birinci türevini; $w(x_j)$, ayrık noktalara karşılık gelen fonksiyon değerlerini ve A_{ij} ise, birinci türev yaklaşımı için x_j ayrık noktalarına karşılık gelen değerleri; fonksiyon değerlerine bağlayan ağırlık katsayısını göstermektedir. DQM'nun uygulanmasında en önemli unsur ağırlık katsayılarının belirlenmesidir. Fonksiyonel yaklaşımlar ile seçilen ağırlık katsayıları belirlenirken, süreklilik koşulları dikkate alınmalıdır. Süreklilik koşulları dikkate alınarak seçilen ağırlık katsayılarının, sınır koşullarını sağlamak konusunda zorunluluğu olmamakla birlikte, seçilen ağırlık katsayısı fonksiyonlarının, diferansiyel denklem ile ya da sınır koşullarıyla tanımlanmış en yüksek mertebeden diferansiyel türevinin alınabilmesi gerekir. Diğer bir deyişle; DQM'da, seçilen düğüm noktası sayısının; diferansiyel denklemdeki bağımsız değişkene karşılık gelen en yüksek mertebeden türevin bir fazlasına eşit olmalıdır (Bellman ve diğer., 1972; Shu, 2000).

Literatürde, Richard Bellman ve arkadaşları tarafından ağırlık katsayılarının hesaplanmasına yönelik iki farklı yöntem önerilmiştir (Bellman ve diğer., 1972). Bu yöntemlerin ilkinde; $(N-1)$ adet veya daha az sayıdaki polinom fonksiyonu için, ($k=1, 2, 3, \dots, N$) olmak üzere;

$$w_x(x) = x^{k-1} \quad (4.2)$$

ile verilen denklemin, (4.1) numaralı denklemde yerine yazılmasıyla elde edilecek doğrusal denklem takımı, ($i=1, 2, 3, \dots, N$) olmak üzere, aşağıda sunulmuştur (Bellman ve diğer., 1972).

$$(k-1) \cdot x_i^{k-2} = \sum_{j=1}^N A_{ij} \cdot x_j^{k-1} \quad (4.3)$$

(4.3) numaralı denklem matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{Bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x'_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_N \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

Benzer işlemlerin, ($i=1, 2, 3, \dots, N$) olmak üzere, ikinci mertebeden türev fonksiyonları için gerçekleştirilmesi sonucunda,

$$w_{xx}(x_i) = \left. \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right|_{x=x_i} = \sum_{j=1}^N B_{ij} \cdot w(x_j) \quad (4.5)$$

bağıntısı elde edilir. Burada $w_x(x_i)$, i . inci ayrık noktadaki $w(x)$ fonksiyonunun ikinci türevini; B_{ij} , ikinci mertebeden türev için ağırlık katsayılarını göstermektedir. (4.5) numaralı denklemin, birinci mertebeden türev için elde edilmiş ağırlık katsayıları cinsinden ifadesi, (4.6) numaralı denklemle ve (4.2) numaralı denklem ile verilen polinom fonksiyonun uygulanması sonucunda elde edilecek ikinci mertebeden türev ifadesi ise, (4.7) numaralı denklemdeki gibidir.

$$w_{xx}(x_i) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=x_i} = \sum_{j=1}^N A_{ij} \sum_{k=1}^N A_{jk} \cdot w(x_k) \quad (4.6)$$

$$(k-1) \cdot (k-2) \cdot x_i^{k-3} = \sum_{j=1}^N B_{ij} \cdot x_j^{k-1} \quad (4.7)$$

(4.7) numaralı denklem matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{Bmatrix} x_1'' \\ x_2'' \\ \cdot \\ \cdot \\ x_N'' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1N} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B_{N1} & B_{N2} & \cdots & B_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_N \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

Birinci ve ikinci mertebeden türevler için yukarıda elde etmiş ağırlık katsayılarına benzer şekilde sırasıyla, üçüncü ve dördüncü mertebeden türevler için ağırlık katsayıları, C_{ij} ve D_{ij} aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^N A_{ik} \cdot B_{kj} \quad (4.9a)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^N A_{ik} \cdot C_{kj} \quad (4.9b)$$

Bellman ve arkadaşları tarafından ağırlık katsayılarının hesaplanmasına yönelik olarak tanımlanmış bu ilk yöntemde, (4.4) ve (4.8) numaralı bağıntılardan anlaşılacağı üzere, $N \times N$ boyutunda doğrusal denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımının matrisi Vandermonde formunda olduğundan, büyük N değerleri için sonuçlar tekilleşir ve bu doğrusal denklemlerin çözümü güçleşir. Düğüm noktası sayısının 22'den büyük olması durumunda elde edilen doğrusal denklem takımının çözümünde tekillik problemi ortaya çıkar ve çözüm yapılamaz (Shu, 2000). Düğüm noktası sayısının 22'ye kadar olan değerleri için, DQM kullanılarak elde edilen

ağırlık katsayılar ile daha sonra geliştirilen Genelleştirilmiş Diferansiyel Quadrature Metodu (GDQM) kullanılarak elde edilen ağırlık katsayıları karşılaştırıldığında, düğüm noktası sayısının 20'den büyük değerleri için DQM ile hesaplanan ağırlık katsayılarının hatalı olduğu gözlenmiştir (Shu, 2000; Chen, 2006). Bu nedenle, ağırlık katsayılarının belirlenmesinde Bellman ve arkadaşları tarafından önerilen bu ilk yöntem kullanılacaksa düğüm noktası sayısı en fazla 20 olarak alınmalıdır. Ayrıca bu yöntemde, her işlem adımı için $N \times N$ boyutunda denklem takımı çözme zorunluluğu bulunmaktadır.

DQM'da, daha hassas sonuçlar elde edebilmek için, büyük sayıda düğüm noktası seçmek gerekir. Ancak literatürde yapılan çalışmalar göstermiştir ki, kirişlerin eğilme, stabilite ve titreşim problemlerinde $N=7$; plak ve kabukların stabilite ve titreşim hesabında ise $N=9$ yeter yaklaşıktaki sonuçlar vermektedir (Bert ve diğer., 1993; Shu, 2000).

Literatürde, Bellman ve arkadaşları tarafından ağırlık katsayılarının hesaplanması hususunda tanımlanmış ikinci yöntemde de, birinci yönteme benzer olarak bir test fonksiyonu seçilir. Bu yöntemde seçilen fonksiyon aşağıda verilmiştir (Bellman ve diğer., 1972).

$$w_k(x) = \frac{L_N(x)}{(x - x_k) \cdot L_N^{(1)}(x_k)} \quad (4.10)$$

Burada N , düğüm noktası sayısını; $L_N(x)$, N .inci dereceden Legendre polinomunu, $L_N^{(1)}(x)$ Legendre polinomunun birinci türevini; x_k , ötelenmiş Legendre polinomunun köklerini göstermektedir. (4.10) numaralı fonksiyonun, (4.1) numaralı denklemde yerine yazılmasıyla ağırlık katsayıları aşağıdaki gibi elde edilir (Bellman ve diğer., 1972).

$$A_{ij} = \begin{cases} \frac{L'_N(x_i)}{(x_i - x_j) \cdot L'_N(x_j)} & (i \neq j) \\ \frac{1 - 2 \cdot x_i}{2 \cdot x_i \cdot (x_i - 1)} & (i = j) \end{cases} \quad (4.11)$$

Bellman ve arkadaşları tarafından ağırlık katsayılarının hesaplanmasına yönelik olarak tanımlanmış ikinci yöntemde, farklı sınır koşulları için metodunun etkin olarak kullanılabilirliği azalmaktadır (Shu, 2000).

DQM, bir boyutlu problemlere benzer olarak, iki boyutlu problemler için de kullanılmaktadır. Ancak, iki boyutlu problemlerde DQM'nun kullanılabilmesi için, problemin her iki doğrultusu için yeter sayıda düğüm noktası dikkate alınmalıdır. İki boyutlu problemde dikkate alınması gereken düğüm noktaları sayısı, sırasıyla, N_x ve N_y olmak üzere, iki boyutlu probleme ait türev ifadeleri elde edilebilir. Aranılan fonksiyon $w(x,y)$ olmak üzere; bu fonksiyonun, (x_i, y_j) noktalarındaki, x değişkenine göre r .inci mertebeden kısmi türevi, y değişkenine göre s .inci mertebeden kısmi türevi ve x, y değişkenlerine göre $(r+s)$.inci mertebeden kısmi türevleri sırasıyla, aşağıdaki bağıntılar kullanılarak hesaplanır (Shu, 2000).

$$\left. \frac{\partial^r w}{\partial x^r} \right|_{x=x_i} = \sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(r)} \cdot w(x_k, y_j) \quad (r = 1, 2, 3, \dots, N_x - 1) \quad (4.12)$$

$$\left. \frac{\partial^s w}{\partial y^s} \right|_{y=y_j} = \sum_{k=1}^{N_y} B_{jk}^{(s)} \cdot w(x_i, y_k) \quad (s = 1, 2, 3, \dots, N_y - 1) \quad (4.13)$$

$$\left. \frac{\partial^{(r+s)} w}{\partial x^r \cdot \partial y^s} \right|_{\substack{x=x_i \\ y=y_j}} = \frac{\partial^r}{\partial x^r} \left(\left. \frac{\partial^s w}{\partial y^s} \right)_{x=x_i} \right)_{y=y_j} = \sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(r)} \sum_{m=1}^{N_y} B_{jm}^{(s)} \cdot w(x_k, y_m) \quad (4.14)$$

4.1 Dügüm Noktaları Sayısı ve Seçimi

DQM'da, daha hassas sonuçlar elde edebilmek için, düğüm noktası sayısının seçimi önemlidir. DQM'daki düğüm noktaları, Sonlu Farklar Metodu'ndaki şebeke seçimi ve Sonlu Elemanlar Metodu'ndaki sonlu eleman ağ tipi seçimi ile benzerdir.

Literatürdeki çalışmalar, homojen sınır koşullarına ve doğrusal denklemlere sahip modeller için eşit aralıklı düğüm noktası seçiminin, hassas çözüm elde etme açısından yeterli olduğunu göstermiştir. Zamanın bir fonksiyonu olan denklemlerde ve başlangıç değer problemlerinde ise, eşit aralıklı olmayan düğüm noktası seçimi en uygun sonuçları vermektedir. Ancak, eşit aralıklı düğüm noktası ile yapılan işlem kısmen daha kolay iken, eşit aralıklı olmayan düğüm noktası ile çalışmak çözümü güçleştirebilmektedir.

Literatürde, düğüm noktalarının seçimi için sıklıkla tavsiye edilen iki adet metot mevcuttur. Bu metotlardan ilki, tek boyutlu problemler için, mevcut tek bir koordinat yönünde; iki boyutlu problemler için, her bir koordinat yönünde, eşit aralıklı alınan ve (4.15) numaralı denklem ile verilen düğüm noktası seçimidir (Shu, 2000).

$$x_i = \frac{i-1}{N_x - 1} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N_x) \quad (4.15a)$$

$$y_j = \frac{j-1}{N_y - 1} \quad (j = 1, 2, 3, \dots, N_y) \quad (4.15b)$$

Düğüm noktalarının seçiminde kullanılan ikinci metot ise, tek boyutlu problemler için, mevcut tek bir koordinat yönünde; iki boyutlu problemler için, her bir koordinat yönünde, eşit aralıklı olmayan ve (4.16) numaralı denklem ile verilen düğüm noktası seçimidir (Shu, 2000).

$$x_i = \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \cos \left(\frac{i-1}{N_x - 1} \cdot \pi \right) \right] \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N_x) \quad (4.16a)$$

$$y_j = \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \cos \left(\frac{j-1}{N_y-1} \cdot \pi \right) \right] \quad (j = 1, 2, 3, \dots, N)_y \quad (4.16b)$$

DQM'da, farklı koordinat yönlerinde, farklı düğüm noktası sayısı ve modeli seçilebileceği gibi, farklı test fonksiyonları da seçilebilir.

Bu çalışma kapsamında, dikkate alınan model tek doğrultulu bir model olduğundan, (4.16a) numaralı bağıntı ile verilen tek doğrultulu, eşit aralıklı olmayan düğüm noktası seçimi kullanılmıştır.

4.2 Ağırlık Katsayıları Matrislerinin Lagrange Polinomları İle Hesabı

Ağırlık katsayıları yukarıda belirtildiği gibi, düğüm noktası sayısı 20'den küçük olması durumunda kuvvet polinomları, 20'den büyük olması durumunda Legendre polinomları kullanılarak hesaplanabileceği gibi, aynı zamanda bu ağırlık katsayıları Lagrange polinomları da kullanılarak aşağıda sunulduğu biçimde elde edilir. Bağımlı Lagrange w çokterimlisi,

$$w(\bar{x}) = c_0 + c_1 \cdot \bar{x} + c_2 \cdot \bar{x}^2 + \dots + c_{n+2} \cdot \bar{x}^{n+2} \quad (4.17)$$

olarak alınabilir (Chen, 1994).

Lokal koordinat sisteminde, düğüm aralığı $[0, L]$ aralığında alınır ise, global koordinatlara dönüşüm aşağıdaki bağıntı ile yapılır (Chen, 1994).

$$\bar{x} = \frac{2}{(x_j - x_i)} \cdot (x - x_i) - 1 \quad (4.18)$$

Burada x_i ve x_j , global koordinat sistemindeki uç noktaları ifade etmektedir. (4.17) numaralı bağıntı ile verilen Lagrange çokterimlisi matris formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$w(\bar{x}) = [b] \cdot \{c\} \quad (4.19)$$

Burada,

$$[b] = [1 \quad \bar{x} \quad \bar{x}^2 \quad \dots \quad \bar{x}^{n+1} \quad \bar{x}^{n+2}] \quad (4.20a)$$

$$\{c\} = \{c_0 \quad c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_{n+1} \quad c_{n+2}\}^T \quad (4.20b)$$

olarak tanımlanmaktadır.

(4.20a) ve (4.20b) bağıntıları kullanılarak w çokterimlisi,

$$\begin{pmatrix} w_0 \\ w'_0 \\ w_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ w_{n-1} \\ w_n \\ w'_n \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{x}_0 & \bar{x}_0^2 & \dots & \bar{x}_0^n & \bar{x}_0^{n+1} & \bar{x}_0^{n+2} \\ 0 & 1 & 2 \cdot \bar{x}_0 & \dots & n \cdot \bar{x}_0^{n-1} & (n+1) \cdot \bar{x}_0^n & (n+2) \cdot \bar{x}_0^{n+1} \\ 1 & \bar{x}_1 & \bar{x}_1^2 & \dots & \bar{x}_1^n & \bar{x}_1^{n+1} & \bar{x}_1^{n+2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \bar{x}_{n-1} & \bar{x}_{n-1}^2 & \dots & \bar{x}_{n-1}^n & \bar{x}_{n-1}^{n+1} & \bar{x}_{n-1}^{n+2} \\ 1 & \bar{x}_n & \bar{x}_n^2 & \dots & \bar{x}_n^n & \bar{x}_n^{n+1} & \bar{x}_n^{n+2} \\ 0 & 1 & 2 \cdot \bar{x}_n & \dots & n \cdot \bar{x}_n^{n-1} & (n+1) \cdot \bar{x}_n^n & (n+2) \cdot \bar{x}_n^{n+1} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_n \\ c_{n+1} \\ c_{n+2} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

bağıntısı ya da

$$\{w\} = [N_0] \cdot \{c\} \quad (4.22)$$

şeklinde ifade edilir. (4.22) numaralı bağıntı en genel haliyle aşağıdaki gibi ifade edilir (Chen, 1994).

$$\{\bar{w}\} = [N] \cdot \{c\} \quad (4.23)$$

Burada,

$$\{\bar{w}\} = \{w(\bar{x}) \quad w'(\bar{x}) \quad \dots \quad w(\bar{x}) \quad \dots \quad w(\bar{x}) \quad w'(\bar{x})\}^T \quad (4.24a)$$

$$[N] = [[b] \quad [b'] \quad \dots \quad [b] \quad \dots \quad [b] \quad [b']]^T \quad (4.24b)$$

(4.22) numaralı bağıntı kullanılarak, $\{c\}$ vektörü;

$$\{c\} = [N_0]^{-1} \cdot \{w\} \quad (4.25)$$

olarak elde edilir. (4.23) numaralı bağıntının türevi alınır ve (4.25) numaralı bağıntı elde edilen denklemde yerine yazılırsa,

$$\frac{d}{d\bar{x}} \{\bar{w}\} = \frac{d}{dx} [N] \cdot [N_0]^{-1} \cdot \{w\} \quad (4.26)$$

bağıntısı elde edilir. (4.26) numaralı bağıntı

$$[A] = [N'_0] \cdot [N_0]^{-1} \quad (4.27)$$

olmak üzere, aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{d}{d\bar{x}} \{w\} = [A] \cdot \{w\} \quad (4.28)$$

Burada $[A]$ matrisi, Lagrange polinomları kullanılarak elde edilen, birinci dereceden türeve ilişkin ağırlık katsayı matrisidir. (4.27) numaralı bağıntıdaki $[N'_0]$ matrisi, $[N_0]$ matrisinin türevi olup, aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır (Chen, 1994).

$$[N'_0] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \cdot \bar{x}_0 & \cdots & n \cdot \bar{x}_0^{n-1} & (n+1) \cdot \bar{x}_0^n & (n+2) \cdot \bar{x}_0^{n+1} \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & n \cdot (n-1) \cdot \bar{x}_0^{n-2} & n \cdot (n+1) \cdot \bar{x}_0^{n-1} & (n+1) \cdot (n+2) \cdot \bar{x}_0^n \\ 0 & 1 & 2 \cdot \bar{x}_1 & \cdots & n \cdot \bar{x}_1^{n-1} & (n+1) \cdot \bar{x}_1^n & (n+2) \cdot \bar{x}_1^{n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & 2 \cdot \bar{x}_n & \cdots & n \cdot \bar{x}_n^{n-1} & (n+1) \cdot \bar{x}_n^n & (n+2) \cdot \bar{x}_n^{n+1} \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & n \cdot (n-1) \cdot \bar{x}_n^{n-2} & n \cdot (n+1) \cdot \bar{x}_n^{n-1} & (n+1) \cdot (n+2) \cdot \bar{x}_n^n \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Lagrange polinomları kullanılarak elde edilen birinci dereceden türeve ilişkin $[A]$, ağırlık katsayı matrisinden hareketle, ikinci, üçüncü ve dördüncü mertebeden türevlere ait ağırlık katsayı matrisleri sırasıyla aşağıda bağıntılar ile hesaplanır (Chen, 1994).

$$[B] = \left[\frac{d^2}{d\bar{x}^2} \right] = \left[\frac{d}{d\bar{x}} \right] \cdot \left[\frac{d}{d\bar{x}} \right] = [A] \cdot [A] \quad (4.30a)$$

$$[C] = \left[\frac{d^3}{d\bar{x}^3} \right] = \left[\frac{d}{d\bar{x}} \right] \cdot \left[\frac{d}{d\bar{x}} \right] \cdot \left[\frac{d}{d\bar{x}} \right] = [A] \cdot [A] \cdot [A] = [B] \cdot [A] \quad (4.30b)$$

$$[D] = \left[\frac{d^4}{d\bar{x}^4} \right] = \left[\frac{d}{d\bar{x}} \right] \cdot \left[\frac{d}{d\bar{x}} \right] \cdot \left[\frac{d}{d\bar{x}} \right] \cdot \left[\frac{d}{d\bar{x}} \right] = [A] \cdot [A] \cdot [A] \cdot [A] = [C] \cdot [A] \quad (4.30c)$$

4.3 Genelleştirilmiş Diferansiyel Quadrature Metodu (GDQM)

İlkeleri yukarıda sunulan DQM'nun ağırlık katsayılarının hesaplanması aşamasında, özellikle, karmaşık sistemlerde güçlüklerle karşılaşmaktadır. Ağırlık katsayılarının hesaplanmasına ilişkin Bellman ve arkadaşları tarafından ileri sürülen birinci yöntemde elde edilen katsayılar matrisine ait determinantın hesaplanmasında güçlükler çıkabileceği gibi, denklemin çözümü tekildir. Yapılan çalışmalar, DQM kullanılarak yapılan çözümde, düğüm noktası sayısının 20'den fazla olması

durumunda, yöntemin yakınsamadığını ve güvenilirliği azaltan sonuçlar verdiğini göstermiştir (Shu, 2000; Chen, 2006). Ayrıca birinci yönteme ait her işlem adımında, $N \times N$ boyutlu denklem takımı çözme zorunluluğu, DQM'nun diğer bir olumsuzluğudur. Ağırlık katsayılarının hesaplanmasına ilişkin Bellman ve arkadaşları tarafından ileri sürülen ikinci yöntemde, farklı sınır koşulları için metodun uygulanabilirliği azalmaktadır.

Olumsuzlukları yukarıda belirtilen DQM'nun güçlüklerini en aza indirmek ve uygulanabilirliğini artırmak amacıyla yapılan çalışmalar sonucunda, Shu ve Richards tarafından Genelleştirilmiş Diferansiyel Quadrature Metodu (GDQM) geliştirilmiştir. Bu metod ilk kez, akışkanlar mekaniğinde kullanılan bazı kısmi diferansiyel denklemlerin çözümüne uygulanmıştır (Shu ve Richards, 1992a, 1992b).

GDQM'da, seçilen düğüm noktalarında herhangi bir sınırlama olmaksızın, ağırlık katsayıların hesaplanmasında, basit cebirsel ifadeler bulmak için, Bellman ve arkadaşları tarafından önerilen, yüksek dereceden polinomlar ya da Legendre polinomları yerine test fonksiyonu olarak, Lagrange interpolasyon polinomu seçilmesi önerilmiştir (Shu ve Richards, 1992a, 1992b; Shu ve Chew, 1999; Shu, 2000). GDQM'da test fonksiyonu olarak kullanılan Lagrange interpolasyon polinomu, N düğüm nokta sayısı olmak üzere aşağıda sunulmuştur.

$$r_k(x) = \frac{M(x)}{(x - x_k) \cdot M^{(1)}(x_k)} \quad (k = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (4.31)$$

Burada,

$$M(x) = (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \dots \cdot (x - x_N) = \prod_{k=1}^N (x - x_k) \quad (4.32)$$

bağıntısı ile, $M(x)$ fonksiyonunun birinci mertebeden türevi olan $M^{(1)}(x_i)$ ise

$$M^{(1)}(x_i) = \prod_{k=1, k \neq i}^N (x_i - x_k) \quad (4.33)$$

bağıntısı ile hesaplanır.

δ_{ij} , Kronecker operatörü olmak üzere,

$$M(x) = N(x, x_k) \cdot (x - x_k) \quad (k = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (4.34a)$$

$$N(x_i, x_j) = M^{(1)}(x_i) \cdot \delta_{ij} \quad (4.34b)$$

basitleştirmesi yapılır ise, (4.31) numaralı bağıntı aşağıdaki gibi yazılır.

$$r_k(x) = \frac{N(x, x_k)}{M^{(1)}(x_k)} \quad (k = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (4.35)$$

(4.35) numaralı bağıntı, (4.1) numaralı bağıntıda yerine yazılır ise,

$$A_{ij} = \frac{N^{(1)}(x_i, x_j)}{M^{(1)}(x_j)} \quad (4.36)$$

olarak elde edilir. Burada $M^{(1)}(x_j)$ ifadesi, (4.33) numaralı bağıntı kullanılarak kolaylıkla hesaplanabilir. $N^{(1)}(x_i, x_j)$, $N(x_i, x_j)$ ifadesinin x parametresine göre birinci mertebeden türevi olup, bu ifadenin hesaplanabilmesi için (4.34a) numaralı bağıntının, x değişkenine göre bir kez türetilmesi gerekir. (4.34a) numaralı bağıntının x değişkenine göre ardışık türevleri ($k=1, 2, 3, \dots, N$) ve ($m=1, 2, 3, \dots, N-1$) olmak üzere aşağıdaki gibi formüle edilir.

$$M^{(m)}(x) = N^{(m)}(x, x_k) \cdot (x - x_k) + m \cdot N^{(m-1)}(x, x_k) \quad (4.37)$$

Burada $M^{(m)}(x)$ ve $N^{(m)}(x, x_k)$ sırasıyla, $M(x)$ ve $N(x, x_k)$ ifadelerinin m.inci mertebeden türevleridir. (4.37) numaralı bağıntı kullanılarak, $N^{(1)}(x_i, x_j)$ ifadesi ($j=1, 2, 3, \dots, N$) olmak üzere, aşağıdaki gibi elde edilir.

$$N^{(1)}(x_i, x_j) = \begin{cases} \frac{M^{(1)}(x_i)}{(x_i - x_j)} & (i \neq j) \\ \frac{M^{(2)}(x_i)}{2} & (i = j) \end{cases} \quad (4.38)$$

(4.38) numaralı bağıntı, (4.36) numaralı bağıntıda yerine yazılır ise, birinci mertebeden türeve ait ağırlık katsayıları aşağıdaki bağıntı ile elde edilir (Shu ve Richards, 1992a, 1992b; Shu, 2000).

$$A_{ij} = \begin{cases} \frac{M^{(1)}(x_i)}{(x_i - x_j) \cdot M^{(1)}(x_j)} & (i \neq j) \\ \frac{M^{(2)}(x_i)}{2 \cdot M^{(1)}(x_i)} & (i = j) \end{cases} \quad (4.39)$$

(4.35) numaralı bağıntı, (4.5) numaralı bağıntıda yerine yazılır ise, ikinci mertebeden türeve ait ağırlık katsayıları için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$B_{ij} = \frac{N^{(2)}(x_i, x_j)}{M^{(1)}(x_j)} \quad (4.40)$$

(4.37) numaralı bağıntı kullanılarak, $N^{(2)}(x_i, x_j)$ ifadesi ($j=1, 2, 3, \dots, N$) olmak üzere, aşağıdaki gibi elde edilir.

$$N^{(2)}(x_i, x_j) = \begin{cases} \frac{M^{(2)}(x_i) - 2 \cdot N^{(1)}(x_i, x_j)}{(x_i - x_j)} & (i \neq j) \\ \frac{M^{(3)}(x_i)}{3} & (i = j) \end{cases} \quad (4.41)$$

(4.41) numaralı bağıntı, (4.40) numaralı bağıntıda yerine yazılır ise, ikinci mertebeden türevelere ait ağırlık katsayıları aşağıdaki bağıntı ile elde edilir (Shu ve Richards, 1992a, 1992b; Shu, 2000).

$$B_{ij} = \begin{cases} \frac{M^{(2)}(x_i) - 2 \cdot N^{(1)}(x_i, x_j)}{(x_i - x_j) \cdot M^{(1)}(x_j)} & (i \neq j) \\ \frac{M^{(3)}(x_i)}{3 \cdot M^{(1)}(x_i)} & (i = j) \end{cases} \quad (4.42)$$

(4.39) numaralı bağıntı, (4.42) numaralı bağıntıya ait, $(i \neq j)$ durumunu ifade eden ilk satırda yerine yazılır ise, ikinci mertebeden türevelere ait ağırlık katsayıları, birinci mertebeden türevelere ait ağırlık katsayıları cinsinden ve $(i \neq j)$ durumu için aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır (Shu, 2000).

$$B_{ij} = 2 \cdot A_{ij} \cdot \left[A_{ii} - \frac{1}{(x_i - x_j)} \right] \quad (i \neq j) \quad (4.43)$$

$(i = j)$ durumu için, ikinci mertebeden türevelere ait ağırlık katsayıları arasında, aşağıdaki gibi bir ilişki kurulur (Shu, 2000).

$$B_{ii} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N B_{ij} \quad (i = j) \quad (4.44)$$

Bu yaklaşımda öncelikle, ($i \neq j$) durumu için, (4.43) numaralı bağıntı ile verilen B_{ij} ağırlık katsayıları hesaplanır. Daha sonra, (4.44) numaralı bağıntı kullanılarak, B_{ii} ağırlık katsayıları elde edilir.

Birinci ve ikinci mertebeden türevler için yukarıda elde edilen ağırlık katsayılarına benzer şekilde, m.inci mertebeden türevler için, ağırlık katsayıları aşağıda verilmiş genelleştirilmiş bağıntılar kullanılarak hesaplanır (Shu, 2000).

$$W_{ij}^{(m)} = m \cdot \left[A_{ij} \cdot W_{ii}^{(m-1)} - \frac{W_{ij}^{(m-1)}}{(x_i - x_j)} \right] \quad (i \neq j) \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (m = 2, 3, \dots, N-1) \quad (4.45a)$$

$$W_{ii}^{(m)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N W_{ij}^{(m)} \quad (i = j) \quad (4.45b)$$

(4.45) numaralı bağıntıda, daha önce kullanılanlardan farklı olarak $W_{ij}^{(m)}$ terimi kullanılmıştır. Bu bağıntı kullanılan $W_{ij}^{(m)}$ terimi, $m=1$ için, A_{ij} ağırlık katsayılarına; $m=2$ için, B_{ij} ağırlık katsayılarına; $m=3$ için, C_{ij} ağırlık katsayılarına ve $m=4$ için, D_{ij} ağırlık katsayılarına karşılık gelmektedir.

Tek boyutlu problemlere ait türev ağırlık katsayılarının hesabı yukarıda verilen GDQM'nun, iki boyutlu problemlere uygulanması sırasında, iki boyutlu DQM için tanımlanmış (4.12), (4.13) ve (4.14) numaralı bağıntılar kullanılır.

GDQM'da, DQM'da olduğu gibi, tek boyutlu problemlere ait tek koordinat yönünde; iki boyutlu problemlere ait her bir koordinat yönünde, (4.15) numaralı bağıntı kullanılarak, eşit aralıklı düğüm noktası seçilebileceği gibi, (4.16) numaralı bağıntı kullanılarak, eşit aralıklı olmayan düğüm noktaları da seçilebilir (Shu ve Richards, 1992a, 1992b).

4.4 Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM)

Detayları yukarıda sunulan DQM ve GDQM'da, hesaplama yapılan eleman, tek bir eleman olarak dikkate alınmaktadır. Her iki yöntemde de elemanın alt elemanlara ayrılamayışı, üniform olmayan yüklemeler ve değişken kesitli sistemlerde çözümleme yapılamaması nedeniyle, Striz ve arkadaşları tarafından, DQM'nun devamı niteliğinde yeni bir metot olan, Quadrature Eleman Metodu (QEM) geliştirilmiştir (Striz ve diğer., 1994). QEM, süreksiz yüklemelere sahip çeşitli kiriş elemanlarının çözümünde kullanılmış olsa da, yöntemde hesaplama yapılan elemanın uç noktalarında düğüm noktası tanımlanmayıp, uç noktalardan küçük bir mesafe uzaklıkta düğüm noktası tanımlama zorunluluğu olması nedeniyle, yeteri kadar yakınsak sonuçlar elde edilememiştir (Wang ve Gu, 1997).

DQM'nun yeni bir düzenlemesi olan Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM)'nin geliştirilmesiyle, DQM, GDQM ve QEM'da karşılaşılan bütün zorlukların üstesinden gelinilmiştir. Birbirinden bağımsız olarak Chen (1995, 1996) ve Wang ve Gu (1997) tarafından geliştirilen DQEM'da, QEM'dan farklı olarak dikkate alınan elemanın her iki ucunda birer düğüm noktası tanımlanır. Bu yöntemde istenilen her türlü yükleme koşullarında ve kesit biçimlerinde çözümleme rahatlıkla yapılabilmektedir. Düğüm noktalarının isteğe bağlı olarak seçilebilmesi, çözümünü aranan sistemin, birden fazla alt elemanlara ayrılabilme özelliği, elemana ait rijitlik matrisinin kolaylıkla kurulabilmesi, DQEM'nun, diğer yöntemlere göre üstünlüğü olarak sayılabilir. Bu özellikleri ile DQEM, diğer diferansiyel quadrature metotlarından farklı olarak, kolaylıkla uygulanabilmekte ve elemana etkiyen yükleme biçimi ne olursa olsun, kesin sonuçlara oldukça yakın sonuçlar elde edilebilmektedir.

DQEM'nu birbirinden bağımsız olarak ortaya atan iki grup arasındaki temel farklılık; kullandıkları test fonksiyonundan kaynaklanmaktadır. Chen tarafından geliştirilen DQEM'da kullanılan test fonksiyonu, Lagrange interpolasyon polinomu iken, Wang ve Gu tarafından geliştirilen DQEM'da kullanılan test fonksiyonu ise, eleman düzeyinde seçilen düğüm sayısına bağlı olarak, derecesi tespit edilebilen

kuvvet polinomlarıdır. Doktora tezi kapsamında, deplasman ve kesit dönmesi fonksiyonları için test fonksiyonu olarak, Wang ve Gu tarafından önerilen kuvvet polinomları kullanılmıştır.

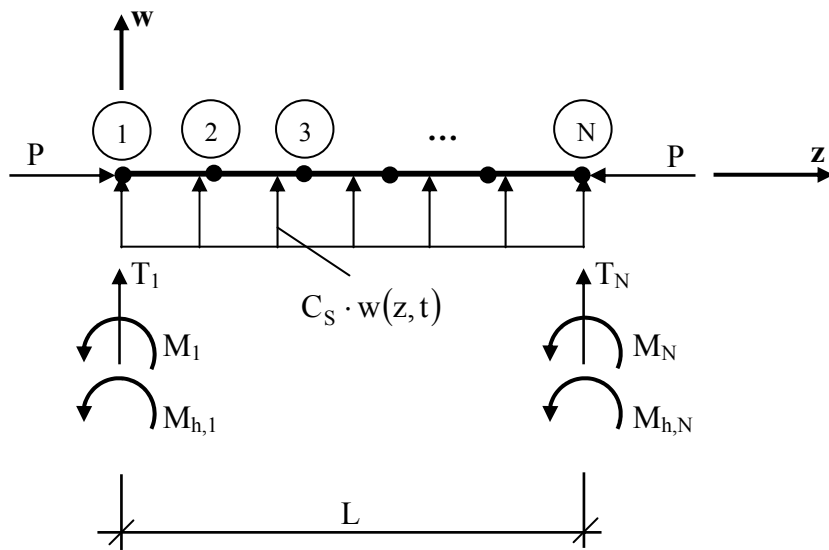
DQEM’da, her eleman için, dikkate alınacak düğüm noktası sayısını belirleyen temel etken, elemanın üzerindeki yüklemenin tipidir. Eleman üzerindeki yük, tekil yük ve/veya tekil moment ise, tekil yük ve momentin bulunduğu her noktada düğüm noktası tanımlamak zorunludur. Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak elde edilen, dördüncü mertebeden diferansiyel hareket denkleminde olduğu gibi, eleman üzerindeki yük, düzgün yayılı yük ise, en az üç düğüm noktası; üçgen ya da trapez yayılı yük ise, en az dört düğüm noktası; ikinci dereceden parabolik yayılı yük ise, en az beş düğüm noktası seçilmedir (Wang ve Gu, 1997). Bu tezde olduğu gibi, çözümü aranan diferansiyel hareket denklemi altıncı mertebeden bir diferansiyel denklem ise, eleman üzerinde düzgün yayılı yük olması durumunda en az beş; üçgen ya da trapez yayılı yük olması durumunda en az altı; ikinci dereceden parabolik yayılı yük mevcut olması durumunda en az yedi düğüm noktası seçilmelidir. Genelleştirilecek olunursa, DQEM kullanılarak çözümü aranan, n.inci mertebeden bir diferansiyel denklem ise, eleman üzerinde düzgün yayılı yük olması durumunda en az $(n-1)$ adet; üçgen ya da trapez yayılı yük olması durumunda (n) adet ve ikinci dereceden parabolik yayılı yük olması durumunda $(n+1)$ adet düğüm noktası seçilmelidir.

Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak elde edilen dördüncü mertebeden diferansiyel hareket denkleminin çözümünde, eleman rijitlik matrisi oluşturma aşamasında, elde edilen diferansiyel denklem, her ara düğüm noktasına uygulanırken, sadece elemana ait başlangıç ve bitiş düğüm noktalarındaki eğilme momenti ve kesme kuvveti ifadeleri dikkate alınır (Wang ve Gu, 1997). Bu kural, n.inci mertebeden bir diferansiyel denklemin çözümünde de geçerli olduğundan, tez kapsamında, elde edilen diferansiyel hareket denklemleri, her ara düğüm noktasına uygulanırken, elemana ait ilk ve son düğüm noktalarındaki eğilme momenti, yüksek mertebeden moment ve kesme kuvveti ifadeleri kullanılmıştır.

DQEM kullanılarak yapılan statik analizde, her eleman için, ara düğüm noktaları tanımlanmaz ise, elde edilen denklemler, Sonlu Eleman Metodu kullanılarak elde edilen denklemlerle aynıdır. Ancak, DQEM’u kullanılarak yapılan serbest titreşim ve burkulma analizlerinde, elde edilen denklemler ile Sonlu Elemanlar Metodu kullanılarak elde edilen denklemler arasında herhangi bir benzerlik yoktur (Wang ve Gu, 1997).

4.4.1 DQEM’nun Elastik Zemine Oturan Tek Açıklıklı Reddy-Bickford Kirişinin Serbest Titreşim Analizine Uygulanması

Tez kapsamında dikkate alınan model, Winkler Hipotezi’ne uygun olarak modellenmiş elastik zemine oturan ve hareket denklemi, altıncı mertebeden bir diferansiyel denklemlerle ifade edilebilen Reddy-Bickford kirişidir. Bir önceki bölümde genel kuralları sunulan DQEM’nun, Reddy-Bickford kirişine ait bu modele uygulanabilmesi için, eleman düzeyinde başlangıç ve bitiş noktaları dahil olmak üzere, en az beş düğüm noktasına gereksinim vardır. Diğer bir deyişle, $N \geq 5$ olmalıdır. Bu durumda, elastik zemine oturan, tek açıklıklı Reddy-Bickford kirişine ait rijitlik matrisi, $[2(N+1) \times 2(N+1)]$ boyutunda, kare bir matristir. Tek açıklıklı, N düğüm noktasına sahip, elastik zemine oturan ve aksel basınç kuvveti etkisindeki Reddy-Bickford kirişi Şekil 4.1’de sunulmuştur.



Şekil 4.1 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı ve N düğüm noktalı Reddy-Bickford kirişi

Burada T_1 , M_1 ve $M_{h,1}$ sırasıyla, (1) numaralı düğüm noktasının kesme kuvvetini, eğilme momentini ve yüksek mertebeden moment değerini; T_N , M_N ve $M_{h,N}$ ise sırasıyla, (N) numaralı düğüm noktasının kesme kuvvetini, eğilme momentini ve yüksek mertebeden moment değerini göstermektedir.

DQEM'nun, elastik zemine oturan ve aksenal basınç kuvveti etkisindeki Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine uygulanması aşamasında, toplam N düğüm noktasına sahip bir elemana ait deplasman fonksiyonu için, (4.46a) bağıntısı; kesit dönmesi fonksiyonu için, (4.46b) bağıntısı ile verilen çözüm fonksiyonları kabul edilir (Wang ve Gu, 1997; Franciosi ve Tomasiello, 2007).

$$w(z) = \left[\sum_{j=1}^N h_j(z) \cdot w_j \right] + h_{N+1}(z) \cdot w'_1 + h_{N+2}(z) \cdot w'_N \quad (4.46a)$$

$$\phi(z) = \sum_{j=1}^N k_j(z) \cdot \phi_j \quad (4.46b)$$

Burada $h_j(z)$, deplasman fonksiyonuna ait (N+1).inci dereceden test fonksiyonunu; $k_j(z)$, kesit dönmesi fonksiyonu için (N-1).inci dereceden test fonksiyonunu göstermektedir. Deplasman ve kesit dönmesi fonksiyonları için kabul edilen test fonksiyonları aşağıda sunulan koşulları sağlamalıdır (Wang ve Gu, 1997):

$$h_{N+1}(z_j) = h_{N+2}(z_i) = 0 \quad ; \quad h_j(z_i) = \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots, N)$$

$$h'_j(z_1) = h'_j(z_N) = 0 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, N) \quad ; \quad h'_{N+1}(z_N) = 0 \quad (4.47a)$$

$$h'_{N+1}(z_1) = h'_{N+2}(z_N) = 1 \quad ; \quad h'_{N+2}(z_1) = 0$$

$$k_j(z_i) = \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (4.47b)$$

(4.46) numaralı bağıntı ile verilen deplasman ve kesit dönmesi fonksiyonlarının, i.inci düğüm noktasındaki, k.inci mertebeden türevleri aşağıdaki bağıntılar kullanılarak hesaplanır:

$$\frac{d^k w}{dz^k}(z = z_i) = \left[\sum_{j=1}^N \frac{d^k h_j}{dz^k}(z = z_i) \cdot w_j \right] + \frac{d^k h_{N+1}}{dz^k}(z = z_i) \cdot w'_1 + \frac{d^k h_{N+2}}{dz^k}(z = z_i) \cdot w'_N \quad (4.48a)$$

$$\frac{d^k \phi}{dz^k}(z = z_i) = \sum_{j=1}^N \frac{d^k k_j}{dz^k}(z = z_i) \cdot \phi_j \quad (4.48b)$$

(4.48a) ve (4.48b) numaralı bağıntılar kapalı formda;

$$w^{(k)}(z_i) = \left[\sum_{j=1}^N h_j^{(k)}(z_i) \cdot w_j \right] + h_{N+1}^{(k)}(z_i) \cdot w'_1 + h_{N+2}^{(k)}(z_i) \cdot w'_N = \sum_{j=1}^{N+2} A_{ij}^{(k)} \cdot w_j \quad (4.49a)$$

$$\phi^{(k)}(z_i) = \sum_{j=1}^N k_j^{(k)}(z_i) \cdot \phi_j = \sum_{j=1}^N B_{ij}^{(k)} \cdot \phi_j \quad (4.49b)$$

bağıntılarıyla ifade edilir. Burada $A^{(k)}$ matrisi, i.inci düğüm noktasındaki deplasman fonksiyonunun, k.inci mertebeden türevine ait, (N) adet satır ve (N+2) adet sütundan oluşan ağırlık katsayıları matrisini; $B^{(k)}$ matrisi, i.inci düğüm noktasındaki kesit dönmesi fonksiyonunun, k.inci mertebeden türevine ait, (N) adet satır ve sütundan oluşan ağırlık katsayıları matrisini göstermektedir.

DQEM'nun özelliği gereği, elde edilen diferansiyel denklemler, her ara düğüm noktasına uygulanmaktadır. Elemana ait ilk ve son düğüm noktalarında ise, eğilme momenti, yüksek mertebeden moment ve kesme kuvveti ifadeleri dikkate alındığı için, başlangıç ve bitiş düğüm noktalarında, deplasman, eğim ve kesit dönmesi ifadeleri; ara düğüm noktalarında ise, sadece deplasman ve kesit dönmesi ifadeleri

bilinmeyen olarak dikkate alınmıştır. Toplam bilinmeyen sayısı, düğüm noktasına sayısına bağlı olarak, $2(N+1)$ bağıntısıyla hesaplanır.

Elastik zemine oturan ve aksenal basınç kuvveti etkisindeki Reddy-Bickford kirişinin, serbest titreşimine ait hareket denklemleri, değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılarak, (z) boyutsuz konum değişkenine göre aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} \frac{d^4 w(z)}{dz^4} - \left(\frac{16 \cdot L}{5}\right) \cdot \frac{d^3 \phi(z)}{dz^3} - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta - 21 \cdot P_r \cdot \pi^2\right) \cdot \frac{d^2 w(z)}{dz^2} \\ - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta \cdot L\right) \cdot \frac{d\phi(z)}{dz} = 21 \cdot (\lambda^4 - \alpha) \cdot w(z) \end{aligned} \quad (4.50a)$$

$$\frac{d^3 w(z)}{dz^3} - \left(\frac{17 \cdot L}{4}\right) \cdot \frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta\right) \cdot \frac{dw(z)}{dz} + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta \cdot L\right) \cdot \phi(z) = 0 \quad (4.50b)$$

Elastik zemine oturan ve aksenal basınç kuvveti etkisindeki Reddy-Bickford kirişine ait $M(z)$, eğilme momenti fonksiyonu; $M_h(z)$, yüksek mertebeden moment fonksiyonu ve $T(z)$, kesme kuvveti fonksiyonu, değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılarak, (z) boyutsuz konum değişkenine göre aşağıdaki bağıntılarla ifade edilir.

$$M(z) = -\frac{EI_x}{21 \cdot L^2} \cdot \frac{d^2 w(z)}{dz^2} + \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \frac{d\phi(z)}{dz} - P \cdot w(z) \quad (4.51a)$$

$$M_h(z) = \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \frac{d^2 w(z)}{dz^2} - \frac{68 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \frac{d\phi(z)}{dz} \quad (4.51b)$$

$$T(z) = \frac{EI_x}{21 \cdot L^3} \cdot \frac{d^3 w(z)}{dz^3} - \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} + \frac{P}{L} \cdot \frac{dw(z)}{dz} - \frac{8 \cdot AG}{15} \cdot \left(\phi(z) + \frac{1}{L} \cdot \frac{dw(z)}{dz}\right) \quad (4.51c)$$

(4.49) ve (4.51) numaralı bağıntılar kullanılarak, Şekil 4.1’de verilen kirişin, (1) numaralı başlangıç düğüm noktasına ait kuvvetler vektörünü oluşturan; kesme

kuvveti, eğilme momenti ve yüksek mertebeden moment ifadeleri aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır.

$$T_1 = \frac{EI_x}{21 \cdot L^3} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1j}^{(3)} \cdot w_j - \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1j}^{(2)} \cdot \phi_j + \frac{P}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1j}^{(1)} \cdot w_j - \frac{8 \cdot AG}{15} \cdot \left(\phi_1 + \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1j}^{(1)} \cdot w_j \right) \quad (4.52a)$$

$$M_1 = \frac{EI_x}{21 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1j}^{(2)} \cdot w_j - \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1j}^{(1)} \cdot \phi_j + P \cdot w_1 \quad (4.52b)$$

$$M_{h,1} = -\frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1j}^{(2)} \cdot w_j + \frac{68 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1j}^{(1)} \cdot \phi_j \quad (4.52c)$$

(4.49) ve (4.50) numaralı bağıntılar kullanılarak, Şekil 4.1'de verilen kirişin, ara düğüm noktalarına hareket denklemlerin uygulanması sonucunda, aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$21 \cdot (\lambda^4 - \alpha) \cdot w_m = \sum_{j=1}^{N+2} A_{ij}^{(4)} \cdot w_j - \left(\frac{16 \cdot L}{5} \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{ij}^{(3)} \cdot \phi_j - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta - 21 \cdot P_r \cdot \pi^2 \right) \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{ij}^{(2)} \cdot w_j - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta \cdot L \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{ij}^{(1)} \cdot \phi_j \quad (4.53a)$$

$$0 = \sum_{j=1}^{N+2} A_{ij}^{(3)} \cdot w_j - \left(\frac{17 \cdot L}{4} \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{ij}^{(2)} \cdot \phi_j + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta \right) \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{ij}^{(1)} \cdot w_j + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta \cdot L \right) \cdot \phi_m \quad (m = 2, 3, \dots, N-1) \quad (4.53b)$$

(4.49) ve (4.51) numaralı bağıntılar kullanılarak, Şekil 4.1'de verilen kirişin, (N) numaralı son düğüm noktasına ait kuvvetler vektörünü oluşturan; kesme kuvveti,

eğilme momenti ve yüksek mertebeden moment ifadeleri aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır.

$$T_N = -\frac{EI_x}{21 \cdot L^3} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{Nj}^{(3)} \cdot w_j + \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^N B_{Nj}^{(2)} \cdot \phi_j - \frac{P}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{Nj}^{(1)} \cdot w_j + \frac{8 \cdot AG}{15} \cdot \left(\phi_N + \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{Nj}^{(1)} \cdot w_j \right) \quad (4.54a)$$

$$M_N = -\frac{EI_x}{21 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{Nj}^{(2)} \cdot w_j + \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{Nj}^{(1)} \cdot \phi_j - P \cdot w_N \quad (4.54b)$$

$$M_{h,N} = \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{Nj}^{(2)} \cdot w_j - \frac{68 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{Nj}^{(1)} \cdot \phi_j \quad (4.54c)$$

Şekil 4.1’de verilen N düğüm noktasına sahip kirişe ait, (4.52), (4.53) ve (4.54) numaralı bağıntılar, matris formda aşağıda sunulmuştur.

$$\left[\begin{array}{l}
\frac{EI_x}{21 \cdot L^3} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1j}^{(3)} \cdot w_j - \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1j}^{(2)} \cdot \phi_j + \frac{P}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1j}^{(1)} \cdot w_j - \frac{8 \cdot AG}{15} \cdot \left(\phi_1 + \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1j}^{(1)} \cdot w_j \right) \\
\frac{EI_x}{21 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1j}^{(2)} \cdot w_j - \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1j}^{(1)} \cdot \phi_j + P \cdot w_1 \\
-\frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1j}^{(2)} \cdot w_j + \frac{68 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1j}^{(1)} \cdot \phi_j \\
-\frac{EI_x}{21 \cdot L^3} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{Nj}^{(3)} \cdot w_j + \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^N B_{Nj}^{(2)} \cdot \phi_j - \frac{P}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{Nj}^{(1)} \cdot w_j + \frac{8 \cdot AG}{15} \cdot \left(\phi_N + \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{Nj}^{(1)} \cdot w_j \right) \\
-\frac{EI_x}{21 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{Nj}^{(2)} \cdot w_j + \frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{Nj}^{(1)} \cdot \phi_j - P \cdot w_N \\
\frac{16 \cdot EI_x}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{Nj}^{(2)} \cdot w_j - \frac{68 \cdot EI_x}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{Nj}^{(1)} \cdot \phi_j \\
\sum_{j=1}^{N+2} A_{2j}^{(4)} \cdot w_j - \left(\frac{16 \cdot L}{5} \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{2j}^{(3)} \cdot \phi_j - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta - 21 \cdot P_r \cdot \pi^2 \right) \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2j}^{(2)} \cdot w_j - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta \cdot L \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{2j}^{(1)} \cdot \phi_j \\
\sum_{j=1}^{N+2} A_{2j}^{(3)} \cdot w_j - \left(\frac{17 \cdot L}{4} \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{2j}^{(2)} \cdot \phi_j + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta \right) \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2j}^{(1)} \cdot w_j + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta \cdot L \right) \cdot \phi_2 \\
\vdots \\
\vdots \\
\sum_{j=1}^{N+2} A_{N-1,j}^{(4)} \cdot w_j - \left(\frac{16 \cdot L}{5} \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{N-1,j}^{(3)} \cdot \phi_j - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta - 21 \cdot P_r \cdot \pi^2 \right) \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{N-1,j}^{(2)} \cdot w_j - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta \cdot L \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{N-1,j}^{(1)} \cdot \phi_j \\
\sum_{j=1}^{N+2} A_{N-1,j}^{(3)} \cdot w_j - \left(\frac{17 \cdot L}{4} \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{N-1,j}^{(2)} \cdot \phi_j + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta \right) \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{N-1,j}^{(1)} \cdot w_j + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta \cdot L \right) \cdot \phi_{N-1}
\end{array} \right] = \left[\begin{array}{l}
T_1 \\
M_1 \\
M_{h,1} \\
T_N \\
M_N \\
M_{h,N} \\
21 \cdot (\lambda^4 - \alpha) \cdot w_2 \\
0 \\
\vdots \\
\vdots \\
21 \cdot (\lambda^4 - \alpha) \cdot w_{N-1} \\
0
\end{array} \right] \quad (4.55)$$

(4.55) numaralı bağıntı, kapalı formda aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{bmatrix} [K_{ee}] & [K_{ei}] \\ [K_{ie}] & [K_{ii}] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\delta_e\} \\ \{\delta_i\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_e\} \\ 21 \cdot (\lambda^4 - \alpha) \cdot [S] \cdot \{\delta_i\} \end{Bmatrix} \quad (4.56)$$

Burada “e” indisi, giriş elemanının başlangıç ve bitiş noktalarını; “i” indisi ise, ara düğüm noktalarını göstermektedir. $[K_{ee}]$, $[K_{ei}]$, $[K_{ie}]$ ve $[K_{ii}]$ alt matrislerinin elemanları, (4.55) numaralı eşitliğin son tarafındaki terimlerin açılımından elde edilmektedir. $\{\delta_e\}$ ve $\{F_e\}$ sırasıyla, elemanın başlangıç ve bitiş uç düğüm noktalarına ait deplasman ve kuvvet vektörünü; $\{\delta_i\}$, elemanın ara düğüm noktalarına ait deplasman vektörünü göstermektedir. Bu vektörler ile (4.56) numaralı bağıntıdaki $[S]$ matrisi aşağıda tanımlanmıştır.

$$\{F_e\}^T = \{T_1 \ M_1 \ M_{h,1} \ T_N \ M_N \ M_{h,N}\} \quad (4.57a)$$

$$\{\delta_e\}^T = \{w_1 \ \phi_1 \ w'_1 \ w_N \ \phi_N \ w'_N\} \quad (4.57b)$$

$$\{\delta_i\}^T = \{w_2 \ \phi_2 \ w_3 \ \phi_3 \ \dots \ w_{N-1} \ \phi_{N-1}\} \quad (4.57c)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{[2(N-2), 2(N-2)]} \quad (4.57d)$$

(4.56) numaralı bağıntıdaki çarpım işleminin yapılmasıyla,

$$[K_{ee}] \cdot \{\delta_e\} + [K_{ei}] \cdot \{\delta_i\} = \{F_e\} \quad (4.58a)$$

$$[K_{ie}] \cdot \{\delta_e\} + [K_{ii}] \cdot \{\delta_i\} = 21 \cdot (\lambda^4 - \alpha) \cdot [S] \cdot \{\delta_i\} \quad (4.58b)$$

bağıntıları elde edilir.

(4.58a) numaralı bağıntı kullanılarak, eleman uç deplasman vektörü,

$$\{\delta_e\} = [K_{ee}]^{-1} \cdot \{F_e\} - [K_{ei}] \cdot \{\delta_i\} \quad (4.59)$$

olarak elde edilir.

(4.59) numaralı bağıntının, (4.58b) numaralı bağıntıda yerine yazılmasıyla,

$$[[K_{ii}] - [K_{ie}] \cdot [K_{ee}]^{-1} \cdot [K_{ei}]] \cdot \{\delta_i\} = 21 \cdot (\lambda^4 - \alpha) \cdot [S] \cdot \{\delta_i\} - [K_{ie}] \cdot [K_{ee}]^{-1} \cdot \{F_e\} \quad (4.60)$$

bağıntısı elde edilir.

Elemanın uç deplasman veya kuvvet değerleri, sınır koşullarına bağlı olarak “sıfır” olduğu veya elimine edilebildiği için, $[K_{ie}] \cdot [K_{ee}]^{-1} \cdot \{F_e\}$ ifadesi, (4.60) numaralı bağıntıdan kaldırılabilir. Bu durumda, çeşitli sınır koşulları için (4.60) numaralı bağıntı;

$$[[\hat{K}] - 21 \cdot (\lambda^4 - \alpha) \cdot [S]] \cdot \{\delta_i\} = \{0\} \quad (4.61)$$

olarak yazılır.

Burada $[\hat{K}]$ matrisi, elastik zemine oturan, tek açıklıklı Reddy-Bickford kirişine ait, indirgenmiş sistem global rijitlik matrisini göstermekte olup, aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$[\hat{K}] = [K_{ii}] - [K_{ie}] \cdot [K_{ee}]^{-1} \cdot [K_{ei}] \quad (4.62)$$

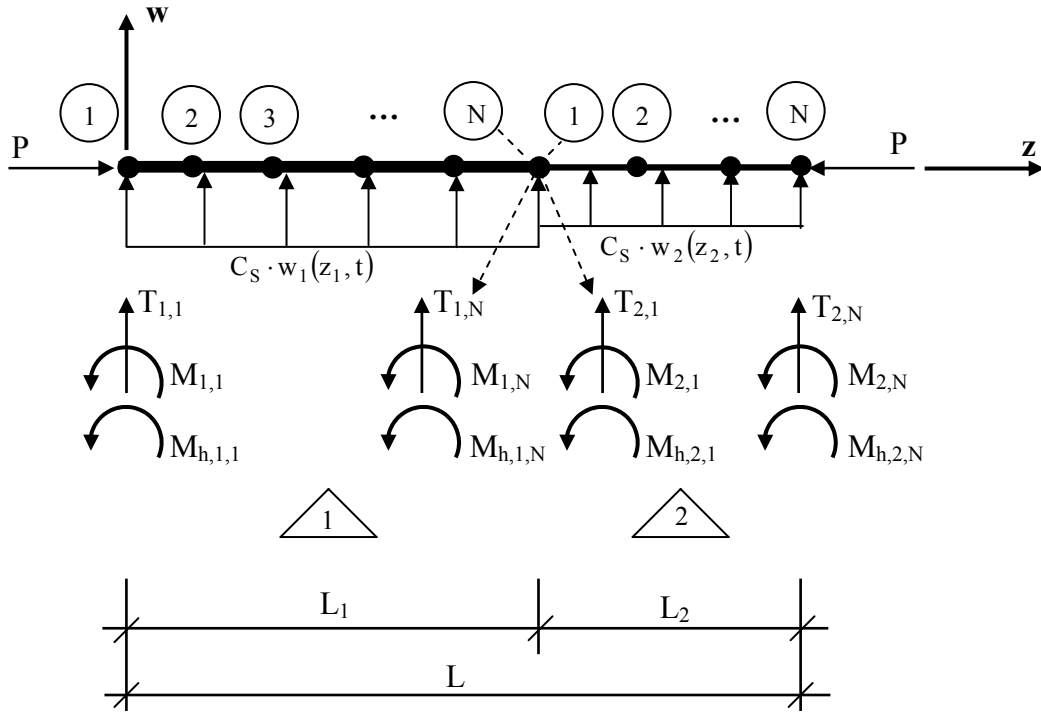
(4.61) numaralı bağıntı, DQEM'nun, elastik zemine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, tek açıklıklı Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine uygulanması probleminin, özdeğer problemine indirgenmiş olduğunu göstermektedir. (4.61) numaralı bağıntının çözümü ile frekans faktör değerleri ve buna bağlı olarak, açısal frekans değerleri elde edilir.

DQEM'nun, elastik zemine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, tek açıklıklı Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine uygulanması aşamasında, eşit aralıklı olmayan düğüm noktası seçimi kullanılmış olup, seçilen düğüm noktalarının konumu aşağıdaki bağıntı ile hesaplanmıştır.

$$z_i = \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{i-1}{N-1} \cdot \pi\right) \right] \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (4.63)$$

4.4.2 DQEM'nun Elastik Zemine Oturan Değişken Kesitli Reddy-Bickford Kirişinin Serbest Titreşim Analizine Uygulanması

Şekil 4.2'de, elastik zemine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, farklı iki kesite sahip Reddy-Bickford kirişi gösterilmiştir. Kirişin, kesitinin değiştiği noktadan itibaren iki elemana ayrılması tercih edilmiştir. Kirişin her elemanı N adet düğüm noktasına sahiptir.



Şekil 4.2 Elastik zemine oturan, değişken kesitli Reddy-Bickford kirişi

Burada $T_{1,1}$, $M_{1,1}$ ve $M_{h,1,1}$ sırasıyla, L_1 açıklığındaki birinci elemanın, (1) numaralı düğüm noktasına ait kesme kuvvetini, eğilme momentini ve yüksek mertebeden moment değerini; $T_{1,N}$, $M_{1,N}$ ve $M_{h,1,N}$ ise sırasıyla, aynı elemanın, (N) numaralı düğüm noktasına ait kesme kuvvetini, eğilme momentini ve yüksek mertebeden moment değerini göstermektedir. Benzer şekilde; $T_{2,1}$, $M_{2,1}$ ve $M_{h,2,1}$ sırasıyla, L_2 açıklığındaki ikinci elemanın, (1) numaralı düğüm noktasına ait kesme kuvvetini, eğilme momentini ve yüksek mertebeden moment değerini; $T_{2,N}$, $M_{2,N}$ ve $M_{h,2,N}$ ise sırasıyla, aynı elemanın, (N) numaralı düğüm noktasına ait kesme kuvvetini, eğilme momentini ve yüksek mertebeden moment değerini göstermektedir.

DQEM kullanılarak, elastik zemine oturan ve aksenal basınç kuvveti etkisindeki Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizinde, toplam N düğüm noktasına sahip her iki elemana ait deplasman fonksiyonu için, (4.64a) bağıntısı; kesit dönmesi fonksiyonu için, (4.64b) bağıntısı ile verilen çözüm fonksiyonları kabul edilir.

$$w_n(z_n) = \left[\sum_{j=1}^N h_{n,j}(z_n) \cdot w_{n,j} \right] + h_{n,N+1}(z_n) \cdot w'_{n,1} + h_{n,N+2}(z_n) \cdot w'_{n,N} \quad (4.64a)$$

$$\phi_n(z_n) = \sum_{j=1}^N k_{n,j}(z_n) \cdot \phi_{n,j} \quad (n = 1, 2) \quad (4.64b)$$

Burada $h_{n,j}(z_n)$, n.inci elemanın, deplasman fonksiyonuna ait (N+1).inci dereceden test fonksiyonunu; $k_{n,j}(z_n)$, n.inci elemanın, kesit dönmesi fonksiyonuna ait (N-1).inci dereceden test fonksiyonunu göstermektedir. Deplasman ve kesit dönmesi fonksiyonları için kabul edilen test fonksiyonları, (n=1,2) olmak üzere, aşağıda verilen koşulları sağlamalıdır.

$$h_{n,N+1}(z_{n,j}) = h_{n,N+2}(z_{n,i}) = 0 \quad ; \quad h_{n,j}(z_{n,i}) = \delta_{n,ij} \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots, N)$$

$$h'_{n,j}(z_{n,1}) = h'_{n,j}(z_{n,N}) = 0 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, N) \quad ; \quad h'_{n,N+1}(z_{n,N}) = 0 \quad (4.65a)$$

$$h'_{n,N+1}(z_{n,1}) = h'_{n,N+2}(z_{n,N}) = 1 \quad ; \quad h'_{n,N+2}(z_{n,1}) = 0$$

$$k_{n,j}(z_{n,i}) = \delta_{n,ij} \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (4.65b)$$

(4.64) numaralı bağıntı ile verilen n.inci elemana ait deplasman ve kesit dönmesi fonksiyonlarının, i.inci düğüm noktasındaki, k.inci mertebeden türevleri aşağıdaki bağıntılar kullanılarak hesaplanır:

$$\begin{aligned} \frac{d^k w_n}{dz_n^k}(z_n = z_{n,i}) = & \left[\sum_{j=1}^N \frac{d^k h_{n,j}}{dz_n^k}(z_n = z_{n,i}) \cdot w_{n,j} \right] \\ & + \frac{d^k h_{n,N+1}}{dz_n^k}(z_n = z_{n,i}) \cdot w'_{n,1} + \frac{d^k h_{n,N+2}}{dz_n^k}(z_n = z_{n,i}) \cdot w'_{n,N} \end{aligned} \quad (4.66a)$$

$$\frac{d^k \phi_n}{dz_n^k}(z_n = z_{n,i}) = \sum_{j=1}^N \frac{d^k k_{n,j}}{dz_n^k}(z_n = z_{n,i}) \cdot \phi_{n,j} \quad (4.66b)$$

(4.66a) ve (4.66b) numaralı bağıntılar kapalı formda,

$$\begin{aligned} w_n^{(k)}(z_{n,i}) = & \left[\sum_{j=1}^N h_{n,j}^{(k)}(z_{n,i}) \cdot w_{n,j} \right] + h_{n,N+1}^{(k)}(z_{n,i}) \cdot w'_{n,1} \\ & + h_{n,N+2}^{(k)}(z_{n,i}) \cdot w'_{n,N} = \sum_{j=1}^{N+2} A_{n,ij}^{(k)} \cdot w_{n,j} \end{aligned} \quad (4.67a)$$

$$\phi_n^{(k)}(z_i) = \sum_{j=1}^N k_{n,j}^{(k)}(z_{n,i}) \cdot \phi_{n,j} = \sum_{j=1}^N B_{n,ij}^{(k)} \cdot \phi_{n,j} \quad (4.67b)$$

bağıntılarıyla ifade edilir. Burada $A_n^{(k)}$ matrisi, n.inci elemanın, i.inci düğüm noktasındaki deplasman fonksiyonunun, k.inci mertebeden türevine ait, (N) adet satır ve (N+2) adet sütundan oluşan ağırlık katsayıları matrisini; $B_n^{(k)}$ matrisi, n.inci elemanın, i.inci düğüm noktasındaki kesit dönmesi fonksiyonunun, k.inci mertebeden türevine ait, (N) adet satır ve sütundan oluşan ağırlık katsayıları matrisini göstermektedir.

Elde edilen diferansiyel denklemler, her elemanın ara düğüm noktalarına uygulanmaktadır. Her elemanın başlangıç ve bitiş düğüm noktalarında, deplasman, eğim ve kesit dönmesi ifadeleri; ara düğüm noktalarında ise, sadece deplasman ve kesit dönmesi ifadeleri bilinmeyenlerdir. Eleman düzeyinde toplam bilinmeyen sayısı, düğüm noktasına sayısına bağlı olarak, $2(N+1)$ bağıntısıyla; sisteme ait toplam bilinmeyen sayısı ise, her elemanın N düğüm noktasına sahip olması koşuluyla ve n toplam eleman sayısı olmak üzere, $[n.(2N-1)+3]$ bağıntısı ile hesaplanır.

Elastik zemine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, değişken kesitli Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşime ait hareket denklemleri, değişkenlerine ayırma

yöntemi kullanılarak, (z) boyutsuz konum değişkenine göre, her eleman için aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} \frac{d^4 w_n(z_n)}{dz_n^4} - \left(\frac{16 \cdot L}{5}\right) \cdot \frac{d^3 \phi_n(z_n)}{dz_n^3} - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta_n - 21 \cdot P_r^{(n)} \cdot \pi^2\right) \cdot \frac{d^2 w_n(z_n)}{dz_n^2} \\ - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta_n \cdot L\right) \cdot \frac{d\phi_n(z_n)}{dz_n} = 21 \cdot (\lambda_n^4 - \alpha_n) \cdot w_n(z_n) \end{aligned} \quad (4.68a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 w_n(z_n)}{dz_n^3} - \left(\frac{17 \cdot L}{4}\right) \cdot \frac{d^2 \phi_n(z_n)}{dz_n^2} + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta_n\right) \cdot \frac{dw_n(z_n)}{dz_n} + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta_n \cdot L\right) \cdot \phi_n(z_n) = 0 \\ (n=1, 2) \end{aligned} \quad (4.68b)$$

Elastik zemine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, değişken kesitli Reddy-Bickford kirişinin n.inci elemanına ait $M_n(z_n)$, eğilme momenti fonksiyonu; $M_{h,n}(z_n)$, yüksek mertebeden moment fonksiyonu ve $T_n(z_n)$, kesme kuvveti fonksiyonu, değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılarak, (z) boyutsuz konum değişkenine göre aşağıdaki bağıntılarla ifade edilir.

$$M_n(z_n) = -\frac{EI_{x,n}}{21 \cdot L^2} \cdot \frac{d^2 w_n(z_n)}{dz_n^2} + \frac{16 \cdot EI_{x,n}}{105 \cdot L} \cdot \frac{d\phi_n(z_n)}{dz_n} - P \cdot w_n(z_n) \quad (4.69a)$$

$$M_{h,n}(z_n) = \frac{16 \cdot EI_{x,n}}{105 \cdot L^2} \cdot \frac{d^2 w_n(z_n)}{dz_n^2} - \frac{68 \cdot EI_{x,n}}{105 \cdot L} \cdot \frac{d\phi_n(z_n)}{dz_n} \quad (4.69b)$$

$$\begin{aligned} T_n(z_n) = \frac{EI_{x,n}}{21 \cdot L^3} \cdot \frac{d^3 w_n(z_n)}{dz_n^3} - \frac{16 \cdot EI_{x,n}}{105 \cdot L^2} \cdot \frac{d^2 \phi_n(z_n)}{dz_n^2} + \frac{P}{L} \cdot \frac{dw_n(z_n)}{dz_n} \\ - \frac{8 \cdot AG_n}{15} \cdot \left(\phi_n(z_n) + \frac{1}{L} \cdot \frac{dw_n(z_n)}{dz_n} \right) \end{aligned} \quad (4.69c)$$

Her kiriş elemanının, k.inci mertebeden türevlerine ait ağırlık katsayıları matrislerinin hesaplandıktan sonra, (4.67) ve (4.69) numaralı bağıntılar kullanılarak, Şekil 4.2'de verilen kirişin, L_1 açıklığındaki birinci elemanının, (1) numaralı

başlangıç düğüm noktasına ait, kesme kuvveti, eğilme momenti ve yüksek mertebeden moment ifadeleri sırasıyla, aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır.

$$T_{1,1} = \frac{EI_{x,1}}{21 \cdot L^3} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,1j}^{(3)} \cdot w_{1,j} - \frac{16 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,1j}^{(2)} \cdot \phi_{1,j} + \frac{P}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,1j}^{(1)} \cdot w_{1,j} - \frac{8 \cdot AG_1}{15} \cdot \left(\phi_{1,1} + \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,1j}^{(1)} \cdot w_{1,j} \right) \quad (4.70a)$$

$$M_{1,1} = \frac{EI_{x,1}}{21 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,1j}^{(2)} \cdot w_{1,j} - \frac{16 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,1j}^{(1)} \cdot \phi_{1,j} + P \cdot w_{1,1} \quad (4.70b)$$

$$M_{h,1,1} = -\frac{16 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,1j}^{(2)} \cdot w_{1,j} + \frac{68 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,1j}^{(1)} \cdot \phi_{1,j} \quad (4.70c)$$

(4.67) ve (4.68) numaralı bağıntılar kullanılarak, Şekil 4.2’de verilen kirişin, L_1 açıklığındaki birinci elemanın, ara düğüm noktalarına hareket denklemlerinin uygulanması sonucunda, aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$21 \cdot (\lambda_1^4 - \alpha_1) \cdot w_{1,m} = \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,1j}^{(4)} \cdot w_{1,j} - \left(\frac{16 \cdot L}{5} \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,1j}^{(3)} \cdot \phi_{1,j} - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta_1 - 21 \cdot P_r^{(1)} \cdot \pi^2 \right) \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,1j}^{(2)} \cdot w_{1,j} - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta_1 \cdot L \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,1j}^{(1)} \cdot \phi_{1,j} \quad (4.71a)$$

$$0 = \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,1j}^{(3)} \cdot w_{1,j} - \left(\frac{17 \cdot L}{4} \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,1j}^{(2)} \cdot \phi_{1,j} + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta_1 \right) \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,1j}^{(1)} \cdot w_{1,j} + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta_1 \cdot L \right) \cdot \phi_{1,m} \quad (m = 2, 3, \dots, N-1) \quad (4.71b)$$

(4.67) ve (4.69) numaralı bağıntılar kullanılarak, Şekil 4.2’de verilen kirişin, L_1 açıklığındaki birinci elemanın, (N) numaralı son düğüm noktasına ait kesme

kuvveti, eğilme momenti ve yüksek mertebeden moment ifadeleri sırasıyla, aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır.

$$T_{1,N} = -\frac{EI_{x,1}}{21 \cdot L^3} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,Nj}^{(3)} \cdot w_{1,j} + \frac{16 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,Nj}^{(2)} \cdot \phi_{1,j} - \frac{P}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,Nj}^{(1)} \cdot w_{1,j} + \frac{8 \cdot AG_1}{15} \cdot \left(\phi_{1,N} + \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,Nj}^{(1)} \cdot w_{1,j} \right) \quad (4.72a)$$

$$M_{1,N} = -\frac{EI_{x,1}}{21 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,Nj}^{(2)} \cdot w_{1,j} + \frac{16 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,Nj}^{(1)} \cdot \phi_{1,j} - P \cdot w_{1,N} \quad (4.72b)$$

$$M_{h,1,N} = \frac{16 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,Nj}^{(2)} \cdot w_{1,j} - \frac{68 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,Nj}^{(1)} \cdot \phi_{1,j} \quad (4.72c)$$

(4.67) ve (4.69) numaralı bağıntılar kullanılarak, Şekil 4.2’de verilen kirişin, L_2 açıklığındaki ikinci elemanının, (1) numaralı başlangıç düğüm noktasına ait kesme kuvveti, eğilme momenti ve yüksek mertebeden moment ifadeleri sırasıyla, aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır.

$$T_{2,1} = \frac{EI_{x,2}}{21 \cdot L^3} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,1j}^{(3)} \cdot w_{2,j} - \frac{16 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,1j}^{(2)} \cdot \phi_{2,j} + \frac{P}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,1j}^{(1)} \cdot w_{2,j} - \frac{8 \cdot AG_2}{15} \cdot \left(\phi_{2,1} + \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,1j}^{(1)} \cdot w_{2,j} \right) \quad (4.73a)$$

$$M_{2,1} = \frac{EI_{x,2}}{21 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,1j}^{(2)} \cdot w_{2,j} - \frac{16 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,1j}^{(1)} \cdot \phi_{2,j} + P \cdot w_{2,1} \quad (4.73b)$$

$$M_{h,2,1} = -\frac{16 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,1j}^{(2)} \cdot w_{2,j} + \frac{68 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,1j}^{(1)} \cdot \phi_{2,j} \quad (4.73c)$$

(4.67) ve (4.68) numaralı bağıntılar kullanılarak, Şekil 4.2’de verilen kirişin, L_2 açıklığındaki ikinci elemanının, ara düğüm noktalarına hareket denklemleri uygulanır ise, aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$21 \cdot (\lambda_2^4 - \alpha_2) \cdot w_{2,m} = \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,ij}^{(4)} \cdot w_{2,j} - \left(\frac{16 \cdot L}{5} \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,ij}^{(3)} \cdot \phi_{2,j} - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta_2 - 21 \cdot P_r^{(2)} \cdot \pi^2 \right) \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,ij}^{(2)} \cdot w_{2,j} - \left(\frac{56}{5} \cdot \beta_2 \cdot L \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,ij}^{(1)} \cdot \phi_{2,j} \quad (4.74a)$$

$$0 = \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,ij}^{(3)} \cdot w_{2,j} - \left(\frac{17 \cdot L}{4} \right) \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,ij}^{(2)} \cdot \phi_{2,j} + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta_2 \right) \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,ij}^{(1)} \cdot w_{2,j} + \left(\frac{7}{2} \cdot \beta_2 \cdot L \right) \cdot \phi_{2,m} \quad (m = 2, 3, \dots, N-1) \quad (4.74b)$$

(4.67) ve (4.69) numaralı bağıntılar kullanılarak, Şekil 4.2’de verilen kirişin, L_2 açıklığındaki ikinci elemanının, (N) numaralı son düğüm noktasına ait kesme kuvveti, eğilme momenti ve yüksek mertebeden moment ifadeleri sırasıyla, aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır.

$$T_{2,N} = -\frac{EI_{x,2}}{21 \cdot L^3} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,Nj}^{(3)} \cdot w_{2,j} + \frac{16 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,Nj}^{(2)} \cdot \phi_{2,j} - \frac{P}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,Nj}^{(1)} \cdot w_{2,j} + \frac{8 \cdot AG_2}{15} \cdot \left(\phi_{2,N} + \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,Nj}^{(1)} \cdot w_{2,j} \right) \quad (4.75a)$$

$$M_{2,N} = -\frac{EI_{x,2}}{21 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,Nj}^{(2)} \cdot w_{2,j} + \frac{16 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,Nj}^{(1)} \cdot \phi_{2,j} - P \cdot w_{2,N} \quad (4.75b)$$

$$M_{h,2,N} = \frac{16 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,Nj}^{(2)} \cdot w_{2,j} - \frac{68 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,Nj}^{(1)} \cdot \phi_{2,j} \quad (4.75c)$$

Kiriş e ait global rijitlik matrisinin kurulabilmesi için, n.inci eleman ile (n+1).inci eleman arasındaki ortak düğüm noktasında, süreklilik koşulları yazılmalıdır (Wang ve Gu, 1997; Karami ve diğer., 2003; Chen, 2006). Şekil 4.2’de verilen Reddy-Bickford kirişinin, L_1 açıklığındaki birinci elemanın, (N) numaralı düğüm noktası ile aynı kirişin, L_2 açıklığındaki ikinci elemanın, (1) numaralı düğüm noktası, her iki eleman arasındaki ortak düğüm noktası olması nedeniyle, bu noktada süreklilik koşulları aşağıdaki gibi yazılır.

$$w_{1,N} = w_{2,1} \quad (4.76a)$$

$$\phi_{1,N} = \phi_{2,1} \quad (4.76b)$$

$$w'_{1,N} = w'_{2,1} \quad (4.76c)$$

$$T_{1,N} - T_{2,1} = 0 \quad (4.76d)$$

$$M_{1,N} - M_{2,1} = 0 \quad (4.76e)$$

$$M_{h,1,N} - M_{h,2,1} = 0 \quad (4.76f)$$

(4.76d-f) numaralı bağıntıların açık formu sırasıyla, aşağıda sunulmuştur.

$$\begin{aligned}
0 = & -\frac{EI_{x,1}}{21 \cdot L^3} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,Nj}^{(3)} \cdot w_{1,j} + \frac{16 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,Nj}^{(2)} \cdot \phi_{1,j} - \frac{P}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,Nj}^{(1)} \cdot w_{1,j} \\
& + \frac{8 \cdot AG_1}{15} \cdot \left(\phi_{1,N} + \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,Nj}^{(1)} \cdot w_{1,j} \right) - \frac{EI_{x,2}}{21 \cdot L^3} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,1j}^{(3)} \cdot w_{2,j} \\
& + \frac{16 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,1j}^{(2)} \cdot \phi_{2,j} - \frac{P}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,1j}^{(1)} \cdot w_{2,j} \\
& + \frac{8 \cdot AG_2}{15} \cdot \left(\phi_{2,1} + \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,1j}^{(1)} \cdot w_{2,j} \right)
\end{aligned} \tag{4.77a}$$

$$\begin{aligned}
0 = & -\frac{EI_{x,1}}{21 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,Nj}^{(2)} \cdot w_{1,j} + \frac{16 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,Nj}^{(1)} \cdot \phi_{1,j} - P \cdot w_{1,N} \\
& - \frac{EI_{x,2}}{21 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,1j}^{(2)} \cdot w_{2,j} + \frac{16 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,1j}^{(1)} \cdot \phi_{2,j} - P \cdot w_{2,1}
\end{aligned} \tag{4.77b}$$

$$\begin{aligned}
0 = & \frac{16 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,Nj}^{(2)} \cdot w_{1,j} - \frac{68 \cdot EI_{x,1}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{1,Nj}^{(1)} \cdot \phi_{1,j} \\
& + \frac{16 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L^2} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{2,1j}^{(2)} \cdot w_{2,j} - \frac{68 \cdot EI_{x,2}}{105 \cdot L} \cdot \sum_{j=1}^N B_{2,1j}^{(1)} \cdot \phi_{2,j}
\end{aligned} \tag{4.77c}$$

Şekil 4.2’de verilen Reddy-Bickford kirişine ait global kuvvetler vektörü, {F} aşağıda sunulmuştur.

$$\{F\} = \left\{ \begin{array}{c} T_{1,1} \\ M_{1,1} \\ M_{h,1,1} \\ T_{1,N} - T_{2,1} = 0 \\ M_{1,N} - M_{2,1} = 0 \\ M_{h,1,N} - M_{h,2,1} = 0 \\ T_{2,N} \\ M_{2,N} \\ M_{h,2,N} \\ 21 \cdot (\lambda_1^4 - \alpha_1) \cdot w_{1,2} \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 21 \cdot (\lambda_1^4 - \alpha_1) \cdot w_{1,N-1} \\ 0 \\ 21 \cdot (\lambda_2^4 - \alpha_2) \cdot w_{2,2} \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 21 \cdot (\lambda_2^4 - \alpha_2) \cdot w_{2,N-1} \\ 0 \end{array} \right\} \quad (4.78)$$

Şekil 4.2’de verilen Reddy-Bickford kirişine ait global rijitlik matrisi ile deplasman ve kuvvet vektörleri, kapalı formda aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{bmatrix} [\bar{K}_{ee}] & [\bar{K}_{ei}] \\ [\bar{K}_{ie}] & [\bar{K}_{ii}] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\bar{\delta}_e\} \\ \{\bar{\delta}_i\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\bar{F}_e\} \\ 21 \cdot (\lambda_n^4 - \alpha_n) \cdot [\bar{S}] \cdot \{\bar{\delta}_i\} \end{Bmatrix} \quad (n = 1, 2) \quad (4.79)$$

Burada “e” indisi, kiriş elemanlarının başlangıç ve bitiş uç noktalarını; “i” indisi ise, ara düğüm noktalarını göstermektedir. $\{\bar{\delta}_e\}$ ve $\{\bar{F}_e\}$ sırasıyla, elemanların başlangıç ve bitiş uç düğüm noktalarına ait deplasman ve kuvvet vektörünü; $\{\bar{\delta}_i\}$, elemanların ara düğüm noktalarına ait deplasman vektörünü göstermektedir. Bu vektörler ile (4.79) numaralı bağıntıdaki $[\bar{S}]$ matrisi aşağıda tanımlanmıştır.

$$\{\bar{F}_e\}^T = \{T_{1,1} \ M_{1,1} \ M_{h,1,1} \ 0 \ 0 \ 0 \ T_{2,N} \ M_{2,N} \ M_{2,h,N}\} \quad (4.80a)$$

$$\{\bar{\delta}_e\}^T = \{w_{1,1} \ \phi_{1,1} \ w'_{1,1} \ w_{1,N} = w_{2,1} \ \phi_{1,N} = \phi_{2,1} \ w'_{1,N} = w'_{2,1} \ w_{2,N} \ \phi_{2,N} \ w'_{2,N}\} \quad (4.80b)$$

$$\{\bar{\delta}_i\}^T = \{w_{1,2} \ \phi_{1,2} \ w_{1,3} \ \phi_{1,3} \ \dots \ w_{1,N-1} \ \phi_{1,N-1} \ w_{2,2} \ \phi_{2,2} \ w_{2,3} \ \phi_{2,3} \ \dots \ w_{2,N-1} \ \phi_{2,N-1}\} \quad (4.80c)$$

$$[\bar{S}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{[4(N-2),4(N-2)]} \quad (4.80d)$$

(4.79) numaralı bağıntıdaki çarpım işleminin yapılmasıyla,

$$[\bar{K}_{ee}] \cdot \{\bar{\delta}_e\} + [\bar{K}_{ei}] \cdot \{\bar{\delta}_i\} = \{\bar{F}_e\} \quad (4.81a)$$

$$[\bar{K}_{ie}] \cdot \{\bar{\delta}_e\} + [\bar{K}_{ii}] \cdot \{\bar{\delta}_i\} = 21 \cdot (\lambda_n^4 - \alpha_n) \cdot [\bar{S}] \cdot \{\bar{\delta}_i\} \quad (4.81b)$$

bağıntıları elde edilir.

(4.81a) numaralı bağıntı kullanılarak, elemanlara ait uç deplasman vektörü,

$$\{\bar{\delta}_e\} = [\bar{K}_{ee}]^{-1} \cdot \left(\{\bar{F}_e\} - [\bar{K}_{ei}] \cdot \{\bar{\delta}_i\} \right) \quad (4.82)$$

olarak elde edilir.

(4.82) numaralı bağıntının, (4.81b) numaralı bağıntıda yerine yazılmasıyla,

$$\left[[\bar{K}_{ii}] - [\bar{K}_{ie}] \cdot [\bar{K}_{ee}]^{-1} \cdot [\bar{K}_{ei}] \right] \cdot \{\bar{\delta}_i\} = 21 \cdot (\lambda_n^4 - \alpha_n) \cdot [\bar{S}] \cdot \{\bar{\delta}_i\} - [\bar{K}_{ie}] \cdot [\bar{K}_{ee}]^{-1} \cdot \{\bar{F}_e\} \quad (4.83)$$

bağıntısı elde edilir.

Kirişe ait uç deplasman veya kuvvet değerleri, sınır koşullarına bağlı olarak “sıfır” olduğu veya elimine edilebildiği için, $[\bar{K}_{ie}] \cdot [\bar{K}_{ee}]^{-1} \cdot \{\bar{F}_e\}$ ifadesi, (4.83) numaralı bağıntıdan kaldırılabilir. Bu durumda, çeşitli sınır koşulları için (4.83) numaralı bağıntı,

$$\left[[\tilde{K}] - 21 \cdot (\lambda_n^4 - \alpha_n) \cdot [\bar{S}] \right] \cdot \{\bar{\delta}_i\} = \{0\} \quad (4.84)$$

olarak yazılabilir.

Burada $[\tilde{K}]$ matrisi, elastik zemine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, iki elemana ayrılmış Reddy-Bickford kirişine ait, indirgenmiş sistem global rijitlik matrisini göstermekte olup, aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$[\tilde{K}] = [\bar{K}_{ii}] - [\bar{K}_{ie}] \cdot [\bar{K}_{ee}]^{-1} \cdot [\bar{K}_{ei}] \quad (4.85)$$

(4.84) numaralı bağıntı, DQEM'nun, elastik zemine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, iki elemana ayrılmış Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine uygulanması probleminin, özdeğer problemine indirgenmiş olduğunu göstermektedir. (4.84) numaralı bağıntının çözümü ile frekans faktör değerleri ve buna bağlı olarak, açısal frekans değerleri elde edilir.

BÖLÜM BEŞ

SAYISAL UYGULAMALAR

Tez kapsamında, daha önceki bölümlerde sunulan analitik çalışmalar kullanılarak, aşağıdaki sayısal uygulamalar gerçekleştirilmiştir.

5.1 Örnek 1: Analitik Çözüme İlişkin Sayısal Uygulamalar

Kapalı formda, iç tesirleri ikinci bölümde elde edilen elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit dikdörtgen en kesitli ve aksenal basınç kuvveti etkisindeki kirişin serbest titreşimine ait açısal frekans ve deplasmanları, analitik yöntem kullanılarak hesaplanmıştır. Her bir kiriş ucunda üç tane olmak üzere, toplam altı adet sınır koşulu bağıntısına gereksinim vardır. C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , C_5 ve C_6 katsayılarını içeren bu altı adet koşulun, katsayılar matrisinin determinantını “sıfır” kılan her ω değeri, elastik kirişin serbest titreşimine ait açısal frekansları olacaktır.

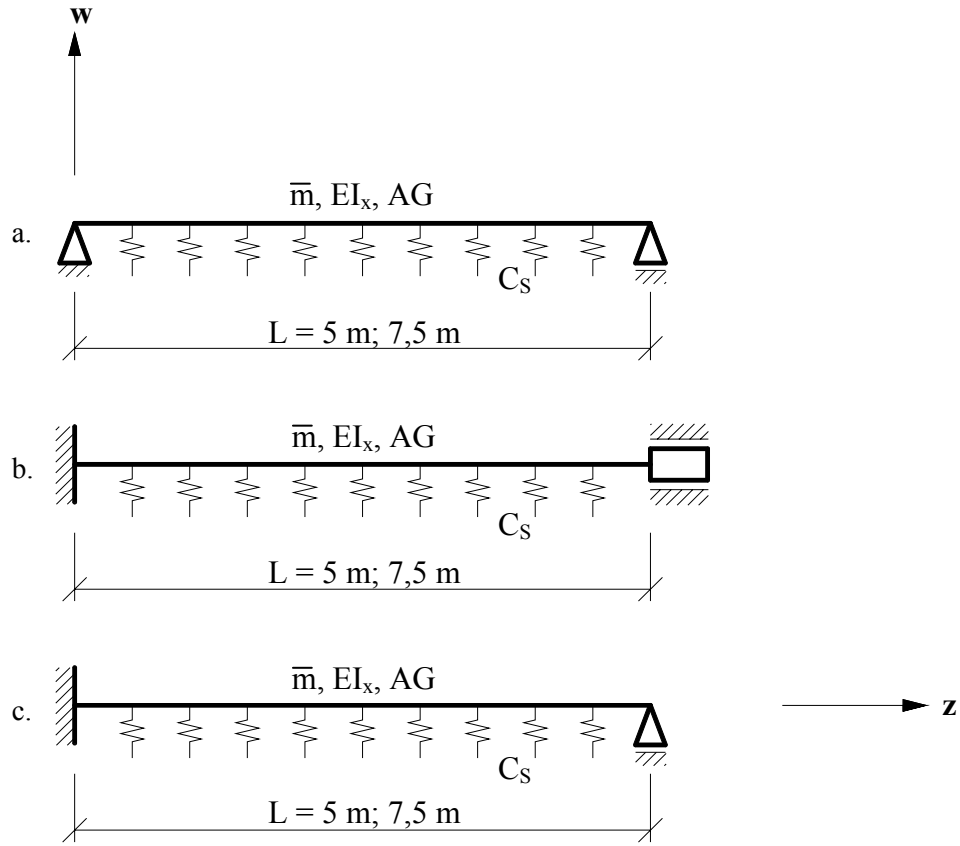
Bu amaçla, Şekil 5.1’de sunulan ve

1. Bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli,
2. Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli,
3. Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli,

olmak üzere, üç farklı kiriş dikkate alınmıştır.

Elastik zemin üzerine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, tek açıklıklı, uçları yukarıda belirtilen üç farklı mesnet koşuluna sahip Reddy-Bickford kirişin özellikleri aşağıda sunulmuştur:

$$h=0,50 \text{ m}; \quad b=1,00 \text{ m} \quad ; \quad EI_x = 2,96875 \times 10^4 \text{ tm}^2 \quad ; \quad AG = 5,7 \times 10^5 \text{ ton} \quad ; \\ \bar{m} = 0,12742 \text{ t.sn}^2/\text{m}$$



Şekil 5.1a. Bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kiriş
 b. Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş
 c. Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kiriş

Kiriş açıklığı sırasıyla, $L=5,0 \text{ m}$ ve $L=7,5 \text{ m}$ olarak alınmıştır. Mesnetlenme türü açısından üç farklı kiriş için, eksenel basınç kuvveti boyutsuz çarpım faktörü sırasıyla, $P_r=0,25$ ve $P_r=0,50$; kirişlerin oturduğu elastik zeminin yatak katsayısı sırasıyla, 5000 t/m^3 ve 20000 t/m^3 olarak alınmıştır.

Kiriş uçlarının sabit veya hareketli mesnetli olması halinde sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$w(z) = 0 \quad (5.1a)$$

$$M(z) = 0 \quad (5.1b)$$

$$M_h(z) = 0 \quad (5.1c)$$

Kiriş uçlarının ankastre veya kayıcı ankastre mesnetli olması halinde sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$w(z) = 0 \quad (5.2a)$$

$$w'(z) = 0 \quad (5.2b)$$

$$\phi(z) = 0 \quad (5.2c)$$

Reddy-Bickford kiriş teorisi kullanılarak elde edilen açısız frekans değerlerini Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak elde edilen açısız frekans değerleri ile kıyaslamak amacıyla dikdörtgen kesitli bir kirişin k , şekil faktörüne ihtiyaç vardır. Dikdörtgen kesitli ve kesmeli eğilmeye maruz bir kiriş için literatürde değişik şekil faktörleri tanımlanmıştır (Gruttman ve Wagner, 2001; Soldatos ve Sophocleous, 2001). Bu çalışma kapsamında, dikdörtgen kesitin şekil faktörü için $k = \frac{6}{5}$ değeri kullanılmıştır.

Reddy-Bickford kiriş teorisi kullanılarak elde edilen, elastik zemine oturan, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kirişin serbest titreşimine ait ilk on mod açısız frekans değerleri, Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak hesaplanan aynı kirişin açısız frekans değerleri ile sırasıyla, $C_s = 5000 \text{ t/m}^2$ ve $C_s = 20000 \text{ t/m}^2$ olmak üzere karşılaştırmalı olarak, Tablo 5.1 ve Tablo 5.2'de sunulmuştur.

Elastik zemine oturan, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli kirişin, Reddy-Bickford kiriş teorisine göre hesaplanmış açısız frekans değerleri, Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak hesaplanmış açısız frekans değerleri

ile karşılaştırmalı olarak, $C_S=5000 \text{ t/m}^2$ için Tablo 5.3'de; $C_S= 20000 \text{ t/m}^2$ için Tablo 5.4'de sunulmuştur.

Bir ucu ($z=0$) ankastre mesnetli, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kirişin, her iki kiriş teorisine göre hesaplanmış açısal frekans değerleri, karşılaştırmalı olarak, $C_S= 5000 \text{ t/m}^2$ için Tablo 5.5'de; $C_S=20000 \text{ t/m}^2$ için Tablo 5.6'da sunulmuştur.

Tablo 5.1 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford ve Timoshenko kirişlerinin ilk on mod açısal frekans değ erleri, $C_s = 5000 \text{ t/m}^2$

ω_i (rad/sn)	L = 5,0 m				L= 7,5 m			
	$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$		$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$	
	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT
ω_1	256,1260	256,5519	237,7444	238,6616	211,0501	211,0962	206,7582	206,8522
ω_2	729,2404	731,4354	703,9028	708,4824	376,8455	377,2421	367,2053	368,0219
ω_3	1538,0258	1542,4708	1511,2314	1520,6445	742,9436	743,8811	732,0016	733,9414
ω_4	2562,7421	2569,0316	2534,2450	2548,6831	1254,2668	1255,7793	1242,7767	1246,0229
ω_5	3726,6819	3733,0411	3696,1068	3714,1929	1874,9126	1876,8268	1862,9190	1867,4299
ω_6	4975,7979	4978,8568	4942,8486	4961,4453	2578,4378	2580,2669	2565,8890	2571,2826
ω_7	6274,6681	6269,4512	6239,1211	6253,3712	3343,4596	3344,3220	3330,2935	3335,7660
ω_8	7601,7133	7581,7409	7563,4018	7566,8703	4152,9866	4151,5578	4139,1463	4143,4281
ω_9	8944,6351	8902,0531	8903,4359	8888,2690	4994,0091	4988,5036	4979,4455	4980,7877
ω_{10}	10296,9560	10222,6553	10252,7797	10209,8417	5856,9129	5845,0885	5841,5844	5837,7677

Tablo 5.2 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford ve Timoshenko kirişlerinin ilk on mod açısal frekans değerleri, $C_s = 20000 \text{ t/m}^2$

ω_i (rad/sn)	L = 5,0 m				L= 7,5 m			
	$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$		$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$	
	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT
ω_1	428,1606	428,4155	417,4247	417,9477	402,8189	402,8431	400,5869	400,6355
ω_2	805,9234	807,9101	783,0709	787,1901	509,6406	509,9338	502,5541	503,1512
ω_3	1575,8313	1580,1700	1549,6907	1558,8716	818,3435	819,1948	808,4227	810,1796
ω_4	2585,6079	2591,8418	2557,3655	2571,6738	1300,3485	1301,8075	1289,2691	1292,3986
ω_5	3742,4429	3748,7754	3711,9976	3730,0066	1906,0478	1907,9307	1894,2513	1898,6878
ω_6	4987,6132	4990,6649	4954,7425	4973,2947	2601,1656	2602,9788	2588,7269	2594,0730
ω_7	6284,0417	6278,8327	6248,5481	6262,7767	3361,0181	3361,8761	3347,9211	3353,3648
ω_8	7609,4524	7589,5004	7571,1800	7574,6450	4167,1355	4165,7116	4153,3424	4157,6095
ω_9	8951,2132	8908,6626	8910,0444	8894,8888	5005,7814	5000,2889	4991,2522	4992,5912
ω_{10}	10302,6708	10228,4115	10258,5191	10215,6052	5866,9540	5855,1499	5851,6518	5847,8417

Tablo 5.3 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford ve Timoshenko kirişlerinin ilk on mod açısal frekans değ erleri, $C_S = 5000 \text{ t/m}^2$

ω_i (rad/sn)	L = 5,0 m				L= 7,5 m			
	$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$		$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$	
	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT
ω_1	441,2088	442,0064	428,5584	430,6172	268,3275	268,4671	264,1779	264,5058
ω_2	1057,6533	1057,9677	1038,3461	1042,1078	530,4014	530,6234	522,6437	523,5440
ω_3	1924,7170	1920,7706	1902,1967	1904,4723	957,1231	956,7736	947,9926	948,9688
ω_4	2956,0426	2942,2790	2930,6248	2926,2770	1502,0455	1499,9073	1492,0055	1491,9704
ω_5	4099,3724	4069,6313	4071,0714	4054,2135	2137,3686	2131,7287	2126,5354	2123,8825
ω_6	5318,1755	5266,3708	5286,9287	5251,6465	2842,0498	2830,8395	2830,4394	2823,1818
ω_7	6587,3929	6507,5028	6553,1374	6493,5143	3599,5305	3580,4818	3587,1294	3573,0593
ω_8	7890,0842	7775,7276	7852,7685	7762,4822	4396,8226	4367,5716	4383,6092	4360,4065
ω_9	9215,2097	9059,2015	9174,7935	9046,6841	5223,8695	5181,9816	5209,8221	5175,0828
ω_{10}	10555,9489	10350,0131	10512,4023	10338,1936	6072,9926	6015,9249	6058,0915	6009,2941

Tablo 5.4 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford ve Timoshenko kirişlerinin ilk on mod açısal frekans değ erleri, $C_S = 20000 \text{ t/m}^2$

ω_i (rad/sn)	L = 5,0 m				L= 7,5 m			
	$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$		$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$	
	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT
ω_1	558,9151	559,5450	548,9838	550,5925	435,5693	435,6553	433,0253	433,2254
ω_2	1111,9134	1112,2124	1093,5646	1097,1370	631,7013	631,8877	625,2019	625,9546
ω_3	1955,0592	1951,1741	1932,8925	1935,1319	1016,7623	1016,4333	1008,1721	1009,0901
ω_4	2975,8879	2962,2165	2950,6411	2946,3228	1540,7341	1538,6497	1530,9479	1530,9136
ω_5	4113,7057	4084,0690	4085,5040	4068,7059	2164,7322	2159,1638	2154,0366	2151,4176
ω_6	5329,2318	5277,5357	5298,0502	5262,8426	2862,6855	2851,5562	2851,1591	2843,9543
ω_7	6596,3221	6516,5415	6562,1133	6502,5725	3615,8458	3596,8835	3603,5008	3589,4949
ω_8	7897,5408	7783,2937	7860,2604	7770,0612	4410,1894	4381,0276	4397,0161	4373,8845
ω_9	9221,5949	9065,6964	9181,2068	9053,1880	5235,1250	5193,3279	5221,1079	5186,4442
ω_{10}	10561,5235	10355,6985	10517,9989	10343,8855	6082,6771	6025,7011	6067,7997	6019,0810

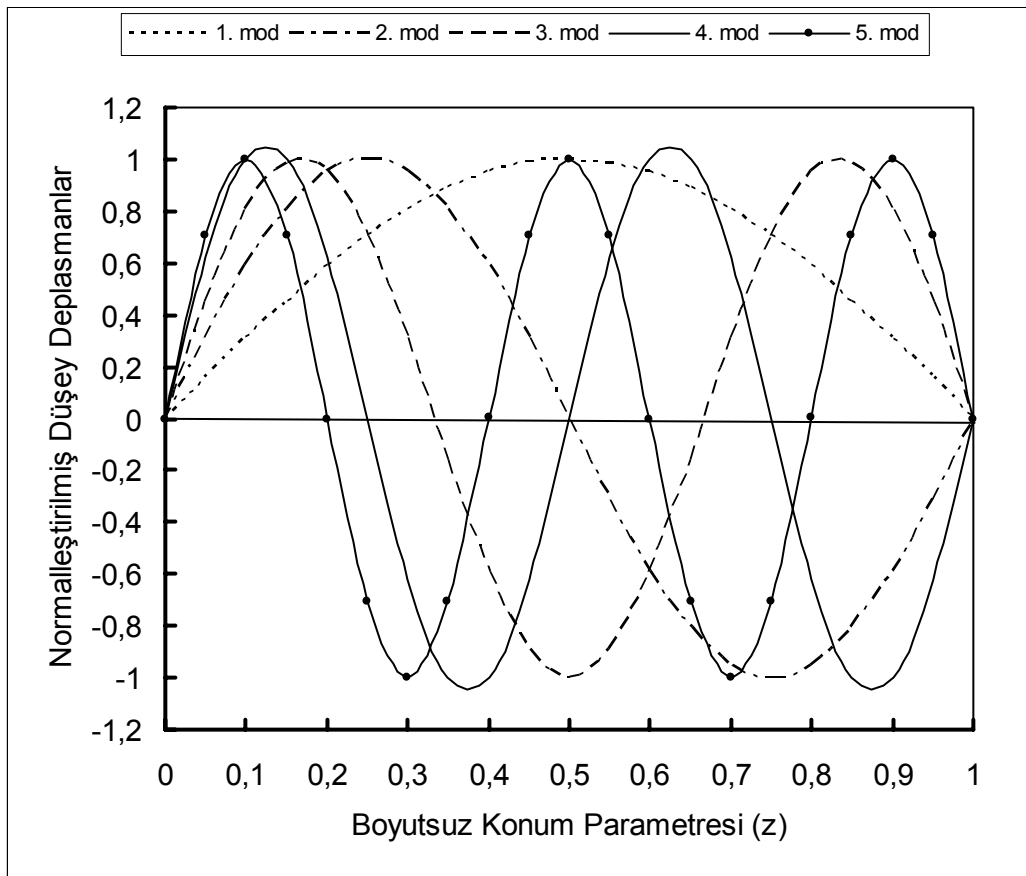
Tablo 5.5 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford ve Timoshenko kirişlerinin ilk on mod aç ısal frekans değerleri, $C_S = 5000 \text{ t/m}^2$

ω_i (rad/sn)	L = 5,0 m				L= 7,5 m			
	$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$		$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$	
	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT
ω_1	334,3946	335,0762	318,2885	319,8252	232,7099	232,8026	228,1708	228,3691
ω_2	890,3615	892,0201	868,4586	873,0235	449,4802	449,8572	440,8321	441,7547
ω_3	1732,4038	1733,4060	1707,9621	1714,5663	848,2466	848,7066	838,2798	839,9019
ω_4	2762,3042	2759,4893	2735,4798	2741,4643	1377,9310	1377,8970	1367,2168	1369,1016
ω_5	3916,1321	3905,2918	3886,7780	3888,2614	2006,8984	2005,4055	1995,5213	1996,8227
ω_6	5149,5488	5125,8229	5117,5040	5109,8232	2711,5064	2707,2297	2699,4534	2698,9389
ω_7	6432,8950	6390,7787	6398,0272	6375,7881	3472,9056	3464,2182	3460,1417	3456,2527
ω_8	7747,1574	7680,2807	7709,3647	7666,2500	4276,2432	4261,2618	4262,7310	4253,6328
ω_9	9080,7194	8981,6332	9039,9249	8968,4992	5110,0991	5086,6950	5095,8044	5079,4016
ω_{10}	10426,9133	10286,9807	10383,0603	10274,6745	5965,9018	5931,6815	5950,7948	5924,7159

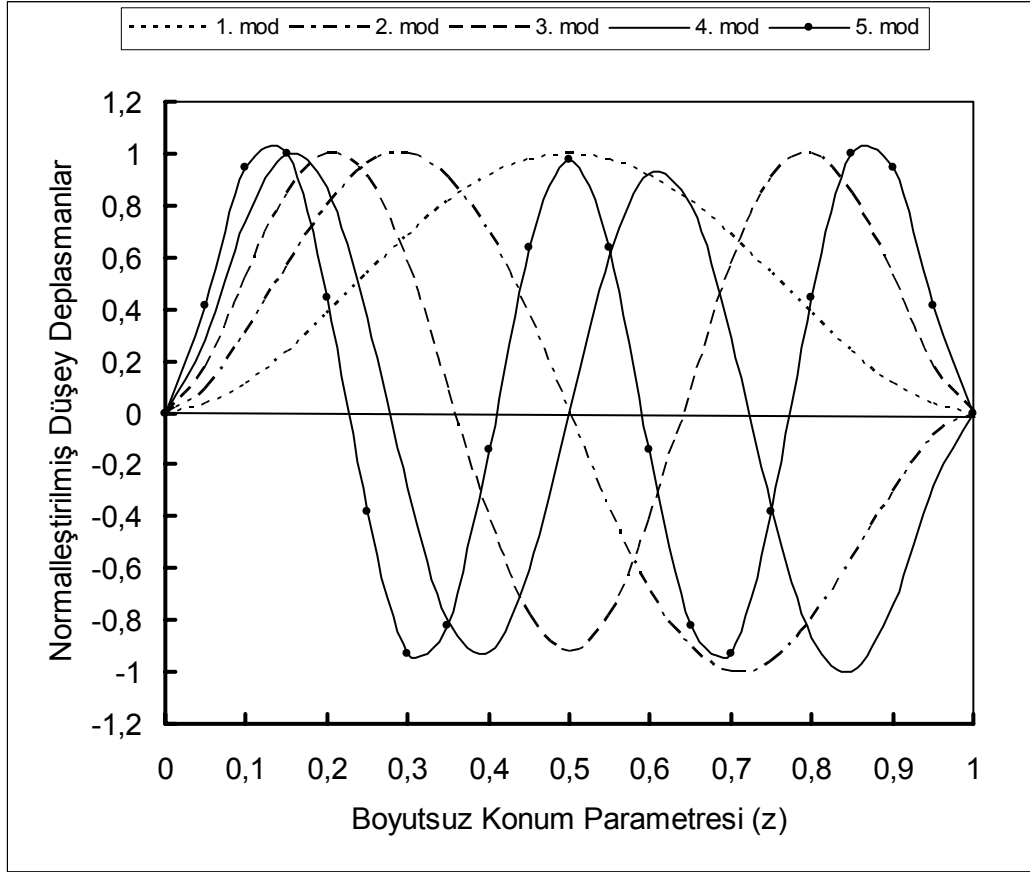
Tablo 5.6 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford ve Timoshenko kirişlerinin ilk on mod aç ısal frekans değ erleri, $C_s = 20000 \text{ t/m}^2$

ω_i (rad/sn)	L = 5,0 m				L= 7,5 m			
	$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$		$P_r = 0,25$		$P_r = 0,50$	
	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT	RBT	TBT
ω_1	479,1041	479,5800	468,0048	469,0513	414,5779	414,6300	412,0472	412,1570
ω_2	954,1827	955,7305	933,7780	938,0250	565,4674	565,7671	558,6178	559,3462
ω_3	1766,0532	1767,0363	1742,0836	1748,5590	915,0100	915,4364	905,7781	907,2795
ω_4	2783,5311	2780,7377	2756,9133	2762,8513	1420,0052	1419,9722	1409,6108	1411,4390
ω_5	3931,1336	3920,3348	3901,8924	3903,3700	2036,0162	2034,5447	2024,8027	2026,0854
ω_6	5160,9664	5137,2932	5128,9929	5121,3294	2733,1278	2728,8850	2721,1707	2720,6602
ω_7	6442,0384	6399,9823	6407,2203	6385,0133	3489,8129	3481,1677	3477,1111	3473,2411
ω_8	7754,7514	7687,9407	7716,9959	7673,9240	4289,9856	4275,0524	4276,5169	4267,4480
ω_9	9087,1990	8988,1842	9046,4337	8975,0598	5121,6046	5098,2534	5107,3421	5090,9765
ω_{10}	10432,5568	10292,7010	10388,7276	10280,4016	5975,7598	5941,5962	5960,7780	5934,6423

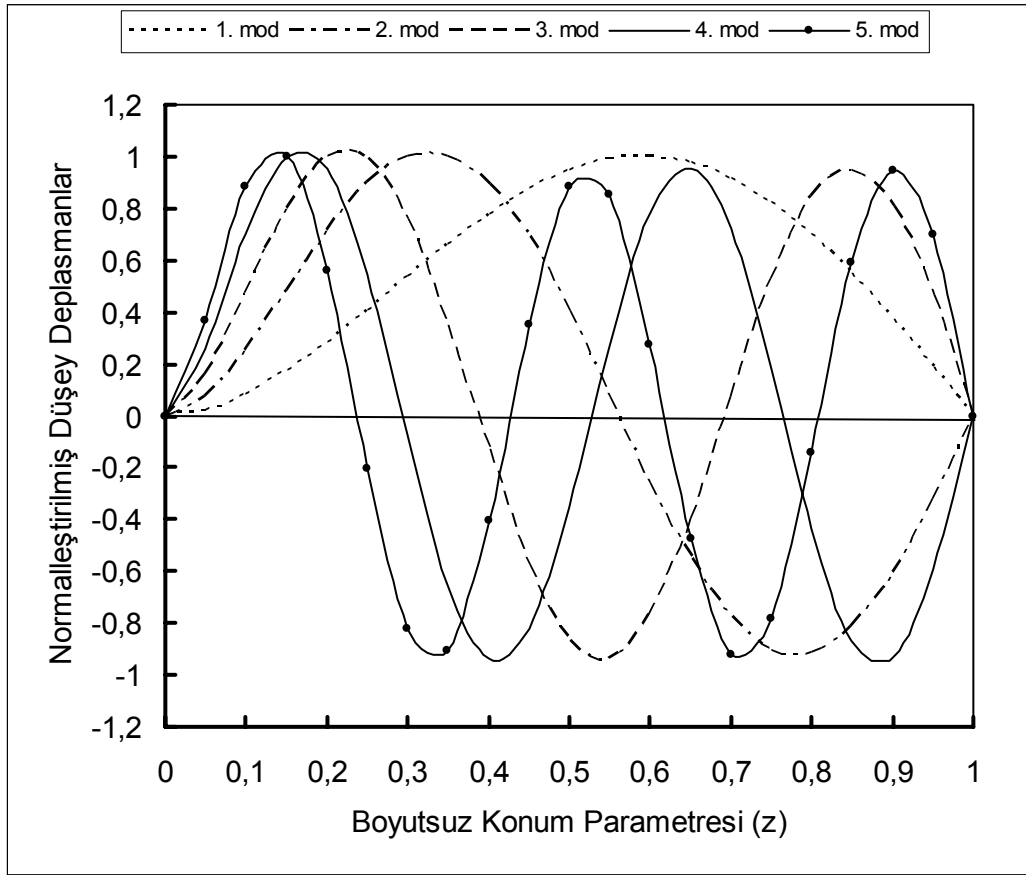
$L=7,5$ m , $P_r=0,50$ ve $C_s=20000$ t/m² olmak üzere, elastik zemine oturan, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk beş moda ait mod şekilleri, Şekil 5.2’de; bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk beş moda ait mod şekilleri, Şekil 5.3’de ve bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk beş moda ait mod şekilleri, Şekil 5.4’de sunulmuştur. Sınır koşullarının tamamı için mod şekilleri, düşey deplasman değerlerinin, en büyük düşey deplasman değerine göre normalize edilmiş durumlarına göre çizilmiştir.



Şekil 5.2 Elastik zemine oturan, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk beş moda ait normalize edilmiş mod şekilleri, $L=7,5$ m, $P_r=0,50$ ve $C_s=20000$ t/m²



Şekil 5.3 Elastik zemine oturan, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk beş moda ait normalleştirilmiş mod şekilleri, $L=7,5$ m, $P_r=0,50$ ve $C_s=20000$ t/m²



Şekil 5.4 Elastik zemine oturan, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk beş moda ait normalleştirilmiş mod şekilleri, $L=7,5$ m, $P_r=0,50$ ve $C_s=20000$ t/m²

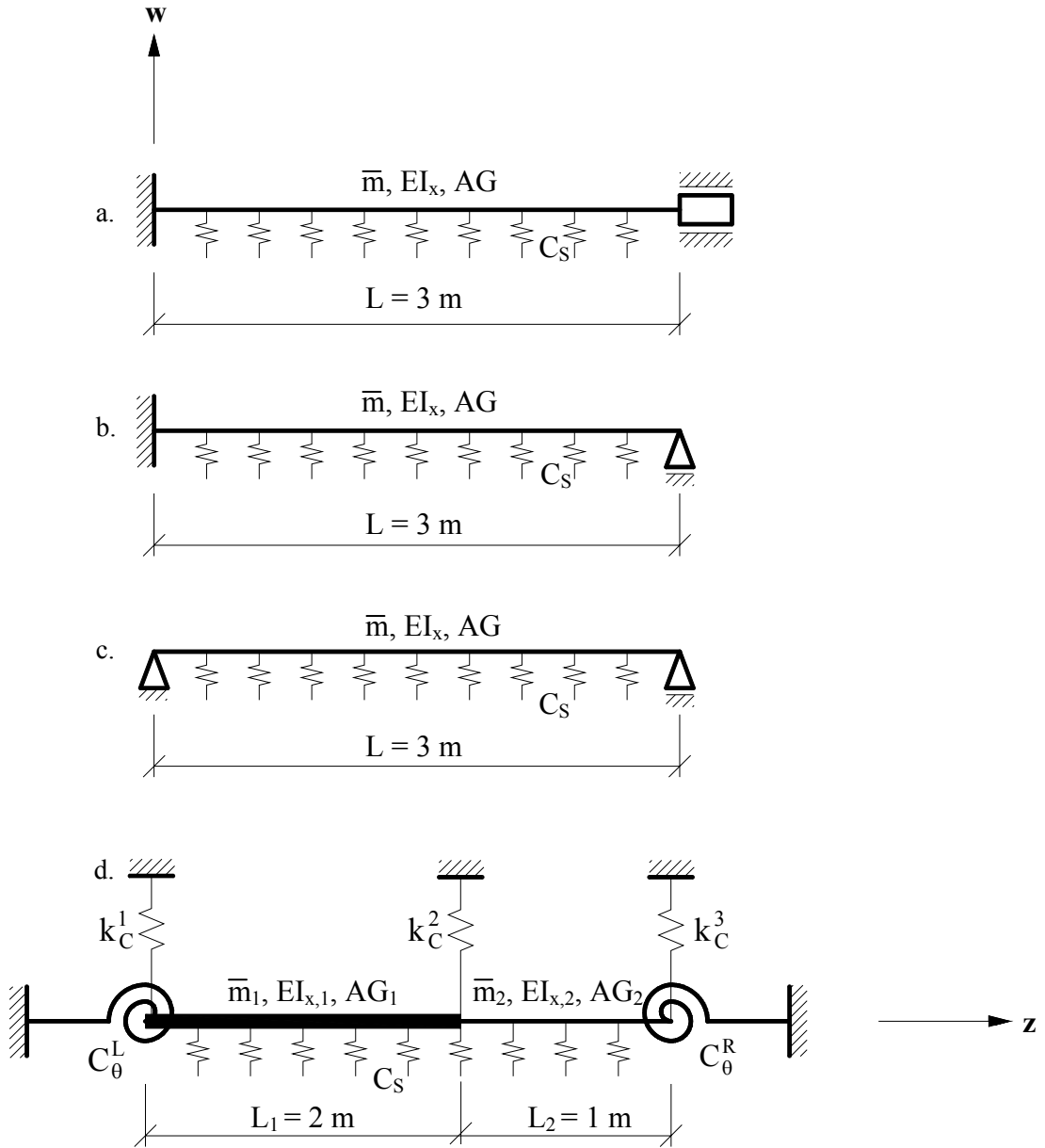
5.2 Örnek 2: DTM'na İlişkin Sayısal Uygulamalar

Tez kapsamında, 3. bölümde sunulan DTM'na ait analitik çalışmalar dikkate alınarak,

1. Tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli (Şekil 5.5a),
2. Tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli (Şekil 5.5b),
3. Tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli (Şekil 5.5c),

4. İki elemana ayrılmış, değişken en kesitli, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetli (Şekil 5.5d)

olmak üzere, dört farklı kirişin açılal frekans değeri, farklı aksenal basınç kuvvetleri, farklı zemin yatak katsayıları ve farklı rijitlik oranları için DTM kullanılarak elde edilmiştir.



Şekil 5.5a. Tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğeri ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş

b. Tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğeri ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kiriş

c. Tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) sabit, diğeri ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kiriş

d. İki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylarla mesnetli kiriş

Sayısal uygulama kapsamında dikkate alınan farklı sınır koşullarına sahip, elastik zemine oturan, tek açıklıklı Reddy-Bickford kirişinin (Şekil 5.5a, b, c) özellikleri aşağıda sunulmuştur.

$$\bar{m} = 0,050968 \text{ t.sn}^2/\text{m}; EI_x = 1,900 \times 10^3 \text{ tm}^2; L = 3,0 \text{ m}; \beta = 10, 11 \text{ ve } 12; P_r = 0,25 \text{ ve } 0,50; \alpha = 1, 10, 100, 1000 \text{ ve } 100000$$

Farklı sınır koşullarına sahip, tek açıklıklı Reddy-Bickford kirişi için, α rölatif rijitlik değerine bağlı olarak, (3.6b) bağıntısı kullanılarak hesaplanan C_s değerleri Tablo 5.7'de sunulmuştur.

Tablo 5.7 Farklı sınır koşullarına sahip, tek açıklıklı Reddy-Bickford kirişi için, zemin yatak katsayısı ile kiriş genişliğinin çarpımından elde edilen (C_s) değerlerinin, rölatif rijitlik (α) değerlerine bağlı değişimi

$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$C_s \text{ (t/m}^2\text{)}$
1	2.345679×10^1
10	2.345679×10^2
100	2.345679×10^3
1000	2.345679×10^4
10000	2.345679×10^5

Sayısal uygulama kapsamında dikkate alınan elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, değişken en kesitli, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş kirişin (Şekil 5.5d) özellikleri aşağıda sunulmuştur.

$$\bar{m}_1 = 0,050968 \text{ t.sn}^2/\text{m}; \bar{m}_2 = 0,025484 \text{ t.sn}^2/\text{m}; \frac{h_2}{h_1} = 0,50; L = 3,0 \text{ m}; L_1 = 2,0 \text{ m};$$

$$EI_{x,1} = 1,900 \times 10^3 \text{ t.m}^2; EI_{x,2} = 2,375 \times 10^2 \text{ t.m}^2; f = 0,50; k_C^1 = 1.71 \times 10^5 \text{ t/m};$$

$k_C^2 = 1,42 \times 10^5$ t/m; $k_C^3 = 1,1875 \times 10^5$ t/m; $\beta_2 = 10, 11$ ve 12 ; $P_r^{(2)} = 0,25$ ve $0,50$;
 $\alpha_2 = 1, 10, 100, 1000$ ve 100000

İki elemana ayrılmış, değişken en kesitli, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş kiriş için, α_2 rölatif rijitlik değerine bağlı olarak, (3.12b) bağıntısı kullanılarak hesaplanan C_S değerleri Tablo 5.8’de sunulmuştur.

Tablo 5.8 İki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş kiriş için, zemin yatak katsayısı ile kiriş genişliğinin çarpımından elde edilen (C_S) değerlerinin, rölatif rijitlik (α_2) değerlerine bağlı değişimi

$\alpha_2 = \frac{C_S \cdot L^4}{EI_{x,2}}$	C_S (t/m ²)
1	2.932099×10^0
10	2.932099×10^1
100	2.932099×10^2
1000	2.932099×10^3
10000	2.932099×10^4

Tek açıklıklı Reddy-Bickford kirişine ait açısal frekans değerlerinin analitik yöntem kullanılarak hesaplanabilmesi için, [6x6] boyundaki katsayılar matrisine; iki açıklıklı Reddy-Bickford kirişine ait açısal frekans değerlerinin analitik yöntem ile hesaplanabilmesi için ise, [12x12] boyundaki katsayılar matrisine gereksinim vardır. Diğer bir deyişle; analitik yöntem kullanılarak açısal frekans değerleri hesaplanırken, bölge sayısı ile doğru orantılı bir şekilde katsayılar matrisinin boyutu büyümektedir. DTM’da analitik yöntemden farklı olarak, Reddy-Bickford kirişine ait açısal frekans değerlerinin hesaplanması için gerekli olan katsayılar matrisinin boyutu, bölge sayısından bağımsız olup, daima [3x3] boyutundadır. Tek açıklıklı bir kiriş için DTM’da, (z=0) noktasındaki sınır koşulları başlangıçta kullanılır ve sadece (z=1) noktasındaki sınır koşullarına bağlı olarak elde edilen katsayılar matrisinin determinantını “sıfır” kılan her ω değeri, elastik kirişin serbest titreşim açısal frekans

değeri olarak hesaplanır. İki açıklıklı bir kiriş için DTM’da, ($z_1=0$) noktasındaki sınır koşulları başlangıçta; ($z_1 = L_1/L$) noktasındaki süreklilik koşulları arada kullanılır ve sadece ($z_2 = L_2/L$) noktasındaki sınır koşullarına bağlı olarak elde edilen katsayılar matrisinin determinantını “sıfır” kılan her ω değeri, elastik kirişin serbest titreşim açısal frekans değeri olarak hesaplanır.

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişine ait sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$w(z = 0) = 0 \quad (5.3a)$$

$$w'(z = 0) = 0 \quad (5.3b)$$

$$\phi(z = 0) = 0 \quad (5.3c)$$

$$w(z = 1) = 0 \quad (5.3d)$$

$$w'(z = 1) = 0 \quad (5.3e)$$

$$\phi(z = 1) = 0 \quad (5.3f)$$

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişine ait sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$w(z = 0) = 0 \quad (5.4a)$$

$$w'(z = 0) = 0 \quad (5.4b)$$

$$\phi(z = 0) = 0 \quad (5.4c)$$

$$w(z = 1) = 0 \quad (5.4d)$$

$$M(z = 1) = 0 \quad (5.4e)$$

$$M_h(z = 1) = 0 \quad (5.4f)$$

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişine ait sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$w(z = 0) = 0 \quad (5.5a)$$

$$M(z = 0) = 0 \quad (5.5b)$$

$$M_h(z = 0) = 0 \quad (5.5c)$$

$$w(z = 1) = 0 \quad (5.5d)$$

$$M(z = 1) = 0 \quad (5.5e)$$

$$M_h(z = 1) = 0 \quad (5.5f)$$

Şekil 5.5d'de verilen, elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, değişken en kesitli, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişine ait sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$M_1(z_1 = 0) = -C_0^L \cdot \phi_1(z_1 = 0) \quad (5.6a)$$

$$M_{h,1}(z_1 = 0) = 0 \quad (5.6b)$$

$$T_1(z_1 = 0) = -k_C^1 \cdot w_1(z_1 = 0) \quad (5.6c)$$

$$w_1\left(z_1 = \frac{L_1}{L}\right) = w_2(z_2 = 0) \quad (5.6d)$$

$$w_1'\left(z_1 = \frac{L_1}{L}\right) = w_2'(z_2 = 0) \quad (5.6e)$$

$$\phi_1\left(z_1 = \frac{L_1}{L}\right) = \phi_2(z_2 = 0) \quad (5.6f)$$

$$M_1\left(z_1 = \frac{L_1}{L}\right) = M_2(z_2 = 0) \quad (5.6g)$$

$$M_{h1}\left(z_1 = \frac{L_1}{L}\right) = M_{h2}(z_2 = 0) \quad (5.6h)$$

$$T_1\left(z_1 = \frac{L_1}{L}\right) - k_C^2 \cdot w_2(z_2 = 0) = T_2(z_2 = 0) \quad (5.6i)$$

$$M_2\left(z_2 = \frac{L_2}{L}\right) = -C_\theta^R \cdot \phi_2\left(z_2 = \frac{L_2}{L}\right) \quad (5.6j)$$

$$M_{h,2}\left(z_2 = \frac{L_2}{L}\right) = 0 \quad (5.6k)$$

$$T_2\left(z_2 = \frac{L_2}{L}\right) = -k_C^3 \cdot w_2\left(z_2 = \frac{L_2}{L}\right) \quad (5.6l)$$

C_θ^L ve C_θ^R ; f , sayısal değeri yay bağlantısının türüne göre, “sıfır” ile “bir” arasında değişen, dönmeye karşı elastik yay katsayıları için boyutsuz çarpım

faktörünü göstermek üzere, aşağıdaki bağıntılar kullanılarak hesaplanır (Monforton ve Wu, 1963).

$$C_0^L = \frac{3 \cdot EI_{x,1} \cdot f}{(1-f) \cdot L} \quad (5.7a)$$

$$C_0^R = \frac{3 \cdot EI_{x,2} \cdot f}{(1-f) \cdot L} \quad (5.7b)$$

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişine ait (5.3a) - (5.3f) sınır koşulları, (3.9a) ve (3.9b) bağıntıları kullanılarak, transfer fonksiyonları cinsinden aşağıdaki gibi yazılır.

$z = 0$ için

$$W(0) = 0 \quad (5.8a)$$

$$W(1) = 0 \quad (5.8b)$$

$$\Phi(0) = 0 \quad (5.8c)$$

$z = 1$ için

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} W(k) = 0 \quad (5.8d)$$

$$\sum_{k=1}^{\bar{N}} (k) \cdot W(k) = 0 \quad (5.8e)$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \Phi(k) = 0 \quad (5.8f)$$

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre mesnetli, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişine ait (5.4a) - (5.4f) sınır koşulları, (3.9) ve (3.10) bağıntılarından ilgili olanları kullanılarak, transfer fonksiyonları cinsinden aşağıdaki gibi yazılır.

$z = 0$ için

$$W(0) = 0 \quad (5.9a)$$

$$W(1) = 0 \quad (5.9b)$$

$$\Phi(0) = 0 \quad (5.9c)$$

$z = 1$ için

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} W(k) = 0 \quad (5.9d)$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \bar{M}(k) = 0 \quad (5.9e)$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \bar{M}_h(k) = 0 \quad (5.9f)$$

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişine ait (5.5a) - (5.5f) sınır koşulları, (3.9) ve (3.10) bağıntılarından ilgili olanları kullanılarak, aşağıdaki gibi transfer fonksiyonları cinsinden yazılır.

$z = 0$ için

$$W(0) = 0 \quad (5.10a)$$

$$W(2) = 0 \quad (5.10b)$$

$$\Phi(1) = 0 \quad (5.10c)$$

z = 1 için

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} W(k) = 0 \quad (5.10d)$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \bar{M}(k) = 0 \quad (5.10e)$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \bar{M}_h(k) = 0 \quad (5.10f)$$

Benzer şekilde; elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, değişken en kesitli, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişine ait (5.6a) - (5.6l) sınır koşulları, (3.15) ve (3.16) bağıntılarından ilgili olanları kullanılarak, aşağıdaki gibi transfer fonksiyonları cinsinden yazılır.

z₁ = 0 için

$$\bar{M}_1(0) + C_\theta^L \cdot \Phi_1(0) = 0 \quad (5.11a)$$

$$\bar{M}_{h1}(0) = 0 \quad (5.11b)$$

$$\bar{T}_1(0) + k_C^1 \cdot W_1(0) = 0 \quad (5.11c)$$

$$\underline{z_1 = \frac{L_1}{L} \text{ ve } z_2 = 0 \text{ için}}$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} z_1^k \cdot W_1(k) - W_2(0) = 0 \quad (5.11d)$$

$$\sum_{k=1}^{\bar{N}} k \cdot z_1^{k-1} \cdot W_1(k) - W_2(1) = 0 \quad (5.11e)$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} z_1^k \cdot \Phi_1(k) - \Phi_2(0) = 0 \quad (5.11f)$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} z_1^k \cdot \bar{M}_1(k) - \bar{M}_2(0) = 0 \quad (5.11g)$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} z_1^k \cdot \bar{M}_{h,1}(k) - \bar{M}_{h,2}(0) = 0 \quad (5.11h)$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} z_1^k \cdot \bar{T}_1(k) - k_C^2 \cdot W_2(0) - \bar{T}_2(0) = 0 \quad (5.11i)$$

$$\underline{z_2 = \frac{L_2}{L} \text{ için}}$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} z_2^k \cdot \bar{M}_2(k) + C_0^R \cdot \sum_{k=0}^{\bar{N}} z_2^k \cdot \Phi_2(k) = 0 \quad (5.11j)$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} z_2^k \cdot \bar{M}_{h,2}(k) = 0 \quad (5.11k)$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} z_2^k \cdot \bar{T}_2(k) + k_C^1 \cdot \sum_{k=0}^{\bar{N}} z_2^k \cdot W_2(k) = 0 \quad (5.111)$$

Tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi ile bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için, $W(2) = c_1$, $\Phi(1) = c_2$ ve $\Phi(2) = c_3$; bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için, $W(1) = c_1$, $\Phi(0) = c_2$ ve $\Phi(2) = c_3$; iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişi için ise, $W_1(0) = c_1$, $W_1(1) = c_2$ ve $\Phi_1(0) = c_3$ olmak üzere, sınır koşulları farklı dört kiriş için elde edilen denklemler, her kiriş için ayrı ayrı olmak üzere, matris formda aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{bmatrix} A_{11}^{(N)}(\omega) & A_{12}^{(N)}(\omega) & A_{13}^{(N)}(\omega) \\ A_{21}^{(N)}(\omega) & A_{22}^{(N)}(\omega) & A_{23}^{(N)}(\omega) \\ A_{31}^{(N)}(\omega) & A_{32}^{(N)}(\omega) & A_{33}^{(N)}(\omega) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.12)$$

(5.12) numaralı bağıntı ile verilen katsayıların matrisinin determinantını “sıfır” kılan her ω değeri, elastik zemine oturan ve aksenal basınç kuvveti etkisindeki elastik kirişin serbest titreşim açısal frekans değeri olarak elde edilir.

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş için, Reddy-Bickford kiriş teorisi ve DTM kullanılarak elde edilen ilk üç mod açısal frekans değerleri ile analitik yöntem kullanılarak elde edilen açısal frekans değerleri arasındaki yakınsama ilişkisi, farklı β , P_r ve α değerleri için karşılaştırmalı olarak Tablo 5.9-Tablo 5.14’de sunulmuştur. Aynı sınır koşuluna sahip kirişin, farklı β ve P_r değerleri için ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, Şekil 5.6–Şekil 5.11’de sunulmuştur.

Tablo 5.9 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakı nsama iliş kisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$

		$\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	68	160,5504	337,8758	554,5951	172,9696	343,9507	558,3168	267,0932	399,6529	594,2539	
	70	160,5507	337,8736	554,6782	172,9698	343,9484	558,3997	267,0934	399,6510	594,3318	
	72	160,5507	333,8733	554,6887	172,9698	343,9483	558,4100	267,0934	399,6507	594,3418	
	74	160,5507	337,8733	554,6897	172,9698	343,9483	558,4110	267,0934	399,6507	594,3425	
	76	160,5507	337,8733	554,6899	172,9698	343,9483	558,4111	267,0934	399,6507	594,3428	
Analitik Metot		160,5507	337,8733	554,6899	172,9698	343,9483	558,4111	267,0934	399,6507	594,3428	
DTM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		68	696,8085	757,5788	875,9801	2151,1798	2171,6257	2215,7107			
		70	696,8086	757,5778	876,0329	2151,1799	2171,6254	2215,7315			
		72	696,8086	757,5777	876,0399	2151,1799	2171,6253	2215,7341			
		74	696,8086	757,5777	876,0404	2151,1799	2171,6253	2215,73440			
76	696,8086	757,7777	876,0402	2151,1799	2171,6253	2215,7345					
Analitik Metot		696,8086	757,7777	876,0402	2151,1799	2171,6253	2215,7345				

Tablo 5.10 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$

		$\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	68	114,2936	255,1585	446,0220	131,1680	263,1499	450,6414	242,1268	332,6683	494,4674	
	70	114,2936	255,1585	446,0276	131,1680	263,1499	450,6469	242,1268	332,6683	494,4724	
	72	114,2936	255,1585	446,0281	131,1680	263,1499	450,6474	242,1268	332,6683	494,4726	
	74	114,2936	255,1585	446,0282	131,1680	263,1499	450,6475	242,1268	332,6683	494,4729	
	76	114,2936	255,1585	446,0283	131,1680	263,1499	450,6476	242,1268	332,6683	494,4730	
Analitik Metot		114,2936	255,1585	446,0283	131,1680	263,1499	450,6476	242,1268	332,6683	494,4730	
DTM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		68	687,6254	724,4802	811,6041	2148,2228	2160,3019	2191,0577			
		70	687,6254	724,4802	811,6072	2148,2228	2160,3019	2191,0580			
		72	687,6254	724,4802	811,6074	2148,2228	2160,3019	2191,0588			
		74	687,6254	724,4802	811,6075	2148,2228	2160,3019	2191,0589			
		76	687,6254	724,4802	811,6076	2148,2228	2160,3019	2191,0590			
Analitik Metot		687,6254	724,4802	811,6076	2148,2228	2160,3019	2191,0590				

Tablo 5.11 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$

		$\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	68	169,1424	355,6303	578,0248	180,9730	361,4069	581,5968	272,3445	414,7715	616,1783	
	70	169,1646	355,4901	581,2325	180,9936	361,2696	584,7844	272,3583	414,6515	619,1880	
	72	169,1649	355,4720	581,7450	180,9939	361,2521	585,2541	272,3584	414,6366	619,6310	
	74	169,1649	355,4707	581,7674	180,9939	361,2499	585,3166	272,3584	414,6344	619,6907	
	76	169,1649	355,4707	581,7662	180,9939	361,2499	585,3146	272,3584	414,6344	619,6891	
Analitik Metot		169,1649	355,4707	581,7662	180,9939	361,2499	585,3146	272,3584	414,6344	619,6891	
DTM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		\bar{N}	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
		68	698,8382	765,6621	890,9985	2151,8382	2174,4588	2221,6907			
		70	698,8430	765,5973	893,0831	2151,8397	2174,4360	2222,5275			
		72	698,8436	765,5892	893,3903	2151,8399	2174,4331	2222,6510			
		74	698,8436	765,5881	893,4310	2151,8399	2174,4328	2222,6678			
	76	698,8436	765,5881	893,4299	2151,8399	2174,4328	2222,6672				
Analitik Metot		698,8436	765,5881	893,4299	2151,8399	2174,4328	2222,6672				

Tablo 5.12 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$

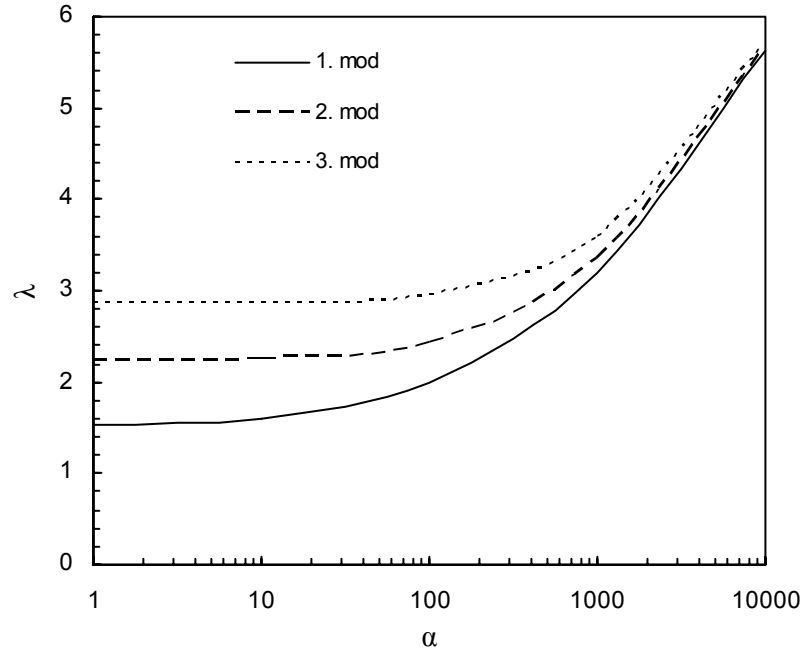
		$\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	68	126,4226	278,4729	479,0065	141,8624	285,8132	483,3107	248,0827	350,8697	524,4136	
	70	126,4237	278,4606	479,5962	141,8625	285,8024	483,8952	248,0833	350,8609	524,9523	
	72	126,4237	278,4604	479,6746	141,8625	285,8011	483,9728	248,0833	350,8598	525,0238	
	74	126,4237	278,4604	479,6850	141,8625	285,8011	483,9833	248,0833	350,8598	525,0328	
	76	126,4237	278,4604	479,6854	141,8625	285,8011	483,9836	248,0833	350,8598	525,0337	
Analitik Metot		126,4237	278,4604	479,6854	141,8625	285,8011	483,9836	248,0833	350,8598	525,0337	
DTM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		\bar{N}	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
		68	689,7451	733,0162	830,1885	2148,9021	2163,1795	2198,0094			
		70	689,7453	733,0120	830,5288	2148,9023	2163,1783	2198,1380			
		72	689,7453	733,0115	830,5741	2148,9023	2163,1779	2198,1551			
		74	689,7453	733,0115	830,5799	2148,9023	2163,1779	2198,1568			
76	689,7453	733,0115	830,5803	2148,9023	2163,1779	2198,1575					
Analitik Metot		689,7453	733,0115	830,5803	2148,9023	2163,1779	2198,1575				

Tablo 5.13 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$

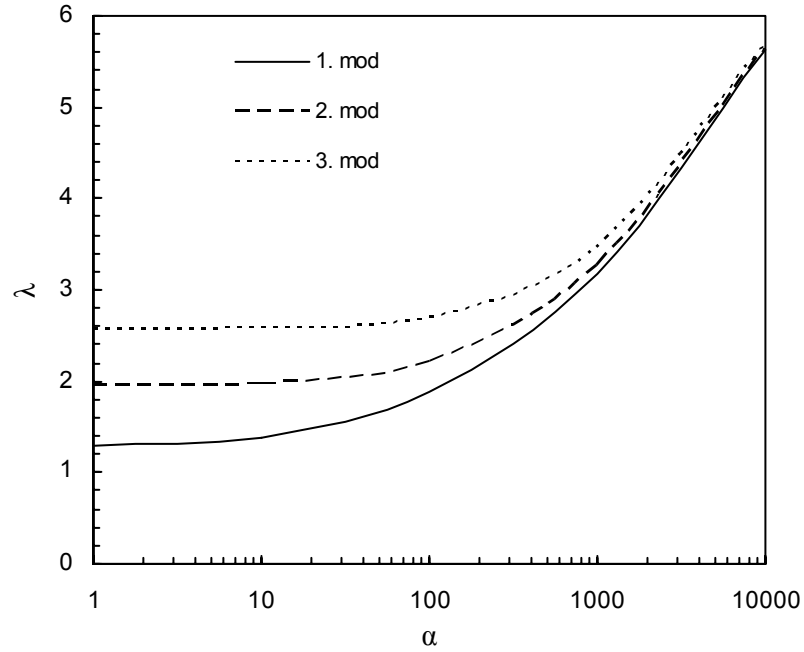
		$\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	68	176,0073	378,8122	547,5010	187,4051	384,2409	551,2659	276,6604	434,8101	587,6380	
	70	176,9509	372,7857	592,6835	188,2914	378,2997	596,1617	277,2616	429,5699	629,9488	
	72	177,0791	371,9912	604,8204	188,4210	377,5151	608,2342	277,3436	428,8801	641,3704	
	74	177,0957	371,8840	606,9148	188,4274	377,4116	610,3189	277,3540	428,7884	643,3558	
	76	177,0957	371,8837	606,9149	188,4274	377,4111	610,3190	277,3540	428,7877	643,3560	
Analitik Metot		177,0957	371,8837	606,9149	188,4274	377,4111	610,3190	277,3540	428,7877	643,3560	
DTM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		68	700,5314	776,7003	871,5030	2152,3887	2178,3703	2213,9449			
		70	700,7691	773,7786	900,5790	2152,4660	2177,3303	2225,5497			
		72	700,8015	773,3959	908,6076	2152,4766	2177,1941	2228,8117			
		74	700,8056	773,3459	910,0068	2152,4779	2177,1762	2229,3819			
	76	700,8056	773,3452	910,0071	2152,4779	2177,1761	2229,3824				
Analitik Metot		700,8056	773,3452	910,0071	2152,4779	2177,1761	2229,3824				

Tablo 5.14 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$

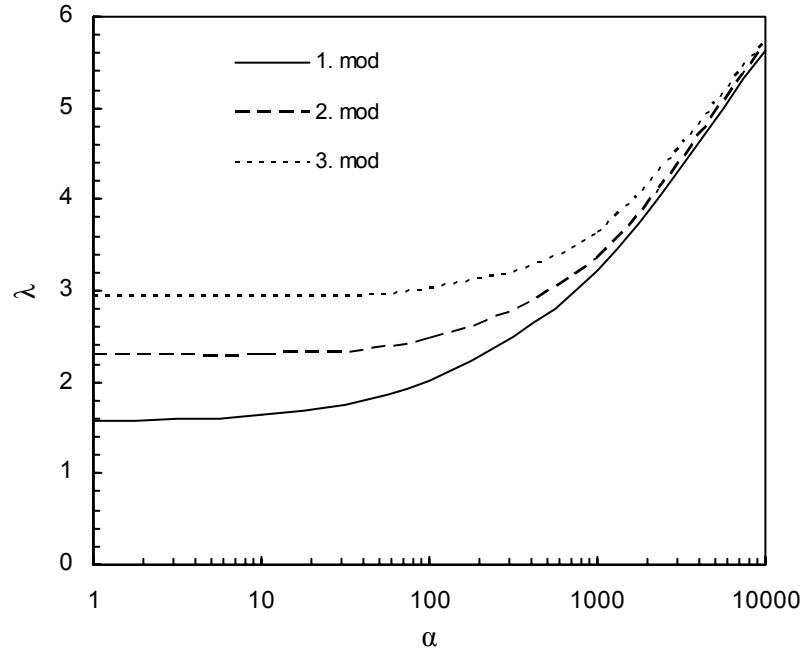
		$\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$										
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$				
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)		
DTM	\bar{N}											
	68	136,9195	300,7372	484,3319	151,2911	307,5465	488,5892	253,5928	368,7888	529,2823		
	70	137,0585	299,6020	505,2110	151,4169	306,4366	509,2938	253,6679	367,8637	548,4529		
	72	137,0780	299,4521	509,8011	151,4345	306,2901	513,8474	253,6773	367,7417	552,6839		
	74	137,0783	299,4333	510,6098	151,4348	306,2717	514,6506	253,6786	367,7264	553,4278		
	76	137,0783	299,4309	510,6182	151,4348	306,2693	514,6581	253,6786	367,7244	553,4377		
Analitik Metot		137,0783	299,4309	510,6182	151,4348	306,2693	514,6581	253,6786	367,7244	553,4377		
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$							
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)					
		DTM	\bar{N}									
			68	691,7461	741,7604	833,2725	2149,5454	2166,1581	2199,1761			
			70	691,7736	741,3009	845,5790	2149,5542	2166,0008	2203,8685			
			72	691,7770	741,2403	848,3294	2149,5553	2165,9801	2204,9253			
74	691,7775		741,2327	848,8155	2149,5555	2165,9775	2205,1092					
	76	691,7775	741,2317	848,8207	2149,5555	2165,9772	2205,1143					
Analitik Metot		691,7775	741,2317	848,8207	2149,5555	2165,9772	2205,1143					



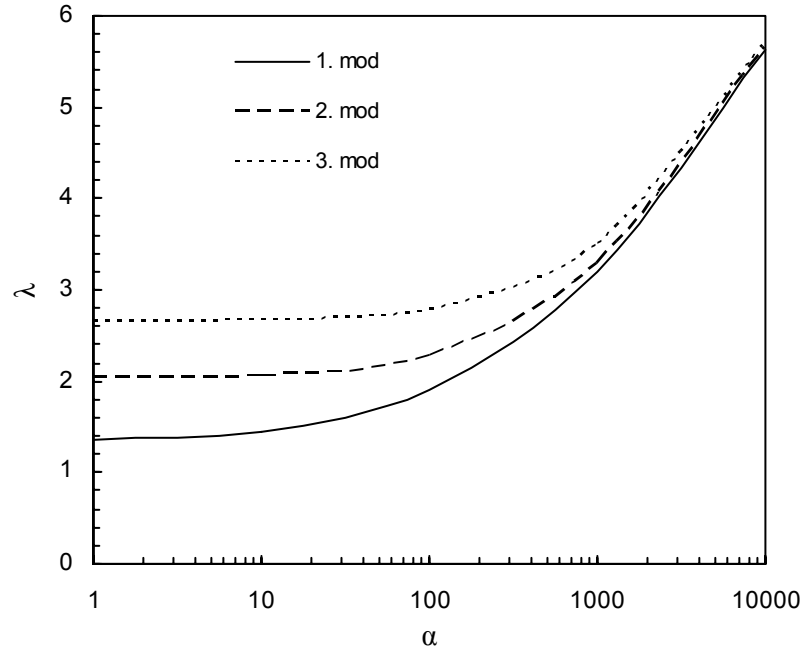
Şekil 5.6 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=10$ ve $P_r=0,25$



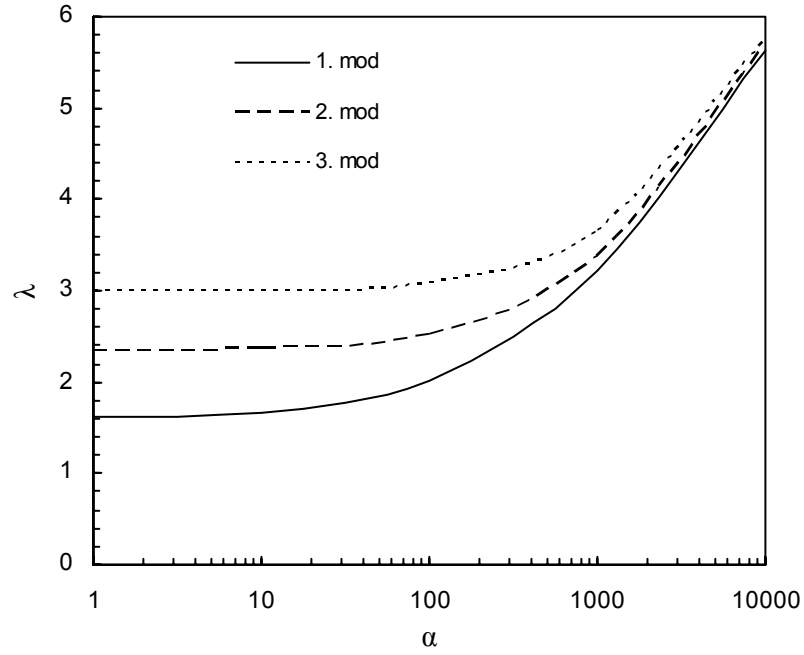
Şekil 5.7 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=10$ ve $P_r=0,50$



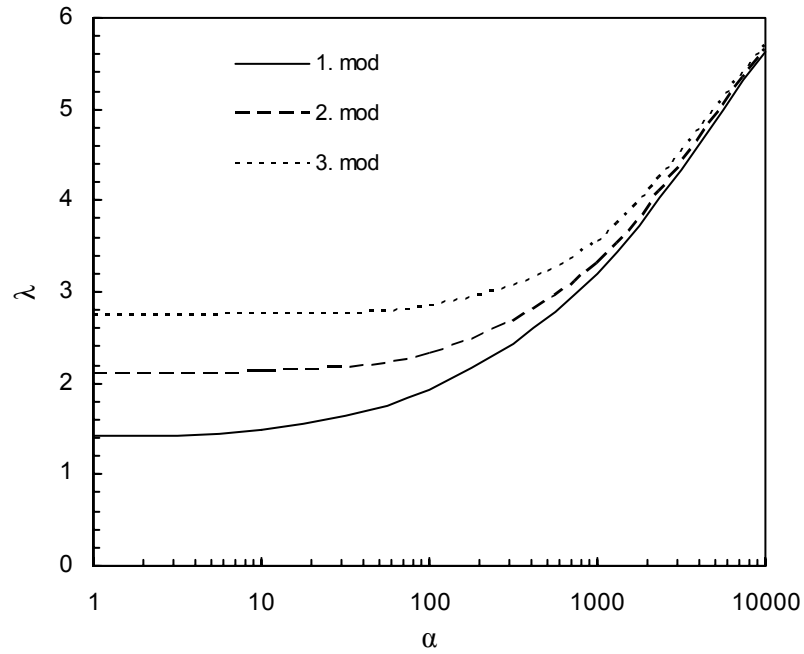
Şekil 5.8 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=11$ ve $P_r=0,25$



Şekil 5.9 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=11$ ve $P_r=0,50$



Şekil 5.10 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=12$ ve $P_r=0,25$



Şekil 5.11 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=12$ ve $P_r=0,50$

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kiriş için, Reddy-Bickford kiriş teorisi ve DTM kullanılarak elde edilen ilk üç moda ait açısal frekans değerleri ile analitik yöntemin kullanılması sonucunda elde edilen açısal frekans değerleri arasındaki yakınsama ilişkisi, farklı β , P_r ve α değerleri için karşılaştırmalı olarak Tablo 5.15-Tablo 5.20’de sunulmuştur. Aynı sınır koşuluna sahip kirişin, farklı β ve P_r değerleri için ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, Şekil 5.12–Şekil 5.17’de sunulmuştur.

Tablo 5.15 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$

		$\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	66	128,8861	316,2635	524,6847	144,0613	322,7455	528,6172	249,3472	381,5560	566,4421	
	68	128,8860	316,2652	524,6387	144,0612	322,7472	528,5715	249,3471	381,5573	566,3995	
	70	128,8860	316,2654	524,6334	144,0612	322,7473	528,5661	249,3471	381,5574	566,3942	
	72	128,8860	316,2654	524,6323	144,0612	322,7473	528,5650	249,3471	381,5575	566,3934	
	74	128,8860	316,2654	524,6319	144,0612	322,7473	528,5649	249,3471	381,5575	566,3931	
Analitik Metot		128,8860	316,2654	524,6319	144,0612	322,7473	528,5649	249,3471	381,5575	566,3931	
DTM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		66	690,2010	748,1900	857,3563	2149,0487	2168,3680	2208,4140			
		68	690,2009	748,1907	857,3282	2149,0486	2168,3682	2208,4031			
		70	690,2009	748,1908	857,3245	2149,0486	2168,3685	2208,4018			
		72	690,2009	748,1908	857,3242	2149,0486	2168,3685	2208,4017			
74	690,2009	748,1908	857,3241	2149,0486	2168,3685	2208,4015					
Analitik Metot		690,2009	748,1908	857,3241	2149,0486	2168,3685	2208,4015				

Tablo 5.16 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$

		$\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$									
		\bar{N}	$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DTM	66	66,7846	230,6039	412,7252	92,7482	239,4163	417,7130	223,6572	314,2300	464,6552	
	68	66,7846	230,6040	412,7185	92,7482	239,4164	417,7063	223,6572	314,2301	464,6492	
	70	66,7846	230,6040	412,7177	92,7482	239,4164	417,7056	223,6572	314,2301	464,6486	
	72	66,7846	230,6040	412,7176	92,7482	239,4164	417,7055	223,6572	314,2301	464,6485	
	74	66,7846	230,6040	412,7176	92,7482	239,4164	417,7055	223,6572	314,2301	464,6485	
Analitik Metot		66,7846	230,6040	412,7176	92,7482	239,4164	417,7055	223,6572	314,2301	464,6485	
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		\bar{N}	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
DTM	66	681,3412	716,2009	793,7933	2146,2196	2157,5394	2184,5229				
	68	681,3412	716,2010	793,7898	2146,2196	2157,5394	2184,5220				
	70	681,3412	716,2010	793,7894	2146,2196	2157,5394	2184,5216				
	72	681,3412	716,2010	793,7893	2146,2196	2157,5394	2184,5215				
	74	681,3412	716,2010	793,7893	2146,2196	2157,5394	2184,5215				
Analitik Metot		681,3412	716,2010	793,7893	2146,2196	2157,5394	2184,5215				

Tablo 5.17 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$

		$\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	66	135,9678	333,3298	553,8136	150,4302	339,4859	557,5408	253,0802	395,8169	593,5239	
	68	135,9585	333,4140	552,0528	150,4220	339,5684	555,7917	253,0753	395,8877	591,8821	
	70	135,9575	333,4248	551,8105	150,4209	339,5792	555,5512	253,0747	395,8969	591,6548	
	72	135,9574	333,4256	551,7777	150,4208	339,5803	555,5169	253,0746	395,8977	591,6241	
	74	135,9574	333,4258	551,7728	150,4208	339,5804	555,5129	253,0746	395,8978	591,6203	
Analitik Metot		135,9574	333,4258	551,7728	150,4208	339,5804	555,5129	253,0746	395,8978	591,6203	
DTM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		66	691,5583	755,5622	875,4856	2149,4849	2170,9230	2215,5151			
		68	691,5570	755,5992	874,3726	2149,4847	2170,9359	2215,0757			
		70	691,5565	755,6041	874,2198	2149,4844	2170,9360	2215,0155			
		72	691,5563	755,6046	874,1983	2149,4843	2170,9378	2215,0072			
	74	691,5563	755,6047	874,1954	2149,4843	2170,9379	2215,0059				
Analitik Metot		691,5563	755,6047	874,1954	2149,4843	2170,9379	2215,0059				

Tablo 5.18 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$

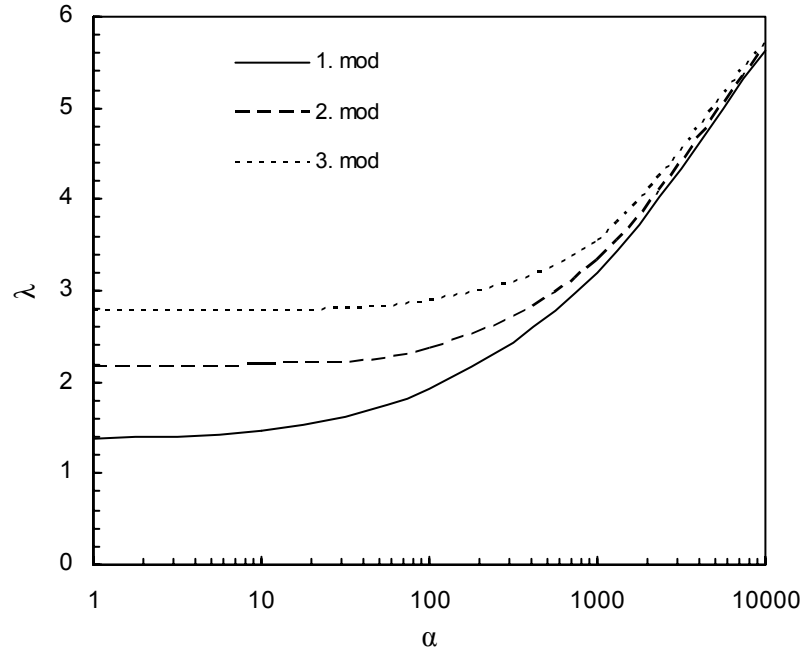
		$\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	66	79,8402	253,8541	447,7198	102,5500	261,8853	452,3218	227,8965	331,6689	495,9993	
	68	79,8388	253,8710	447,0389	102,5489	261,9017	451,6479	227,8961	331,6818	495,3848	
	70	79,8387	253,8729	446,9390	102,5487	261,9036	451,5498	227,8960	331,6834	495,3046	
	72	79,8387	253,8732	446,9377	102,5487	261,9039	451,5490	227,8960	331,6835	495,2939	
	74	79,8387	253,8732	446,9376	102,5487	261,9039	451,5476	227,8960	331,6835	495,2934	
Analitik Metot		79,8387	253,8732	446,9376	102,5487	261,9039	451,5476	227,8960	331,6835	495,2934	
DTM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		66	682,7449	724,0218	815,5384	2146,6657	2160,1482	2191,4039			
		68	682,7445	724,0277	812,1634	2146,6655	2160,1500	2191,2649			
		70	682,7444	724,0284	812,1144	2146,6654	2160,1503	2191,2468			
		72	682,7444	724,0285	812,1084	2146,6654	2160,1504	2191,2446			
	74	682,7444	724,0285	812,1076	2146,6654	2160,1504	2191,2443				
Analitik Metot		682,7444	724,0285	812,1076	2146,6654	2160,1504	2191,2443				

Tablo 5.19 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama iliş kisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$

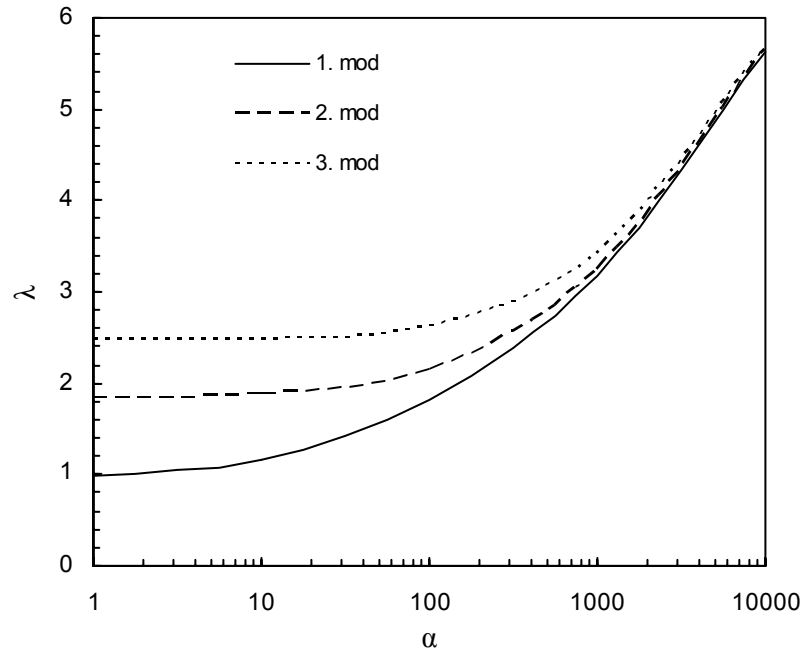
		$\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	68	142,4192	348,8300	586,3335	156,2855	354,7178	589,8537	256,6037	408,9566	623,9780	
	70	142,3673	349,2433	578,4373	156,2385	355,1238	582,0098	256,5752	409,3071	616,5659	
	72	142,3608	349,3006	577,4016	156,2325	355,1807	580,9763	256,5713	409,3561	615,5944	
	74	142,3597	349,3064	577,2500	153,2318	355,1865	580,8255	256,5711	409,3625	615,4516	
	76	142,3597	349,3064	577,2495	156,2318	355,1865	580,8253	256,5711	409,3625	615,4513	
Analitik Metot		142,3597	349,3064	577,2495	156,2318	355,1865	580,8253	256,5711	409,3625	615,4513	
DTM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		68	692,8556	762,5272	896,4090	2149,9027	2173,3570	2223,8651			
		70	692,8449	762,7167	891,2674	2149,8993	2173,4233	2221,7974			
		72	692,8436	762,7421	890,5940	2149,8988	2173,4327	2221,5270			
		74	692,8434	762,7461	890,4950	2149,8987	2173,4335	2221,4903			
		76	692,8434	762,7461	890,4947	2149,8987	2173,4335	2221,4902			
Analitik Metot		692,8434	762,7461	890,4947	2149,8987	2173,4335	2221,4902				

Tablo 5.20 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$

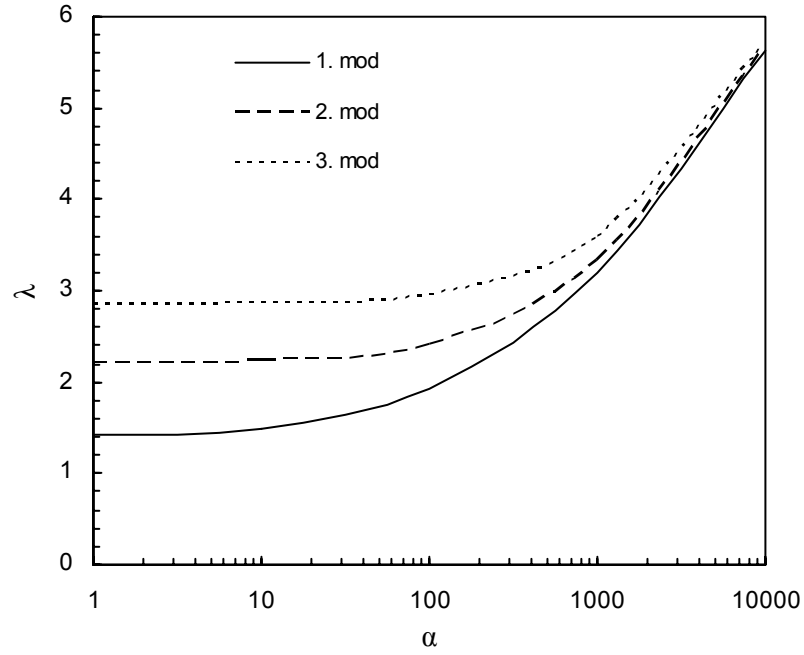
		$\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	68	90,4885	274,3650	485,0932	111,0415	281,8124	489,3439	231,8416	347,6184	529,9791	
	70	90,4686	274,5593	479,0814	111,0252	282,0015	483,3850	231,8338	347,7717	524,4820	
	72	90,4661	274,5844	478,2003	111,0232	282,0260	482,5117	231,8329	347,7916	523,6773	
	74	90,4658	274,5875	478,1989	111,0230	282,0289	482,5103	231,8328	347,7940	523,6760	
	76	90,4658	274,5879	478,1987	111,0230	282,0293	482,5101	231,8328	347,7943	523,6757	
Analitik Metot		90,4658	274,5879	478,1987	111,0230	282,0293	482,5101	231,8328	347,7943	523,6757	
DTM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		68	684,0715	731,4655	833,7152	2147,0879	2162,6545	2199,3439			
		70	684,0689	731,5384	829,7893	2147,0871	2162,6792	2198,0258			
		72	684,0686	731,5486	829,7308	2147,0870	2162,6823	2197,8339			
		74	684,0685	731,5490	829,7236	2147,0869	2162,6827	2197,8336			
	76	684,0685	731,5491	829,7226	2147,0869	2162,6828	2197,8335				
Analitik Metot		684,0685	731,5491	829,7226	2147,0869	2162,6828	2197,8335				



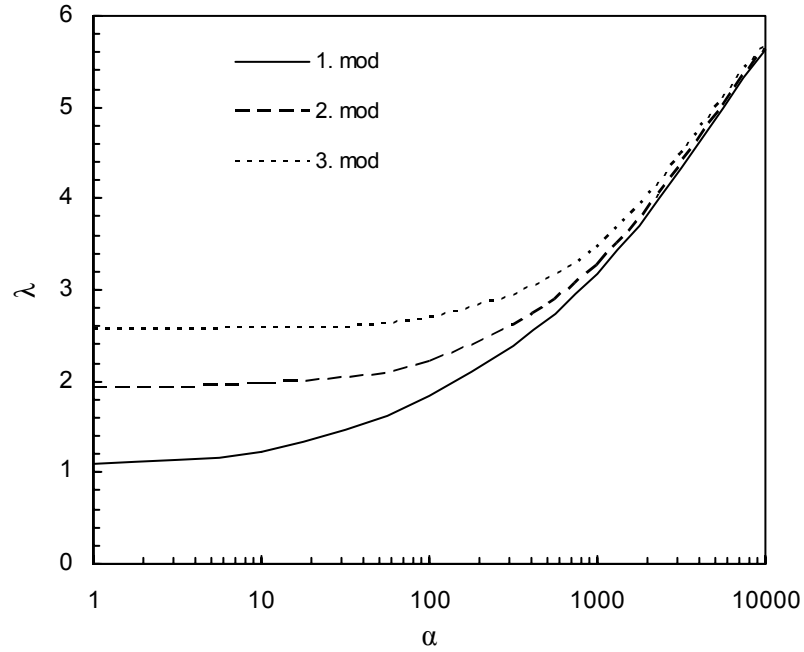
Şekil 5.12 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=10$ ve $P_r=0,25$



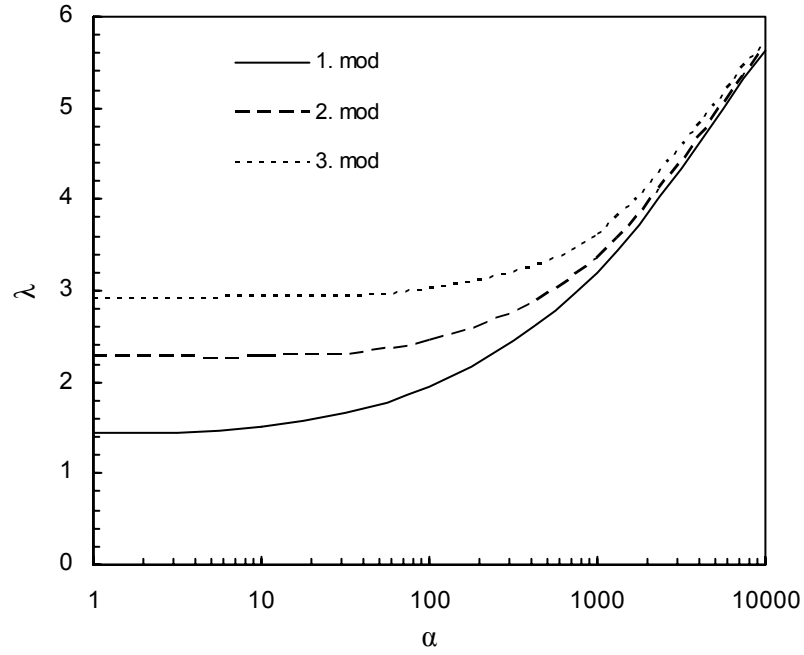
Şekil 5.13 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=10$ ve $P_r=0,50$



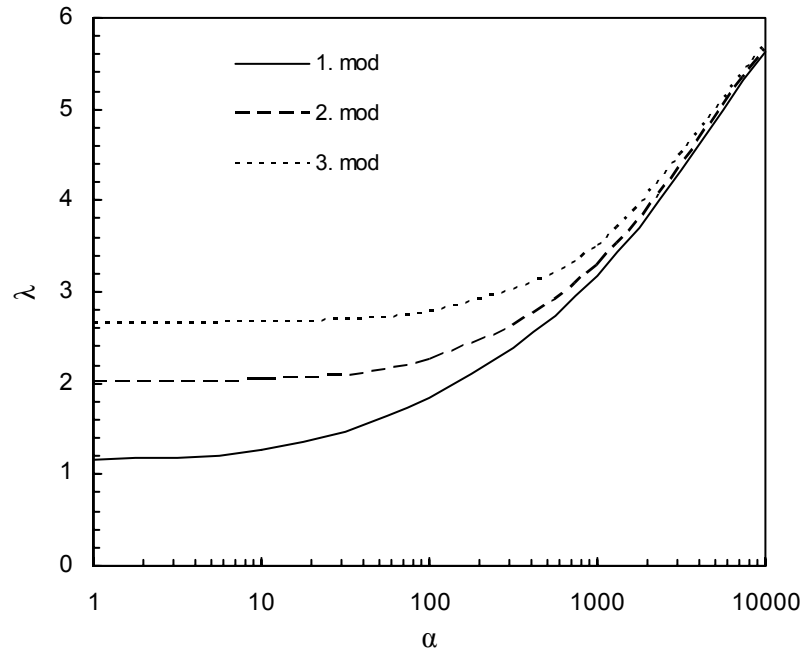
Şekil 5.14 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=11$ ve $P_r=0,25$



Şekil 5.15 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=11$ ve $P_r=0,50$



Şekil 5.16 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=12$ ve $P_r=0,25$



Şekil 5.17 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=12$ ve $P_r=0,50$

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kiriş için, Reddy-Bickford kiriş teorisi ve DTM kullanılarak elde edilen ilk üç moda ait açısal frekans değerleri ile analitik yöntemin kullanılmasıyla elde edilen açısal frekans değerleri arasındaki yakınsama ilişkisi, farklı β , P_r ve α değerleri için karşılaştırmalı olarak Tablo 5.21-Tablo 5.32'de sunulmuştur. Aynı sınır koşuluna sahip kirişin, farklı β ve P_r değerleri için ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, Şekil 5.18-Şekil 5.23'de sunulmuştur.

Tablo 5.21 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama iliş kisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$; $\alpha = 1, 10, 100$

		$\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DTM	N									
	10	99,6236	---	---	118,6039	---	---	235,5573	---	---
	12	99,6607	---	---	118,6351	---	---	235,5730	---	---
	14	99,6589	---	---	118,6336	---	---	235,5722	---	---
	16	99,6589	293,0905	---	118,6336	300,0734	---	235,5722	362,5802	---
	18	99,6589	294,0509	---	118,6336	301,0116	---	235,5722	363,3570	---
	20	99,6589	293,9553	---	118,6336	300,9181	---	235,5722	363,2796	---
	22	99,6589	293,9628	---	118,6336	300,9255	---	235,5722	363,2857	---
	24	99,6589	293,9623	498,3801	118,6336	300,9250	502,5184	235,5722	363,2853	542,1670
	26	99,6589	293,9623	496,6088	118,6336	300,9250	500,7617	235,5722	363,2853	540,5392
	28	99,6589	293,9623	496,7903	118,6336	300,9250	500,9418	235,5722	363,2853	540,7060
	30	99,6589	293,9623	496,7728	118,6336	300,9250	500,9244	235,5722	363,2853	540,6899
	32	99,6589	293,9623	496,7743	118,6336	300,9250	500,9259	235,5722	363,2853	540,6913
34	99,6589	293,9623	496,7742	118,6336	300,9250	500,9258	235,5722	363,2853	540,6912	
Analitik Metot		99,6589	293,9623	496,7742	118,6336	300,9250	500,9258	235,5722	363,2853	540,6912

Tablo 5.22 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakı nsama iliş kisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$; $\alpha = 1000, 10000$

	\bar{N}	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$					
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DTM	10	685,3397	---	---	2147,4923	---	---
	12	685,3451	---	---	2147,4940	---	---
	14	685,3449	---	---	2147,4939	---	---
	16	685,3449	738,6932	---	2147,4939	2165,1098	---
	18	685,3449	739,0748	---	2147,4939	2165,2400	---
	20	685,3449	739,0368	---	2147,4939	2165,2270	---
	22	685,3449	739,0398	---	2147,4939	2165,2279	---
	24	685,3449	739,0396	841,5155	2147,4939	2165,2280	2202,3126
	26	685,3449	739,0396	840,4677	2147,4939	2165,2280	2201,9125
	28	685,3449	739,0396	840,5750	2147,4939	2165,2280	2201,9534
	30	685,3449	739,0396	840,5646	2147,4939	2165,2280	2201,9495
	32	685,3449	739,0396	840,5655	2147,4939	2165,2280	2201,9499
	34	685,3449	739,0396	840,5654	2147,4939	2165,2280	2201,9498
	Analitik Metot		685,3449	739,0396	840,5654	2147,4939	2165,2280

Tablo 5.23 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama iliş kisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$; $\alpha = 1, 10, 100$

	\bar{N}	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DTM	10	30,9953	---	---	71,4335	---	---	215,6921	---	---
	12	31,0828	---	---	71,4715	---	---	215,7047	---	---
	14	31,0783	---	---	71,4696	---	---	215,7040	---	---
	16	31,0783	223,7812	---	71,4696	232,8520	---	215,7040	309,2578	---
	18	31,0783	224,9446	---	71,4696	233,9703	---	215,7040	310,1007	---
	20	31,0783	224,8235	---	71,4696	233,8539	---	215,7040	310,0128	---
	22	31,0783	224,8332	---	71,4696	233,8632	---	215,7040	310,0199	---
	24	31,0783	224,8326	409,5842	71,4696	233,8626	414,6097	215,7040	310,0194	461,8675
	26	31,0783	224,8326	407,3371	71,4696	233,8626	412,3900	215,7040	310,0194	459,8759
	28	31,0783	224,8326	407,5617	71,4696	233,8626	412,6119	215,7040	310,0194	460,0749
	30	31,0783	224,8326	407,5400	71,4696	233,8626	412,5905	215,7040	310,0194	460,0557
	32	31,0783	224,8326	407,5419	71,4696	233,8626	412,5923	215,7040	310,0194	460,0573
	34	31,0783	224,8326	407,5417	71,4696	233,8626	412,5922	215,7040	310,0194	460,0572
Analitik Metot		31,0783	224,8326	407,5417	71,4696	233,8626	412,5922	215,7040	310,0194	460,0572

Tablo 5.24 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama iliş kisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$; $\alpha = 1000, 10000$

	\bar{N}	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$					
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DTM	10	678,7683	---	---	2145,3972	---	---
	12	678,7723	---	---	2145,4042	---	---
	14	678,7721	---	---	2145,4054	---	---
	16	678,7721	714,0334	---	2145,4054	2156,8209	---
	18	678,7721	714,3989	---	2145,4054	2156,9419	---
	20	678,7721	714,3607	---	2145,4054	2156,9293	---
	22	678,7721	714,3638	---	2145,4054	2156,9303	---
	24	678,7721	714,3636	792,1646	2145,4054	2156,9302	---
	26	678,7721	714,3636	791,0051	2145,4054	2156,9302	2183,9316
	28	678,7721	714,3636	791,1209	2145,4054	2156,9302	2183,5113
	30	678,7721	714,3636	791,1097	2145,4054	2156,9302	2183,5533
	32	678,7721	714,3636	791,1105	2145,4054	2156,9302	2183,5492
	34	678,7721	714,3636	791,1106	2145,4054	2156,9302	2183,5495
Analitik Metot		678,7721	714,3636	791,1106	2145,4054	2156,9302	2183,5495

Tablo 5.25 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakı nsama iliş kisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$; $\alpha = 1, 10, 100$

DTM	\bar{N}	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
10	104,7619	---	---	122,9516	---	---	237,7760	---	---	
12	104,8000	---	---	122,9840	---	---	237,7928	---	---	
14	104,7982	---	---	122,9824	---	---	237,7920	---	---	
16	104,7982	309,5315	---	122,9824	316,1515	---	237,7920	375,9948	---	
18	104,7982	310,5178	---	122,9824	317,1172	---	237,7920	376,8072	---	
20	104,7982	310,4198	---	122,9824	317,0213	---	237,7920	376,7265	---	
22	104,7982	310,4275	---	122,9824	317,0288	---	237,7920	376,7328	---	
24	104,7982	310,4270	525,4780	122,9824	317,0284	529,4045	237,7920	376,7324	567,1767	
26	104,7982	310,4270	523,6768	122,9824	317,0284	527,6167	237,7920	376,7324	565,5084	
28	104,7982	310,4270	523,8618	122,9824	317,0284	527,8004	237,7920	376,7324	565,6798	
30	104,7982	310,4270	523,8441	122,9824	317,0284	527,7827	237,7920	376,7324	565,6632	
32	104,7982	310,4270	523,8455	122,9824	317,0284	527,7842	237,7920	376,7324	565,6647	
34	104,7982	310,4270	523,8454	122,9824	317,0284	527,7841	237,7920	376,7324	565,6645	
Analitik Metot	104,7982	310,4270	523,8454	122,9824	317,0284	527,7841	237,7920	376,7324	565,6645	

Tablo 5.26 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$; $\alpha = 1000, 10000$

	\bar{N}	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$					
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DTM	10	686,1055	---	---	2147,7368	---	---
	12	686,1113	---	---	2147,7387	---	---
	14	686,1110	---	---	2147,7386	---	---
	16	686,1110	745,3693	---	2147,7386	2167,3966	---
	18	686,1110	745,7794	---	2147,7386	2167,5377	---
	20	686,1110	745,7386	---	2147,7386	2167,5236	---
	22	686,1110	745,7418	---	2147,7386	2167,5249	---
	24	686,1110	745,7416	---	2147,7386	2167,5247	2208,6026
	26	686,1110	745,7416	857,8419	2147,7386	2167,5247	2208,1747
	28	686,1110	745,7416	856,7398	2147,7386	2167,5247	2208,2186
	30	686,1110	745,7416	856,8529	2147,7386	2167,5247	2208,2144
	32	686,1110	745,7416	856,8420	2147,7386	2167,5247	2208,2148
	34	686,1110	745,7416	856,8429	2147,7386	2167,5247	2208,2147
Analitik Metot		686,1110	745,7416	856,8429	2147,7386	2167,5247	2208,2147

Tablo 5.27 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama iliş kisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$; $\alpha = 1, 10, 100$

	\bar{N}	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DTM	10	44,8439	---	---	78,4412	---	---	218,1132	---	---
	12	44,9100	---	---	78,4790	---	---	218,1268	---	---
	14	44,9067	---	---	78,4771	---	---	218,1261	---	---
	16	44,9067	244,9356	---	78,4771	253,2498	---	218,1261	324,8935	---
	18	44,9067	246,0782	---	78,4771	254,3551	---	218,1261	325,7558	---
	20	44,9067	245,9602	---	78,4771	254,2410	---	218,1261	325,6667	---
	22	44,9067	245,9697	---	78,4771	254,2501	---	218,1261	325,6739	---
	24	44,9067	245,9691	442,1380	78,4771	254,2495	446,7976	218,1261	325,6734	490,9668
	26	44,9067	245,9691	439,9333	78,4771	254,2495	444,6159	218,1261	325,6734	488,9823
	28	44,9067	245,9691	440,1558	78,4771	254,2495	444,8361	218,1261	325,6734	489,1825
	30	44,9067	245,9691	440,1343	78,4771	254,2495	444,8148	218,1261	325,6734	489,1631
	32	44,9067	245,9691	440,1361	78,4771	254,2495	444,8166	218,1261	325,6734	489,1648
	34	44,9067	245,9691	440,1360	78,4771	254,2495	444,8165	218,1261	325,6734	489,1646
Analitik Metot		44,9067	245,9691	440,1360	78,4771	254,2495	444,8165	218,1261	325,6734	489,1646

Tablo 5.28 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$; $\alpha = 1000, 10000$

	\bar{N}	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$					
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DTM	10	679,5415	---	---	2145,6489	---	---
	12	679,5459	---	---	2145,6503	---	---
	14	679,5456	---	---	2145,6502	---	---
	16	679,5456	720,9432	---	2145,6502	2159,1183	---
	18	679,5456	721,3322	---	2145,6502	2159,2482	---
	20	679,5456	721,2920	---	2145,6502	2159,2348	---
	22	679,5456	721,2952	---	2145,6502	2159,2356	---
	24	679,5456	721,2950	809,4762	2145,6502	2159,2358	2190,2704
	26	679,5456	721,2950	808,2741	2145,6502	2159,2358	2189,8264
	28	679,5456	721,2950	808,3952	2145,6502	2159,2358	2189,8711
	30	679,5456	721,2950	808,3835	2145,6502	2159,2358	2189,8668
	32	679,5456	721,2950	808,3845	2145,6502	2159,2358	2189,8670
	34	679,5456	721,2950	808,3844	2145,6502	2159,2358	2189,8671
Analitik Metot		679,5456	721,2950	808,3844	2145,6502	2159,2358	2189,8671

Tablo 5.29 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama iliş kisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$; $\alpha = 1, 10, 100$

DTM	\bar{N}	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
10	109,2597	---	---	126,8058	---	---	239,7917	---	---	
12	109,2986	---	---	126,8393	---	---	239,8094	---	---	
14	109,2968	---	---	126,8378	---	---	239,8086	---	---	
16	109,2968	324,6314	---	126,8378	330,9496	---	239,8086	389,3674	---	
18	109,2968	325,6449	---	126,8378	331,9437	---	239,8086	389,2834	---	
20	109,2968	325,5445	---	126,8378	331,8452	---	239,8086	389,2900	---	
22	109,2968	325,5524	---	126,8378	331,8529	---	239,8086	389,2898	---	
24	109,2968	325,5519	550,8272	126,8378	331,8524	554,5743	239,8086	389,2896	590,7393	
26	109,2968	325,5519	548,8931	126,8378	331,8524	552,7527	239,8086	389,2896	589,0297	
28	109,2968	325,5519	549,1819	126,8378	331,8524	552,9402	239,8086	389,2896	589,2056	
30	109,2968	325,5519	549,1639	126,8378	331,8524	552,9222	239,8086	389,2896	589,1887	
32	109,2968	325,5519	549,1651	126,8378	331,8524	552,9235	239,8086	389,2896	589,1895	
34	109,2968	325,5519	549,1653	126,8378	331,8524	552,9237	239,8086	389,2896	589,1900	
Analitik Metot	109,2968	325,5519	549,1653	126,8378	331,8524	552,9237	239,8086	389,2896	589,1900	

Tablo 5.30 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$; $\alpha = 1000, 10000$

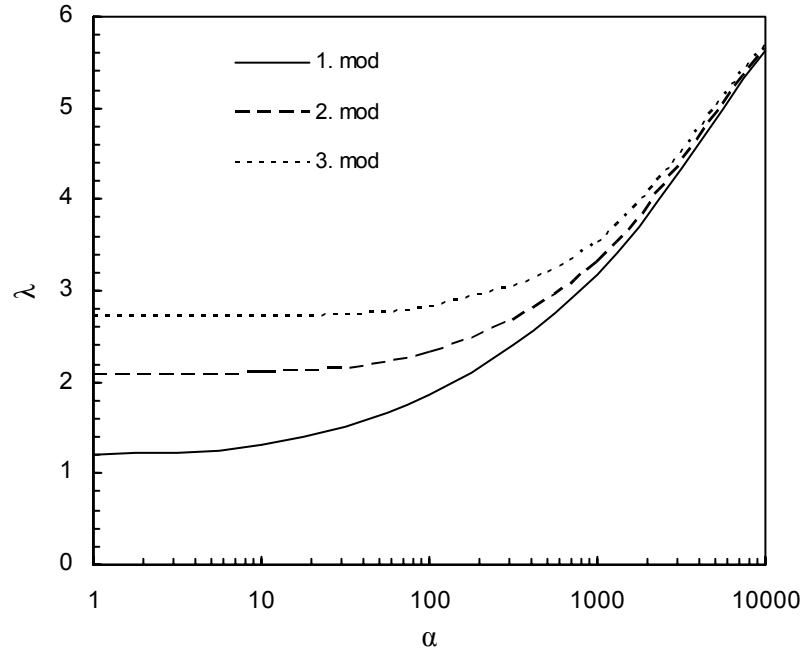
	\bar{N}	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$					
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DTM	10	686,8066	---	---	2147,9609	---	---
	12	686,8128	---	---	2147,9629	---	---
	14	686,8125	---	---	2147,9628	---	---
	16	686,8125	751,7654	---	2147,9628	2169,7564	---
	18	686,8125	752,2036	---	2147,9628	2169,7413	---
	20	686,8125	752,1601	---	2147,9628	2169,7419	---
	22	686,8125	752,1635	---	2147,9628	2169,7423	---
	24	686,8125	752,1633	873,5995	2147,9628	2169,7424	2214,7706
	26	686,8125	752,1633	872,4444	2147,9628	2169,7424	2214,3152
	28	686,8125	752,1633	872,5631	2147,9628	2169,7424	2214,3620
	30	686,8125	752,1633	872,5517	2147,9628	2169,7424	2214,3575
	32	686,8125	752,1633	872,5525	2147,9628	2169,7424	2214,3577
	34	686,8125	752,1633	872,5526	2147,9628	2169,7424	2214,3579
	Analitik Metot		686,8125	752,1633	872,5526	2147,9628	2169,7424

Tablo 5.31 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$; $\alpha = 1, 10, 100$

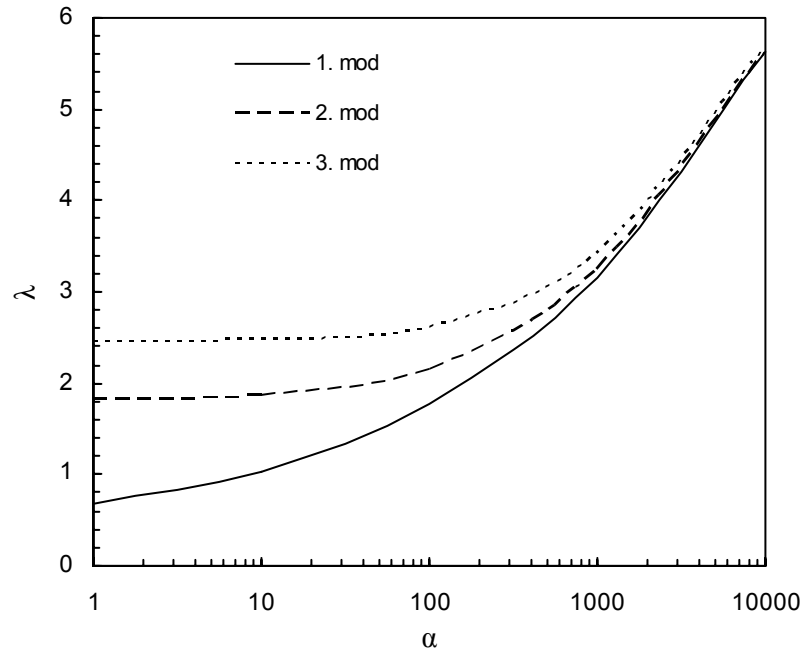
	\bar{N}	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DTM	10	54,5311	---	---	84,3545	---	---	220,3089	---	---
	12	54,5899	---	---	84,3925	---	---	220,3235	---	---
	14	54,5870	---	---	84,3906	---	---	220,3228	---	---
	16	54,5870	263,7706	---	84,3906	271,5087	---	220,3228	339,3189	---
	18	54,5870	264,9096	---	84,3906	272,6153	---	220,3228	340,2050	---
	20	54,5870	264,7928	---	84,3906	272,5018	---	220,3228	340,1141	---
	22	54,5870	264,8021	---	84,3906	272,5109	---	220,3228	340,1214	---
	24	54,5870	264,8016	471,9670	84,3906	272,5104	476,3348	220,3228	340,1209	517,9915
	26	54,5870	264,8016	469,7854	84,3906	272,5104	474,1733	220,3228	340,1209	516,0045
	28	54,5870	264,8016	470,0071	84,3906	272,5104	474,3930	220,3228	340,1209	516,2064
	30	54,5870	264,8016	469,9857	84,3906	272,5104	474,3717	220,3228	340,1209	516,1869
	32	54,5870	264,8016	469,9875	84,3906	272,5104	474,3735	220,3228	340,1209	516,1885
	34	54,5870	264,8016	469,9873	84,3906	272,5104	474,3734	220,3228	340,1209	516,1884
Analitik Metot		54,5870	264,8016	469,9873	84,3906	272,5104	474,3734	220,3228	340,1209	516,1884

Tablo 5.32 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$; $\alpha = 1000, 10000$

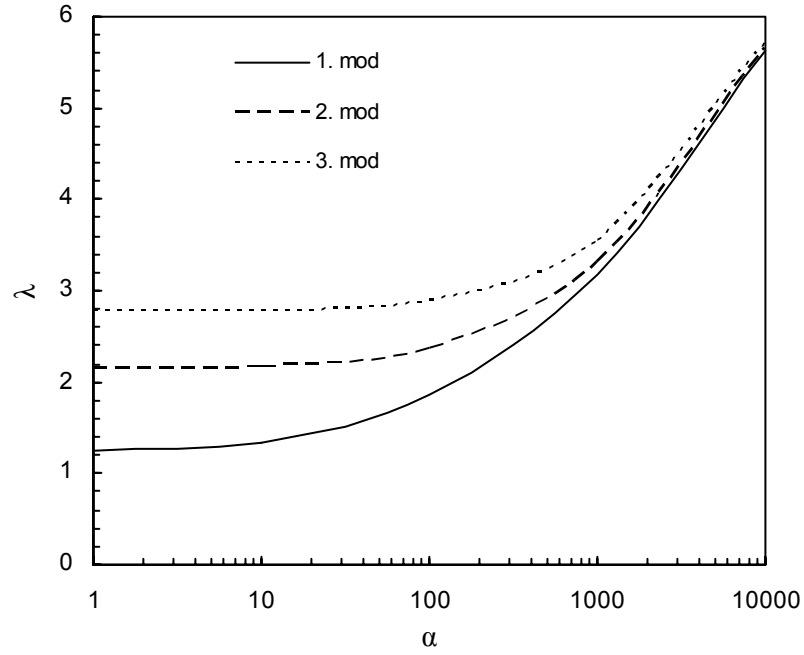
	\bar{N}	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$					
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DTM	10	680,2494	---	---	2145,8732	---	---
	12	680,2542	---	---	2145,8745	---	---
	14	680,2539	---	---	2145,8747	---	---
	16	680,2539	727,5580	---	2145,8747	2161,3360	---
	18	680,2539	727,9717	---	2145,8747	2161,4753	---
	20	680,2539	727,9292	---	2145,8747	2161,4610	---
	22	680,2539	727,9326	---	2145,8747	2161,4621	---
	24	680,2539	727,9324	826,1468	2145,8747	2161,4620	2196,4861
	26	680,2539	727,9324	824,9024	2145,8747	2161,4620	2196,0183
	28	680,2539	727,9324	825,0287	2145,8747	2161,4620	2196,0658
	30	680,2539	727,9324	825,0165	2145,8747	2161,4620	2196,0612
	32	680,2539	727,9324	825,0175	2145,8747	2161,4620	2196,0615
	34	680,2539	727,9324	825,0174	2145,8747	2161,4620	2196,0616
	Analitik Metot		680,2539	727,9324	825,0174	2145,8747	2161,4620



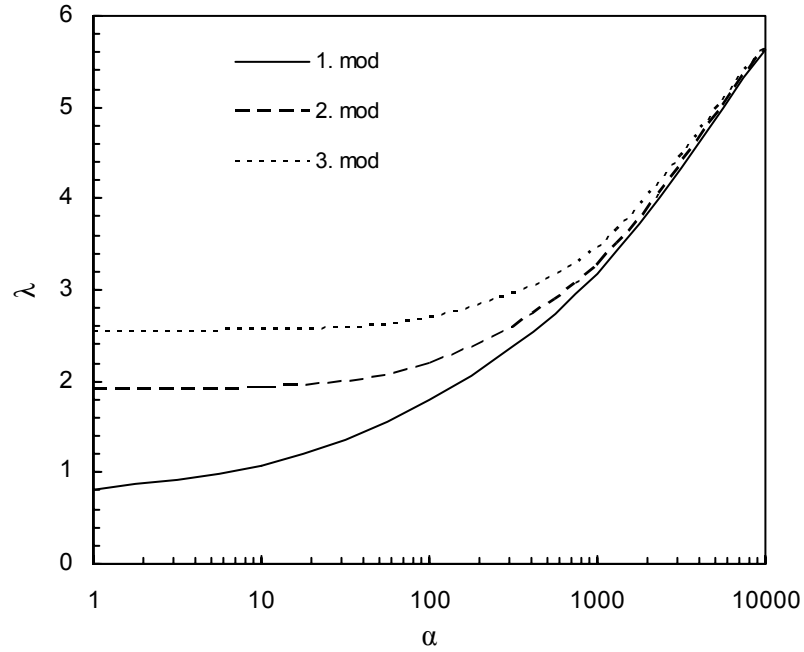
Şekil 5.18 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=10$ ve $P_r=0,25$



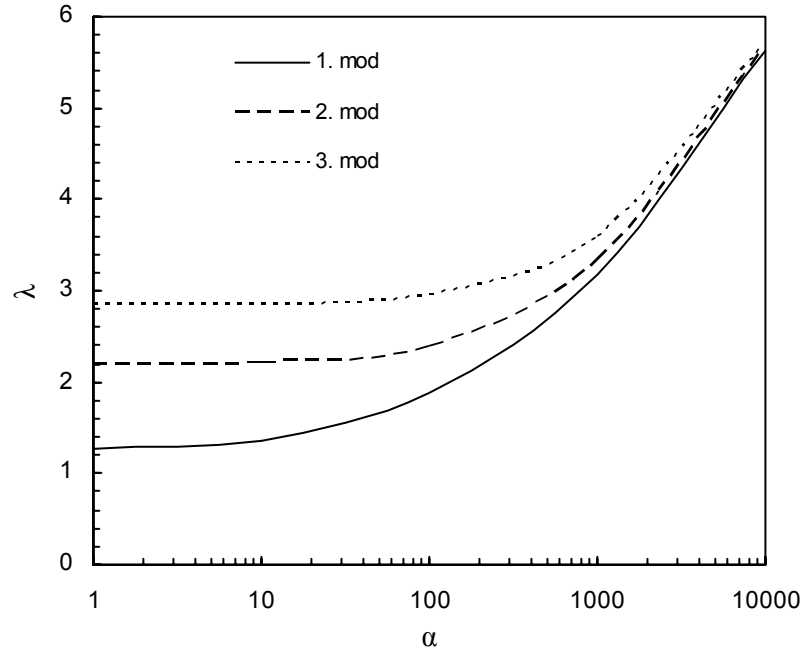
Şekil 5.19 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=10$ ve $P_r=0,50$



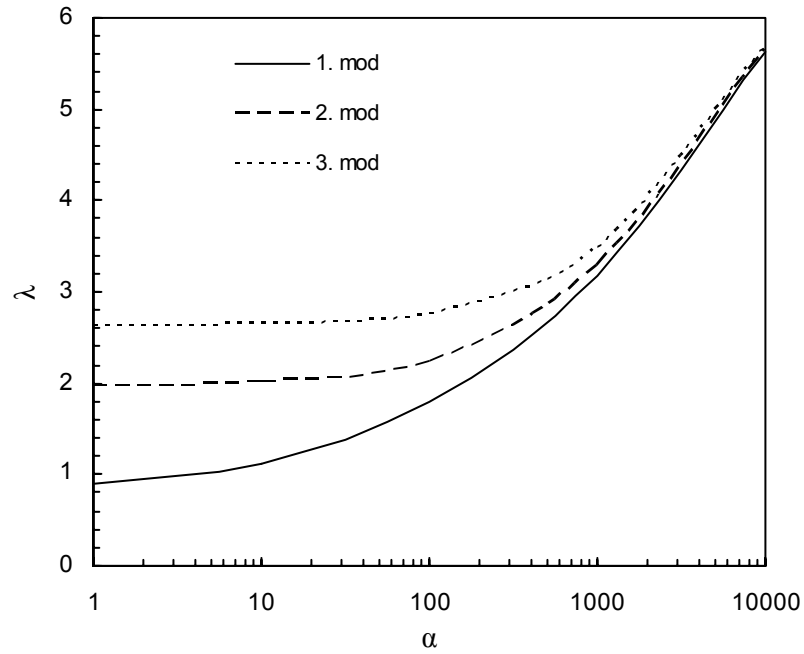
Şekil 5.20 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=11$ ve $P_r=0,25$



Şekil 5.21 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=11$ ve $P_r=0,50$



Şekil 5.22 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=12$ ve $P_r=0,25$



Şekil 5.23 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta=12$ ve $P_r=0,50$

Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, değişken en kesitli, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş kiriş için, Reddy-Bickford kiriş teorisi ve DTM kullanılarak elde edilen ilk üç moda ait açısal frekans değerleri ile analitik yöntem kullanılarak elde edilen açısal frekans değerleri arasındaki yakınsama ilişkisi, farklı β_2 , $P_r^{(2)}$ ve α_2 değerleri için karşılaştırmalı olarak Tablo 5.33 - Tablo 5.38'de sunulmuştur. Aynı sınır koşuluna sahip elastik kirişin, farklı β_2 ve $P_r^{(2)}$ değerleri için ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, Şekil 5.24 – Şekil 5.29'da sunulmuştur.

Tablo 5.33 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 10$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$

		$\beta_2 = 10$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$									
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	30	148,9721	325,7601	379,4185	150,7047	327,2311	379,9467	167,0432	341,0948	388,3812	
	32	148,9722	325,7930	379,1272	150,7049	327,2347	379,9343	167,0434	341,0992	388,0737	
	34	148,9722	325,7965	379,0933	150,7049	327,2350	379,9002	167,0434	341,0997	388,0378	
	36	148,9722	325,7969	379,0899	150,7049	327,2351	379,8966	167,0434	341,0998	388,0341	
	38	148,9722	325,7969	379,0896	150,7049	327,2351	379,8964	167,0434	341,0998	388,0338	
Analitik Metot		148,9722	325,7969	379,0896	150,7049	327,2351	379,8964	167,0434	341,0998	388,0338	
DTM		$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		30	282,4362	434,9655	482,6331	773,0897	844,4603	1006,0337			
		32	282,4363	434,9730	482,5824	773,0898	844,4040	1006,8380			
		34	282,4363	434,9739	482,5769	773,0898	844,3957	1006,9486			
		36	282,4363	434,9740	482,5763	773,0898	844,3950	1006,9619			
38	282,4363	434,9740	482,5762	773,0898	844,3950	1006,9634					
Analitik Metot		282,4363	434,9740	482,5762	773,0898	844,3950	1006,9634				

Tablo 5.34 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 10$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$

		$\beta_2 = 10$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$									
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	30	136,9369	277,7857	356,8485	138,8251	279,5626	357,6331	156,4523	296,6915	365,8362	
	32	136,9370	277,7999	356,8044	138,8253	279,5773	357,5889	156,4524	296,6936	365,4493	
	34	136,9370	277,8014	356,7998	138,8253	279,5788	357,5842	156,4524	296,6937	365,4034	
	36	136,9370	277,8015	356,7994	138,8253	279,5789	357,5839	156,4524	296,6938	365,3986	
	38	136,9370	277,8015	356,7993	138,8253	279,5789	357,5838	156,4524	296,6938	365,3981	
Analitik Metot		136,9370	277,8015	356,7993	138,8253	279,5789	357,5838	156,4524	296,6938	365,3981	
DTM		$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$						
		\bar{N}	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
		30	276,4189	416,0312	451,9703	770,9645	836,5320	992,1143			
		32	276,4190	416,0385	451,3651	770,9646	836,5208	992,3502			
		34	276,4190	416,0392	451,2905	770,9646	836,5196	992,3797			
		36	276,4190	416,0393	451,2823	770,9646	836,5195	992,3830			
		38	276,4190	416,0393	451,2815	770,9646	836,5195	992,3833			
Analitik Metot		276,4190	416,0393	451,2815	770,9646	836,5195	992,3833				

Tablo 5.35 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 11$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$

DTM	\bar{N}	$\beta_2 = 11$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$								
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
30	154,2955	335,2502	389,3617	155,9681	336,6570	390,8773	171,7996	350,2517	397,9825	
32	154,2962	335,2601	389,2707	155,9688	336,6671	390,1397	171,8003	350,2642	397,8869	
34	154,2962	335,2610	389,2609	155,9688	336,6682	390,0487	171,8003	350,2654	397,8763	
36	154,2962	335,2611	389,2597	155,9688	336,6683	390,0384	171,8003	350,2657	397,8752	
38	154,2962	335,2611	389,2596	155,9688	336,6683	390,0375	171,8003	350,2657	397,8751	
Analitik Metot	154,2962	335,2611	389,2596	155,9688	336,6683	390,0375	171,8003	350,2657	397,8751	
DTM	\bar{N}	$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$					
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
	30	285,2485	443,5924	489,3756	774,0993	849,0853	1015,6161			
	32	285,2490	443,6249	489,2471	774,0995	849,0669	1015,8581			
	34	285,2490	443,6288	489,2322	774,0995	849,0649	1015,8886			
	36	285,2490	443,6293	489,2306	774,0995	849,0647	1015,8920			
38	285,2490	443,6293	489,2305	774,0995	849,0647	1015,8923				
Analitik Metot	285,2490	443,6293	489,2305	774,0995	849,0647	1015,8923				

Tablo 5.36 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 11$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$

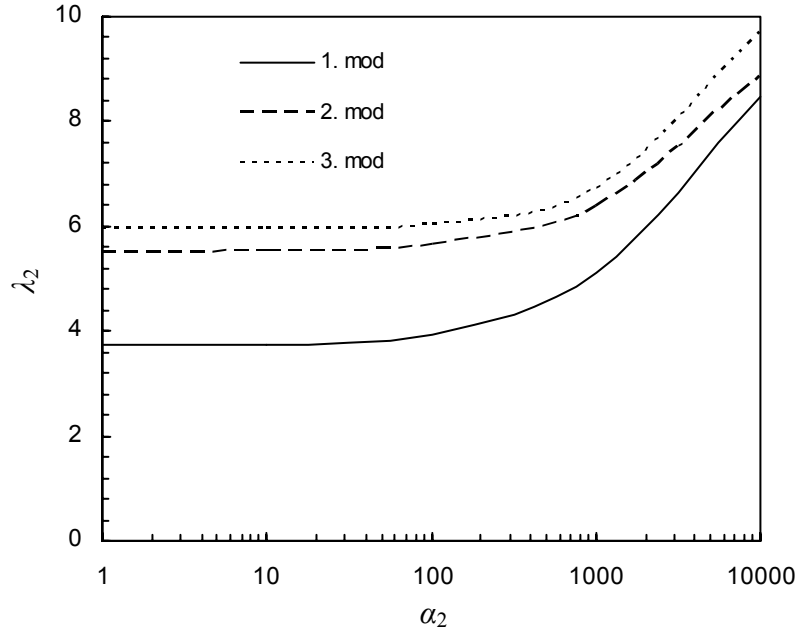
		$\beta_2 = 11$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$									
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	30	142,8313	289,2497	367,9706	144,6407	290,9595	368,8557	161,6190	307,4670	376,4241	
	32	142,8314	289,2543	367,9566	144,6408	290,9643	368,7297	161,6191	307,4735	376,2936	
	34	142,8314	289,2547	367,9552	144,6408	290,9647	368,7155	161,6191	307,4741	376,2790	
	36	142,8314	289,2548	367,9551	144,6408	290,9648	368,7142	161,6191	307,4742	376,2776	
	38	142,8314	289,2548	367,9550	144,6408	290,9648	368,7140	161,6191	307,4742	376,2775	
Analitik Metot		142,8314	289,2548	367,9550	144,6408	290,9648	368,7140	161,6191	307,4742	376,2775	
DTM		$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		30	279,3312	424,8161	459,3963	771,9877	841,2918	1001,3957			
		32	279,3313	424,8398	459,1930	771,9878	841,2596	1001,4644			
		34	279,3313	424,8424	459,1695	771,9878	841,2560	1001,4724			
		36	279,3313	424,8427	459,1670	771,9878	841,2556	1001,4732			
		38	279,3313	424,8427	459,1669	771,9878	841,2556	1001,4733			
Analitik Metot		279,3313	424,8427	459,1669	771,9878	841,2556	1001,4733				

Tablo 5.37 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 12$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$

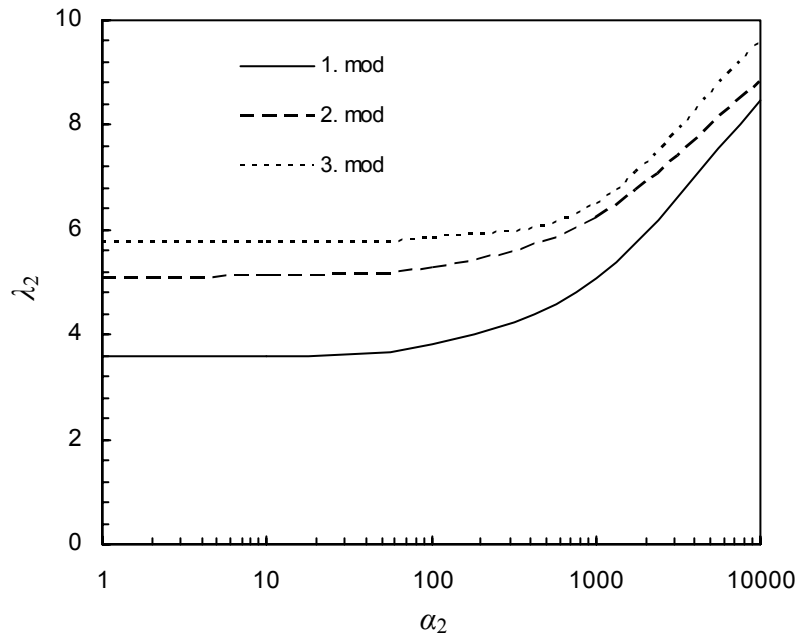
DTM	\bar{N}	$\beta_2 = 12$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$								
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
30	159,3136	343,8806	399,2733	160,9324	345,2624	399,7951	176,3127	358,6413	407,5858	
32	159,3137	343,9068	399,0451	160,9336	345,2889	399,7683	176,3138	358,6740	407,3457	
34	159,3137	343,9095	399,0183	160,9336	345,2916	399,7656	176,3138	358,6774	407,3176	
36	159,3137	343,9096	399,0158	160,9336	345,2920	399,7653	176,3138	358,6777	407,3150	
38	159,3137	343,9096	399,0155	160,9336	345,2920	399,7652	176,3138	358,6777	407,3145	
Analitik Metot		159,3137	343,9096	399,0155	160,9336	345,2920	399,7652	176,3138	358,6777	407,3145
DTM	\bar{N}	$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$					
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
	30	287,9656	451,8407	495,7694	775,0827	853,6816	1024,1257			
	32	287,9664	451,9555	495,4580	775,0834	853,6761	1024,6349			
	34	287,9664	451,9717	495,4200	775,0834	853,6757	1024,7022			
	36	287,9664	451,9728	495,4161	775,0834	853,6755	1024,7101			
38	287,9664	451,9728	495,4156	775,0834	853,6755	1024,7110				
Analitik Metot		287,9664	451,9728	495,4156	775,0834	853,6755	1024,7110			

Tablo 5.38 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DTM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 12$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$

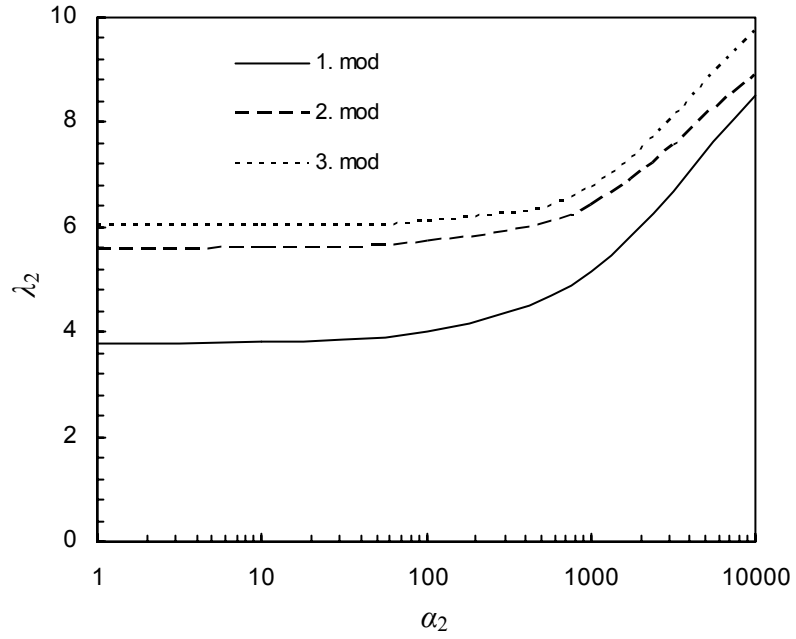
		$\beta_2 = 12$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$									
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DTM	\bar{N}										
	30	148,3335	299,6363	378,6834	150,0751	301,2900	379,7539	166,4881	317,2904	386,7492	
	32	148,3338	299,6492	378,6437	150,0753	301,3033	379,4189	166,4884	317,3084	386,7079	
	34	148,3338	299,6505	378,6394	150,0753	301,3047	379,3790	166,4884	317,3104	386,7036	
	36	148,3338	299,6507	378,6391	150,0753	301,3048	379,3748	166,4884	317,3105	386,7033	
	38	148,3338	299,6507	378,6390	150,0753	301,3048	379,3743	166,4884	317,3105	386,7032	
Analitik Metot		148,3338	299,6507	378,6390	150,0753	301,3048	379,3743	166,4884	317,3105	386,7032	
DTM		$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		30	282,1395	433,2364	466,6782	772,9840	845,9316	1010,2731			
		32	282,1397	433,2447	466,6139	772,9841	845,9309	1010,4268			
		34	282,1397	433,2456	466,6069	772,9841	845,9305	1010,4457			
		36	282,1397	433,2457	466,6063	772,9841	845,9304	1010,4477			
38	282,1397	433,2457	466,6061	772,9841	845,9304	1010,4479					
Analitik Metot		282,1397	433,2457	466,6061	772,9841	845,9304	1010,4479				



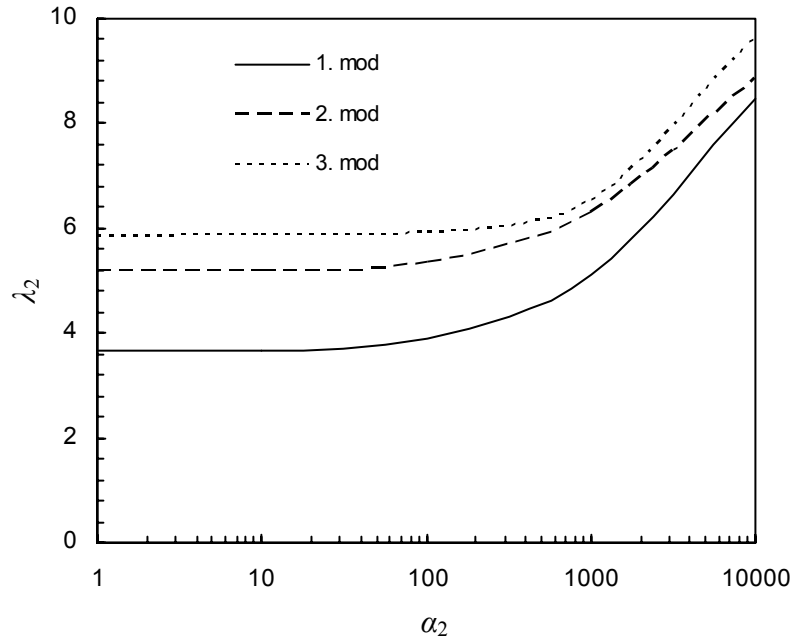
Şekil 5.24 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta_2=10$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$



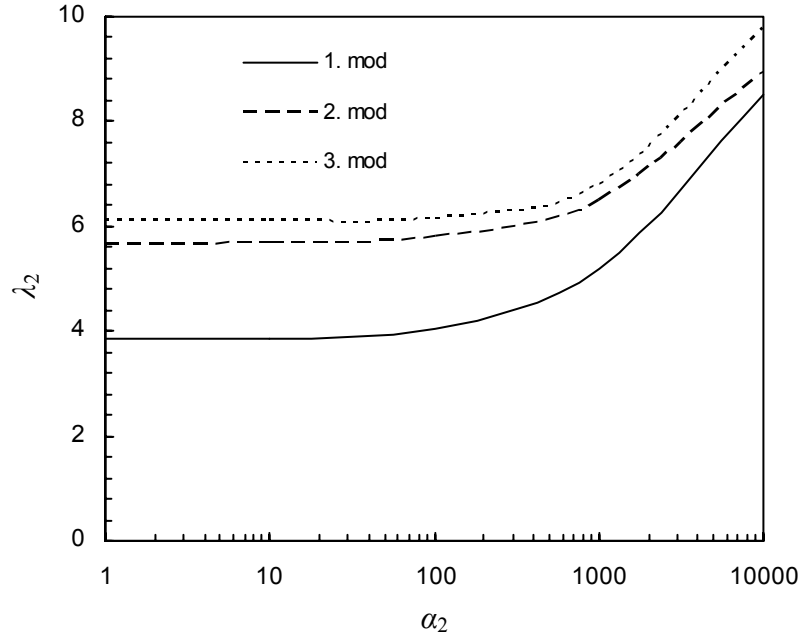
Şekil 5.25 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta_2=10$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$



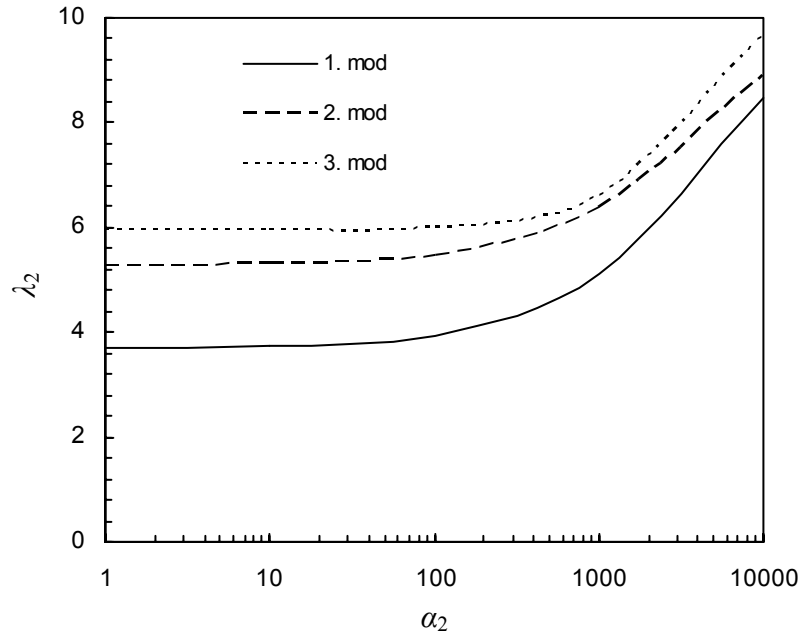
Şekil 5.26 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta_2=11$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$



Şekil 5.27 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta_2=11$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$



Şekil 5.28 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta_2=12$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$



Şekil 5.29 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait frekans faktörlerinin değişimi, $\beta_2=12$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$

5.3 Örnek 3: DQEM'na İlişkin Sayısal Uygulamalar

DTM kullanılarak sayısal çözümü elde edilen ve kiriş özellikleri Örnek 2'de sunulan, dört farklı kirişin açısız frekans değerleri, değişik aksel basınç kuvvetleri, zemin yatak katsayıları ve rijitlik oranları için, DQEM kullanılarak elde edilmiştir. İlk üç mod için elde edilen açısız frekans değerleri, analitik yöntemle elde edilen açısız frekans değerleri ile karşılaştırılmalı olarak tablolar halinde sunulmuştur.

Tek açıklıklı ve farklı sınır koşullarına sahip kirişlerin üzerine oturduğu zemine ait zemin yatak katsayısı ile temel genişliğinin çarpımından elde edilen (C_s) değerleri için, Tablo 5.7'de verilen değerler; iki elemana ayrılmış kirişin oturduğu zemine ait (C_s) değerleri için, Tablo 5.8'de verilen değerler dikkate alınmıştır.

DQEM'nun uygulanması aşamasında öncelikle, serbest titreşim analizi yapılacak her modelin, açıklık sayısına eşit eleman ya da elemanlara ayrılması tercih edilmiş, her eleman için, (4.63) numaralı bağıntı ile verilen eşit aralıklı olmayan düğüm noktası tanımlanmıştır. Çözüm aşamasında, her elemanın başlangıç ve bitiş düğüm noktalarında, deplasman, eğim ve kesit dönmesi ifadeleri; ara düğüm noktalarında ise, sadece deplasman ve kesit dönmesi ifadeleri bilinmeyen olarak dikkate alınmıştır.

Kiriş elemanları için, deplasman ve kesit dönmesi fonksiyonlarının, k.inci mertebeden türevlerine ait ağırlık katsayıları matrisleri, sınır ve/veya süreklilik koşulları dikkate alınarak, sisteme ait indirgenmiş global rijitlik matrisi hesaplanmış ve problem, özdeğer problemine indirgenerek, kirişin serbest titreşim analizine ait frekans faktör değerleri, bu faktörlere bağlı olarak açısız frekans değerleri hesaplanmıştır.

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş için, Reddy-Bickford kiriş teorisi ve DQEM kullanılarak elde edilen ilk üç moda ait açısız frekans değerleri ile Reddy-Bickford kiriş teorisi için analitik yöntemin kullanılması sonucunda elde edilen açısız frekans

değerleri arasındaki yakınsama ilişkisi, farklı β , P_r ve α değerleri için karşılaştırmalı olarak Tablo 5.39-Tablo 5.44'de sunulmuştur.

Tablo 5.39 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$

		$\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DQEM	N										
	11	160,5474	337,8578	554,5908	172,9642	343,9321	558,3811	267,0839	399,6201	594,3222	
	13	160,5501	337,8699	554,6443	172,9689	343,9443	558,3967	267,0920	399,6399	594,3315	
	15	160,5504	337,8730	554,6790	172,9698	343,9487	558,4074	267,0931	399,6494	594,3400	
	17	160,5504	337,8739	554,6887	172,9698	343,9490	558,4100	267,0931	399,6501	594,3426	
	19	160,5504	337,8739	554,6899	172,9698	343,9490	558,4110	267,0931	399,6501	594,3428	
Analitik Metot		160,5507	337,8733	554,6899	172,9698	343,9483	558,4111	267,0934	399,6507	594,3428	
DQEM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		N									
		11	696,7710	757,7300	875,8753	2151,1568	2171,6168	2215,6603			
		13	696,7996	757,7572	876,0081	2151,1715	2171,6235	2215,7117			
		15	396,8074	757,7732	876,0299	2151,1780	2171,6249	2215,7287			
		17	696,8080	757,7769	876,0398	2151,1799	2171,6252	2215,7325			
19	696,8080	757,7775	876,0401	2151,1799	2171,6252	2215,7340					
Analitik Metot		696,8086	757,7777	876,0402	2151,1799	2171,6253	2215,7345				

Tablo 5.40 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$

		$\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$									
		N	$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DQEM	11	114,2807	255,1306	445,9913	131,1569	263,1404	450,6223	242,1248	332,6453	494,4339	
	13	114,2883	255,1452	446,0095	131,1634	263,1488	450,6379	242,1260	332,6568	494,4503	
	15	114,2927	255,1578	446,0199	131,1671	263,1495	450,6465	242,1265	332,6620	494,4663	
	17	114,2935	255,1587	446,0275	131,1680	263,1501	450,6473	242,1265	332,6674	494,4725	
	19	114,2935	255,1588	446,0280	131,1680	263,1501	450,6476	242,1265	332,6683	494,4730	
Analitik Metot		114,2936	255,1585	446,0283	131,1680	263,1499	450,6476	242,1268	332,6683	494,4730	
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		N	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
DQEM	11	687,6196	724,4701	811,5465	2148,2198	2160,2735	2190,0283				
	13	687,6246	724,4764	811,5788	2148,2219	2160,2887	2190,0427				
	15	687,6253	724,4799	811,5962	2148,2227	2160,2973	2191,0515				
	17	687,6253	724,4802	811,6070	2148,2227	2160,3016	2191,0587				
	19	687,6253	724,4802	811,6076	2148,2227	2160,3023	2191,0598				
Analitik Metot		687,6254	724,4802	811,6076	2148,2228	2160,3019	2191,0590				

Tablo 5.41 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$

		$\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$									
		N	$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DQEM	11	169,1612	355,0507	581,3318	180,9897	361,2018	585,1331	272,3558	414,5714	619,1003	
	13	169,1645	355,2919	581,6463	180,9910	361,2339	585,2037	272,3571	414,6113	619,4313	
	15	169,1649	355,4517	581,7593	180,9933	361,2478	585,2800	272,3580	414,6323	619,6717	
	17	169,1649	355,4693	581,7623	180,9938	361,2500	585,3139	272,3580	414,6340	619,6880	
	19	169,1649	355,4711	581,7660	180,9938	361,2503	585,3149	272,3580	414,6340	619,6891	
Analitik Metot		169,1649	355,4707	581,7662	180,9939	361,2499	585,3146	272,3584	414,6344	619,6891	
		N	$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$					
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
		DQEM	11	698,8412	765,5049	892,9611	2151,8383	2174,2015	2222,0037		
13	698,8435		765,5612	893,2315	2151,8401	2174,3222	2222,5318				
15	698,8435		765,5872	893,3818	2151,8403	2174,4310	2222,6585				
17	698,8435		765,5890	893,4284	2151,8403	2174,4319	2222,6657				
19	698,8435		765,5890	893,4303	2151,8403	2174,4319	2222,6669				
Analitik Metot		698,8436	765,5881	893,4299	2151,8399	2174,4328	2222,6672				

Tablo 5.42 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$

		$\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$									
		N	$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DQEM	11	126,4221	278,4493	478,7578	141,8614	285,7974	483,9614	248,0741	350,8410	524,9819	
	13	126,4230	278,4542	479,0031	141,8629	285,7989	483,9734	248,0794	350,8475	525,0161	
	15	126,4233	278,4589	479,4553	141,8630	285,8001	483,9778	248,0828	350,8549	525,0291	
	17	126,4233	278,4600	479,6850	141,8630	285,8001	483,9810	248,0832	350,8582	525,0327	
	19	126,4233	278,4600	479,6859	141,8630	285,8001	483,9823	248,0832	350,8587	525,0341	
Analitik Metot		126,4237	278,4604	479,6854	141,8625	285,8011	483,9836	248,0833	350,8598	525,0337	
		N	$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$					
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
		DQEM	11	689,7419	732,4818	829,4219	2148,8999	2162,8515	2197,2219		
13	689,7448		732,8989	830,0591	2148,9022	2163,0009	2197,8110				
15	689,7451		733,0110	830,4817	2148,9023	2163,1425	2198,0900				
17	689,7451		733,0119	830,5795	2148,9023	2163,1763	2198,1560				
19	689,7451		733,0119	830,5807	2148,9023	2163,1772	2198,1569				
Analitik Metot		689,7453	733,0115	830,5803	2148,9023	2163,1779	2198,1575				

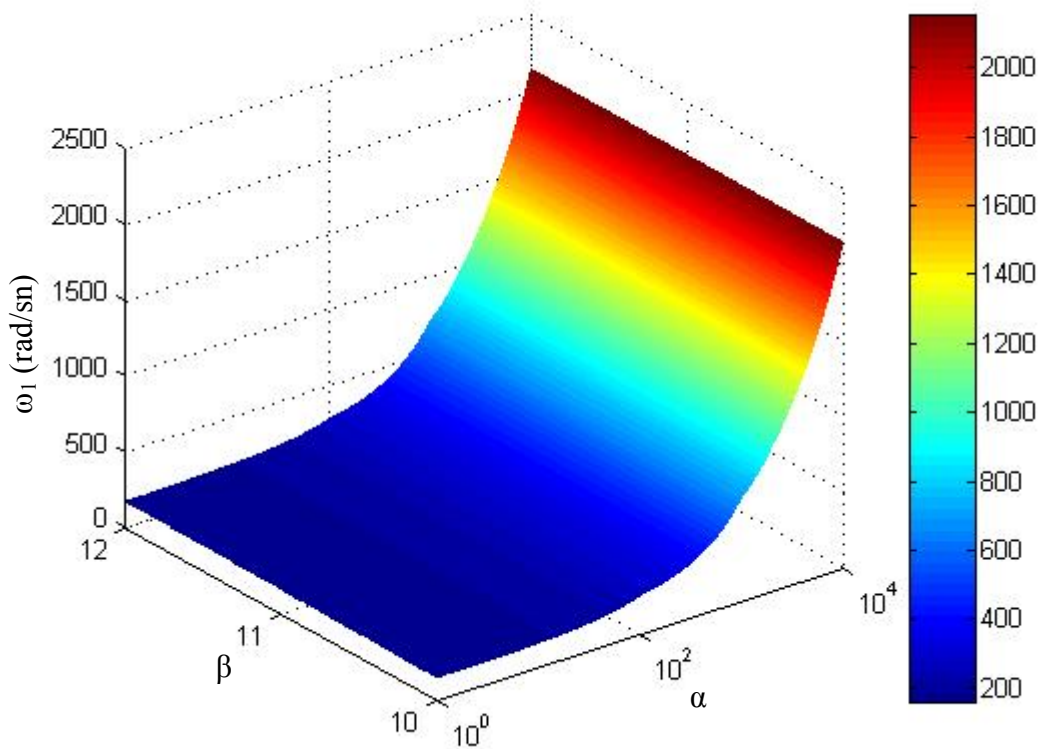
Tablo 5.43 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$

		$\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$									
		N	$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DQEM	11	177,0913	371,8724	606,7129	188,4231	377,3173	610,2873	277,3509	428,7794	643,2457	
	13	177,0952	371,8800	606,8317	188,4270	377,3913	610,3075	277,3537	428,7844	643,3310	
	15	177,0954	371,8830	606,9111	188,4274	377,4085	610,3121	277,3541	428,7861	643,3489	
	17	177,0954	371,8836	606,9147	188,4274	377,4108	610,3176	277,3541	428,7871	643,3559	
	19	177,0954	371,8836	606,9152	188,4274	377,4108	610,3181	277,3541	428,7871	643,3568	
	Analitik Metot	177,0957	371,8837	606,9149	188,4274	377,4111	610,3190	277,3540	428,7877	643,3560	
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		N	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
DQEM	11	700,8020	773,3239	908,0001	2152,4731	2176,9515	2229,1855				
	13	700,8049	773,3391	908,9135	2152,4774	2177,1621	2229,2850				
	15	700,8052	773,3438	909,7587	2152,4775	2177,1700	2229,3717				
	17	700,8052	773,3448	910,0083	2152,4775	2177,1747	2229,3800				
	19	700,8052	773,3448	910,0099	2152,4775	2177,1754	2229,3815				
	Analitik Metot	700,8056	773,3452	910,0071	2152,4779	2177,1761	2229,3824				

Tablo 5.44 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$

		$\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$									
		N	$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DQEM	11	137,0751	299,4198	510,5715	151,4301	306,2489	514,6278	253,6775	367,7203	553,4073	
	13	137,0779	299,4254	510,5843	151,4333	306,2574	514,6424	253,6784	367,7228	553,4259	
	15	137,0783	299,4299	510,5925	151,4345	306,2641	514,6501	253,6786	367,7240	553,4323	
	17	137,0783	299,4305	510,6167	151,4347	306,2685	514,6569	253,6786	367,7245	553,4371	
	19	137,0783	299,4305	510,6178	151,4347	306,2690	514,6577	253,6786	367,7245	553,4379	
Analitik Metot		137,0783	299,4309	510,6182	151,4348	306,2693	514,6581	253,6786	367,7244	553,4377	
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		N	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
DQEM	11	691,7763	741,2099	848,7837	2149,5529	2165,9684	2205,0917				
	13	691,7774	741,2212	848,8018	2149,5547	2165,9750	2205,1004				
	15	691,7775	741,2294	848,8141	2149,5552	2165,9763	2205,1096				
	17	691,7775	741,2311	848,8194	2149,5552	2165,9767	2205,1137				
	19	691,7775	741,2319	848,8211	2149,5552	2165,9767	2205,1146				
Analitik Metot		691,7775	741,2317	848,8207	2149,5555	2165,9772	2205,1143				

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, $P_r=0,25$ değeri için, 1. moda ait açısal frekans değerlerinin, farklı β ve α değerlerine göre değişimi üç boyutlu grafik halinde Şekil 5.30'da sunulmuştur.



Şekil 5.30 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, 1. moda ait açısal frekans değerlerinin değişimi, $P_r=0,25$

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli ve bir ucu ($z=0$) ankastre mesnetli, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kiriş için, Reddy-Bickford kiriş teorisi ve DQEM kullanılarak elde edilen ilk üç moda ait açısal frekans değerleri ile analitik yöntemin kullanılması sonucunda elde edilen açısal frekans değerleri arasındaki yakınsama ilişkisi, farklı β , P_r ve α değerleri için karşılaştırmalı olarak Tablo 5.45-Tablo 5.50'de sunulmuştur.

Tablo 5.45 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$

		$\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DQEM	N										
	11	128,8845	316,2604	524,6216	144,0600	322,7448	528,5579	249,3457	381,5529	566,3818	
	13	128,8854	316,2630	524,6278	144,0610	322,7462	528,5604	249,3469	381,5555	566,3871	
	15	128,8857	316,2646	524,6304	144,0611	322,7471	528,5623	249,3471	381,5567	566,3902	
	17	128,8857	316,2650	524,6321	144,0611	322,7473	528,5639	249,3471	381,5570	566,3923	
	19	128,8857	316,2650	524,6323	144,0611	322,7473	528,5643	249,3471	381,5570	566,3927	
Analitik Metot		128,8860	316,2654	524,6319	144,0612	322,7473	528,5649	249,3471	381,5575	566,3931	
DQEM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		N									
		11	690,1991	748,1803	857,2891	2149,0453	2168,3548	2208,3705			
		13	690,2002	748,1884	857,3096	2149,0481	2168,3630	2208,3872			
		15	690,2005	748,1900	857,3198	2149,0485	2168,3678	2208,3989			
		17	690,2005	748,1904	857,3232	2149,0485	2168,3682	2208,4004			
19	690,2005	748,1904	857,3237	2149,0485	2168,3682	2208,4010					
Analitik Metot		690,2009	748,1908	857,3241	2149,0486	2168,3685	2208,4015				

Tablo 5.46 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$

DQEM	N	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
11	66,7837	230,5983	412,7081	92,7469	239,4093	417,6868	223,6557	314,2251	464,6303	
13	66,7845	230,6013	412,7133	92,7480	239,4149	417,6937	223,6569	314,2283	464,6397	
15	66,7846	230,6031	412,7170	92,7483	239,4160	417,7023	223,6570	314,2297	464,6445	
17	66,7846	230,6036	412,7178	92,7483	239,4167	417,7051	223,6570	314,2301	464,6480	
19	66,7846	230,6036	412,7179	92,7483	239,4167	417,7059	223,6570	314,2301	464,6488	
Analitik Metot		66,7846	230,6040	412,7176	92,7482	239,4164	417,7055	223,6572	314,2301	464,6485
DQEM	N	$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$					
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
	11	681,3405	716,1939	793,7743	2146,2180	2157,5319	2184,5025			
	13	681,3413	716,1997	793,7819	2146,2192	2157,5359	2184,5137			
	15	681,3414	716,2014	793,7861	2146,2195	2157,5382	2184,5183			
	17	681,3414	716,2019	793,7888	2146,2195	2157,5389	2184,5211			
19	681,3414	716,2019	793,7896	2146,2195	2157,5389	2184,5221				
Analitik Metot		681,3412	716,2010	793,7893	2146,2196	2157,5394	2184,5215			

Tablo 5.47 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$

		$\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$									
		N	$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DQEM	11	135,9560	333,4209	551,7612	150,4173	339,5742	555,4919	253,0735	395,8928	591,6055	
	13	135,9569	333,4237	551,7669	150,4190	339,5779	555,5013	253,0743	395,8952	591,6132	
	15	135,9571	333,4251	551,7702	150,4201	339,5797	555,5082	253,0744	395,8965	591,6180	
	17	135,9571	333,4260	551,7725	150,4208	339,5803	555,5111	253,0744	395,8971	591,6203	
	19	135,9571	333,4260	551,7732	150,4208	339,5803	555,5124	253,0744	395,8971	591,6214	
Analitik Metot		135,9574	333,4258	551,7728	150,4208	339,5804	555,5129	253,0746	395,8978	591,6203	
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		N	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
DQEM	11	691,5551	755,5987	874,1809	2149,4820	2170,9335	2214,9828				
	13	691,5564	755,6022	874,1877	2149,4835	2170,9362	2214,9939				
	15	691,5566	755,6039	874,1912	2149,4840	2170,9376	2215,0012				
	17	691,5566	755,6043	874,1949	2149,4840	2170,9381	2215,0047				
	19	691,5566	755,6043	874,1960	2149,4840	2170,9381	2215,0066				
Analitik Metot		691,5563	755,6047	874,1954	2149,4843	2170,9379	2215,0059				

Tablo 5.48 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$

		$\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$									
		N	$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DQEM	11	79,8353	253,8690	446,9273	102,5466	261,8985	451,5371	227,8940	331,6793	495,2809	
	13	79,8369	253,8712	446,9318	102,5480	261,9010	451,5425	227,8952	331,6815	495,2865	
	15	79,8380	253,8729	446,9352	102,5484	261,9027	451,5449	227,8959	331,6829	495,2900	
	17	79,8384	253,8735	446,9374	102,5484	261,9034	451,5463	227,8959	331,6835	495,2929	
	19	79,8384	253,8735	446,9383	102,5484	261,9034	451,5471	227,8959	331,6835	495,2938	
Analitik Metot		79,8387	253,8732	446,9376	102,5487	261,9039	451,5476	227,8960	331,6835	495,2934	
		N	$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$					
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
		DQEM	11	682,7432	724,0224	812,0908	2146,6635	2160,1450	2191,2311		
13	682,7441		724,0253	812,0995	2146,6648	2160,1473	2191,2382				
15	682,7442		724,0271	812,1044	2146,6650	2160,1490	2191,2419				
17	682,7442		724,0280	812,1072	2146,6650	2160,1499	2191,2436				
19	682,7442		724,0280	812,1083	2146,6650	2160,1499	2191,2448				
Analitik Metot		682,7444	724,0285	812,1076	2146,6654	2160,1504	2191,2443				

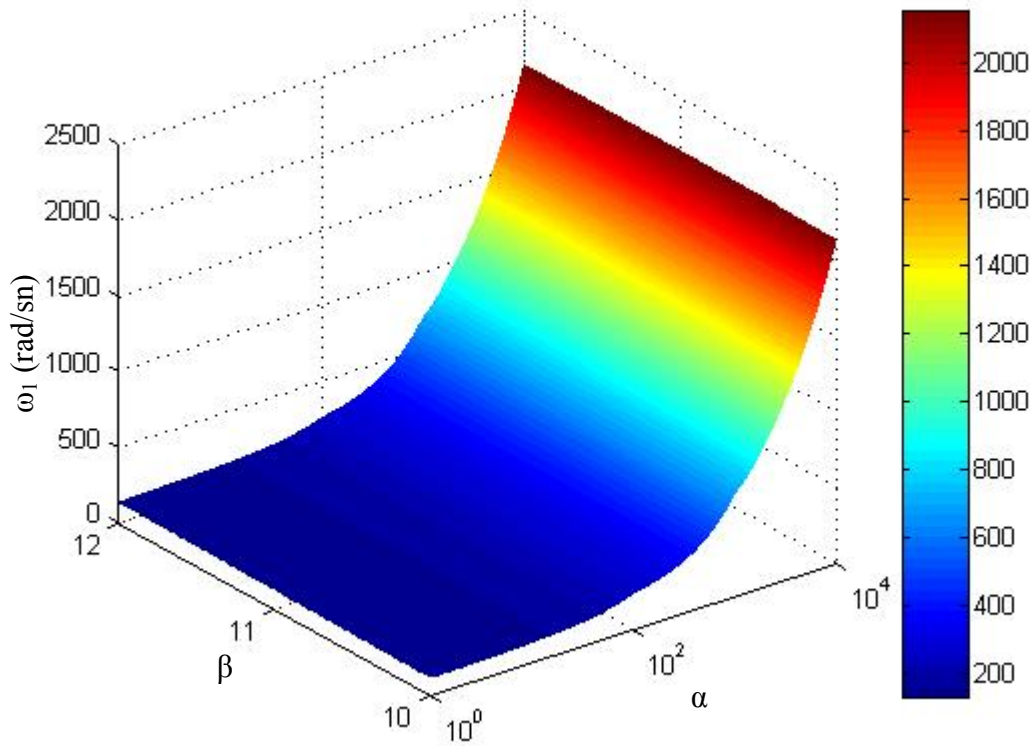
Tablo 5.49 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$

		$\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$									
		N	$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
DQEM	11	142,3581	349,3019	577,2307	156,2299	355,1819	580,8147	256,5695	409,3575	615,4389	
	13	142,3594	349,3049	577,2389	156,2312	355,1842	580,8190	256,5708	409,3593	615,4443	
	15	142,3598	349,3061	577,2435	156,2316	355,1855	580,8221	256,5714	409,3610	615,4485	
	17	142,3598	349,3064	577,2471	156,2316	355,1863	580,8245	256,5714	409,3622	615,4507	
	19	142,3598	349,3064	577,2489	156,2316	355,1863	580,8259	256,5714	409,3622	615,4519	
Analitik Metot		142,3597	349,3064	577,2495	156,2318	355,1865	580,8253	256,5711	409,3625	615,4513	
		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		N	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
			ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
DQEM	11	692,8423	762,7443	890,4809	2149,8974	2173,4293	2221,4795				
	13	692,8430	762,7458	890,4871	2149,8982	2173,4314	2221,4841				
	15	692,8434	762,7464	890,4917	2149,8983	2173,4330	2221,4874				
	17	692,8434	762,7464	890,4942	2149,8983	2173,4338	2221,4895				
	19	692,8434	762,7464	890,4953	2149,8983	2173,4338	2221,4908				
Analitik Metot		692,8434	762,7461	890,4947	2149,8987	2173,4335	2221,4902				

Tablo 5.50 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$

		$\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$									
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DQEM	N										
	11	90,4639	274,5858	478,1877	111,0213	282,0230	482,4965	231,8310	347,7884	523,6628	
	13	90,4649	274,5871	478,1928	111,0225	282,0269	482,5026	231,8324	347,7919	523,6689	
	15	90,4654	274,5878	478,1953	111,0227	282,0288	482,5070	231,8329	347,7938	523,6727	
	17	90,4654	274,5878	478,1980	111,0227	282,0297	482,5097	231,8329	347,7946	523,6752	
	19	90,4654	274,5878	478,1995	111,0227	282,0297	482,5109	231,8329	347,7946	523,6763	
Analitik Metot		90,4658	274,5879	478,1987	111,0230	282,0293	482,5101	231,8328	347,7943	523,6757	
DQEM		$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		N									
		11	684,0663	731,5448	829,7073	2147,0854	2162,6811	2197,8189			
		13	684,0679	731,5470	829,7145	2147,0862	2162,6824	2197,8256			
		15	684,0679	731,5484	829,7193	2147,0865	2162,6830	2197,8303			
		17	684,0686	731,5495	829,7220	2147,0865	2162,6830	2197,8330			
19	684,0686	731,5495	829,7233	2147,0865	2162,6830	2197,8343					
Analitik Metot		684,0685	731,5491	829,7226	2147,0869	2162,6828	2197,8335				

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, $P_r=0,25$ değeri için, 1. moda ait açısal frekans değerlerinin farklı β ve α değerlerine göre değişimi üç boyutlu grafik halinde Şekil 5.31’de sunulmuştur.



Şekil 5.31 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, 1. moda ait açısal frekans değerlerinin değişimi, $P_r=0,25$

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kiriş için, Reddy-Bickford kiriş teorisi ve DQEM kullanılarak elde edilen ilk üç moda ait açısal frekans değerleri ile analitik yöntemin kullanılmasıyla elde edilen açısal frekans değerleri arasındaki yakınsama ilişkisi, farklı β , P_r ve α değerleri için karşılaştırmalı olarak Tablo 5.51-Tablo 5.56’da sunulmuştur.

Tablo 5.51 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$

DQEM	N	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
11	99,6582	293,9611	496,7691	118,6331	300,9204	500,9189	235,5711	363,2819	540,6797	
13	99,6589	293,9620	496,7714	118,6337	300,9231	500,9222	235,5719	363,2846	540,6859	
15	99,6593	293,9628	496,7732	118,6339	300,9244	500,9243	235,5721	363,2851	540,6891	
17	99,6593	293,9630	496,7747	118,6339	300,9248	500,9256	235,5721	363,2851	540,6909	
19	99,6593	293,9630	496,7753	118,6339	300,9248	500,9263	235,5721	363,2851	540,6919	
Analitik Metot		99,6589	293,9623	496,7742	118,6336	300,9250	500,9258	235,5722	363,2853	540,6912
DQEM	N	$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$					
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
	11	685,3434	739,0368	840,5577	2147,4928	2165,2235	2201,9392			
	13	685,3446	739,0383	840,5618	2147,4937	2165,2260	2201,9435			
	15	685,3449	739,0391	840,5637	2147,4938	2165,2272	2201,9471			
	17	685,3449	739,0397	840,5651	2147,4938	2165,2277	2201,9492			
19	685,3449	739,0397	840,5658	2147,4938	2165,2277	2201,9501				
Analitik Metot		685,3449	739,0396	840,5654	2147,4939	2165,2280	2201,9498			

Tablo 5.52 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$

DQEM	N	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
11	31,0771	224,8305	407,5308	71,4689	233,8588	412,5813	215,7030	310,0159	460,0452	
13	31,0779	224,8318	407,5361	71,4693	233,8603	412,5860	215,7041	310,0184	460,0506	
15	31,0780	224,8322	407,5393	71,4695	233,8617	412,5898	215,7043	310,0195	460,0541	
17	31,0780	224,8322	407,5411	71,4695	233,8624	412,5921	215,7043	310,0199	460,0563	
19	31,0780	224,8322	407,5424	71,4695	233,8624	412,5929	215,7043	310,0199	460,0578	
Analitik Metot		31,0783	224,8326	407,5417	71,4696	233,8626	412,5922	215,7040	310,0194	460,0572
DQEM	N	$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$					
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
	11	678,7719	714,3604	791,0993	2145,4056	2156,9275	2183,5407			
	13	678,7726	714,3623	791,1044	2145,4062	2156,9295	2183,5448			
	15	678,7729	714,3637	791,1083	2145,4063	2156,9308	2183,5480			
	17	678,7729	714,3643	791,1104	2145,4063	2156,9314	2183,5496			
19	678,7729	714,3643	791,1115	2145,4063	2156,9314	2183,5504				
Analitik Metot		678,7721	714,3636	791,1106	2145,4054	2156,9302	2183,5495			

Tablo 5.53 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş i için DQEM ile analitik metot arasındaki yakı nsama iliş kisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$

DQEM	N	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
11	104,7920	310,4255	523,8388	122,9821	317,0276	527,7792	237,7913	376,7310	565,6569	
13	104,7928	310,4269	523,8415	122,9825	317,0284	527,7815	237,7919	376,7318	565,6610	
15	104,7930	310,4274	523,8438	122,9826	317,0288	527,7831	237,7920	376,7322	565,6627	
17	104,7930	310,4274	523,8450	122,9826	317,0288	527,7842	237,7920	376,7322	565,6638	
19	104,7930	310,4274	523,8458	122,9826	317,0288	527,7848	237,7920	376,7322	565,6643	
Analitik Metot		104,7982	310,4270	523,8454	122,9824	317,0284	527,7841	237,7920	376,7324	565,6645
DQEM	N	$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$					
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
	11	686,1104	745,7364	856,8257	2147,7374	2167,5214	2208,2023			
	13	686,1112	745,7396	856,8349	2147,7382	2167,5230	2208,2075			
	15	686,1114	745,7410	856,8394	2147,7383	2167,5241	2208,2112			
	17	686,1114	745,7415	856,8415	2147,7383	2167,5248	2208,2132			
19	686,1114	745,7415	856,8428	2147,7383	2167,5248	2208,2146				
Analitik Metot		686,1110	745,7416	856,8429	2147,7386	2167,5247	2208,2147			

Tablo 5.54 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişı için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$

DQEM	N	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
11	44,9061	245,9659	440,1284	78,4770	254,2476	444,8037	218,1246	325,6716	489,1558	
13	44,9065	245,9673	440,1312	78,4772	254,2485	444,8095	218,1257	325,6730	489,1593	
15	44,9067	245,9685	440,1335	78,4773	254,2491	444,8130	218,1260	325,6736	489,1621	
17	44,9067	245,9690	440,1353	78,4773	254,2495	444,8153	218,1260	325,6736	489,1638	
19	44,9067	245,9690	440,1364	78,4773	254,2495	444,8167	218,1260	325,6736	489,1649	
Analitik Metot		44,9067	245,9691	440,1360	78,4771	254,2495	444,8165	218,1261	325,6734	489,1646
DQEM	N	$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$					
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
	11	679,5453	721,2933	808,3722	2145,6495	2159,2304	2189,8541			
	13	679,5456	721,2947	808,3785	2145,6503	2159,2336	2189,8599			
	15	679,5457	721,2952	808,3812	2145,6504	2159,2353	2189,8635			
	17	679,5457	721,2952	808,3835	2145,6504	2159,2359	2189,8659			
19	679,5457	721,2952	808,3846	2145,6504	2153,2359	2189,8674				
Analitik Metot		679,5456	721,2950	808,3844	2145,6502	2159,2358	2189,8671			

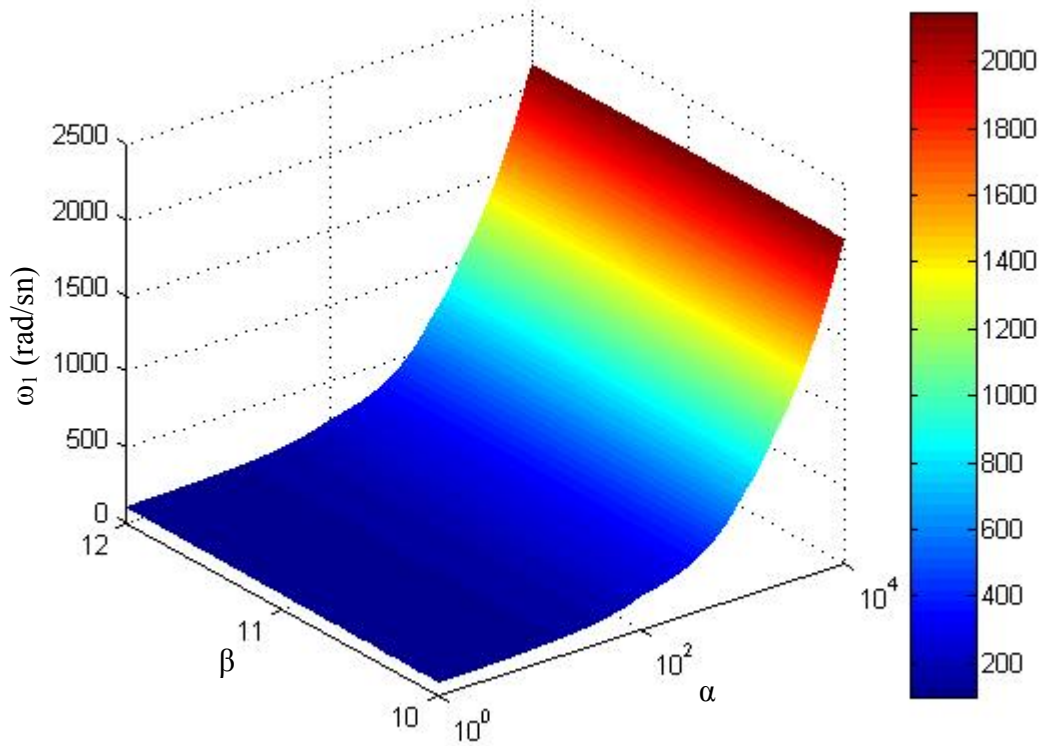
Tablo 5.55 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişı için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$

DQEM	N	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
11	109,2959	325,5498	549,1597	126,8374	331,8505	552,9154	239,8069	389,2865	589,1798	
13	109,2964	325,5510	549,1624	126,8377	331,8518	552,9192	239,8081	389,2883	589,1849	
15	109,2965	325,5517	549,1640	126,8379	331,8524	552,9213	239,8082	389,2894	589,1876	
17	109,2965	325,5520	549,1649	126,8379	331,8524	552,9228	239,8082	389,2898	589,1895	
19	109,2965	325,5520	549,1654	126,8379	331,8524	552,9236	239,8082	389,2898	589,1903	
Analitik Metot		109,2968	325,5519	549,1653	126,8378	331,8524	552,9237	239,8086	389,2896	589,1900
DQEM	N	$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$					
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
	11	686,8113	752,1597	872,5418	2147,9619	2169,7402	2214,3398			
	13	686,8122	752,1610	872,5475	2147,9627	2169,7418	2214,3486			
	15	686,8125	752,1625	872,5509	2147,9630	2169,7426	2214,3548			
	17	686,8125	725,1631	872,5524	2147,9630	2169,7426	2214,3575			
19	686,8125	725,1631	872,5527	2147,9630	2169,7429	2214,3583				
Analitik Metot		686,8125	752,1633	872,5526	2147,9628	2169,7424	2214,3579			

Tablo 5.56 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$

DQEM	N	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$								
		$\alpha = 1$			$\alpha = 10$			$\alpha = 100$		
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
11	54,5862	264,7975	469,9793	84,3899	272,5083	474,3615	220,3220	340,1165	516,1787	
13	54,5868	264,7998	469,9831	84,3908	272,5101	474,3674	220,3227	340,1190	516,1824	
15	54,5869	264,8010	469,9857	84,3909	272,5108	474,3711	220,3230	340,1203	516,1852	
17	54,5869	264,8015	469,9870	84,3909	272,5108	474,3732	220,3230	340,1211	516,1873	
19	54,5869	264,8015	469,9877	84,3909	272,5108	474,3738	220,3230	340,1211	516,1886	
Analitik Metot		54,5870	264,8016	469,9873	84,3906	272,5104	474,3734	220,3228	340,1209	516,1884
DQEM	N	$\alpha = 1000$			$\alpha = 10000$					
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
	11	680,2534	727,9305	825,0064	2145,8740	2161,4585	2196,0489			
	13	680,2540	727,9320	825,0105	2145,8746	2161,4613	2196,0545			
	15	680,2541	727,9326	825,0139	2145,8747	2161,4621	2196,0583			
	17	680,2541	727,9326	825,0166	2145,8747	2161,4621	2196,0605			
19	680,2541	727,9326	825,0178	2145,8747	2161,4621	2165,0621				
Analitik Metot		680,2539	727,9324	825,0174	2145,8747	2161,4620	2196,0616			

Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, $P_r=0,25$ değeri için, 1. moda ait açısal frekans değerlerinin, farklı β ve α değerlerine göre değişimi, üç boyutlu grafik halinde Şekil 5.32’de sunulmuştur.



Şekil 5.32 Elastik zemine oturan, tek açıklıklı, sabit en kesitli, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, 1. moda ait açısal frekans değerlerinin değişimi, $P_r=0,25$

İki elemana ayrılmış, değişken en kesitli, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş, Reddy-Bickford kirişine ait, DQEM kullanılarak elde edilen ilk üç mod açısal frekans değerleri ile analitik yöntem kullanılarak elde edilen açısal frekans değerleri arasındaki yakınsama ilişkisi, farklı β_2 , $P_r^{(2)}$ ve α_2 değerleri için karşılaştırmalı olarak Tablo 5.57 - Tablo 5.62’de sunulmuştur.

Tablo 5.57 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 10$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$

		$\beta_2 = 10$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$									
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DQEM	N										
	13	148,9715	325,7927	379,0810	150,7031	327,2318	379,8836	1670,4304	341,0965	388,0226	
	15	148,9723	325,7943	379,0841	150,7042	327,2334	379,8889	1670,4319	341,0981	388,0281	
	17	148,9725	325,7956	379,0866	150,7043	327,2348	379,8923	1670,4330	341,0992	388,0304	
	19	148,9725	325,7961	379,0887	150,7043	327,2356	379,8944	1670,0433	341,0996	388,0329	
	21	148,9725	325,7961	379,0899	150,7043	327,2356	379,8955	1670,0433	341,0996	388,0342	
Analitik Metot		148,9722	325,7969	379,0896	150,7049	327,2351	379,8964	167,0434	341,0998	388,0338	
DQEM		$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$						
		N	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)			
		13	282,4352	434,9693	482,5642	773,0885	844,3903	1006,9513			
		15	282,4360	434,9714	482,5692	773,0892	844,3922	1006,9567			
		17	282,4365	434,9728	482,5731	773,0894	844,3937	1006,9600			
		19	282,4365	434,9737	482,5755	773,0894	844,3945	1006,9618			
		21	282,4365	434,9737	482,5766	773,0894	844,3945	1006,9630			
Analitik Metot		282,4363	434,9740	482,5762	773,0898	844,3950	1006,9634				

Tablo 5.58 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 10$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$

		$\beta_2 = 10$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$									
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DQEM	N										
	13	136,9357	277,7965	356,7889	138,8241	279,5703	357,5719	156,4519	296,6918	365,3840	
	15	136,9365	277,7999	356,7932	138,8249	279,5744	357,5774	156,4525	296,6931	365,3904	
	17	136,9366	277,8011	356,7965	138,8252	279,5763	357,5810	156,4526	296,6940	365,3961	
	19	136,9366	277,8019	356,7989	138,8252	279,5777	357,5832	156,4526	296,6945	365,3975	
	21	136,9366	277,8019	356,8001	138,8252	279,5785	357,5843	156,4526	296,6945	365,3987	
Analitik Metot		136,9370	277,8015	356,7993	138,8253	279,5789	357,5838	156,4524	296,6938	365,3981	
DQEM		$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		13	276,4174	416,0345	451,2688	770,9635	836,5149	992,3690			
		15	276,4186	416,0373	451,2739	770,9643	836,5178	992,3754			
		17	276,4189	416,0386	451,2784	770,9644	836,5190	992,3799			
		19	276,4189	416,0394	451,2805	770,9644	836,5196	992,3824			
		21	276,4189	416,0394	451,2819	770,9644	836,5196	992,3840			
Analitik Metot		276,4190	416,0393	451,2815	770,9646	836,5195	992,3833				

Tablo 5.59 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 11$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$

		$\beta_2 = 11$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$									
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DQEM	N										
	13	154,2953	335,2563	389,2446	155,9682	336,6648	390,0201	171,7987	350,2623	397,8612	
	15	154,2960	335,2588	389,2507	155,9689	336,6669	390,0289	171,7995	350,2640	397,8680	
	17	154,2962	335,2601	389,2550	155,9690	336,6677	390,0350	171,7999	350,2651	397,8721	
	19	154,2962	335,2608	389,2576	155,9690	336,6680	390,0372	171,7999	350,2655	397,8745	
	21	154,2962	335,2608	389,2589	155,9690	336,6680	390,0384	171,7999	350,2655	397,8756	
Analitik Metot		154,2962	335,2611	389,2596	155,9688	336,6683	390,0375	171,8003	350,2657	397,8751	
DQEM		$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		13	285,2395	443,6269	489,2193	774,0984	849,0614	1015,8801			
		15	285,2484	443,6282	489,2242	774,0992	849,0628	1015,8874			
		17	285,2487	443,6290	489,2280	774,0996	849,0639	1015,8908			
		19	285,2487	443,6296	489,2304	774,0996	849,0644	1015,8921			
		21	285,2487	443,6296	489,2311	774,0996	849,0644	1015,8930			
Analitik Metot		285,2490	443,6293	489,2305	774,0995	849,0647	1015,8923				

Tablo 5.60 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 11$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$

		$\beta_2 = 11$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$									
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DQEM	N										
	13	142,8304	289,2510	367,9451	144,6389	290,9613	368,6992	161,6182	307,4710	376,2656	
	15	142,8313	289,2528	367,9496	144,6400	290,9632	368,7065	161,6189	307,4724	376,2709	
	17	142,8315	289,2540	367,9527	144,6407	290,9643	368,7104	161,6192	307,4733	376,2744	
	19	142,8315	289,2546	367,9545	144,6409	290,9646	368,7132	161,6192	307,4739	376,2768	
	21	142,8315	289,2546	367,9552	144,6409	290,9646	368,7148	161,6192	307,4739	376,2779	
Analitik Metot		142,8314	289,2548	367,9550	144,6408	290,9648	368,7140	161,6191	307,4742	376,2775	
DQEM		$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		13	279,3308	424,8383	459,1556	771,9866	841,2529	1001,4598			
		15	279,3315	424,8403	459,1609	771,9872	841,2547	1001,4673			
		17	279,3316	424,8415	459,1654	771,9874	841,2556	1001,4705			
		19	279,3316	424,8424	459,1668	771,9874	841,2560	1001,4732			
		21	279,3316	424,8424	459,1674	771,9874	841,2560	1001,4742			
Analitik Metot		279,3313	424,8427	459,1669	771,9878	841,2556	1001,4733				

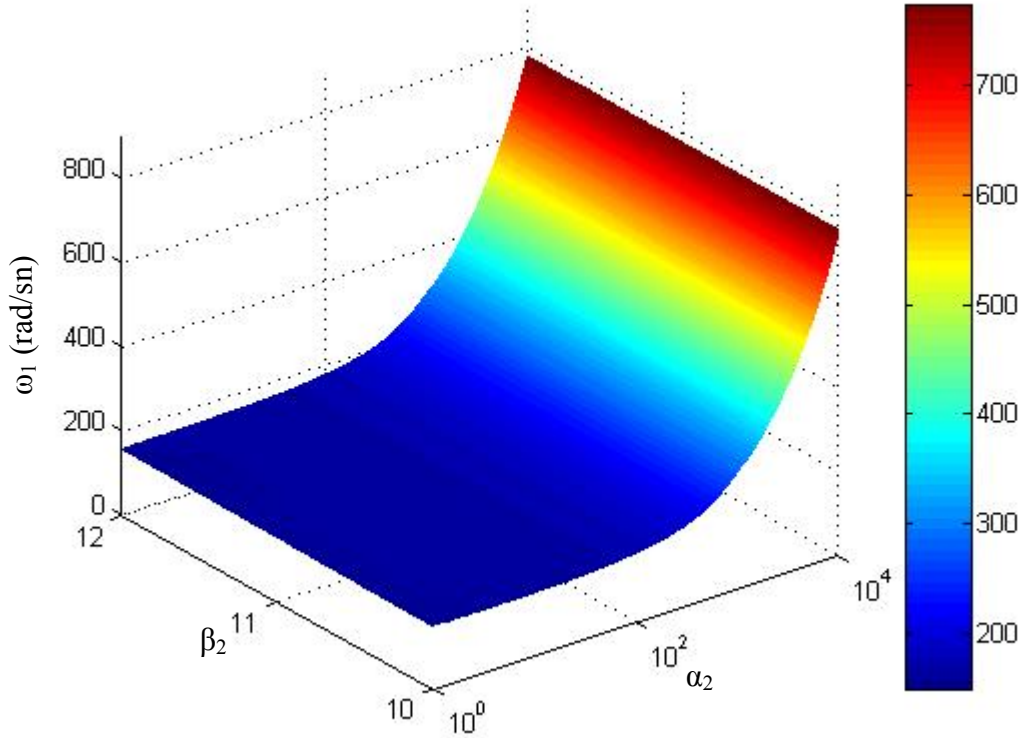
Tablo 5.61 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 12$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$

		$\beta_2 = 12$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$									
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DQEM	N										
	13	159,3128	343,9061	399,0017	160,9327	345,2903	399,7553	176,3126	358,6740	407,3012	
	15	159,3135	343,9079	399,0081	160,9330	345,2912	399,7607	176,3133	358,6763	407,3088	
	17	159,3137	343,9091	399,0118	160,9334	345,2919	399,7638	176,3135	358,6775	407,3122	
	19	159,3137	343,9097	399,0145	160,9334	345,2919	399,7657	176,3135	358,6782	407,3143	
	21	159,3137	343,9097	399,0159	160,9334	345,2919	399,7665	176,3135	358,6782	407,3152	
Analitik Metot		159,3137	343,9096	399,0155	160,9336	345,2920	399,7652	176,3138	358,6777	407,3145	
DQEM		$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		13	287,9659	451,9682	495,4004	775,0821	853,6743	1024,6970			
		15	287,9664	451,9703	495,4065	775,0827	853,6750	1024,7027			
		17	287,9667	451,9721	495,4118	775,0830	853,6754	1024,7063			
		19	287,9667	451,9730	495,4149	775,0830	853,6754	1024,7095			
		21	287,9667	451,9730	495,4163	775,0830	853,6754	1024,7107			
Analitik Metot		287,9664	451,9728	495,4156	775,0834	853,6755	1024,7110				

Tablo 5.62 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişi için DQEM ile analitik metot arasındaki yakınsama ilişkisi, $\beta_2 = 12$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$

		$\beta_2 = 12$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$									
		$\alpha_2 = 1$			$\alpha_2 = 10$			$\alpha_2 = 100$			
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	
DQEM	N										
	13	148,3324	299,6463	378,6297	150,0744	301,3002	379,3618	166,4875	317,3062	386,6919	
	15	148,3331	299,6489	378,6338	150,0751	301,3024	379,3670	166,4882	317,3090	386,6965	
	17	148,3334	299,6501	378,6362	150,0752	301,3039	379,3705	166,4884	317,3104	386,7001	
	19	148,3334	299,6509	378,6376	150,0752	301,3045	379,3732	166,4884	317,3109	386,7025	
	21	148,3334	299,6509	378,6385	150,0752	301,3045	379,3746	166,4884	317,3109	386,7038	
Analitik Metot		148,3338	299,6507	378,6390	150,0753	301,3048	379,3743	166,4884	317,3105	386,7032	
DQEM		$\alpha_2 = 1000$			$\alpha_2 = 10000$						
		ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)				
		13	282,1381	433,2429	466,5936	772,9829	845,9287	1010,4358			
		15	282,1390	433,2441	466,5994	772,9837	845,9299	1010,4407			
		17	282,1394	433,2450	466,6037	772,9840	845,9307	1010,4448			
		19	282,1394	433,2450	466,6058	772,9840	845,9307	1010,4474			
		21	282,1394	433,2450	466,6069	772,9840	845,9307	1010,4486			
Analitik Metot		282,1397	433,2457	466,6061	772,9841	845,9304	1010,4479				

Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, değişken en kesitli, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yay ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $P_r^{(2)} = 0,25$ değeri için, 1. moda ait açısal frekans değerlerinin, farklı β_2 ve α_2 değerlerine göre değişimi, üç boyutlu grafik halinde Şekil 5.33’de sunulmuştur.



Şekil 5.33 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, değişken en kesitli, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, 1. moda ait açısal frekans değerlerinin değişimi, $P_r^{(2)} = 0,25$

BÖLÜM ALTI

SONUÇLAR

Yapıların dinamik davranışı incelenirken, dinamik karakteristikleri etkili ve başarılı bir şekilde ifade edebilmek için, doğru ve yapısal davranışa uygun bir hesap modeli seçilmelidir. Bu nedenle, yapı analizinin en kritik aşaması, gerçek davranışı yansıtacak uygun bir hesap modelinin kurulmasıdır. Yapılar, dinamik davranışa daha uygun düşen bir modelleme olan sürekli kütle ile modellendiğinde, sonsuz sayıda moda sahip olurlar. Bu çalışmada, sürekli sistemin matematiksel hesap modeli, yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerinden biri olan, Reddy-Bickford kiriş teorisi dikkate alınarak kurulmuş, sistemin dinamik davranışının gerçeğe daha yakın olması amaçlanmıştır.

Doğrusal ya da doğrusal olmayan statik ve dinamik mühendislik problemlerinin çözümü için, Sonlu Elemanlar, Sonlu Farklar, En Küçük Kareler gibi ardışık yaklaşımlarla çözüme ulaşan birçok nümerik metot geliştirilmiştir. Ancak bu yöntemlerle denklemlerin çözümü aşamasında, çeşitli stabilite ve yaklaşım sorunları ortaya çıkabildiği gibi, hassas sonuçlar elde edebilmek için, çok sayıda iterasyona ve düğüm noktasına gereksinim duyulmaktadır. Bu durum, gerek bilgisayarın hafıza kapasitesini, gerekse çözüm için gereken süreyi artırabilmektedir.

Yukarıda bahsedilen bu olumsuzlukları ortadan kaldırmak amacıyla, geliştirilen metotlardan ikisi de Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM) ve Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM)'dir. Tez kapsamında, Winkler Hipotezi'ne uygun olarak modellenmiş elastik zemine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, tek açıklıklı, sabit dikdörtgen en kesitli ve farklı sınır koşullarına sahip Reddy-Bickford kirişi ile Şekil 1.1'de verilen iki elemana ayrılmış, değişken en kesitli, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, serbest titreşimine ait hareket denklemleri, yarı analitik-nümerik metot olan DTM ve DQEM kullanılarak çözülmüştür. İlk üç mod için elde edilen açısız frekans değerleri, analitik yöntemle elde edilen açısız frekans değerleri ile karşılaştırmalı olarak tablolar halinde sunulmuştur.

Analitik metotla çözüme ilişkin sayısal uygulamalarda, zemin yatak katsayısının sırasıyla, 5000 t/m^3 ve 20000 t/m^3 alınması durumunda, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, $P_r = 0,25$ ve $L = 5,0$ m değerleri için, ilk altı moda ait açısal frekans değerleri ile $P_r = 0,25$ ve $L = 7,5$ m değerleri için, ilk yedi moda ait açısal frekans değerleri, Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak aynı değişkenler için elde edilen açısal frekans değerlerinden daha düşüktür. Aynı sınır koşuluna sahip Reddy-Bickford kirişinin, $P_r = 0,50$ ve $L = 5,0$ m değerleri için, ilk sekiz moda ait açısal frekans değerleri ile $P_r = 0,50$ ve $L = 7,5$ m değerleri için, ilk dokuz moda ait açısal frekans değerlerinin, Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak aynı değişkenler için elde edilen açısal frekans değerlerinden daha düşük olduğu gözlenmiştir.

Farklı zemin yatak katsayıları dikkate alınması durumunda, farklı uzunluklardaki, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin, $P_r = 0,25$ değeri için, ilk iki moda ait açısal frekans değerleri ile $P_r=0,50$ değeri için, ilk üç moda ait açısal frekans değerlerinin, Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak aynı değişkenler için elde edilen açısal frekans değerlerinden daha düşük olduğu, analitik metotun uygulandığı sayısal uygulamalarda gözlenmiştir.

Benzer şekilde, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli ve farklı uzunluklara sahip Reddy-Bickford kirişinin, $P_r = 0,25$ değeri için, ilk üç moda ait açısal frekans değerleri ile $P_r=0,50$ değeri için, ilk beş moda ait açısal frekans değerlerinin, Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak aynı değişkenler için elde edilen açısal frekans değerlerinden daha düşük olduğu gözlenmiştir.

Analitik metotla çözüme ilişkin sayısal uygulamalarda kullanılan, her iki kiriş teorisi ve tüm sınır koşulları için, zemin yatak katsayısının sabit kalması durumunda, elastik zemine oturan kirişe etkileyen aksenal basınç kuvveti arttırıldıkça, açısal frekans değerleri azalmaktadır. Özellikle kısa kirişlere ait yüksek modlarda aksenal basınç kuvvetinin etkisi çok daha belirgindir.

Tüm sınır koşulları ve her iki kiriş teorisi için, P_r ve C_s değerleri sabit kalmak koşuluyla, kiriş boyları arttırıldıkça, analitik metotla hesaplanan açısıl frekans değerlerinde azalma gözlemlenmiştir. Benzer şekilde, P_r ve L değerleri sabit kalmak koşuluyla, zemin yatak katsayısı arttırıldıkça açısıl frekans değerleri artış göstermiştir.

DTM'na ilişkin sayısal uygulamaların tamamında, tüm sınır koşulları için, rijitlik oranı ve rölatif rijitlik değerlerinin sabit kalması durumunda, elastik zemine oturan kirişe etkiyen eksenel basınç kuvveti arttırıldıkça, açısıl frekans değerleri azalmaktadır.

Farklı rölatif rijitlik değerleri, diğer bir değişle, farklı zemin yatak katsayıları dikkate alınması durumunda, aynı rijitlik oranı ve eksenel basınç kuvveti değeri için, zemin yatak katsayısı arttırıldıkça, hesaplanan ilk üç moda ait açısıl frekans değerlerinde artış gözlenmiştir.

Benzer şekilde, rölatif rijitlik ve eksenel basınç kuvveti değerlerinin sabit kalması durumunda, rijitlik oranı arttırıldığında, kirişin kayma rijitliği artacağından, ilk üç moda ait açısıl frekans değerlerinde artış gözlenmiştir.

DTM'nun elastik zemine oturan ve eksenel basınç kuvveti etkisindeki, tek ve iki açıklıklı, dikdörtgen, sabit ve değişken en kesitli Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine uygulanması sonucunda, analitik yöntemle hesaplanan açısıl frekans değerleriyle örtüşen açısıl frekans değerleri elde edilmiştir. Elastik zemine oturan, tek açıklıklı ve eksenel basınç kuvveti etkisindeki Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait açısıl frekans değerlerinin tamamının, yüksek duyarlılıkla ve DTM kullanılarak hesaplanabilmesi için gerekli terim sayısı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş ile bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kiriş için en az 76; bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli kiriş için en az 34'dür. Elastik zemine oturan, eksenel basınç kuvveti etkisindeki, iki elemana ayrılmış ve değişken en kesitli Reddy-Bickford kirişinin, ilk üç moda ait açısıl frekans değerlerinin tamamının, DTM kullanılarak hesaplanması

için en az 38 terime gereksinim vardır. Tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi ile bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için, 76. terimden sonra; tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişi için, 34. terimden sonra; iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişi için ise, 38. terimden sonra sırasıyla, dördüncü mod, beşinci mod ve diğer modlara ait açısal frekans değerleri, hızlı bir şekilde yakınsamaktadır. Ancak tez kapsamında dikkate alınacak örneklerde ilk üç modun yakınsaması gösterilmiştir.

DTM kullanılarak çözülen tüm sayısal örnekler dikkate alındığında, farklı sınır koşulları, rijitlik oranları ve eksenel kuvvet değerleri için, DTM ile hesaplanan ilk üç mod açısal frekans değerlerinin, analitik yöntemle elde edilen açısal frekans değerlerine yakınsaması için gerekli terim sayısı, Tablo 6.1’de özet halinde sunulmuştur.

Tablo 6.1’den görüldüğü gibi, elastik zemine oturan, tek açıklıklı, farklı sınır koşullarına sahip Reddy-Bickford kirişlerinin serbest titreşimine ait ilk üç mod açısal frekans değerlerinin yakınsaması için gerekli terim sayıları farklılık göstermektedir. Bu farklılığın temel nedeni, elastik zemine oturan kirişin mesnet koşullarıdır. Bu mesnet koşullarından, ($z=0$) noktasındaki mesnet tipi en etken olanıdır. Kirişin ($z=0$) noktasındaki mesnetin, ankastre mesnet olması durumunda, deplasman fonksiyonuna ait sonlu Taylor seri açılımındaki ilk iki terimin; kesit dönmesi fonksiyonuna ait sonlu Taylor seri açılımında ise ilk terimin “sıfır” olması bu sonuca neden olmaktadır. Bu durumda, ilk üç moda ait açısal frekans değerlerinin, analitik yöntemle elde edilen açısal frekans değerlerine yakınsaması için gerekli terim sayısı artış göstermektedir. Ancak, kirişin ($z=0$) noktasındaki mesnetin, basit mesnet olması durumunda, deplasman fonksiyonunun seri açılımının birinci ve üçüncü terimi; kesit dönmesi fonksiyonunun ise sadece ikinci terimi “sıfır” olmaktadır. Böylece ($z = 0$) noktasında basit mesnet bulunan kirişe ait ilk üç moda ait açısal frekans değerlerinin yakınsaması için gerekli terim sayısı, aynı noktada ankastre mesnet bulunan kirişin

ilk üç moduna ait açılmal frekans değerlerinin yakınsaması için gerekli terim sayısından daha azdır.

Tablo 6.1 DTM'nun elastik zemine oturan Reddy-Bickford kirişine uygulanması durumunda farklı sınır koşullarına ait ilk üç modun yakınsaması için gerekli terim sayısı

Sınır Koşulları	β (β_2)	$P_r (P_r^{(2)})$	\bar{N}		
			1. mod	2. mod	3. mod
Bir ucu ankastre, diğer ucu kayıcı ankastre mesnetli kiriş	10	0,25	70	72	76
		0,50	66	68	76
	11	0,25	72	74	76
		0,50	70	72	76
	12	0,25	74	76	76
		0,50	74	76	76
Bir ucu ankastre, diğer ucu hareketli mesnetli kiriş	10	0,25	68	70	74
		0,50	66	68	72
	11	0,25	72	74	74
		0,50	70	72	74
	12	0,25	74	74	76
		0,50	74	76	76
Bir ucu sabit, diğer ucu hareketli mesnetli kiriş	10	0,25	14	24	34
		0,50	14	24	34
	11	0,25	14	24	34
		0,50	14	24	34
	12	0,25	14	24	34
		0,50	14	24	34
Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı kiriş	10	0,25	32	36	38
		0,50	32	36	38
	11	0,25	32	36	38
		0,50	32	36	38
	12	0,25	32	36	38
		0,50	32	36	38

Kirişin ($z=1$) noktasındaki mesnet koşulu, ($z=0$) noktasındaki mesnet koşulu kadar etkili olmasa da, yakınsama için gerekli terim sayısını etkileyen diğer bir faktördür. Kirişin ($z=1$) noktasında basit mesnet bulunması durumunda, deplasman fonksiyonunun yanı sıra, eğilme momenti ve yüksek mertebeden moment fonksiyonları “sıfır” olacağından, bu kirişin ilk üç moda ait açısız frekans değerlerinin yakınsaması için gerekli terim sayısının, ($z=1$) noktasında ankastre mesnet bulunan kirişin ilk üç moda ait açısız frekans değerlerinin yakınsaması için gerekli terim sayısından daha az olduğu gözlemlenmiştir.

DQEM'nun, tek açıklıklı ve farklı sınır koşullarına sahip kirişlerin serbest titreşim analizine uygulanması aşamasında hesap modelinin, tek bir alt elemana; uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş, değişken kesitli kirişin serbest titreşim analizine uygulanması aşamasında ise, modelin iki alt elemana ayrılması tercih edilmiştir. Literatürdeki çalışmalar hesap modelinin, açıklık sayısı kadar alt elemanlara ayrılabilmesi gibi, açıklık sayısından fazla alt elemana da ayrılabilmesini göstermiştir. Hesap modelin açıklık sayısından fazla alt elemana ayrılması durumunda, yakınsama için gerekli düğüm noktası sayısı azalmakta ancak, bilgisayar programlarında, kapasite problemleri ile karşı karşıya kalınmaktadır (Karami ve diğer., 2003). Bu nedenle, tez kapsamında, açıklık sayısına eşit eleman sayısı dikkate alınmıştır.

DQEM'nun, elastik zemine oturan ve aksel basınç kuvveti etkisindeki, dikdörtgen, sabit ve değişken en kesitli Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine uygulanması sonucunda, bazı örnekler için, analitik yöntemle hesaplanan açısız frekans değerleriyle örtüşen; bazı örnekler için ise, analitik yöntemle hesaplanan açısız frekans değerlerine oldukça yakın sayısal değerler elde edilmiştir.

DQEM'nun, elastik zemine oturan, tek açıklıklı ve farklı sınır koşullarına sahip Reddy-Bickford kirişlerine uygulanması durumunda, birinci modlar, genellikle 15 düğüm noktası; ikinci modlar, 17 düğüm noktası ve üçüncü modlar, 19 düğüm noktası dikkate alınması durumunda, analitik metot kullanılarak elde edilen açısız frekans değerlerine büyük bir yakınsaklık göstermiştir. Düğüm noktalarının

artırılması durumunda, dördüncü mod, beşinci mod ve diğer modlara ait açısai frekans değerleri yakınsamaktadır.

DQEM kullanılarak gerçekleştirilen, elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizinde, birinci modların, genellikle 17 düğüm noktası; ikinci modların, 19 düğüm noktası ve üçüncü modların, 21 düğüm noktası dikkate alınması durumunda, analitik metot kullanılarak elde edilen açısal frekans değerlerine büyük oranda yakınsadığı gözlenmiştir.

Doktora tezi kapsamında kullanılan metotların etkinliğini kıyaslayabilmek amacıyla, farklı β , α ve P_r değerleri için, tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişine ait ilk üç mod karşılaştırmalı açısal frekans değerleri Tablo 6.2-Tablo 6.4'de; tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) ankastre, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişine ait ilk üç mod karşılaştırmalı açısal frekans değerleri Tablo 6.5-Tablo 6.7'de; tek açıklıklı, bir ucu ($z=0$) sabit, diğer ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişine ait ilk üç mod karşılaştırmalı açısal frekans değerleri Tablo 6.8-Tablo 6.10'da; farklı β_2 , α_2 ve $P_r^{(2)}$ değerleri için; iki elemana ayrılmış ve her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişine ait ilk üç moda ait açısal frekans değerleri ise, karşılaştırmalı olarak Tablo 6.11-Tablo 6.13'de sunulmuştur. Ayrıca, elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış ve uçları yarı-rijit bağlantılı kiriş modeli için, $\beta_2 = 10, 11, 12$; $\alpha_2 = 100$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$ ve $0,50$ alınması durumunda, analitik metot, DTM ve DQEM kullanılarak elde edilen ilk üç moda ait açısal frekans değerleri, karşılaştırmalı olarak Şekil 6.1-Şekil 6.18'de sunulmuştur.

Tablo 6.2 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kiriş inin serbest titreş im analizine ait karşı laşt ırmalı ağı sal frekans değ erleri, $\beta =10$

$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	160,5507	337,8733	554,6899	160,5507	337,8733	554,6899	160,5504	337,8739	554,6899
10	172,9698	343,9483	558,4111	172,9698	343,9483	558,4111	172,9698	343,9490	558,4110
100	267,0934	399,6507	594,3428	267,0934	399,6507	594,3428	267,0931	399,6501	594,3428
1000	696,8086	757,7777	876,0402	696,8086	757,7777	876,0402	696,8080	757,7775	876,0401
10000	2151,1799	2171,6253	2215,7345	2151,1799	2171,6253	2215,7345	2151,1799	2171,6252	2215,7340
$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	114,2936	255,1585	446,0283	114,2936	255,1585	446,0283	114,2935	255,1588	446,0280
10	131,1680	263,1499	450,6476	131,1680	263,1499	450,6476	131,1680	263,1501	450,6476
100	242,1268	332,6683	494,4730	242,1268	332,6683	494,4730	242,1265	332,6683	494,4730
1000	687,6254	724,4802	811,6076	687,6254	724,4802	811,6076	687,6253	724,4802	811,6076
10000	2148,2228	2160,3019	2191,0590	2148,2228	2160,3019	2191,0590	2148,2227	2160,3023	2191,0598

Tablo 6.3 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kiriş inin serbest titreş im analizine ait karşı laşt ırmalı ağı sal frekans değ erleri, $\beta =11$

$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	169,1649	355,4707	581,7662	169,1649	355,4707	581,7662	169,1649	355,4711	581,7660
10	180,9939	361,2499	585,3146	180,9939	361,2499	585,3146	180,9938	361,2503	585,3149
100	272,3584	414,6344	619,6891	272,3584	414,6344	619,6891	272,3580	414,6340	619,6891
1000	698,8436	765,5881	893,4299	698,8436	765,5881	893,4299	698,8435	765,5890	893,4303
10000	2151,8399	2174,4328	2222,6672	2151,8399	2174,4328	2222,6672	2151,8403	2174,4319	2222,6669
$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	126,4237	278,4604	479,6854	126,4237	278,4604	479,6854	126,4233	278,4600	479,6859
10	141,8625	285,8011	483,9836	141,8625	285,8011	483,9836	141,8630	285,8001	483,9823
100	248,0833	350,8598	525,0337	248,0833	350,8598	525,0337	248,0832	350,8587	525,0341
1000	689,7453	733,0115	830,5803	689,7453	733,0115	830,5803	689,7451	733,0119	830,5807
10000	2148,9023	2163,1779	2198,1575	2148,9023	2163,1779	2198,1575	2148,9023	2163,1772	2198,1569

Tablo 6.4 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) kayıcı ankastre mesnetli Reddy-Bickford kiriş inin serbest titreş im analizine ait karşı laşt ırılmal ı aç ısal frekans değ erleri, $\beta =12$

$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	177,0957	371,8837	606,9149	177,0957	371,8837	606,9149	177,0954	371,8836	606,9152
10	188,4274	377,4111	610,3190	188,4274	377,4111	610,3190	188,4274	377,4108	610,3181
100	277,3540	428,7877	643,3560	277,3540	428,7877	643,3560	277,3541	428,7871	643,3568
1000	700,8056	773,3452	910,0071	700,8056	773,3452	910,0071	700,8052	773,3448	910,0099
10000	2152,4779	2177,1761	2229,3824	2152,4779	2177,1761	2229,3824	2152,4775	2177,1754	2229,3815
$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	137,0783	299,4309	510,6182	137,0783	299,4309	510,6182	137,0783	299,4305	510,6178
10	151,4348	306,2693	514,6581	151,4348	306,2693	514,6581	151,4347	306,2690	514,6577
100	253,6786	367,7244	553,4377	253,6786	367,7244	553,4377	253,6786	367,7245	553,4379
1000	691,7775	741,2317	848,8207	691,7775	741,2317	848,8207	691,7775	741,2319	848,8211
10000	2149,5555	2165,9772	2205,1143	2149,5555	2165,9772	2205,1143	2149,5552	2165,9767	2205,1146

Tablo 6.5 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş inin serbest titreş im analizine ait karşı laşt ırmalı açısal frekans değ erleri, $\beta =10$

$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	128,8860	316,2654	524,6319	128,8860	316,2654	524,6319	128,8857	316,2650	524,6323
10	144,0612	322,7473	528,5649	144,0612	322,7473	528,5649	144,0611	322,7473	528,5643
100	249,3471	381,5575	566,3931	249,3471	381,5575	566,3931	249,3471	381,5570	566,3927
1000	690,2009	748,1908	857,3241	690,2009	748,1908	857,3241	690,2005	748,1904	857,3237
10000	2149,0486	2168,3685	2208,4015	2149,0486	2168,3685	2208,4015	2149,0485	2168,3682	2208,4010
$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	66,7846	230,6040	412,7176	66,7846	230,6040	412,7176	66,7846	230,6036	412,7179
10	92,7482	239,4164	417,7055	92,7482	239,4164	417,7055	92,7483	239,4167	417,7059
100	223,6572	314,2301	464,6485	223,6572	314,2301	464,6485	223,6570	314,2301	464,6488
1000	681,3412	716,2010	793,7893	681,3412	716,2010	793,7893	681,3414	716,2019	793,7896
10000	2146,2196	2157,5394	2184,5215	2146,2196	2157,5394	2184,5215	2146,2195	2157,5389	2184,5221

Tablo 6.6 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş inin serbest titreş im analizine ait karşı laşt ırmalı açısal frekans değ erleri, $\beta = 11$

$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	135,9574	333,4258	551,7728	135,9574	333,4258	551,7728	135,9571	333,4260	551,7732
10	150,4208	339,5804	555,5129	150,4208	339,5804	555,5129	150,4208	339,5803	555,5124
100	253,0746	395,8978	591,6203	253,0746	395,8978	591,6203	253,0744	395,8971	591,6214
1000	691,5563	755,6047	874,1954	691,5563	755,6047	874,1954	691,5566	755,6043	874,1960
10000	2149,4843	2170,9379	2215,0059	2149,4843	2170,9379	2215,0059	2149,4840	2170,9381	2215,0066
$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	79,8387	253,8732	446,9376	79,8387	253,8732	446,9376	79,8384	253,8735	446,9383
10	102,5487	261,9039	451,5476	102,5487	261,9039	451,5476	102,5484	261,9034	451,5471
100	227,8960	331,6835	495,2934	227,8960	331,6835	495,2934	227,8959	331,6835	495,2938
1000	682,7444	724,0285	812,1076	682,7444	724,0285	812,1076	682,7442	724,0280	812,1083
10000	2146,6654	2160,1504	2191,2443	2146,6654	2160,1504	2191,2443	2146,6650	2160,1499	2191,2448

Tablo 6.7 Bir ucu ($z=0$) ankastre, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş inin serbest titreş im analizine ait karşı laşt ırmalı açısal frekans değ erleri, $\beta =12$

$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	142,3597	349,3064	577,2495	142,3597	349,3064	577,2495	142,3598	349,3064	577,2489
10	156,2318	355,1865	580,8253	156,2318	355,1865	580,8253	156,2316	355,1863	580,8259
100	256,5711	409,3625	615,4513	256,5711	409,3625	615,4513	256,5714	409,3622	615,4519
1000	692,8434	762,7461	890,4947	692,8434	762,7461	890,4947	692,8434	762,7464	890,4953
10000	2149,8987	2173,4335	2221,4902	2149,8987	2173,4335	2221,4902	2149,8983	2173,4338	2221,4908
$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	90,4658	274,5879	478,1987	90,4658	274,5879	478,1987	90,4654	274,5878	478,1995
10	111,0230	282,0293	482,5101	111,0230	282,0293	482,5101	111,0227	282,0297	482,5109
100	231,8328	347,7943	523,6757	231,8328	347,7943	523,6757	231,8329	347,7946	523,6763
1000	684,0685	731,5491	829,7226	684,0685	731,5491	829,7226	684,0686	731,5495	829,7233
10000	2147,0869	2162,6828	2197,8335	2147,0869	2162,6828	2197,8335	2147,0865	2162,6830	2197,8343

Tablo 6.8 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine ait karşılaştırmalı açısal frekans değ erleri, $\beta =10$

$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	99,6589	293,9623	496,7742	99,6589	293,9623	496,7742	99,6593	293,9630	496,7753
10	118,6336	300,9250	500,9258	118,6336	300,9250	500,9258	118,6339	300,9248	500,9263
100	235,5722	363,2853	540,6912	235,5722	363,2853	540,6912	235,5721	363,2851	540,6919
1000	685,3449	739,0396	840,5654	685,3449	739,0396	840,5654	685,3449	739,0397	840,5658
10000	2147,4939	2165,2280	2201,9498	2147,4939	2165,2280	2201,9498	2147,4938	2165,2277	2201,9501
$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 10$ ve $P_r = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	31,0783	224,8326	407,5417	31,0783	224,8326	407,5417	31,0780	224,8322	407,5424
10	71,4696	233,8626	412,5922	71,4696	233,8626	412,5922	71,4695	233,8624	412,5929
100	215,7040	310,0194	460,0572	215,7040	310,0194	460,0572	215,7043	310,0199	460,0578
1000	678,7721	714,3636	791,1106	678,7721	714,3636	791,1106	678,7729	714,3643	791,1115
10000	2145,4054	2156,9302	2183,5495	2145,4054	2156,9302	2183,5495	2145,4063	2156,9314	2183,5504

Tablo 6.9 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine ait karşılaştırmalı açısal frekans değ erleri, $\beta = 11$

$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	104,7982	310,4270	523,8454	104,7982	310,4270	523,8454	104,7930	310,4274	523,8458
10	122,9824	317,0284	527,7841	122,9824	317,0284	527,7841	122,9826	317,0288	527,7848
100	237,7920	376,7324	565,6645	237,7920	376,7324	565,6645	237,7920	376,7322	565,6643
1000	686,1110	745,7416	856,8429	686,1110	745,7416	856,8429	686,1114	745,7415	856,8428
10000	2147,7386	2167,5247	2208,2147	2147,7386	2167,5247	2208,2147	2147,7383	2167,5248	2208,2146
$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 11$ ve $P_r = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	44,9067	245,9691	440,1360	44,9067	245,9691	440,1360	44,9067	245,9690	440,1364
10	78,4771	254,2495	444,8165	78,4771	254,2495	444,8165	78,4773	254,2495	444,8167
100	218,1261	325,6734	489,1646	218,1261	325,6734	489,1646	218,1260	325,6736	489,1649
1000	679,5456	721,2950	808,3844	679,5456	721,2950	808,3844	679,5457	721,2952	808,3846
10000	2145,6502	2159,2358	2189,8671	2145,6502	2159,2358	2189,8671	2145,6504	2153,2359	2189,8674

Tablo 6.10 Bir ucu ($z=0$) sabit, diğ er ucu ($z=1$) hareketli mesnetli Reddy-Bickford kiriş inin serbest titreş im analizine ait karşı laşt ırmalı açısal frekans değ erleri, $\beta =12$

$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	109,2968	325,5519	549,1653	109,2968	325,5519	549,1653	109,2965	325,5520	549,1654
10	126,8378	331,8524	552,9237	126,8378	331,8524	552,9237	126,8379	331,8524	552,9236
100	239,8086	389,2896	589,1900	239,8086	389,2896	589,1900	239,8082	389,2898	589,1903
1000	686,8125	752,1633	872,5526	686,8125	752,1633	872,5526	686,8125	725,1631	872,5527
10000	2147,9628	2169,7424	2214,3579	2147,9628	2169,7424	2214,3579	2147,9630	2169,7429	2214,3583
$\alpha = \frac{C_s \cdot L^4}{EI_x}$	$\beta = 12$ ve $P_r = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	54,5870	264,8016	469,9873	54,5870	264,8016	469,9873	54,5869	264,8015	469,9877
10	84,3906	272,5104	474,3734	84,3906	272,5104	474,3734	84,3909	272,5108	474,3738
100	220,3228	340,1209	516,1884	220,3228	340,1209	516,1884	220,3230	340,1211	516,1886
1000	680,2539	727,9324	825,0174	680,2539	727,9324	825,0174	680,2541	727,9326	825,0178
10000	2145,8747	2161,4620	2196,0616	2145,8747	2161,4620	2196,0616	2145,8747	2161,4621	2165,0621

Tablo 6.11 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri, $\beta_2 = 10$

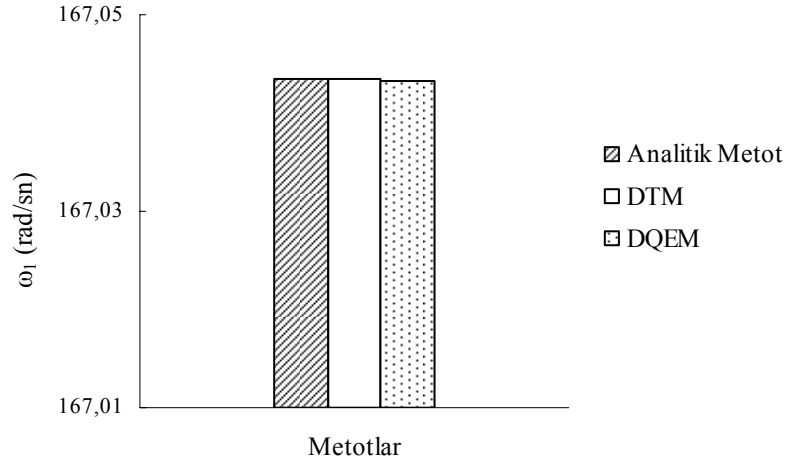
$\alpha_2 = \frac{C_S \cdot L^4}{EI_{x,2}}$	$\beta_2 = 10$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	148,9722	325,7969	379,0896	148,9722	325,7969	379,0896	148,9725	325,7961	379,0899
10	150,7049	327,2351	379,8964	150,7049	327,2351	379,8964	150,7043	327,2356	379,8955
100	167,0434	341,0998	388,0338	167,0434	341,0998	388,0338	1670,0433	341,0996	388,0342
1000	282,4363	434,9740	482,5762	282,4363	434,9740	482,5762	282,4365	434,9737	482,5766
10000	773,0898	844,3950	1006,9634	773,0898	844,3950	1006,9634	773,0894	844,3945	1006,9630
$\alpha_2 = \frac{C_S \cdot L^4}{EI_{x,2}}$	$\beta_2 = 10$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	136,9370	277,8015	356,7993	136,9370	277,8015	356,7993	136,9366	277,8019	356,8001
10	138,8253	279,5789	357,5838	138,8253	279,5789	357,5838	138,8252	279,5785	357,5843
100	156,4524	296,6938	365,3981	156,4524	296,6938	365,3981	156,4526	296,6945	365,3987
1000	276,4190	416,0393	451,2815	276,4190	416,0393	451,2815	276,4189	416,0394	451,2819
10000	770,9646	836,5195	992,3833	770,9646	836,5195	992,3833	770,9644	836,5196	992,3840

Tablo 6.12 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri, $\beta_2 = 11$

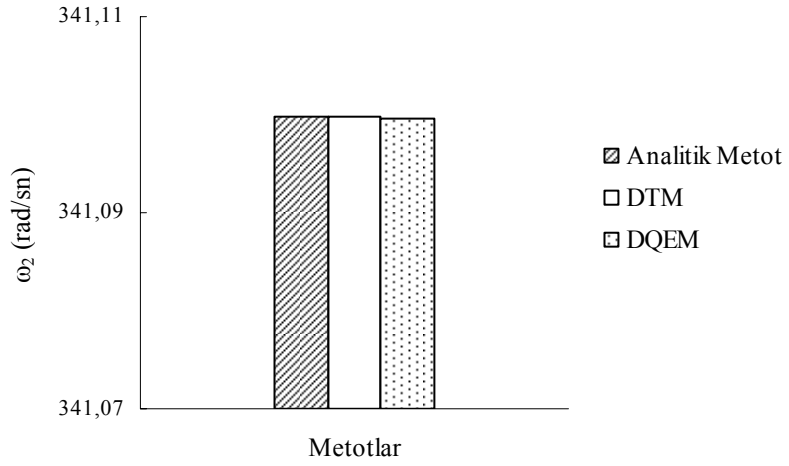
$\alpha_2 = \frac{C_S \cdot L^4}{EI_{x,2}}$	$\beta_2 = 11$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	154,2962	335,2611	389,2596	154,2962	335,2611	389,2596	154,2962	335,2608	389,2589
10	155,9688	336,6683	390,0375	155,9688	336,6683	390,0375	155,9690	336,6680	390,0384
100	171,8003	350,2657	397,8751	171,8003	350,2657	397,8751	171,7999	350,2655	397,8756
1000	285,2490	443,6293	489,2305	285,2490	443,6293	489,2305	285,2487	443,6296	489,2311
10000	774,0995	849,0647	1015,8923	774,0995	849,0647	1015,8923	774,0996	849,0644	1015,8930
$\alpha_2 = \frac{C_S \cdot L^4}{EI_{x,2}}$	$\beta_2 = 11$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	142,8314	289,2548	367,9550	142,8314	289,2548	367,9550	142,8315	289,2546	367,9552
10	144,6408	290,9648	368,7140	144,6408	290,9648	368,7140	144,6409	290,9646	368,7148
100	161,6191	307,4742	376,2775	161,6191	307,4742	376,2775	161,6192	307,4739	376,2779
1000	279,3313	424,8427	459,1669	279,3313	424,8427	459,1669	279,3316	424,8424	459,1674
10000	771,9878	841,2556	1001,4733	771,9878	841,2556	1001,4733	771,9874	841,2560	1001,4742

Tablo 6.13 Her iki ucu yarı-rijit bağlantılı Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri, $\beta_2 = 12$

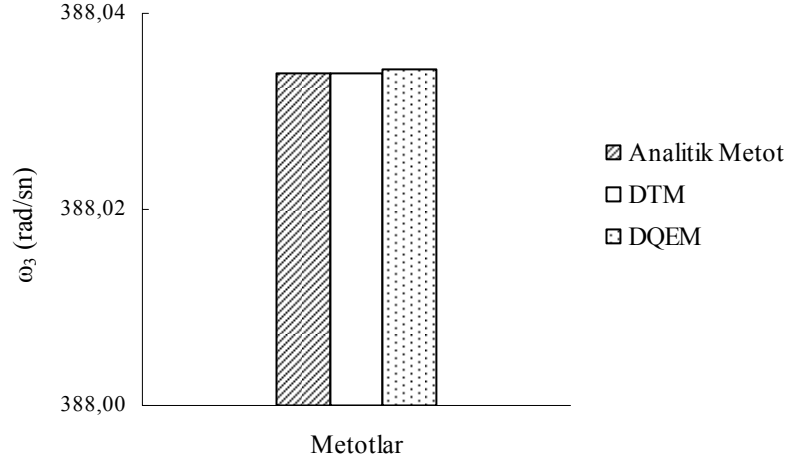
$\alpha_2 = \frac{C_S \cdot L^4}{EI_{x,2}}$	$\beta_2 = 12$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	159,3137	343,9096	399,0155	159,3137	343,9096	399,0155	159,3137	343,9097	399,0159
10	160,9336	345,2920	399,7652	160,9336	345,2920	399,7652	160,9334	345,2919	399,7665
100	176,3138	358,6777	407,3145	176,3138	358,6777	407,3145	176,3135	358,6782	407,3152
1000	287,9664	451,9728	495,4156	287,9664	451,9728	495,4156	287,9667	451,9730	495,4163
10000	775,0834	853,6755	1024,7110	775,0834	853,6755	1024,7110	775,0830	853,6754	1024,7107
$\alpha_2 = \frac{C_S \cdot L^4}{EI_{x,2}}$	$\beta_2 = 12$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$								
	Analitik Metot			DTM			DQEM		
	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)	ω_1 (rad/sn)	ω_2 (rad/sn)	ω_3 (rad/sn)
1	148,3338	299,6507	378,6390	148,3338	299,6507	378,6390	148,3334	299,6509	378,6385
10	150,0753	301,3048	379,3743	150,0753	301,3048	379,3743	150,0752	301,3045	379,3746
100	166,4884	317,3105	386,7032	166,4884	317,3105	386,7032	166,4884	317,3109	386,7038
1000	282,1397	433,2457	466,6061	282,1397	433,2457	466,6061	282,1394	433,2450	466,6069
10000	772,9841	845,9304	1010,4479	772,9841	845,9304	1010,4479	772,9840	845,9307	1010,4486



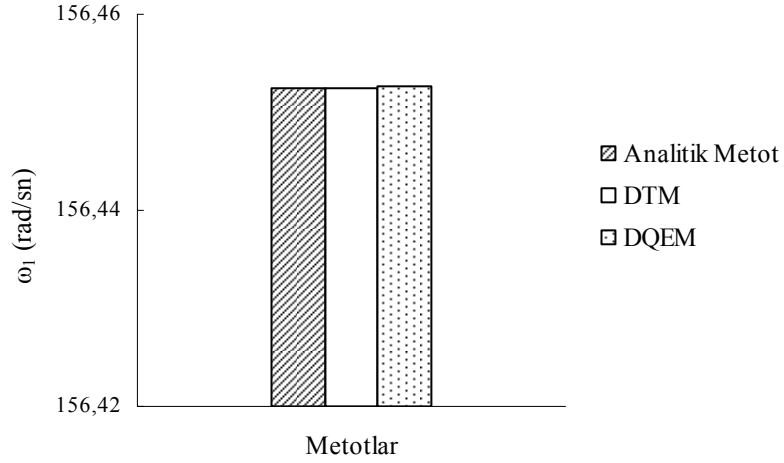
Şekil 6.1 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=10$, $\alpha_2=100$ ve $P_1^{(2)}=0,25$ değerleri için, 1. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



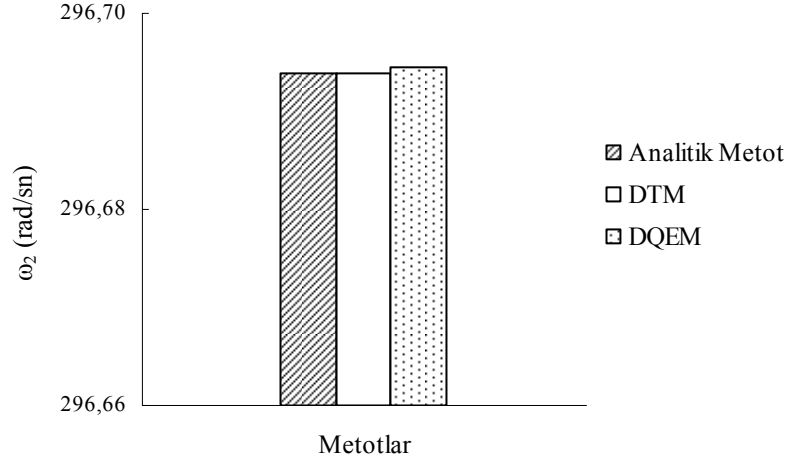
Şekil 6.2 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=10$, $\alpha_2=100$ ve $P_1^{(2)}=0,25$ değerleri için, 2. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



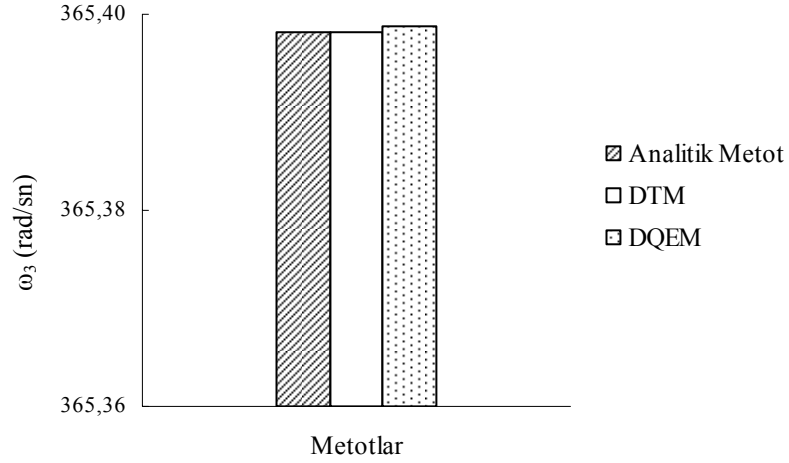
Şekil 6.3 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=10$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$ değerleri için, 3. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



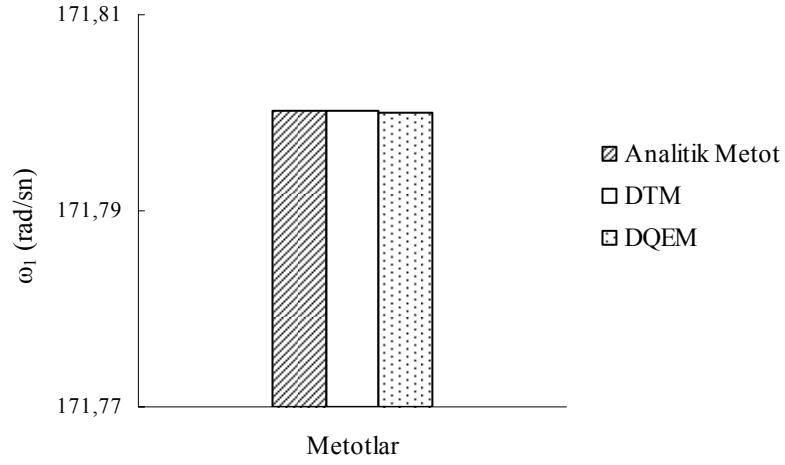
Şekil 6.4 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=10$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$ değerleri için, 1. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



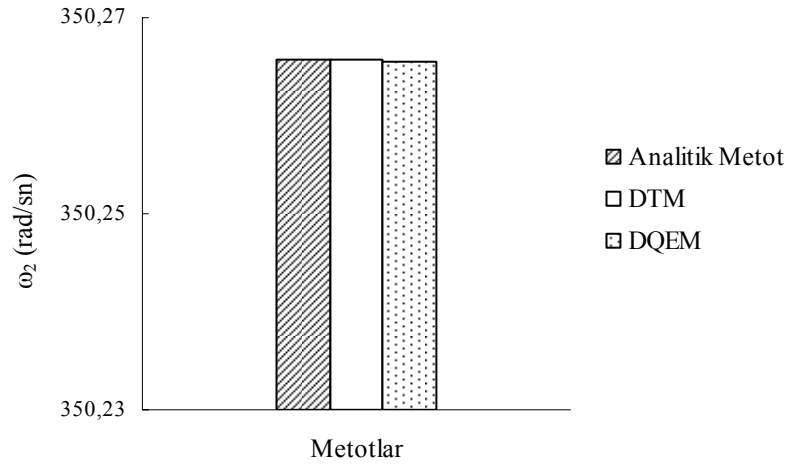
Şekil 6.5 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=10$, $\alpha_2=100$ ve $p_r^{(2)}=0,50$ değerleri için, 2. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



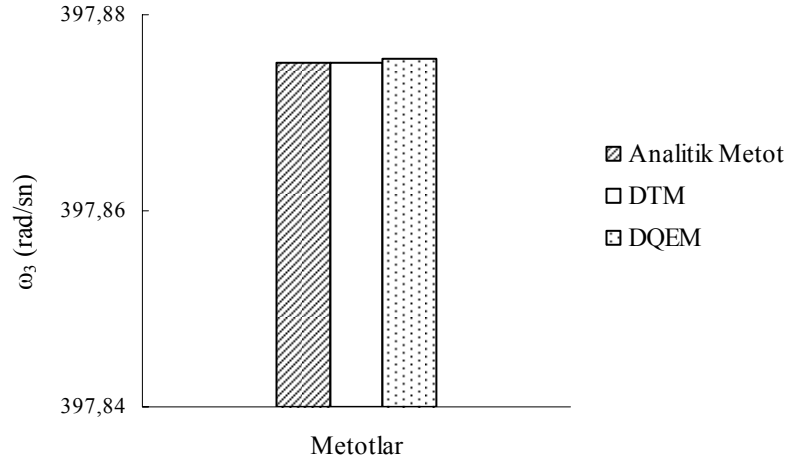
Şekil 6.6 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=10$, $\alpha_2=100$ ve $p_r^{(2)}=0,50$ değerleri için, 3. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



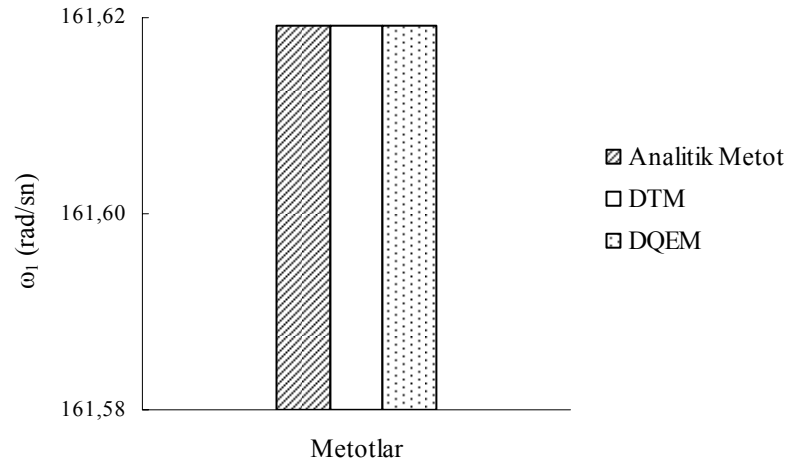
Şekil 6.7 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=11$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$ değerleri için, 1. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



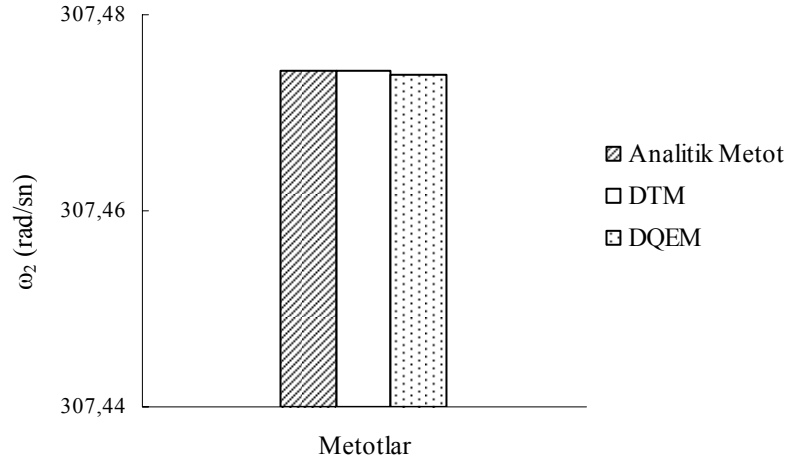
Şekil 6.8 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=11$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)} = 0,25$ değerleri için, 2. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



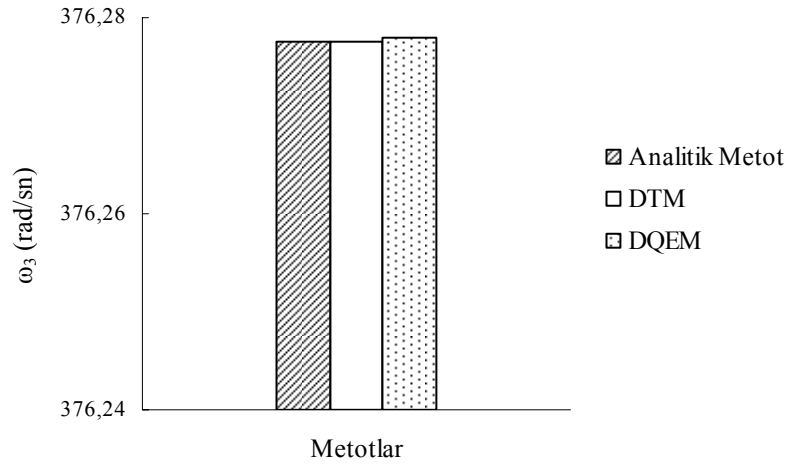
Şekil 6.9 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=11$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)}=0,25$ değerleri için, 3. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



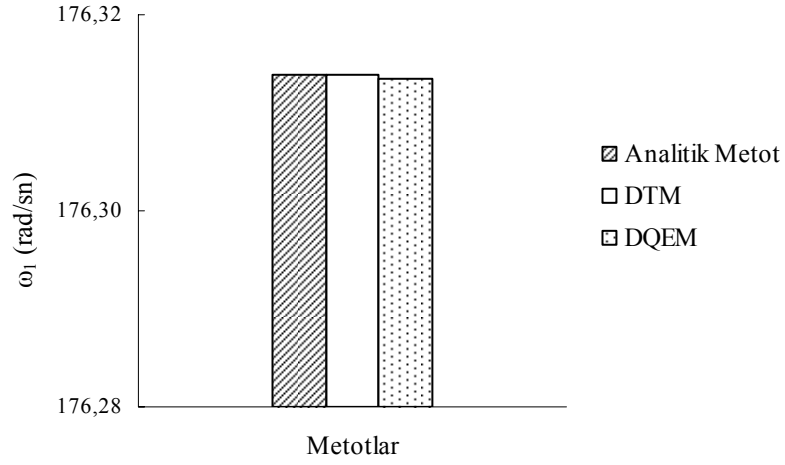
Şekil 6.10 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=11$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)}=0,50$ değerleri için, 1. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



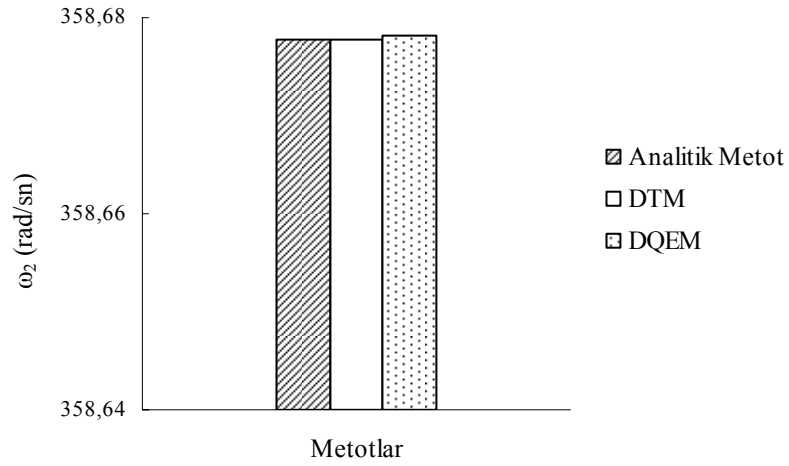
Şekil 6.11 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=11$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$ değerleri için, 2. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



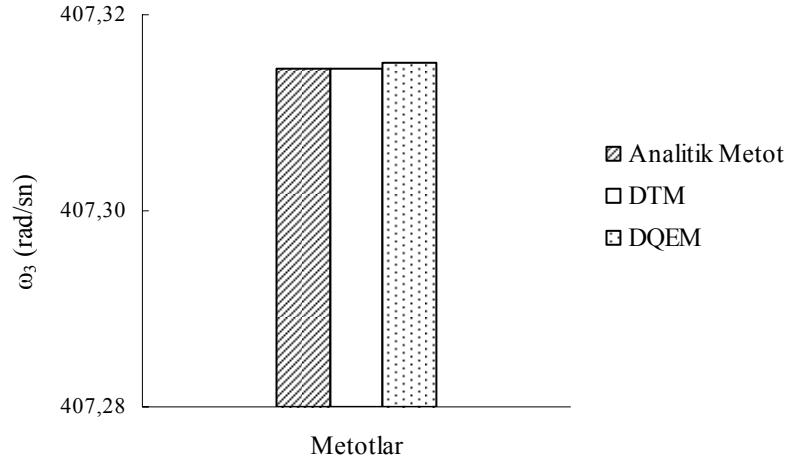
Şekil 6.12 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=11$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)} = 0,50$ değerleri için, 3. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



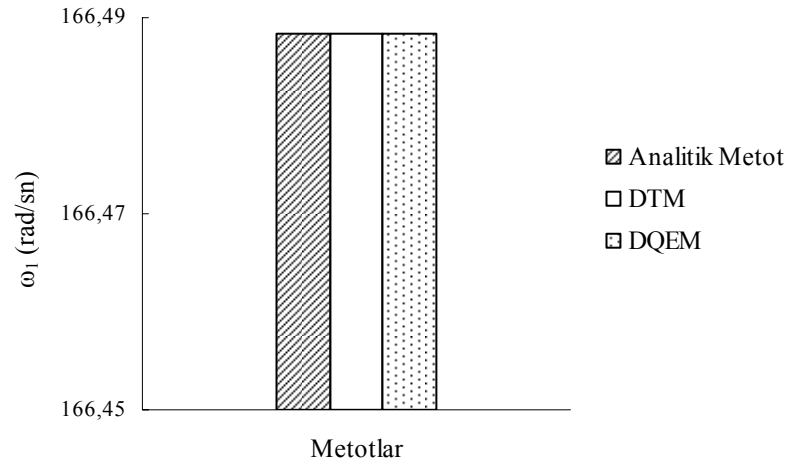
Şekil 6.13 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=12$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)}=0,25$ değerleri için, 1. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



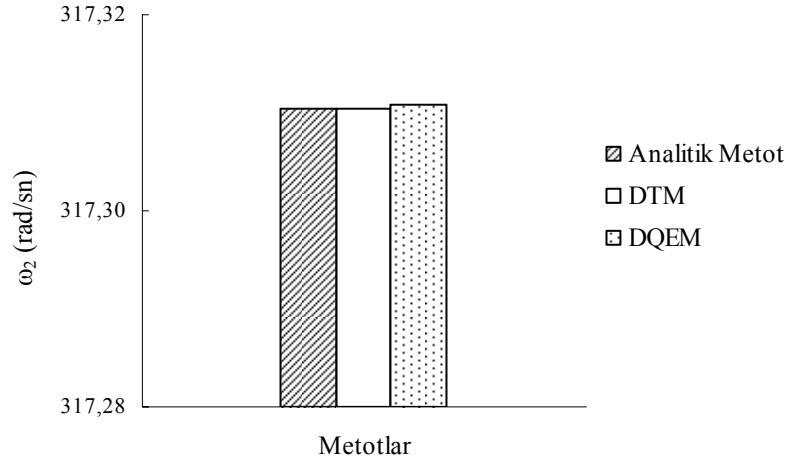
Şekil 6.14 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=12$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)}=0,25$ değerleri için, 2. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



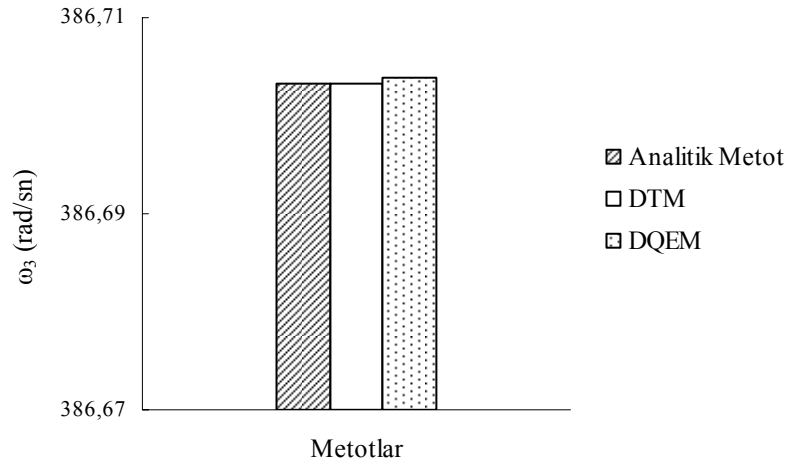
Şekil 6.15 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=12$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)}=0,25$ değerleri için, 3. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



Şekil 6.16 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=12$, $\alpha_2=100$ ve $P_r^{(2)}=0,50$ değerleri için, 1. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



Şekil 6.17 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=12$, $\alpha_2=100$ ve $P_1^{(2)}=0,50$ değerleri için, 2. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri



Şekil 6.18 Elastik zemine oturan, iki elemana ayrılmış, uçları dönmeye ve çökmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlenmiş Reddy-Bickford kirişinin, $\beta_2=12$, $\alpha_2=100$ ve $P_1^{(2)}=0,50$ değerleri için, 3. moda ait karşılaştırmalı açısal frekans değerleri

Tablo 6.2-Tablo 6.13’de görüldüğü gibi, elastik zemine oturan, eksenel basınç kuvveti etkisindeki, tek ve iki elemana ayrılmış, dikdörtgen, sabit ve değişken en kesitli Reddy-Bickford kirişlerinin serbest titreşim analizine uygulanan nümerik metotlardan, DTM’nun, DQEM’na oranla son derece etkin olduğu gözlenmiştir. DTM’nun, Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine uygulanması sonucunda, analitik yöntemle hesaplanan yüksek duyarlılıklı açısıl frekans değerleriyle birebir örtüşen açısıl frekans değerleri elde edilmiştir. Bu nedenle DTM, Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizi için, analitik çözüme alternatif bir metot olarak değerlendirilebilir.

DQEM’nun, Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizine uygulanması sonucunda, analitik metotla hesaplanan açısıl frekans değerleriyle birebir örtüşen değerler elde edilebildiği gibi, bazı örnekler için, analitik metotla hesaplanan açısıl frekans değerlerinden %1 mertebesine bile ulaşmayan sapmalar görülmüştür. Bu etkinliği nedeniyle DQEM, Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizinde güvenle kullanılabilir.

DTM’da, DQEM’dan ve analitik yöntemden farklı olarak, Reddy-Bickford kirişine ait açısıl frekans değerlerinin hesaplanması için gerekli olan katsayılar matrisinin boyutu, kiriş açıklık sayısından bağımsız olup, daima $[3 \times 3]$ boyutunda olduğundan, hazırlanan bilgisayar programlarının genelleştirilmesi son derece kolay olmaktadır. Böylece DTM kullanılarak oluşturulan bilgisayar programların etkin bir şekilde çalışabilmesi için gerekli hesaplayıcı kapasitesi ve hesap süresi oldukça azalmaktadır. DQEM ve analitik metotta, açıklık sayısına bağlı olarak, katsayılar matrisinin boyutu artış gösterdiği için, özellikle DQEM’da, alt eleman ve düğüm noktası sayısı arttıkça, hazırlanan bilgisayar programlarından etkin sonuçlar alabilmek, oldukça fazla hesaplayıcı kapasitesine ve hesap süresine gereksinimi zorunlu kılmaktadır.

DTM ve DQEM, elastik zemine oturan, eksenel basınç kuvveti etkisindeki, sabit ve değişken en kesitli, tek ve iki elemana ayrılmış Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşim analizinde etkin metotlar olup, özellikle, DTM, daha az bilgisayar kapasitesi

ve işlem sayısı, kısmen daha az hesap süresi ve problemin çözümüne ilişkin daha az ön işlem gerektirmesi nedeniyle ön plana çıkmaktadır. Tez kapsamında, DTM uygulamaları için, Matlab 7.0; DQEM uygulamaları için, özel Fortran yazılımları ile bellek kapasitesi artırılan Visual Basic 2008 programlama dilleri kullanılarak geliştirilen, hesap algoritmalarına dayalı bilgisayar programları kullanılmıştır. Matlab 7.0 ve Visual Basic 2008 programlama dilleri kullanılarak geliştirilen programlara ait değişkenler listesi Ek-1’de; bu programlara ait akış diyagramları sırasıyla, Ek-2 ve Ek-3’de ve Visual Basic 2008 programlama dili kullanılarak geliştirilen programa ait ara yüzey Ek-4’de sunulmuştur.

KAYNAKLAR

- Arıkoğlu, A. ve Özkol, İ. (2006). Solution of difference equations by using differential transform method. *Applied Mathematics and Computation*, 174, 1216-1228.
- Balkaya, M., Kaya, M.O. ve Sağlamer, A. (2009). Analysis of the vibration of an elastic beam supported on elastic soil using the differential transform method. *Archive of Applied Mechanics*, 79, 135-146.
- Bellman, R. ve Casti, J. (1971). Differential quadrature and long-term integration. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 34, 235-238.
- Bellman, R., Kashef, B.G. ve Casti, J. (1972). Differential quadrature: A technique for the rapid solution of nonlinear partial differential equation. *Journal of Computational Physics*, 10, 40-52.
- Bert, C.W., Wang, X. ve Striz, A.G. (1993). Differential quadrature for static and free vibration analysis of anisotropic plates. *International Journal of Solids and Structures*, 30, 1737-1744.
- Bickford, W.B. (1982). A consistent higher order beam theory. *Development in Theoretical and Applied Mechanics*, 11, 137-150.
- Bildik, N., Konuralp, A., Bek, F.O. ve Küçükarslan, S. (2006). Solution of different type of the partial differential equation by differential transformation method and Adomian's decomposition method. *Applied Mathematics and Computation*, 172, 551-567.
- Birand, A.A. (2001). *Kazıklı Temeller*. Ankara: Teknik Yayınevi.

- Bowles, J.E. (1996). *Foundation Analysis and Design* (5. Baskı). USA: McGraw – Hill.
- Chen, C.K. ve Ho, S.H. (1996). Application of differential transformation to eigenvalue problems. *Applied Mathematics and Computation*, 79, 173-188.
- Chen, C.K. ve Ho, S.H. (1999). Solving partial differential equations by two-dimensional differential transform method. *Applied Mathematics and Computation*, 106, 171-179.
- Chen, C.N. (1995). *A differential quadrature element method*. In: *Proceedings of the First International Conference of Engineering Computing, and Computer Simulations*. Chansha, China.
- Chen, C.N. (1996). The two-dimensional frame model of the differential quadrature element method. *Computers & Structures*, 62, 555-571.
- Chen, C.N. (2000). Vibration of prismatic beam on an elastic foundation by the differential quadrature element method. *Computers & Structures*, 77, 1-9.
- Chen, C.N. (2002a). DQEM vibration analyses of non-prismatic shear deformable beams resting on elastic foundations. *Journal of Sound and Vibration*, 255, 989-999.
- Chen, C.N. (2002b). A derivation and solution of dynamic equilibrium equations of shear undeformable composite anisotropic beams using the DQEM. *Applied Mathematical Modelling*, 26, 833-861.
- Chen, C.N. (2004). Dynamic response of shear-deformable axisymmetric orthotropic circular plate structures solved by the DQEM and EDQ based time integration schemes. *Composite Structures*, 64, 339-348.

- Chen, C.N. (2005). DQEM analysis of in-plane vibration of curved beam structures. *Advances in Engineering Software*, 36, 412-424.
- Chen, C.N. (2006). *Discrete Element Analysis Methods of Generic Differential Quadratures*. The Netherlands: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Chen, W.L. (1994). *A new approach for structural analysis: The quadrature element method (Ph.D. Dissertation)*. Norman: University of Oklahoma.
- Chopra, A.K. (1995). *Dynamics of structures, theory and applications to earthquake engineering*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Civalek, Ö. (2003). *Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Harmonik Diferansiyel Quadrature (HDQ) Metodu ile Lineer ve Lineer Olmayan Dinamik Analizi (Doktora Tezi)*. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Çatal, H.H. (2002). Free vibration of partially supported piles with the effects of bending moment, axial and shear Force. *Engineering Structures*, 24, 1615-1622.
- Çatal, H.H. (2006a). Free vibration of semi-rigid connected and partially embedded piles with the effects of the bending moment, axial and shear force. *Engineering Structures*, 28, 1911-1918.
- Çatal, S. (2006b). Analysis of free vibration of beam on elastic soil using differential transform method. *Structural Engineering and Mechanics*, 24, 51-62.
- Çatal, S. ve Çatal, H.H. (2006). Buckling analysis of partially embedded pile in elastic soil using differential transform method. *Structural Engineering and Mechanics*, 24, 247-268.
- Çatal, S. (2008). Solution of free vibration equations of beam on elastic soil by using differential transform method. *Applied Mathematical Modelling*, 32, 1744-1757.

- Doyle, P.F. ve Pavlovic, M.N. (1982). Vibration of beams on partial elastic foundations. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10, 663-674.
- Eisenberger, M. (2003a). An exact high order beam element. *Computers and Structures*, 81, 147-152.
- Eisenberger, M. (2003b). Dynamic stiffness vibration analysis using a high-order beam element. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 57, 1603-1614.
- Ertürk, V.S. (2007). Application of differential transformation method to linear sixth-order boundary value problems. *Applied Mathematical Sciences*, 1, 51-58.
- Ertürk, V.S. ve Momani, S. (2007). Comparing numerical methods for solving fourth-order boundary value problems. *Applied Mathematics and Computation*, 188, 1963-1968.
- Franciosi, C. ve Tomasiello, S. (2007). Static analysis of a Bickford beam by means of the DQEM. *International Journal of Mechanical Sciences*, 49, 122-128.
- Gruttmann, F. ve Wagner, W. (2001). Shear coefficient factors in Timoshenko's beam theory for arbitrary shaped cross-section. *Computational Mechanics*, 27, 199-207.
- Gu, H. ve Wang, X. (1997). On the free vibration analysis of circular plates with stepped thickness over a concentric region by the differential quadrature element method. *Journal of Sound and Vibration*, 202, 452-459.
- Han, J.B. ve Liew, K.M. (1999). Static analysis of Mindlin plates: The differential quadrature element method (DQEM). *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177, 51-75.

- Hassan, I.H.A.H. (2002a). On solving some eigenvalue problems by using a differential transformation. *Applied Mathematics and Computation*, 127, 1-22.
- Hassan, I.H.A.H. (2002b). Different applications for the differential transformation in the differential equations. *Applied Mathematics and Computation*, 129, 183-201.
- Hetenyi, M. (1955). *Beams on Elastic Foundations* (7. Baskı). Michigan: The University of Michigan Press.
- Heyliger, P.R. ve Reddy, J.N. (1988). A higher-order beam finite element for bending and vibration problems. *Journal of Sound and Vibration*, 126, 309-326.
- Karami, G. ve Malekzadeh, P. (2002). A new differential quadrature methodology for beam analysis and the associated differential quadrature element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191, 3509-3526.
- Karami, G., Malekzadeh, P. ve Shahpari, S.A. (2003). A DQEM for vibration of shear deformable nonuniform beams with general boundary conditions. *Engineering Structures*, 25, 1169-1178.
- Kurnaz, A., Oturanç, G. ve Kiris, M.E. (2005). n-Dimensional differential transformation method for solving PDEs. *International Journal of Computer Mathematics*, 82, 369-380.
- Lee, S.J., Reddy, J.N. (2005). Non-linear response of laminated composite plates under thermomechanical loading. *International Journal of Non-linear Mechanics*, 40, 971-985.
- Levinson, M. (1981). A new rectangular beam theory. *Journal of Sound and Vibration*, 74, 81-87.

- Malekzadeh, P., Karami, G. ve Farid, M. (2003). DQEM for free vibration analysis of Timoshenko beams on elastic foundations. *Computational Mechanics*, 31, 219-228.
- Malekzadeh, P., Karami, G. ve Farid, M. (2004). A semi-analytical DQEM for free vibration analysis of thick plates with two opposite edges simply supported. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193, 4781-4796.
- Matlab 7.0.4.365 (R14) Service Pack 2 (2005). The MathWorks, Inc.
- Microsoft Visual Studio 2008 Professional Edition 9.0.21022.8 (RTM) (2007). Microsoft Corporation.
- Monforton, G.R. ve Wu, T.S. (1963). Matrix analysis of semi-rigid connected frames. *Journal of Structural Division, ASCE*, 89, 14-42.
- Özdemir, Ö. ve Kaya, M. (2006). Flapwise bending vibration analysis of a rotating tapered cantilever Bernoulli-Euler beam by differential transform method. *Journal of Sound and Vibration*, 289, 413-420.
- Özgümüş, O.O. ve Kaya, M. (2007). Flexural-torsional-coupled vibration analysis of axially loaded closed-section composite Timoshenko beam by using DTM. *Journal of Sound and Vibration*, 306, 495-506.
- Paz, M. (1997). *Structural Dynamics, theory and computation*. Chapman & Hall.
- Reddy, J.N. (1984a). A simple higher-order theory for laminated composite plates. *Journal of Applied Mechanics*, 51, 745-752.
- Reddy, J.N. (1984b). *Energy and Variational Methods in Applied Mechanics*. New York: John Wiley.

- Reddy, J.N. (1997). *Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis*. Florida: CRC Press.
- Reddy, J.N. (1999). *Theory and Analysis of Elastic Plates*. Philadelphia: Taylor & Francis.
- Shu, C. (1991). *Generalized differential-integral quadrature and application to the simulation of incompressible viscous flows including parallel computation (Ph.D. Dissertation)*. UK: University of Glasgow.
- Shu, C. (2000). *Differential Quadrature and Its Application in Engineering*. Great Britain: Springer-Verlag London Limited.
- Shu, C. ve Chew, Y.T. (1999). *Application of multi-domain GDQ method to analysis of waveguides with rectangular boundaries. In: Kong JA (ed) Electromagnetic waves: PIER 21*. Massachusetts: EMW Publishing.
- Shu, C. ve Richards, B.E. (1992a). Parallel simulation of incompressible viscous flows by generalized differential quadrature. *Comput. Syst. Eng.*, 3, 271-281.
- Shu, C. ve Richards, B.E. (1992b). Application of generalized differential quadrature to solve two-dimensional incompressible Navier-Stokes equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 15, 791-798.
- Soldatos, K.P. ve Sophocleous, C. (2001). On shear deformable beam theories: The frequency and normal modes equations of the homogenous orthotropic Bickford beam. *Journal of Sound and Vibration*, 242, 215-245.
- Striz, A.G., Chen, W.L. ve Bert, C.W. (1994). Static analysis of structures by the quadrature element method (QEM). *International Journal of Solid Structures*, 31, 2807-2818.

- Terzaghi, K. (1955). Evaluation of coefficient of subgrade reaction. *Geotechnique*, 5, 297-326.
- Timoshenko, S.P. (1921). On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. *Philosophical Magazine*, 41, 744-746.
- Tuma, J.J. ve Cheng, F.Y. (1983). *Theory and Problems of Dynamic Structural Analysis, Schaum's Outline Series*. New York: Mc Graw-Hill.
- Vesic, A.S. (1961). Bending of beams resting on isotropic elastic solid. *Journal of Engineering Mechanical Division*, 87, 35-53.
- Wang, C.M., Reddy, J.N. ve Lee, K.H. (2000). *Shear Deformable Beams and Plates: Relationships with Classical Solutions*. The Netherlands: Elsevier Science Limited.
- Wang, X. ve Gu, H. (1997). Static analysis of frame structures by the differential quadrature element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40, 759-772.
- Wang, X., Wang, Y.L. ve Chen, R.B. (1998). Static and free vibrational analysis of rectangular plates by the differential quadrature element method. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 14, 1133-1141.
- West, H.H. ve Mafi, M. (1984). Eigenvalues for beam columns on elastic supports. *Journal of Structural Engineering*, 110, 1305-1320.
- Yesilce, Y. ve Catal, H.H. (2008a). Free vibration of piles embedded in soil having different modulus of subgrade reaction. *Applied Mathematical Modelling*, 32, 889-900.

- Yesilce, Y. ve Catal, H.H. (2008b). Free vibration of semi-rigidly connected piles embedded in soils with different subgrades. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 8, 299-320.
- Yokoyama, T. (1991). Vibrations of Timoshenko beam-columns on two parameter elastic foundations. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 20, 355-370.
- Zenkour, A.M. (1999). Transverse shear and normal deformation theory for bending analysis of laminated and sandwich elastic beams. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 6, 267-283.
- Zhou, J.K. (1986). *Differential Transformation and Its Applications for Electrical Circuits*. Wuhan: Huazhong University Press.

EKLER

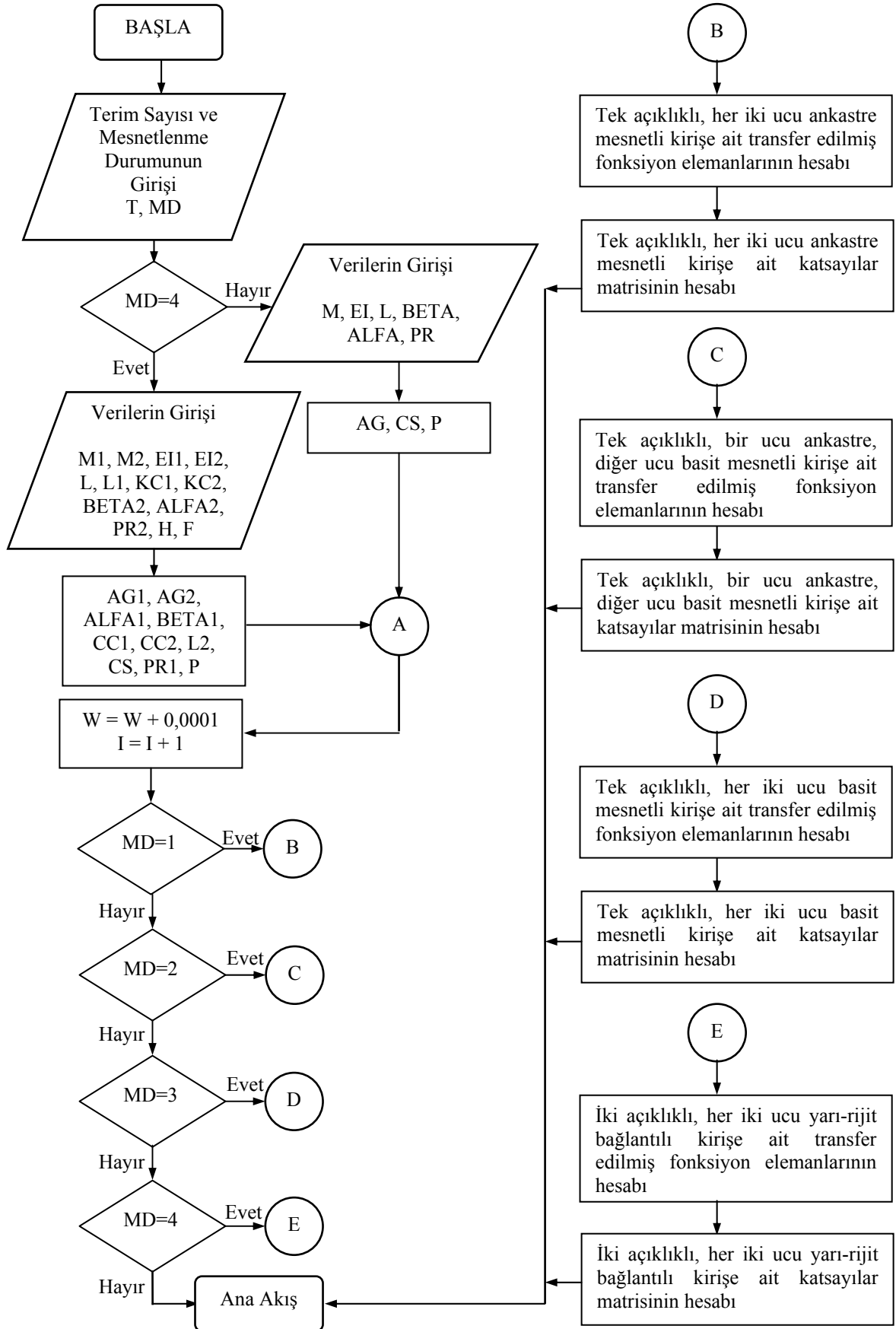
Ek-1: DTM ve DQEM Uygulamaları İçin Geliştirilen Bilgisayar Programlarına Ait Değişkenler Listesi

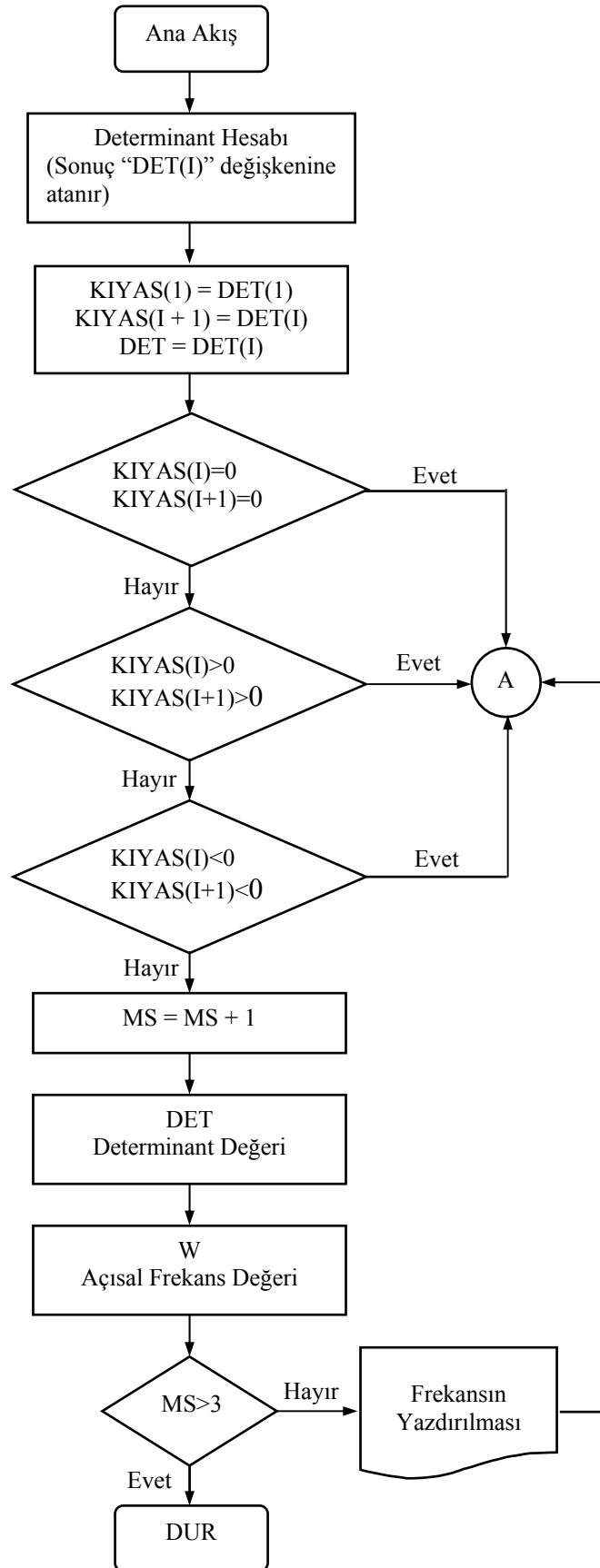
DTM ve DQEM uygulamaları için, Matlab 7.0 ve Visual Basic 2008 programlama dilleri kullanılarak geliştirilen, hesap algoritmalarına dayalı bilgisayar programlarında kullanılan değişkenler aşağıda sunulmuştur.

- AG : Tek açıklıklı kirişin kayma rijitliğidir.
- AG1 : İki açıklıklı kirişin 1. bölgesine ait kayma rijitliğidir.
- AG2 : İki açıklıklı kirişin 2. bölgesine ait kayma rijitliğidir.
- ALFA : Tek açıklıklı kirişin rölatif rijitlik değeridir.
- ALFA1 : İki açıklıklı kirişin 1. bölgesine ait rölatif rijitlik değeridir.
- ALFA2 : İki açıklıklı kirişin 2. bölgesine ait rölatif rijitlik değeridir.
- BETA : Tek açıklıklı kirişin rijitlik oranıdır.
- BETA1 : İki açıklıklı kirişin 1. bölgesine ait rijitlik oranıdır.
- BETA2 : İki açıklıklı kirişin 2. bölgesine ait rijitlik oranıdır.
- CC1 : İki açıklıklı kirişin sol ucuna bağlanan dönmeye karşı elastik yay katsayısıdır.
- CC2 : İki açıklıklı kirişin sağ ucuna bağlanan dönmeye karşı elastik yay katsayısıdır.
- CS : Tek ve iki açıklıklı kiriş için, zemin yatak katsayısı ile temel genişliğinin çarpımından elde edilen zemin parametresidir.
- EI : Tek açıklıklı kirişin eğilme rijitliğidir.
- EI1 : İki açıklıklı kirişin 1. bölgesine ait eğilme rijitliğidir.
- EI2 : İki açıklıklı kirişin 2. bölgesine ait eğilme rijitliğidir.
- F : İki açıklıklı kirişe ait dönmeye karşı elastik yay katsayıları için boyutsuz çarpım faktörüdür.
- H : İki açıklıklı kirişte, 2. bölgeye ait kiriş yüksekliğinin, 1. bölgeye ait kiriş yüksekliğine oranıdır.

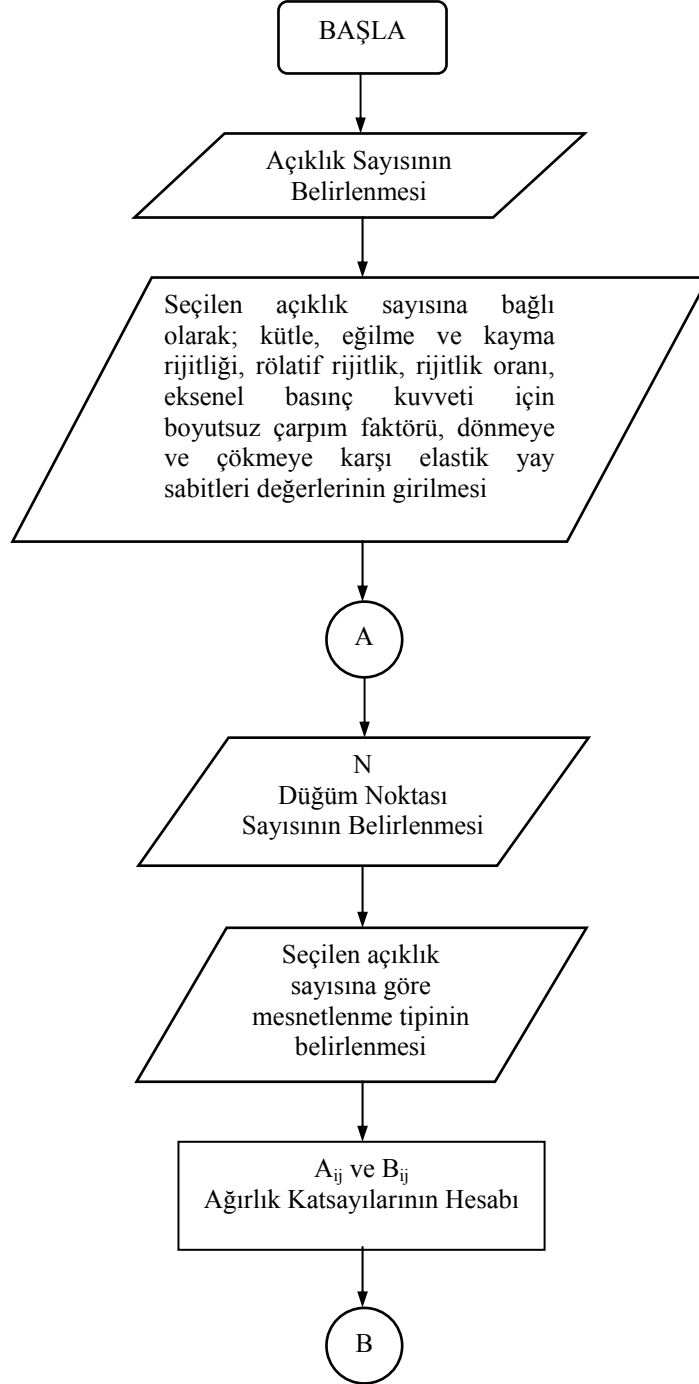
- KC1 : İki açıklıklı kirişin sol ucuna bağlanan çökmeye karşı elastik yay katsayısıdır.
- KC2 : İki açıklıklı kirişte, kiriş en kesitinin değiştiği noktaya bağlanan çökmeye karşı elastik yay katsayısıdır.
- KC3 : İki açıklıklı kirişin sağ ucuna bağlanan çökmeye karşı elastik yay katsayısıdır.
- L : Tek ve iki açıklıklı kirişlerin boylarıdır.
- L1 : İki açıklı kirişin 1. bölgesine ait kiriş uzunluğudur.
- L2 : İki açıklı kirişin 2. bölgesine ait kiriş uzunluğudur.
- M : Tek açıklıklı kirişin yayılı kütesidir.
- M1 : İki açıklı kirişin 1. bölgesine ait yayılı kütedir.
- M2 : İki açıklı kirişin 2. bölgesine ait yayılı kütedir.
- MD : Elastik zemine oturan Reddy-Bickford kirişinin mesnetlenme durumudur (MD = 1 değeri, tek açıklıklı, her iki ucu ankastre mesnetli kirişi; MD = 2 değeri, tek açıklıklı, bir ucu ankastre, diğer ucu basit mesnetli kirişi; MD = 3 değeri, tek açıklıklı, her iki ucu basit mesnetli kirişi; MD = 4 değeri, iki açıklıklı, her iki ucu yarı-rijit bağlantılı kirişi tanımlamaktadır).
- MS : Dikkate alınan mod sayısıdır (Çalışmada MS = 3 alınmıştır).
- N : Sadece DQEM programında kullanılan, yakınsama için gerekli düğüm noktası sayısıdır.
- P : Tek ve iki açıklıklı kirişe etkiyen aksenal basınç kuvveti değeridir.
- PR : Tek açıklıklı kirişe ait aksenal basınç kuvveti için boyutsuz çarpım faktörüdür.
- PR1 : İki açıklıklı kirişin 1. bölgesine ait aksenal basınç kuvveti için boyutsuz çarpım faktörüdür.
- PR2 : İki açıklıklı kirişin 2. bölgesine ait aksenal basınç kuvveti için boyutsuz çarpım faktörüdür.
- T : Sadece DTM programında kullanılan, yakınsama için gerekli terim sayısıdır.
- W : Tek ve iki açıklıklı kirişin hesaplanmak istenen moda ait açılmal frekans değeridir.

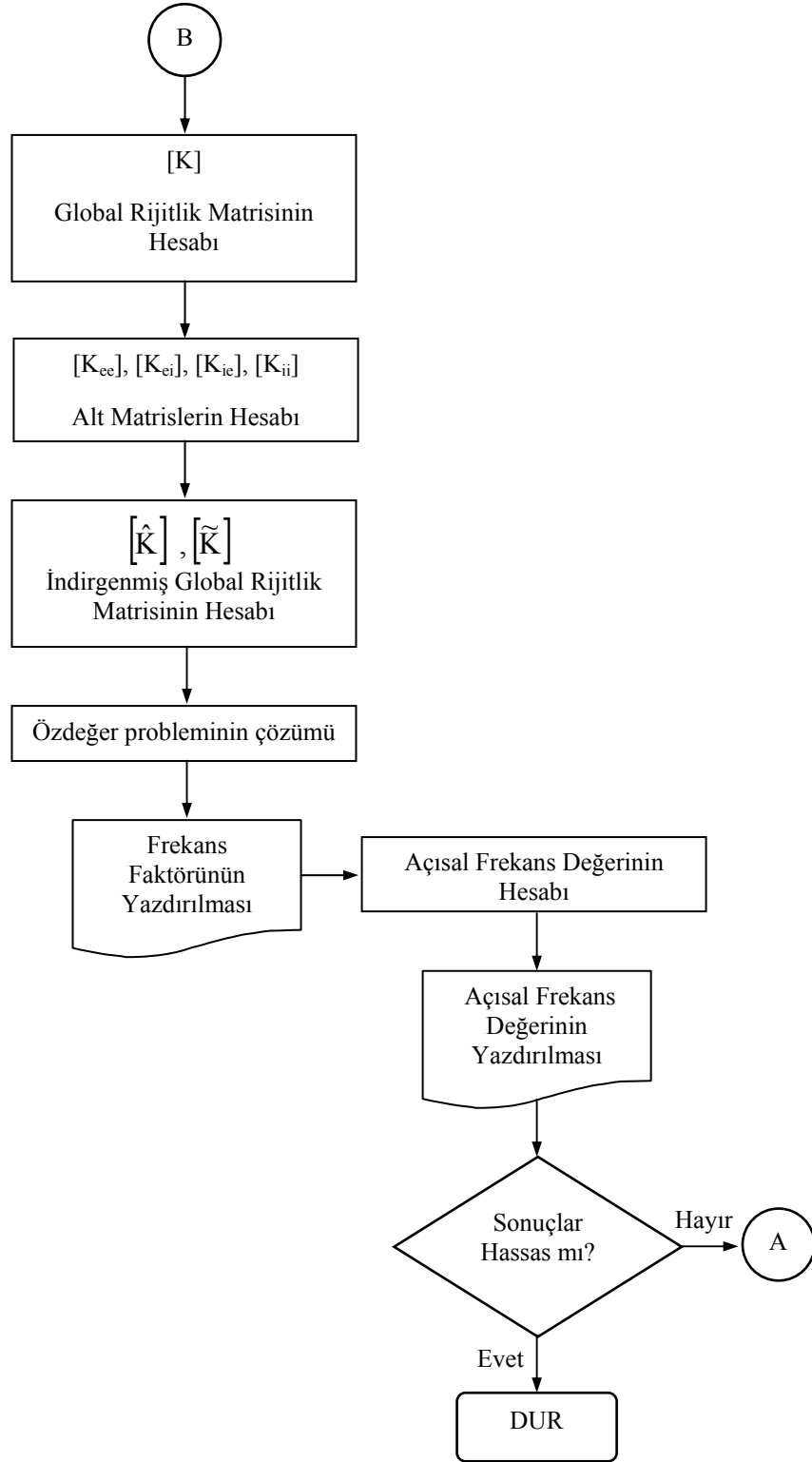
Ek-2: DTM Uygulamaları İçin Geliştirilen Bilgisayar Programına Ait Akış Diyagramı





Ek-3: DQEM Uygulamaları İçin Geliştirilen Bilgisayar Programına Ait Akış Diyagramı





Ek-4: DQEM Uygulamaları İçin Geliştirilen Bilgisayar Programına Ait Ara Yüzey Görünümü

DQEM_Reddy_Bickford_Beam

Sistem Özellikleri

Açıklık Sayısı

İki Ucu Ankastre Mesnetli Kiriş
 Bir Ucu Ankastre Diğer Ucu Basit Mesnetli Kiriş
 İki Ucu Basit Mesnetli Kiriş
 İki Ucu Yarı-Rijit Bağlantılı Kiriş

Veri Girişi

Düğüm Noktası Sayısı (N)

Tek Açıklıklı Kiriş

M	<input type="text"/>
EI	<input type="text"/>
L	<input type="text"/>
BETA	<input type="text"/>
ALFA	<input type="text"/>
PR	<input type="text"/>

İki Açıklıklı Kiriş

M1	<input type="text"/>	KC2	<input type="text"/>
M2	<input type="text"/>	KC3	<input type="text"/>
EI1	<input type="text"/>	BETA2	<input type="text"/>
EI2	<input type="text"/>	ALFA2	<input type="text"/>
L	<input type="text"/>	PR2	<input type="text"/>
L1	<input type="text"/>	H	<input type="text"/>
KC1	<input type="text"/>	F	<input type="text"/>