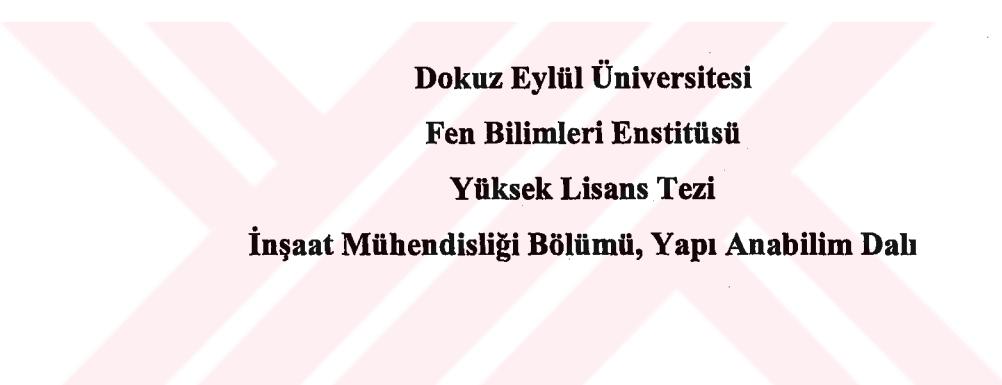


# **YARI-RİJİT BAĞLANTILI ÇERÇEVELERİN DİNAMİK ANALİZİ**



**Dokuz Eylül Üniversitesi**  
**Fen Bilimleri Enstitüsü**  
**Yüksek Lisans Tezi**  
**İnşaat Mühendisliği Bölümü, Yapı Anabilim Dalı**

**Ali Uğur ÖZTÜRK**

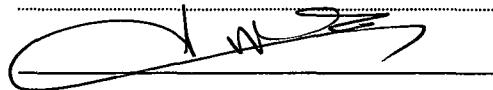
**Temmuz,2003**  
**İZMİR**

**TC. TÜRKÖĞRETİM MÜDÜRLÜĞÜ  
DOĞUMANTASYON MERKEZİ**

### **Yüksek Lisans Tezi Sınav Sonuç Formu**

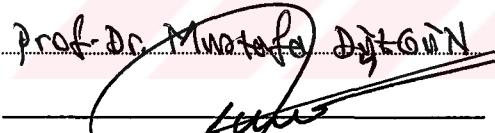
Ali Uğur ÖZTÜRK, tarafından Prof.Dr.Hikmet H.ÇATAL yönetiminde hazırlanan “Yarı-Rijit Bağlantılı Çerçeveelerin Dinamik Analizi ” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Hikmet H.ÇATAL



Yönetici

Prof. Dr. Münir İŞIK



Jüri Üyesi

Prof. Dr. Celal KOZAN OĞLU



Jüri Üyesi

Prof.Dr. Cahit HELVACI

  
Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

---

## TEŞEKKÜR

---

Yüksek lisans eğitimim boyunca bana yol gösteren ve çalışmalarımı yönlendiren Sayın Prof.Dr. Hikmet H.ÇATAL 'a göstermiş olduğu yakın ilgi ve yardımlardan dolayı teşekkürü borç bilirim.

Yüksek lisans eğitimim süresince her zaman yanımada olan ve manevi desteklerini esirgemeyen Aileme teşekkür eder, saygılar sunarım.

Ali Uğur ÖZTÜRK



---

## ÖZET

---

Yapıların imalatı sırasında yada sonradan yapılan hatalar sebebi ile, kolon kiriş birleşim noktalarının davranışı yarı-rijit düğüm noktası davranışını gösterebilmektedir.

Yüksek lisans tezinde, bir bilgisayar programı kullanılarak yarı-rijit bağlantılı çerçevelerin dinamik tepkisi araştırılmıştır. Bağlantıların esnekliği dönmeye ve ötelemeye karşı lineer elastik yaylarla modellenmiştir. Aynı geometri ve kesit alanlarına sahip ; rijit ve yarı-rijit çerçevelerin davranışı kıyaslanmıştır. Çerçevelerin gerçek davranışını simgeleyerek, azaltma katsayıları ve yanal rijitlik değerleri her bir çerçeve için hesaplanmıştır. Çerçevelerin dinamik özellikleri hesaba katılarak, 13 farklı çok katlı çerçevenin tepki karakteristikleri modal nitelikleri referans alınarak kıyaslanmıştır.

Çalışma, bağlantı esnekliğinin titreşim periyotlarını özellikle daha düşük modlarda artırma eğiliminde olduğunu göstermekte olup, bağlantı esnekliği titreşim frekanslarının azalmasına sebep olmaktadır.

**Anahtar sözcükler :** Yarı-rijit, azaltma katsayısı , dinamik analiz

---

## ABSTRACT

---

Faults occurred during the construction of a structure or later makes a behavior of column-to-beam connections seem to be a behavior of a semi-rigid connection.

In the M.S. Thesis, the dynamic response of semi-rigid connected frames were investigated by using a computer programme. The connection flexibility was modelled with rotational and lateral rigid linear elastic springs. Behaviors of rigid and semi-rigid frames, having the same geometry and cross-sections, were compared. The reducing coefficients and the lateral rigidity values, representing the real behavior of frames, were calculated for each frame. Accounting for the dynamic properties of frames, the response characteristics of 13 different multi-story frames are compared with reference to their modal attributes.

The study indicates that the connection flexibility not only tends to increase the vibration periods, especially in lower modes, but also causes vibration frequencies decrease.

**Keywords :** Semi-rigid , reducing coefficient , dynamic analysis

---

## İÇİNDEKİLER

---

	Sayfa
İçindekiler .....	VI
Tablo Listesi.....	X
Şekil Listesi.....	XV

**Bölüm 1**

**GİRİŞ**

1.1 Giriş.....	20
1.2 Daha önce yapılan çalışmalar.....	21
1.3 Amaç ve Kapsam.....	22

**Bölüm 2**

**RİJİT BAĞLANTILI ÇERÇEVELERİN YANAL RİJİTLİK DEĞERİ**

2.1 Rijit bağlantılı çerçevenin rijitlik matrisi .....	23
2.1.1 Düzlem çerçeve elemanın temel kuvvetleri ve deplasmanları.....	23
2.1.2 Düzlem çerçeve elemanın lokal kuvvetleri ve deplasmanları.....	24
2.1.3 Düzlem çerçeve elemanın global kuvvetleri ve deplasmanları.....	25
2.1.4 Temel kuvvetler ve lokal kuvvetler, temel deplasmanlar ve lokal deplasmanlar arasındaki ilişki.....	26
2.1.5 Lokal kuvvetler ve global kuvvetler, lokal deplasmanlar ve global deplasmanlar arasındaki ilişki.....	27

2.1.6 Global kuvvetler ile temel kuvvetler arasındaki ilişki.....	28
2.1.7 Düzlem çerçeve elemanın global rijitlik matrisi.....	29
2.2 $EI_b = \infty$ kabulü ve eksenel deformasyonların ihmal edilmesi halinde yanal rijitlik değeri.....	32
2.3 $EI_b \neq \infty$ kabulü ve eksenel deformasyonların ihmal edilmemesi halinde yanal rijitlik değeri.....	37
2.4 Yanal rijitlik değerlerinin bulunması için bir bilgisayar programı.....	41
2.5.1 Azaltma katsayılarının sayısal hesabı.....	42

### Bölüm 3

#### DÖNMEYE KARŞI YARI-RİJİT BAĞLANTILI ÇERÇEVELERİN YANAL RİJİTLİK DEĞERİ

3.1 Yarı-rijit çerçevenin tanımı.....	47
3.2 Uygulamada yarı-rijit çerçeveler.....	47
3.3 Dönmeye karşı yarı-rijit bağlantılı çerçevenin rijitlik matrisi.....	49
3.3.1 Dönmeye karşı yarı-rijit bağlantılı çerçevenin temel rijitlik matrisi.....	50
3.3.2 Dönmeye karşı yarı-rijit bağlantılı çerçevenin global rijitlik matrisi.....	52
3.4 $EI_b = \infty$ kabulü ve eksenel deformasyonların ihmal edilmesi halinde yanal rijitlik değeri.....	54
3.5. $EI_b \neq \infty$ kabulü ve eksenel deformasyonların ihmal edilmemesi halinde yanal rijitlik değeri.....	59
3.6 Yanal rijitlik değerlerinin bulunması için bir bilgisayar programı.....	62
3.6.1 Azaltma katsayılarının sayısal hesabı.....	62

### Bölüm 4

#### ÖTELENMEYE KARŞI YARI-RİJİT BAĞLANTILI ÇERÇEVELERİN YANAL RİJİTLİK DEĞERİ

4.1 Ötelenmeye karşı yarı-rijit bağlantılı çerçevenin rijitlik matrisi.....	82
---	----

4.1.1 Ötelenmeye karşı yarı-rijit bağlantılı çerçevenin temel rijitlik matrisi.....	82
4.1.2 Ötelenmeye karşı yarı-rijit bağlantılı çerçevenin global rijitlik matrisi.....	84
4.2 $EI_b = \infty$ kabulu ve eksenel deformasyonların ihmal edilmesi halinde yanal rijitlik değeri.....	86
4.3 $EI_b \neq \infty$ kabulu ve eksenel deformasyonların ihmal edilmemesi halinde yanal rijitlik değeri.....	90
4.4 Yanal rijitlik değerlerinin bulunması için bir bilgisayar programı.....	94
4.4.1 Azaltma katsayılarının sayısal hesabı.....	95

## Bölüm 5

### DÖNMEYE ve ÖTELENMEYE KARŞI YARI-RİJİT BAĞLANTILI ÇERÇEVELERİN YANAL RİJİTLİK DEĞERİ

5.1 Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit bağlantılı çerçevenin rijitlik matrisi....	114
5.1.1 Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit bağlantılı çerçevenin temel rijitlik matrisi.....	114
5.1.2 Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit bağlantılı çerçevenin global rijitlik matrisi.....	116
5.2 $EI_b = \infty$ kabulu ve eksenel deformasyonların ihmal edilmesi halinde yanal rijitlik değeri.....	117
5.3 $EI_b \neq \infty$ kabulu ve eksenel deformasyonların ihmal edilmemesi halinde yanal rijitlik değeri.....	121
5.4 Yanal rijitlik değerlerinin bulunması için bir bilgisayar programı.....	124
5.4.1 Azaltma katsayılarının sayısal hesabı.....	124

## Bölüm 6

### DİNAMİK ANALİZ

6.1 Çok serbestlik dereceli çerçevelerin haraket denklemi.....	144
6.2 Çok serbestlik dereceli çerçevelerin sönümsüz serbest titreşim haraket denklemi ve çözümü.....	147
6.3 Modal analiz.....	152
6.4 Dinamik analiz uygulamaları.....	154

6.4.1 Rijit bağıntılı model için modal analiz.....	155
6.4.2 Dönmeye karşı yarı-rijit bağıntılı modal için modal analiz.....	161
6.4.3 Ötelenmeye karşı yarı-rijit bağıntılı modal için modal analiz.....	183
6.4.4 Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit bağıntılı model için modal analiz.....	205

**Bölüm 7**  
**SONUÇLAR**

**Bölüm 8**  
**REFERANSLAR**

**Bölüm 9**  
**EKLER**

---

## TABLO LİSTESİ

---

	<b>Sayfa</b>
Tablo 2.1 Rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayısı ( $L/h=0.5$ ).....	43
Tablo 2.2 Rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayısı ( $L/h=1.0$ ).....	43
Tablo 2.3 Rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayısı ( $L/h=1.5$ ).....	44
Tablo 2.4 Rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayısı ( $L/h=2.0$ ).....	44
<b>Tablo 3.1 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları</b>	
( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd ve } L/h=0.5$ ).....	65
<b>Tablo 3.2 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları</b>	
( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd ve } L/h=1.0$ ).....	66
<b>Tablo 3.3 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları</b>	
( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd ve } L/h=1.5$ ).....	66
<b>Tablo 3.4 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları</b>	
( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd ve } L/h=2.0$ ).....	67
<b>Tablo 3.5 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları</b>	
( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd ve } L/h=0.5$ ).....	67
<b>Tablo 3.6 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları</b>	
( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd ve } L/h=1.0$ ).....	68
<b>Tablo 3.7 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları</b>	
( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd ve } L/h=1.5$ ).....	68
<b>Tablo 3.8 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları</b>	
( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd ve } L/h=2.0$ ).....	69
<b>Tablo 3.9 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları</b>	
( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=20000 \text{ tm / rd ve } L/h=0.5$ ).....	69

Tablo 3.10 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 20000 \text{ tm / rd}$ ve $L/h=1.0$ ).....	70
Tablo 3.11 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 20000 \text{ tm / rd}$ ve $L/h=1.5$ ).....	70
Tablo 3.12 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 2000 \text{ tm / rd}$ ve $L/h=2.0$ ).....	71
Tablo 3.13 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $L/h=0.5$ ).....	71
Tablo 3.14 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $L/h=1.0$ ).....	72
Tablo 3.15 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $L/h=1.5$ ).....	72
Tablo 3.16 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $L/h=2.0$ ).....	73
Tablo 4.1 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ ).....	98
Tablo 4.2 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ ).....	98
Tablo 4.3 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ ).....	99
Tablo 4.4 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ ).....	99
Tablo 4.5 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ ).....	100
Tablo 4.6 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ ).....	100
Tablo 4.7 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ ).....	101

Tablo 4.8 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ ).....	101
Tablo 4.9 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ ).....	102
Tablo 4.10 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ ).....	102
Tablo 4.11 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ ).....	103
Tablo 4.12 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ ).....	103
Tablo 4.13 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ ).....	104
Tablo 4.14 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ ).....	104
Tablo 4.15 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ ).....	105
Tablo 4.16 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ ).....	105
Tablo 5.1 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ ).....	128
Tablo 5.2 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ ).....	128
Tablo 5.3 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ ).....	129
Tablo 5.4 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ ).....	129
Tablo 5.5 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ ).....	130

Tablo 5.6 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ ).....	130
Tablo 5.7 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ ).....	131
Tablo 5.8 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ ).....	131
Tablo 5.9 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ ).....	132
Tablo 5.10 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ ).....	132
Tablo 5.11 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ ).....	133
Tablo 5.12 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ ).....	133
Tablo 5.13 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=10^{20} \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ ).....	134
Tablo 5.14 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=10^{20} \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ ).....	134
Tablo 5.15 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=10^{20} \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ ).....	135
Tablo 5.16 Yarı-rijit bağıntılı çerçeve için azaltma katsayıları ( $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=10^{20} \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ ).....	135
Tablo 6.1 Kullanılan yay katsayıları için azaltma katsayıları ve yanal rijitlik değerleri.....	162
Tablo 6.2 Kullanılan yay katsayıları için azaltma katsayıları ve yanal rijitlik değerleri.....	184
Tablo 6.3 Kullanılan yay katsayıları için azaltma katsayıları ve yanal rijitlik değerleri.....	206
Tablo 6.4 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ için 1.mod Dinamik Parametreleri.....	227

Tablo 6.5 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 2000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$ için 2.mod Dinamik Parametreleri.....	227
Tablo 6.6 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 2000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$ için 3.mod Dinamik Parametreleri.....	227
Tablo 6.7 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$ için 1.mod Dinamik Parametreleri.....	228
Tablo 6.8 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$ için 2.mod Dinamik Parametreleri.....	228
Tablo 6.9 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$ için 3.mod Dinamik Parametreleri.....	228
Tablo 6.10 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 20000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 20000 \text{ t/m}$ için 1.mod Dinamik Parametreleri.....	229
Tablo 6.11 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 20000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 20000 \text{ t/m}$ için 2.mod Dinamik Parametreleri.....	229
Tablo 6.12 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 20000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 20000 \text{ t/m}$ için 3.mod Dinamik Parametreleri.....	229
Tablo 6.13 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20} \text{ t/m}$ için 1.mod Dinamik Parametreleri.....	230
Tablo 6.14 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20} \text{ t/m}$ için 2.mod Dinamik Parametreleri.....	230
Tablo 6.15 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20} \text{ t/m}$ için 3.mod Dinamik Parametreleri.....	230

---

## ŞEKİL LİSTESİ

---

	Sayfa
Şekil 2.1.a Temel kuvvetler.....	23
Şekil 2.1.b Temel deplasmanlar.....	23
Şekil 2.2.a Lokal kuvvetler .....	24
Şekil 2.2.b Lokal deplasmanlar.....	24
Şekil 2.3.a Global kuvvetler.....	25
Şekil 2.3.b Global deplasmanlar.....	25
Şekil 2.4 Lokal-Global eksen arasındaki açı.....	27
Şekil 2.5 Rijit çerçeve modeli.....	32
Şekil 2.6 1 numaralı eleman.....	33
Şekil 2.7 2 numaralı eleman.....	33
Şekil 2.8 3 numaralı eleman.....	34
Şekil 2.9 Rijit çerçeve modeli ( $EI_b \neq \infty$ ).....	37
Şekil 2.10 Rijit düğüm noktası ve $l/h=0.5$ için azaltma katsayıları.....	45
Şekil 2.11 Rijit düğüm noktası ve $l/h=1.0$ için azaltma katsayıları.....	45
Şekil 2.13 Rijit düğüm noktası ve $l/h=1.5$ için azaltma katsayıları.....	46
Şekil 2.14 Rijit düğüm noktası ve $l/h=2.0$ için azaltma katsayıları.....	46
Şekil 3.1 Prefabrik çatı birleşimi.....	48
Şekil 3.2 Çelik taşıyıcı sistem.....	48
Şekil 3.3 Yarı-rijit elemanın temel deplasmanları.....	50
Şekil 3.4 Yarı-rijit çerçeve modeli.....	54
Şekil 3.5 1 numaralı eleman.....	55

Şekil 3.6 2 numaralı eleman.....	56
Şekil 3.7 3 numaralı eleman.....	56
Şekil 3.8 Yarı-rijit çerçeve modeli ( $EI_b \neq \infty$ ).....	59
Şekil 3.9 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 2000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 0.5$ için azaltma katsayıları.....	73
Şekil 3.10 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 2000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 1.0$ için azaltma katsayıları.....	74
Şekil 3.11 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 2000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 1.5$ için azaltma katsayıları.....	74
Şekil 3.12 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 2000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 2.0$ için azaltma katsayıları.....	75
Şekil 3.13 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 0.5$ için azaltma katsayıları.....	75
Şekil 3.14 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 1.0$ için azaltma katsayıları.....	76
Şekil 3.15 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 1.5$ için azaltma katsayıları.....	76
Şekil 3.16 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 2.0$ için azaltma katsayıları.....	77
Şekil 3.17 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 20000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 0.5$ için azaltma katsayıları.....	77
Şekil 3.18 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 20000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 1.0$ için azaltma katsayıları.....	78
Şekil 3.19 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 20000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 1.5$ için azaltma katsayıları.....	78
Şekil 3.20 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 20000 \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 2.0$ için azaltma katsayıları.....	79
Şekil 3.21 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 0.5$ için azaltma katsayıları.....	79
Şekil 3.22 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 1.0$ için azaltma katsayıları.....	80
Şekil 3.23 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 1.5$ için azaltma katsayıları.....	80
Şekil 3.24 $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $l/h = 2.0$ için azaltma katsayıları.....	81
Şekil 4.1.a Yarı-rijit elemanın temel kuvvetleri.....	83
Şekil 4.1.b Yarı-rijit elemanın temel deplasmanları.....	83
Şekil 4.2 Yarı-rijit çerçeve modeli.....	86
Şekil 4.3 1 numaralı eleman.....	87
Şekil 4.4 2 numaralı eleman.....	87
Şekil 4.5 3 numaralı eleman.....	88
Şekil 4.6 Yarı-rijit çerçeve modeli ( $EI_b \neq \infty$ ).....	90
Şekil 4.7 $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 0.5$ için azaltma katsayıları.....	106
Şekil 4.8 $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 1.0$ için azaltma katsayıları.....	106

Şekil 4.9 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 1.5$ için azaltma katsayıları.....	107
Şekil 4.10 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 2.0$ için azaltma katsayıları.....	107
Şekil 4.11 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 0.5$ için azaltma katsayıları.....	108
Şekil 4.12 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 1.0$ için azaltma katsayıları.....	108
Şekil 4.13 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 1.5$ için azaltma katsayıları.....	109
Şekil 4.14 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 2.0$ için azaltma katsayıları.....	109
Şekil 4.15 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 0.5$ için azaltma katsayıları.....	110
Şekil 4.16 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 1.0$ için azaltma katsayıları.....	110
Şekil 4.17 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 1.5$ için azaltma katsayıları.....	111
Şekil 4.18 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$ ve $l/h = 2.0$ için azaltma katsayıları.....	111
Şekil 4.19 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $l/h = 0.5$ için azaltma katsayıları.....	112
Şekil 4.20 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $l/h = 1.0$ için azaltma katsayıları.....	112
Şekil 4.21 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $l/h = 1.5$ için azaltma katsayıları.....	113
Şekil 4.22 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $l/h = 2.0$ için azaltma katsayıları.....	113
Şekil 5.1 Yarı-rijit elemanın temel deplasmanları.....	115
Şekil 5.2 Yarı-rijit çerçeve modeli.....	117
Şekil 5.3 1 numaralı eleman.....	118
Şekil 5.4 2 numaralı eleman.....	118
Şekil 5.5 3 numaralı eleman.....	119
Şekil 5.6 Yarı-rijit çerçeve modeli ( $EI_b \neq \infty$ ).....	121
Şekil 5.7 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ azaltma katsayıları.....	136
Şekil 5.8 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ azaltma katsayıları.....	136
Şekil 5.9 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ azaltma katsayıları.....	137
Şekil 5.10 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ azaltma katsayıları.....	137

Şekil 5.11 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ azaltma katsayıları.....	138
Şekil 5.12 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ azaltma katsayıları.....	138
Şekil 5.13 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ azaltma katsayıları.....	139
Şekil 5.14 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ azaltma katsayıları.....	139
Şekil 5.15 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ azaltma katsayıları.....	140
Şekil 5.16 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ azaltma katsayıları.....	140
Şekil 5.17 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ azaltma katsayıları.....	141
Şekil 5.18 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ azaltma katsayıları.....	141
Şekil 5.19 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=10^{20} \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=0.5$ azaltma katsayıları.....	142
Şekil 5.20 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=10^{20} \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=1.0$ azaltma katsayıları.....	142
Şekil 5.21 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=10^{20} \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=1.5$ azaltma katsayıları.....	143
Şekil 5.22 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=10^{20} \text{ tm / rd}$ , $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ ve $L/h=2.0$ azaltma katsayıları.....	143
Şekil 6.1 Çok serbestlik dereceli sistem .....	144
Şekil 6.2 Kütle-yay modeli.....	145
Şekil 6.3 Serbest cisim diyagramları.....	145
Şekil 6.4 $\theta$ açısının gösterimi.....	150
Şekil 6.5 $\theta$ açısının gösterimi.....	151
Şekil 6.6.a Rijit sistem modeli.....	155

Şekil 6.6.b Topaklanmış kütle modeli.....	155
Şekil 6.7 Rijit bağlantılı çerçevenin mod şekilleri.....	160
Şekil 6.8.a Yarı-rijit sistem modeli.....	161
Şekil 6.8.b Topaklanmış kütle modeli.....	161
Şekil 6.9 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd}$ için mod şekilleri.....	167
Şekil 6.10 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ için mod şekilleri.....	172
Şekil 6.11 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=20000 \text{ tm / rd}$ için mod şekilleri.....	177
Şekil 6.12 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=10^{20} \text{ tm / rd}$ için mod şekilleri.....	182
Şekil 6.13.a Yarı-rijit sistem modeli.....	183
Şekil 6.13.b Topaklanmış kütle modeli.....	183
Şekil 6.14 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ için mod şekilleri.....	189
Şekil 6.15 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ için mod şekilleri.....	194
Şekil 6.16 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$ için mod şekilleri.....	199
Şekil 6.17 $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ için mod şekilleri.....	204
Şekil 6.18.a Yarı-rijit sistem modeli.....	205
Şekil 6.18.b Topaklanmış kütle modeli.....	205
Şekil 6.19 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=2000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$ için mod şekilleri.....	211
Şekil 6.20 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=5000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$ için mod şekilleri.....	216
Şekil 6.21 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=20000 \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$ için mod şekilleri....	221
Şekil 6.22 $C_{\theta_1}=C_{\theta_2}=10^{20} \text{ tm / rd}$ ve $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20} \text{ t/m}$ için mod şekilleri.....	226

---

## BÖLÜM BİR

### GİRİŞ

---

#### 1.1 Giriş

Ülkemizin hemen hemen tamamı aktif bir deprem kuşağı üzerinde bulunmaktadır. Bu nedenle ülkemiz için mühendislik çalışmalarında deprem mühendisliği ve depreme dayanıklı yapı tasarımının önem kazanmaktadır.

Deprem mühendisliğinde yapıların dinamik yükler altındaki davranışını tam olarak belirlemek önemli bir yer tutar. Mühendislik tasarımda yapının gerçek davranışının bilinmesi; geometrik, sönüüm, kütle ve bağlantı modelinin tam olarak kurulması ile sağlanabilir.

Dizayn amaçlarında, pratikte mühendisler yapıları rıjıt düğüm noktalarına sahip gibi modellemektedirler. Ancak düğüm noktalarının davranışları rıjıt değildir. Bağlantı esnekliğinin ön plana çıktığı bu tip esnek bağınlılık sistemler yarı-rıjıt çerçeveler olarak adlandırılır.

Dinamik analizde ise yapının bağlantı esnekliğinin doğru olarak modellenmesi büyük önem taşır. Yapıların gerçek dinamik tepki parametrelerine ulaşmak için; yapının bağlantı esnekliği, buna bağlı yanal rıjıtlık azaltma katsayısı ve yanal rıjıtlık değeri gerçek davranış göz önüne alınarak hesaplanmalıdır.

## 1.2 Daha Önce Yapılan Çalışmalar

Rijit ve yarı-rijit bağlantılı çerçevelerin yanal rijitlik değerleri, azaltma katsayıları ve dinamik tepki parametrelerinin belirlenmesi için bir çok çalışma yapılmıştır. Yapılan bu çalışmaların sonuçları bir çok yayında sunulmuştur.

Tek katlı ve tek açıklıklı yarı-rijit düğüm noktalı çerçeveler için yapılan bir çalışmada (Lui&Lopes,1997) çerçevenin bağlantı noktaları dönel yaylar ile modellenmiştir. Yapının rijitlik matrisinde stabilite fonksiyonları hesaba katılmıştır. Malzeme nonlineerliğini hesaba katmak için tanjant modülü dikkate alınmıştır. Çalışmada dinamik analizler sonucu, yapının dinamik tepki parametreleri elde edilmiştir.

Bağlantı esnekliğinin rijitlik üzerindeki etkisini araştıran bir diğer çalışmada (Christoper&Bjorhovde,1998) her biri aynı yükler ve eleman boyutları uygulanan, fakat farklı bağlantı özellikleri ile, çerçevelerin tepkisini bağlantı esnekliği ile tasvir etmeye çalışılmıştır.

Diğer bir çalışmada (Salazar&Haldar,1998) tam mesnetlenmiş, yarı mesnetlenmiş ve kompozit bağlantılı çelik çerçevelerin lineer olmayan sismik tepkileri incelenmiştir ve maksimum kesme ve maksimum en üst kat deplasman terimleri karşılaştırılmıştır.

Diğer bir çalışmada (Awkar&Lui,1999) çok katlı yarı-rijit düğüm noktalı çerçevelerin dinamik analizleri yapılmıştır. Bu çalışmada da stabilite ve tanjant modülü terimleri hesaba katılmıştır. Bağlantı esnekliğinin dinamik parametrelere etkisi araştırılmıştır.

Diğer bir çalışmada (Kattner&Crisinel,1999) yarı-rijit düğüm noktalı çerçevelerin dinamik analizleri deneysel olarak incelenmiştir. Sonlu elemanlar metodu tabanında

çalışan hali hazırda programlar kullanılarak, oluşturulan simülasyon ve test sonuçları karşılaştırılmış, sonuçlar arasında iyi bir uyum elde edilmiştir.

Diğer bir çalışmada (Lee&Moon,2001) iki boyutlu bir çubuk modeli yarı-rijit bağlantıların lineer olmayan  $M-\theta$  moment-dönme ilişkisini tasvir etmek amacıyla sunulmuştur. Sunulan çalışmada şekil parametreleri  $\alpha$  ve  $n$ 'in kontrol edilmesiyle neredeyse bütün bağlantıların moment-dönme ilişkisi doğru olarak tanımlanmıştır.

Yapılan bu çalışmalarda hem rijit hemde yarı-rijit sistemler için, içinde eksenel deformasyon etkisini de bulunduran yanal rijitlik azaltma katsayıları bulunmamıştır. Bu yanal rijitlik azaltma katsayısına bağlı yanal rijitlik değerleri üzerinde yoğunlaşılmamış ve dinamik parametrelere etkileri incelenmemiştir.

### **1.3 Amaç ve Kapsam**

Bu çalışmada rijit ve yarı-rijit çerçevelerin gerçek davranışları göz önüne alınarak yanal rijitlik ve yanal rijitlik azaltma katsayıları değerlerinin hesaplanması, rijit ve yarı-rijit çerçevelerin dinamik parametrelerin kıyaslanması amaçlanmıştır.

Bununla birlikte bağlantı esnekliğinin yapının yanal rijitliğine ve buna bağlı dinamik özelliklerine olan etkisi araştırılacaktır. Bulunan sonuçlar, rijit düğüm noktalı çerçeve için elde edilen sonuçlarla kıyaslanacaktır.

Çalışma kapsamında çok katlı ve değişik düğüm noktası esnekliğine sahip rijit ve yarı-rijit 13 adet çerçeve; geometri, kütle ve kesit özellikleri aynı alınarak incelenmiştir. Bu kabullerle bağlantı esnekliğinin dinamik tepki parametreleri üzerindeki etkisinin daha iyi görülmesi ve karşılaştırılabilir olması amaçlanmıştır.

---

## BÖLÜM İKİ

# RİJİT BAĞLANTILI ÇERÇEVELERİN

## YANAL RİJİTLİK DEĞERİ

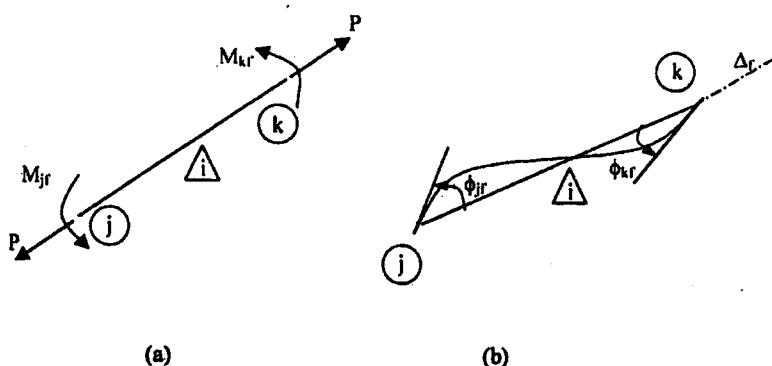
---

### 2.1 Rijit Bağlantılı Çerçevenin Rijitlik Matrisi

Bir düzlem çerçevenin rijitlik matrisini çıkarmak amacıyla sırası ile, düzlem çerçeve elemanın temel, lokal ve global kuvvet ve deplasmanları ve bunların arasındaki ilişkiler saptanacaktır. Daha sonra, rijit bağlantılı çerçevenin sistem global rijitlik matrisine geçilecektir.

#### 2.1.1 Düzlem Çerçeve Elemanın Temel Kuvvetleri ve Deplasmanları

Bir düzlem çerçeve elemanın (Şekil 2.1: a ve b)'de görüldüğü gibi iki ucunda kesit dönmeleri ve çubuk ekseni boyunca uzaması üzere üç adet temel deplasmani, elemanın iki ucunda eğilme momentleri ve çubuk ekseni boyunca çubuk kuvveti üzere üç adet temel kuvveti vardır.



Şekil 2.1: a. Temel kuvvetler b. Temel deplasmanlar

Temel kuvvet vektörü  $\{P_{ij}'\}^T$  ve Temel deplasman vektörü  $\{\delta_{ij}'\}^T$  aşağıdaki gibi yazılır.

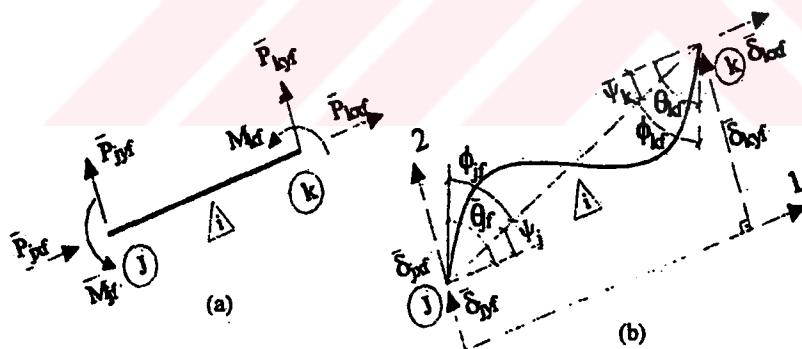
$$\{P_{ij}'\}^T = \{M_{jf} \ M_{kf} \ P\} \quad (1)$$

$$\{\delta_{ij}'\}^T = \{ \phi_{jf} \ \phi_{kf} \ \Delta_f \} \quad (2)$$

Burada  $M_{jf}$ ,  $M_{kf}$  ve  $P$  sırası ile  $j$  ve  $k$  uçlarındaki eğilme momentlerini ve çubuk kuvvetini;  $\phi_{jf}$ ,  $\phi_{kf}$  ve  $\Delta_f$  sırası ile  $j$  ve  $k$  uçlarındaki kesit dönmelerini ve çubuk ekseni boyunca uzamayı gösterir.

### 2.1.2 Düzlem Çerçeve Elemanın Lokal Kuvvetleri ve Deplasmanları

Bir düzlem çerçeve elemanın (Şekil 2.2. a ve b)'de görüldüğü gibi lokal kuvvet ve lokal deplasmanları; elemanın lokal koordinatları doğrultusunda eleman uclarında oluşan kuvvet ve deplasmanlardır.



Şekil 2.2: a. Lokal kuvvetler b. Lokal deplasmanlar

Lokal kuvvet vektörü  $\{ \bar{P}_{if} \}^T$  ve Lokal deplasman vektörü  $\{ \bar{\delta}_{if} \}^T$  aşağıdaki gibi yazılır.

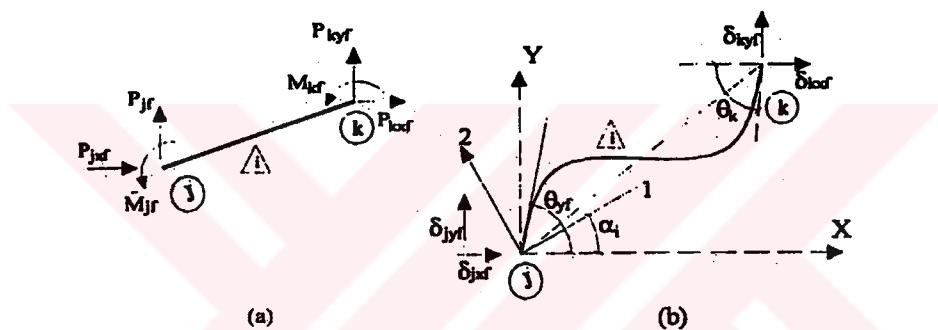
$$\{ \bar{P}_{if} \}^T = \{ \bar{P}_{jxf} \ \bar{P}_{jyf} \ \bar{M}_{jf} \ \bar{P}_{kxf} \ \bar{P}_{kyf} \ \bar{M}_{kf} \} \quad (3)$$

$$\{ \bar{\delta}_{if} \}^T = \{ \bar{\delta}_{jxf} \ \bar{\delta}_{jyf} \ \bar{\theta}_{jf} \ \bar{\delta}_{kxf} \ \bar{\delta}_{kyf} \ \bar{\theta}_{kf} \} \quad (4)$$

Burada sırası ile  $\bar{P}_{jxf}$ ,  $\bar{P}_{jyf}$ ,  $\bar{M}_{jf}$ ,  $\bar{P}_{kxf}$ ,  $\bar{P}_{kyf}$  ve  $\bar{M}_{kf}$  sırası ile elemanın lokal koordinatları doğrultusunda elemanın j ve k uçlarında oluşan kuvvetleri;  $\bar{\delta}_{jxf}$ ,  $\bar{\delta}_{jyf}$ ,  $\bar{\theta}_{jf}$ ,  $\bar{\delta}_{kxf}$ ,  $\bar{\delta}_{kyf}$  ve  $\bar{\theta}_{kf}$  sırası ile elemanın lokal koordinatları doğrultusunda eleman uçlarında oluşan deplasmanlardır.

### 2.1.3 Düzlem Çerçeve Elemanın Global Kuvvetleri ve Deplasmanları

Bir düzlem çerçeve elemanın (Şekil 2.3: a ve b)'de görüldüğü gibi global kuvvet ve global deplasmanları; elemanın global koordinatları doğrultusunda eleman uçlarında oluşan kuvvet ve deplasmanlardır.



Şekil 2.3: a. Global kuvvetler b. Global deplasmanlar

Gobal kuvvet vektörü  $\{P_{if}\}^T$  ve Global deplasman vektörü  $\{\delta_{if}\}^T$  aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{P_{if}\}^T = \{ P_{jxf} \ P_{jyf} \ M_{jf} \ P_{kxf} \ P_{kyf} \ M_{kf} \} \quad (5)$$

$$\{\delta_{if}\}^T = \{ \delta_{jxf} \ \delta_{jyf} \ \theta_{jf} \ \delta_{kxf} \ \delta_{kyf} \ \theta_{kf} \} \quad (6)$$

Burada  $P_{jxf}$ ,  $P_{jyf}$ ,  $M_{jf}$ ,  $P_{kxf}$ ,  $P_{kyf}$  ve  $M_{kf}$  sırası ile elemanın global koordinatları doğrultusunda elemanın j ve k uçlarında oluşan kuvvetleri ve  $\delta_{jxf}$ ,  $\delta_{jyf}$ ,  $\theta_{jf}$ ,  $\delta_{kxf}$ ,  $\delta_{kyf}$  ve  $\theta_{kf}$  elemanın global koordinatları doğrultusunda elemanın j ve k uçlarında oluşan deplasmanlardır.

#### 2.1.4. Temel kuvvetler ve Lokal kuvvetler, Temel deplasmanlar ve Lokal Deplasmanlar Arasındaki İlişki

Temel kuvvetler ve lokal kuvvetler, temel deplasmanlar ve lokal deplasmanlar arası ilişki sırası ile Şekil 2.1.a ve Şekil 2.2.a ; Şekil 2.1.b ve Şekil 2.2.b arasındaki ilişkiler göz önüne alınarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\{ \bar{P}_{if} \} = [L_{if}] \{ P_i' \} \quad (7)$$

Burada ;

$$[L_{if}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ \frac{1}{L_i} & \frac{1}{L_i} & 0 \\ \frac{1}{L_i} & \frac{1}{L_i} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{L_i} & -\frac{1}{L_i} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

göstermektedir.

Temel deplasmanların ve lokal deplasmanların arasındaki bağıntılar Şekil 2.1.b ve Şekil 2.2.b dikkate alındığında aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\phi_{jf} = \bar{\theta}_{jf} - (\bar{\delta}_{kyf} - \bar{\delta}_{jyf})x \frac{1}{L_i} \quad (9)$$

$$\phi_{kf} = \bar{\theta}_{kf} - (\bar{\delta}_{kyf} - \bar{\delta}_{jyf})x \frac{1}{L_i} \quad (10)$$

$$\Delta_f = \bar{\delta}_{kxf} - \bar{\delta}_{kyf} \quad (11)$$

Burada ;

$$\psi_j = \psi_k = (\bar{\delta}_{kyf} - \bar{\delta}_{jyf})x \frac{1}{L_i} \quad (12)$$

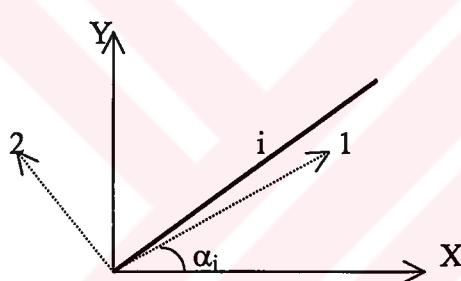
göstermektedir.

(9), (10), (11) numaralı denklemler matris formda düzenlenirse temel deplasmanlar ile lokal deplasmanlar arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi kapalı formda yazılır.

$$\{\delta_{if}'\} = [L_i]^T \{ \bar{\delta}_{if} \} \quad (13)$$

### 2.1.5. Lokal kuvvetler ve Global kuvvetler, Lokal deplasmanlar ve Global Deplasmanlar Arasındaki İlişki

Bir düzlem çerçeve elemanın lokal (1) ekseni ile global (x) ekseni arasındaki açı ( $\alpha_i$ ) olmak üzere (Şekil 2.4) lokal kuvvetlerden global kuvvetlere ; lokal deplasmanlardan global deplasmanlara aşağıdaki denklemlerle geçilir.



Şekil 2.4 Lokal-Global eksen arasındaki açı

$$\{P_{if}\} = [\alpha_i] \{ \bar{P}_{if} \} \quad (14)$$

$$\{\delta_{if}\} = [\alpha_i] \{ \bar{\delta}_{if} \} \quad (15)$$

Burada  $[\alpha_i]$  i nolu elemanın transformasyon matrisi olup aşağıdaki gibi yazılır.

$$\alpha_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

### 2.1.6. Global kuvvetler ile Temel kuvvetler Arasındaki İlişki

Global kuvvetler ile temel kuvvetler arası ilişkiye denklem (14) ve denklem(7) arasındaki bağıntı kurularak geçilebilir.

$$\{P_{if}\} = [\alpha_i] [L_{if}] \{P_{if}'\} \quad (17)$$

$$[\alpha_i] [L_{if}] = [T_{if}] \quad (18)$$

$$\{P_{if}\} = [T_{if}] \{P_{if}'\} \quad (19)$$

Burada  $[T_{if}]$  global kuvvetler ve temel kuvvetler arasındaki geçişini sağlayan matristir.

$$[T_{if}] = \begin{bmatrix} -\frac{\sin \alpha_i}{L_i} & -\frac{\sin \alpha_i}{L_i} & -\cos \alpha_i \\ \frac{\cos \alpha_i}{L_i} & \frac{\cos \alpha_i}{L_i} & -\sin \alpha_i \\ 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\sin \alpha_i}{L_i} & -\frac{\sin \alpha_i}{L_i} & \cos \alpha_i \\ -\frac{\cos \alpha_i}{L_i} & -\frac{\cos \alpha_i}{L_i} & \sin \alpha_i \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

### 2.1.7. Düzlem Çerçeve Elemanın Global Rijitlik Matrisi

Çerçeve elemanın temel rijitlik matrisi, enerji yöntemleri kullanılarak elde edilebilir. Lineer-elastik bir malzemeden yapılmış bir çerçeve elemanın iş enerji ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$U = \int_0^{L_i} \left[ \left( \frac{M_{jb} + M_{kb}}{L_i} \right) x - M_{jb} \right]^2 * \frac{1}{2EI_x} dx + \int_0^{L_i} \frac{P^2(x)}{2AE} dx \quad (21)$$

Burada  $M_{jb}$  ve  $M_{kb}$  sırası ile j ve k uçlarındaki eğilme momentlerini, A kesit alanını, E elastisite modülünü,  $EI_x$  eğilme rijitliğini gösterir.

I.Castiglano teoremi kullanılarak elemandaki kesit dönmeleri ve eksenel yerdeğiştirme aşağıdaki gibidir.

$$\phi_{jf} = \frac{\delta u}{\delta M_{jb}} = M_{jb} \frac{L_i}{3EI_x} - M_{kb} \frac{L_i}{6EI_x} \quad (22)$$

$$\phi_{kf} = \frac{\delta u}{\delta M_{kb}} = -M_{jb} \frac{L_i}{6EI_x} + M_{kb} \frac{L_i}{3EI_x} \quad (23)$$

$$\Delta_f = \frac{\delta u}{\delta P} = \frac{PL_i}{AE} \quad (24)$$

(22), (23), (24) numaralı denklemler matris formda yazılırsa ;

$$\begin{Bmatrix} \phi_{jf} \\ \phi_{kf} \\ \Delta_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_i}{3EI_x} & -\frac{L_i}{6EI_x} & 0 \\ -\frac{L_i}{6EI_x} & \frac{L_i}{3EI_x} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L_i}{AE} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{jf} \\ M_{kf} \\ P \end{Bmatrix} \quad (25)$$

(25) numaralı aşağıdaki gibi kapalı formda yazılabılır.

$$\left\{ \delta_{if}' \right\} = [F^t_f] \left\{ P_{if}' \right\} \quad (26)$$

Burada  $\left\{ \delta_{if}' \right\}$  temel deplasman ve  $\left\{ P_{if}' \right\}$  temel kuvvet vekörüdür.

$[F_f^t]$  fleksibilite matrisinin tersi alınarak aşağıdaki rijitlik matrisi elde edilir.

$$[K_f^t] = \begin{bmatrix} \frac{4EI_x}{L_i} & \frac{2EI_x}{L_i} & 0 \\ \frac{2EI_x}{L_i} & \frac{4EI_x}{L_i} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{AE}{L_i} \end{bmatrix} \quad (27)$$

(26) ve (27) numaralı denklemler kullanılarak aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\{P_{if}'\} = [K_f^t] \{\delta_{if}'\} \quad (28)$$

(19) numaralı bağıntıda  $\{P_{if}'\}$ , temel kuvvetler vektörü yerine (28) numaralı bağıntıdaki değeri yazılır ve (13) numaralı bağıntı dikkate alınırsa aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\{P_{if}\} = [T_{if}] [K_f^t] [L_{if}]^T \{ \bar{\delta}_{if} \} \quad (29)$$

Daha önce elde edilen denklem(15) ve  $\alpha_i$  'nin  $[\alpha_i]^{-1} = [\alpha_i]^T$  özelliği kullanılarak aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\{ \bar{\delta}_{if} \} = [\alpha_i]^{-1} \{ \delta_{if} \} \quad (30)$$

Denklem (30), denklem (29)'da yerine yazılıarak aşağıdaki matris bağıntılara ulaşılır.

$$\{P_{if}\} = [T_{if}] [K_f^t] [L_{if}]^T [\alpha_i]^T \{ \delta_{if} \} \quad (31)$$

$$\{P_{if}\} = [T_{if}] [K_f^t] [T_{if}]^T \{ \delta_{if} \} \quad (32)$$

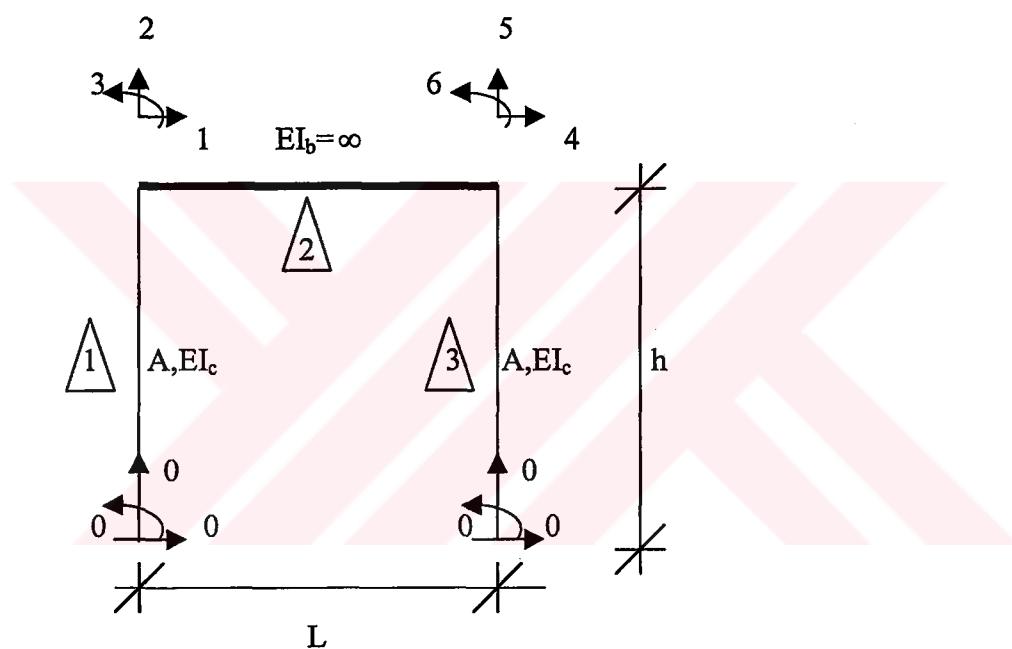
$$[K_{if}] = [T_{if}] [K_f^t] [T_{if}]^T \quad (33)$$

Burada  $[K_{if}]$  ve  $[K_f^t]$  ,sırası ile temel ve global rijitlik matrisidir. $[K_{if}]$  global rijitlik matrisi aşağıdaki gibi yazılır.Burada c=cos $\alpha_i$  ve s=sin $\alpha_i$  'yi göstermektedir.

$$[K_{if}] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L_i}c^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}s^2 & \frac{AE}{L_i}sc - \frac{12EI_x}{L_i^3}sc & -\frac{6EI_x}{L_i^2}s & -\frac{AE}{L_i}c^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3}s^2 & -\frac{AE}{L_i}sc + \frac{12EI_x}{L_i^3}sc & -\frac{6EI_x}{L_i^2}s \\ \frac{AE}{L_i}sc - \frac{12EI_x}{L_i^3}sc & \frac{AE}{L_i}s^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2 & \frac{6EI_x}{L_i^2}c & -\frac{AE}{L_i}sc + \frac{12EI_x}{L_i^3}sc & -\frac{AE}{L_i}s^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2 & \frac{6EI_x}{L_i^2}c \\ \frac{6EI_x}{L_i^2}c & \frac{6EI_x}{L_i} & \frac{4EI_x}{L_i} & \frac{6EI_x}{L_i} & \frac{6EI_x}{L_i} & \frac{2EI_x}{L_i} \\ -\frac{6EI_x}{L_i^2}s & \frac{6EI_x}{L_i^2}c & \frac{6EI_x}{L_i^2}s & \frac{6EI_x}{L_i^2}c & \frac{6EI_x}{L_i^2}s & \frac{2EI_x}{L_i} \\ -\frac{6EI_x}{L_i^2}s & -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & \frac{6EI_x}{L_i^2}s & -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & \frac{6EI_x}{L_i^2}s & \frac{2EI_x}{L_i} \\ -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & -\frac{6EI_x}{L_i^2}s & -\frac{6EI_x}{L_i^2}s & -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & \frac{2EI_x}{L_i} \end{bmatrix} \quad (34)$$

## **2.2 $EI_b = \infty$ Kabülü ve Eksenel Deformasyonların İhmal Edilmesi Halinde Yanal Rijitlik Değeri**

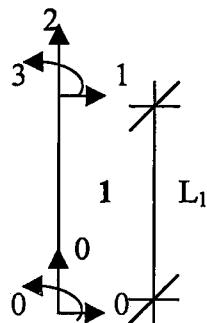
Bu tip çerçevelerde kiriş elemanın eğilme rijitliği sonsuz kabul edildiğinden  $EI_b=\infty$ , eleman uçlarındaki dönmeler  $\theta_3 = \theta_6 = 0$  dir. Aynı zamanda eksenel deformasyonların gözardı edilecek kadar küçük olduğu, 1 ve 4 doğrultularında serbestlik derecelerinin eşit olduğu kabul edilmiştir., kiriş eğilme rijitliği sonsuz kabul edilen çerçeve (Şekil 2.5)'de sunulmuştur. (Şekil 2.5)'de 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 serbestlik dereceleri gösterilmektedir.



**Şekil 2.5 Rijit çerçeve modeli**

(Şekil 2.5)'de sunulan çerçeve elemanlarının global rijitlik matrisleri her bir elemanın global rijitlik matrisleri yazılarak, kodlama yöntemi ile aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

Eleman 1



$$L_1 = h$$

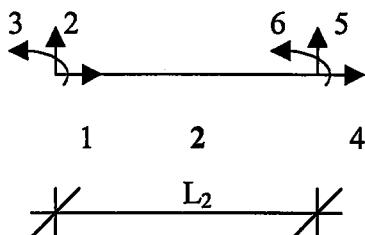
$$\cos\alpha = \cos 90 = 0$$

$$\sin\alpha = \sin 90 = 1$$

**Şekil 2.6 1 numaralı eleman**

$$[K_{1f}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2} & -\frac{12EI_c}{h^3} & 0 \\ 0 & \frac{A_c E}{h} & 0 & 0 & -\frac{A_c E}{h} & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{4EI_c}{h} & \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{2EI_c}{h} \\ -\frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} & \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} \\ 0 & -\frac{A_c E}{h} & 0 & 0 & \frac{A_c E}{h} & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{2EI_c}{h} & \frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{4EI_c}{h} \end{bmatrix} \quad (35)$$

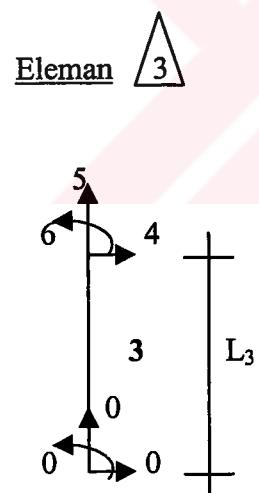
Eleman 2



$$L_2 = L, \cos\alpha = \cos 0 = 1, \sin\alpha = \sin 0 = 0$$

**Şekil 2.7 2 numaralı eleman**

$$[K_{2f}] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{A_b E}{L} & 0 & 0 & -\frac{A_b E}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3} & \frac{6EI_b}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_b}{L^3} & \frac{6EI_b}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_b}{L} & 0 & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} \\ -\frac{A_b E}{L} & 0 & 0 & \frac{A_b E}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3} & -\frac{6EI_b}{L^2} & 0 & \frac{12EI_b}{L^3} & -\frac{6EI_b}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} & 0 & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_b}{h} \end{bmatrix} \quad (36)$$



$$\begin{aligned} L_3 &= h \\ \cos\alpha &= \cos 90 = 0 \\ \sin\alpha &= \sin 90 = 1 \end{aligned}$$

Sekil 2.8 3 numarali eleman

$$[K_{3f}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2} & -\frac{12EI_c}{h^3} & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2} \\ 0 & \frac{A_c E}{h} & 0 & 0 & -\frac{A_c E}{h} & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{4EI_c}{h} & \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{2EI_c}{h} \\ -\frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} & \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} \\ 0 & -\frac{A_c E}{h} & 0 & 0 & \frac{A_c E}{h} & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{2EI_c}{h} & \frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{4EI_c}{h} \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \quad (37)$$

Sistemin global rijitlik matrisi kodlama yöntemi ile (35), (36), (37) numaralı global eleman rijitlikleri dikkate alınarak aşağıdaki gibi elde edilir.

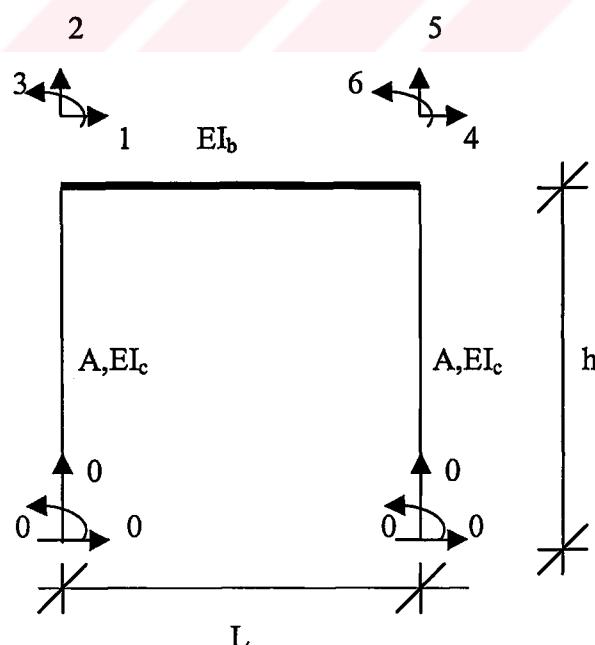
$$[K_s] = \begin{bmatrix} \frac{12EI_c + A_bE}{h^3} & \frac{A_bE}{L} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} & -\frac{A_bE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_b + A_cE}{L^3} & \frac{A_cE}{h} & \frac{6EI_b}{L^2} & 0 & \frac{12EI_b}{L^3} & \frac{6EI_b}{L^2} \\ \frac{6EI_c}{h^2} & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_c + 4EI_b}{h} & \frac{4EI_c + 4EI_b}{L} & 0 & \frac{L^3}{6EI_b} & \frac{2EI_b}{L} \\ -\frac{A_bE}{L} & 0 & \frac{12EI_c + A_bE}{h^3} & \frac{12EI_c + A_bE}{L} & 0 & -\frac{L^2}{6EI_b} & \frac{L}{6EI_b} \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3} & -\frac{6EI_b}{L^2} & 0 & \frac{12EI_b + A_cE}{L^3} & \frac{A_cE}{h} & -\frac{6EI_b}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{6EI_c}{h^2} & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_c + 4EI_b}{h} & \frac{4EI_c + 4EI_b}{L} \end{bmatrix}_6 \quad (38)$$

Çerçeve elemanda kiriş eğilme rijitliği sonsuz olduğundan kiriş eleman uçlarındaki 3 ile 6 numaralı serbestlik dereceleri sıfır olacak ve bu doğrultulardaki matris satır ve sütunları silinerek matrisin boyutu azaltılacaktır. Aynı şekilde, çerçeve elemanda eksenel deformasyonlar ihmali edildiğinden 2 ve 5 numaralı serbestlik dereceleri sıfır olacak ve bu doğrultulardaki matris satır ve sütunları silinebilecektir. 1 ve 4 numaralı serbestlik derecelerinin eşit kabul edilmesiyle yukarıdaki sistem global rijitlik matrisi  $1 \times 1$  boyutuna dönüşür. Bu değer aşağıdaki gibi yazılır.

$$[K_s]_{1 \times 1} = \frac{24EI_c}{h^3} \quad (39)$$

### 2.3. $EI_b \neq \infty$ ve Eksenel Deformasyonların Gözardı Edilmemesi Halinde Yanal Rijitlik Değeri

Bu tip çerçevelerde ise kiriş elemanın eğilme rijitliği  $EI_b \neq \infty$  sonsuz alınmadığından, eleman uçlarındaki dönmeler sıfırdan farklıdır. Aynı zamanda eksenel deformasyonlar gözardı edilmez ve 1 ile 4 doğrultusundaki serbestlik derecelerinin eşit olduğu kabul edilmiştir.(Şekil 2.9)



Şekil 2.9 Rijit çerçeve modeli ( $EI_b \neq \infty$ )

Bir önceki bölümde aynı geometri, kesit ve serbestlik derecelerine sahip sistemin global rijitlik matrisi bu sistem içinde geçerlidir. Bu kısımda 1 ve 4 numaralı serbestlik dereceleri eşit kabulü denkleme yansıtılırsa aşağıdaki 5x5 boyutlu matris elde edilir.

$$[K_s] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{24EI_c}{h^3} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} \\ 0 & \frac{12EI_b + A_c E}{L^3} & \frac{6EI_b}{L^2} & -\frac{12EI_b}{L^3} & \frac{6EI_b}{L^2} \\ \frac{6EI_c}{h^2} & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_c + 4EI_b}{h} & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3} & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{12EI_b + A_c E}{L^3} & -\frac{6EI_b}{L^2} \\ \frac{6EI_c}{h^2} & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_c + 4EI_b}{h} \end{bmatrix} \quad (40)$$

Rijitlik matrisi, Kuvvet ve deplasman vektörü arası ilişki matris formda kapalı şekilde aşağıdaki gibi yazılır.

$$[F] = [K_s] \{ \delta \} \quad (41)$$

(41) numaralı bağıntıdaki rijitlik matrisinin ikinci ve beşinci satırları, deplasman vektörünün sırası ile bu satırlara karşılık gelen terimleri ile çarpılır ve kuvvet vektörünün terimlerine eşitlenerek, taraf tarafa toplanırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \left( \frac{12EI_b}{L^3} + \frac{AE}{h} \right) \Delta_2 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_3 - \frac{12EI_b}{L^3} \Delta_5 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_6 &= 0 \\ - \frac{12EI_b}{L^3} \Delta_2 - \frac{6EI_b}{L^2} \theta_3 + \left( \frac{12EI_b}{L^3} + \frac{AE}{h} \right) \Delta_5 - \frac{6EI_b}{L^2} \theta_6 &= 0 \end{aligned}$$

+

$$\frac{AE}{h} \Delta_2 + \frac{AE}{h} \Delta_5 = 0 \quad (42)$$

$$\Delta_2 = -\Delta_5 \quad (43)$$

(41) numaralı bağıntıdaki rijitlik matrisinin üçüncü ve altıncı satırları, deplasman vektörünün sırası ile bu satırlara karşılık gelen terimleri ile çarpılır ve kuvvet vektörünün terimlerine eşitlenerek, taraf tarafa çıkarılırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{6EI_c}{h^2} \Delta + \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_2 + \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \right) \theta_3 - \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_5 + \frac{2EI_b}{L} \theta_6 &= 0 \\ \frac{6EI_c}{h^2} \Delta + \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_2 + \frac{2EI_b}{L} \theta_3 - \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_5 + \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \right) \theta_3 &= 0 \end{aligned}$$

-

$$\begin{aligned} \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} - \frac{2EI_b}{L} \right) \theta_3 + \left( \frac{2EI_b}{L} - \frac{4EI_c}{h} - \frac{4EI_b}{L} \right) \theta_6 &= 0 \\ \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} - \frac{2EI_b}{L} \right) \theta_3 &= \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} - \frac{2EI_b}{L} \right) \theta_6 \end{aligned}$$

$$\theta_3 = \theta_6 \quad (44)$$

(41) numaralı bağıntıdaki rijitlik matrisinin ikinci satırı, deplasman vektörünün bu satırı karşılık gelen terimi ile çarpılır ve kuvvet vektörünün terimine eşitlenerek, tekrar yazılarka  $\Delta_2$  ve  $\Delta_5$  terimleri elde edilir.

$$\begin{aligned} \left( \frac{12EI_b}{L^3} + \frac{AE}{h} \right) \Delta_2 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_3 - \frac{12EI_b}{L^3} \Delta_5 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_6 &= 0 \\ \left( \frac{12EI_b}{L^3} + \frac{AE}{h} \right) \Delta_2 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_3 + \frac{12EI_b}{L^3} \Delta_2 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_3 &= 0 \\ \left( \frac{24EI_b}{L^3} + \frac{AE}{h} \right) \Delta_2 + \frac{12EI_b}{L^2} \theta_3 &= 0 \\ \Delta_2 = -\frac{12EI_b}{L^2} x \frac{hL^3}{(24EI_b h + AEL^3)} \theta_3 & \\ \Delta_2 = -\frac{12EI_b h L}{(24EI_b h + AEL^3)} \theta_3 = -\Delta_5 & \end{aligned} \quad (45)$$

(41) numaralı bağıntıdaki rijitlik matrisinin ikinci satırı, deplasman vektörünün bu satırı karşılık gelen terimi ile çarpılır ve kuvvet vektörünün terimine eşitlenerek, tekrar yazılarka  $\theta_3$  ve  $\theta_6$  terimleri elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{6EI_c}{h^2} \Delta + \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_2 + \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \right) \theta_3 - \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_5 + \frac{2EI_b}{L} \theta_6 &= 0 \\ \frac{6EI_c}{h^2} \Delta - \frac{6EI_b}{L^2} \left( \frac{12EI_b h L}{24EI_b h + AEL^3} \right) \theta_3 + \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \right) \theta_3 & \\ - \frac{6EI_b}{L^2} \left( \frac{12EI_b h L}{24EI_b h + AEL^3} \right) \theta_3 + \frac{2EI_b}{L} \theta_3 &= 0 \\ \frac{6EI_c}{h^2} \Delta + (-2A + B + C) \theta_3 &= 0 \end{aligned} \quad (46)$$

Burada;

$$A = \frac{6EI_b}{L^2} \left( \frac{12EI_b h L}{24EI_b h + AEL^3} \right) \quad (47)$$

$$B = \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \right) \quad (48)$$

$$C = \frac{2EI_b}{L} \quad (49)$$

$$\theta_3 = -\frac{6EI_c}{h^2} x \frac{1}{(B+C-2A)} \Delta = \theta_6 \quad (50)$$

göstermektedir.

(41) numaralı bağıntıdaki rijitlik matrisinin birinci satırı, deplasman vektörünün bu satırı karşılık gelen terimi ile çarpılır ve kuvvet vektörünün terimine eşitlenerek, tekrar yazılırsa ve bütün terimler  $\Delta$  parantezine alınarak ; yanal rijitlik azaltma katsayısı  $\alpha_r$  ve yanal rijitlik değeri elde edilir.

$$F = \alpha_r \frac{24EI_c}{h^3} \quad (51)$$

Burada;

$$\alpha_r = \left[ 1 - \frac{3EI_c}{h(B+C-2A)} \right] \quad (52)$$

göstermektedir.

## 2.4 Yanal Rijitlik Değerlerinin Bulunması İçin Bir Bilgisayar Programı

Yukarıda sözü edilen, düğüm noktaları rijit her iki tip çerçeveyenin yanal rijitlik değerlerini elde etmek amacıyla genel bir formatta matlab editör tabanında çalışan bir bilgisayar programı yazılmıştır. Bu programda istenildiğinde eksenel deformasyonların göz önüne alınıp alınmaması seçeneği bulunmaktadır. Eksenel deformasyonları hesaba katmak için program akışı sırasında girilmesi istenilen

eksenel deformasyon kriteri ( $K$ ) için 1 girmek yeterlidir. Ek-1' de hazırlanmış olan bu programın açık hali verilir

#### **2.4.1 Azaltma katsayılarının sayısal hesabı**

Şekil 2.9'da bağlantı modeli verilen çerçevenin farklı açıklık ve yükseklik ( $L/h$ ), kiriş ve kolon atalet momenti oranları ( $I_b/I_c$ ) için azaltma katsayıları değerleri hazırlanan paket programa hesaplanmış ve bunlara ait grafikler rıjît bağlantılı sistem için aşağıda verilmiştir.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 2.1)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 2.10)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 2.2)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 2.11)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 2.3)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 2.12)'da sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 2.4)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 2.13)'da sunulmuştur.

**Tablo 2.1 Rijit bağlı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 0.5$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.5000	0.5313	0.5435	0.5500	1.00	
1.0	0.6250	0.7000	0.7321	0.7500	2.00	
1.5	0.6633	0.7562	0.7973	0.8204	3.00	
2.0	0.6786	0.7794	0.8245	0.8500	4.00	
2.5	0.6860	0.7909	0.8380	0.8648	5.00	
3.0	0.6902	0.7973	0.8456	0.8731	6.00	
3.5	0.6928	0.8012	0.8503	0.8782	7.00	

**Tablo 2.2 Rijit bağlı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.0$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.4545	0.5000	0.5200	0.5313	0.50	
1.0	0.5313	0.6250	0.6719	0.7000	1.00	
1.5	0.5522	0.6633	0.7209	0.7562	1.50	
2.0	0.5603	0.6786	0.7409	0.7794	2.00	
2.5	0.5642	0.6860	0.7507	0.7909	2.50	
3.0	0.5664	0.6902	0.7562	0.7973	3.00	
3.5	0.5677	0.6928	0.7596	0.8012	3.50	

**Tablo 2.3 Rijit bağlılı çerçeve için azaltma katsayıları**

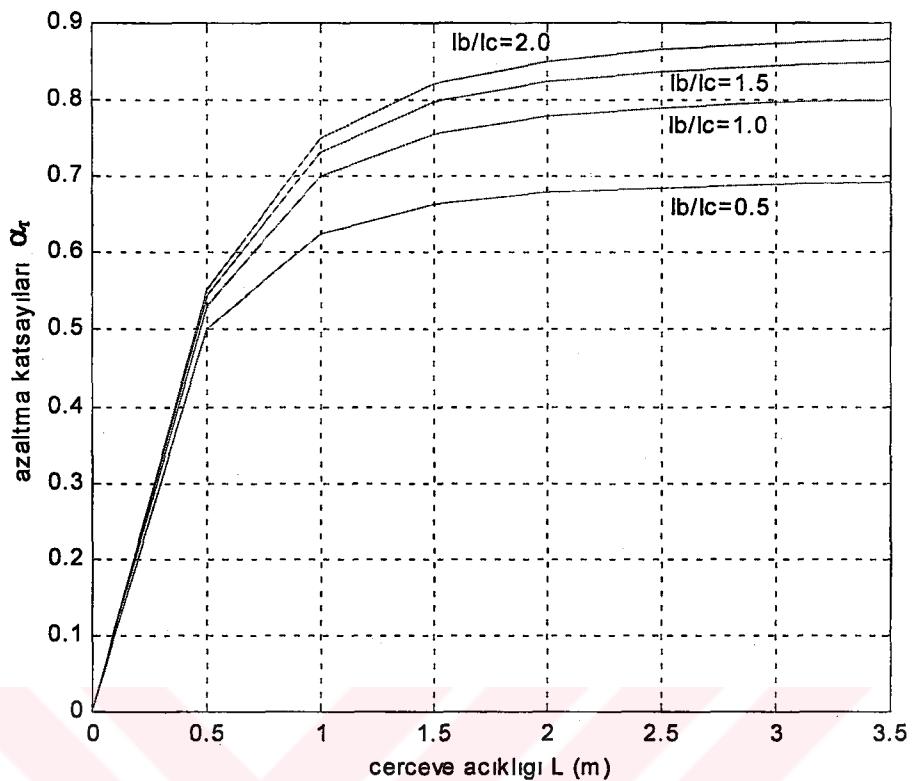
$$\text{Kesit}=0.3*0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.5$$

<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b> <b>L</b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.4223	0.4743	0.4994	0.5142	0.33
1.0	0.4736	0.5700	0.6237	0.6580	0.66
1.5	0.4882	0.5991	0.6633	0.7051	1.00
2.0	0.4928	0.6096	0.6782	0.7233	1.33
2.5	0.4950	0.6145	0.6854	0.7322	1.66
3.0	0.4970	0.6182	0.6902	0.7380	2.00
3.5	0.4975	0.6197	0.6925	0.7409	2.33

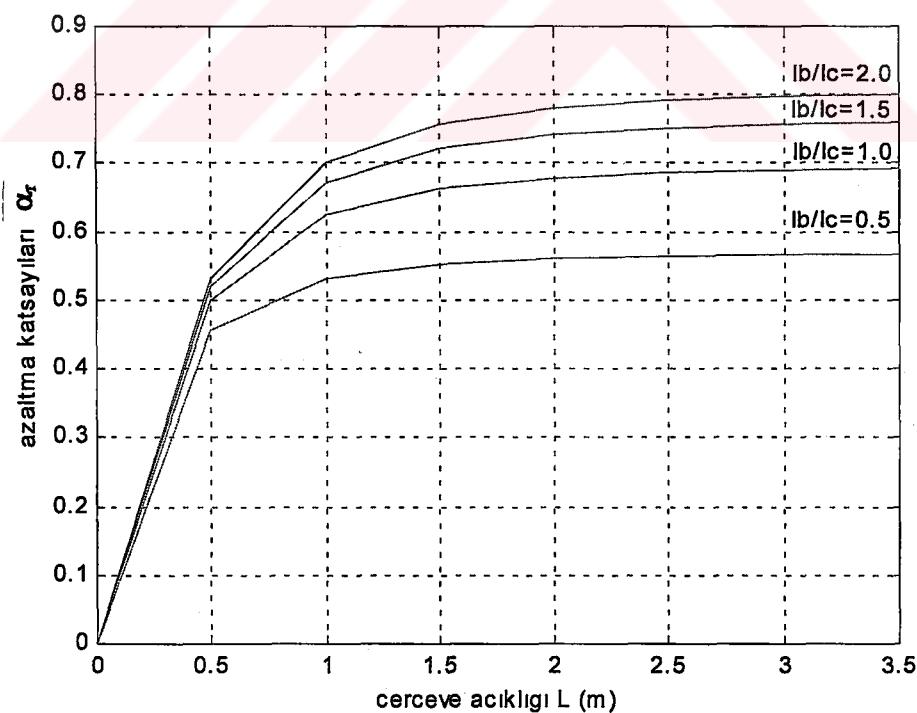
**Tablo 2.4 Rijit bağlılı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3*0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=2.0$$

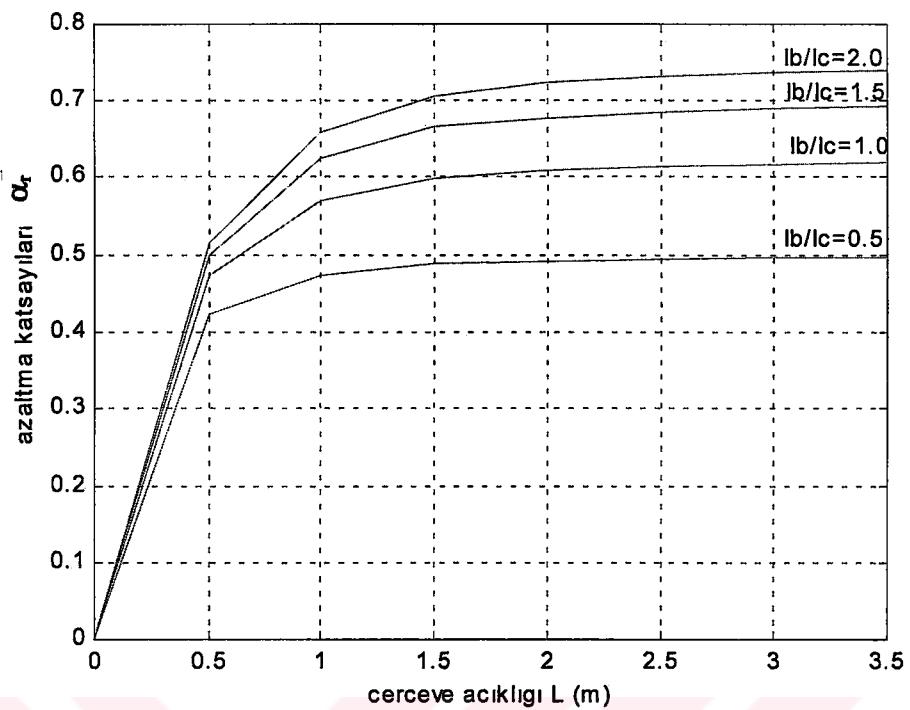
<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b> <b>L</b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.4000	0.4545	0.4828	0.5000	0.25
1.0	0.4375	0.5313	0.5875	0.6250	0.50
1.5	0.4466	0.5522	0.6182	0.6633	0.75
2.0	0.4500	0.5600	0.6300	0.6700	1.00
2.5	0.4510	0.5642	0.6362	0.6860	1.25
3.0	0.4525	0.5664	0.6394	0.6902	1.50
3.5	0.4530	0.5677	0.6414	0.6928	1.75



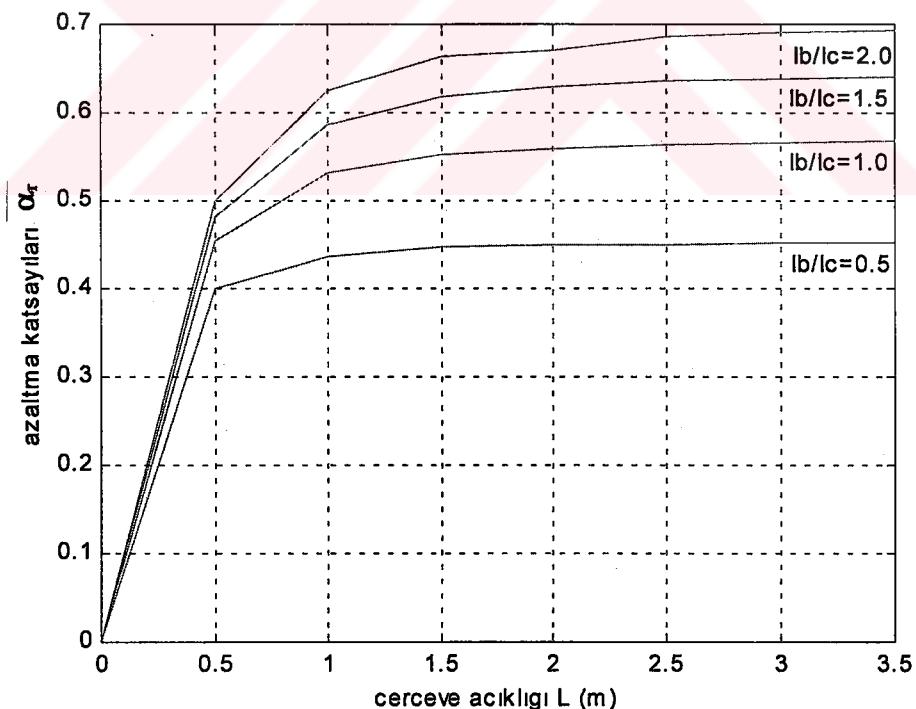
Şekil 2.10 Rijit düğüm noktası ve  $L/h = 0.5$  için azaltma katsayıları



Şekil 2.11 Rijit düğüm noktası ve  $I/h = 1.0$  için azaltma katsayıları



Şekil 2.12 Rijit düğüm noktası ve  $L/h = 1.5$  için azaltma katsayıları



Şekil 2.13 Rijit düğüm noktası ve  $L/h = 2.0$  için azaltma katsayıları

---

## BÖLÜM ÜÇ

# DÖNMEYE KARŞI YARI RİJİT BAĞLANTILI ÇERÇEVELERİN YANAL RİJİTLİK DEĞERİ

---

### **3.1 Yarı-Rijit Çerçevenin Tanımı**

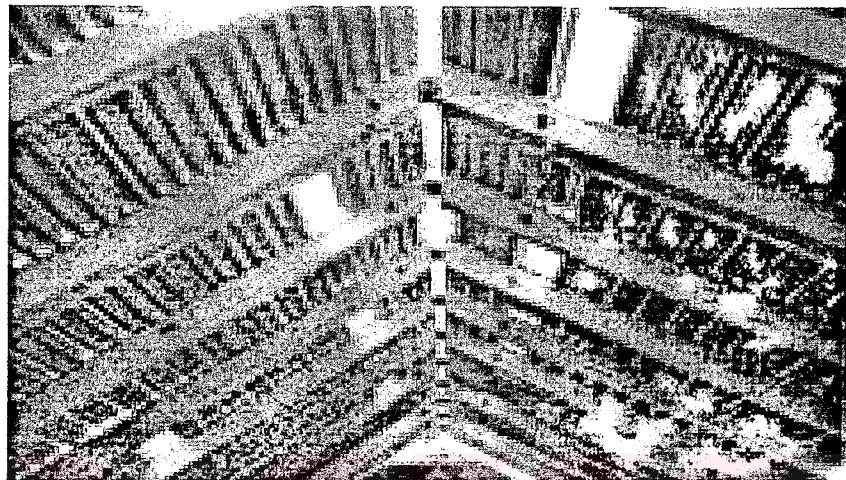
Yarı-rijit çerçeveler kolon kiriş bağlantılarının ne hareketsiz ne de rijit olduğu yapılardır. Gerçekte; hemen hemen tüm çerçeveler yarı-rijittir. Çünkü gerçekten hareketsiz yada tam rijit düğüm noktaları yoktur. Dizayn amaçları için ; düğüm noktaları tarafından aktarılan moment önemsenmeyecek kadar az ise ; düğüm noktaları rijit davranışmadığı varsayılar. Eğer düğüm noktaları tarafından aktarılan moment etkili büyülükte ise , düğüm noktaları rijit olarak idealize edilir(Lui&Lopes,1997).

Praktikteki uygulamalar için ; yarı-rijit çerçeveleri rijit çerçevelerden ayırmak amacıyla iki sınıflandırma sistemi geliştirilmiştir. Bjorhovde et al tarafından yapılan sınıflandırma sistemi eleman tepkisine dayanırken, Eurocode 3 tarafından yapılan sınıflandırma sistemi çerçevelerin tepkisine dayanmaktadır. Bu sınıflandırma sistemleri son 60 yıl boyunca yarı-rijit düğümler üzerinde yürütülen yoğun çalışmalara dayanarak geliştirilmiştir. Bu çalışmaların sonuçları çeşitli kitap ve monografiklerde toplanmıştır.

### **3.2 Uygulamada Yarı-Rijit Çerçeveler**

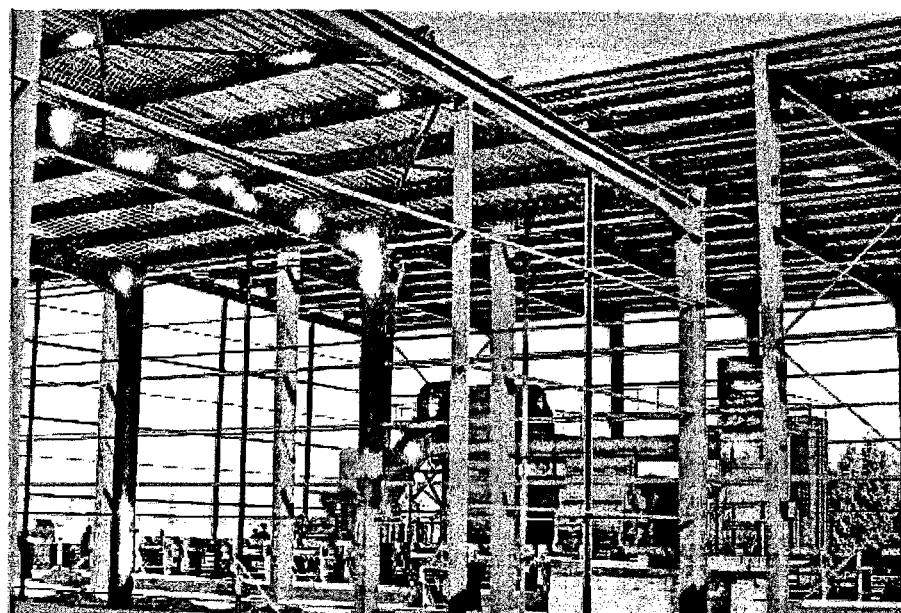
Yarı-rijit çerçeveler inşaat sektörünün bir çok alanında karşılaşılan bağlantı noktaları esnek ve yarı-rijit olarak tanımlanan sistemlerdir. Bu çerçeveler daha çok prefabrike ve çelik yapı elemanlarında karşımıza çıkmaktadır.

Prefabrikasyon imalatta bağlı noktaları kaynak ve bulonlu, özellikle kolon ve çatı makaslarının birleşim noktalarını içeren çerçeveler yarı-rijit düğüm noktalı çerçeveler olarak tanımlanabilir. Prefabrikasyon çatı imalatı Şekil 3.1'de sunulmuştur.



Şekil 3.1 Prefabrik çatı birleşim detayı

Kaynak ve bulon bağlantılarıya oluşturulmuş çelik yapı sistemlerde yarı-rijit çerçeveler olarak tanımlanabilir. Bu tür çerçevelerin birisine örnek teşkil eden çelik imalat Şekil 3.2'de sunulmuştur.



Şekil 3.2 Çelik taşıyıcı sistem

### 3.3 Dönmeye Karşı Yarı-Rijit Bağlı Çerçevelerin Rijitlik Matrisi

Dügüm noktaları yarı-rijit olarak teşkil edilmiş bu çerçeveler kolon kiriş bağlantıları, dönmeye karşı lineer elastik yay sabitlerine sahip yaylorla modellenmişlerdir.

Çerçeve elemanın her iki uçundaki rijitlik mertebesini rijitlik indeksi terimi ile ifade edilebilir. Mafsallı bir dügüm noktası için bu değer sıfır olup; eleman uçlarında eğilme momenti oluşmaz. Rijit bir dügüm noktası için bu değer  $\infty$  olup; eleman uçlarında eğilme momenti oluşur(Çatal,H.H.,2002). Yukarıdaki tanımlama ile yaylorla modellenmiş yarı-rijit düğüm noktalı çerçeveler için rijitlik indeksleri deneysel olarak saptanabilir.

Elastik yay sabitleri  $C_{\theta j}$  ve  $C_{\theta k}$  olarak simgelenen bir çerçeve eleman için  $j$  ve  $k$  uçlarında oluşan  $M_{jf}$  ve  $M_{kf}$  eğilme momentleri aşağıdaki gibi verilir.

$$M_{jf} = C_{\theta j} x \bar{\Phi}_j ; M_{kf} = C_{\theta k} x \bar{\Phi}_k \quad (55)$$

Elastik yay sabitleri ve elemanın  $j$  ve  $k$  uçlarına ait rijitlik indeksleri arasındaki ilişki aşağıdaki gibi verilir.

$$R_j = \frac{C_{\theta j} L_i}{EI_x} ; \quad R_k = \frac{C_{\theta k} L_i}{EI_x} \quad (56)$$

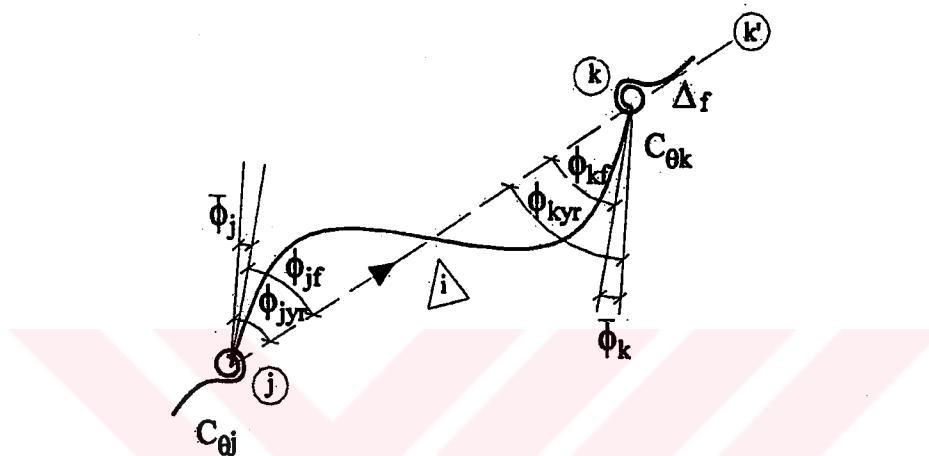
(55) ve (56) numaralı bağıntılar kullanılarak çerçeve eleman için eleman uçlarında oluşan eğilme momentleri rijitlik indeksine bağlı aşağıdaki gib yazılabilir.

$$M_{jf} = R_j \frac{EI_x}{L_i} \bar{\Phi}_j ; \quad M_{kf} = R_k \frac{EI_x}{L_i} \bar{\Phi}_k \quad (57)$$

Burada  $\bar{\Phi}_j$  ve  $\bar{\Phi}_k$  sırası ile  $C_{\theta j}$  ve  $C_{\theta k}$  ya bağlı olarak oluşan dönme miktarlarıdır.

### 3.3.1 Dönmeye Karşı Yarı-Rijit Bağlılı Çerçevenin Temel Rijitlik Matrisi

Yarı-rijit bağlılı düzlem çerçeve elemanın her iki ucunda oluşan eğilme momenti ve çubuk ekseni boyunca oluşan eksenel kuvvet temel kuvvetlerini ; her iki ucunda oluşan dönmeler ve çubuk eksenel uzaması temel deplasmanlarını oluşturur (Şekil 3.3).



Şekil 3.3 Yarı rijit elemanın temel deplasmanları

(Şekil 3.3)'de  $\phi_{jyr}$  ve  $\phi_{kyr}$  sırası ile elemanın j ve k noktalarında toplam kesit dönmesi miktarlarını,  $\phi_{jf}$  ve  $\phi_{kf}$  ise eleman uçlarında yay olmaması halinde j ve k uçlarında olusacak kesit dönmelerini,  $\bar{\phi}_j$  ve  $\bar{\phi}_k$  ise sırası ile j ve k uçlarında bulunan yayların dönme miktarlarını göstermektedir. (Şekil 3.3)'den açılar arası bağıntılar aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi_{jf} = \phi_{jyr} - \bar{\phi}_j ; \quad \phi_{kf} = \phi_{kyr} - \bar{\phi}_k \quad (58)$$

$$\phi_{jyr} = \phi_{jf} + \bar{\phi}_j ; \quad \phi_{kyr} = \phi_{kf} + \bar{\phi}_k \quad (59)$$

(57) numaralı bağıntıdan  $\bar{\phi}_j$  ve  $\bar{\phi}_k$  aşağıdaki gibi yazılabilmektedir

$$\bar{\phi}_j = \frac{M_{jf}L_i}{R_jEI_x} ; \quad \bar{\phi}_k = \frac{M_{kf}L_i}{R_kEI_x} \quad (60)$$

(59) numaralı bağıntıda  $\phi_{jf}$  ve  $\phi_{kf}$ 'in yerine denklem (25)'deki değerleri ve  $\bar{\phi}_j$  ve  $\bar{\phi}_k$  yerine denklem (60)'daki değerleri yazılırsa aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\phi_{jyr} = \left[ \frac{M_{jf}}{3EI_x} - \frac{M_{kf}}{6EI_x} \right] + \frac{M_{jf}L_i}{R_jEI_x} \quad (61)$$

$$\phi_{jyr} = \left[ -\frac{M_{jf}}{3EI_x} + \frac{M_{kf}}{3EI_x} \right] + \frac{M_{kf}L_i}{R_kEI_x} \quad (62)$$

(24), (61), (62) numaralı bağıntılar matris formda düzenlenirse, her iki ucu yarı rıjtı bağınlı elemanın temel fleksibilite matrisi kapalı formda aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\{ \delta \} = [ F_{yr}^t ] \{ F \} \quad (63)$$

Burada ;

$$\{ \delta \} = \begin{Bmatrix} \phi_{jf} \\ \phi_{kf} \\ \Delta_f \end{Bmatrix} \quad (64)$$

$$[ F_{yr}^t ] = \begin{bmatrix} \frac{L_i}{3EI_x} \lambda_1 & -\frac{L_i}{6EI_x} & 0 \\ -\frac{L_i}{6EI_x} & \frac{L_i}{3EI_x} \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L_i}{AE} \end{bmatrix} \quad (65)$$

$$\{ F \} = \begin{Bmatrix} M_{jf} \\ M_{kf} \\ P \end{Bmatrix} \quad (66)$$

$$\lambda_1 = \left(1 + \frac{3}{R_j}\right); \quad \lambda_2 = \left(1 + \frac{3}{R_k}\right) \quad (67)$$

göstermektedir.

$[F_{yr}^t]$  fleksibilite matrisinin tersi alınırsa  $[K_{yr}^t]$  temel rijitlik matrisi aşağıdaki gibi yazılır.

$$[K_{yr}^t] = \begin{bmatrix} \frac{4EI_x}{L_i} \beta_1 & \frac{2EI_x}{L_i} \beta_2 & 0 \\ \frac{2EI_x}{L_i} \beta_2 & \frac{4EI_x}{L_i} \beta_3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{AE}{L_i} \end{bmatrix} \quad (68)$$

Burada ;

$$\beta_1 = \frac{3\lambda_1\lambda_2}{(4\lambda_1^2\lambda_2 - \lambda_1)} \quad ; \quad \beta_2 = \frac{3}{(4\lambda_1\lambda_2 - 1)} \quad ; \quad \beta_3 = \frac{3\lambda_1}{(4\lambda_1\lambda_2 - \lambda_1)} \quad (69)$$

göstermektedir.

### 3.3.2 Dönmeye Karşı Yarı-Rijit Bağlılıhı Çerçevenin Global Rijitlik Matrisi

Global rijitlik matrisi denklem (32)'de denklem (68)'in yerine yazılması ile elde edilir. Global rijitlik matrisi aşağıda verilmiştir. Burada  $c=\cos\alpha_i$  ve  $s=\sin\alpha_i$  'yi göstermektedir.

$$\begin{bmatrix}
\frac{AE}{L_i}c^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}s^2\gamma_1 & \frac{AE}{L_i}cs - \frac{12EI_x}{L_i^3}c\gamma_1 & \frac{6EI_x}{L_i^2}s\gamma_2 & -\frac{AE}{L_i}c^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3}s^2\gamma_1 & -\frac{AE}{L_i}cs + \frac{12EI_x}{L_i^3}c\gamma_1 & -\frac{6EI_x}{L_i^2}s\gamma_3 \\
\frac{AE}{L_i}s^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2\gamma_1 & \frac{AE}{L_i}c^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}s^2\gamma_2 & \frac{6EI_x}{L_i^2}c\gamma_2 & -\frac{AE}{L_i}cs + \frac{12EI_x}{L_i^3}c\gamma_1 & -\frac{AE}{L_i}s^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2\gamma_1 & \frac{6EI_x}{L_i^2}c\gamma_3 \\
\frac{4EI_x}{L_i}\beta_1 & \frac{4EI_x}{L_i}\beta_1 & \frac{6EI_x}{L_i^2}s\gamma_2 & \frac{6EI_x}{L_i^2}s\gamma_2 & \frac{6EI_x}{L_i^2}c\gamma_1 & \frac{2EI_x}{L_i}\beta_2 \\
& & \frac{AE}{L_i}c^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}s^2\gamma_1 & \frac{AE}{L_i}c^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3}s^2\gamma_1 & \frac{AE}{L_i}cs - \frac{12EI_x}{L_i^3}c\gamma_1 & \frac{6EI_x}{L_i^2}s\gamma_3 \\
& & \frac{AE}{L_i}s^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2\gamma_1 & \frac{AE}{L_i}s^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2\gamma_1 & \frac{AE}{L_i}s^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2\gamma_1 & \frac{6EI_x}{L_i^2}c\gamma_3 \\
& & & & \frac{4EI_x}{L_i}\beta_3 & \frac{4EI_x}{L_i}\beta_3
\end{bmatrix} = [K_{\text{syr}}] \quad (70)$$

simetrik

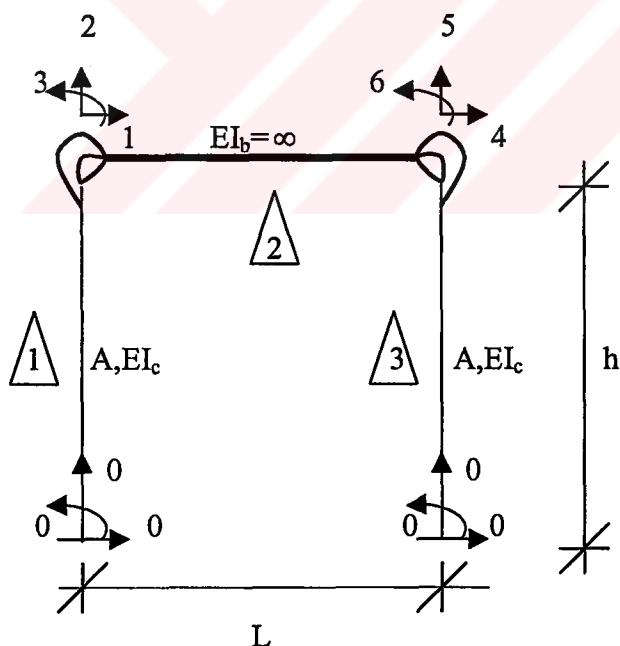
Burada ;

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}{3} ; \quad \gamma_2 = \frac{2\beta_1 + \beta_2}{3} ; \quad \gamma_3 = \frac{2\beta_3 + \beta_2}{3} \quad (71)$$

göstermektedir.

### 3.4 $EI_b=\infty$ Kabülü ve Eksenel Deformasyonların Gözardı Edilmesi Halinde Yanal Rijitlik Değeri

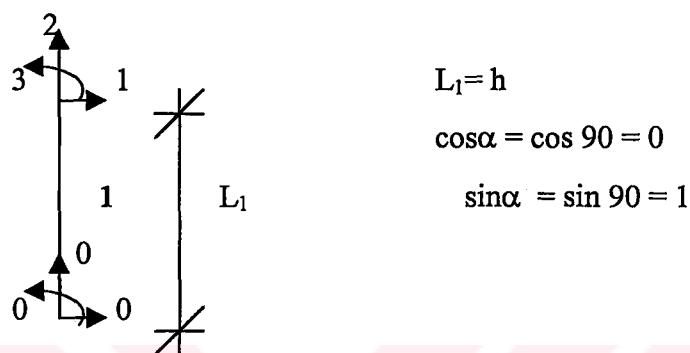
Bu tip yarı-rijit çerçevelerde kiriş elemanın eğilme rijitliği sonsuz kabul edildiğinden  $EI_b=\infty$ , eleman uçlarındaki dönmeler  $\theta_3 = \theta_6 = 0$  dır. Aynı zamanda eksenel deformasyonların gözardı edilecek kadar üçük olduğu, 1 ve 4 doğrultularında serbestlik derecelerinin eşit olduğu kabul edilmiştir. Kiriş eğilme rijitliği sonsuz kabul edilen çerçeve (Şekil 3.4)'de sunulmuştur. (Şekil 3.4)'te 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 serbestlik derecelerini göstermektedir.



Şekil 3.4 Yarı-rijit çerçeve modeli

(Şekil 3.4)'de sunulan çerçeve elemanlarının global rıjilik matrisi her bir elemanın global rıjilik matrislerinin yazılıarak, kodlama yöntemi ile aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

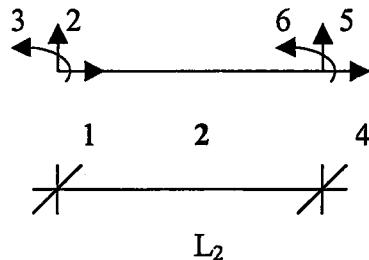
Eleman 1



Şekil 3.5 1 numaralı eleman

$$[K_{1f}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & -\frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & \frac{A_c E}{h} & 0 & 0 & -\frac{A_c E}{h} & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & 0 & \frac{4EI_c}{h}\beta_1 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & 0 & \frac{2EI_c}{h}\beta_2 \\ -\frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & -\frac{A_c E}{h} & 0 & 0 & \frac{A_c E}{h} & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & 0 & \frac{2EI_c}{h}\beta_2 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & 0 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 \end{bmatrix} \quad (72)$$

Eleman 2

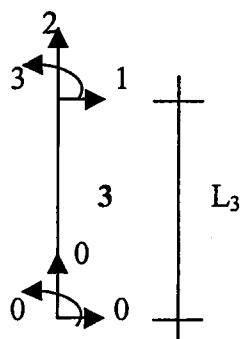


$$L_2 = L, \cos\alpha = \cos 0 = 1, \sin\alpha = \sin 0 = 0$$

Şekil 3.6 2 numaralı eleman

$$[K_{2f}] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{A_b E}{L} & 0 & 0 & -\frac{A_b E}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ 0 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_2 & \frac{4EI_b}{L}\beta_1 & 0 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 \\ -\frac{A_b E}{L} & 0 & 0 & \frac{A_b E}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & 0 & \frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ 0 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 & 0 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{4EI_b}{h}\beta_3 \end{bmatrix} \quad (73)$$

Eleman 3



$$L_3 = h$$

$$\cos\alpha = \cos 90 = 0$$

$$\sin\alpha = \sin 90 = 1$$

Şekil 3.7 3 numaralı eleman

$$[K_{3f}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & -\frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & \frac{A_cE}{h} & 0 & 0 & -\frac{A_cE}{h} & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & 0 & \frac{4EI_c}{h}\beta_1 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & 0 & \frac{2EI_c}{h}\beta_2 \\ -\frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & -\frac{A_cE}{h} & 0 & 0 & \frac{A_cE}{h} & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & 0 & \frac{2EI_c}{h}\beta_2 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & 0 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \quad (74)$$

Sistemin global rijitlik matrisi kodlama yöntemi ile (72), (73), (74) numaralı global eleman rijitlikleri dikkate alınarak aşağıdaki gibi elde edilir.

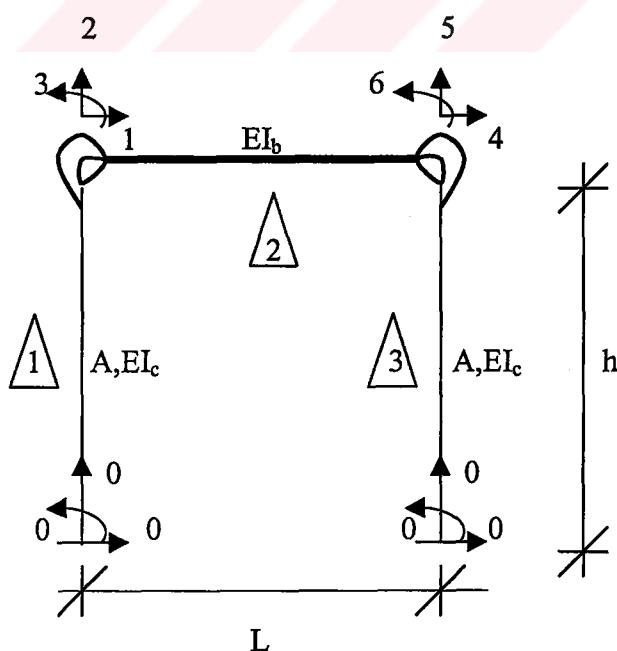
$$[K_s] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 + \frac{A_bE}{L_i} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & -\frac{A_bE}{L_i} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 + \frac{A_cE}{L_i} & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_2 & 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_2 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 + \frac{4EI_b}{L}\beta_1 & 0 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 \\ -\frac{A_bE}{L_i} & 0 & 0 & \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 + \frac{A_bE}{L_i} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & \frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 + \frac{A_cE}{L_i} & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ 0 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 & -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 + \frac{4EI_b}{L}\beta_3 \end{bmatrix} \quad (75)$$

Çerçeve elemanda kiriş eğilme rıjtılığı sonsuz olduğundan kiriş eleman uçlarındaki 3 ile 6 numaralı serbestlik dereceleri sıfır olacak ve bu doğrultudaki matris satır ve sütünleri silinerek matrisin boyutu azaltılacaktır. Aynı şekilde, çerçeve elemanda eksenel deformasyonlar ihmali edildiğinden 2 ve 5 numaralı serbestlik dereceleri sıfır olacak ve bu doğrultulardaki matris satır ve sütünleri silinebilecektir. 1 ve 4 numaralı serbestlik dereceleri eşit kabul edilmesiyle yukarıdaki sistem global rıjtılık matrisi 1x1 boyutuna dönüşür. Bu değer aşağıdaki gibi yazılır.

$$[K_s]_{1 \times 1} = \frac{24EI_x}{h^3} \gamma_1 \quad (76)$$

### 3.5 $EI_b \neq \infty$ ve Eksenel Deformasyonların Gözardi Edilmemesi Halinde Yanal Rıjtılık Değeri

Bu tip yarı-rıjt çerçevelerde ise kiriş elemanın eğilme rıjtılığı  $EI_b \neq \infty$  sonsuz alınmadığından, eleman uçlarındaki dönmeler sıfırdan farklıdır. Aynı zamanda eksenel deformasyonlar gözardi edilmez ve 1 ile 4 doğrultusundaki serbestlik derecelerinin eşit olduğu kabul edilmiştir(Şekil 3.5).



Şekil 3.8 Yarı-rıjt çerçeve modeli

Bir önceki bölümde aynı geometri, kesit ve serbestlik derecelerine sahip sistemin global rijitlik matrisi bu sistem içinde geçerlidir. Bu kısımda 1 ve 4 numaralı serbestlik dereceleri eşit kabulü denkleme yansıtılırsa aşağıdaki  $5 \times 5$  boyutlu matris elde edilir.



$$[\mathbf{K}_{\text{syst}}] = \begin{bmatrix} \frac{24EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & \frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 + \frac{A_c E}{h} & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_2 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_2 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 + \frac{4EI_b}{L}\beta_1 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & \frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 + \frac{A_c E}{h} & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 + \frac{4EI_b}{L}\beta_3 \end{bmatrix} \quad (77)$$

Denklem (77)'nin yanal rıjilik değerinin matematiksel çözümü yapılan bir bilgisayar programı yardımıyla bulunmaktadır.

### **3.6 Yanal Rıjilik Değerlerinin Bulunması İçin Bir Bilgisayar Programı**

Yukarıda sözü edilen, düğüm noktaları yarı-rijit her iki tip çerçeveyin yanal rıjilik değerini elde etmek amacıyla genel bir formatta matlab editör tabanında çalışan bir bilgisayar programı yazılmıştır. Bu programda istenildiğinde eksenel deformasyonların alınıp alınmaması seçeneği bulunmaktadır. Eksenel deformasyonları hesaba katmak için program akışı sırasında girilmesi istenilen eksenel deformasyon kriteri ( $K$ ) için 1 girmek yeterlidir. Ek-2'de hazırlanan programın açık hali verilmiştir.

#### **3.6.1 Azaltma katsayılarının sayısal hesabı**

Şekil 3.8'de bağlantı modeli verilen çerçevenin farklı açıklık ve yükseklik ( $L/h$ ), kiriş ve kolon atalet momenti oranları ( $I_b/I_c$ ) için azaltma katsayıları değerleri hazırlanan paket programda hesaplanmış ve bunlara ait grafikler dönmeye karşı yarı-rijit düğüm noktalı 4 farklı yay katsayısına sahip sistem için aşağıda verilmiştir.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 2000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.1)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.9)'da sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 2000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.2)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.10)'da sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 2000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları

(Tablo 3.3)'de , L açılığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.11)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 2000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.4)'de , L açılığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.12)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 5000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.5)'de , L açılığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.13)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 5000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.6)'de , L açılığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.14)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 5000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.7)'de , L açılığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.15)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 5000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.8)'de , L açılığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.16)'da sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 20000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları

(Tablo 3.9)'de , L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.17)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 20000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.10)'de , L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.18)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 20000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.11)'de , L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.19)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 20000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.12)'de , L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.20)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $10^{20}$  t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.13)'de , L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.21)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $10^{20}$  t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.14)'de , L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.22)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $10^{20}$  t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.15)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.23)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $10^{20}$  t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 3.16)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 3.24)'de sunulmuştur.

**Tablo 3.1 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 0.5 \quad C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 2000 \text{ tm / rd}$$

$I_b/I_c$ $L$	0.5	1.0	1.5	2.0	$h$
0.5	0.0270	0.0154	0.0109	0.0084	1.00
1.0	0.0522	0.0304	0.0216	0.0168	2.00
1.5	0.0755	0.0447	0.0320	0.0249	3.00
2.0	0.0970	0.0586	0.0421	0.0329	4.00
2.5	0.1171	0.0720	0.0521	0.0408	5.00
3.0	0.1359	0.0848	0.0621	0.0485	6.00
3.5	0.1534	0.0973	0.0712	0.0561	7.00

**Tablo 3.2 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.0 \quad C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=2000 \text{ tm / rd}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0240	0.0139	0.0100	0.0078	0.50	
1.0	0.0460	0.0273	0.0197	0.0155	1.00	
1.5	0.0662	0.0401	0.0292	0.0231	1.50	
2.0	0.0847	0.0524	0.0384	0.0305	2.00	
2.5	0.1018	0.0643	0.0482	0.0377	2.50	
3.0	0.1177	0.0757	0.0562	0.0449	3.00	
3.5	0.1325	0.0867	0.0648	0.0519	3.50	

**Tablo 3.3 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.5 \quad C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=2000 \text{ tm / rd}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0225	0.0129	0.0093	0.0074	0.33	
1.0	0.0428	0.0254	0.0184	0.0146	0.66	
1.5	0.0614	0.0373	0.0273	0.0217	1.00	
2.0	0.0783	0.0487	0.0359	0.0287	1.33	
2.5	0.0939	0.0596	0.0452	0.0355	1.66	
3.0	0.1083	0.0701	0.0525	0.0422	2.00	
3.5	0.1216	0.0801	0.0604	0.0487	2.33	

**Tablo 3.4 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=2.0 \quad C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=2000 \text{ tm / rd}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0215	0.0123	0.0089	0.0070	0.25	
1.0	0.0409	0.0241	0.0176	0.0140	0.50	
1.5	0.0585	0.0354	0.0260	0.0207	0.75	
2.0	0.0745	0.0461	0.0341	0.0273	1.00	
2.5	0.0891	0.0564	0.0421	0.0338	1.25	
3.0	0.1025	0.0663	0.0498	0.0402	1.50	
3.5	0.1149	0.0757	0.0573	0.0460	1.75	

**Tablo 3.5 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=0.5 \quad C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=5000 \text{ tm / rd}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0625	0.0369	0.0264	0.0206	1.00	
1.0	0.1157	0.0712	0.0516	0.0405	2.00	
1.5	0.1605	0.1026	0.0754	0.0596	3.00	
2.0	0.1988	0.1314	0.0978	0.0778	4.00	
2.5	0.2319	0.1580	0.1189	0.0953	5.00	
3.0	0.2609	0.1825	0.1390	0.1120	6.00	
3.5	0.2865	0.2053	0.1579	0.1280	7.00	

**Tablo 3.6 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3*0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.0 \quad C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=5000 \text{ tm / rd}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0556	0.0333	0.0242	0.0191	0.50	
1.0	0.1012	0.0639	0.0472	0.0375	1.00	
1.5	0.1389	0.0916	0.0687	0.0551	1.50	
2.0	0.1709	0.170	0.0890	0.0719	2.00	
2.5	0.1983	0.1402	0.1081	0.0879	2.50	
3.0	0.2221	0.1616	0.1261	0.1032	3.00	
3.5	0.2430	0.1814	0.1431	0.1179	3.50	

**Tablo 3.7 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3*0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.5 \quad C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=5000 \text{ tm / rd}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0518	0.0311	0.0227	0.0180	0.33	
1.0	0.0933	0.0592	0.0441	0.0353	0.66	
1.5	0.1276	0.0848	0.0642	0.0518	1.00	
2.0	0.1560	0.1079	0.0829	0.0675	1.33	
2.5	0.1802	0.1290	0.1005	0.0825	1.66	
3.0	0.2014	0.1485	0.1172	0.0969	2.00	
3.5	0.2196	0.1664	0.1329	0.1105	2.33	

**Tablo 3.8 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 2.0 \quad C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 5000 \text{ tm / rd}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0497	0.0296	0.0217	0.0172	0.25	
1.0	0.0888	0.0562	0.0419	0.0337	0.50	
1.5	0.1206	0.0801	0.0608	0.0494	0.75	
2.0	0.1470	0.1018	0.0785	0.0643	1.00	
2.5	0.1693	0.1215	0.0951	0.0784	1.25	
3.0	0.1885	0.1395	0.1107	0.0920	1.50	
3.5	0.2052	0.1561	0.1254	0.1049	1.75	

**Tablo 3.9 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 0.5 \quad C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 20000 \text{ tm / rd}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.1818	0.1219	0.0918	0.0737	1.00	
1.0	0.2965	0.2181	0.1705	0.1395	2.00	
1.5	0.3703	0.2912	0.2348	0.1957	3.00	
2.0	0.4215	0.3484	0.2882	0.2441	4.00	
2.5	0.4590	0.3943	0.3333	0.2862	5.00	
3.0	0.4876	0.4319	0.3718	0.3231	6.00	
3.5	0.5102	0.4634	0.4051	0.3559	7.00	

**Tablo 3.10 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

Kesit=0.3\*0.5 (m<sup>2</sup>) Ic=0.003125 cm<sup>4</sup> L/h=1.0 C<sub>θ1</sub>=C<sub>θ2</sub>=20000 tm /rd

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.1623	0.1111	0.0849	0.0689	0.50	
1.0	0.2551	0.1948	0.1556	0.1293	1.00	
1.5	0.3137	0.2576	0.2130	0.1806	1.50	
2.0	0.3539	0.3065	0.2606	0.2246	2.00	
2.5	0.3833	0.3456	0.3007	0.2630	2.50	
3.0	0.4057	0.3777	0.3349	0.2966	3.00	
3.5	0.4233	0.4044	0.3644	0.3263	3.50	

**Tablo 3.11 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

Kesit=0.3\*0.5 (m<sup>2</sup>) Ic=0.003125 cm<sup>4</sup> L/h=1.5 C<sub>θ1</sub>=C<sub>θ2</sub>=20000 tm / rd

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.1506	0.1038	0.0799	0.0652	0.33	
1.0	0.2315	0.1792	0.1449	0.1214	0.66	
1.5	0.2824	0.2358	0.1977	0.1692	1.00	
2.0	0.3165	0.2791	0.2409	0.2100	1.33	
2.5	0.3413	0.3136	0.2772	0.2453	1.66	
3.0	0.3606	0.3423	0.3085	0.2766	2.00	
3.5	0.3754	0.3657	0.3352	0.3039	2.33	

**Tablo 3.12 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**
 $\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=2.0 \quad C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=20000 \text{ tm / rd}$ 

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.1435	0.0989	0.0763	0.0625	0.25	
1.0	0.2174	0.1689	0.1373	0.1157	0.50	
1.5	0.2625	0.2205	0.1863	0.1605	0.75	
2.0	0.2931	0.2601	0.2265	0.1988	1.00	
2.5	0.3153	0.2917	0.2601	0.2319	1.25	
3.0	0.3321	0.3173	0.2888	0.2609	1.50	
3.5	0.3452	0.3387	0.3134	0.2865	1.75	

**Tablo 3.13 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**
 $\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=0.5 \quad C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=10^{20} \text{ tm / rd}$ 

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.5000	0.5313	0.5435	0.5500	1.00	
1.0	0.6250	0.7000	0.7321	0.7500	2.00	
1.5	0.6633	0.7562	0.7973	0.8204	3.00	
2.0	0.6786	0.7794	0.8245	0.8500	4.00	
2.5	0.6860	0.7909	0.8380	0.8648	5.00	
3.0	0.6902	0.7973	0.8456	0.8731	6.00	
3.5	0.6928	0.8012	0.8503	0.8782	7.00	

**Tablo 3.14 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.0 \quad C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=10^{20} \text{ tm / rd}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.4545	0.5000	0.5200	0.5313	0.50	
1.0	0.5313	0.6250	0.6719	0.7000	1.00	
1.5	0.5522	0.6633	0.7209	0.7562	1.50	
2.0	0.5603	0.6786	0.7409	0.7794	2.00	
2.5	0.5642	0.6860	0.7507	0.7909	2.50	
3.0	0.5664	0.6902	0.7562	0.7973	3.00	
3.5	0.5677	0.6928	0.7596	0.8012	3.50	

**Tablo 3.15 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

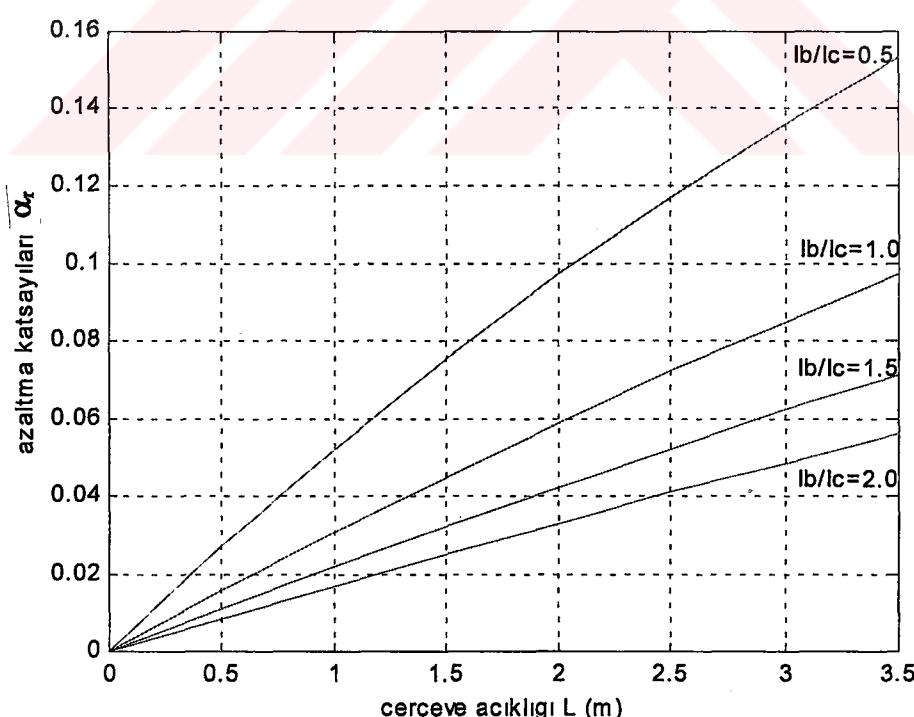
$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.5 \quad C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=10^{20} \text{ tm / rd}$$

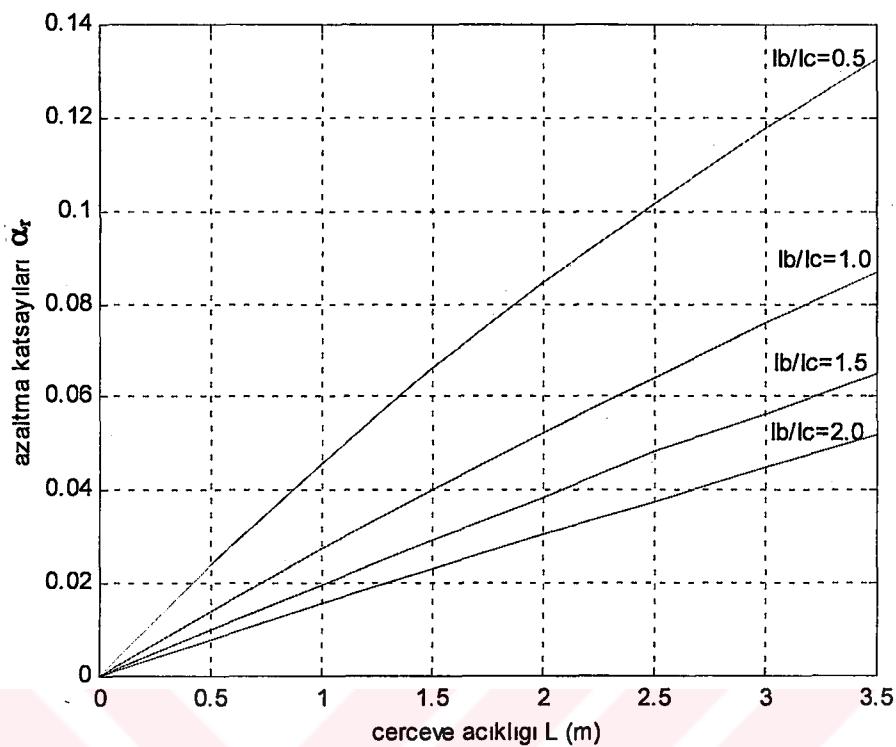
<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.4223	0.4743	0.4994	0.5142	0.33	
1.0	0.4736	0.5700	0.6237	0.6580	0.66	
1.5	0.4882	0.5991	0.6633	0.7051	1.00	
2.0	0.4928	0.6096	0.6782	0.7233	1.33	
2.5	0.4950	0.6145	0.6854	0.7322	1.66	
3.0	0.4970	0.6182	0.6902	0.7380	2.00	
3.5	0.4975	0.6197	0.6925	0.7409	2.33	

Tablo 3.16 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları

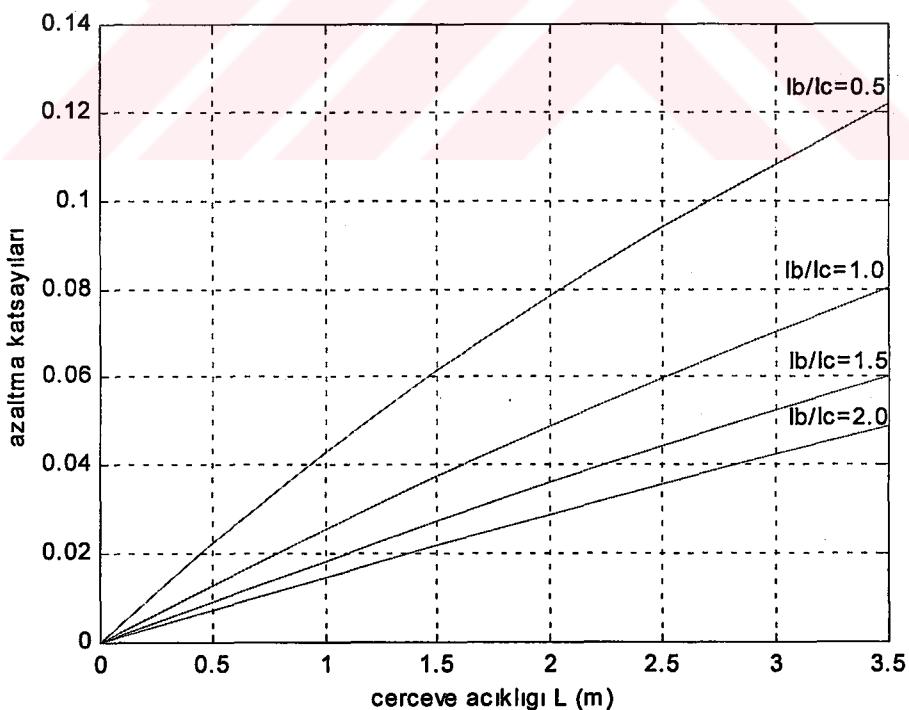
Kesit=0.3\*0.5 (m<sup>2</sup>) Ic=0.003125 cm<sup>4</sup> L/h=2.0 C<sub>θ1</sub>=C<sub>θ2</sub>=10<sup>20</sup> tm / rd

$\frac{I_b/I_c}{L}$	0.5	1.0	1.5	2.0	$h$
0.5	0.4000	0.4545	0.4828	0.5000	0.25
1.0	0.4375	0.5313	0.5875	0.6250	0.50
1.5	0.4466	0.5522	0.6182	0.6633	0.75
2.0	0.4500	0.5600	0.6300	0.6700	1.00
2.5	0.4510	0.5642	0.6362	0.6860	1.25
3.0	0.4525	0.5664	0.6394	0.6902	1.50
3.5	0.4530	0.5677	0.6414	0.6928	1.75

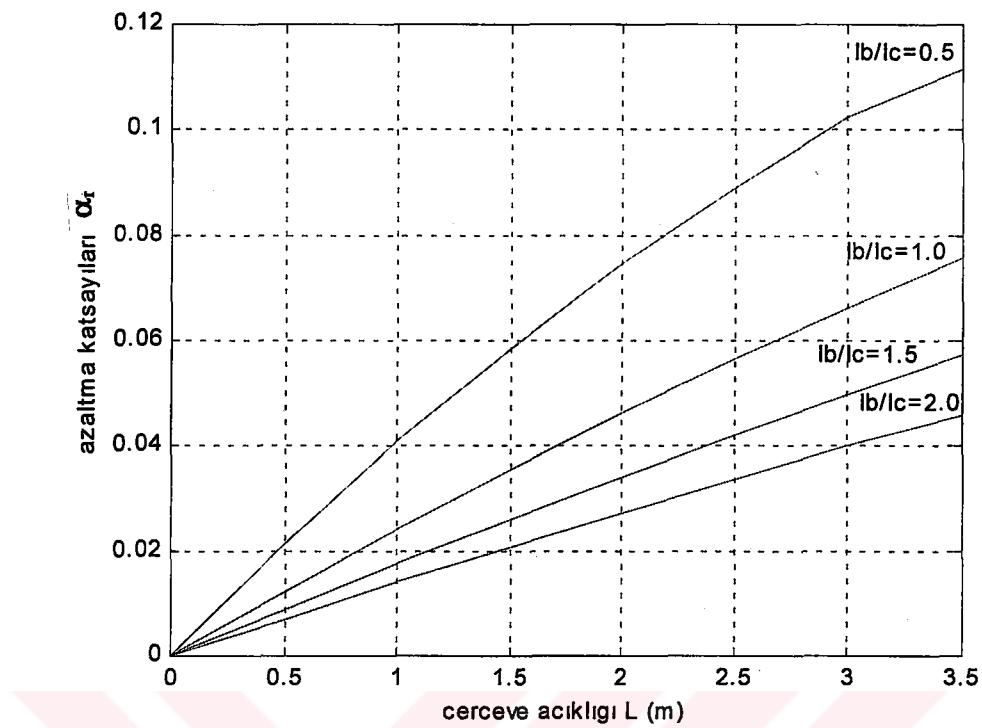
Şekil 3.9 C<sub>θ1</sub>=C<sub>θ2</sub>=2000 tm / rd ve L/h = 0.5 için azaltma katsayıları



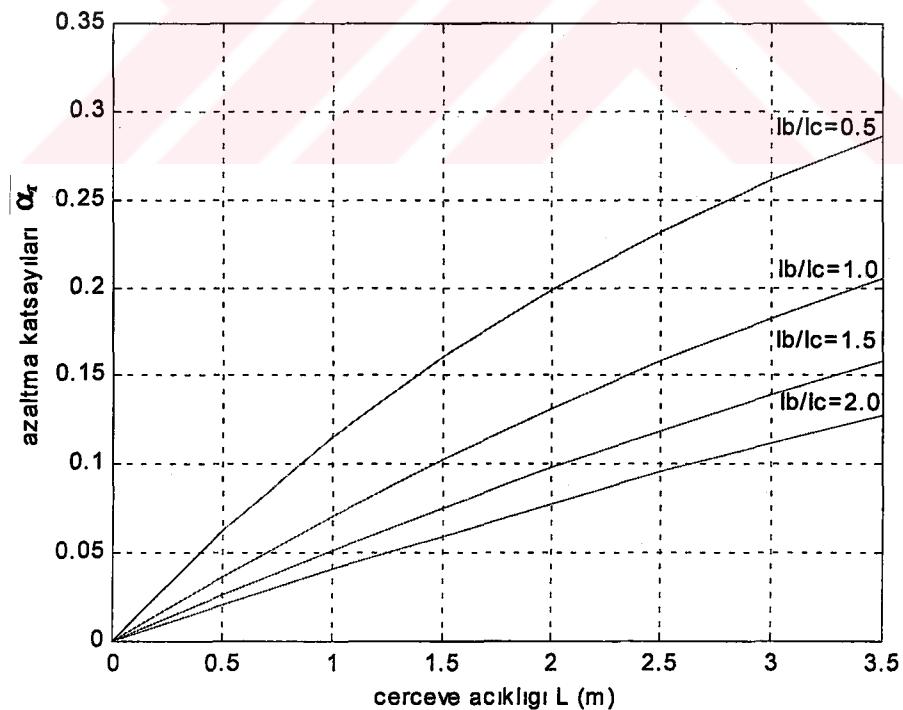
Şekil 3.10  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=2000 \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 1.0$  için azaltma katsayıları



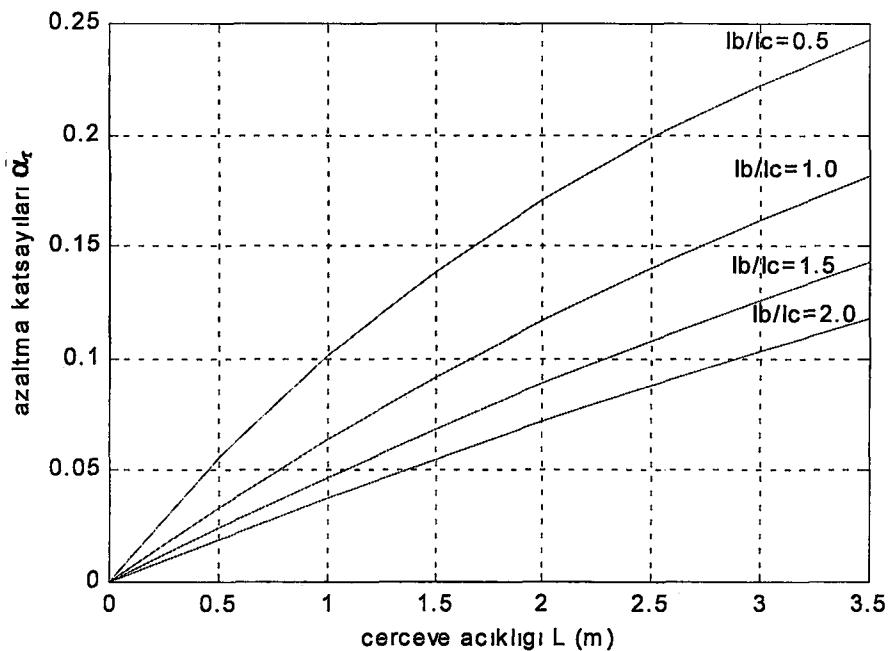
Şekil 3.11  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=2000 \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 1.5$  için azaltma katsayıları



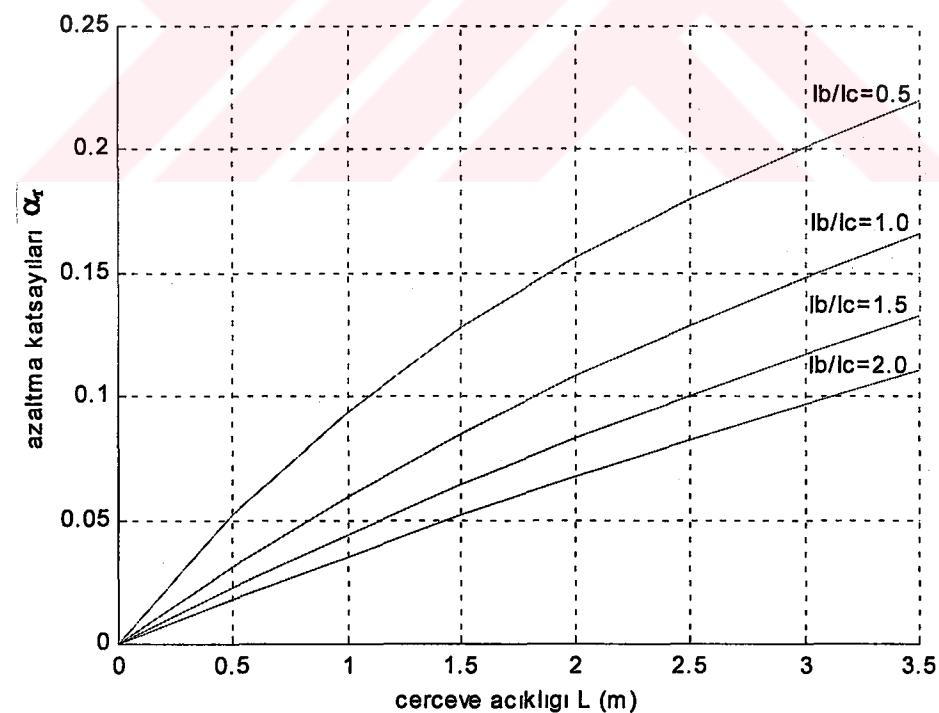
Şekil 3.12  $C_{01}=C_{02}=2000 \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 2.0$  için azaltma katsayıları



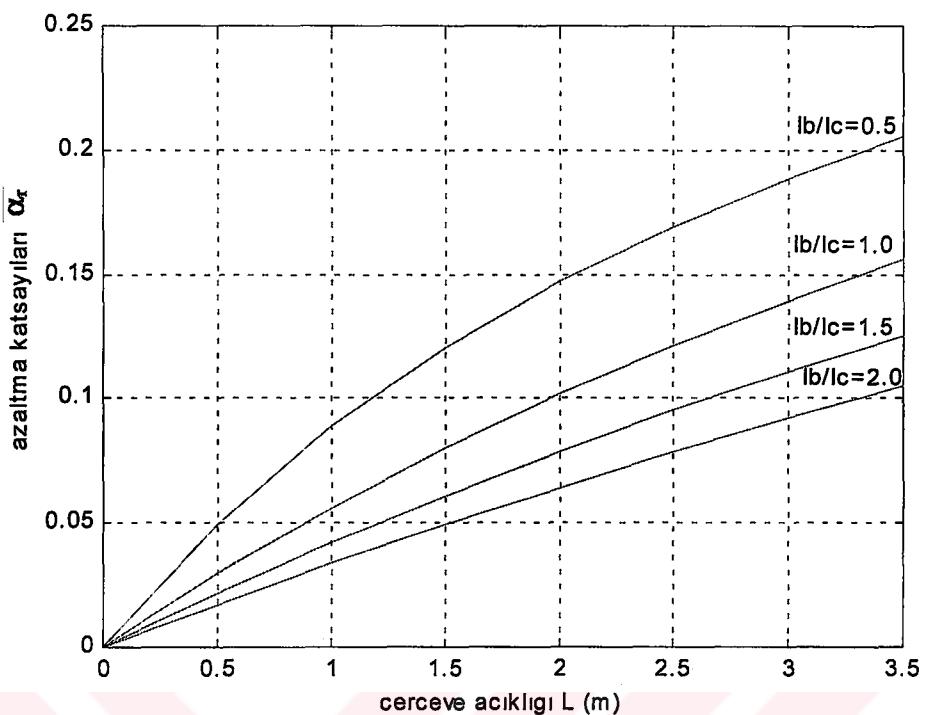
Şekil 3.13  $C_{01}=C_{02}=5000 \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 0.5$  için azaltma katsayıları



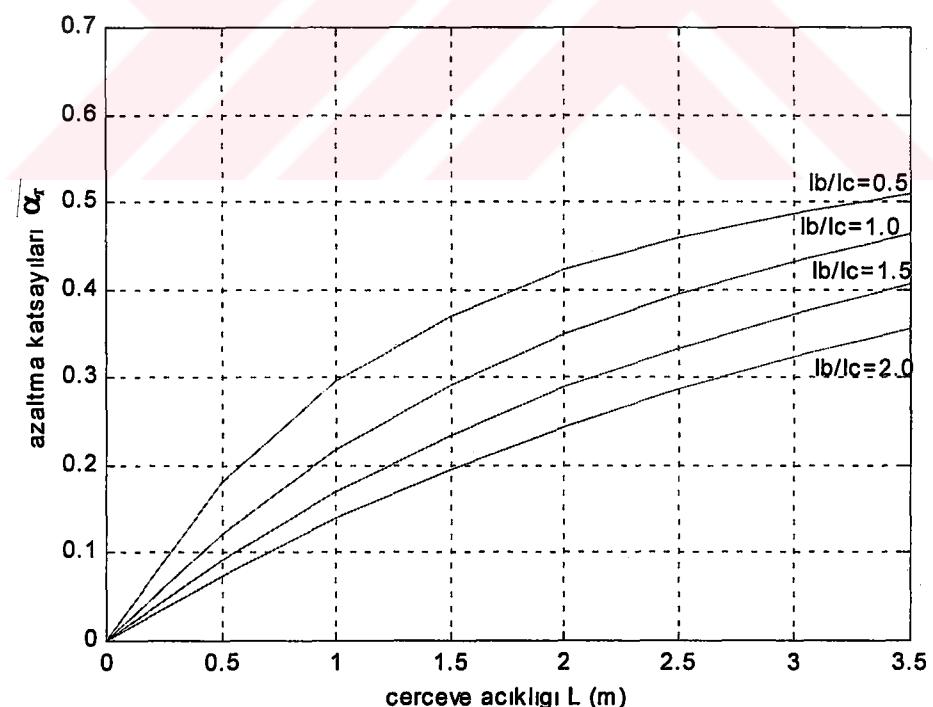
Şekil 3.14  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=5000 \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 1.0$  için azaltma katsayıları



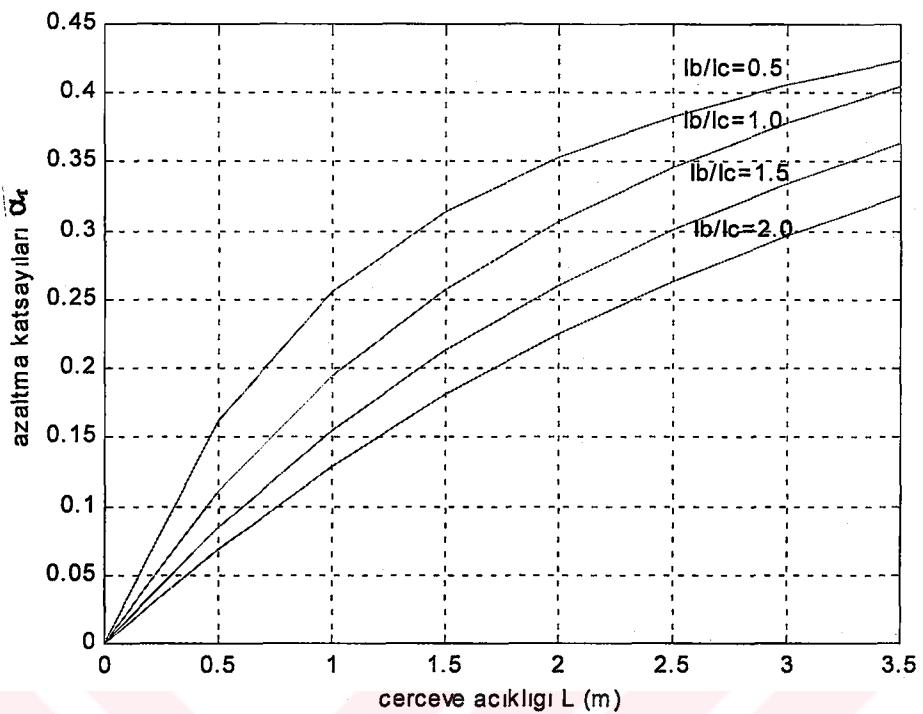
Şekil 3.15  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=5000 \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 1.5$  için azaltma katsayıları



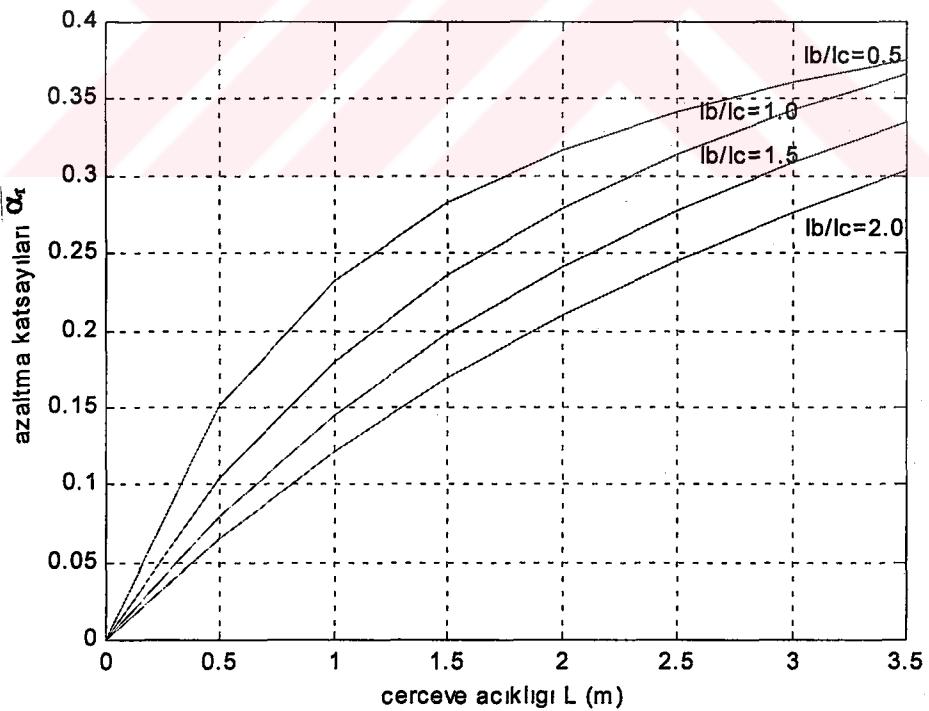
Şekil 3.16  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=5000 \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 2.0$  için azaltma katsayıları



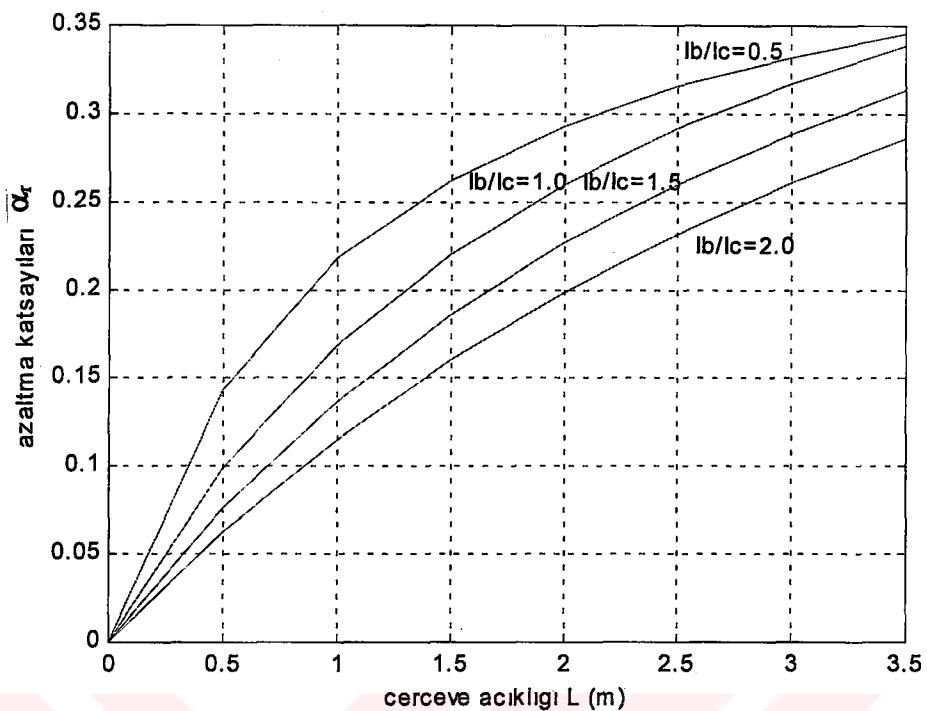
Şekil 3.17  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=20000 \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 0.5$  için azaltma katsayıları



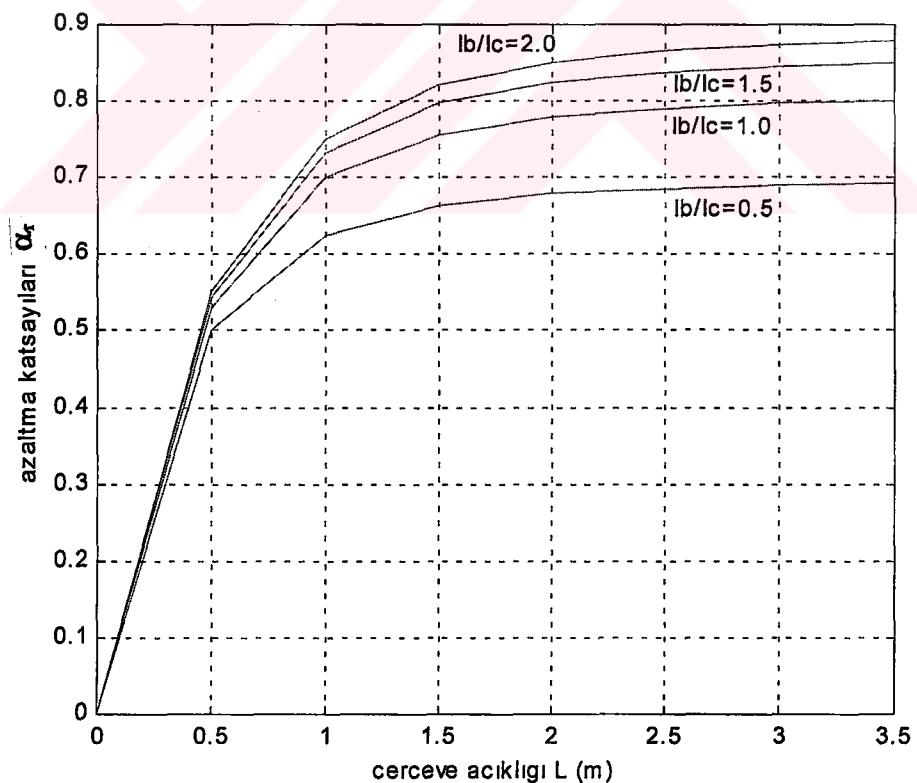
Şekil 3.18  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=20000 \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 1.0$  için azaltma katsayıları



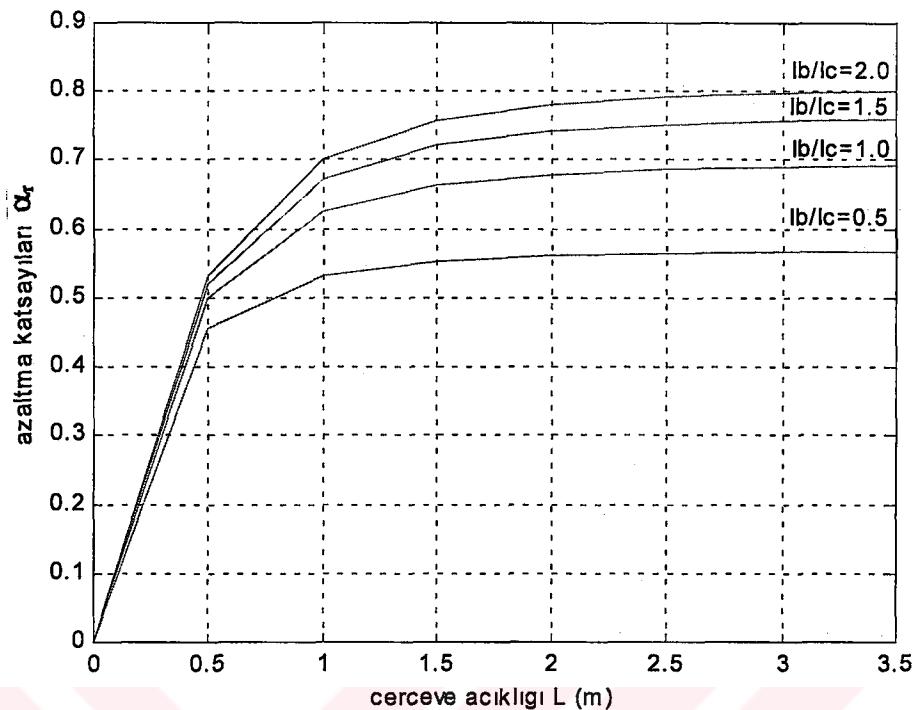
Şekil 3.19  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=20000 \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 1.5$  için azaltma katsayıları



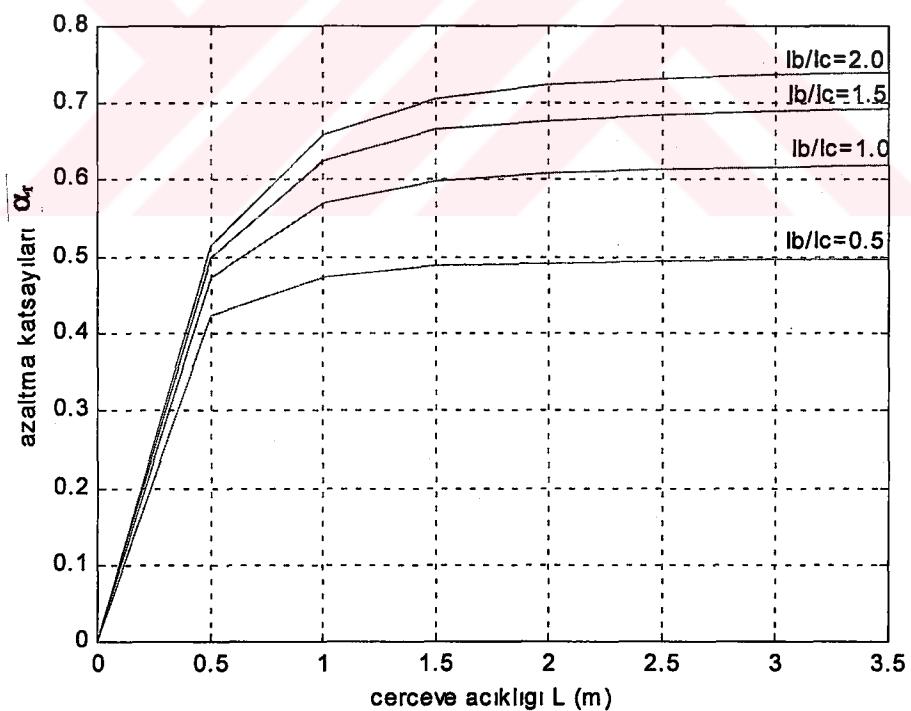
Şekil 3.20  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=20000 \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 2.0$  için azaltma katsayıları



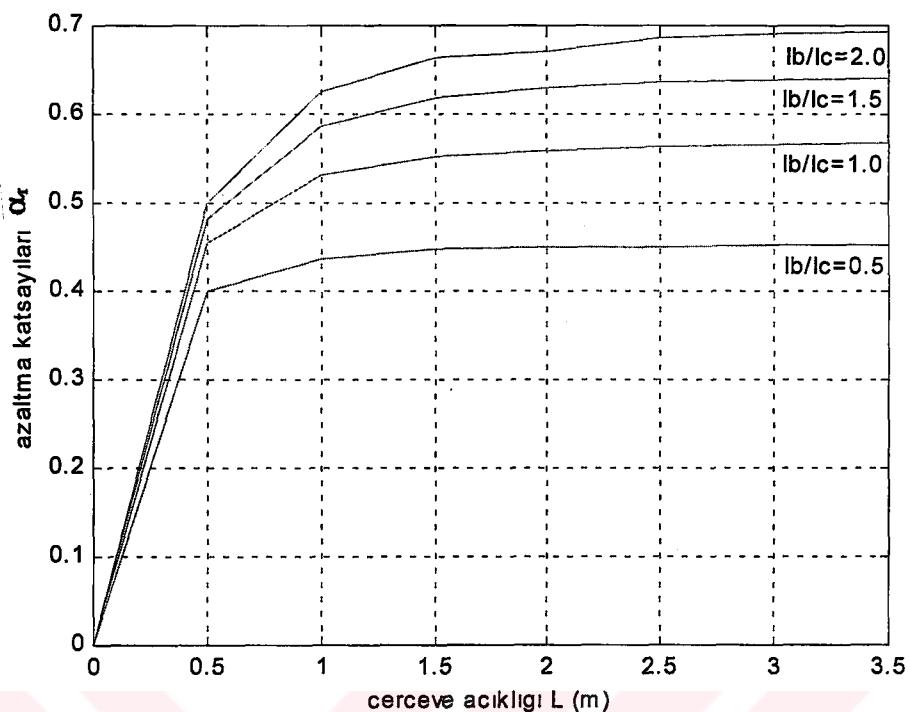
Şekil 3.21  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=10^{20} \text{ tm / rd}$  ve  $L/h = 0.5$  için azaltma katsayıları



Şekil 3.22  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=10^{20}$  tm / rd ve  $L/h=1.0$  için azaltma katsayıları



Şekil 3.23  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=10^{20}$  tm / rd ve  $L/h=1.5$  için azaltma katsayıları



Şekil 3.24  $C_{\theta 1}=C_{\theta 2}=10^{20}$  tm / rd ve  $L/h=2.0$  için azaltma katsayıları

---

## BÖLÜM DÖRT

# ÖTELENMEYE KARŞI YARI-RİJİT BAĞLANTILI ÇERÇEVELERİN YANAL RİJİTLİK DEĞERİ

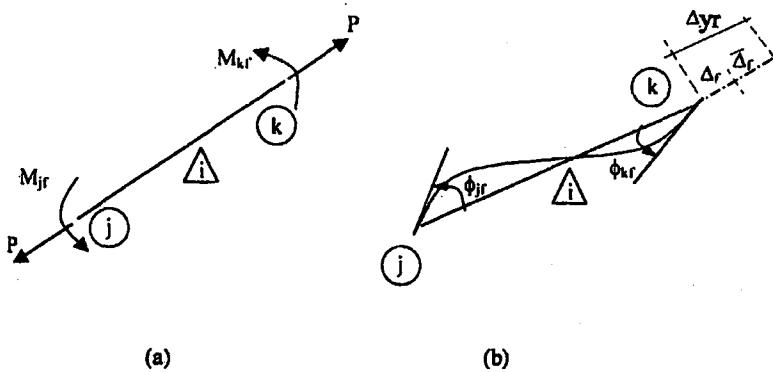
---

### **4.1 Ötelenmeye Karşı Yarı-Rijit Bağlantılı Çerçevelerin Rijitlik Matrisi**

Düğüm noktaları yarı-rijit olarak teşkil edilmiş bu çerçeveler kolon kiriş bağlantıları, ötelemeye karşı lineer elastik yay sabitlerine sahip yaylarla modellenmişlerdir. Bir çerçeve eleman için j ve k uçlarında bulunan elastik yay sabitleri  $C_{\delta_j}$  ve  $C_{\delta_k}$  olarak simgelenir.

#### **4.1.1 Ötelenmeye Karşı Yarı-Rijit Bağlantılı Çerçevenin Temel Rijitlik Matrisi**

Yarı-rijit bağlantılı düzlem çerçeve elemanın her iki ucunda oluşan eğilme momenti ve çubuk ekseni boyunca oluşan eksenel kuvvet temel kuvvetlerini ; her iki ucunda oluşan dönmeler ve çubuk eksenel uzaması temel deplasmanlarını oluşturur.(Şekil 4.1 a ve b)



**Şekil 4.1 : a.Temel kuvvetler  
b.Temel deplasmanlar**

(Şekil 4.1 b)'de  $\Delta_f$  eleman kesitinin ötelenmeye karşı yayların olmaması durumunda uzaması,  $\bar{\Delta}_f$  ötelemeye karşı yaylarla modellenen yarı-rijit düğüm noktasındaki yayların uzama miktarını göstermektedir.  $\bar{\Delta}_f$ 'in değeri aşağıda verilmiştir. (Şekil 4.1 b)'den uzama miktarları arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Delta_{yr} = \Delta_f + \bar{\Delta}_f \quad (78)$$

$$\Delta_{yr} = P \left[ \frac{L}{AE} + \frac{(k_j + k_k)}{k_k x k_j} \right] \quad (79)$$

(22),(23) ve (79) numaralı bağıntılar matris formda düzenlenerek, temel deplasman ve temel kuvvetler arası bağıntı aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{Bmatrix} \phi_{jf} \\ \phi_{kf} \\ \Delta_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_i}{3EI_x} & -\frac{L_i}{6EI_x} & 0 \\ -\frac{L_i}{6EI_x} & \frac{L_i}{3EI_x} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{AE} + \frac{k_k + k_j}{k_k x k_j} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{jf} \\ M_{kf} \\ P \end{Bmatrix} \quad (80)$$

Sistem temel rijitlik matrisi denklem(80)'deki fleksibilite matrisinin tersi alınarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[K_{yr}^t] = \begin{bmatrix} \frac{4EI_x}{L_i} & \frac{2EI_x}{L_i} & 0 \\ \frac{2EI_x}{L_i} & \frac{4EI_x}{L_i} & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \quad (81)$$

Burada ;

$$R = \frac{AE(k_j x k_k)}{L(k_j x k_k) + AE(k_j + k_k)} \quad (82)$$

göstermektedir.

#### 4.1.2 Ötelemeye Karşı Yarı-Rijit Bağlantılı Çerçevenin Global Rijitlik Matrisi

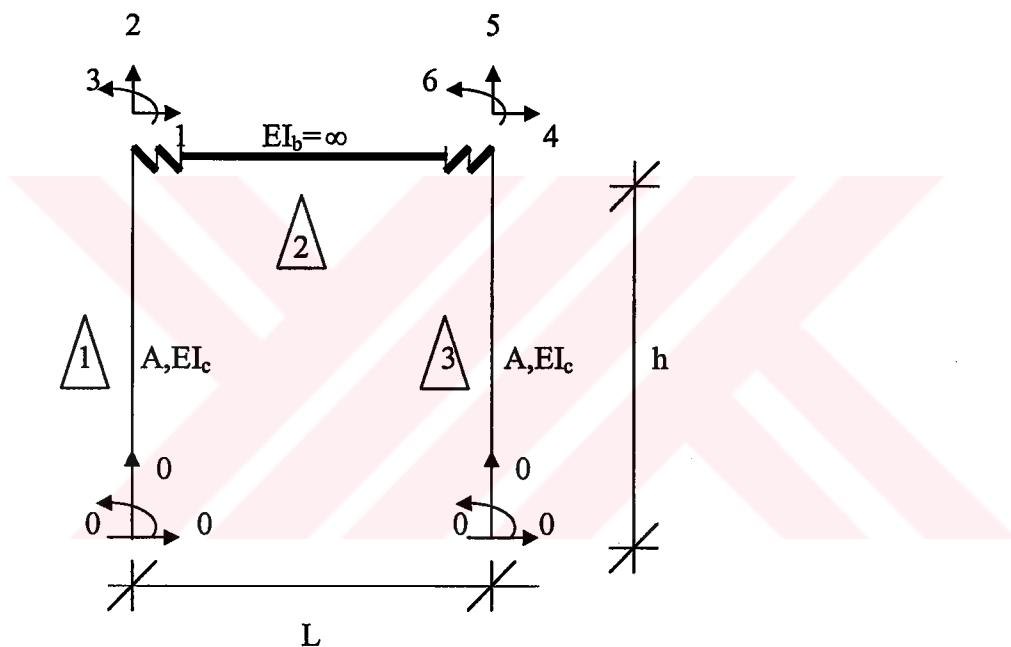
Global rijitlik matrisi denklem (32)'de denklem (81)'in yerine yazılması ile elde edilir. Global rijitlik matrisi aşağıda verilmiştir. Burada  $c=\cos\alpha_i$  ve  $s=\sin\alpha_i$  göstermektedir.

$$[\mathbf{K}_{\text{syr}}] = \begin{bmatrix} Rc^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}s^2 & Rcs - \frac{12EI_x}{L_i^3}cs & -\frac{6EI_x}{L_i^2}s & -Rc^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3}s^2 & -Rcs + \frac{12EI_x}{L_i^3}cs & -\frac{6EI_x}{L_i^2}s \\ Rcs - \frac{12EI_x}{L_i^3}cs & Rcs^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2 & \frac{6EI_x}{L_i^2}c & -Rcs + \frac{12EI_x}{L_i^3}cs & -Rs^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2 & \frac{6EI_x}{L_i^2}c \\ Rcs^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2 & -Rs^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2 & Rcs + \frac{12EI_x}{L_i^3}cs & -Rs^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2 & -Rs^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}c^2 & Rcs^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3}cs \\ \frac{4EI_x}{L_i} & \frac{6EI_x}{L_i^2}s & \frac{6EI_x}{L_i^2}c & \frac{6EI_x}{L_i^2}s & \frac{6EI_x}{L_i^2}c & \frac{6EI_x}{L_i^2}s \\ \frac{6EI_x}{L_i^2}s & \frac{6EI_x}{L_i^2}c & -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & \frac{6EI_x}{L_i^2}s \\ \frac{6EI_x}{L_i^2}c & -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & -\frac{6EI_x}{L_i^2}c & \frac{6EI_x}{L_i^2}s \end{bmatrix} \quad (83)$$

simetrik

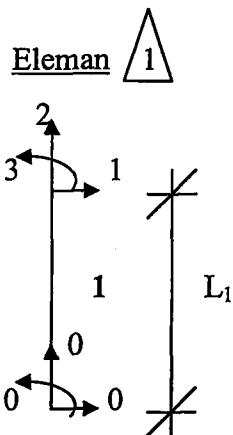
## 4.2 $EI_b=\infty$ Kabülü ve Eksenel Deformasyonların Gözardı Edilmesi Halinde Yanal Rijitlik Değeri

Bu tip yarı-rijit çerçevelerde kiriş elemanın eğilme rijitliği sonsuz kabul edildiğinden  $EI_b=\infty$ , eleman uçlarındaki dönmeler  $\theta_3 = \theta_6 = 0$  dir. Aynı zamanda eksenel deformasyonların gözardı edilecek kadar üçük olduğu, 1 ve 4 doğrultularında serbestlik derecelerinin eşit olduğu kabul edilmiştir. Kiriş eğilme rijitliği sonsuz kabul edilen çerçeve (Şekil 4.2)'de sunulmuştur. (Şekil 4.2)'de 1,2,3,4,5 ve 6 serbestlik derecelerini göstermektedir.



Şekil 4.2 Yarı-rijit çerçeve modeli

(Şekil 4.2)'de sunulan çerçeve elemanlarının global rijitlik matrisleri her bir elemanın global rijitlik matrislerinin yazılık, kodlama yöntemi ile aşağıdaki gibi elde edilmiştir.



$$L_1 = h$$

$$\cos\alpha = \cos 90 = 0$$

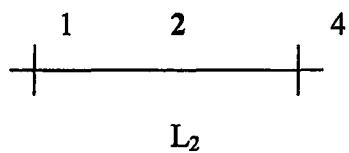
$$\sin\alpha = \sin 90 = 1$$

Şekil 4.3 1 numaralı eleman

$$[K_{1f}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2} & -\frac{12EI_c}{h^3} & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2} \\ 0 & R_c & 0 & 0 & -R_c & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{4EI_c}{h} & \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{2EI_c}{h} \\ -\frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} & \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} \\ 0 & -R_c & 0 & 0 & R_c & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{2EI_c}{h} & \frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{4EI_c}{h} \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \quad (84)$$



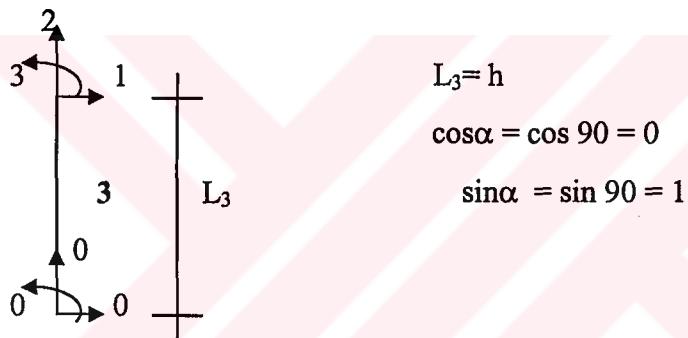
$$L_2 = L, \cos\alpha = \cos 0 = 1, \sin\alpha = \sin 0 = 0$$



Şekil 4.4 2 numaralı eleman

$$[K_{2f}] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ R_b & 0 & 0 & -R_b & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3} & \frac{6EI_b}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_b}{L^3} & \frac{6EI_b}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_b}{L} & 0 & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} \\ -R_b & 0 & 0 & R_b & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3} & -\frac{6EI_b}{L^2} & 0 & \frac{12EI_b}{L^3} & -\frac{6EI_b}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} & 0 & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_b}{h} \end{bmatrix} \quad (85)$$

Eleman 



Şekil 4.5 3 numaralı eleman

$$[K_{3f}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2} & -\frac{12EI_c}{h^3} & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2} \\ 0 & R_c & 0 & 0 & -R_c & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{4EI_c}{h} & \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{2EI_c}{h} \\ -\frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} & \frac{12EI_c}{h^3} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} \\ 0 & -R_c & 0 & 0 & R_c & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{2EI_c}{h} & \frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{4EI_c}{h} \end{bmatrix} \quad (86)$$

Sistemin global rijitlik matrisi kodlama yöntemi ile (84), (85), (86) numaralı global eleman rijitlikleri dikkate alınarak aşağıdaki gibi elde edilir.

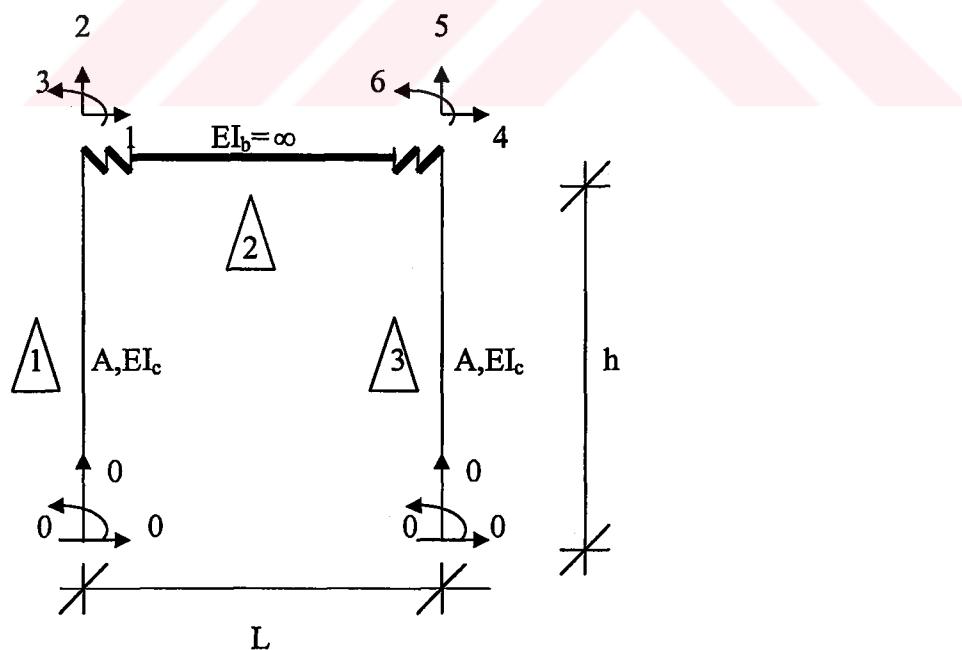
$$[K_s] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ & & \frac{6EI_c}{h^2} & -R_b & 0 & 0 \\ & 0 & \frac{12EI_b}{L^2} + R_c & 0 & -\frac{12EI_b}{L^3} & \frac{6EI_b}{L^2} \\ & \frac{6EI_c}{h^2} & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} \\ & -R_b & 0 & 0 & \frac{12EI_c}{h^3} + R_b & \frac{6EI_c}{h^2} \\ & 0 & -\frac{12EI_b}{L^2} & -\frac{6EI_b}{L^2} & 0 & \frac{6EI_b}{L^2} \\ & 0 & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \end{bmatrix}$$

Çerçeve elemanda kiriş eğilme rijitliği sonsuz olduğundan kiriş eleman uçlarındaki 3 ila 6 numaralı serbestlik dereceleri sıfır olacak ve bu doğrultulardaki matris satır ve sütunları silinerek matrisin boyutu azaltılacaktır. Aynı şekilde, çerçeve elemanda eksenel deformasyonlar ihmal edildiğinden 2 ve 5 numaralı serbestlik dereceleri sıfır olacak ve doğrultulardaki matris satır ve sütunları silinebilecektir. 1 ve 4 numaralı serbestlik dereceleri eşit kabul edilmesiyle yukarıdaki sistem global rijitlik matrisi  $1 \times 1$  boyutuna dönüşür. Bu değer aşağıdaki gibi yazılır.

$$[K_s]_{1x1} = \frac{24EI_c}{h^3} \quad (88)$$

#### **4.3 $EI_b \neq \infty$ ve Eksenel Deformasyonların Gözardı Edilmemesi Halinde Yanal Rijitlik Değeri**

Bu tip yarı-rijit çerçevelerde ise kiriş elemanın eğilme rijitliği  $EI_b \neq \infty$  sonsuz alınmadığından, eleman uçlarındaki dönmeler sıfırdan farklıdır. Aynı zamanda eksenel deformasyonlar gözardı edilmez ve 1 ile 4 doğrultusundaki serbestlik derecelerinin eşit olduğu kabul edilmiştir.(Şekil 4.6)



**Şekil 4.6 Yarı-rijit çerçeve modeli**

Bir önceki bölümde aynı geometri, kesit ve serbestlik derecelerine sahip sistemin global rijitlik matrisi bu sistem içinde geçerlidir. Bu kısımda 1 ve 4 numaralı serbestlik dereceleri eşit kabulü denkleme yansıtılırsa aşağıdaki  $5 \times 5$  boyutlu matris elde edilir.

$$[K_s] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{24EI_c}{h^3} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} & 0 & \frac{6EI_c}{h^2} \\ 0 & \frac{12EI_b}{L^3} + R_c & \frac{6EI_b}{L^2} & -\frac{12EI_b}{L^3} & \frac{6EI_b}{L^2} \\ \frac{6EI_c}{h^2} & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3} & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{12EI_b}{L^3} + R_c & -\frac{6EI_b}{L^2} \\ \frac{6EI_c}{h^2} & \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} & -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 (89) \\ 4 \\ 5 \end{matrix}$$

Rijitlik matrisi, Kuvvet ve deplasman vektörü arası ilişki matris formda kapalı şekilde aşağıdaki gibi yazılır.

$$[F] = [K_s] \{ \delta \} \quad (90)$$

(90) numaralı bağıntındaki rijitlik matrisinin ikinci ve beşinci satırları, deplasman vektörünün sırası ile bu satırlara karşılık gelen terimleri ile çarpılır ve kuvvet vektörü terimlerine eşitlenerek, taraf tarafa toplanırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \left( \frac{12EI_b}{L^3} + R_c \right) \Delta_2 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_3 - \frac{12EI_b}{L^3} \Delta_5 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_6 &= 0 \\ -\frac{12EI_b}{L^3} \Delta_2 - \frac{6EI_b}{L^2} \theta_3 + \left( \frac{12EI_b}{L^3} + R_c \right) \Delta_5 - \frac{6EI_b}{L^2} \theta_6 &= 0 \end{aligned}$$

+

$$R_c \Delta_2 + R_c \Delta_5 = 0 \quad (91)$$

$$\Delta_2 = -\Delta_5 \quad (92)$$

(90) numaralı bağıntdaki rijitlik matrisinin üçüncü ve altıncı satırları, deplasman vektörünün sırası ile bu satırlara karşılık gelen terimleri ile çarpılır ve kuvvet vektörünün terimlerine eşitlenirek, tarafa tarafa çıkarılırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{6EI_c}{h^2} \Delta + \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_2 + \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \right) \theta_3 - \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_5 + \frac{2EI_b}{L} \theta_6 &= 0 \\ \frac{6EI_c}{h^2} \Delta + \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_2 + \frac{2EI_b}{L} \theta_3 - \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_5 + \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \right) \theta_3 &= 0 \end{aligned}$$

-

$$\begin{aligned} \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} - \frac{2EI_b}{L} \right) \theta_3 + \left( \frac{2EI_b}{L} - \frac{4EI_c}{h} - \frac{4EI_b}{L} \right) \theta_6 &= 0 \\ \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} - \frac{2EI_b}{L} \right) \theta_3 &= \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} - \frac{2EI_b}{L} \right) \theta_6 \end{aligned}$$

$$\theta_3 = \theta_6 \quad (93)$$

(90) numaralı bağıntdaki rijitlik matrisinin ikinci satırı, deplasman vektörünün bu satırda karşılık gelen terimi ile çarpılır ve kuvvet vektörünün terimine eşitlenirek, tekrar yazılırsa  $\Delta_2$  ve  $\Delta_5$  terimleri elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{12EI_b}{L^3} + R_c \right) \Delta_2 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_3 - \frac{12EI_b}{L^3} \Delta_5 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_6 = 0 \\
& \left( \frac{12EI_b}{L^3} + R_c \right) \Delta_2 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_3 + \frac{12EI_b}{L^3} \Delta_2 + \frac{6EI_b}{L^2} \theta_3 = 0 \\
& \left( \frac{24EI_b}{L^3} + R_c \right) \Delta_2 + \frac{12EI_b}{L^2} \theta_3 = 0 \\
& \Delta_2 = -\frac{12EI_b}{L^2} x \frac{L^3}{(24EI_b + R_c EL^3)} \theta_3 \\
& \Delta_2 = -\frac{12EI_b L}{(24EI_b + R_c L^3)} \theta_3 = -\Delta_5 \tag{94}
\end{aligned}$$

(90) numaralı bağıntdaki rijitlik matrisinin ikinci satırı, deplasman vektörünün bu satırda karşılık gelen terimi ile çarpılır ve kuvvet vektörünün terimine eşitlenerek, tekrar yazılırsa  $\theta_3$  ve  $\theta_6$  terimleri elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \frac{6EI_c}{h^2} \Delta + \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_2 + \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \right) \theta_3 - \frac{6EI_b}{L^2} \Delta_5 + \frac{2EI_b}{L} \theta_6 = 0 \\
& \frac{6EI_c}{h^2} \Delta - \frac{6EI_b}{L^2} \left( \frac{12EI_b L}{24EI_b + R_c L^3} \right) \theta_3 + \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \right) \theta_3 \\
& - \frac{6EI_b}{L^2} \left( \frac{12EI_b L}{24EI_b + R_c L^3} \right) \theta_3 + \frac{2EI_b}{L} \theta_3 = 0 \\
& \frac{6EI_c}{h^2} \Delta + (-2A + B + C) \theta_3 = 0 \tag{95}
\end{aligned}$$

Burada;

$$A = \frac{6EI_b}{L^2} \left( \frac{12EI_b L}{24EI_b + R_c L^3} \right) \tag{96}$$

$$B = \left( \frac{4EI_c}{h} + \frac{4EI_b}{L} \right) \tag{97}$$

$$C = \frac{2EI_b}{L} \quad (98)$$

$$\theta_3 = -\frac{6EI_c}{h^2} x \frac{1}{(B+C-2A)} \Delta = \theta_6 \quad (99)$$

göstermektedir.

(90) numaralı bağıntıdaki rijitlik matrisinin birinci satırı, deplasman vektörünün bu satırı karşılık gelen terimi ile çarpılır ve kuvvet vektörünün terimine eşitlenerek, tekrar yazılırsa ve bütün terimler  $\Delta$  parantezine alınarak ; yanal rijitlik azaltma katsayısı  $\alpha_r$  ve yanal rijitlik değeri elde edilir.

$$F = \alpha_r \frac{24EI_c}{h^3} \quad (100)$$

Burada;

$$\alpha_r = \left[ 1 - \frac{3EI_c}{h(B+C-2A)} \right] \quad (101)$$

göstermektedir.

#### 4.4 Yanal Rijitlik Değerlerinin Bulunması İçin Bir Bilgisayar Programı

Daha önce bahsedilen ötelemeye karşı yarı-rijit düğüm noktalı her iki tip çerçeveyin yanal rijitlik değerlerini elde etmek amacıyla genel bir formatta matlab editör tabanında çalışan bir bilgisayar programı yazılmıştır. Bu program istenildiğinde eksenel deformasyonların göz önüne alınıp alınmaması seçeneği bulunmaktadır. Eksenel deformasyonları hesaba katmak için program akışı sırasında girilmesi istenilen eksenel deformasyon kriteri (K) için 1 girmek yeterlidir. Ek-3'de hazırlanmış olan programın açık hali verilmiştir.

#### **4.4.1 Azaltma katsayılarının sayısal hesabı**

Şekil 4.6'da verilen çerçeve için farklı açıklık ve yükseklik ( $L/h$ ), kiriş ve kolon atalet momenti oranları ( $I_b/I_c$ ) için azaltma katsayıları değerleri hazırlanan paket programda hesaplanmış ve bunlara ait grafikler ötelemeye karşı yarı-rijit düğüm noktalı sistem için aşağıda verilmiştir.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 2000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.1)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.7)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 2000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.2)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.8)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 2000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.3)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.9)'da sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 2000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.4)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.10)'da sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 5000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.5)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.11)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 5000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.6)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.12)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 5000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.7)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.13)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 5000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.8)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.14)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 20000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.9)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.15)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 20000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.10)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.16)'da sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları 20000 t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeve için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.11)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.17)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $20000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.12)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.18)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $10^{20} \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.13)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.19)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $10^{20} \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.14)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.20)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $10^{20} \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.15)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.21)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $10^{20} \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 4.16)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 4.22)'de sunulmuştur.

**Tablo 4.1 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 0.5 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$$

<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b> <b>L</b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.2527	0.2527	0.2527	0.2527	1.00
1.0	0.2604	0.2605	0.2605	0.2605	2.00
1.5	0.2728	0.2730	0.2731	0.2732	3.00
2.0	0.2890	0.2896	0.2899	0.2900	4.00
2.5	0.3080	0.3095	0.3101	0.3103	5.00
3.0	0.3289	0.3318	0.3328	0.3333	6.00
3.5	0.3510	0.3557	0.3574	0.3582	7.00

**Tablo 4.2 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.0 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$$

<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b> <b>L</b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.2513	0.2513	0.2513	0.2513	0.50
1.0	0.2553	0.2553	0.2553	0.2553	1.00
1.5	0.2676	0.2677	0.2677	0.2677	1.50
2.0	0.2877	0.2890	0.2894	0.2896	2.00
2.5	0.3161	0.3202	0.3217	0.3225	2.50
3.0	0.3493	0.3589	0.3625	0.3644	3.00
3.5	0.3833	0.4012	0.4083	0.4121	3.50

**Tablo 4.3 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.5 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.2504	0.2504	0.2504	0.2504	0.2504	0.33
1.0	0.2535	0.2535	0.2535	0.2535	0.2535	0.66
1.5	0.2615	0.2616	0.2617	0.2617	0.2617	1.00
2.0	0.2755	0.2764	0.2767	0.2768	0.2768	1.33
2.5	0.2952	0.2981	0.2992	0.2997	0.2997	1.66
3.0	0.3192	0.3263	0.3289	0.3304	0.3304	2.00
3.5	0.3444	0.3580	0.3634	0.3663	0.3663	2.33

**Tablo 4.4 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 2.0 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.2503	0.2503	0.2503	0.2503	0.2503	0.25
1.0	0.2526	0.2527	0.2527	0.2527	0.2527	0.50
1.5	0.2586	0.2588	0.2588	0.2588	0.2588	0.75
2.0	0.2693	0.2700	0.2702	0.2704	0.2704	1.00
2.5	0.2846	0.2868	0.2877	0.2881	0.2881	1.25
3.0	0.3031	0.3087	0.3108	0.3119	0.3119	1.50
3.5	0.3232	0.3341	0.3385	0.3409	0.3409	1.75

**Tablo 4.5 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 0.5 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$$

<b><math>I_b/I_c</math></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b><math>h</math></b>
<b>L</b>					
0.5	0.2533	0.2533	0.2533	0.2533	1.00
1.0	0.2751	0.2754	0.2755	0.2756	2.00
1.5	0.3247	0.3273	0.3282	0.3286	3.00
2.0	0.3940	0.4038	0.4074	0.4093	4.00
2.5	0.4652	0.4879	0.4966	0.5012	5.00
3.0	0.5255	0.5640	0.5793	0.5875	6.00
3.5	0.5714	0.6250	0.6471	0.6591	7.00

**Tablo 4.6 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.0 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$$

<b><math>I_b/I_c</math></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b><math>h</math></b>
<b>L</b>					
0.5	0.2517	0.2517	0.2517	0.2517	0.50
1.0	0.2628	0.2629	0.2630	0.2630	1.00
1.5	0.2893	0.2907	0.2912	0.2915	1.50
2.0	0.3296	0.3357	0.3379	0.3391	2.00
2.5	0.3756	0.3914	0.3976	0.4009	2.50
3.0	0.4188	0.4485	0.4609	0.4677	3.00
3.5	0.4545	0.5000	0.5200	0.5313	3.50

**Tablo 4.7 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.5 \quad C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.2511	0.2511	0.2511	0.2511	0.2511	0.33
1.0	0.2585	0.2586	0.2586	0.2586	0.2586	0.66
1.5	0.2767	0.2777	0.2780	0.2782	0.2782	1.00
2.0	0.3049	0.3093	0.3109	0.3117	0.3117	1.33
2.5	0.3384	0.3502	0.3549	0.3575	0.3575	1.66
3.0	0.3716	0.3952	0.4052	0.4107	0.4107	2.00
3.5	0.3998	0.4373	0.4543	0.4641	0.4641	2.33

**Tablo 4.8 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=2.0 \quad C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.2508	0.2508	0.2508	0.2508	0.2508	0.25
1.0	0.2564	0.2565	0.2565	0.2565	0.2565	0.50
1.5	0.2702	0.2709	0.2712	0.2713	0.2713	0.75
2.0	0.2921	0.2955	0.2967	0.2974	0.2974	1.00
2.5	0.3185	0.3281	0.3318	0.3339	0.3339	1.25
3.0	0.3451	0.3644	0.3727	0.3774	0.3774	1.50
3.5	0.3684	0.4000	0.4146	0.4231	0.4231	1.75

**Tablo 4.9 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 0.5 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 20000 \text{ t/m}$$

<b>L</b> <b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.2629	0.2629	0.2630	0.2630	1.00
1.0	0.3349	0.3382	0.3394	0.3400	2.00
1.5	0.4466	0.4654	0.4725	0.4763	3.00
2.0	0.5403	0.5833	0.6006	0.6100	4.00
2.5	0.6002	0.6648	0.6920	0.7069	5.00
3.0	0.6357	0.7155	0.7500	0.7692	6.00
3.5	0.6568	0.7466	0.7861	0.8082	7.00

**Tablo 4.10 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.0 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 20000 \text{ t/m}$$

<b>L</b> <b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.2565	0.2565	0.2565	0.2565	0.50
1.0	0.2950	0.2969	0.2975	0.2979	1.00
1.5	0.3631	0.3758	0.3806	0.3832	1.50
2.0	0.4300	0.4643	0.4788	0.4868	2.00
2.5	0.4785	0.5367	0.5633	0.5786	2.50
3.0	0.5096	0.5875	0.6250	0.6471	3.00
3.5	0.5291	0.6212	0.6671	0.6946	3.50

**Tablo 4.11 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.5 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 20000 \text{ t/m}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.2543	0.2543	0.2543	0.2543	0.2543	0.33
1.0	0.2803	0.2816	0.2821	0.2823	0.2823	0.66
1.5	0.3294	0.3388	0.3425	0.3444	0.3444	1.00
2.0	0.3802	0.4076	0.4195	0.4261	0.4261	1.33
2.5	0.4190	0.4684	0.4920	0.5058	0.5058	1.66
3.0	0.4457	0.5147	0.5500	0.5714	0.5714	2.00
3.5	0.4622	0.5461	0.5911	0.6191	0.6191	2.33

**Tablo 4.12 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 2.0 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 20000 \text{ t/m}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.2533	0.2533	0.2533	0.2533	0.2533	0.25
1.0	0.2732	0.2742	0.2745	0.2747	0.2747	0.50
1.5	0.3112	0.3186	0.3216	0.3231	0.3231	0.75
2.0	0.3523	0.3750	0.3850	0.3906	0.3906	1.00
2.5	0.3848	0.4272	0.4480	0.4604	0.4604	1.25
3.0	0.4070	0.4677	0.5000	0.5200	0.5200	1.50
3.5	0.4215	0.4966	0.5389	0.5659	0.5659	1.75

**Tablo 4.13 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 0.5 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20} \text{ t/m}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.5000	0.5313	0.5435	0.5500	1.00	
1.0	0.6250	0.7000	0.7321	0.7500	2.00	
1.5	0.6633	0.7562	0.7973	0.8204	3.00	
2.0	0.6786	0.7794	0.8245	0.8500	4.00	
2.5	0.6860	0.7909	0.8380	0.8648	5.00	
3.0	0.6902	0.7973	0.8456	0.8731	6.00	
3.5	0.6928	0.8012	0.8503	0.8782	7.00	

**Tablo 4.14 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.0 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20} \text{ t/m}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.4545	0.5000	0.5200	0.5313	0.50	
1.0	0.5313	0.6250	0.6719	0.7000	1.00	
1.5	0.5522	0.6633	0.7209	0.7562	1.50	
2.0	0.5603	0.6786	0.7409	0.7794	2.00	
2.5	0.5642	0.6860	0.7507	0.7909	2.50	
3.0	0.5664	0.6902	0.7562	0.7973	3.00	
3.5	0.5677	0.6928	0.7596	0.8012	3.50	

**Tablo 4.15 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

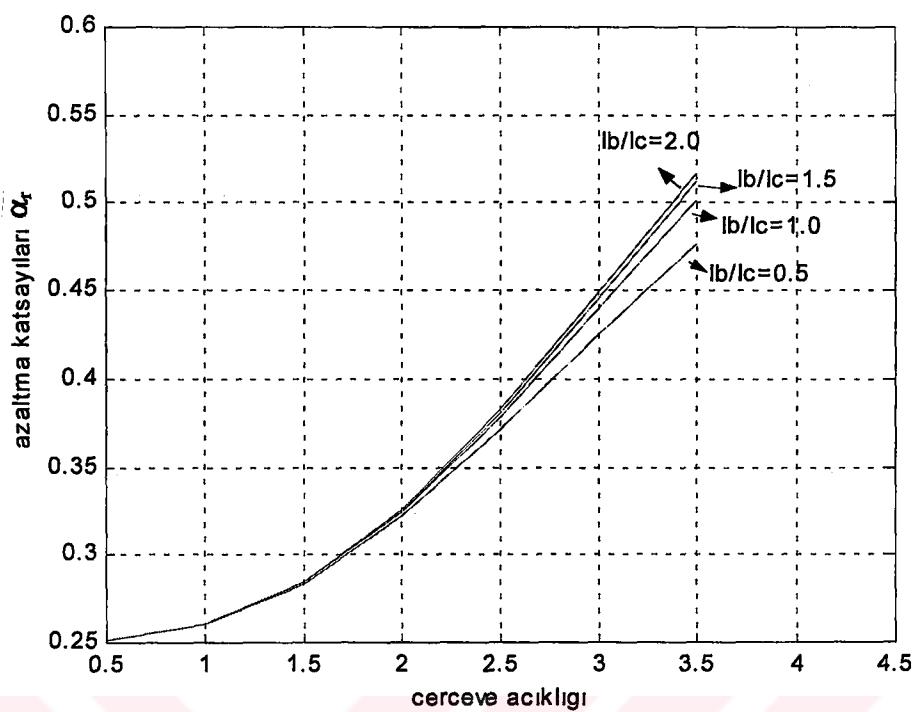
$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.5 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20} \text{ t/m}$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.4223	0.4743	0.4994	0.5142	0.33	
1.0	0.4736	0.5700	0.6237	0.6580	0.66	
1.5	0.4882	0.5991	0.6633	0.7051	1.00	
2.0	0.4928	0.6096	0.6782	0.7233	1.33	
2.5	0.4950	0.6145	0.6854	0.7322	1.66	
3.0	0.4970	0.6182	0.6902	0.7380	2.00	
3.5	0.4975	0.6197	0.6925	0.7409	2.33	

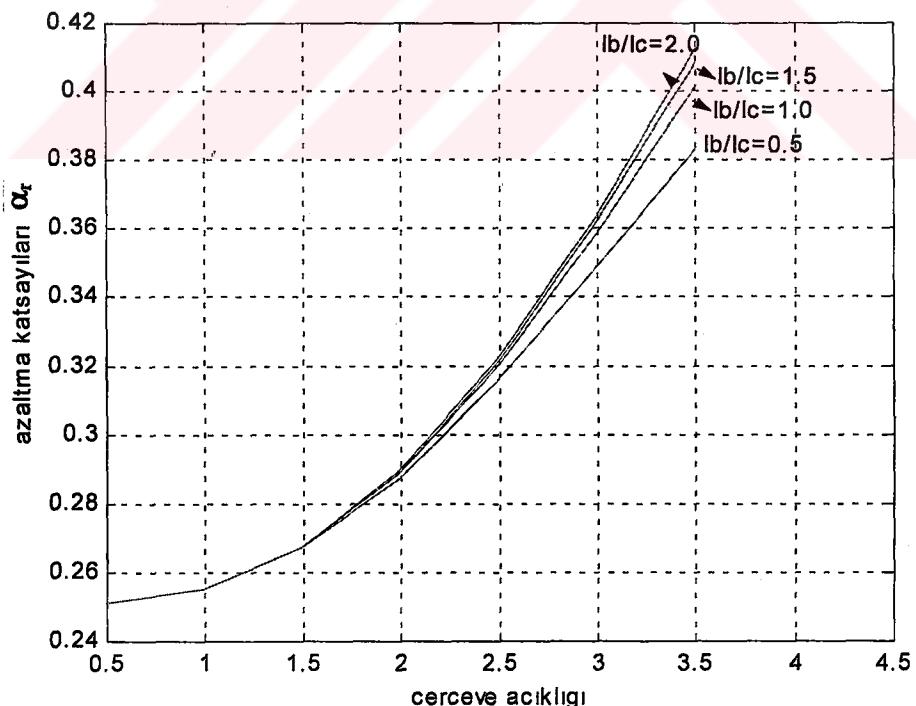
**Tablo 4.16 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 2.0 \quad C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20} \text{ t/m}$$

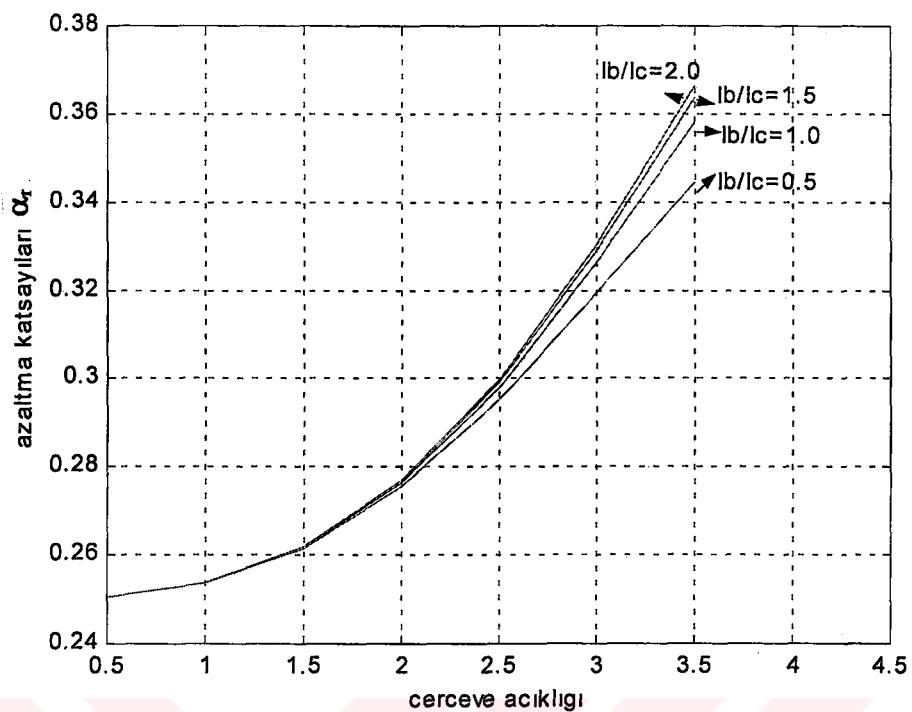
<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.4000	0.4545	0.4828	0.5000	0.25	
1.0	0.4375	0.5313	0.5875	0.6250	0.50	
1.5	0.4466	0.5522	0.6182	0.6633	0.75	
2.0	0.4500	0.5600	0.6300	0.6700	1.00	
2.5	0.4510	0.5642	0.6362	0.6860	1.25	
3.0	0.4525	0.5664	0.6394	0.6902	1.50	
3.5	0.4530	0.5677	0.6414	0.6928	1.75	



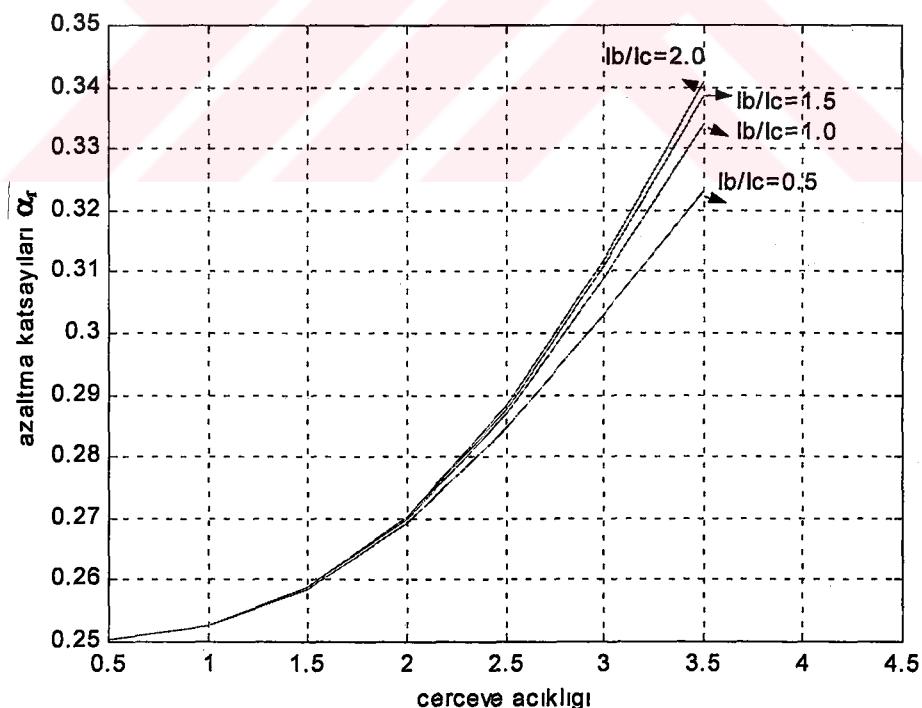
Şekil 4.7  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 0.5$  için azaltma katsayıları



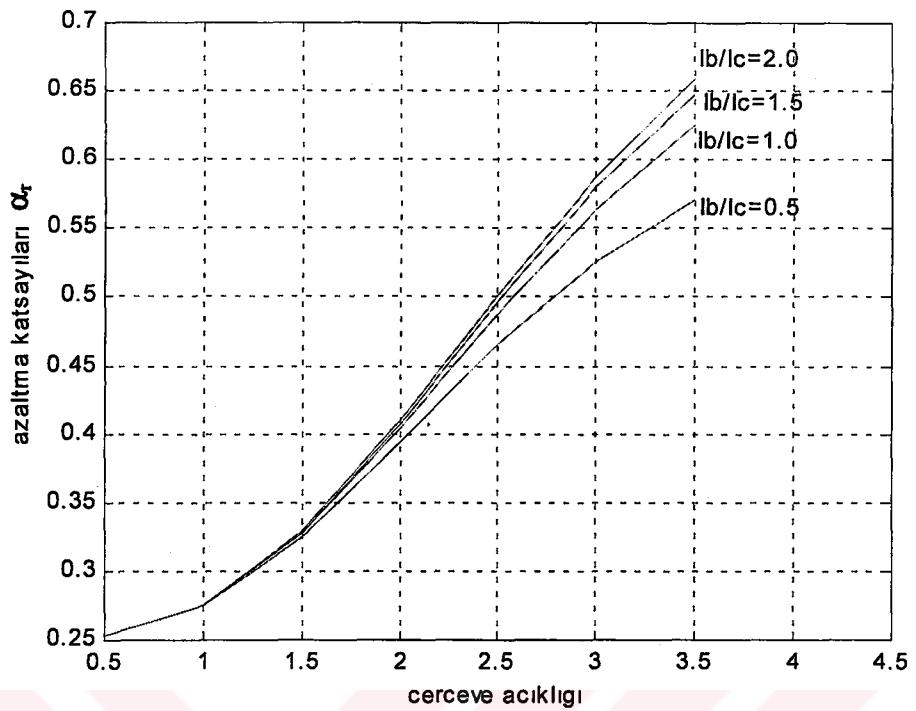
Şekil 4.8  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 2000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 1.0$  için azaltma katsayıları



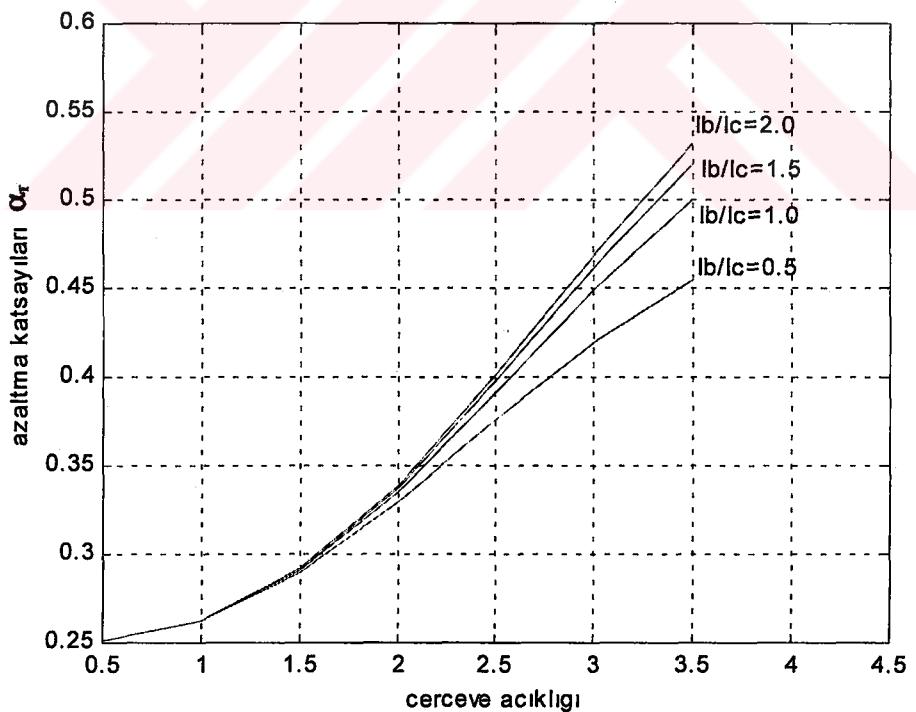
Şekil 4.9  $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 1.5$  için azaltma katsayıları



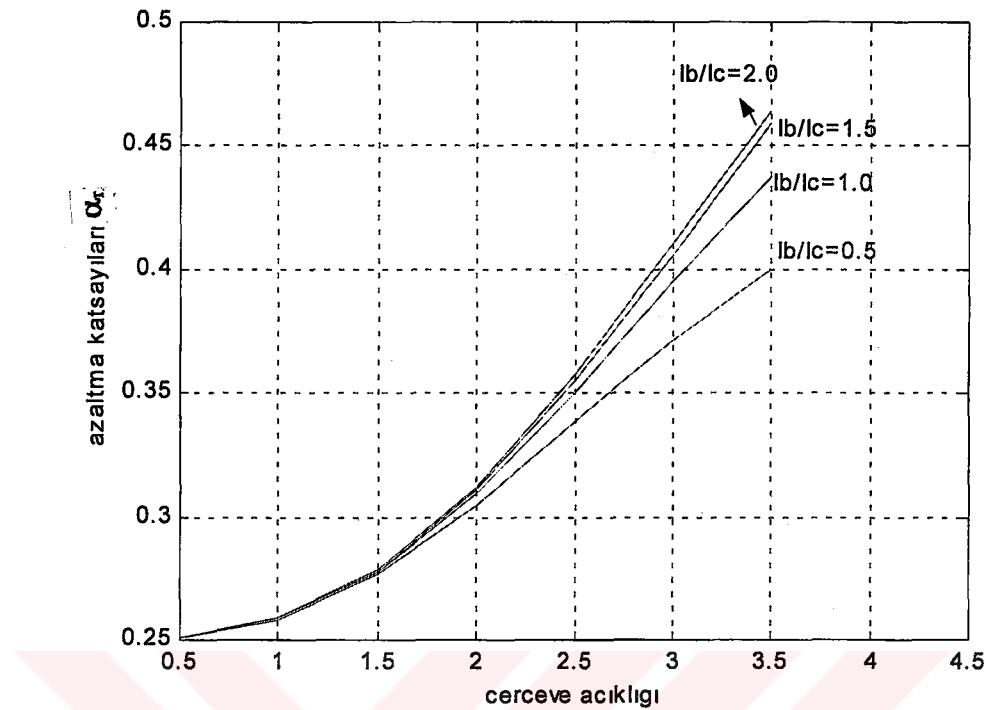
Şekil 4.10  $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=2000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 2.0$  için azaltma katsayıları



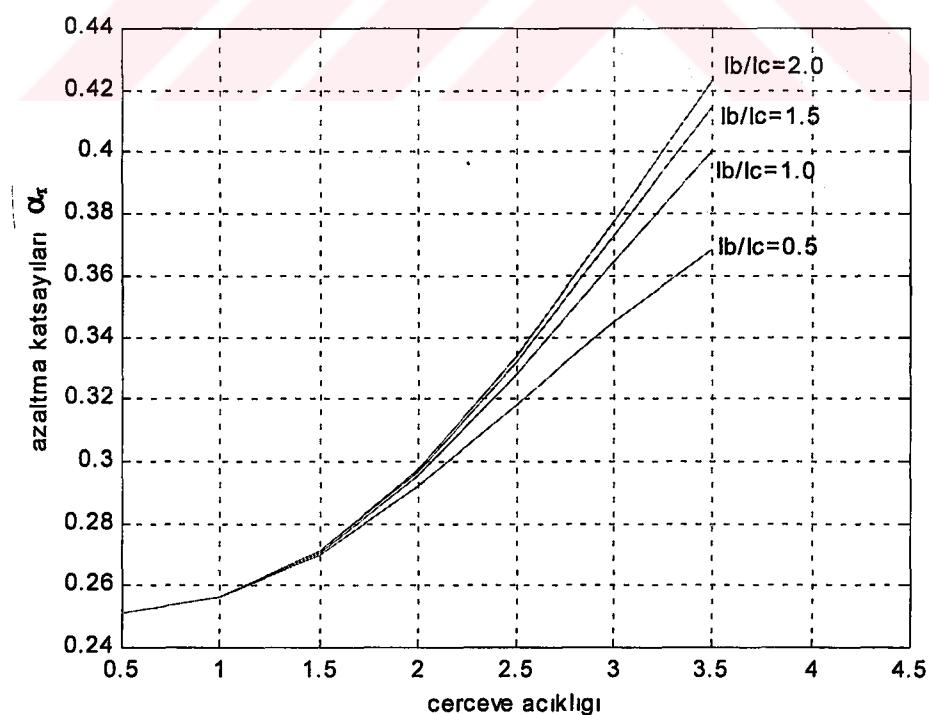
Şekil 4.11  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 0.5$  için azaltma katsayıları



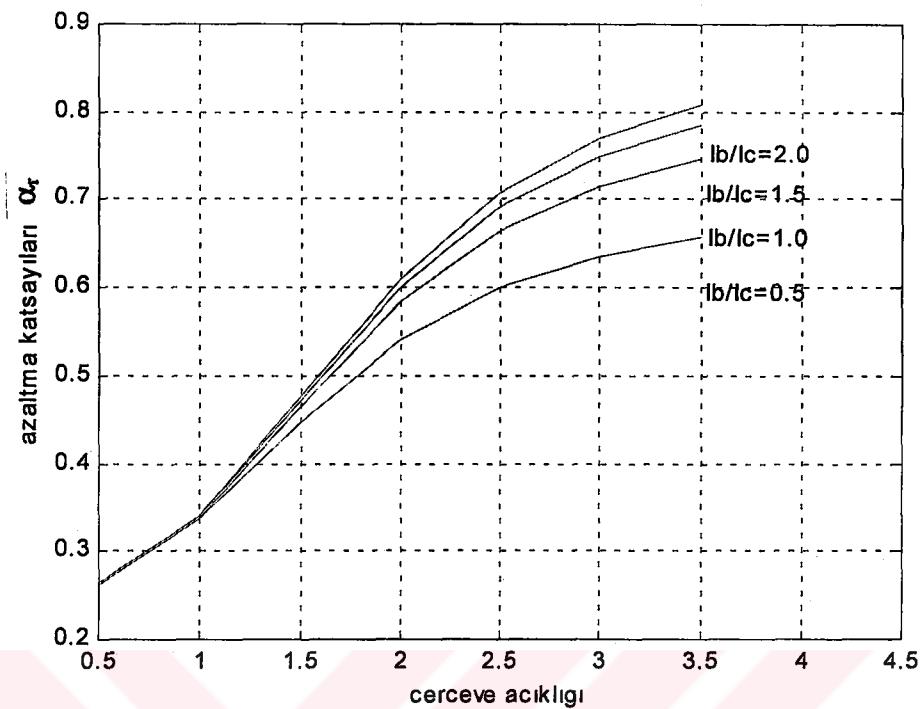
Şekil 4.12  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 1.0$  için azaltma katsayıları



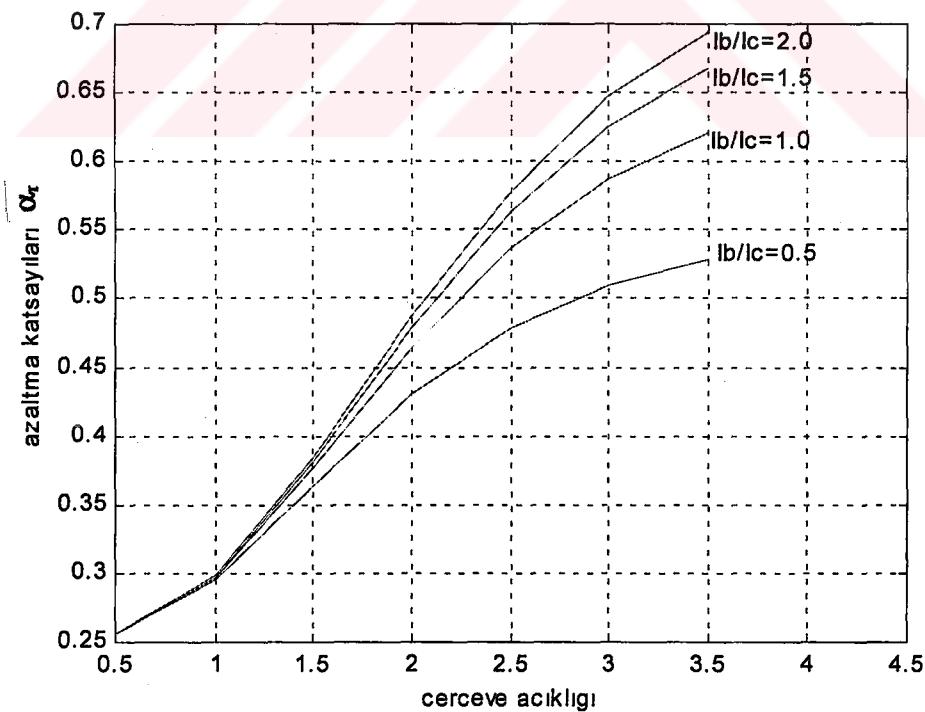
Şekil 4.13  $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 1.5$  için azaltma katsayıları



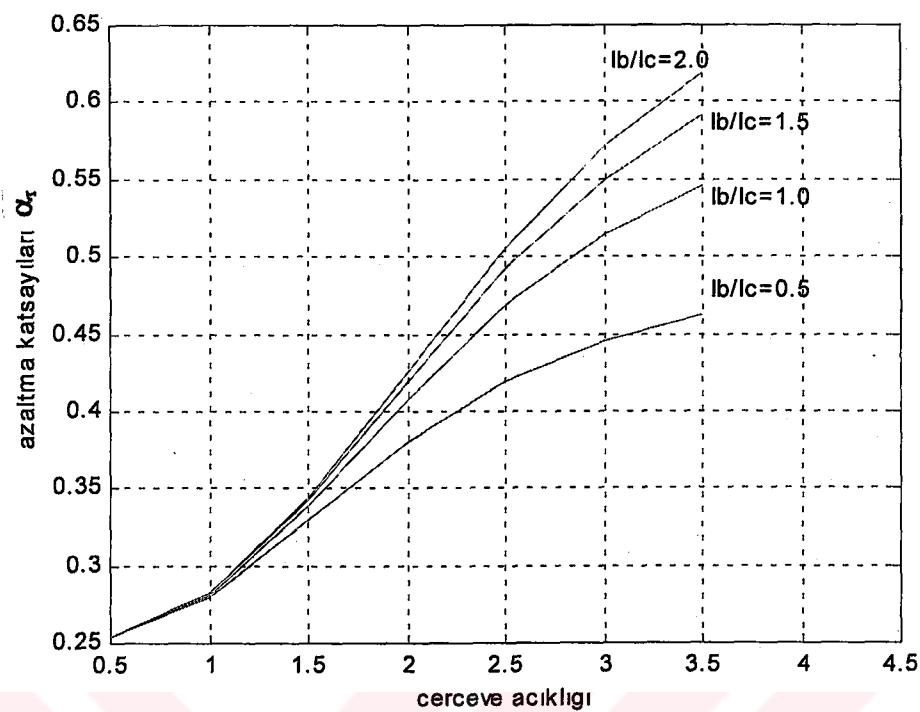
Şekil 4.14  $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 2.0$  için azaltma katsayıları



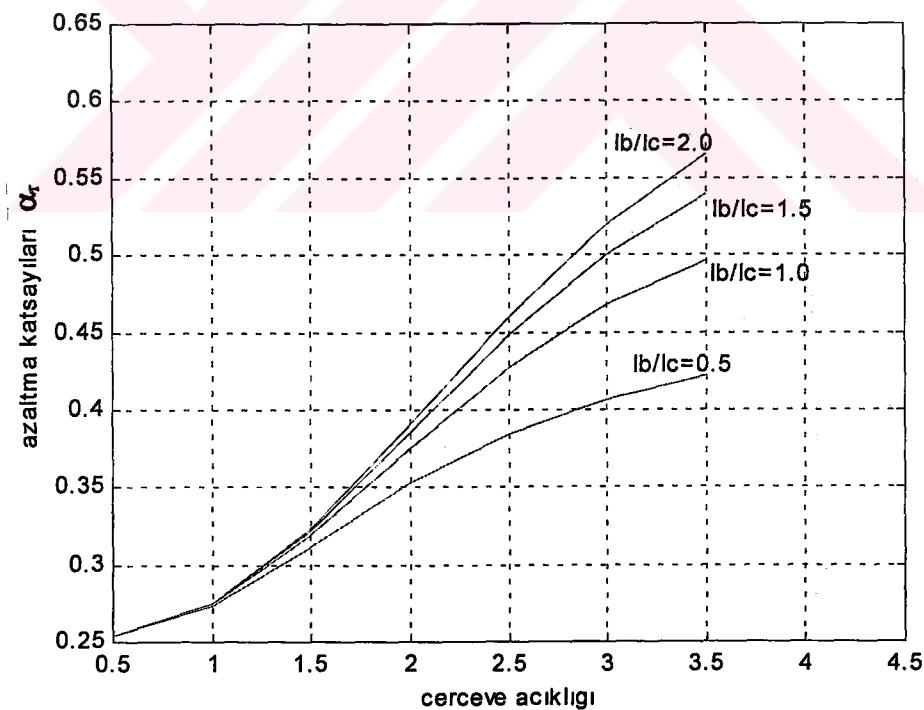
Şekil 4.15  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 20000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 0.5$  için azaltma katsayıları



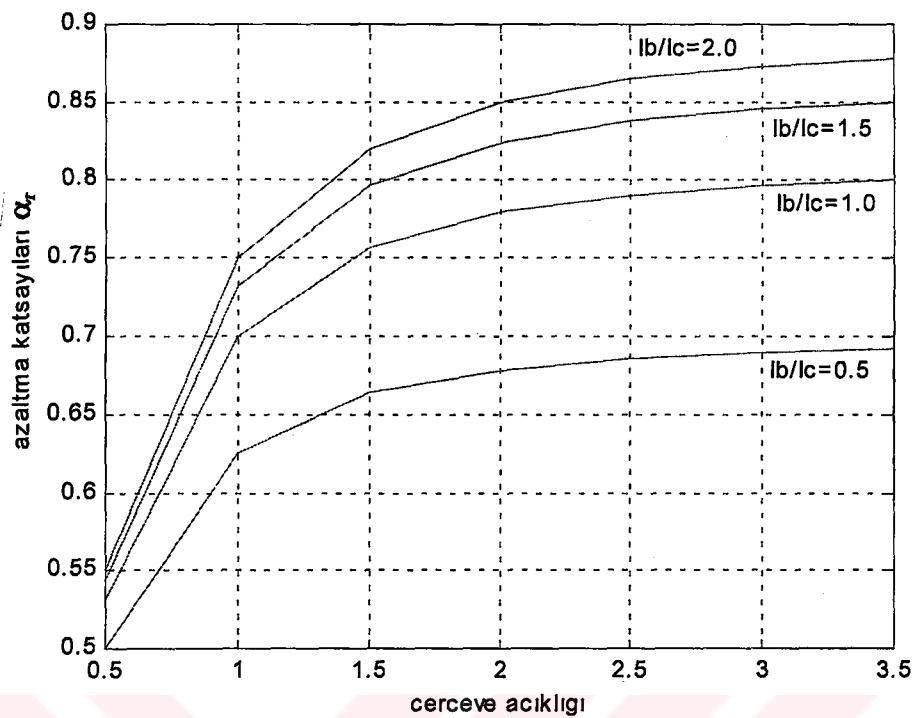
Şekil 4.16  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 20000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 1.0$  için azaltma katsayıları



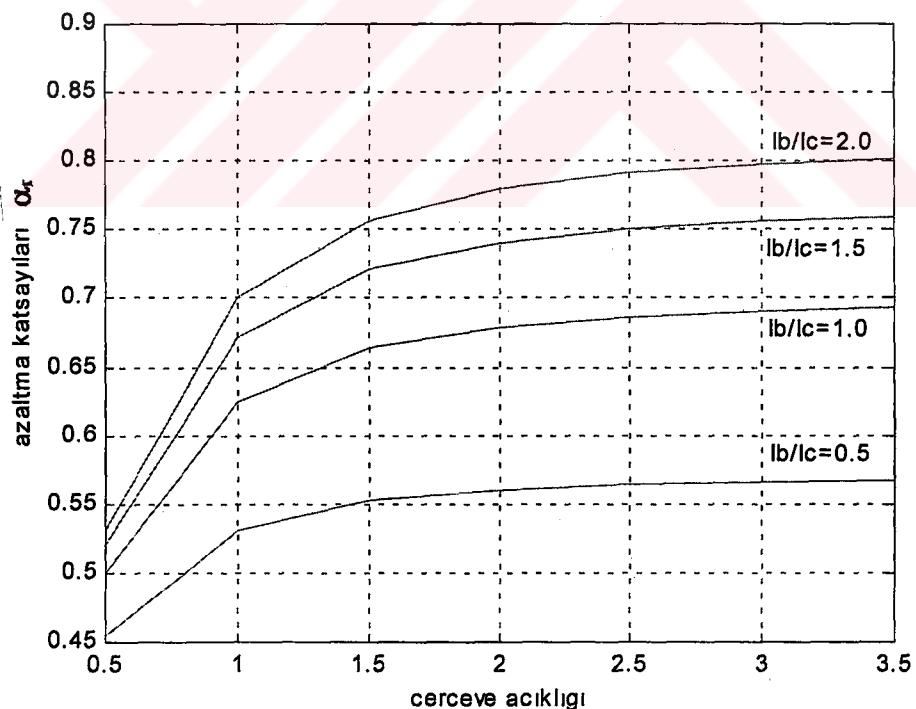
Şekil 4.17  $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 1.5$  için azaltma katsayıları



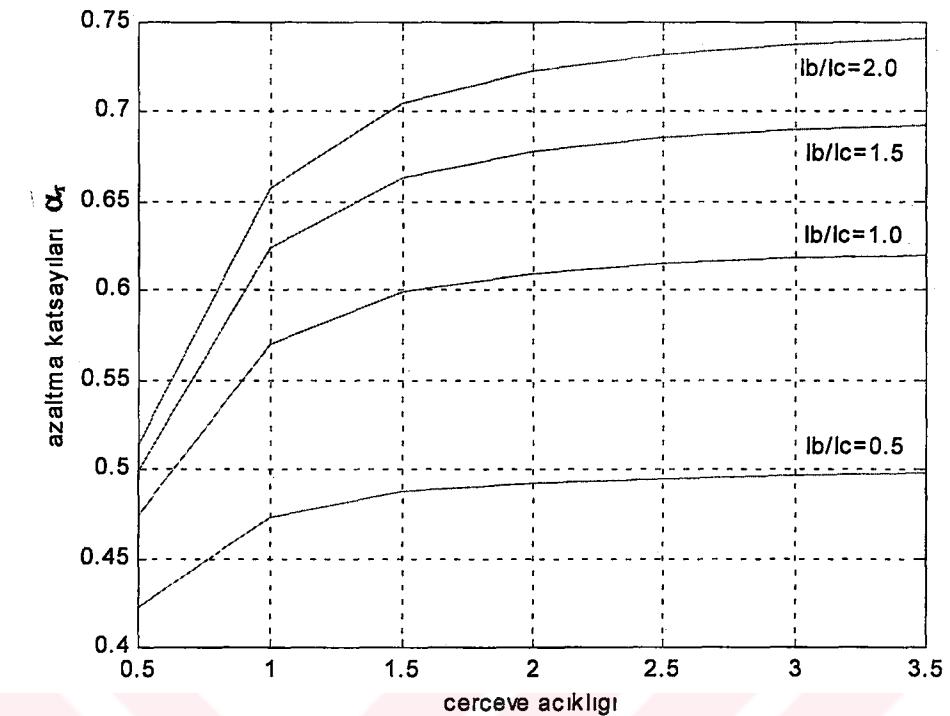
Şekil 4.18  $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=20000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 2.0$  için azaltma katsayıları



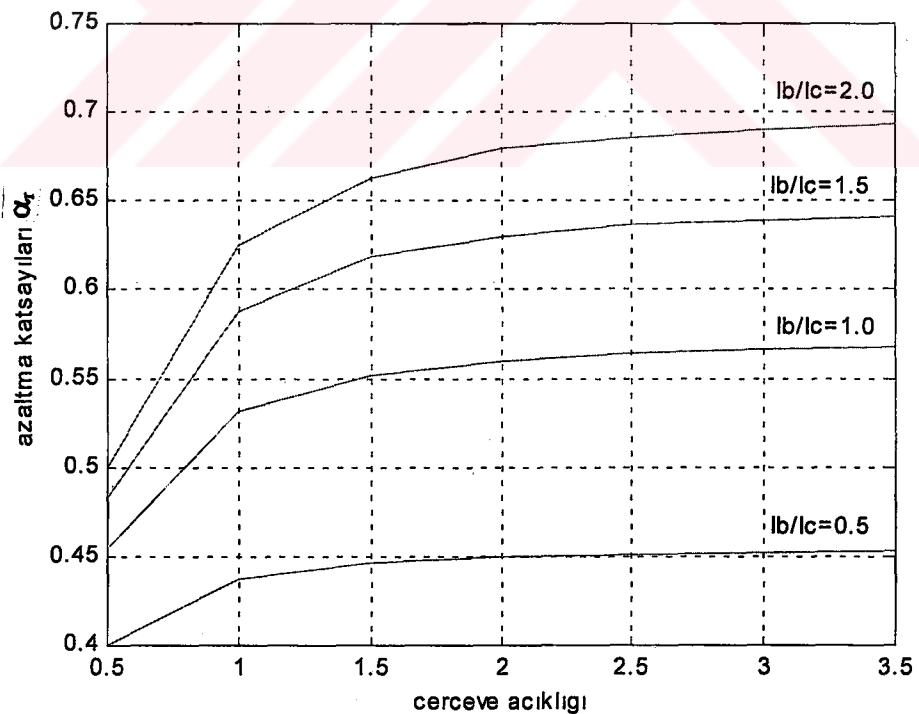
Şekil 4.19  $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20}$  tm / rd ve  $L/h=0.5$  için azaltma katsayıları



Şekil 4.20  $C_{\delta_1}=C_{\delta_2}=10^{20}$  tm / rd ve  $L/h=1.0$  için azaltma katsayıları



Şekil 4.21  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20}$  tm / rd ve  $L/h = 1.5$  için azaltma katsayıları



Şekil 4.22  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20}$  tm / rd ve  $L/h = 2.0$  için azaltma katsayıları

---

**BÖLÜM BEŞ**

**DÖNMEYE ve ÖTELENMEYE KARŞI YARI-RİJİT  
BAĞLANTILI ÇERÇEVELERİN YANAL RİJİTLİK  
DEĞERİ**

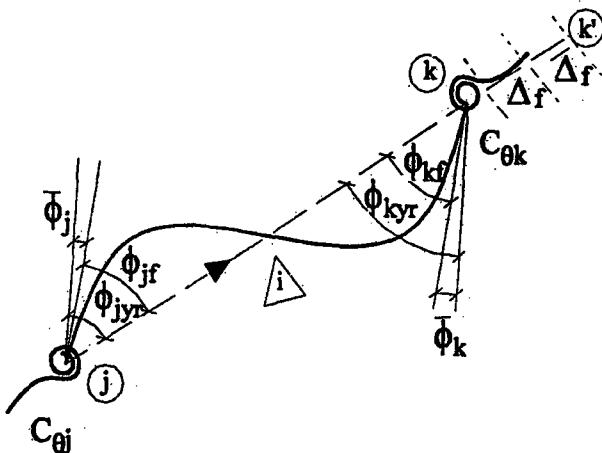
---

**5.1 Dönmeye ve Ötelenmeye Karşı Yarı-Rijit Bağlantılı Çerçevelerin  
Rijitlik Matrisi**

Düğüm noktaları yarı-rijit olarak teşkil edilmiş bu çerçeveler kolon kiriş bağlantıları, dönmeye ve ötelenmeye karşı lineer elastik yay sabitlerine sahip yaylarla modellenmişlerdir. Bir çerçeve eleman için j ve k uçlarında bulunan dönel yay sabitleri  $C_{\theta j}$  ve  $C_{\theta k}$ , ötelemeye karşı elastik yay sabitleri  $C_{\delta j}$  ve  $C_{\delta k}$  olarak simgelenir.

**5.1.1 Ötelenmeye Karşı Yarı-Rijit Bağlantılı Çerçevenin Temel Rijitlik  
Matrisi**

Yarı-rijit bağlantılı düzlem çerçeve elemanın her iki ucunda oluşan eğilme momenti ve çubuk ekseni boyunca oluşan eksenel kuvvet temel kuvvetlerini ; her iki ucunda oluşan dönmeler ve çubuk eksenel uzaması temel deplasmanlarını oluşturur.



**Şekil 5.1 Yarı-rigid elemanın temel deplasmanları**

Üçüncü ve beşinci bölümde yarı-rigid elemanın temel deplasmanları ve temel kuvvetleri arası bağıntılar çıkarılmıştır. Bu bölümde hem dönmeye hem de ötelenmeye karşı lineer elastik yayları içeren bu sistemin temel deplasmanları ve temel kuvvetleri arası bağıntılar, yaylar için ayrı ayrı çıkartılmış olan bağıntılar kullanılarak kodlama yöntemi ile bulunmuştur. Bu bağıntılar aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} M_{jf} \\ M_{kf} \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4EI_x}{L_i} \beta_1 & \frac{2EI_x}{L_i} \beta_2 & 0 \\ \frac{2EI_x}{L_i} \beta_2 & \frac{4EI_x}{L_i} \beta_3 & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{jf} \\ \phi_{kf} \\ \Delta_f \end{bmatrix} \quad (102)$$

Temel rijitlik matrisi aşağıdaki gibi yazılır.

$$[K_{yr}] = \begin{bmatrix} \frac{4EI_x}{L_i} \beta_1 & \frac{2EI_x}{L_i} \beta_2 & 0 \\ \frac{2EI_x}{L_i} \beta_2 & \frac{4EI_x}{L_i} \beta_3 & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \quad (103)$$

Burada ;

$$R = \frac{AE(k_j x k_k)}{L(k_j x k_k) + AE(k_j + k_k)} \quad (104)$$

$$\beta_1 = \frac{3\lambda_1\lambda_2}{(4\lambda_1^2\lambda_2 - \lambda_1)} \quad ; \quad \beta_2 = \frac{3}{(4\lambda_1\lambda_2 - 1)} \quad ; \quad \beta_3 = \frac{3\lambda_1}{(4\lambda_1\lambda_2 - \lambda_1)} \quad (105)$$

göstermektedir.

### 5.1.2 Dönmeye ve Ötelenmeye Karşı Yarı-Rijit Bağlantılı Çerçevenin Global Rijitlik Matrisi

Global rijitlik matrisi denklem (32)'de denklem (103)'ün yerine yazılması ile elde edilir. Global rijitlik matrisi aşağıda verilmiştir. Burada  $c=\cos\alpha_i$  ve  $s=\sin\alpha_i$  göstermektedir.

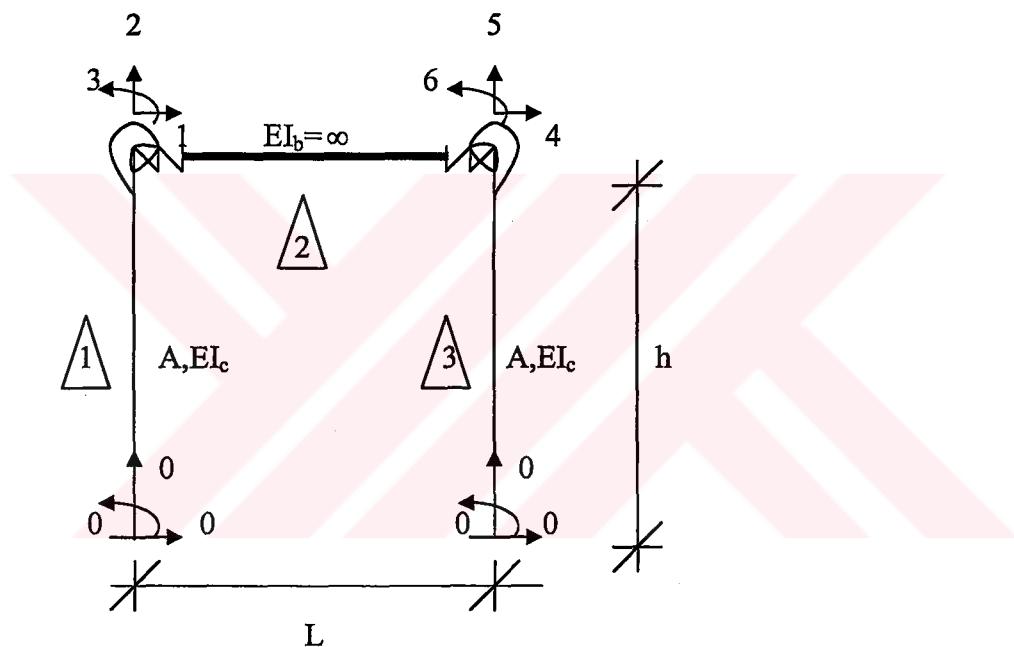
$$\begin{bmatrix}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
Rc^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3} s^2 \gamma_1 & Rcs - \frac{12EI_x}{L_i^3} cs \gamma_1 & -\frac{6EI_x}{L_i^2} s \gamma_2 & -Rc^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3} s^2 \gamma_1 & -Rcs + \frac{12EI_x}{L_i^3} cs \gamma_1 & -\frac{6EI_x}{L_i^2} s \gamma_3 \\
Rcs + \frac{12EI_x}{L_i^3} c^2 \gamma_1 & \frac{6EI_x}{L_i^2} c \gamma_2 & -Rcs + \frac{12EI_x}{L_i^3} cs \gamma_1 & -Rs^2 - \frac{12EI_x}{L_i^3} c^2 \gamma_1 & \frac{6EI_x}{L_i^2} c \gamma_3 & 2 \\
Rc^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3} s \gamma_2 & \frac{4EI_x}{L_i} \beta_1 & \frac{6EI_x}{L_i^2} s \gamma_2 & -\frac{6EI_x}{L_i} \gamma_1 & \frac{2EI_x}{L_i} \beta_2 & 3 \\
Rcs - \frac{12EI_x}{L_i^3} s^2 \gamma_1 & Rcs + \frac{12EI_x}{L_i^3} c^2 \gamma_1 & -\frac{6EI_x}{L_i^2} c \gamma_2 & -\frac{12EI_x}{L_i^3} cs \gamma_1 & \frac{6EI_x}{L_i^2} s \gamma_3 & 4 \\
Rc^2 + \frac{12EI_x}{L_i^3} s^2 \gamma_1 & Rcs + \frac{12EI_x}{L_i^3} c^2 \gamma_1 & -\frac{6EI_x}{L_i^2} s \gamma_2 & Rcs - \frac{12EI_x}{L_i^3} cs \gamma_1 & -\frac{6EI_x}{L_i^2} c \gamma_3 & 5 \\
Rcs + \frac{12EI_x}{L_i^3} c^2 \gamma_1 & Rcs - \frac{12EI_x}{L_i^3} s^2 \gamma_1 & -\frac{6EI_x}{L_i^2} c \gamma_2 & Rcs + \frac{12EI_x}{L_i^3} s^2 \gamma_1 & -\frac{4EI_x}{L_i} \beta_3 & 6
\end{bmatrix}$$

(106)

*simetrik*

## 5.2 $EI_b=\infty$ Kabulü ve Eksenel Deformasyonların Gözardi Edilmesi Halinde Yanal Rijitlik Değeri

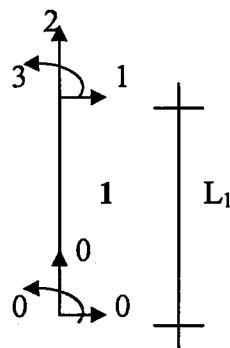
Bu tip yarı-rijit çerçevelerde kiriş elemanın eğilme rijitliği sonsuz kabul edildiğinden  $EI_b=\infty$ , eleman uçlarındaki dönmeler  $\theta_3 = \theta_6 = 0$  dir. Aynı zamanda eksenel deformasyonların gözardi edilecek kadar küçük olduğu, 1 ve 4 doğrultularında serbestlik derecelerinin eşit olduğu kabul edilmiştir. Kiriş eğilme rijitliği sonsuz kabul edilen çerçeve (Şekil 5.2)'de sunulmuştur. (Şekil 5.2)'de 1,2,3,4,5 serbestlik derecelerini göstermektedir.



Şekil 5.2 Yarı-rijit çerçeve modeli

(Şekil 5.2)'de sunulan çerçeve elemanlarının global rijitlik matrisi her bir elemanın global rijitlik matrisi hesaplanak, kodlama yöntemi ile aşağıdaki gibi yazılmıştır.

Eleman 1



$$L_1 = h$$

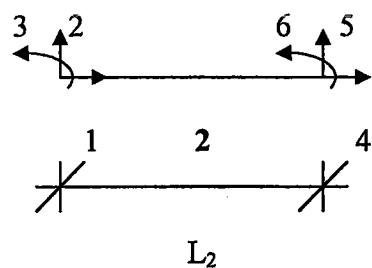
$$\cos\alpha = \cos 90 = 0$$

$$\sin\alpha = \sin 90 = 1$$

**Şekil 5.3 1 numaralı eleman**

$$[K_{1f}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & -\frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & R_c & 0 & 0 & -R_c & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & 0 & \frac{4EI_c}{h}\beta_1 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & 0 & \frac{2EI_c}{h}\beta_2 \\ -\frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & -R_c & 0 & 0 & R_c & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & 0 & \frac{2EI_c}{h}\beta_2 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & 0 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 \end{bmatrix} \quad (107)$$

Eleman 2

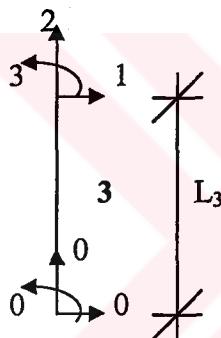


$$L_2 = L, \cos\alpha = \cos 0 = 1, \sin\alpha = \sin 0 = 0$$

**Şekil 5.4 2 numaralı eleman**

$$[K_{2f}] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ R_b & 0 & 0 & -R_b & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ 0 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_2 & \frac{4EI_b}{L}\beta_1 & 0 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 \\ -R_b & 0 & 0 & R_b & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & 0 & \frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ 0 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 & 0 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{4EI_b}{h}\beta_3 \end{bmatrix} \quad (108)$$

Eleman



$$\begin{aligned} L_3 &= h \\ \cos\alpha &= \cos 90 = 0 \\ \sin\alpha &= \sin 90 = 1 \end{aligned}$$

Şekil 5.5 3 numaralı eleman

$$[K_{3f}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & -\frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & R_c & 0 & 0 & -R_c & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & 0 & \frac{4EI_c}{h}\beta_1 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & 0 & \frac{2EI_c}{h}\beta_2 \\ -\frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_2 & \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & -R_c & 0 & 0 & R_c & 0 \\ -\frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & 0 & \frac{2EI_c}{h}\beta_2 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & 0 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 \end{bmatrix} \quad (109)$$

Sistemin global rijitlik matrisi kodlama yöntemi ile (107), (108), (109) numaralı global eleman rijitlikleri dikkate alınarak aşağıdaki gibi elde edilir.

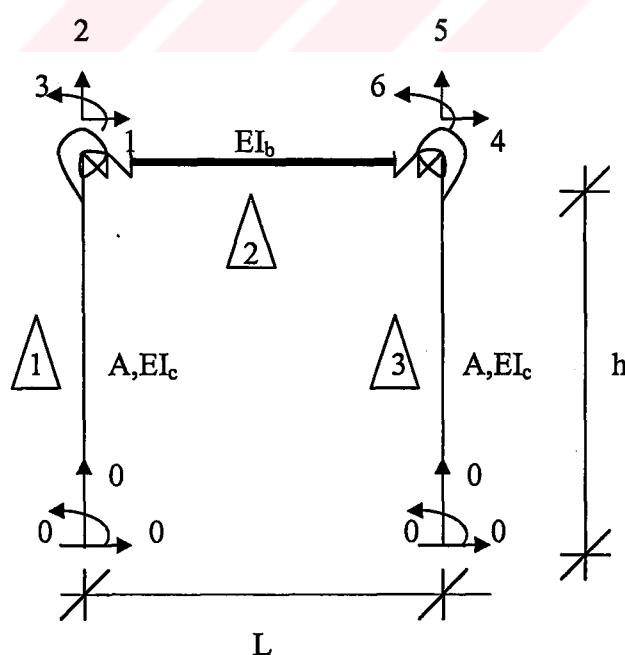
$$[K_s] = \begin{bmatrix} \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 + R_b & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & -R_b & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 + R_c & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_2 & 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_2 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 + \frac{4EI_b}{L}\beta_1 & 0 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 \\ -R_b & 0 & 0 & \frac{12EI_c}{h^3}\gamma_1 + R_b & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & 0 & \frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 + R_c & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ 0 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 + \frac{4EI_b}{L}\beta_3 \end{bmatrix} \quad (110)$$

Çerçeve elemanda kiriş eğilme rijitliği sonsuz olduğundan kiriş eleman uçlarındaki 3 ila 6 numaralı serbestlik dereceleri sıfır olacak ve bu doğrultulardaki matris satır ve sütünleri silinerek matrisin boyutu azaltılacaktır. Aynı şekilde, çerçeve elemanda eksenel deformasyonlar ihmal edildiğinden 2 ve 5 numaralı serbestlik dereceleri sıfır olacak ve bu doğrultulardaki matris satır ve sütunları silinebilecektir. 1 ve 4 numaralı serbestlik dereceleri eşit kabul edilmesiyle yukarıdaki sistem global rijitlik matrisi  $1 \times 1$  boyutuna dönüşür. Bu değer aşağıdaki gibi yazılır.

$$[K_s]_{1 \times 1} = \frac{24EI_c}{h^3} \gamma_1 \quad (111)$$

### **5.3 $EI_b \neq \infty$ ve Eksenel Deformasyonların Gözardı Edilmemesi Halinde Yanal Rijitlik Değeri**

Bu tip yarı-rijit çerçevelerde ise kiriş elemanın eğilme rijitliği  $EI_b \neq \infty$  sonsuz alınmadığından, eleman uçlarındaki dönmeler sıfırdan farklıdır. Aynı zamanda eksenel deformasyonlar gözardı edilmez ve 1 ile 4 doğrultusundaki serbestlik derecelerinin eşit olduğu kabul edilmiştir.(Şekil 5.6)



**Şekil 5.6 Yarı-rijit çerçeve modeli**

Bir önceki bölümde aynı geometri, kesit ve serbestlik derecelerine sahip sistemin global rijitlik matrisi bu sistem içinde geçerlidir. Bu kısımda 1 ve 4 numaralı serbestlik dereceleri eşit kabulü denkleme yansıtılırsa aşağıdaki 5x5 boyutlu matris elde edilir.



$$[\mathbf{K}_{\text{Syr}}] = \begin{bmatrix} \frac{24EI_c}{h^3}\gamma_1 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & 0 & \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 \\ 0 & \frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 + R_c & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_2 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_2 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 + \frac{4EI_b}{L}\beta_1 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 \\ 0 & -\frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_1 & \frac{12EI_b}{L^3}\gamma_1 + R_c & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 \\ \frac{6EI_c}{h^2}\gamma_3 & \frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{2EI_b}{L}\beta_2 & -\frac{6EI_b}{L^2}\gamma_3 & \frac{4EI_c}{h}\beta_3 + \frac{4EI_b}{L}\beta_3 \end{bmatrix} \quad (112)$$

Rijitlik matrisi, Kuvvet ve deplasman vektörü arası ilişki matris formda kapalı şekilde aşağıdaki gibi yazılır.

$$[F] = [K_{syr}] \{ \delta \} \quad (113)$$

(112) numaralı bağıntının matematiksel olarak çözümünü yapmak zordur. Bu nedenle bir bilgisayar programı hazırlanmış ve sistemin yanal rijitlik azaltma sayıları ve buna bağlı yanal rijitlik değerleri hesaplatılmıştır.

#### **5.4 Yanal Rijitlik Değerlerinin Bulunması İçin Bir Bilgisayar Programı**

Daha önce bahsedilen dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit düğüm noktalı her iki tip çerçeveyin yanal rijitlik değerlerini elde etmek amacıyla genel bir formatta matlab editör tabanında çalışan bir bilgisayar programı yazılmıştır. Bu program istenildiğinde eksenel deformasyonların göz önüne alınıp alınmaması seçeneği bulunmaktadır. Eksenel deformasyonları hesaba katmak için program akışı sırasında girilmesi istenilen eksenele deformasyon kriteri ( $K$ ) için 1 girmek yeterlidir. Ek-4'te hazırlanmış olan programın açık hali verilmiştir.

##### **5.4.1 Azaltma katsayılarının sayısal hesabı**

Şekil 5.6' da verilen çerçevenin farklı açılık ve yükseklik ( $L/h$ ), kiriş ve kolon atalet momenti oranları ( $I_b/I_c$ ) için azaltma katsayıları değerleri hazırlanan paket programda hesaplanmış ve bunlara ait grafikler dönmeye ve ötenlemeye karşı yarı-rijit düğüm noktalı sistem için aşağıda verilmiştir. Bu bölümde azaltma katsayıları dört değişik yay eşleşmesi ile yapılmıştır. 1.Tip olarak dönel yay sabitleri  $C_{\theta j}$  ve  $C_{\theta k}$  yanal yay sabitleri  $C_{\delta j}$  ve  $C_{\delta k}$  'dan büyük alınmıştır. 2.Tip olarak dönel yay sabitleri  $C_{\theta j}$  ve  $C_{\theta k}$  yanal yay sabitleri  $C_{\delta j}$  ve  $C_{\delta k}$  'dan küçük alınmıştır. 3.Tip olarak dönel yay sabitleri  $C_{\theta j}$  ve  $C_{\theta k}$  yanal yay sabitleri  $C_{\delta j}$  ve  $C_{\delta k}$  eşit alınmıştır. 4.Tip olarak dönel

yay sabitleri  $C_{\theta j}$  ve  $C_{\theta k}$  ve yanal yay sabitleri  $C_{\delta j}$  ve  $C_{\delta k}$  sonsuza çok yakın bir değer alınmıştır.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 2000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.1)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.7)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 2000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.2)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.8)'de sunulmuştur.

sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 2000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.3)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.9)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 2000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.4)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.10)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 2000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 5000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.5)'de,  $L$  açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.11)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 2000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 5000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.6)'de, L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.12)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 2000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 5000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.7)'de, L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.13)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 2000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 5000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.8)'de, L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.14)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 5000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.9)'de, L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.15)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 5000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.10)'de, L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.16)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 5000 \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.11)'de, L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.17)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 5000 \text{ t/m}$  olan t/m olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.12)'de, L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.18)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=0.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 10^{20} \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 10^{20} \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.13)'de, L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.19)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 10^{20} \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 10^{20} \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.14)'de, L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.20)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=1.5$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 10^{20} \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 10^{20} \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.15)'de, L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.21)'de sunulmuştur.

Açıklık ve yükseklik oranı  $L/h=2.0$  alınarak 50/30 cm kolon boyutlu, yay katsayıları  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 10^{20} \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 10^{20} \text{ t/m}$  olan; tek katlı tek açıklıklı çerçeveye için  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Tablo 5.16)'de, L açıklığına bağlı olarak  $\alpha_r$  azaltma katsayıları (Şekil 5.22)'de sunulmuştur.

**Tablo 5.1 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=0.5$$

<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b> <b>L</b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0407	0.0224	0.0155	0.0119	1.00
1.0	0.0744	0.0447	0.0325	0.0258	2.00
1.5	0.1079	0.0695	0.0523	0.0423	3.00
2.0	0.1430	0.0966	0.0740	0.0605	4.00
2.5	0.1784	0.1244	0.0964	0.0790	5.00
3.0	0.2124	0.1517	0.1183	0.0972	6.00
3.5	0.2439	0.1777	0.1394	0.1148	7.00

**Tablo 5.2 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.0$$

<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b> <b>L</b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0403	0.0221	0.0152	0.0117	0.50
1.0	0.0718	0.0425	0.0305	0.0240	1.00
1.5	0.1000	0.0633	0.0471	0.0378	1.50
2.0	0.1276	0.0853	0.0650	0.0531	2.00
2.5	0.1548	0.1079	0.0839	0.0691	2.50
3.0	0.1810	0.1305	0.1028	0.0853	3.00
3.5	0.2057	0.1524	0.1214	0.1013	3.50

**Tablo 5.3 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.5$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0402	0.0219	0.0151	0.0116	0.33	
1.0	0.0708	0.0417	0.0297	0.0233	0.66	
1.5	0.0971	0.0609	0.0450	0.0359	1.00	
2.0	0.1216	0.0805	0.0610	0.0496	1.33	
2.5	0.1450	0.1008	0.0777	0.0640	1.66	
3.0	0.1675	0.1202	0.0947	0.0787	2.00	
3.5	0.1722	0.1395	0.1115	0.0933	2.33	

**Tablo 5.4 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 2.0$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0402	0.0219	0.0151	0.0115	0.25	
1.0	0.0704	0.0413	0.0294	0.0229	0.50	
1.5	0.0956	0.0597	0.0438	0.0349	0.75	
2.0	0.1184	0.0779	0.0588	0.0476	1.00	
2.5	0.1398	0.0962	0.0742	0.0609	1.25	
3.0	0.1599	0.1142	0.0898	0.0745	1.50	
3.5	0.1787	0.1317	0.1052	0.0881	1.75	

**Tablo 5.5 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=0.5$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5		0.0191	0.0104	0.0073	0.0058	1.00
1.0		0.0410	0.0241	0.0175	0.0139	2.00
1.5		0.0646	0.0390	0.0285	0.0225	3.00
2.0		0.0876	0.0538	0.0392	0.0310	4.00
2.5		0.1092	0.0679	0.0496	0.0392	5.00
3.0		0.1292	0.0814	0.0597	0.0472	6.00
3.5		0.1478	0.0943	0.0694	0.0550	7.00

**Tablo 5.6 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.0$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5		0.0184	0.0098	0.0068	0.0053	0.50
1.0		0.0375	0.0215	0.0155	0.0123	1.00
1.5		0.0573	0.0344	0.0252	0.0201	1.50
2.0		0.0766	0.0473	0.0349	0.0279	2.00
2.5		0.0948	0.0599	0.0440	0.0356	2.50
3.0		0.1117	0.0719	0.0536	0.0430	3.00
3.5		0.1273	0.0833	0.0625	0.0502	3.50

**Tablo 5.7 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.5$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0182	0.0096	0.0066	0.0051	0.33	
1.0	0.0361	0.0204	0.0144	0.0155	0.66	
1.5	0.0542	0.0322	0.0235	0.0187	1.00	
2.0	0.0716	0.0439	0.0324	0.0260	1.33	
2.5	0.0879	0.0554	0.0412	0.0331	1.66	
3.0	0.1031	0.0664	0.0498	0.0402	2.00	
3.5	0.1171	0.0769	0.0581	0.0469	2.33	

**Tablo 5.8 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=2.0$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0181	0.0095	0.0065	0.0050	0.25	
1.0	0.0354	0.0198	0.0141	0.0110	0.50	
1.5	0.0525	0.0308	0.0224	0.0178	0.75	
2.0	0.0688	0.0419	0.0308	0.0247	1.00	
2.5	0.0840	0.0526	0.0391	0.0315	1.25	
3.0	0.0981	0.0629	0.0472	0.0381	1.50	
3.5	0.1111	0.0727	0.0550	0.0446	1.75	

**Tablo 5.9 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 0.5$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0416	0.0232	0.0163	0.0127	1.00	
1.0	0.0806	0.0497	0.0367	0.0294	2.00	
1.5	0.1221	0.0798	0.0602	0.0488	3.00	
2.0	0.1635	0.1106	0.0842	0.0683	4.00	
2.5	0.2018	0.1400	0.1073	0.0871	5.00	
3.0	0.2360	0.1672	0.1290	0.1050	6.00	
3.5	0.1660	0.1923	0.1494	0.1221	7.00	

**Tablo 5.10 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.0$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0408	0.0225	0.0157	0.0121	0.50	
1.0	0.0752	0.0454	0.0331	0.0263	1.00	
1.5	0.1086	0.0703	0.0529	0.0429	1.50	
2.0	0.1413	0.0960	0.0737	0.0603	2.00	
2.5	0.1718	0.1210	0.0942	0.0774	2.50	
3.0	0.1994	0.1447	0.1138	0.0940	3.00	
3.5	0.2238	0.1667	0.1323	0.1098	3.50	

**Tablo 5.11 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.5$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0405	0.0222	0.0154	0.0118	0.33	
1.0	0.0732	0.0437	0.0316	0.0250	0.66	
1.5	0.1033	0.0661	0.0496	0.0400	1.00	
2.0	0.1317	0.0889	0.0681	0.0557	1.33	
2.5	0.1581	0.1112	0.0867	0.0715	1.66	
3.0	0.1820	0.1324	0.1047	0.0870	2.00	
3.5	0.2031	0.1521	0.1217	0.1017	2.33	

**Tablo 5.12 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 2.0$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.0404	0.0221	0.0153	0.0117	0.25	
1.0	0.0722	0.0429	0.0308	0.0243	0.50	
1.5	0.1004	0.0638	0.0475	0.0382	0.75	
2.0	0.1265	0.0848	0.0648	0.0529	1.00	
2.5	0.1504	0.1053	0.0820	0.0677	1.25	
3.0	0.1719	0.1247	0.0987	0.0821	1.50	
3.5	0.1909	0.1429	0.1146	0.0960	1.75	

**Tablo 5.13 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 0.5$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.5714	0.6250	0.6471	0.6591	1.00	
1.0	0.6591	0.7500	0.7900	0.8125	2.00	
1.5	0.6809	0.7829	0.8286	0.8545	3.00	
2.0	0.6890	0.7955	0.8434	0.8707	4.00	
2.5	0.6929	0.8015	0.8505	0.8785	5.00	
3.0	0.6951	0.8048	0.8545	0.8828	6.00	
3.5	0.6964	0.8068	0.8569	0.8854	7.00	

**Tablo 5.14 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit} = 0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c = 0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h = 1.0$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.4545	0.5000	0.5200	0.5312	0.50	
1.0	0.5312	0.6250	0.6719	0.7000	1.00	
1.5	0.5522	0.6633	0.7209	0.7562	1.50	
2.0	0.5603	0.6786	0.7409	0.7794	2.00	
2.5	0.5642	0.6860	0.7507	0.7909	2.50	
3.0	0.5664	0.6902	0.7562	0.7973	3.00	
3.5	0.5677	0.6928	0.7596	0.8012	3.50	

**Tablo 5.15 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

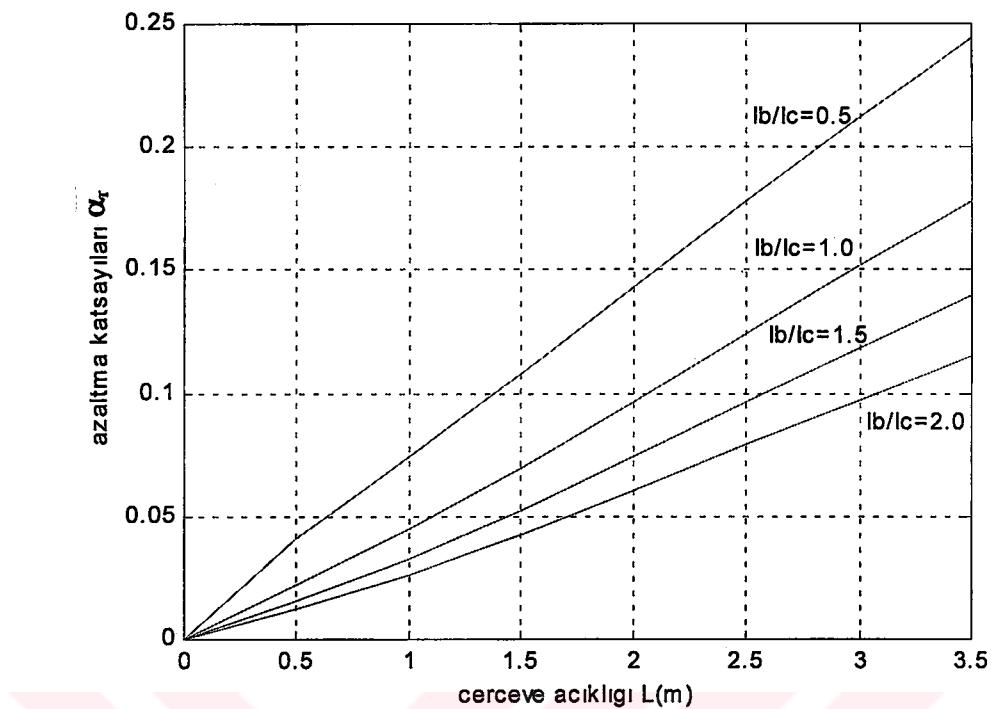
$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=1.5$$

<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.3988	0.4361	0.4531	0.4628	0.33	
1.0	0.4628	0.5482	0.5943	0.6231	0.66	
1.5	0.4828	0.5875	0.6471	0.6855	1.00	
2.0	0.4896	0.6025	0.6681	0.7111	1.33	
2.5	0.4928	0.6098	0.6787	0.7240	1.66	
3.0	0.4955	0.6149	0.6855	0.7321	2.00	
3.5	0.4964	0.6172	0.6890	0.7365	2.33	

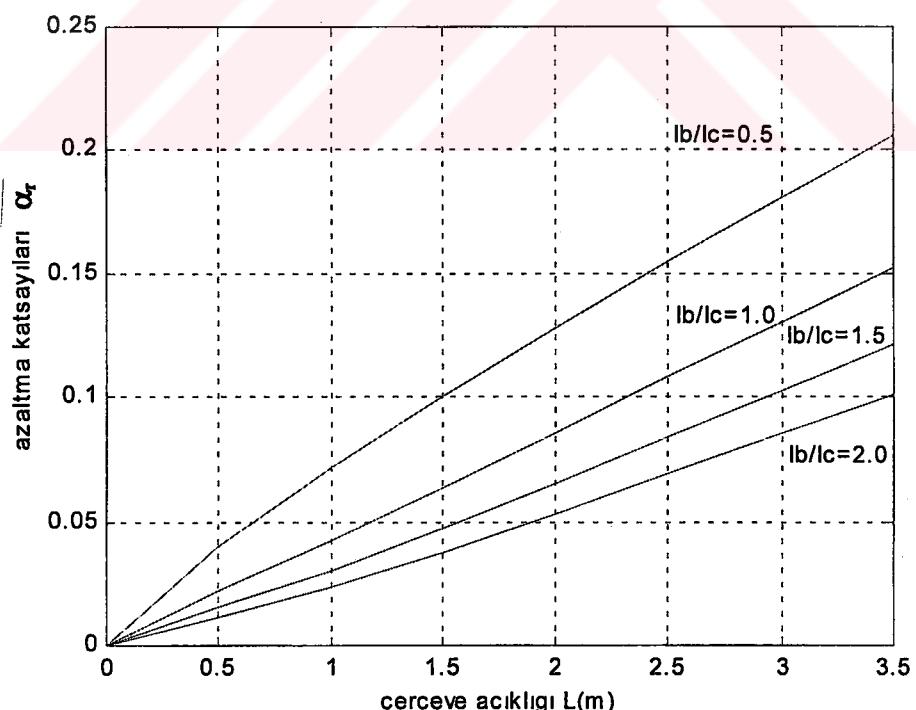
**Tablo 5.16 Yarı-rijit düğüm noktalı çerçeve için azaltma katsayıları**

$$\text{Kesit}=0.3 \times 0.5 \text{ (m}^2\text{)} \quad I_c=0.003125 \text{ cm}^4 \quad L/h=2.0$$

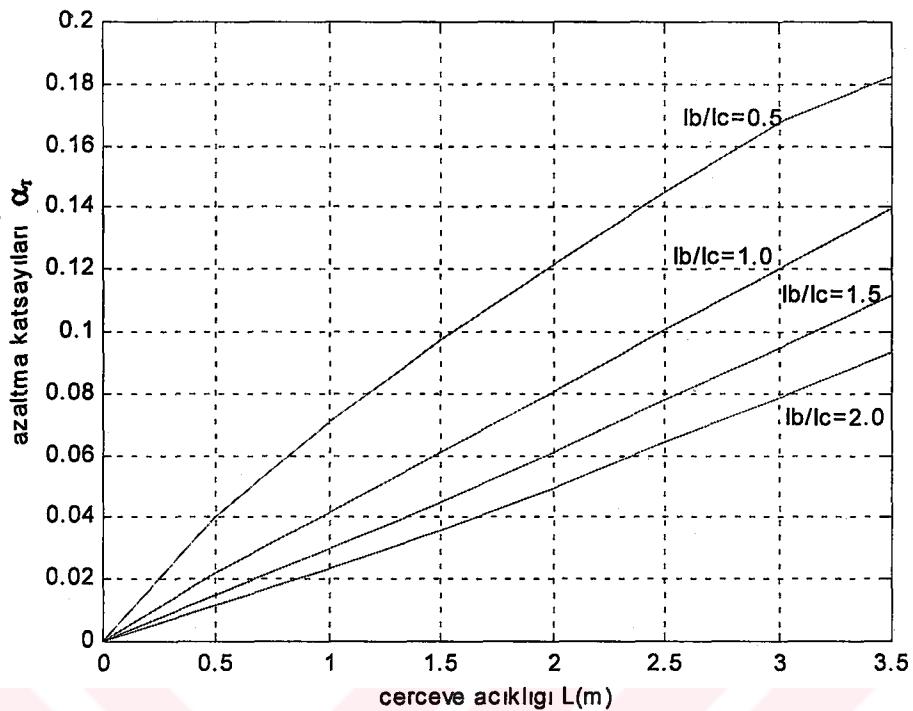
<b>L</b>	<b>I<sub>b</sub>/I<sub>c</sub></b>	0.5	1.0	1.5	2.0	<b>h</b>
0.5	0.3684	0.4000	0.4146	0.4231	0.25	
1.0	0.4231	0.5000	0.5435	0.5714	0.50	
1.5	0.4393	0.5352	0.5932	0.6191	0.75	
2.0	0.4457	0.5500	0.6149	0.6591	1.00	
2.5	0.4488	0.5574	0.6258	0.6729	1.25	
3.0	0.4505	0.5615	0.6321	0.6809	1.50	
3.5	0.4516	0.5641	0.6359	0.6858	1.75	



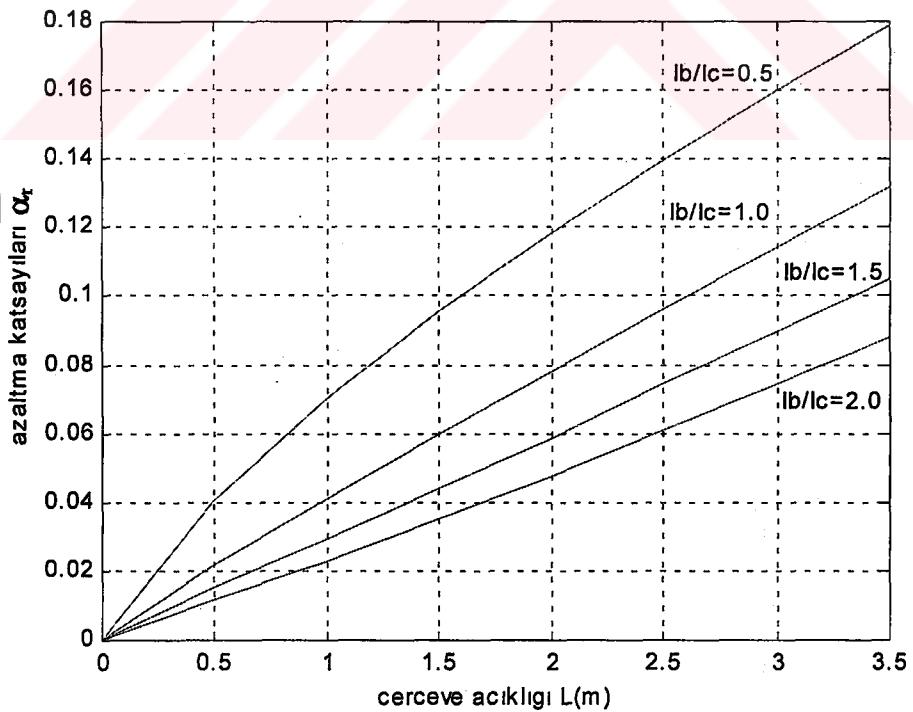
**Şekil 5.7**  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 2000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 0.5$  için azaltma katsayıları



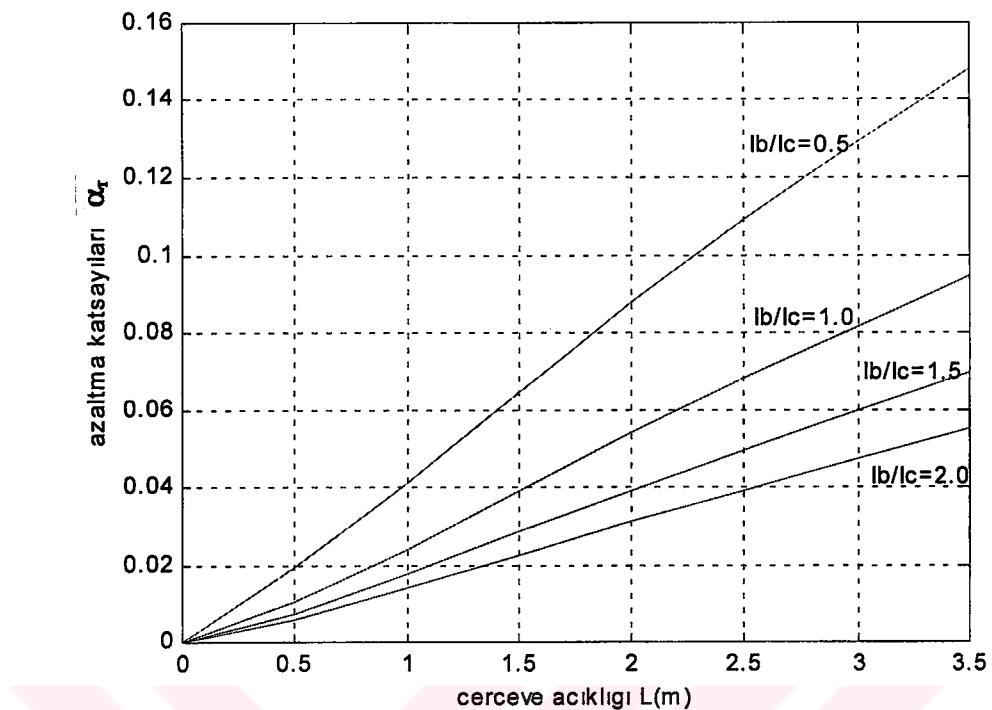
**Şekil 5.8**  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 2000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 1.0$  için azaltma katsayıları



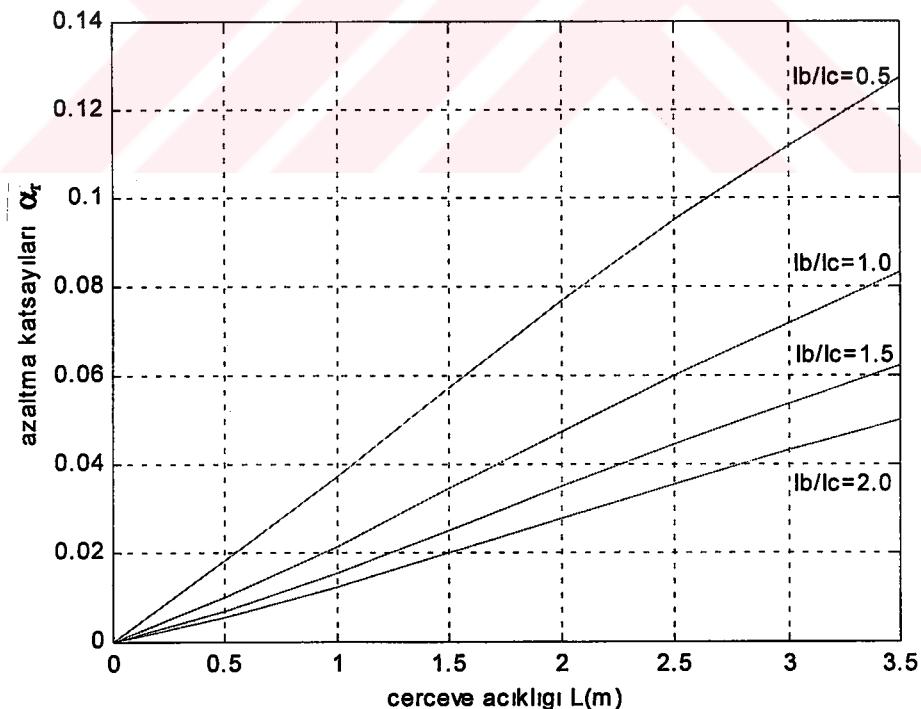
Şekil 5.9  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=2000 \text{ t/m}$  ve  $L/h=1.5$  için azaltma katsayıları



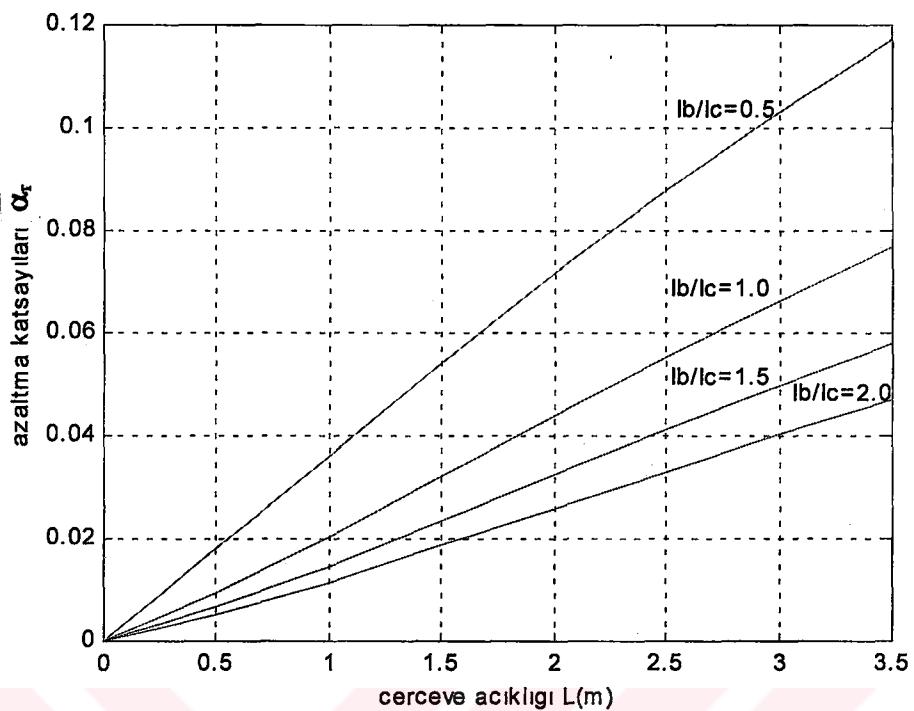
Şekil 5.10  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=2000 \text{ t/m}$  ve  $L/h=2.0$  için azaltma katsayıları



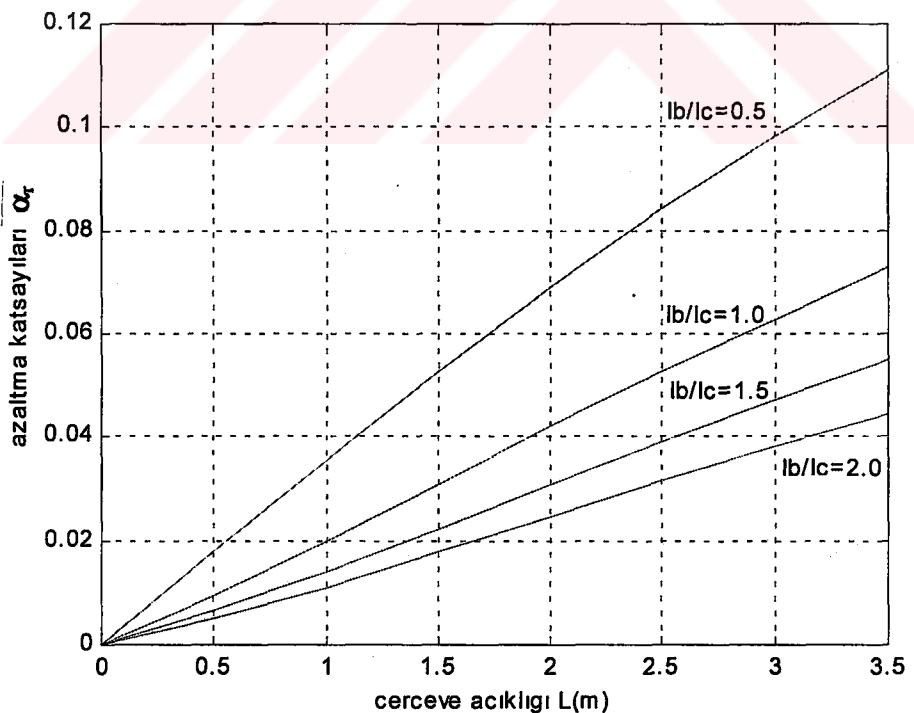
Şekil 5.11  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=2000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h=0.5$  için azaltma katsayıları



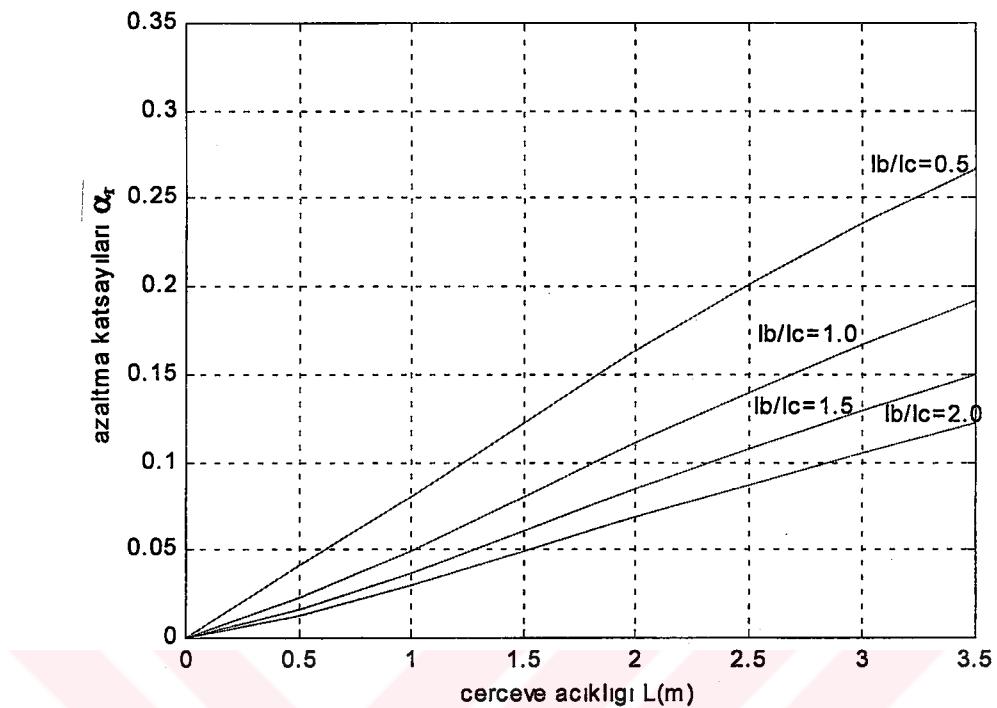
Şekil 5.12  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=2000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h=1.0$  için azaltma katsayıları



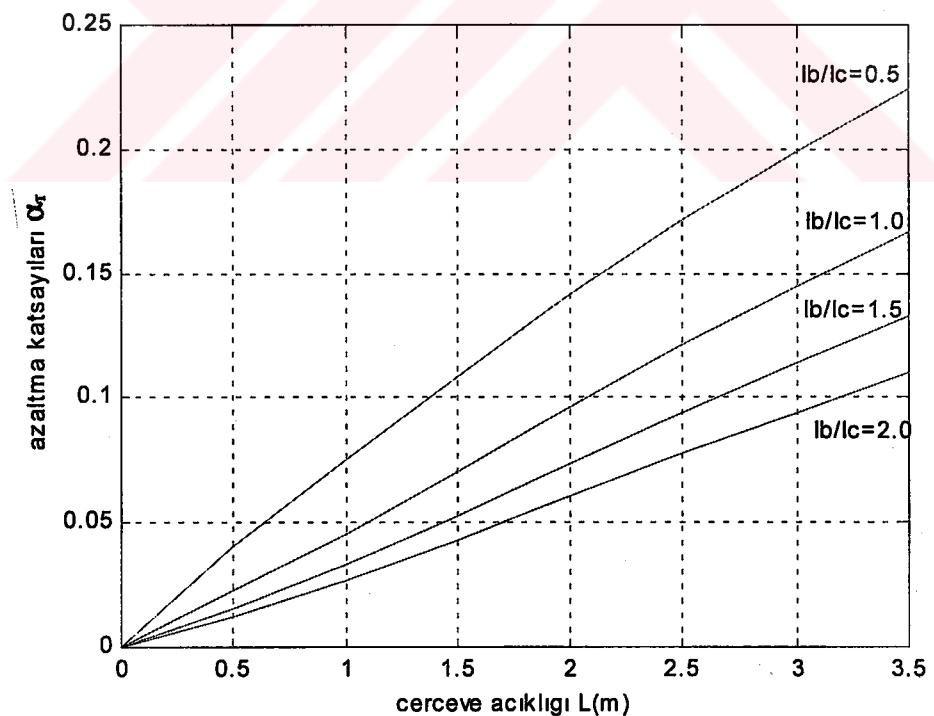
Şekil 5.13  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=2000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h=1.5$  için azaltma katsayıları



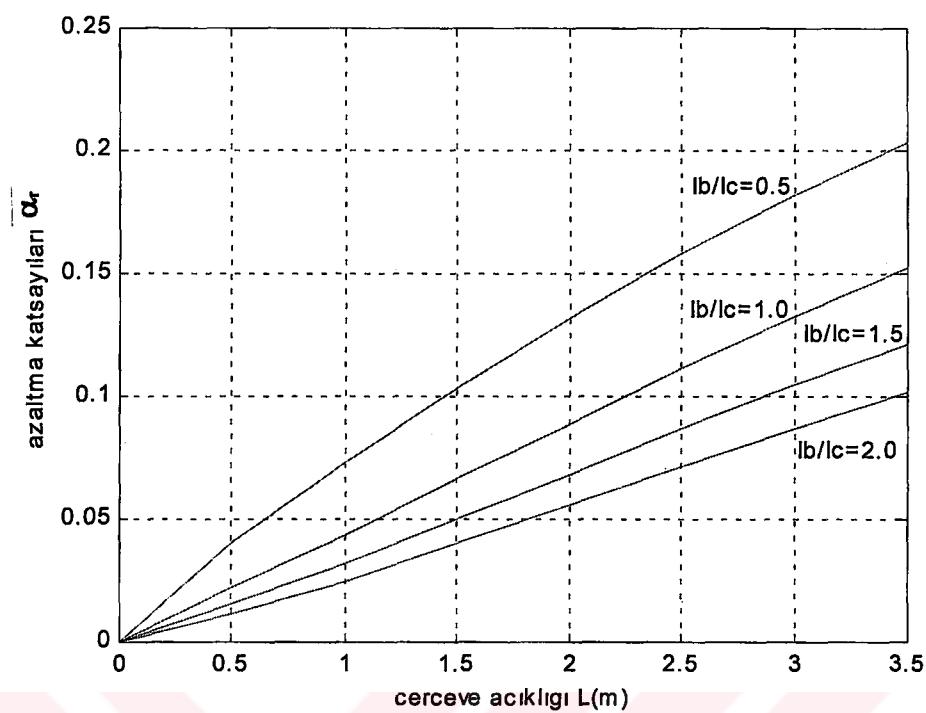
Şekil 5.14  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=2000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h=2.0$  için azaltma katsayıları



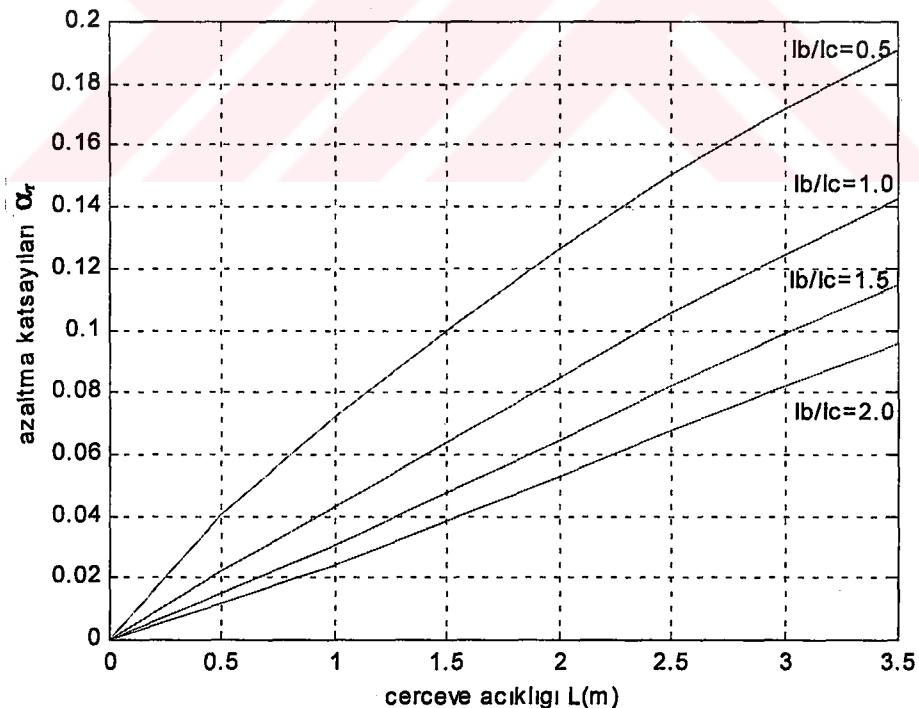
**Şekil 5.15**  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$  ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 0.5$  için azaltma katsayıları



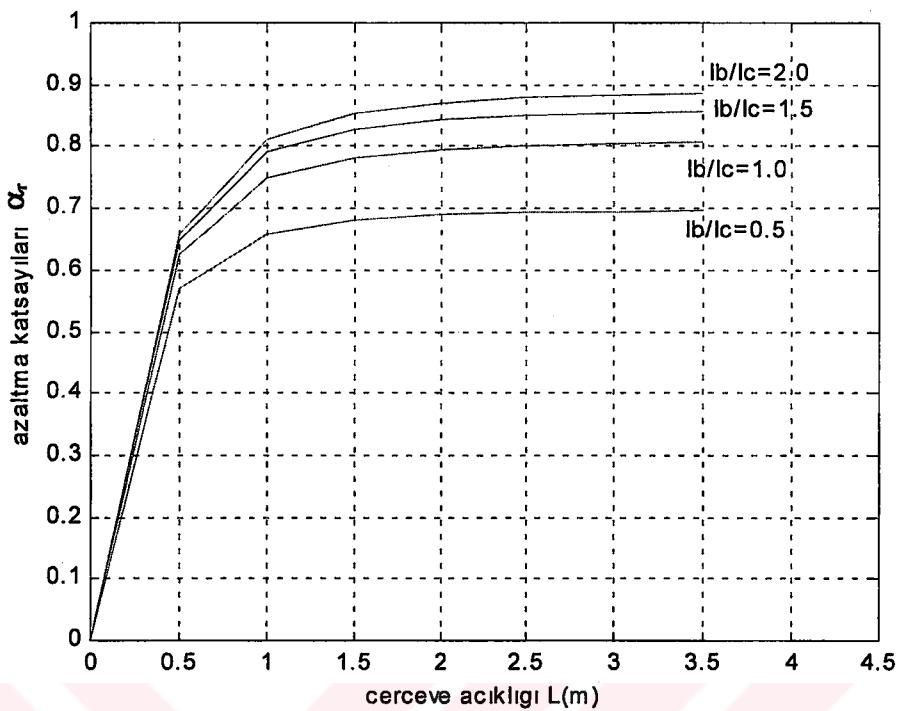
**Şekil 5.16**  $C_{\theta j} = C_{\theta k} = 5000 \text{ tm/rd}$  ,  $C_{\delta j} = C_{\delta k} = 5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h = 1.0$  için azaltma katsayıları



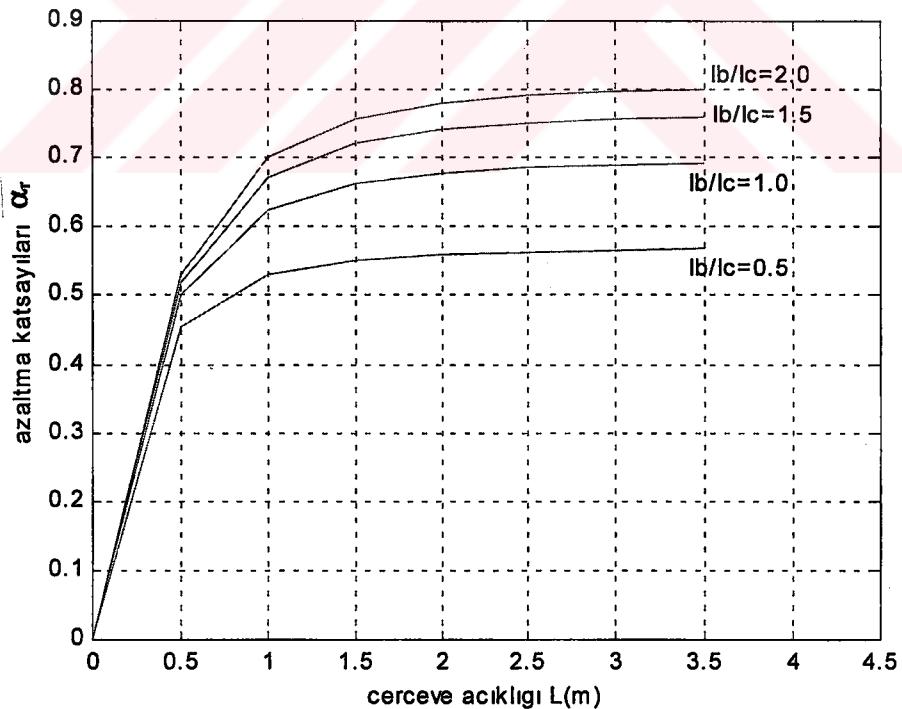
Şekil 5.17  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h=1.5$  için azaltma katsayıları



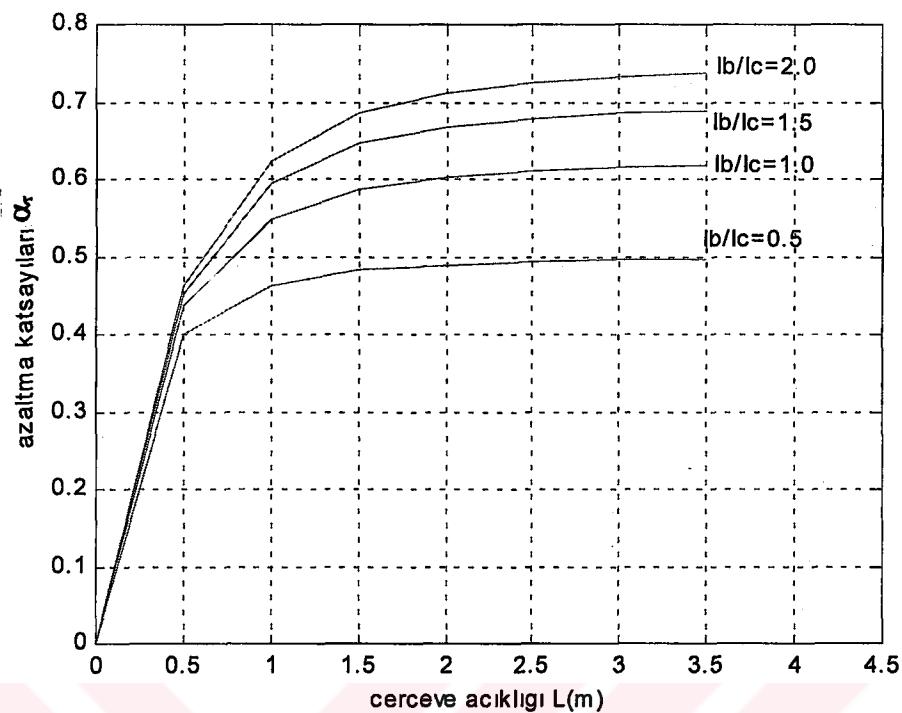
Şekil 5.18  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=5000 \text{ tm/rd}$ ,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=5000 \text{ t/m}$  ve  $L/h=2.0$  için azaltma katsayıları



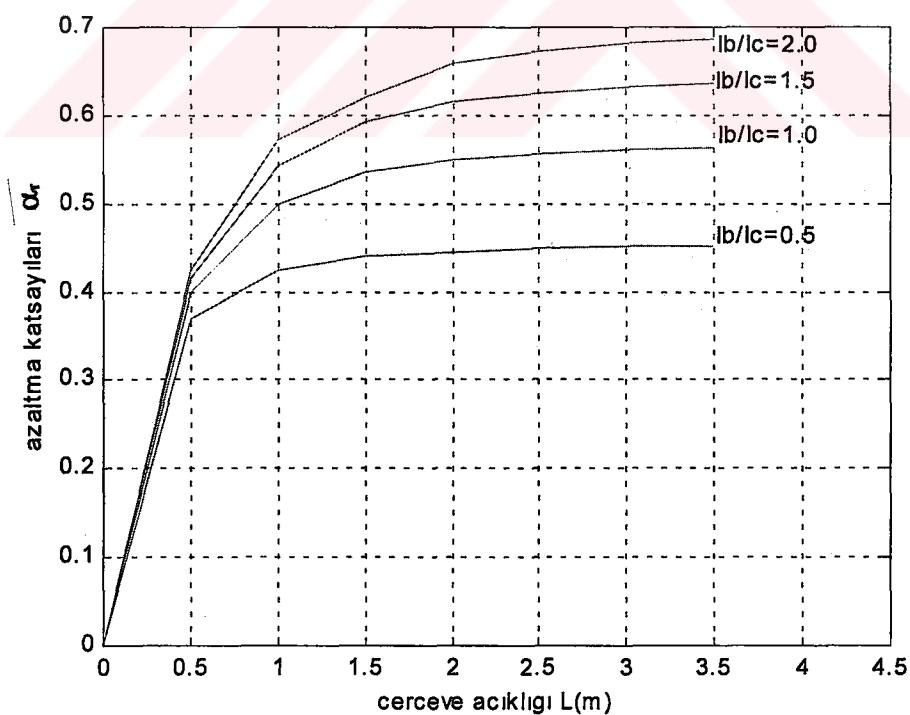
Şekil 5.19  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=10^{20}$  t/m,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=10^{20}$  tm/rd ve  $L/h=0.5$  için azaltma katsayıları



Şekil 5.20  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=10^{20}$  t/m,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=10^{20}$  tm/rd ve  $L/h=1.0$  için azaltma katsayıları



Şekil 5.21  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=10^{20}$  t/m,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=10^{20}$  tm/rd ve  $L/h=1.5$  için azaltma katsayıları



Şekil 5.22  $C_{\theta j}=C_{\theta k}=10^{20}$  t/m,  $C_{\delta j}=C_{\delta k}=10^{20}$  tm/rd ve  $L/h=2.0$  için azaltma katsayıları

---

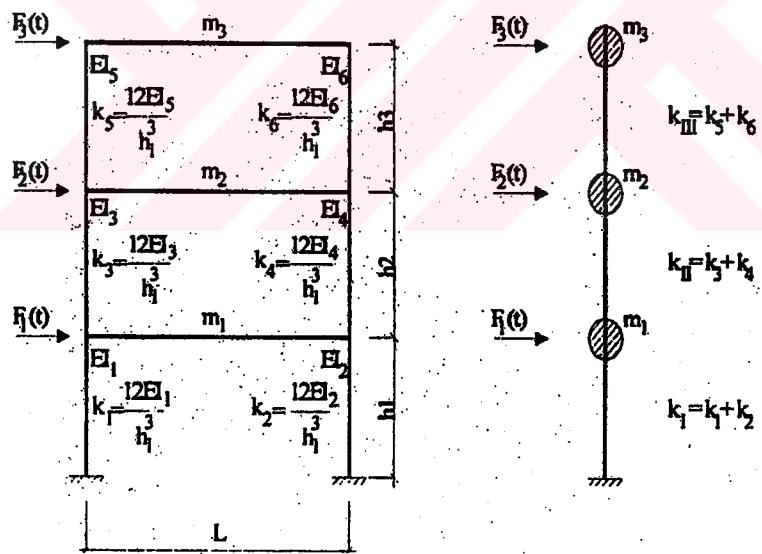
## BÖLÜM ALTI

### DİNAMİK ANALİZ

---

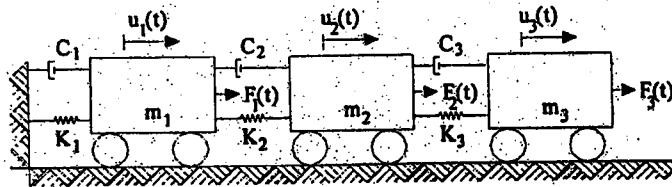
#### 6.1 Çok Serbestlik Dereceli Çerçevelerin Hareket Denklemi

Cok katlı, tek yada daha çok açıklıklı çerçevelerin hesap modeli küteleri kat seviyesinde toplamış; kolon, kiriş elemanlarında eksenel deformasyonların ihmal edilmesi ve kiriş elemanlarının rıjitliğinin düşey kolon elemanlarının rıjitliğinin yanında sonsuz kabul edilmesi halinde (Şekil 6.1)'de verilmiştir.



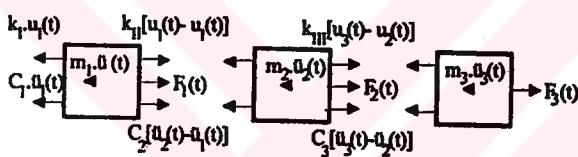
**Şekil 6.1 Çok serbestlik dereceli sistem**

(Şekil 6.2)'de bu çok serbestlik dereceli sistem için kütle-yay modeli verilmiştir.



**Şekil 6.2 Kütle-Yay Modeli**

Eğer bu kütle-yay modeli için serbest cisim diyagramı çizilirse sisteme etkiyen tüm kuvvetler açık olarak aşağıdaki gibi (Şekil 6.3)'te görülür.



**Şekil 6.3 Serbest Cisim Diyagramı**

(Şekil 6.3)'teki herbir kütle için yatay kuvvet denge denklemi yazılarak, aşağıdaki matris forma dönüştürülebilen denklemler elde edilir.

$$m_1 \ddot{v}_1(t) + (c_1 + c_2) \dot{v}_1(t) - c_2 v_2(t) + [k_1 + k_2] v_1(t) - k_2 v_2(t) = F_1(t) \quad (78)$$

$$m_2 \ddot{v}_2(t) - c_2 \dot{v}_1(t) + (c_2 + c_3) \dot{v}_2(t) - c_3 v_3(t) + [k_2 + k_3] v_2(t) - k_3 v_3(t) = F_2(t) \quad (79)$$

$$m_3 \ddot{v}_3(t) - c_3 \dot{v}_2(t) + c_3 v_3(t) - k_3 v_2(t) + k_3 v_3(t) = F_3(t) \quad (80)$$

Burada  $m$ ,  $v$  ve  $c$  sırası ile kütle, deplasman ve sönümlü göstermektedir. (78)-(79)-(80) numaralı bağıntılar aşağıdaki gibi matris formda yazılabilir. Denklemlerde (.) ve (..) sırası ile 1. ve 2. türevleri göstermektedir.

$$[M]\{\ddot{v}\} + [c]\{\dot{v}\} + [k]\{v\} = \{F_{i(t)}\} \quad (81)$$

Burada ;

[M] diagonal kütle matrisi ;

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & m_1 & & & 0 \\ 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{n-1} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix} \quad (82)$$

[c] bant simetrik sönüm matrisi ;

$$[c] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & c_{n-1} + c_n & -c_n & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_n & c_n \end{bmatrix}_{nxn} \quad (83)$$

[k] band simetrik yanal rijitlik matrisini

$$[k] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & k_{n-1} + k_n & -k_n & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_n & k_n \end{bmatrix}_{nxn} \quad (84)$$

göstermektedir.

## 6.2 Çok Serbestlik Dereceli Çerçevelerin Sönümsüz Serbest Titreşim Hareket Denklemi ve Çözümü

Taşıyıcı sistemin topaklanmış kütle seviyelerine etki eden dış zorlamalar ve yer ivmesi bulunmuyor ve sistem sönümlü ihmali ediliyor ise denklem (81), sönümsüz serbest titreşim hareket denklemi adını alır ve aşağıdaki gibi yazılır(Chopra,A.K.,1995).

$$[M]\{\ddot{v}\}+[k]\{\dot{v}\}=\{0\} \quad (85)$$

Sönümsüz serbest titreşim hareket denkleminin çözümü ile , sistemin doğal titreşim frekansları, periyotları ve mod şekilleri hesaplanabilmektedir. Denklem (85)'in çözümü olarak hareket denklemi için aşağıdaki değerler alınırsa denklem (87) elde edilir.

$$v=ce^rt ; \quad \dot{v}=cre^rt ; \quad \ddot{v}=cr^2e^rt \quad (86)$$

$$m cr^2e^rt + k ce^rt = 0 \quad (87)$$

(87) numaralı bağıntının her iki tarafı  $\frac{1}{ce^rt}$  ile çarpılarak ;  
 $mr^2 + k = 0 ; \quad r^2 = -\frac{k}{m} = \omega^2 ; \quad r_{1,2} = \pm i\omega$  değerine ulaşılır.

Bulunan bu kök değerleri ile hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$v = c_1 e^{i\omega t} + c_2 e^{-i\omega t} \quad (88)$$

Euler formülü göz önüne alınarak , hareket denkleminin aşağıdaki çözümüne ulaşılır.

$$v = c_1 (\cos \omega t + i \sin \omega t) + c_2 (\cos \omega t - i \sin \omega t) \quad (89)$$

$$v = (c_1 + c_2) \cos \omega t + i(c_1 - c_2) \sin \omega t \quad (90)$$

$$v = A \cos \omega t + iB \sin \omega t \quad (91)$$

Burada;

$$A = (c_1 + c_2) ; \quad B = i(c_1 - c_2)$$

göstermektedir.

Sistemin başlangıç koşulları kullanılarak, A ve B katsayılarına ve dolayısı ile serbest sönümsüz titreşim hareket denklemine geçilir.

Başlangıç koşulları aşağıdaki gibidir.

$$1. t = 0 \Rightarrow v = v_{(0)}$$

$$2. t = 0 \Rightarrow v = v_{(0)}$$

1.koşul sistemin  $t = 0$  anında , deplasmanın  $v = v_{(0)}$  olduğunu göstermektedir.

(91) numaralı bağıntıda  $t = 0$  değeri yerine konarak  $A = v_{(0)}$  sonucuna ulaşılır.

2.koşul sistemin  $t = 0$  anında , hızının  $v = v_{(0)}$  olduğunu göstermektedir. (91)

numaralı bağıntıda  $t = 0$  değeri yerine konarak  $B = \frac{v_{(0)}}{\omega}$  sonucuna ulaşılır. Bulunan

bu değerler (91) numaralı bağıntıda yerine yazılıarak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$v = v_{(0)} \cos \omega t + \frac{v_{(0)}}{\omega} \sin \omega t \quad (92)$$

Çok serbestlik dereceli çerçeveyin hareket tarzı, sinüzodial deplasman fonksiyonu olarak tanımlanacak olur ise, (i).nci katın deplasman, hız ve ivme fonksiyonları aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$v_i = a_i \sin(\omega t + \theta) \quad (93)$$

$$v_i = \omega a_i \cos(\omega t + \theta) \quad (94)$$

$$\ddot{v}_i = -\omega^2 a_i \sin(\omega t + \theta) \quad (95)$$

Burada ;

$a_i$  (i).nci katın genliğini ;

$\theta$  faz açısını ;

$\omega$  açısal frekansı göstermektedir.

$v = a \sin(\omega t + \theta)$  kabulün ispatı aşağıda gösterilmektedir. Bu kısımda  $\sin(a+b)$ 'nin trigonometrik olarak açılımını hatırlamak gereklidir. (96) numaralı bağıntıda bu trigonometrik bağıntı verilmiştir.

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a \quad (96)$$

Bu trigonometrik bağıntı kullanılarak  $v = a \sin(\omega t + \theta)$  aşağıdaki gibi yazılabılır.

$$v = a [\sin \omega t \cos \theta + \sin \theta \cos \omega t] \quad (97)$$

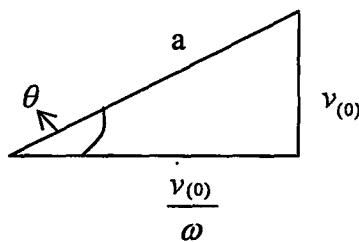
$$v = a \sin \omega t \cos \theta + a \sin \theta \cos \omega t \quad (98)$$

Denklem (97) yapı olarak denklem(92)'ye benzemektedir. Eğer  $\sin \omega t$  ve  $\cos \omega t$  öndeği katsayıları birbirine eşitlenirse aşağıdaki bağıntılara ulaşılabilir.

$$\cos \theta = \frac{v(0)}{\omega a} \quad (99)$$

$$\sin \theta = \frac{v(0)}{a} \quad (100)$$

(99) ve (100) numaralı bağıntılardan sinüs ve cosinüs değerleri yukarıda verilmiş (şekil 6.4)'te gösterilen bir  $\theta$  açısı oluştugu görülür.



**Şekil 6.4  $\theta$  açısının gösterimi**

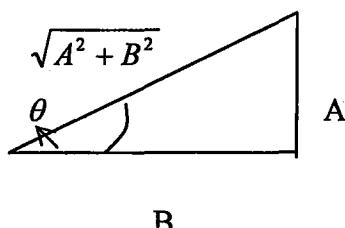
Yukarıda gösterilen üçgenin hipotenüsü genlik değerini vermektedir. Trigonometrik bağıntılar yardımıyla genlik değeri aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$a^2 = v^2(0) + \left(\frac{v(0)}{\omega}\right)^2 ; \quad a = \sqrt{v^2(0) + \left(\frac{v(0)}{\omega}\right)^2} \quad (101)$$

Daha önce çıkarılmış olan denklem (91)'in her iki tarafını  $\frac{1}{B}$  ile çarpılarak aşağıdaki bağıntıya ulaşılır.

$$\frac{v}{B} = \frac{A}{B} \cos \omega t + \sin \omega t \quad (102)$$

Trigonometrik olarak bir açının tanjantının değeri daima  $-\infty$  ve  $+\infty$  arası değerler aldığından,  $\theta$ 'nın tanjant değeri için  $\operatorname{tg}\theta = \frac{A}{B}$  tanımlaması yapılabilir. Bu noktada (Şekil 6.4)'te gösterilen üçgen aşağıdaki gibi yeniden oluşturulur.



**Şekil 6.5**  $\theta$  açısının gösterimi

(102) numaralı bağıntı, (Şekil 6.5) göz önüne alınarak aşağıdaki gibi yeniden yazılabılır.

$$\frac{v}{B} = \operatorname{tg}\theta \cos \omega t + \sin \omega t \quad (103)$$

$$\frac{v}{B} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cos \omega t + \sin \omega t \quad (104)$$

(104) numaralı bağıntının her iki tarafı  $\cos \theta$  ile çarpılarak denklem aşağıdaki hali alır.

$$\cos \theta \frac{v}{B} = \sin \theta \cos \omega t + \sin \omega t \cos \theta \quad (105)$$

(105) numaralı bağıntının sağ tarafı daha önce (96) numaralı bağıntı ile hatırlatması yapılan trigonometrik eşit kullanılarak aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir.

$$\cos \theta \frac{v}{B} = \sin(\omega t + \theta) \quad (106)$$

Burada  $\cos \theta$ 'nın değeri (Şekil 6.5)'ten hesaplanır ve (106) numaralı bağıntıda yerine yazılırsa, (106) numaralı bağıntı aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{v}{B\sqrt{A^2 + B^2}} = \sin(\omega t + \theta) \quad (107)$$

$$v = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\omega t + \theta) \quad (108)$$

Daha önce hesaplanmış olan A ve B katsayılarının değerleri denklem (108)'de yerine yazılıarak aşağıdaki sonuca ulaşılır.

$$v = \sqrt{v_{(0)} + \frac{v_{(0)}}{\omega} \sin(\omega t + \theta)} \quad (109)$$

Son olarak (101) numaralı bağıntı, denklem (109)'da yerine yazılıarak başta yapılmış olan kabulün ispatı gerçekleştirilmiş olur.

$$v = a \sin(\omega t + \theta)$$

### 6.3 Modal Analiz

Bir önceki bölümde ispatı yapılmış olan denklem (93)'ün gerekli türevleri alınır ve denklem (85)'te yerine yazılırak aşağıdaki hareket denklemi elde edilebilir.

$$v_i = a_i \sin(\omega t + \theta)$$

$$\ddot{v}_i = -\omega^2 a_i \sin(\omega t + \theta)$$

$$[M] \{-\omega^2 a_i \sin(\omega t + \theta)\} + [k] a_i \sin(\omega t + \theta) = \{0\} \quad (110)$$

Elde edilen denklem (110)'un her iki tarafı  $\frac{1}{\sin(\omega t + \theta)}$  ile çarpılarak, denklem (113)'e geçilir.

$$-\omega^2[M]a + [k]a = 0 \quad (111)$$

$$[k]a = \omega^2[M]a \quad (112)$$

$$[k]a - \omega^2[M]a = 0 \quad (113)$$

Denklem (112) sönümsüz serbest titreşimlerdeki kütlelerin hareketi tarafından meydana gelen sistem deformasyonları tarafından oluşan elastik kuvvetlerin, eylemsizlik kuvvetleri tarafından dengelenmek zorunda olduğunu göstermektedir.

Denklem (113)'ün her iki tarafı  $[k]^{-1}$  ile çarpılırsa denklem aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{I\}a - \omega^2[k]^{-1}[M]a = 0 \quad (114)$$

Bu denklemde sistemin bütün dinamik özelliklerini içeren  $[k]^{-1}[M]$  çarpımı aşağıdaki bağıntıda görülen ve dinamik matris olarak alınan  $[D]$  matrisi ile gösterilebilir(Çatal,H.H.2002).

$$[D] = [k]^{-1}[M] \quad (115)$$

(115) numaralı bağıntının, (114) numaralı bağıntıda yerine yazılımasıyla (114) numaralı bağıntı aşağıdaki gibi yazılabılır.

$$\{I\}a - \omega^2[D]a = 0 \quad (116)$$

Yukarıdaki denklemin her iki tarafı  $-\frac{1}{\omega^2}$  çarpılarak bir özdeğer problemini simgeleyen son halini alır.

$$\left[ [D] - \frac{1}{\omega^2} \{I\} \right] a = 0 \quad (117)$$

Denklem (117)'de çözümün olmasının a'nın sıfır olmayacağı aşikardır. Denklemin kalan kısmı  $\lambda = \frac{1}{\omega^2}$  'yi içeren bir özdeğer problemidir. Çözüm için gerekli olan  $\det[D - \lambda[I]] = 0$  eşitliğinin açılımı ile elde edilen ve açısal frekansların fonksiyonları olan denklemlere ulaşılır. Mertebesi sistemin serbestlik derecesi olan (n).nci mertebedendir ve çözümden n adet  $\omega_i$  açısal frekansı elde edilir.

Bu frekanslar en küçükten en büyüğe doğru sıralanır ise; 1.modtan n.moda kadar açısal frekanslar tayin edilmiş olur. Bu modlara ait periyotlar aşağıdaki bağlantı kullanılarak elde edilir.

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} \quad (118)$$

Bulunan bu frekanslar denklem (117)'de herbiri için ayrı ayrı yazılarak, bu modal frekanslara karşılık gelen modal vektörler elde edilir. Bu vektörlerin, denklemin homojen olması sebebi ile, kesin çözümleri belirsizdir. Genellikle, birinci serbestlik derecesine ait genliğini birim kabul ederek, bu genlige göre normalizasyon yapılır ve mod şekilleri çıkartılır.

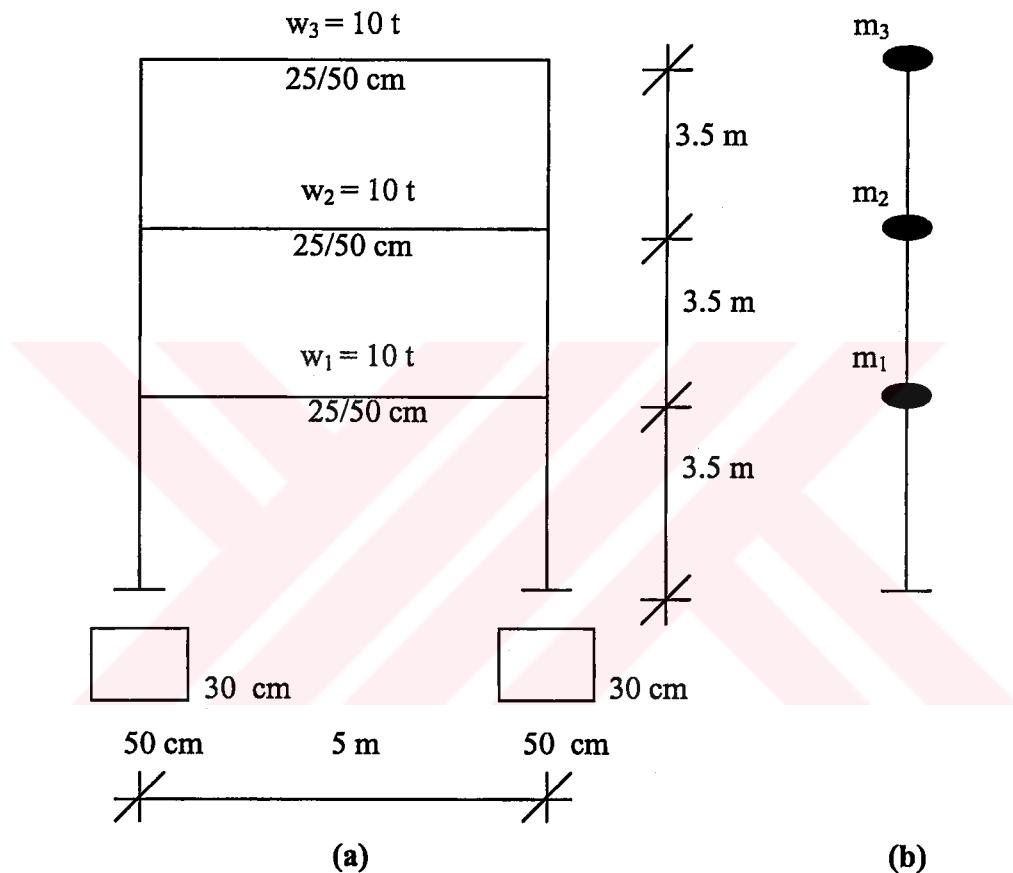
#### 6.4 Dinamik Analiz Uygulamaları

Modal analiz yapmak amacıyla bağlantı esnekliği farklı tip çerçeveler incelenmiştir. Çerçevelerin geometri ve malzeme özellikleri, kiriş ve kolon kesit alanları aynı alınmıştır. Böylece; bağlantı esnekliğinin dinamik parametrelerle olan etkisini daha net görmek amaçlanmıştır.

Öncelikli olarak, ele alınan her tip çerçeve için yanal rıjilik azaltma katsayıları ve buna bağlı yanal rıjilik değeri hesaplanmıştır. Daha sonra, modal analiz prosedürleri yerine getirilerek dinamik parametreler saptanmıştır.

#### 6.4.1 Rijit Düğüm Noktalı Model İçin Modal Analiz

Bu analiz için; bağlantı noktaları rijit, geometri, kesit özellikleri (Şekil 4.6)'da verilmiş, elastisite modülü  $2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$  olan üç katlı ve tek açıklıklı bir çerçeve ele alınmıştır. Tüm kolon boyutları  $30 / 50 \text{ cm}$ ; tüm kiriş boyutları  $25 / 50 \text{ cm}$ ; tüm kat ağırlıkları  $w_i = 10 \text{ ton}$  alınmıştır.



Şekil 6.6 : a. Rijit sistem modeli  
b. Topaklanmış kütle modeli

Kat seviyelerinde topaklanmış kütleler ;

$$m_1 = m_2 = m_3 = \frac{w}{g} = \frac{10}{9.81} = 1.02 \text{ ts}^2 / \text{m}$$

Kütle matrisi aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Rijit düğüm noktalı çerçeve için açısal frekans, titreşim periyotları ve mod şekillerinin hesabı aşağıda yapılmıştır.

Kiriş atalet momenti :  $I_b=2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c=3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E=2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c=0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için bulunan azaltma katsayısı ve buna bağlı yanal rijitlik değeri aşağıda verilmiştir..

Azaltma katsayısı :  $\alpha_r=0.5978$

Yanal rijitlik değeri :  $k=2928.11 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 5.8562 & -2.9281 & 0 \\ -2.9281 & 5.8562 & -2.9281 \\ 0 & -2.9281 & 2.9281 \end{bmatrix}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris(115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0.0003 & 0.0003 \\ 0.0003 & 0.0007 & 0.0007 \\ 0.0003 & 0.0007 & 0.0010 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özvektörler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0002 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0018 \end{bmatrix}$$

Sistemin 1.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 1. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_1 = U_1 / \|U_1\| (1,1)$$

$$A_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 2.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 2. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_2 = U_2 / \|U_2\| (1,1)$$

$$A_2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 3.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_3 = \begin{Bmatrix} 0.5910 \\ -0.7370 \\ 0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 3. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_3 = U_3 / \|U_3\| (1,1)$$

$$A_3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

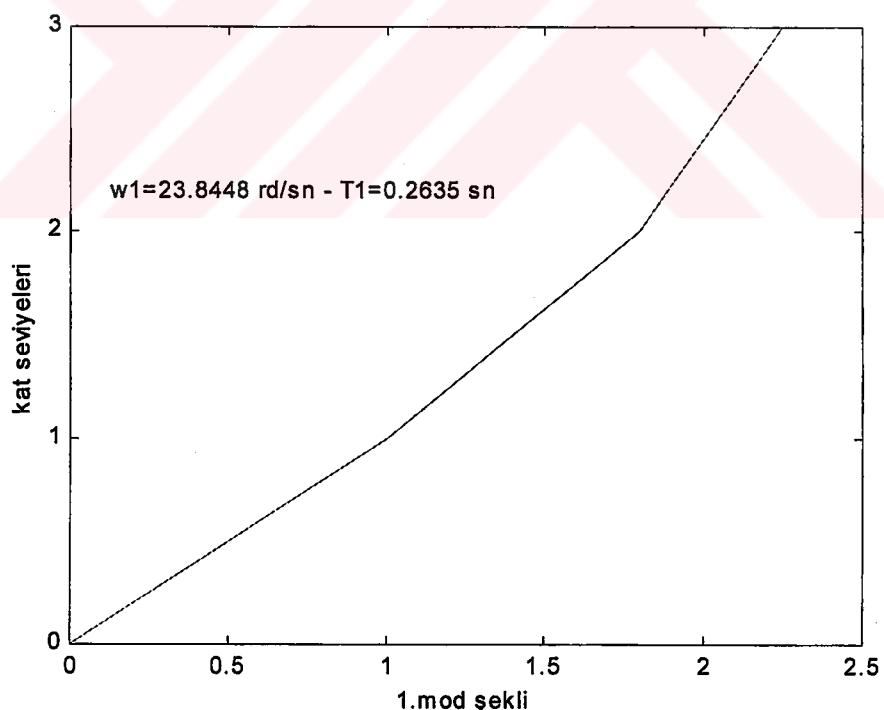
Özdeğerler kullanılarak herbir moda ait titreşim frekansı ve periyotları aşağıdaki gibi hesaplanır.

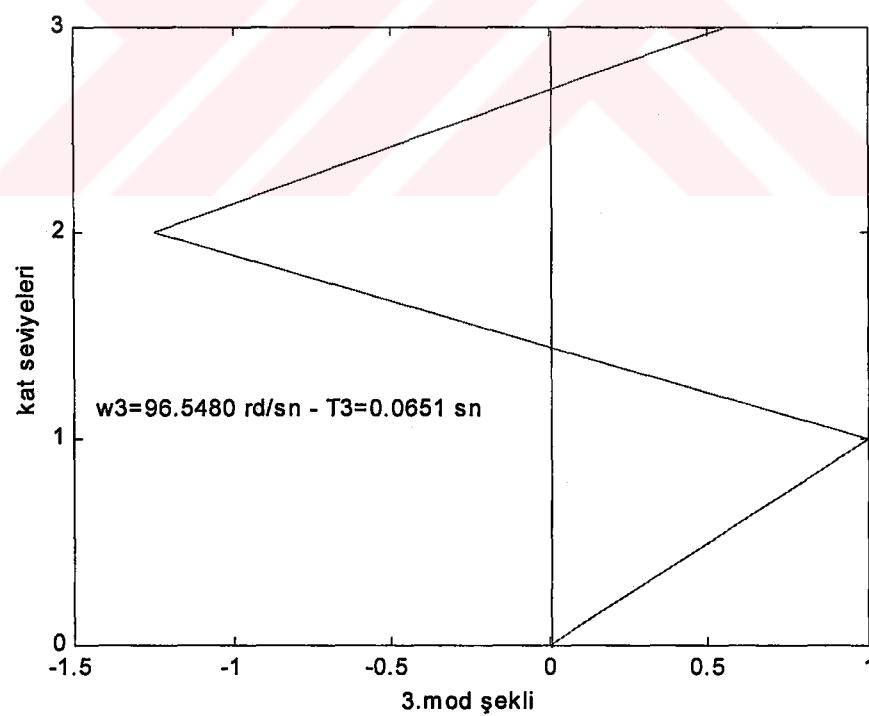
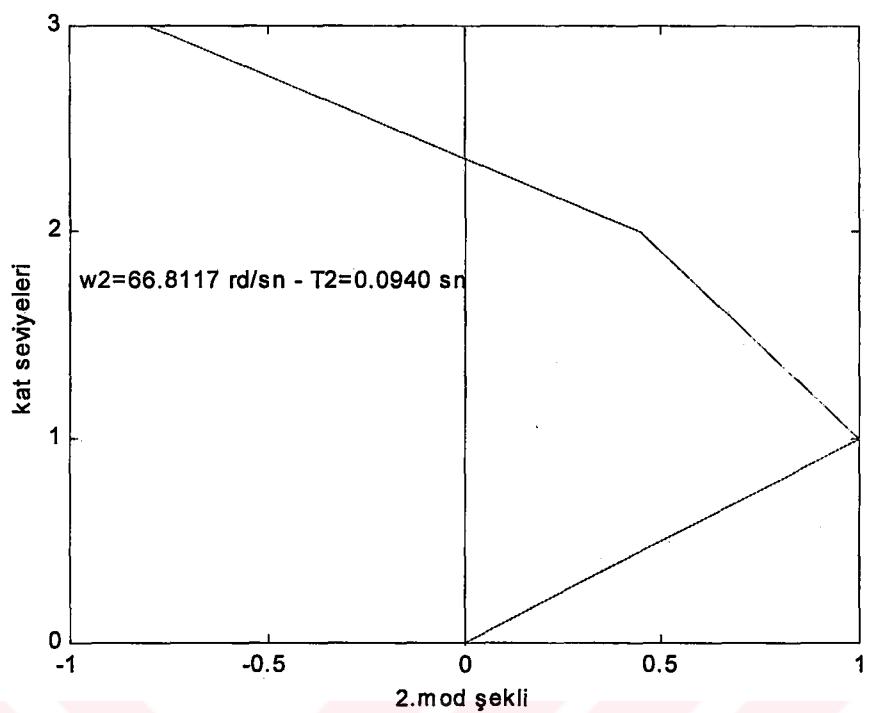
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 23.8448 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.2635 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 66.8117 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.0940 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 96.5480 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.0651 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.6)'da verilmiş olan rıjıt sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.

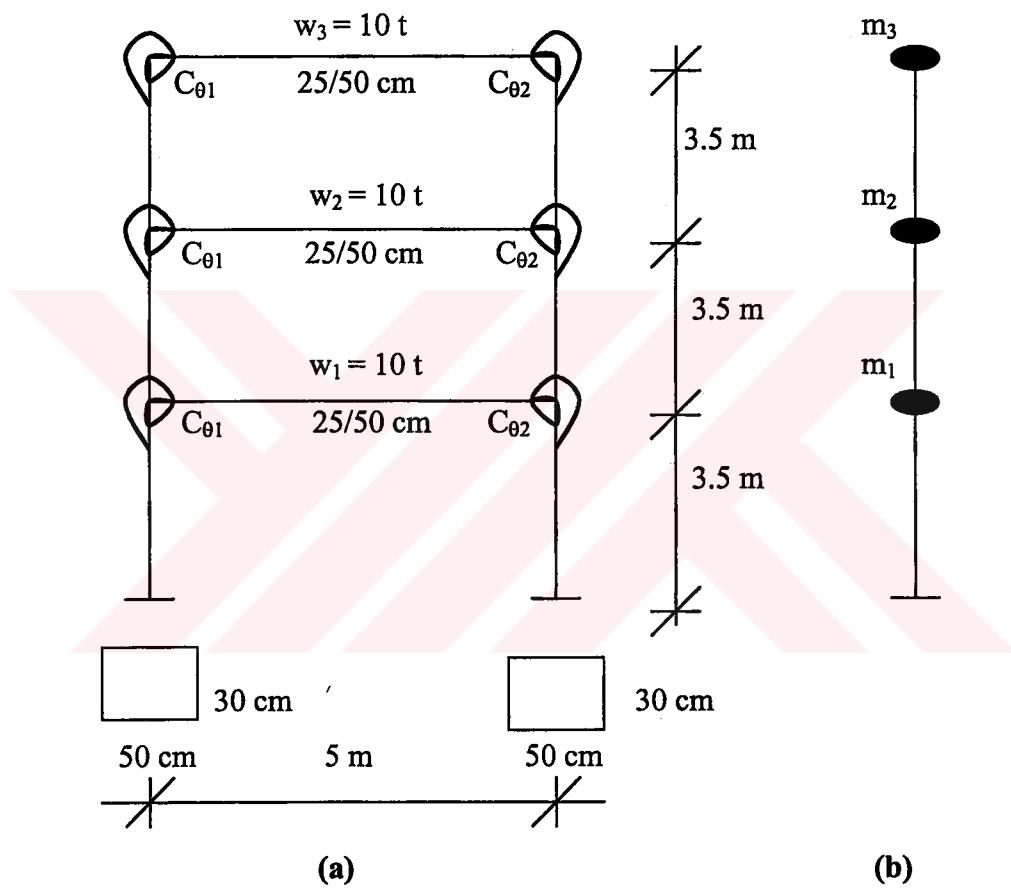




Şekil 6.7 Rijit düğüm noktalı çerçevenin mod şekilleri

#### 6.4.2 Dönmeye Karşı Yarı Rijit Bağlantılı Model İçin Modal Analiz

Bu analiz için; bağlantı noktaları dönmeye karşı yarı-rijit düğüm noktaları ile modellenmiş, geometri, kesit özellikleri (Şekil 6.8)'de verilmiş, elastisite modülü  $2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$  olan üç kathı ve tek açıklıklı bir çerçeve ele alınmıştır. Tüm kolon boyutları  $30 / 50 \text{ cm}$ ; tüm kiriş boyutları  $25 / 50 \text{ cm}$ ; tüm kat ağırlıkları  $w_i = 10 \text{ ton}$  alınmıştır.



**Şekil 6.8 :** a. Yarı-rijit sistem modeli  
b. Topaklanmış kütle modeli

Kat seviyelerinde topaklanmış kütleler ;

$$m_1 = m_2 = m_3 = \frac{w}{g} = \frac{10}{9.81} = 1.02 \text{ ts}^2 / \text{m}$$

Kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Bu bölümde dönmeye karşı lineer elastik yaylarla modellenmiş, farklı yay katsayılarına sahip 4 tip yarı-rijit çerçeve ele alınmıştır. Bu çerçevelerin azaltma katsayıları ve buna bağlı yanal rijitlik değerleri aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

**Tablo 6.1 Verilen Yay Katsayıları İçin Azaltma Katsayıları ve Yanal Rijitlik Değerleri**

Yay katsayısı ( $C_{\theta 1} = C_{\theta 2}$ ) ( tm/rd )	Azaltma katsayısı( $\alpha_r$ )	Yanal rijitlik(k) ( t/m )
2000	0.1217	596.28
5000	0.2309	1131.23
20000	0.4255	2084.29
$10^{20}$	0.5978	2928.11

Yan-rijit düğüm noktalı çerçeve için açısal frekans , titresim periyotları ve mod şekillerinin hesabı aşağıda sunulmuştur.

**Yay katsayısı :  $C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 2000 \text{ tm / rd}$  için;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b = 2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E = 2.8 \times 10^6 \text{ t / m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için hesaplanan azaltma katsayısı ve buna bağlı yanal rijitlik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayısı :  $\alpha_r = 0.1217$

Yanal rijitlik değeri :  $k = 596.28 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda sunulmuştur.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 1.1926 & -0.5963 & 0 \\ -0.5963 & 1.1926 & -0.5963 \\ 0 & -0.5963 & 0.5963 \end{bmatrix}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda sunulmuştur.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris(115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0017 & 0.0017 & 0.0017 \\ 0.0017 & 0.0034 & 0.0034 \\ 0.0017 & 0.0034 & 0.0051 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0011 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0086 \end{bmatrix}$$

Sistemin 1.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 1. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_1 = U_1 / U_1(1,1)$$

$$A_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 2.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 2. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_2 = U_2 / U_2(1,1)$$

$$A2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 3.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U3 = \begin{Bmatrix} 0.5910 \\ -0.7370 \\ 0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 3. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A3=U3/U3(1,1)$$

$$A3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

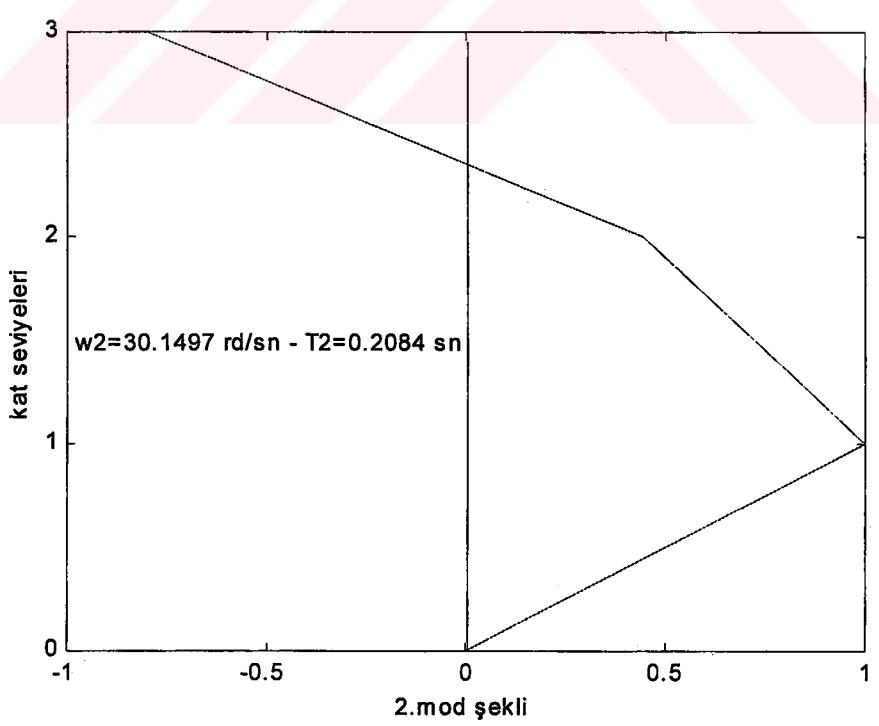
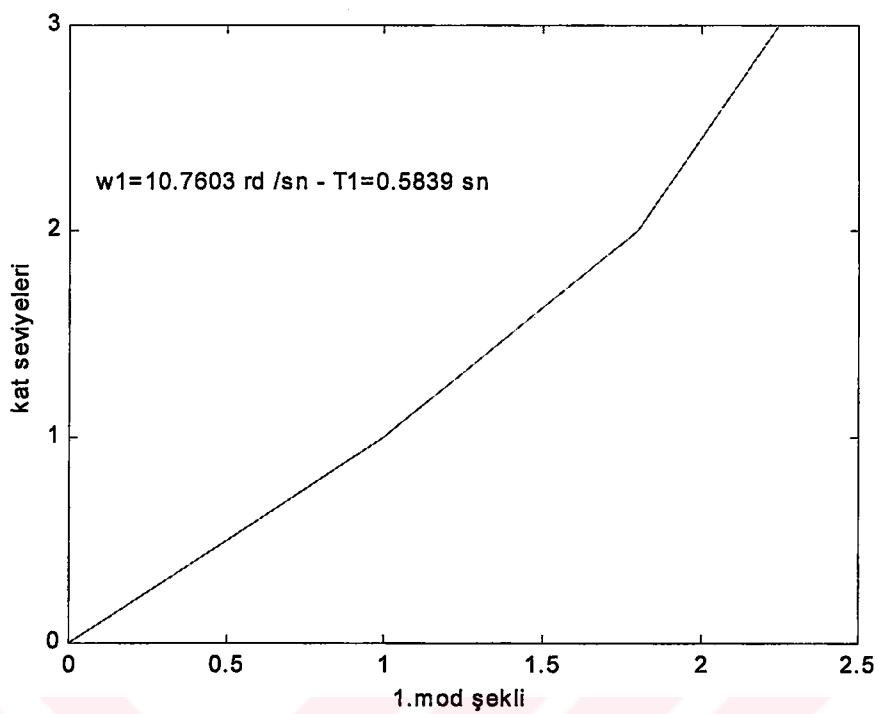
Özdeğerler kullanılarak herbir moda ait titreşim frekansı ve periyotları aşağıdaki gibi hesaplanır.

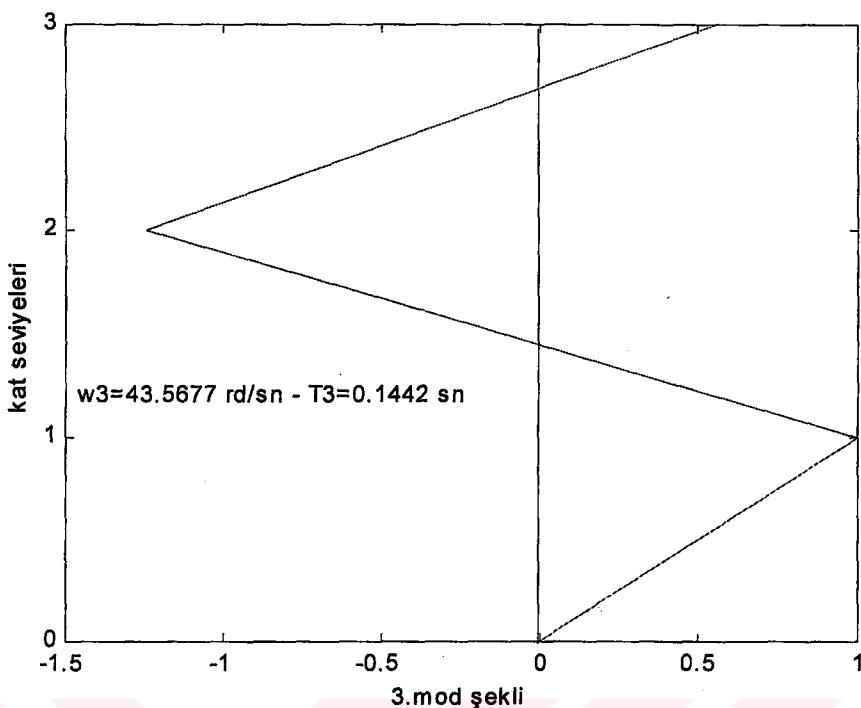
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 10.7603 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.5839 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 30.1497 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.2084 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 43.5677 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.1442 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.8)'de verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.





**Şekil 6.9 Yarı rıjıt düğüm noktalı çerçeveyenin mod şekilleri**

$$C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 2000 \text{ tm/rd}$$

**Yay katsayı :  $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$  için;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b = 2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E = 2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için bulunan azaltma katsayı ve buna bağlı yanal rıjıtlik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayı :  $\alpha_r = 0.2309$

Yanal rıjıtlik değeri :  $k = 1131.23 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda sunulmuştur.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 2.2625 & -1.1312 & 0 \\ -1.1312 & 2.2625 & -1.1312 \\ 0 & -1.1312 & 1.1312 \end{bmatrix} \text{ (t/m)}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda sunulmuştur.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix} \text{ (m)}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris (115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0009 & 0.0009 & 0.0009 \\ 0.0009 & 0.0018 & 0.0018 \\ 0.0009 & 0.0018 & 0.0027 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0006 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0046 \end{bmatrix}$$

Sistemin 1.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 1. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_1 = U_1 / U_1(1,1)$$

$$A_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 2.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 2. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_2 = U_2 / U_2(1,1)$$

$$A2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 3.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U3 = \begin{Bmatrix} -0.5910 \\ 0.7370 \\ -0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 3. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A3=U3/U3(1,1)$$

$$A3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

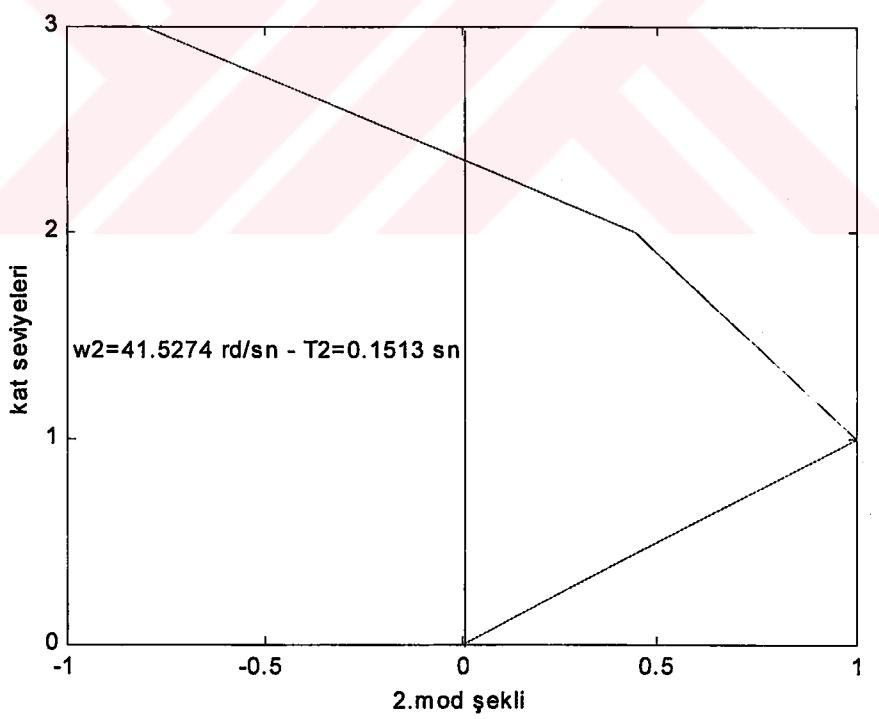
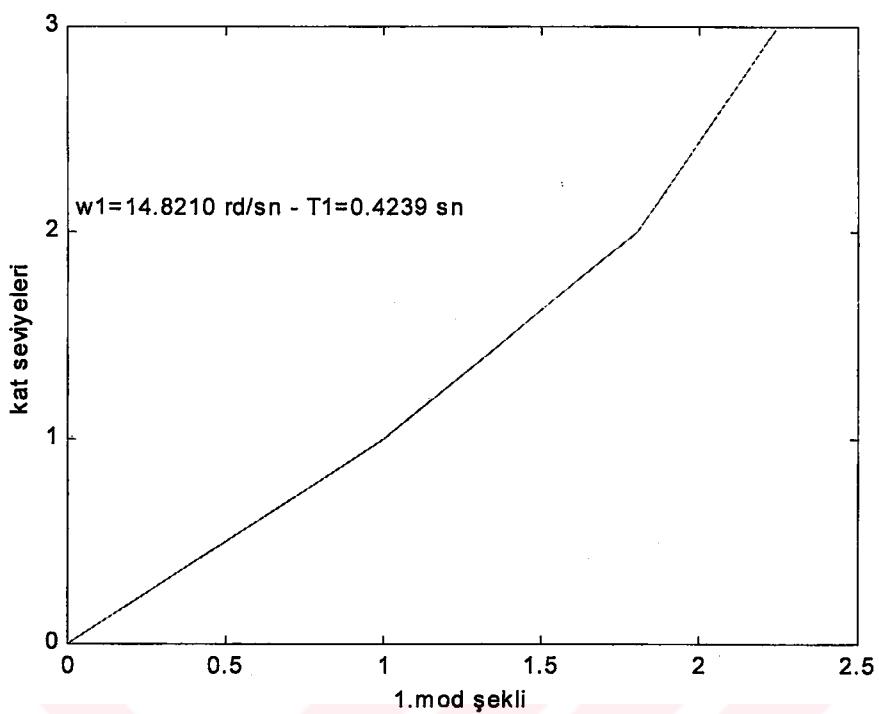
Özdeğerler kullanılarak her bir moda ait titreşim frekansı ve periyotları aşağıdaki gibi hesaplanır.

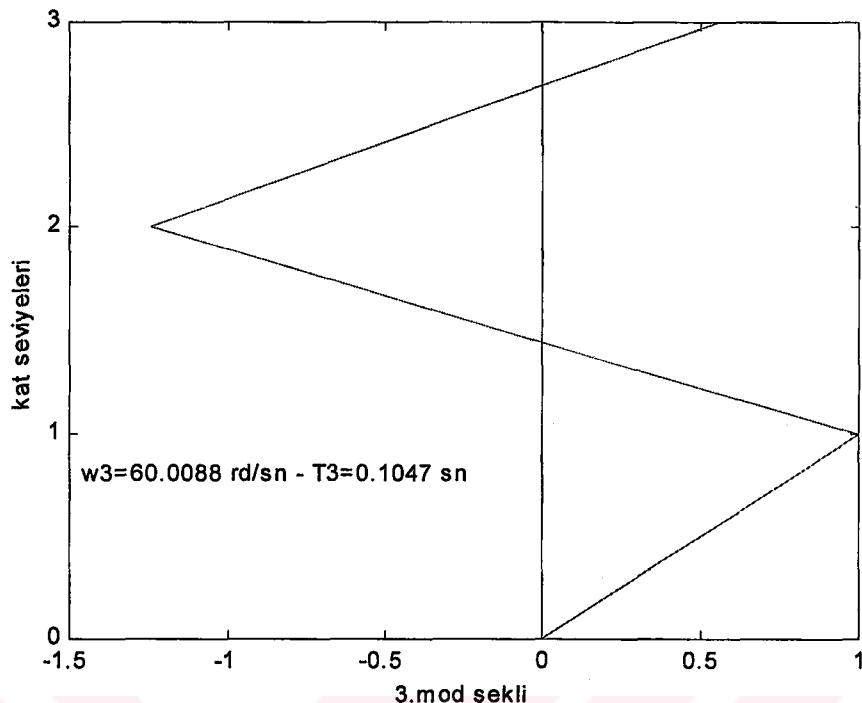
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 14.8210 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.4239 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 41.5274 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.1513 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 60.0088 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.1047 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.8)'de verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmuştur.





**Şekil 6.10 Yarı riyit düğüm noktalı çerçeveyenin mod şekilleri**

$$C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 5000 \text{ tm/rd}$$

**Yay katsayı :  $C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 20000 \text{ tm / rd}$  için ;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b = 2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E = 2.8 \times 10^6 \text{ t / m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için bulunan azaltma katsayı ve buna bağlı yanal riyitlik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayı :  $\alpha_r = 0.4225$

Yanal riyitlik değeri :  $k = 2084.29 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda sunulmuştur.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 4.1686 & -2.0843 & 0 \\ -2.0843 & 4.1686 & -2.0843 \\ 0 & -2.0843 & 2.0843 \end{bmatrix}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda sunulmuştur.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris (115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0.0005 & 0.0005 \\ 0.0005 & 0.0010 & 0.0010 \\ 0.0005 & 0.0010 & 0.0015 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0002 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0003 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0025 \end{bmatrix}$$

Sistemin 1.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 1. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_1 = U_1 / U_1(1,1)$$

$$A_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 2.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 2. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_2 = U_2 / U_2(1,1)$$

$$A_2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 3.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_3 = \begin{Bmatrix} 0.5910 \\ -0.7370 \\ 0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 3. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_3 = U_3 / U_3(1,1)$$

$$A_3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

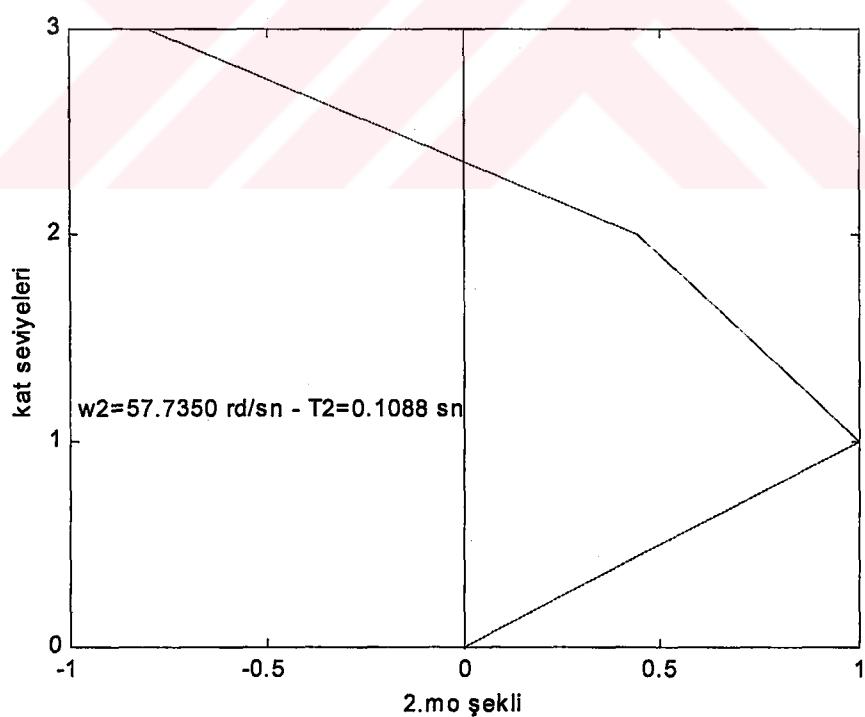
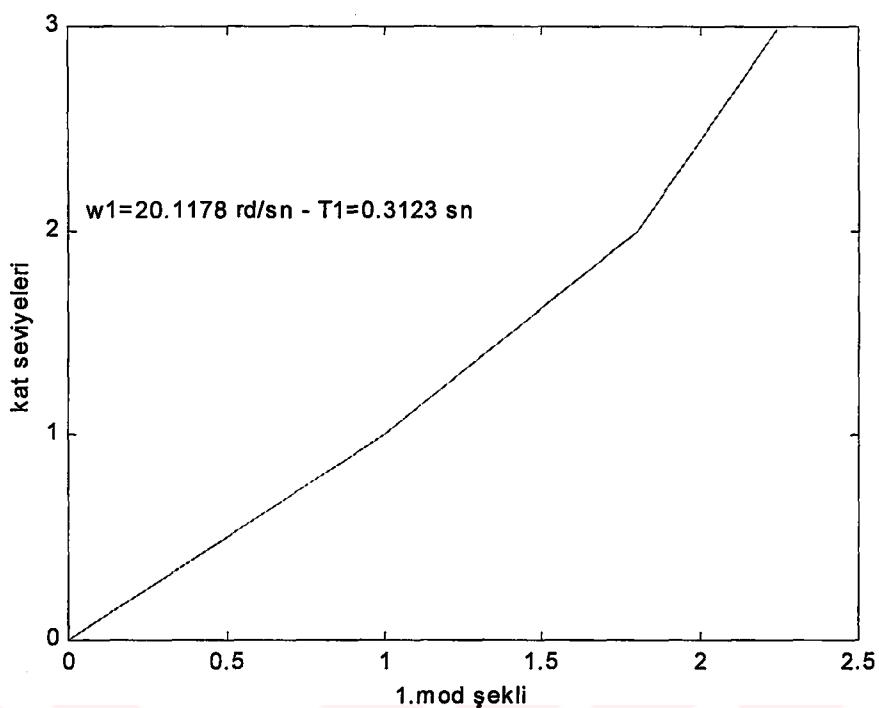
Özdeğerler kullanılarak herbir mod için titreşim frekansı ve periyotları aşağıdaki gibi hesaplanır.

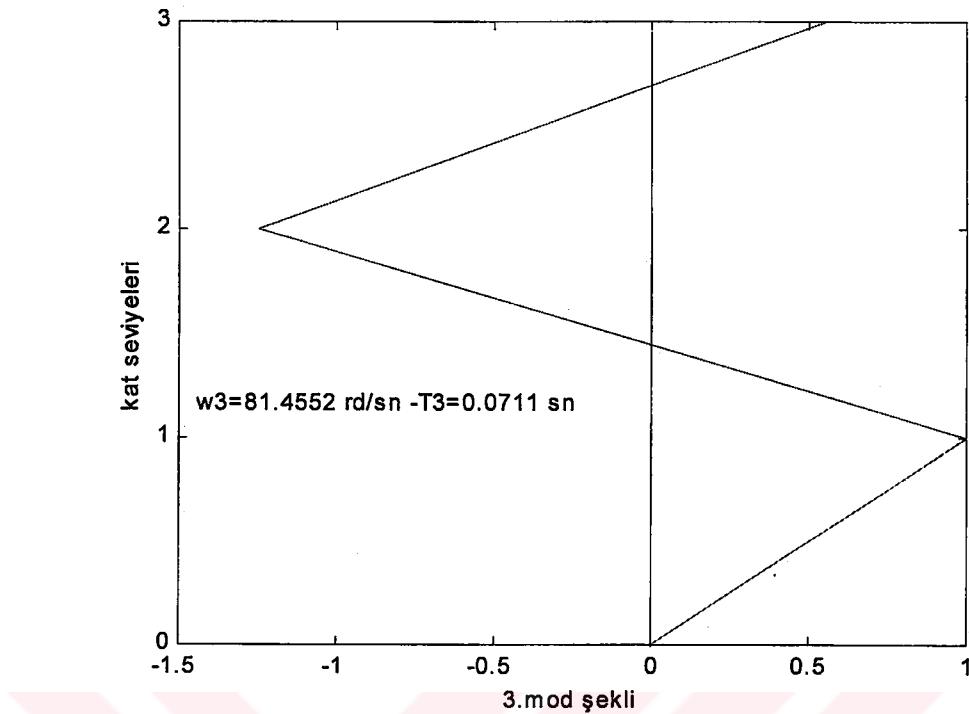
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 20.1178 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.3123 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 57.7350 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.1088 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 81.4552 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.0771 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.8)'de verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.





**Şekil 6.11 Yarı riyit düğüm noktalı çerçeveyin mod şekilleri**

$$C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 20000 \text{ tm/rad}$$

**Yay katsayı :  $C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 10^{20} \text{ tm / rad}$  için;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b = 2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E = 2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için bulunan azaltma katsayı ve buna bağlı yanal riyitlik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayı :  $\alpha_r = 0.5978$

Yanal riyitlik değeri :  $k = 2928.11 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 5.8562 & -2.9281 & 0 \\ -2.9281 & 5.8562 & -2.9281 \\ 0 & -2.9281 & 2.9281 \end{bmatrix}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris (115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$[D] = [K]^{-1} * M$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0.0003 & 0.0003 \\ 0.0003 & 0.0007 & 0.0007 \\ 0.0003 & 0.0007 & 0.0010 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0002 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0018 \end{bmatrix}$$

Sistemin 1.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 1. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_1 = U_1 / U_1 (1,1)$$

$$A_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 2.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 2. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_2 = U_2 / U_2 (1,1)$$

$$A_2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 3.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_3 = \begin{Bmatrix} 0.5910 \\ -0.7370 \\ 0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 3. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_3 = U_3 / \|U_3\| (1,1)$$

$$A_3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

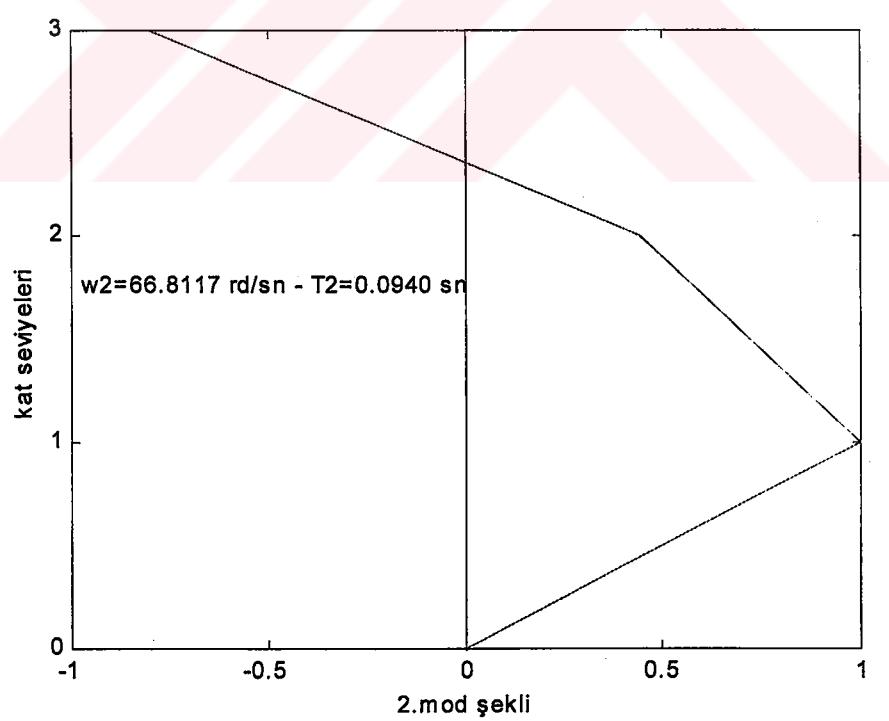
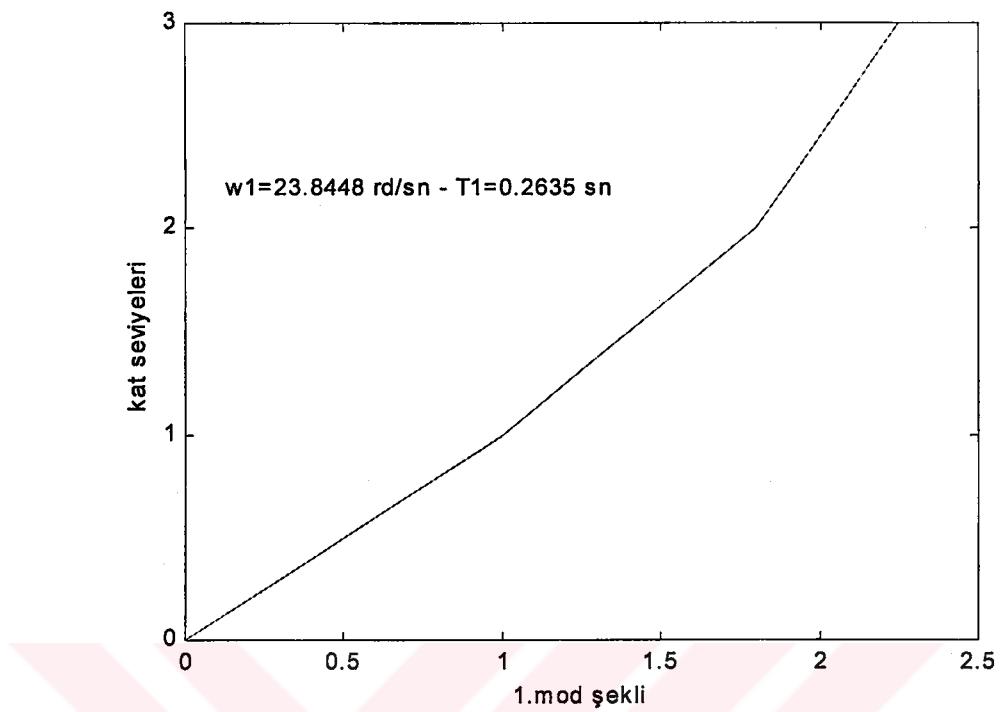
Özdeğerler kullanılarak herbir mod için titreşim frekansı ve periyotları aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

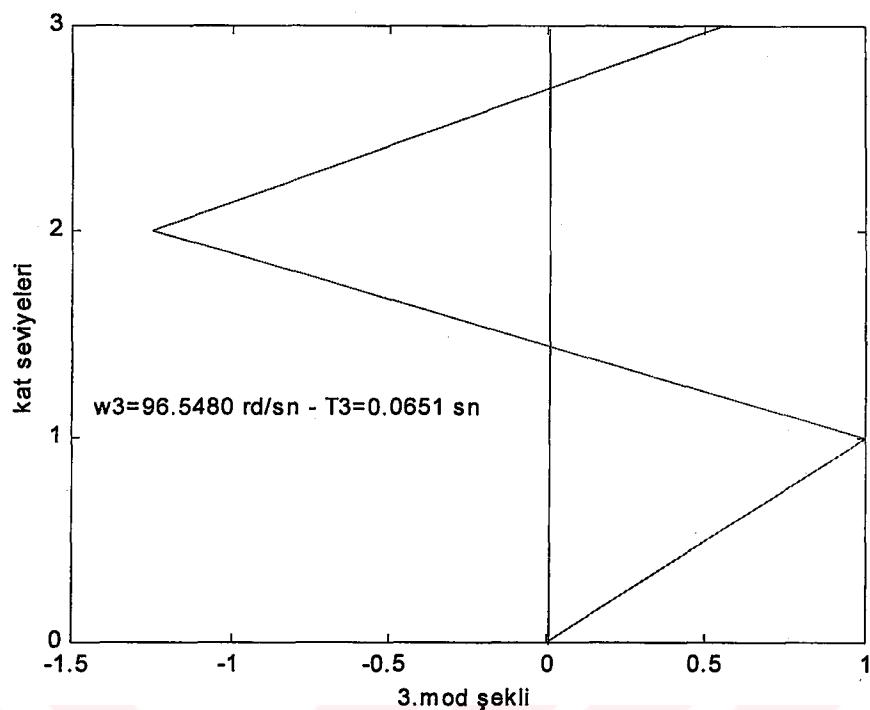
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 23.8448 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.2635 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 66.8117 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.0940 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 96.5480 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.0651 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.8)'de verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.



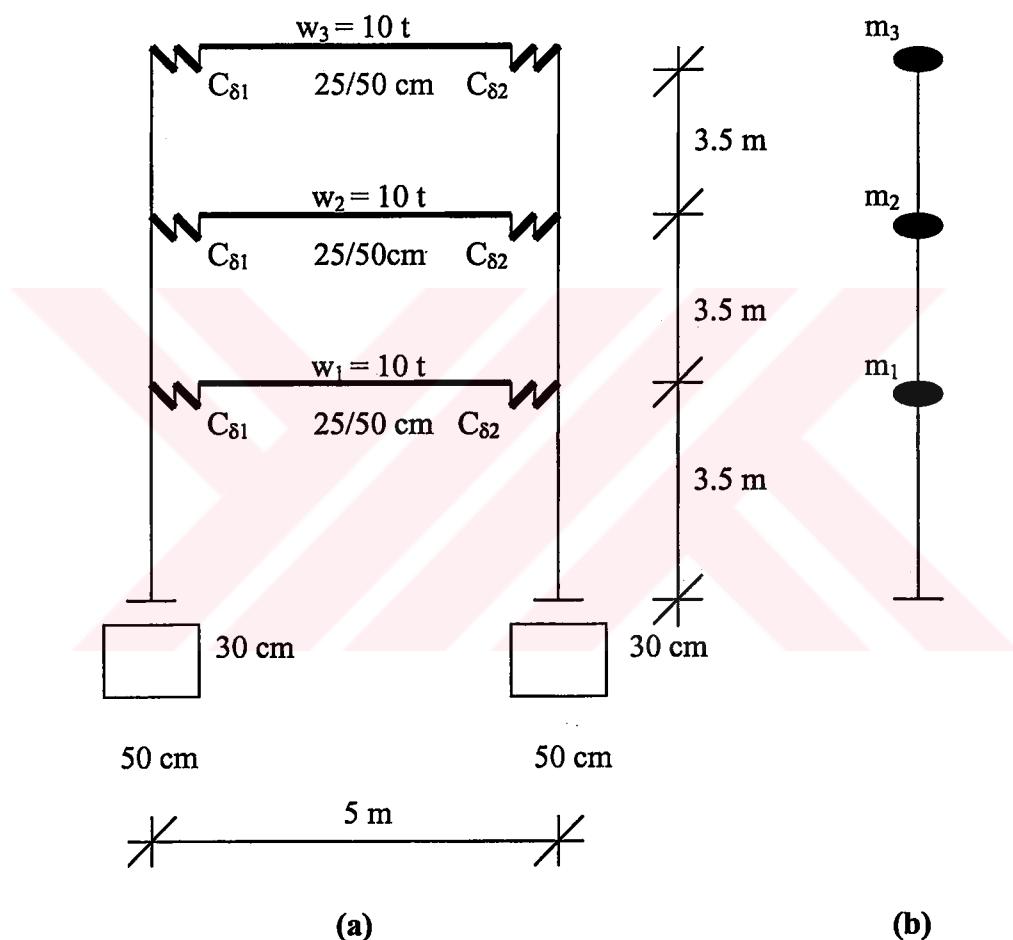


**Şekil 6.12 Yarı rıjıt düğüm noktalı çerçeveyenin mod şekilleri**

$$C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm/rd}$$

### 6.4.3 Ötelenmeye Karşı Yarı Rijit Bağlantılı Model İçin Modal Analiz

Bu analiz için; bağlantı noktaları ötelenmeye karşı yarı-rijit düğüm noktaları ile modellenmiş, geometri, kesit özellikleri (Şekil 6.13)'de verilmiş, elastisite modülü  $2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$  olan üç katlı ve tek açıklıklı bir çerçeve ele alınmıştır. Tüm kolon boyutları 30/50 cm ; tüm kiriş boyutları 25/50 ; tüm kat ağırlıkları  $w_i = 10 \text{ ton}$  alınmıştır.



Şekil 6.13 : a. Yarı rijit sistem modeli

b. Topaklanmış kütle modeli

Kat seviyelerinde toplamış kütler ;

$$m_1 = m_2 = m_3 = \frac{w}{g} = \frac{10}{9.81} = 1.02 \text{ ts}^2 / \text{m}$$

Kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Bu bölümde ötelenmeye karşı lineer elastik yaylarla modellenmiş, farklı yay katsayılarına sahip 4 tip yarı-rijit çerçeve ele alınmıştır. Bu çerçevelerin azaltma katsayıları ve buna bağlı yanal rijitlik değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

**Tablo 6.2 Verilen Yay Katsayıları İçin Azaltma Katsayıları ve Yanal Rijitlik Değerleri**

Yay katsayısı ( $C_{\delta 1}=C_{\delta 2}$ ) ( t/m )	Azaltma katsayısı( $\alpha_r$ )	Yanal rijitlik(k) (t /m )
2000	0.3233	1583.3
5000	0.3879	1900.0
20000	0.4969	2433.6
$10^{20}$	0.5978	2928.11

Yarı rijit düğüm noktalı çerçeve için açısal frekans , titreşim periyotları ve mod şekillerinin hesabı aşağıda sunulmuştur.

**Yay katsayısı :  $C_{\delta 1}=C_{\delta 2}=2000 \text{ t/m}$  için;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b=2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c=3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E=2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c=0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için hesaplanan azaltma katsayısı ve buna bağlı yanal rijitlik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayısı :  $\alpha_r=0.3233$

Yanal rijitlik değeri :  $k=1583.3 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda sunulmuştur.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 3.1666 & -1.5833 & 0 \\ -1.5833 & 3.1666 & -1.5833 \\ 0 & -1.5833 & 1.5833 \end{bmatrix}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda sunulmuştur.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris (115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0006 & 0.0006 & 0.0006 \\ 0.0006 & 0.0013 & 0.0013 \\ 0.0006 & 0.0013 & 0.0019 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} -0.3280 & -0.7370 & 0.5910 \\ -0.5910 & -0.3280 & -0.7370 \\ -0.7370 & 0.5910 & 0.3280 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0033 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0002 \end{bmatrix}$$

Sistemin 1.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_1 = \begin{Bmatrix} -0.3280 \\ -0.5910 \\ -0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 1. moduna ait mod şekilleri hesaplanılır.

$$A_1 = U_1 / U_1(1,1)$$

$$A_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 2.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 2. moduna ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A_2 = U_2 / U_2(1,1)$$

$$A_2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 3.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_3 = \begin{Bmatrix} 0.5910 \\ -0.7370 \\ 0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 3. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_3 = U_3 / U_3(1,1)$$

$$A_3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

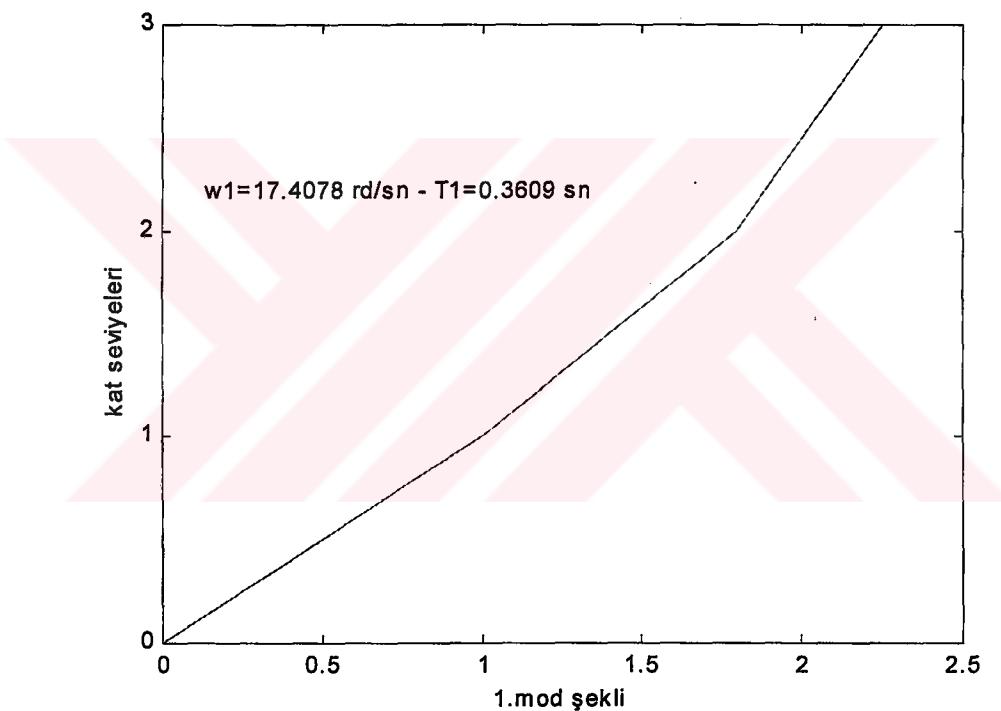
Özdeğerler kullanılarak herbir mod için titreşim frekansı ve periyotları aşağıdaki gibi hesaplanır.

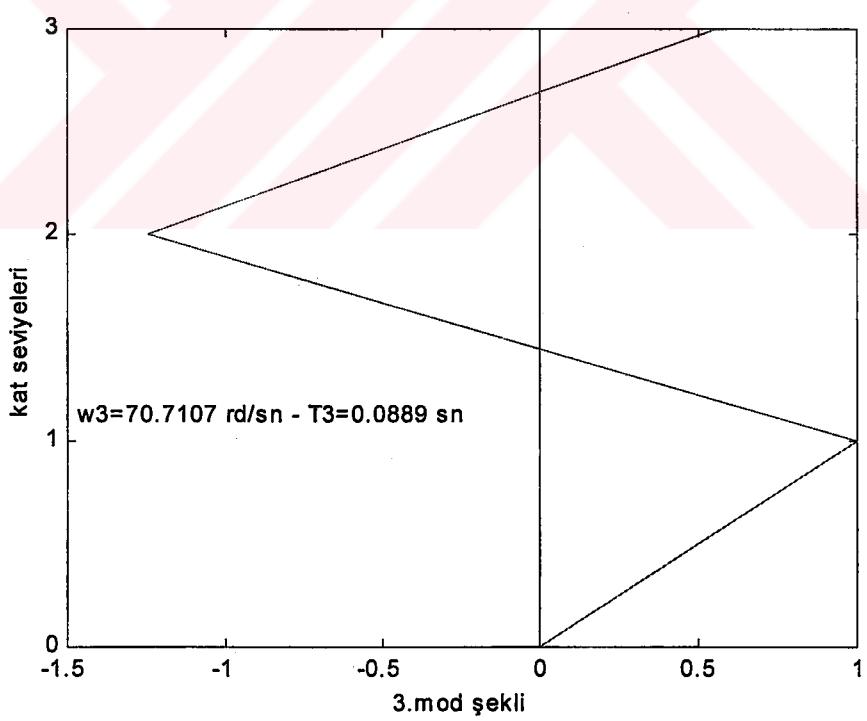
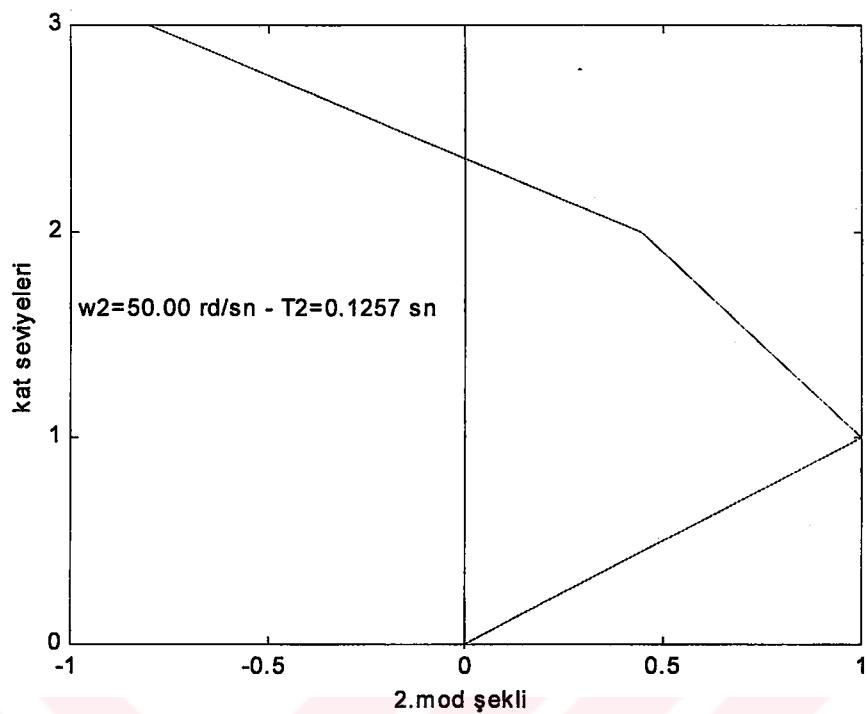
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 17.4078 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.3609 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 50.00 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.1257 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 70.7107 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.0889 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.13)'de verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.





**Şekil 6.14 Yarı rıjıt düğüm noktalı çerçeveyenin mod şekilleri**

$$C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 2000 \text{ t/m}$$

**Yay katsayı :  $C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 5000 \text{ t/m}$  için;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b = 2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E = 2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için bulunan azaltma katsayı ve buna bağlı yanal rijitlik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayı :  $\alpha_r = 0.3879$

Yanal rijitlik değeri :  $k = 1900.0 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$K = \begin{bmatrix} 3800 & -1900 & 0 \\ -1900 & 3800 & -1900 \\ 0 & -1900 & 1900 \end{bmatrix}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris (115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0.0005 & 0.0005 \\ 0.0005 & 0.0011 & 0.0011 \\ 0.0005 & 0.0011 & 0.0016 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0002 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0003 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0027 \end{bmatrix}$$

Sistemin 1.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 1. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_1 = U_1 / U_1(1,1)$$

$$A1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 2.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 2. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A2=U2/U2(1,1)$$

$$A2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 3.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U3 = \begin{Bmatrix} -0.5910 \\ 0.7370 \\ -0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 3. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A3=U3/U3(1,1)$$

$$A3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

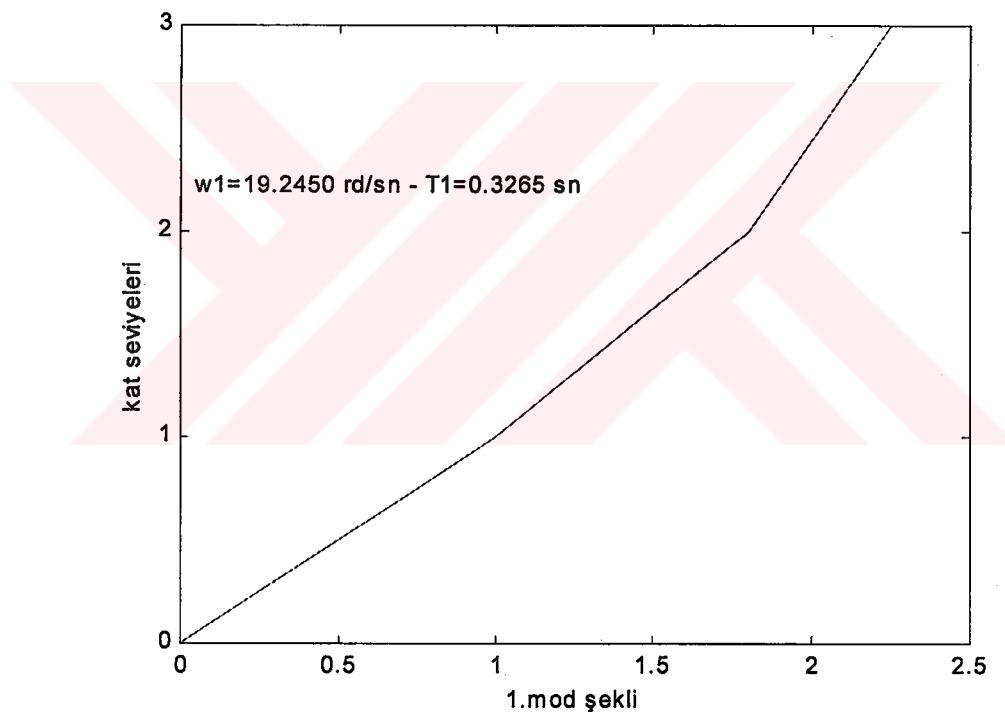
Özdeğerler kullanılarak herbir mod için titreşim frekansı ve periyotları çıkarılır.

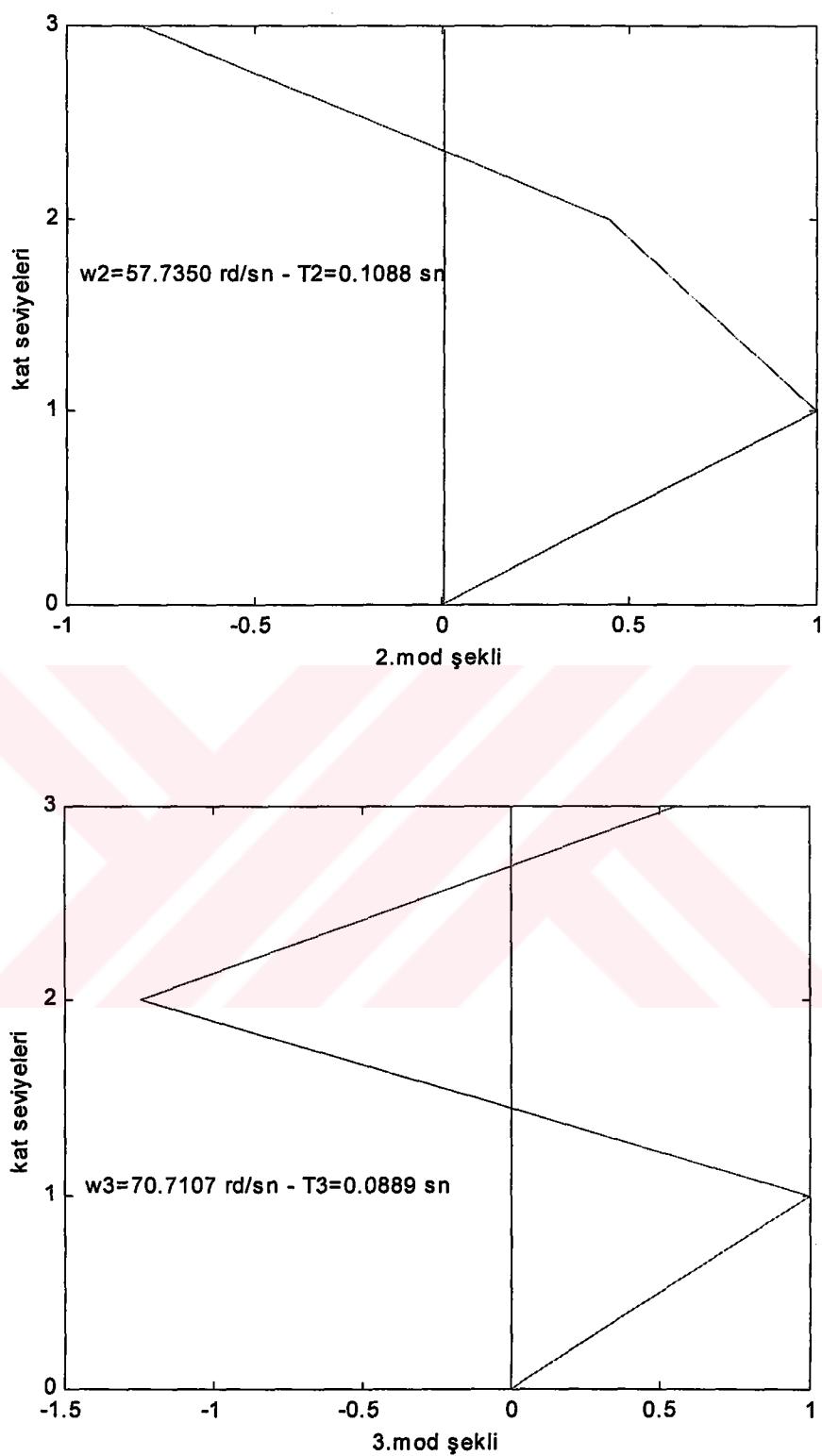
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 19.2450 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.3265 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 57.7350 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.1088 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 70.7107 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.0889 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.13)'de verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.





**Şekil 6.15 Yarı rıjıt düğüm noktalı çerçeveyenin mod şekilleri**

$$C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 5000 \text{ t/m}$$

**Yay katsayı :  $C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 20000 \text{ t/m}$  için;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b = 2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E = 2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için bulunan azaltma katsayı ve buna bağlı yanal rijitlik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayı :  $\alpha_r = 0.4969$

Yanal rijitlik değeri :  $k = 2433.6 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 4.8672 & -2.4336 & 0 \\ -2.4336 & 4.8672 & -2.4336 \\ 0 & -2.4336 & 2.4336 \end{bmatrix}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris (115) numaralı bağlantı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0004 & 0.0004 & 0.0004 \\ 0.0004 & 0.0008 & 0.0008 \\ 0.0004 & 0.0008 & 0.0013 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0003 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0021 \end{bmatrix}$$

Sistemin 1.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 1. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_1 = U_1 / U_1(1,1)$$

$$A1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 2.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 2. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A2=U2/U2(1,1)$$

$$A2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 3.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U3 = \begin{Bmatrix} 0.5910 \\ -0.7370 \\ 0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 3. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A3=U3/U3(1,1)$$

$$A3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

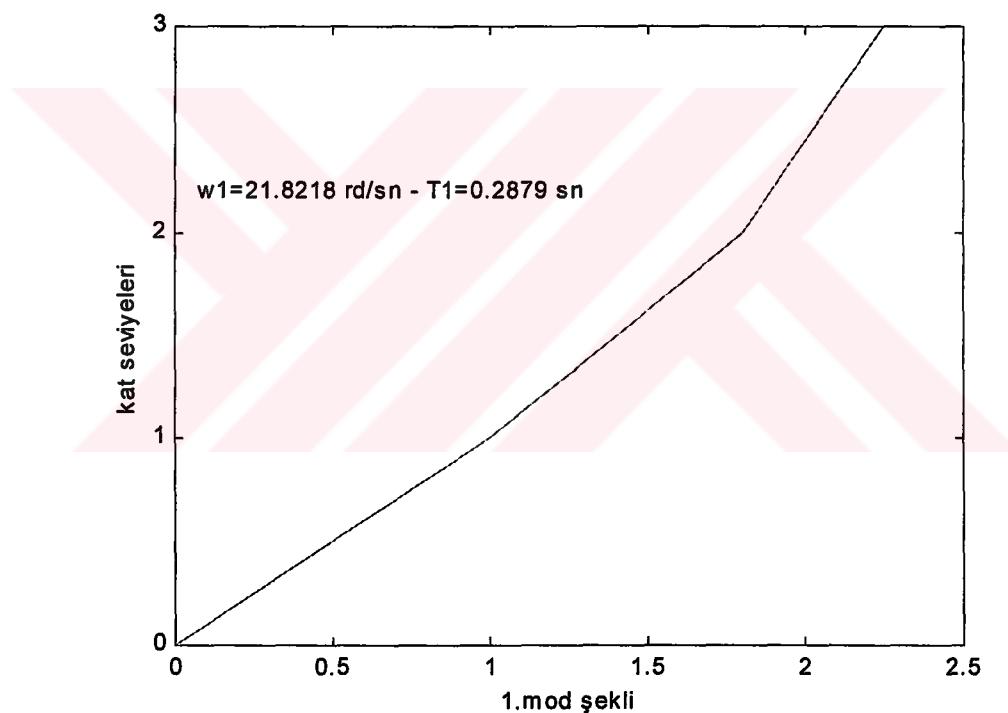
Özdeğerler kullanılarak herbir mod için titreşim frekansı ve periyotları aşağıdaki gibi hesaplanır.

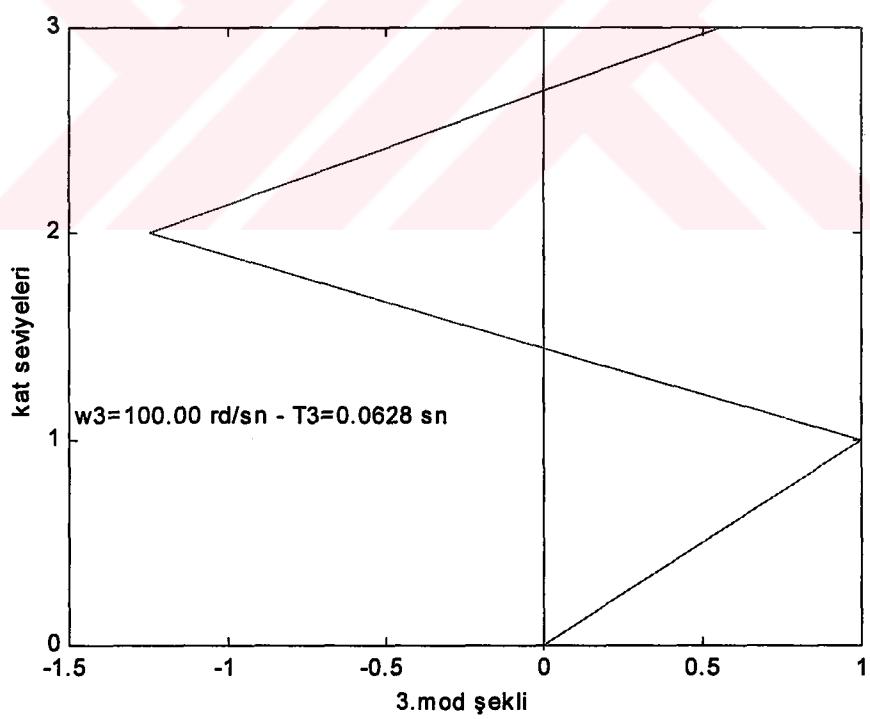
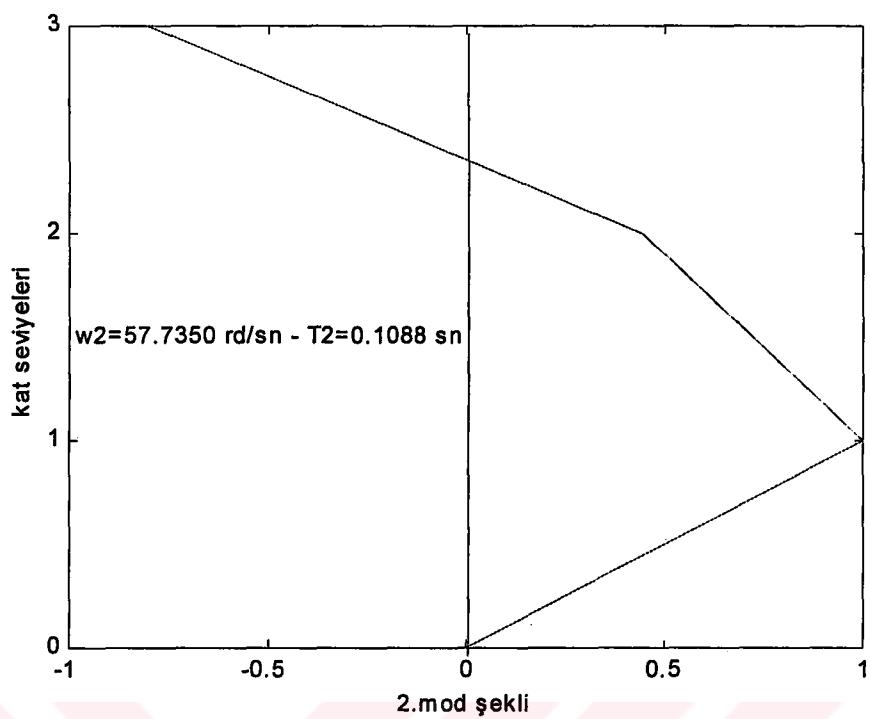
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 21.8218 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.2879 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 57.7350 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.1088 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 100.00 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.0628 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.13)'de verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.





**Şekil 6.16 Yarı rıjıt düğüm noktalı çerçeveyenin mod şekilleri**

$$C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 20000 \text{ t/m}$$

**Yay katsayısı :  $C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 10^{20}$  t/m için;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b = 2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E = 2.8 \times 10^6 \text{ t / m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için bulunan azaltma katsayısı ve buna bağlı yanal rijitlik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayısı :  $\alpha_r = 0.5978$

Yanal rijitlik değeri :  $k = 2928.11 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 5.8562 & -2.9281 & 0 \\ -2.9281 & 5.8562 & -2.9281 \\ 0 & -2.9281 & 2.9281 \end{bmatrix}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris (115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0.0003 & 0.0003 \\ 0.0003 & 0.0007 & 0.0007 \\ 0.0003 & 0.0007 & 0.0010 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0002 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0018 \end{bmatrix}$$

Sistemin 1.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 1. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_1 = U_1 / U_1 (1,1)$$

$$A_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 2.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 2. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_2 = U_2 / U_2 (1,1)$$

$$A_2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

Sistemin 3.moduna ait özvektörler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$U_3 = \begin{Bmatrix} 0.5910 \\ -0.7370 \\ 0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak sistemin 3. moduna ait mod şekilleri çıkarılır.

$$A_3 = U_3 / U_3(1,1)$$

$$A_3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

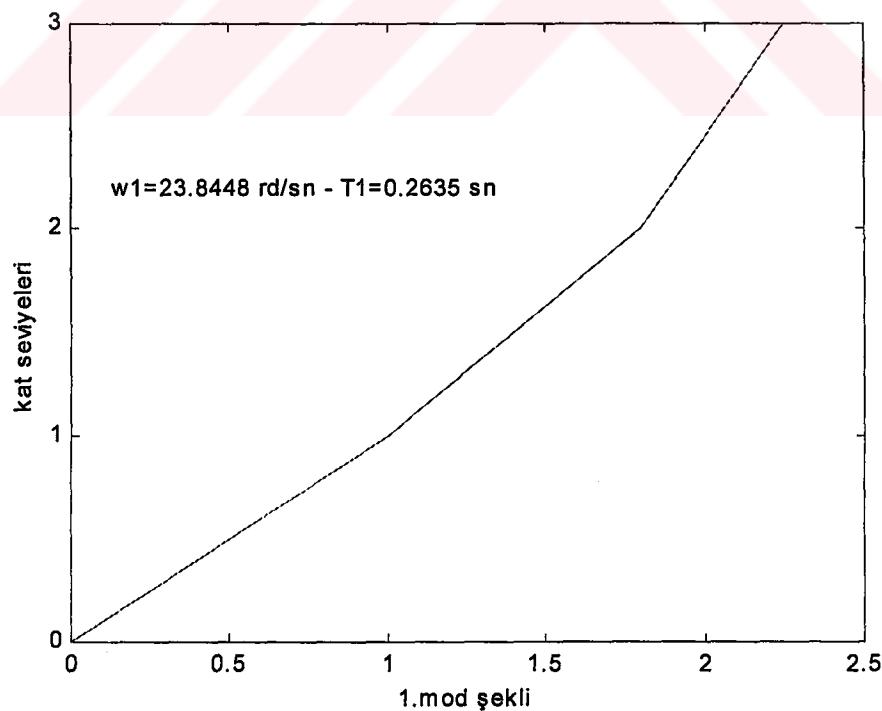
Özdeğerler kullanılarak herbir mod için titreşim frekansı ve periyotları çıkarılır.

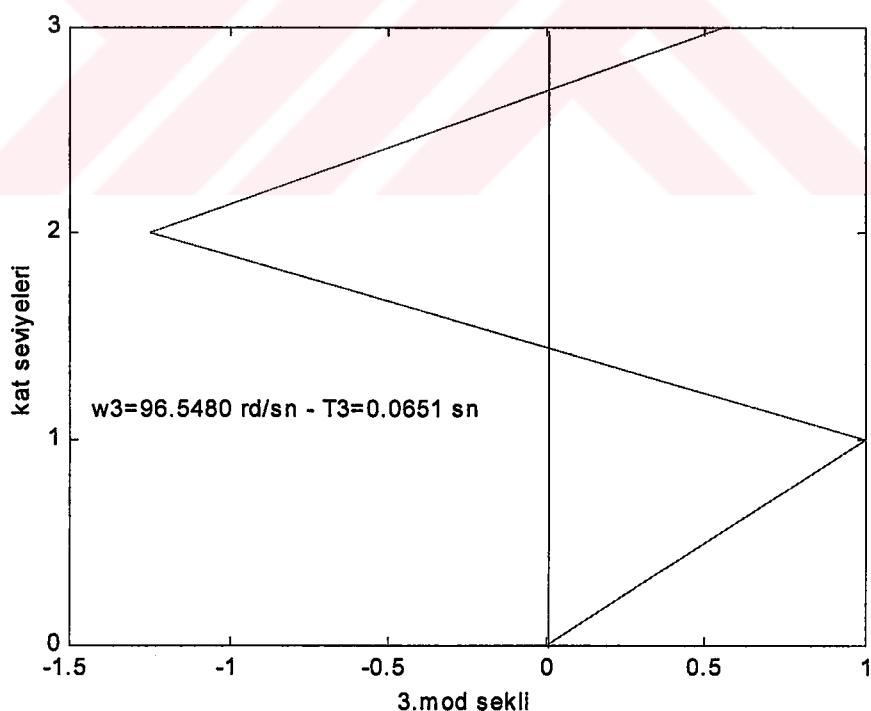
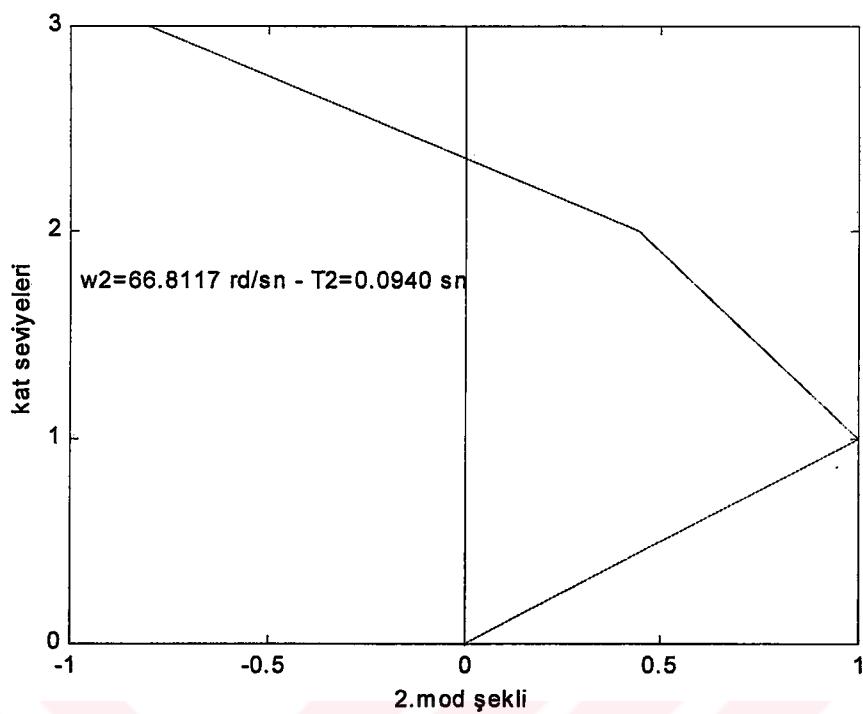
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 23.8448 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.2635 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 66.8117 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.0940 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 96.5480 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.0651 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.13)'da verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.



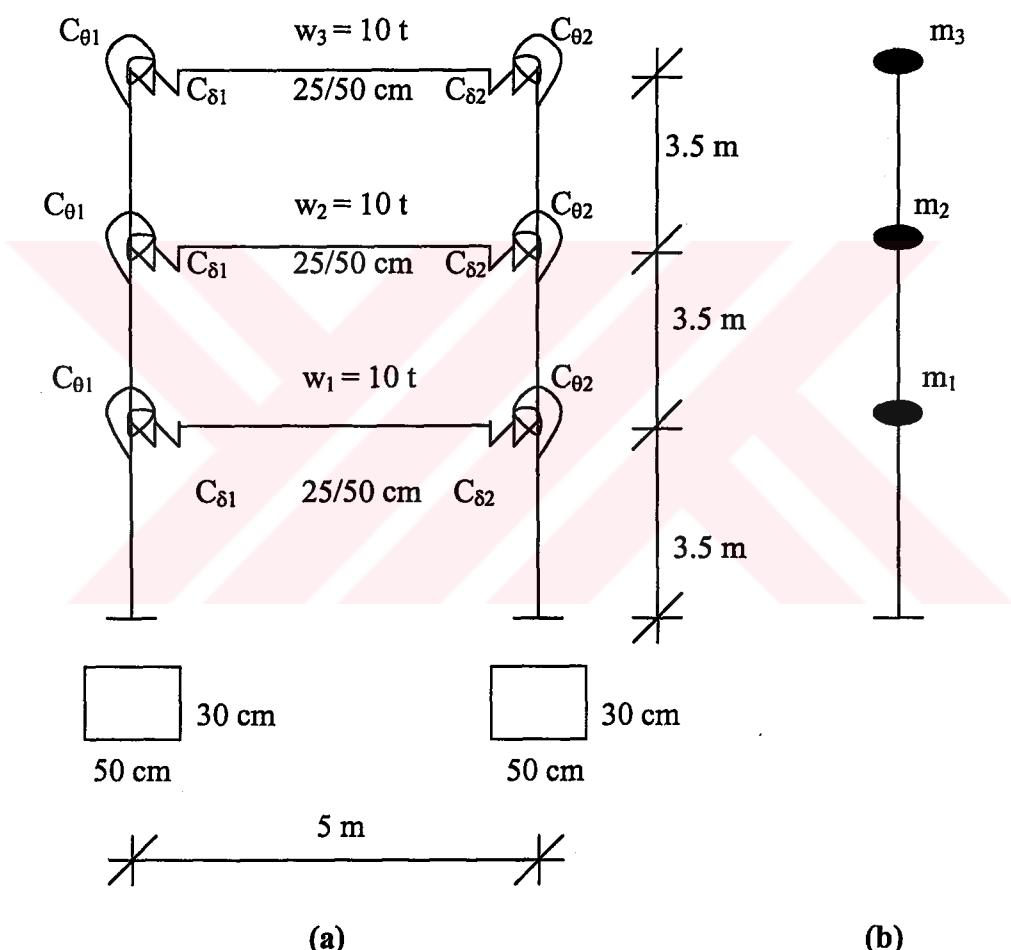


**Şekil 6.17 Yarı rıjıt düğüm noktalı çerçeveyin mod şekilleri**

$$C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 10^{20} \text{ t/m}$$

#### 6.4.4 Dönmeye ve Ötelenmeye Karşı Yarı Rijit Bağlantılı Model İçin Modal Analiz

Bu analiz için; bağlantı noktaları dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit düğüm noktaları ile modellenmiş, geometri, kesit özellikleri (Şekil 6.18)'de verilmiş, elastisite modülü  $2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$  olan üç katlı ve tek açıklıklı bir çerçeveye ele alınmıştır. Tüm kolon boyutları 30/50 cm ; tüm kiriş boyutları 25/50 cm ; tüm kat ağırlıkları  $w_i = 10 \text{ ton}$  alınmıştır.



Şekil 6.18 : a. Yarı rijit sistem modeli

b. Topaklanmış kütle modeli

Kat seviyelerinde topaklanmış kütleler ;

$$m_1 = m_2 = m_3 = \frac{w}{g} = \frac{10}{9.81} = 1.02 \text{ ts}^2 / \text{m}$$

Kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Bu bölümde rijit sistemle aynı geometri, kesit ve malzeme özellikleri taşıyan dönmeye ve ötelenmeye karşı lineer elastik yaylarla modellenmiş, farklı yay katsayılarına sahip 4 tip yarı-rijit çerçeve ele alınmıştır. Bu çerçevelerin azaltma katsayıları ve buna bağlı yanal rijitlik değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

**Tablo 6.3 Verilen Yay Katsayıları İçin Azaltma Katsayıları ve Yanal Rijitlik**

**Değerleri**

Yay katsayısı Dönel(tm/rd) – Yanal(t/m) $C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = C_{\delta 1} = C_{\delta 2}$	Azaltma katsayısı( $\alpha_r$ )	Yanal rijitlik(k) (t/m)
2000	0.1159	567.6776
5000	0.2207	1080.8
20000	0.4140	2027.90
$10^{20}$	0.5978	2928.11

Yarı rijit düğüm noktalı çerçeve için açısal frekans, titreşim periyotları ve mod şekillerinin hesabı aşağıda sunulmuştur.

**Yay katsayısı :  $C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 2000 \text{ t/m}$  ve  $C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 2000 \text{ tm / rd}$  için;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b = 2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E = 2.8 \times 10^6 \text{ t / m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için bulunan azaltma katsayısı ve buna bağlı yanal rijitlik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayısı :  $\alpha_r = 0.1159$

Yanal rijitlik değeri :  $k = 567.68 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 1.1354 & -0.5677 & 0 \\ -0.5677 & 1.1354 & -0.5677 \\ 0 & -0.5677 & 0.5677 \end{bmatrix}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris (115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0018 & 0.0018 & 0.0018 \\ 0.0018 & 0.0036 & 0.0036 \\ 0.0018 & 0.0036 & 0.0054 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0006 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0012 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0091 \end{bmatrix}$$

1.mod özvektörleri:

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 1. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A_1 = U_1 / U_1(1,1)$$

$$A_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

2.mod özvektörleri:

$$U_2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 2. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A_2 = U_2 / U_2(1,1)$$

$$A_2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

3.mod özvektörleri:

$$U_3 = \begin{Bmatrix} 0.5910 \\ -0.7370 \\ 0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 3. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A_3 = U_3 / U_3(1,1)$$

$$A_3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

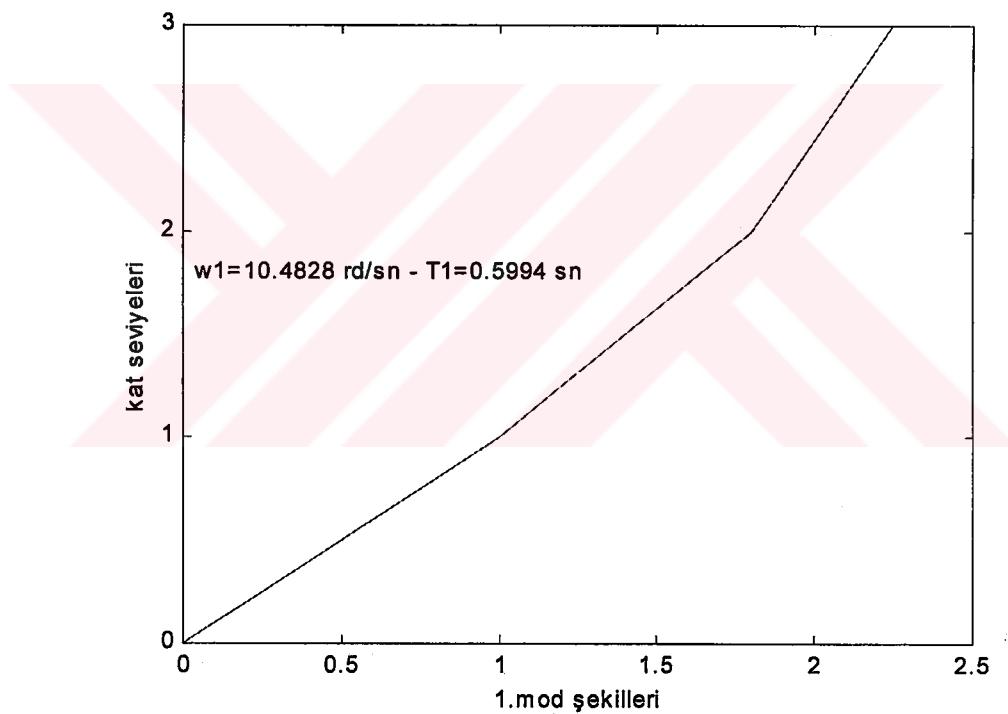
Özdeğerler kullanılarak herbir mod için titreşim frekansı ve periyotları hesaplanarak aşağıdaki gibi yazılır.

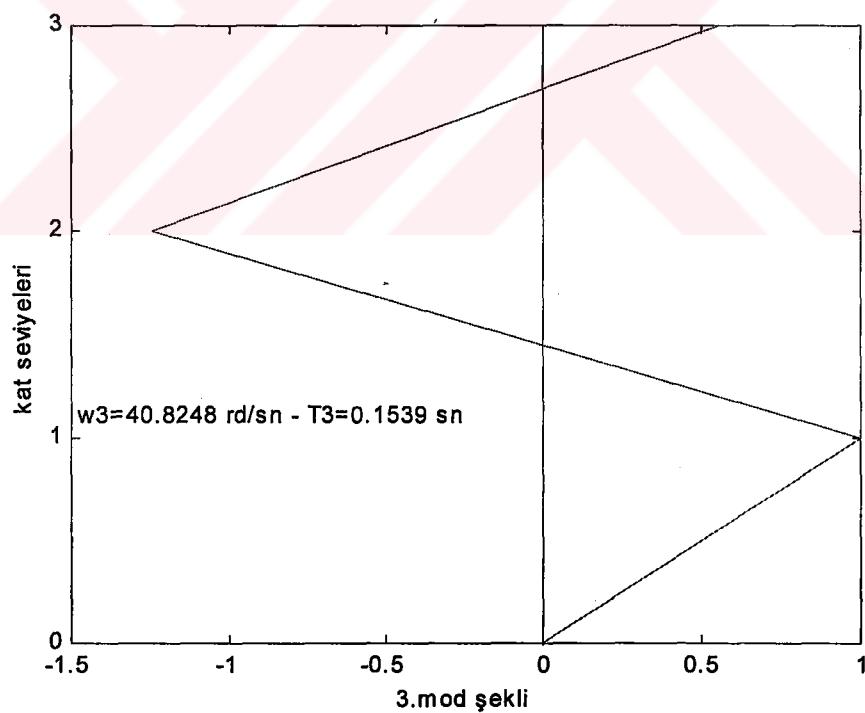
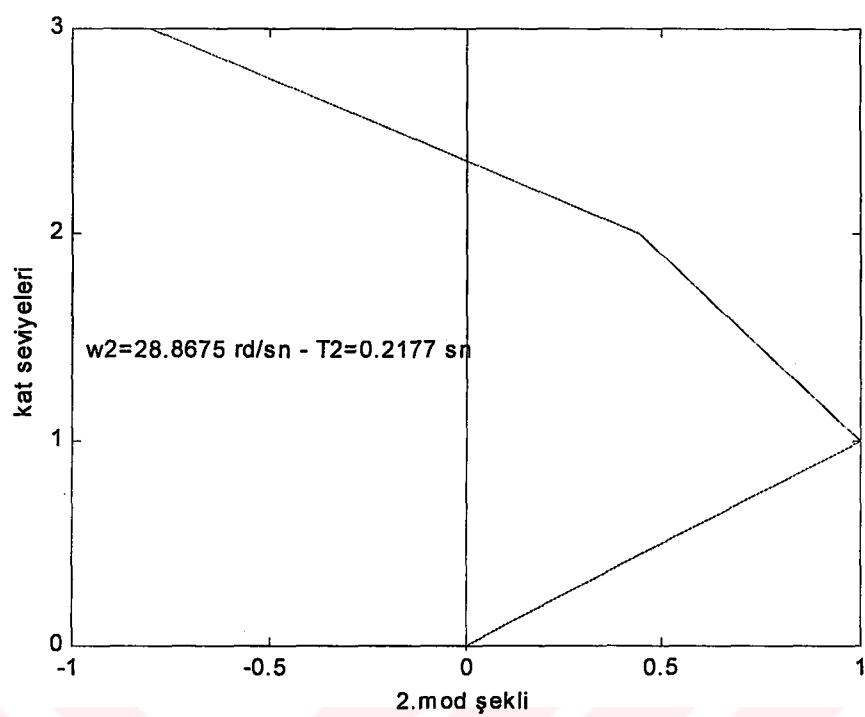
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 10.4828 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.5994 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 28.8675 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.2177 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 40.8248 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.1539 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.18)'de verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.





**Şekil 6.19** Yarı riyit düğüm noktalı çerçevenin mod şekilleri

$$C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 2000 \text{ t/m} \text{ ve } C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 2000 \text{ tm / rd}$$

**Yay katsayı :  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$  ve  $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$  için;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b = 2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E = 2.8 \times 10^6 \text{ t / m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için bulunan azaltma katsayı ve buna bağlı yanal rıjilik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayı :  $\alpha_r = 0.2207$

Yanal rıjilik değeri :  $k = 1080.8 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rıjilik matrisi hesaplanarak, aşağıda sunulmuştur.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 2.1616 & -1.0808 & 0 \\ -1.0808 & 2.1616 & -1.0808 \\ 0 & -1.0808 & 1.0808 \end{bmatrix}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda sunulmuştur.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rıjilik matrisine bağlı dinamik matris (115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0009 & 0.0009 & 0.0009 \\ 0.0009 & 0.0019 & 0.0019 \\ 0.0009 & 0.0019 & 0.0028 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0006 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0048 \end{bmatrix}$$

1.mod özvektörleri:

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 1. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A_1 = U_1 / U_1(1,1)$$

$$A1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

2.mod özvektörleri:

$$U2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 2. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A2=U2/U2(1,1)$$

$$A2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

3.mod özvektörleri:

$$U3 = \begin{Bmatrix} 0.5910 \\ -0.7370 \\ 0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 3. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A3=U3/U3(1,1)$$

$$A3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

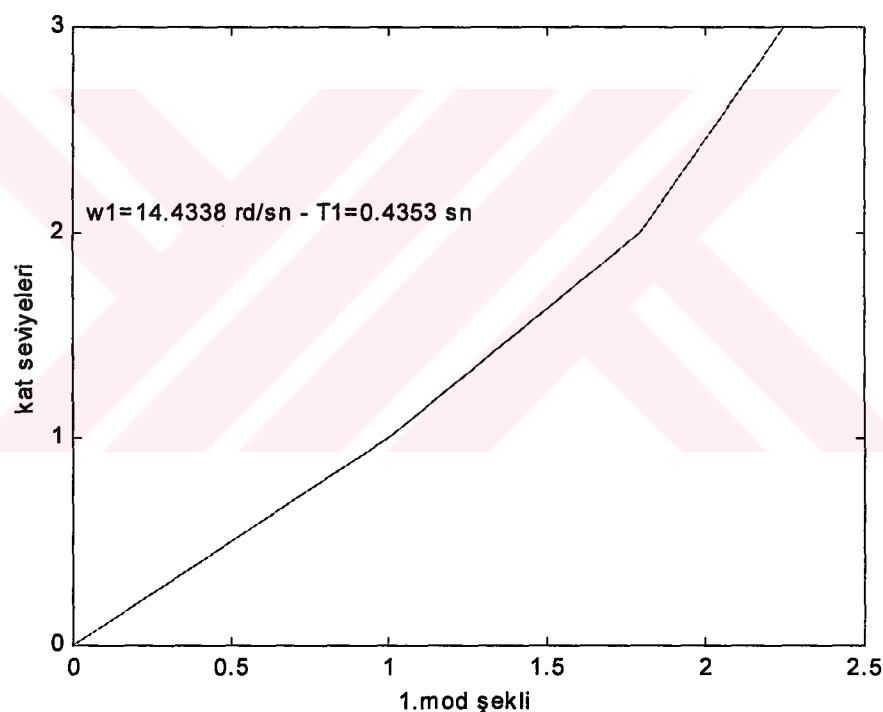
Özdeğerler kullanılarak herbir mod için titreşim frekansı ve periyotları çıkarılır.

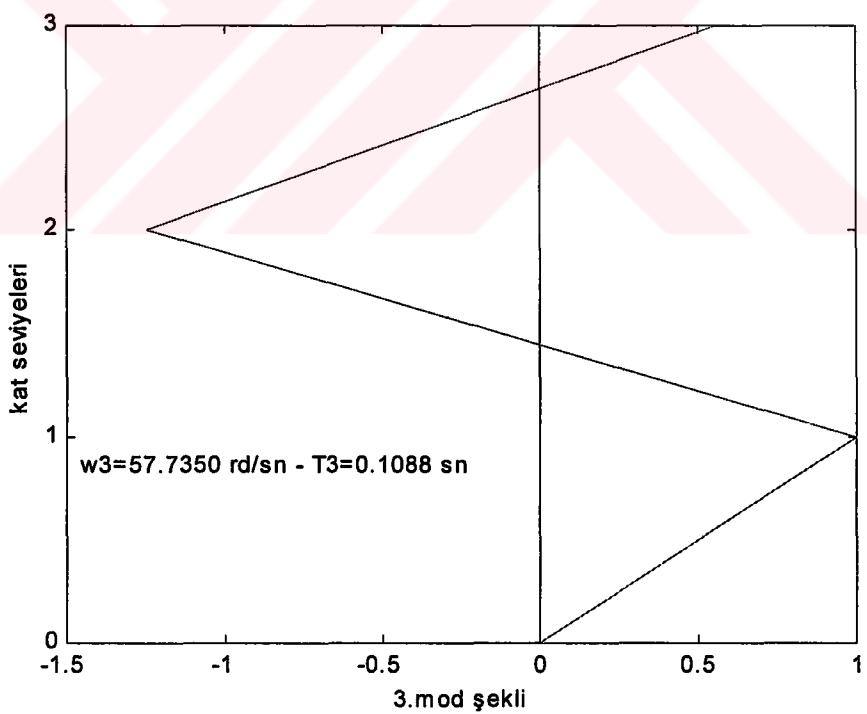
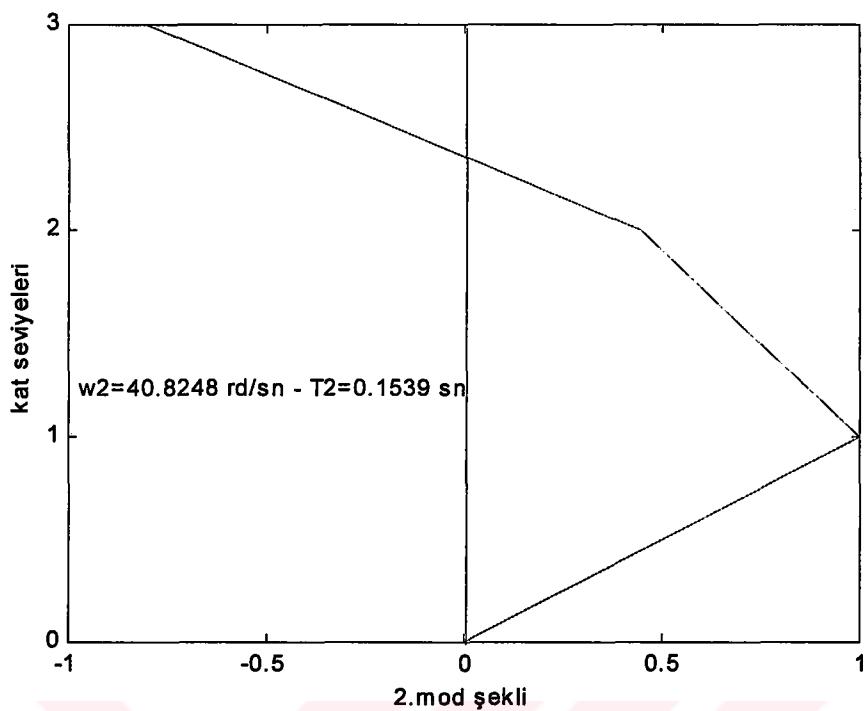
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 14.4338 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.4353 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 40.8248 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.1539 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 57.7350 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.1088 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.18)'de verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.





**Şekil 6.20 Yarı riyit düğüm noktalı çerçevenin mod şekilleri**

$$C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m} \text{ ve } C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$$

**Yay katsayı :  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 20000 \text{ t/m}$  ve  $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 20000 \text{ tm / rd}$  için;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b = 2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E = 2.8 \times 10^6 \text{ t / m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için bulunan azaltma katsayı ve buna bağlı yanal rijitlik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayı :  $\alpha_r = 0.4140$

Yanal rijitlik değeri :  $k = 2027.90 \text{ t/m}$

Çerçeveyin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 4.0558 & -2.0279 & 0 \\ -2.0279 & 4.0558 & -2.0279 \\ 0 & -2.0279 & 2.0279 \end{bmatrix}$$

Çerçeveyin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris (115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0.0005 & 0.0005 \\ 0.0005 & 0.0010 & 0.0010 \\ 0.0005 & 0.0010 & 0.0015 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0002 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0003 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0025 \end{bmatrix}$$

1.mod özvektörleri:

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 1. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A_1 = U_1 / U_1(1,1)$$

$$A1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

2.mod özvektörleri

$$U2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 2. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A2=U2/U2(1,1)$$

$$A2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

3.mod özvektörleri:

$$U3 = \begin{Bmatrix} 0.5910 \\ -0.7370 \\ 0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 3. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A3=U3/U3(1,1)$$

$$\mathbf{A3} = \begin{pmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{pmatrix}$$

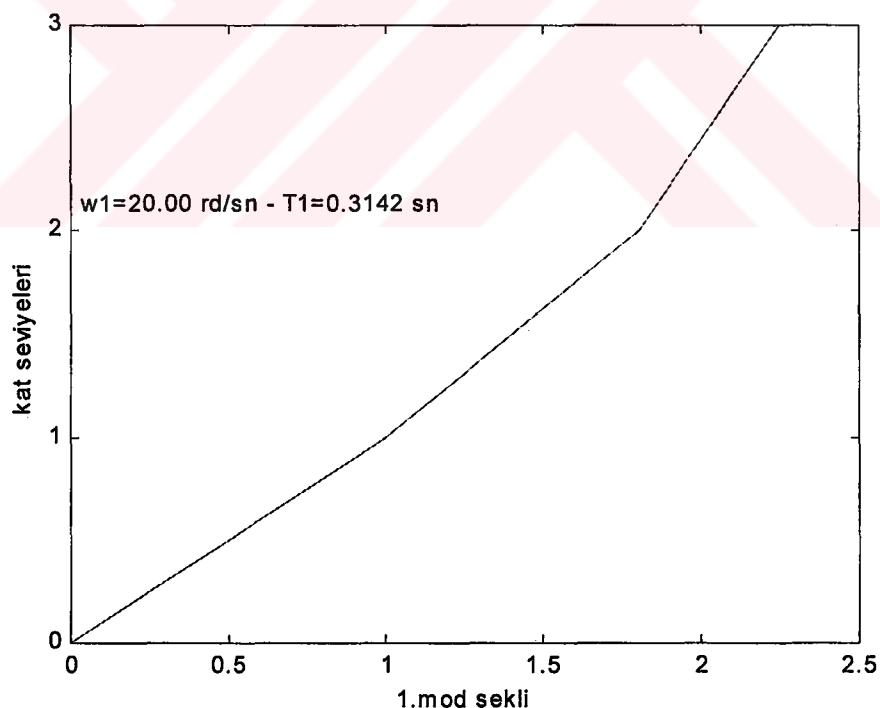
Özdeğerler kullanılarak herbir mod için titreşim frekansı ve periyotları hesaplanarak aşağıdaki gibi yazılır.

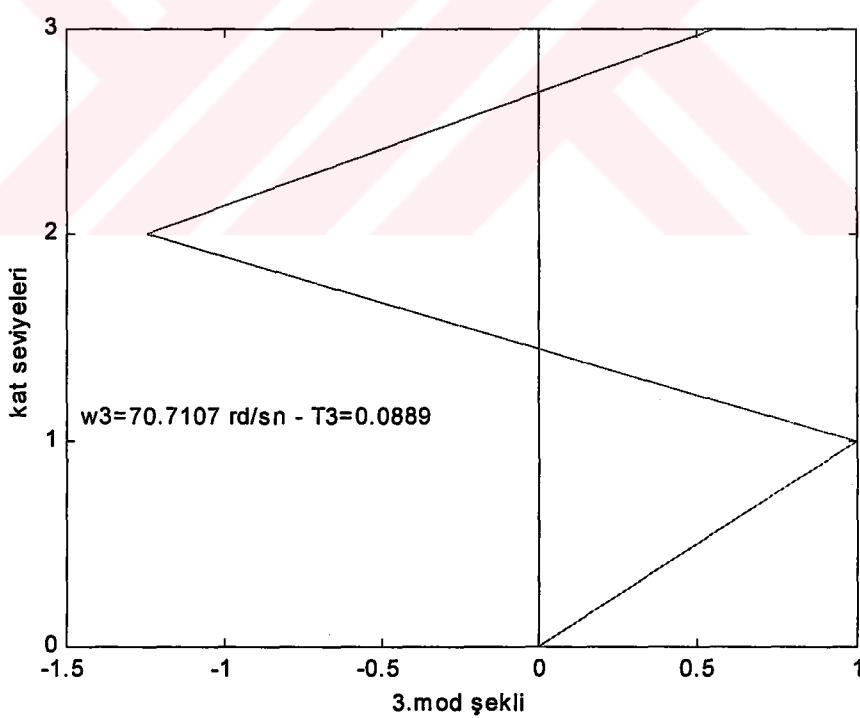
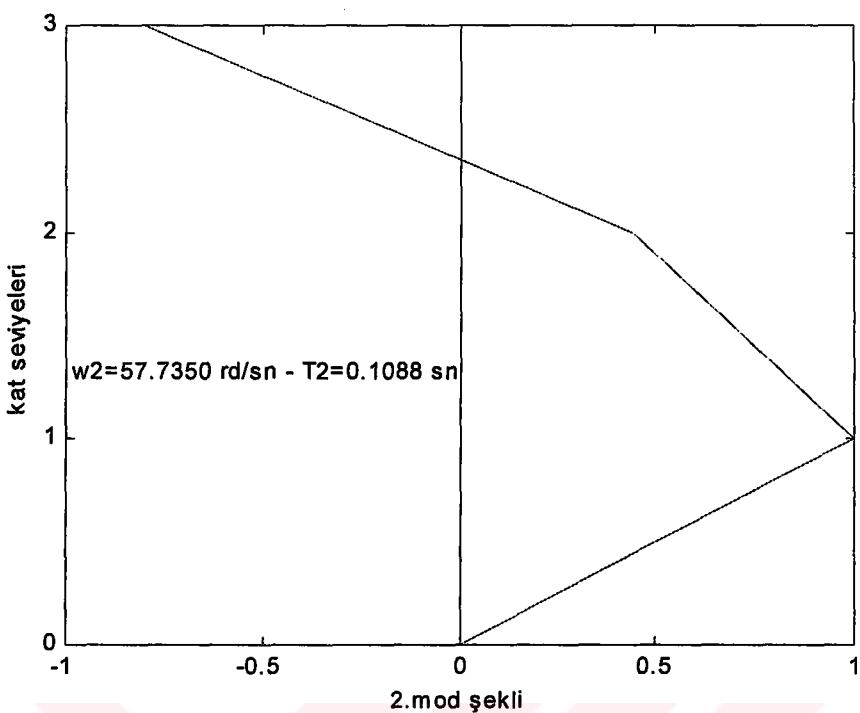
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 20.00 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.3142 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 57.7350 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.1088 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 70.7107 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.0889 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.18)'de verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.





**Şekil 6.21 Yarı rıjıt düğüm noktalı çerçeveyenin mod şekilleri**

$$C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 20000 \text{ t/m} \text{ ve } C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 20000 \text{ tm / rd}$$

**Yay katsayı :  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20}$  t/m ve  $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20}$  tm / rd için;**

Kiriş atalet momenti :  $I_b = 2.604 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Kolon atalet momenti :  $I_c = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Malzeme elastisite modülü :  $E = 2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$

Kolon kesit alanı :  $A_c = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak sistem için bulunan azaltma katsayı ve buna bağlı yanal rijitlik değeri aşağıdadır.

Azaltma katsayı :  $\alpha_r = 0.5978$

Yanal rijitlik değeri :  $k = 2928.11 \text{ t/m}$

Çerçevenin yanal rijitlik matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$K = 10^3 * \begin{bmatrix} 5.8562 & -2.9281 & 0 \\ -2.9281 & 5.8562 & -2.9281 \\ 0 & -2.9281 & 2.9281 \end{bmatrix}$$

Çerçevenin kütle matrisi hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$M = \begin{bmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{bmatrix}$$

Kütle ve yanal rijitlik matrisine bağlı dinamik matris (115) numaralı bağıntı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0.0003 & 0.0003 \\ 0.0003 & 0.0007 & 0.0007 \\ 0.0003 & 0.0007 & 0.0010 \end{bmatrix}$$

Dinamik matris kullanılarak özdeğer ve özdeğerler kolaylıkla bulunabilmektedir.

$$[U, V] = \text{eig}(D)$$

Özvektörler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$U = \begin{bmatrix} 0.5910 & -0.7370 & 0.3280 \\ -0.7370 & -0.3280 & 0.5910 \\ 0.3280 & 0.5910 & 0.7370 \end{bmatrix}$$

Özdeğerler hesaplanarak, aşağıda verilmiştir.

$$V = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0002 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0018 \end{bmatrix}$$

1.modun özvektörleri :

$$U_1 = \begin{Bmatrix} 0.3280 \\ 0.5910 \\ 0.7370 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 1. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A_1 = U_1 / \|U_1\| (1,1)$$

$$A_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}$$

2.modun özvektörleri :

$$U_2 = \begin{Bmatrix} -0.7370 \\ -0.3280 \\ 0.5910 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 2. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A_2 = U_2 / \|U_2\| (1,1)$$

$$A_2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4450 \\ -0.8019 \end{Bmatrix}$$

3.modun özvektörleri :

$$U_3 = \begin{Bmatrix} 0.5910 \\ -0.7370 \\ 0.3280 \end{Bmatrix}$$

Birinci serbestlik derecesine göre normalizasyon yapılarak 3. moda ait mod şekilleri hesaplanır.

$$A_3 = U_3 / \|U_3\| (1,1)$$

$$A_3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -1.2470 \\ 0.5550 \end{Bmatrix}$$

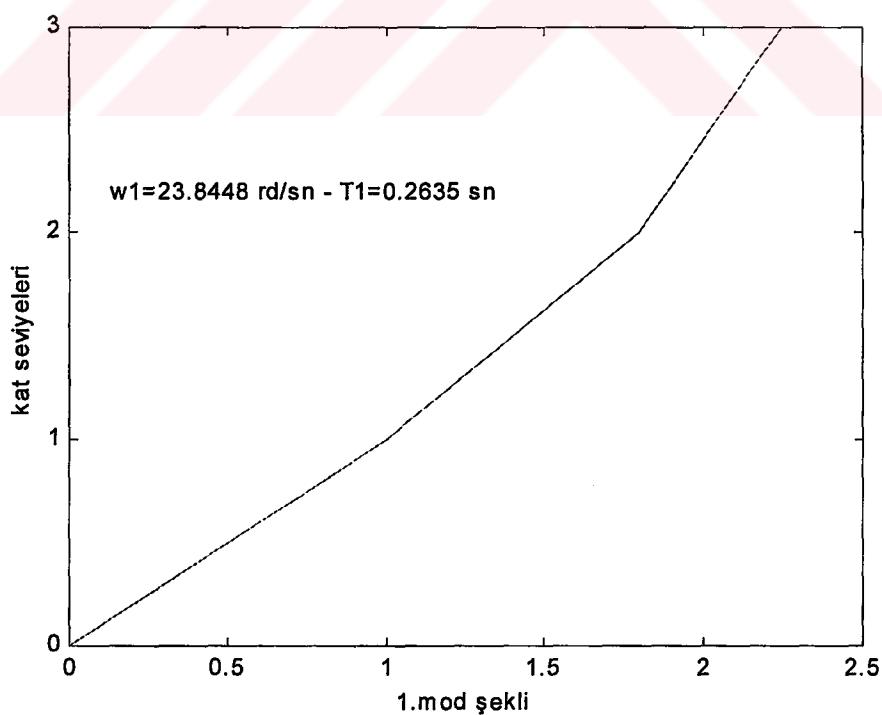
Özdeğerler kullanılarak her bir mod için titreşim frekansı ve periyotları çıkarılır.

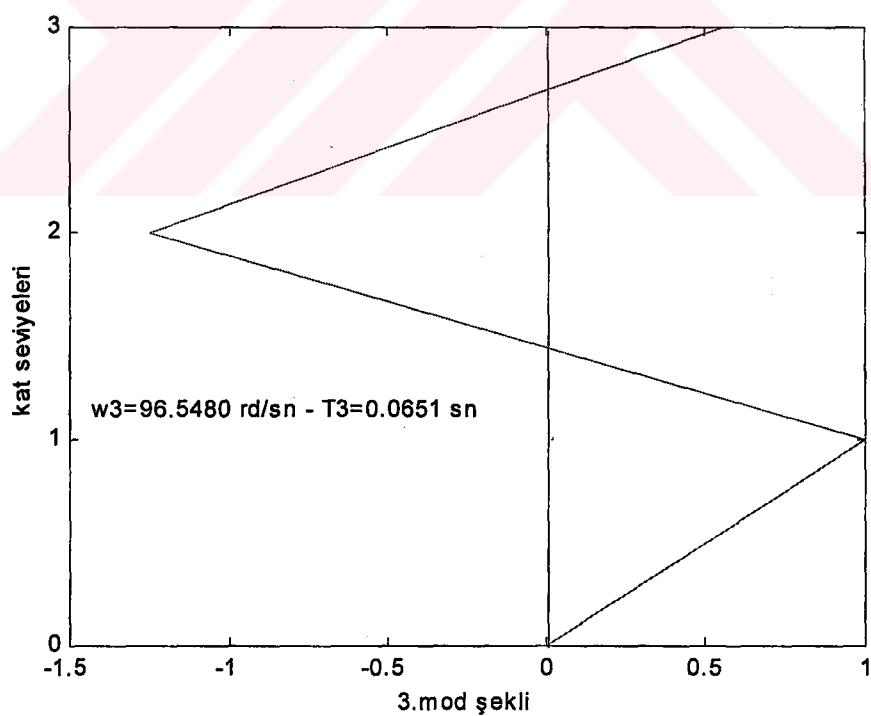
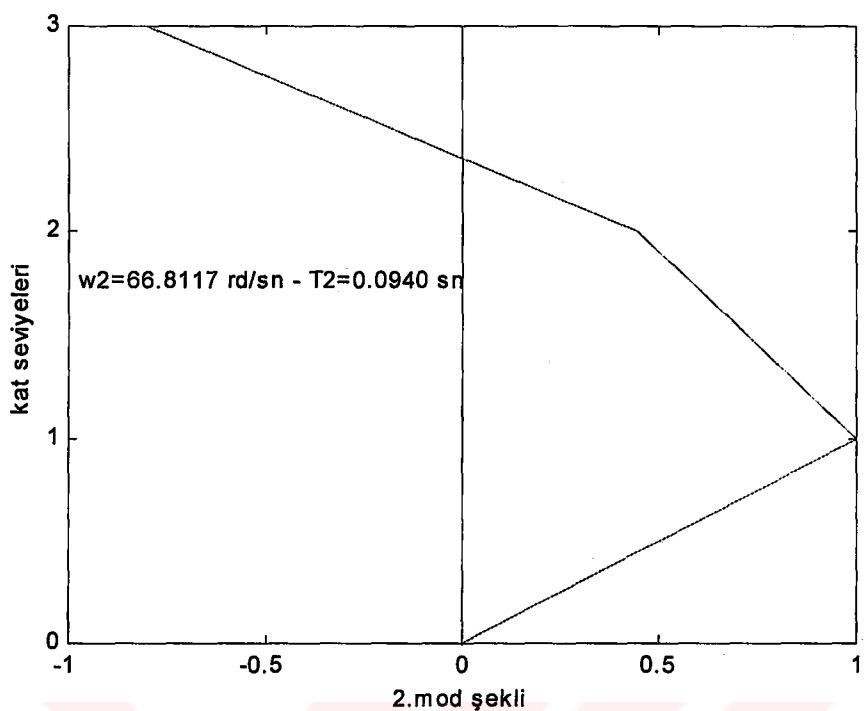
$$\omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = \omega_1 = 23.8448 \text{ rd/sn} \quad t_1 = 0.2635 \text{ sn}$$

$$\omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = \omega_2 = 66.8117 \text{ rd/sn} \quad t_2 = 0.0940 \text{ sn}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = \omega_3 = 96.5480 \text{ rd/sn} \quad t_3 = 0.0651 \text{ sn}$$

Aşağıda (Şekil 6.18)'de verilmiş olan yarı-rijit sistemin mod şekilleri sunulmaktadır.





**Şekil 6.22 Yarı rıjıt düğüm noktalı çerçeveyenin mod şekilleri**

$$C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20} \text{ t/m} \text{ ve } C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20} \text{ tm / rd}$$

Titreşim frekansı, periyotları ve bağlantı modeli arasındaki ilişki yay katsayılarına bağlı olarak aşağıdaki tablolarda sunulmuştur.

**Tablo 6.4  $C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 2000 \text{ tm / rd}$  ve  $C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 2000 \text{ t/m}$  için 1.mod Dinamik Parametreleri**

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	23.8448	0.2635
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	17.4078	0.3609
Dönmeye karşı yarı-rijit	10.7603	0.5839
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	10.4828	0.5994

**Tablo 6.5  $C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 2000 \text{ tm / rd}$  ve  $C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 2000 \text{ t/m}$  için 2.mod Dinamik Parametreleri**

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	66.8117	0.0940
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	50.00	0.1257
Dönmeye karşı yarı-rijit	30.1497	0.2084
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	28.8675	0.2177

**Tablo 6.6  $C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 2000 \text{ tm / rd}$  ve  $C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 2000 \text{ t/m}$  için 3.mod Dinamik Parametreleri**

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	96.5480	0.00651
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	70.7107	0.0889
Dönmeye karşı yarı-rijit	43.5677	0.1442
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	40.8248	0.1539

**Tablo 6.7  $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$  ve  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$  için 1.mod Dinamik Parametreleri**

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	23.8448	0.2635
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	19.2450	0.3265
Dönmeye karşı yarı-rijit	14.8210	0.4239
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	14.4338	0.4353

**Tablo 6.8  $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$  ve  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$  için 2.mod Dinamik Parametreleri**

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	66.8117	0.0940
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	57.7350	0.1088
Dönmeye karşı yarı-rijit	41.5274	0.1513
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	40.8248	0.1539

**Tablo 6.9  $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 5000 \text{ tm / rd}$  ve  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 5000 \text{ t/m}$  için 3.mod Dinamik Parametreleri**

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	96.5480	0.00651
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	70.7107	0.0889
Dönmeye karşı yarı-rijit	60.0088	0.1047
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	57.7350	0.1088

**Tablo 6.10  $C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 20000 \text{ tm / rd}$  ve  $C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 20000 \text{ t/m}$  için 1.mod Dinamik Parametreleri**

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	23.8448	0.2635
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	21.8218	0.2879
Dönmeye karşı yarı-rijit	20.1178	0.3123
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	20.00	0.3142

**Tablo 6.11  $C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 20000 \text{ tm / rd}$  ve  $C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 20000 \text{ t/m}$  için 2.mod Dinamik Parametreleri**

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	66.8117	0.0940
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	57.7350	0.1088
Dönmeye karşı yarı-rijit	57.7350	0.1088
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	57.7350	0.1088

**Tablo 6.12  $C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 20000 \text{ tm / rd}$  ve  $C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = 20000 \text{ t/m}$  için 3.mod Dinamik Parametreleri**

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	96.5480	0.00651
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	100.00	0.0628
Dönmeye karşı yarı-rijit	81.4552	0.0771
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	70.7107	0.0889

**Tablo 6.13**  $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20}$  tm / rd ve  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20}$  t/m için 1.mod Dinamik Parametreleri

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	23.8448	0.2635
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	23.8448	0.2635
Dönmeye karşı yarı-rijit	23.8448	0.2635
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	23.8448	0.2635

**Tablo 6.14**  $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20}$  tm / rd ve  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20}$  t/m için 2.mod Dinamik Parametreleri

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	66.8117	0.0940
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	66.8117	0.0940
Dönmeye karşı yarı-rijit	66.8117	0.0940
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	66.8117	0.0940

**Tablo 6.15**  $C_{\theta_1} = C_{\theta_2} = 10^{20}$  tm / rd ve  $C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = 10^{20}$  t/m için 3.mod Dinamik Parametreleri

Bağlantı modeli	Titreşim frekansı (rd/sn)	Titreşim periyodu (sn)
Rijit	96.5480	0.00651
Ötelenmeye karşı yarı-rijit	96.5480	0.00651
Dönmeye karşı yarı-rijit	96.5480	0.00651
Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit	96.5480	0.00651

---

## BÖLÜM YEDI

## SONUÇLAR

---

Yüksek lisans tezinde, dört farklı tip bilgisayar programı geliştirilmiş, rıjit ve yarı-rıjit çerçevelerin yanal rıjitlik ve azaltma katsayılarının bulunması için kullanılmıştır. Yarı rıjit düğüm noktalı çerçeve modelin, bağlantı esnekliği düğüm noktaları dönmeye ve ötelemeye karşı lineer elastik yaylarla modellenmiştir. Düğüm noktasının esnekliğinin çerçevenin dinamik tepkisi üzerindeki etkisi modal analiz yardımıyla araştırılmıştır. Bağlantı esnekliğinin etkisini incelemek amacıyla, aynı kesit, geometri ve malzeme özelliğine sahip yarı-rıjit ve rıjit düğüm noktalı çerçevelerin davranışları kiyaslanmıştır.

Bölüm ikide, rıjit düğüm noktalı bir düzlem çerçeve elemanın global rıjitlik matrisi kırış elemanın eğilme rıjilikine bağlı olarak çıkartılmıştır. Öncelikli olarak, kırış elemanın eğilme rıjilikleri sonsuz alınarak global rıjitlik matrisi elde edilmiştir. Daha sonra ; kırış elemanın boyutlarına bağlı eğilme rıjilikleri dikkate alınmış, kırış elemanın her iki ucundaki yanal deplasmanları eşit kabul edilerek global rıjitlik matrisi elde edilmiştir. Elde edilen bu global rıjitlik matrisine bağlı olarak yanal rıjitlik azaltma katsayılarına ulaşılmıştır. Yanal rıjitlik azaltma katsayılarını veren matlab editörü tabanında çalışan bir program geliştirilmiştir. Farklı açıklık ve yükseklik, farklı kırış kolon atalet momenti oranlarına göre azaltma katsayıları hesaplanıp tablolar halinde sunulmuştur. Açıklık değerine göre hesaplanan azaltma katsayılarının değişimi grafikler halinde sunulmuştur. Açıklık ve yükseklik oranının artmasının azaltma katsayılarının azalmasına ve dolayısıyla yanal rıjitlik değerinin düşüşüne sebep olduğu görülmüştür. Aynı açıklık ve yükseklik oranı için kırış kolon atalet momentleri oranının artmasını, yanal rıjitlik katsayısının artışına ve dolayısı ile yanal rıjitlik değerinin yükselmesine neden olduğu görülmüştür.

Bölüm üçte, düğüm noktaları dönmeye karşı lineer elastik yaylarla modellenmiş yarı-rijit düğüm noktalı bir düzlem çerçeve elemanın global rijitlik matrisi kiriş elemanın eğilme rijitliğine bağlı olarak çıkartılmıştır. Öncelikli olarak, kiriş elemanın eğilme rijitliği sonsuz alınarak global rijitlik matrisine ulaşılmıştır. Daha sonra ; kiriş elemanın boyutlarına bağlı eğilme rijitliği dikkate alınmış, kiriş elemanın her iki ucundaki yanal deplasmanları eşit kabul edilerek global rijitlik matrisi elde edilmiştir. Elde edilen bu global rijitlik matrisine bağlı olarak yanal rijitlik azaltma katsayılarına ulaşmıştır. Yanal rijitlik azaltma katsayılarını veren matlab editörü tabanında çalışan bir program geliştirilmiştir. Dört farklı yay katsayısı ( 2000 tm/rd, 5000 tm/rd, 20000 tm/rd,  $10^{20}$  tm/rd ) kullanılarak; farklı açıklık ve yükseklik, farklı kiriş kolon atalet momenti oranlarına göre azaltma katsayıları hesaplanıp tablolar halinde sunulmuştur. Açıklık değerine göre hesaplanan azaltma katsayılarının değişimi grafikler halinde sunulmuştur. Yay katsayılarının artışıyla orantılı olarak azaltma katsayılarında arttığı ve sonsuza çok yakın bir yay katsayısı ( $10^{20}$  tm/rd) değerinde yarı-rijit düğüm noktaları rijit düğüm noktası gibi davranışarak, bölüm ikide rijit düğüm noktalı çerçeve için hesaplanan azaltma katsayılarına ulaşmıştır. Açıklık ve yükseklik oranın artmasının azaltma katsayılarının azalmasına ve dolayısıyla yanal rijitlik değerinin düşüşüne neden olduğu görülmüştür. Aynı açıklık ve yükseklik oranında düşük yay katsayıları için kiriş kolon atalet momenti oranının artmasının yanal rijitlik katsayısının azalmasına, yay katsayısının yükselmesi ve sonsuza yaklaşması ile de yanal rijitlik katsayıının artışına neden olduğu görülür.

Bölüm dörtte, düğüm noktaları ötelenmeye karşı lineer elastik yaylarla modellenmiş yarı-rijit düğüm noktalı bir düzlem çerçeve elemanın global rijitlik matrisi kiriş elemanın eğilme rijitliğine bağlı olarak çıkartılmıştır. Öncelikli olarak, kiriş elemanın eğilme rijitliği sonsuz alınarak global rijitlik matrisine ulaşılmıştır. Daha sonra ; kiriş elemanın boyutlarına bağlı eğilme rijitliği dikkate alınmış, kiriş elemanın her iki ucundaki yanal deplasmanları eşit kabul edilerek global rijitlik matrisi elde edilmiştir. Elde edilen bu global rijitlik matrisine bağlı olarak yanal rijitlik azaltma katsayılarına ulaşmıştır. Yanal rijitlik azaltma katsayılarını veren matlab editörü tabanında çalışan bir program geliştirilmiştir. Dört farklı yay katsayısı ( 2000 tm/rd, 5000 tm/rd, 20000 tm/rd,  $10^{20}$  tm/rd ) kullanılarak; farklı açıklık ve

yükseklik, farklı kiriş kolon atalet momenti oranlarına göre azaltma katsayıları hesaplanıp tablolar halinde sunulmuştur. Açıklık değerine göre hesaplanan azaltma katsayılarının değişimi grafikler halinde sunulmuştur. Yay katsayılarının artışıyla orantılı olarak azaltma katsayılarında arttığı ve sonsuza çok yakın bir yay katsayısı ( $10^{20}$  tm/rd) değerinde yarı-rijit düğüm noktaları rijit düğüm noktası gibi davranışarak, bölüm ikide rijit düğüm noktalı çerçeveye için hesaplanan azaltma katsayılarına ulaşmıştır. Açıklık ve yükseklik oranın artmasının azaltma katsayılarının azalmasına ve dolayısıyla yanal rijitlik değerinin düşüşüne sebep olduğu görülmüştür. Aynı açıklık ve yükseklik oranı için kiriş kolon atalet momenti oranının artmasının yanal rijitlik katsayısının artışına ve dolayısı ile yanal rijitlik değerinin yükselmesine, neden olduğu görülür. Aynı açıklık ve yükseklik oranında; yay katsayıları ve kiriş kolon atalet momenti oranının artmasının yanal rijitlik katsayısının artışına neden olduğu görülür.

Bölüm beşte, düğüm noktaları dönmeye ve ötelenmeye karşı lineer elastik yaylarla modellenmiş yarı-rijit düğüm noktalı bir düzlem çerçeveye elemanın global rijitlik matrisi kiriş elemanın eğilme rijitliğine bağlı olarak çıkartılmıştır. Öncelikli olarak, kiriş elemanın eğilme rijitliği sonsuz alınarak global rijitlik matrisine ulaşmıştır. Daha sonra ; kiriş elemanın boyutlarına bağlı eğilme rijitliği dikkate alınmış, kiriş elemanın her iki ucundaki yanal deplasmanları eşit kabul edilerek global rijitlik matrisi elde edilmiştir. Elde edilen bu global rijitlik matrisine bağlı olarak yanal rijitlik azaltma katsayılarına ulaşmıştır. Yanal rijitlik azaltma katsayılarını veren matlab editörü tabanında çalışan bir program geliştirilmiştir. Dört farklı yay katsayısı eşleşmesi (2000 tm - 5000 tm/rd, 5000 tm - 2000 tm/rd, 5000 tm - 5000 tm/rd,  $10^{20}$  tm- $10^{20}$  tm/rd ) kullanılarak; farklı açıklık ve yükseklik, farklı kiriş kolon atalet momenti oranlarına göre azaltma katsayıları hesaplanıp tablolar halinde sunulmuştur. Açıklık değerine göre hesaplanan azaltma katsayılarının değişimi grafikler halinde sunulmuştur. Yay katsayılarının artışıyla orantılı olarak azaltma katsayılarında arttığı ve sonsuza çok yakın bir yay katsayısı ( $10^{20}$  tm/rd) değerinde yarı-rijit düğüm noktaları rijit düğüm noktası gibi davranışarak, bölüm ikide rijit düğüm noktalı çerçeveye için hesaplanan azaltma katsayılarına ulaşmıştır. Aynı açıklık ve yükseklik oranın için, dönmeye karşı lineer elastik yay katsayısının büyük

olduğu durumda hesaplanan yanal rıjilik azaltma katsayıları, ötelemeye karşı lineer elastik yay katsayısının büyük olduğu durumda hesaplanan yanal rıjilik azaltma katsayılarından daha büyüktür. Dönmeye ve ötelenmeye karşı lineer elastik yay katsayılarının eşit olduğu durumda ise; açıklık ve yükseklik oranın artmasının azaltma katsayılarının azalmasına ve dolayısıyla yanal rıjilik değerinin düşüşüne neden olduğu , aynı açıklık ve yükseklik oranında kiriş kolon atalet momenti oranının artmasının yanal rıjilik katsayısının azalmasına neden olduğu görülür.

Bölüm altında, daha önceki bölümlerde global rıjilik matrisleri, yanal rıjilik azaltma katsayıları ve buna bağlı yanal rıjilik azaltma değerleri çıkarılmış dört farklı bağlantı modelli çerçeveler için dinamik analiz yapılmıştır. Dinamik analiz için geometri, kesit ve kütle özelliklerini aynı üç katlı tek açıklıklı bir çerçeve modeli alınmıştır. Her bir düğüm noktası modeli için dinamik analiz yapılırken, bağlantı noktalarında bulunan yay katsayıları dört farklı değerde alınmıştır. Bu dört farklı yay katsayısı ve dört farklı bağlantı modeli için modal analiz yapılarak titreşim frekansları ve periyotları bulunmuş ve değişimler incelenmiştir. Yay katsayısı değerleri 2000 t/m ve 2000 tm/rd için, her üç modda hesaplanan titreşim frekansı değerleri sırası ile rıj, ötelenmeye karşı yarı-rıj, dönmeye karşı yarı-rıj, dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rıj bağlantı modelleri için büyükten küçüğe doğru sıralanmaktadır. Titreşim periyotları ise sırası ile dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rıj, dönmeye karşı yarı-rıj, ötelenmeye karşı yarı-rıj ve rıj bağlantı modelleri için büyükten küçüğe doğru sıralanmaktadır. Bu yay katsayısı değerleri için her bir bağlantı modellinde; mod arttıkça titreşim frekansı artmakta, titreşim periyodu değerleri azalmaktadır. Yay katsayısı değerleri 5000 t/m ve 5000 tm/rd için, her üç modda hesaplanan titreşim frekansı değerleri sırası ile rıj, ötelenmeye karşı yarı-rıj, dönmeye karşı yarı-rıj, dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rıj, dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rıj bağlantı modelleri için büyükten küçüğe doğru sıralanmaktadır. Titreşim periyotları ise sırası ile dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rıj, dönmeye karşı yarı-rıj, ötelenmeye karşı yarı-rıj ve rıj bağlantı modelleri için büyükten küçüğe doğru sıralanmaktadır. Bu yay katsayısı değerleri için her bir bağlantı modellinde; mod arttıkça titreşim frekansı artmakta, titreşim periyodu değerleri azalmaktadır. Yay katsayısı değerleri 20000 t/m ve 20000 tm/rd için, her üç modda hesaplanan titreşim frekansı değerleri sırası ile

rijit, ötelenmeye karşı yarı-rijit, dönmeye karşı yarı-rijit, dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit bağlantı modelleri için büyükten küçüğe doğru sıralanmaktadır. Titreşim periyotları ise sırası ile dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit, dönmeye karşı yarı-rijit, ötelenmeye karşı yarı-rijit ve rijit bağlantı modelleri için büyükten küçüğe doğru sıralanmaktadır. Bu yay katsayısı değerleri için 2.modta her bir yarı-rijit bağlantı modeli için hesaplanan titreşim frekansı ve periyot değerleri aynı çıkmıştır. Yay katsayısı değerleri  $10^{20}$  t/m ve  $10^{20}$  tm/rd için, her üç modta hesaplanan titreşim frekansı değerleri ve periyotları aynı hesaplanmıştır. Bu yay katsayısı değerleri için her bir bağlantı modellinde; mod arttıkça titreşim frekansı artmaka, titreşim periyodu değerleri azalmaktadır.

Esnek bağlantılı yarı rijit çerçevelerin dinamik davranışları, aynı çerçevenin düğüm noktalarının rijit bağlantılı olarak teşkil edilmesi halindeki dinamik davranışından farklıdır. Çünkü bağlantı esnekliğinin etkisi yüksek modlarda az iken düşük modlarda (özellikle temel modta) periyotları artırma eğilimindedir. Periyotlar daha geniş yayılır. Titreşimi sona erdirmek amacıyla yarı-rijit için gerekli olan zaman aynı çerçevenin düğüm noktalarının rijit bağlantılı olarak teşkil edilmesi halindeki gerekli olan zamandan daha uzundur. Diğer yandan, bulunan bağlantı esnekliği göz önüne alınarak, titreşimi sona erdirmek amacıyla yarı rijit için gerekli olan devir sayısı daha azdır.

---

## KAYNAKLAR

---

1. Awkar,J.C.,Lui,E.M.(1997).Seismic analysis and response of multistory semirigid frames.Engng.Struct.,30,425-441
2. Bjorhovde,R.,Colson,A.,&Brozetti,J.(1990).A classification system for beam to column connections.ASCE J.Struct.Engng.,116,3059-3076
3. Chen,W.F.(1987).Joint flexibility in steel frames.New York,Elsevier
4. Chen,W.F.(1987).Steel beam to column connections.New York,Elsevier
5. Chen,W.F.,Goto,Y.,&Liew,R.(1993).Stability design of semi rigid frames. New York,Wiley
6. Chopra,A.K.(1995).Dynamics of structures:Theory and Applications to earthquake engineering.Englewood Cliffs,NJ,Prentice Hall
7. Christopher,J.E.,Bjorhovde,R.(1998).Response characteristics of frames with semi-rigid connections.J.Construct.Steel Res.,46,253-254
8. Clough,R. W.,Penzien,J.(1993).Dynamics of structures 2<sup>nd</sup> ed.New York,NY, McGraw-Hill
9. Council on tall buildings and urban habitat.(1993).Semi rigid connections in steel frames.New York:Lorenz,R.F.,Kato,B.,&Chen,W.F.
10. Çatal,H.H.(2002).Yapı ve deprem mühendisliğinde matris yöntemler.İzmir, D.E.Ü Mühendislik Fakültesi Yayınları No:294
11. European Community.(1990).Design of steel structure:part1 general rules and rules for buildings.Brussels,Belgium
12. Kattner,M.,Crisinel,M.(1999).Finite element modelling of semi-rigid composite joints.Computers and Structures,78,341-353
13. Lee,S.,Moon,T.(2002).Moment-rotation model of semi-rigid connections with angles.Engng.Struct.,24,227-237

14. Lui,.E.M.,Lopes,A.(1997).Dynamic analysis and response of semirigid Frames.Engng.Struct.,19(8),644-654
15. Salazar,A.,Haldar,A.(1999).Nonlinear seismic response of steel structures with semi-rigid and composite connections. J.Construct.Steel Res.,51,37-59

---

## EKLER

---

**Ek-1 : Rijit bağlantılı çerçevelerin yanal rijitlik değerlerinin bulunması için bir matlab programı**

```
% rijit.m
% bu program yanal rijitlik sayısının degerinin bulur.
% ar yanal rijitlik azaltma sayısıdır.
% k yanal rijitlik sayısıdır.
% Ib ve Ic sırası ile kiriş ve kolon atalet momentleridir.
% l ve h sırası ile açıklık ve yükseklik uzunluk degerleridir.
% a kolon kesit alanı degeridir.
% E malzeme elastisite modülü degeridir.
% Eger eksenel deformasyonlar göz önüne alınırsa K=1 ,
% göz önüne alınmazsa K=0 girilecektir.

Ib=input('kiriş atalet momenti Ib=')
Ic=input('kolon atalet momenti Ic=')
l=input('cerceve açıklık degeri l=')
h=input('cerceve yükseklik degeri h=')
a=input('kolon kesit alanı a=')
E=input('malzeme elastisite modülü E=')
K=input('eksenel deformasyon kriteri K=')

A=(6*E*Ib/(l^2))*((12*E*Ib*h*l)/(24*E*Ib*h+a*E*(l^3)))
B=(4*E*Ic/h)+(4*E*Ib/l)
C=2*E*Ib/l
if K==1
    ar=1-((3*E*Ic)/(h*(B+C-2*A)))
else
    ar=((3*E*Ic)/(h*(B+C-2*A)))-(1/(K))
end
```

```

k=(24*E*Ic/(h^3))*ar
else K==0
    ar=1-((3*E*Ic)/(h*(B+C)))
    k=(24*E*Ic/(h^3))*ar
end
disp('ar')
disp('k')

```

**Ek-2 : Dönmeye karşı yarı-rijit bağlı çercevelerin yanal rijitlik değerlerinin bulunması için bir matlab programı**

```

% yaririjitdonme.m
% bu program yanal rijitlik sayısının degerini bulur.
% ar yanal rijitlik azaltma katsayısıdır.
% k yanal rijitlik sayısıdır.
% Ib,Ic sırası ile kiriş e kolon atalet momentleridir.
% l , h sırası ile acıklık e yükseklik uzunluk degerleridir.
% a kolon kesit alanı degeridir.
% E malzeme elastisite modülü degeridir.
% Eger eksenel deformasyonlar göz önüne alınırsa K=1 ,
% göz önüne alınmazsa K=0 girilecektir.
% Rj , Rk sırası ile rijitlik indeksleridir.
% Cj , Ck sırası ile dönel yay sabitleridir.
Cj=input('j nolu düğümün yay sabiti Cj=')
Ck=input('k nolu düğümün yay sabiti Ck=')
Ib=input('kiriş atalet momeni Ib=')
Ic=input('kolon atalet momenti Ic=')
l=input('cerceve acıklık degeri l=')
h=input('cerceve yükseklik degeri h=')
a=input('kolon kesit alanı a=')
E=input('malzeme elastisite modülü E=')
K=input('eksenel deformasyon kriteri K=')
Rj=(Cj*l)/(E*Ib)
Rk=(Ck*l)/(E*Ib)
n1=(1+3/Rj)
n2=(1+3/Rk)
B1=(3*n2)/(4*n1*n2-1)
B2=3/(4*n1*n2-1)
B3=(3*n1)/(4*n1*n2-1)
G1=(B1+B2+B3)/3
G2=(2*B1+B2)/3
G3=(2*B3+B2)/3
A=(12*E*Ib*G1)/(l^3)

```

```

B=a*E/h
C=(6*E*Ib*G2)/(l^2)
D=(6*E*Ib*G3)/(l^2)
N=(4*E*Ic*B3)/h
F=(6*E*Ib*G1)/(l^2)
G=(2*E*Ib*B2)/l
H=(4*E*Ib*B3)/l
I=(-6*E*Ic*G3)/(h^2)
L=(4*E*Ib*B1)/l
if K==1
    U(1,1)=A+B
    U(1,2)=C
    U(1,3)=-A
    U(1,4)=D
    U(2,1)=C
    U(2,2)=N+L
    U(2,3)=-F
    U(2,4)=G
    U(3,1)=-A
    U(3,2)=-F
    U(3,3)=A+B
    U(3,4)=-D
    U(4,1)=D
    U(4,2)=G
    U(4,3)=-D
    U(4,4)=N+H
    O(1,1)=0
    O(2,1)=I
    O(3,1)=0
    O(4,1)=I
    z=inv(U)*O
ar=(G1*(1+h*G3*z(2,1)/(4*G1)+h*G3*z(4,1)/(4*G1)))
k=(24*E*Ic*ar)/(h^3)
else K==0
    R(1,1)=N+L
    R(1,2)=G
    R(2,1)=G
    R(2,2)=N+H
    j(1,1)=I
    j(2,1)=I
    z=inv(R)*j
ar=(G1*(1+h*G3*z(1,1)/(4*G1)+h*G3*z(2,1)/(4*G1)))
k=(24*E*Ic*ar)/(h^3)
end
disp('ar')
disp('k')

```

**Ek-3 : Ötelemeye karşı yarı-rijit bağlı cerçevelerin yanal rijitlik değerlerinin bulunması için bir matlab programı**

```
% yarırijitoteleme.m
% bu program yanal rijitlik sayısının değerinin bulur.
% ar yanal rijitlik azaltma sayısıdır.
% k yanal rijitlik sayısıdır.
% Ib ve Ic sırası ile kiriş ve kolon atalet momentleridir.
% l ve h sırası ile açıklık ve yükseklik uzunluk değerleridir.
% a kolon kesit alanı değeridir.
% E malzeme elastisite modülü değeridir.
% Eğer eksenel deformasyonlar göz önüne alınırsa K=1 ,
% göz önüne alınmazsa K=0 girilecektir.

Ib=input('kiriş atalet momenti Ib=')
Ic=input('kolon atalet momenti Ic=')
l=input('cerçeve açıklık değeri l=')
h=input('cerçeve yükseklik değeri h=')
a=input('kolon kesit alanı a=')

E=input('malzeme elastisite modülü E=')
K=input('eksenel deformasyon kriteri K=')
kj=input('j noktası yay katsayısı')
kk=input('k noktası yay katsayısı')

R=(a*E*kj*kk)/(l*kj*kk+a*E*(kj+kk))
A=(6*E*Ib/(l^2))*((12*E*Ib*l)/(24*E*Ib*R*(l^3)))
B=(4*E*Ic/h)+(4*E*Ib/l)
C=2*E*Ib/l

if K==1
    ar=1-((3*E*Ic)/(h*(B+C-2*A)))
    k=(24*E*Ic/(h^3))*ar
else K==0
    ar=1-((3*E*Ic)/(h*(B+C)))
    k=(24*E*Ic/(h^3))*ar
```

```

end
disp('ar')
disp('k')

```

**Ek-4 : Dönmeye ve ötelenmeye karşı yarı-rijit bağlantılı çerçevelerin  
yanal rijitlik değerlerinin bulunması için bir matlab programı**

```

% yarırijitdönmeveotelenme.m
% bu program yanal rijitlik sayısının degerini bulur.
% ar yanal rijitlik azaltma katsayısıdır.
% k yanal rijitlik sayısıdır.
% Ib,Ic sırası ile kiriş e kolon atalet momentleridir.
% l , h sırası ile açıklık e yükseklik uzunluk degerleridir.
% a kolon kesit alanı degeridir.
% E malzeme elastisite modülü degeridir.
% Eger eksenel deformasyonlar göz önüne alınırsa K=1 ,
% göz önüne alınmazsa K=0 girilecektir.
% Rj , Rk sırası ile rijitlik indeksleridir.
% Cj , Ck sırası ile dönel yay sabitleridir.
kj=input('j noktası yanal yay katsayı')'
kk=input('k noktası yanal yay katsayı')'
Cj=input('j nolu düğümün dönel yay sabiti Cj=')
Ck=input('k nolu düğümün dönel yay sabiti Ck=')
Ib=input('kiriş atalet momeni Ib=')
Ic=input('kolon atalet momenti Ic=')
l=input('cerceve açıklık degeri l=')
h=input('cerceve yükseklik degeri h=')
a=input('kolon kesit alanı a=')
E=input('malzeme elastisite modülü E=')
K=input('eksenel deformasyon kriteri K=')
Rj=(Cj*l)/(E*Ib)
Rk=(Ck*l)/(E*Ib)
n1=(1+3/Rj)

```

```

n2=(1+3/Rk)
B1=(3*n2)/(4*n1*n2-1)
B2=3/(4*n1*n2-1)
B3=(3*n1)/(4*n1*n2-1)
G1=(B1+B2+B3)/3
G2=(2*B1+B2)/3
G3=(2*B3+B2)/3
A=(12*E*Ib*G1)/(l^3)
R=(a*E*kj*kk)/(l*kj*kk+a*E*(kj+kk))
C=(6*E*Ib*G2)/(l^2)
D=(6*E*Ib*G3)/(l^2)
N=(4*E*Ic*B3)/h
F=(6*E*Ib*G1)/(l^2)
G=(2*E*Ib*B2)/l
H=(4*E*Ib*B3)/l
I=(-6*E*Ic*G3)/(h^2)
L=(4*E*Ib*B1)/l
if K==1
    U(1,1)=A+R
    U(1,2)=C
    U(1,3)=-A
    U(1,4)=D
    U(2,1)=C
    U(2,2)=N+L
    U(2,3)=-F
    U(2,4)=G
    U(3,1)=-A
    U(3,2)=-F
    U(3,3)=A+R
    U(3,4)=-D
    U(4,1)=D
    U(4,2)=G

```

```

U(4,3)=-D
U(4,4)=N+H
O(1,1)=0
O(2,1)=I
O(3,1)=0
O(4,1)=I
z=inv(U)*O
ar=(G1*(1+h*G3*z(2,1)/(4*G1)+h*G3*z(4,1)/(4*G1)))
k=(24*E*Ic*ar)/(h^3)
else K==0
    R(1,1)=N+L
    R(1,2)=G
    R(2,1)=G
    R(2,2)=N+H
    j(1,1)=I
    j(2,1)=I
    z=inv(R)*j
    ar=(G1*(1+h*G3*z(1,1)/(4*G1)+h*G3*z(2,1)/(4*G1)))
    k=(24*E*Ic*ar)/(h^3)
end
disp('ar')
disp('k')

```