

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

**İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
ÖRÜNTÜ KAVRAMINA İLİŞKİN
ÖĞRENCİ GÜÇLÜKLERİ BİLGİLERİNİN
İNCELENMESİ**

Berna KUTLUK

**İzmir
2011**

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
ÖRÜNTÜ KAVRAMINA İLİŞKİN
ÖĞRENCİ GÜÇLÜKLERİ BİLGİLERİNİN
İNCELENMESİ

Berna KUTLUK

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Sibel YEŞİLDERE İMRE

İzmir
2011

YEMİN

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “**İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÖRÜNTÜ KAVRAMINA İLİŐKİN ÖĞRENCİ GÜÇLÜKLERİ BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ**” adlı çalıŐmanın, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı dűŐecek bir yardıma baŐvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynak dizininde gösterilenlerden olduğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmıŐ olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Berna KUTLUK

20/ 12 / 2011

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim süresince ilgi ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, araştırmanın her aşamasında çalışmalarına rehberlik eden, her sorumu büyük bir titizlikle cevaplayan ve bana yol gösteren değerli danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Sibel YEŞİLDERE İMRE'ye çok teşekkür ederim.

Yüksek lisans eğitimim boyunca derslerini takip ettiğim Sayın Yrd. Doç. Dr. Süha YILMAZ'a ve Sayın Doç. Dr. Elif TÜRÜKLÜ'ye, yoğun çalışmalarına rağmen tez savunmama katılan Sayın Yrd. Doç. Dr. Hatice AKKOÇ'a teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim boyunca her zaman yanımda olan dönem arkadaşlarım; Rukiye ASLAN'a, Damla SARI'ya ve Mürüvvet BERKUN'a verdikleri desteklerden dolayı çok teşekkür ederim.

Hayatımın her safhasında yanımda olan, beni destekleyen ve bugünlere gelmemde çok büyük emekleri olan canım annem ve babam Keziban ve Hasan KUTLUK'a teşekkür ederim.

Yüksek lisans öğrenimim süresince beni, 2210 Yurtiçi Yüksek Lisans Bursu ile destekleyen TÜBİTAK'a teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Yemin.....	i
Teşekkür.....	ii
İçindekiler.....	iii
Tablo Listesi.....	vi
Şekil Listesi.....	vii
Özet.....	viii
Abstract.....	x

BÖLÜM I

GİRİŞ	1
Problem Durumu.....	4
Araştırmanın Amacı.....	5
Araştırmanın Önemi.....	5
Problem Cümlesi.....	6
Alt Problemler.....	6
Sayıtlar.....	7
Sınırlılıklar.....	7
Tanımlar.....	7

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR	9
Örüntü Kavramı İle İlgili Yapılan Araştırmalar.....	9
Örüntü Konusundaki Öğrenci Güçlükleri.....	15
Pedagojik Alan Bilgisi.....	18

BÖLÜM III	26
------------------------	----

YÖNTEM	26
---------------------	----

Araştırma Modeli.....	26
Çalışma Grubu.....	28
Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi.....	29
Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Görüşme Formunun Geliştirilmesi...29	
Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Ders Gözlem Formunun Geliştirilmesi.....	36
İşlem Yolu.....	36
Veri Toplama Araçlarının Geçerlik ve Güvenirlikleri.....	37
Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği.....	37
Veri Çözümleme Teknikleri.....	38
Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Görüşme Formunun Analizi.....	38
Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Ders Gözlem Formunun Analizi.....	39
BÖLÜM IV	40
BULGULAR VE YORUMLAR	40
Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular.....	40
İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular.....	48
SÖGGF-1'e İlişkin Bulgular.....	48
SÖGGF-2'ye İlişkin Bulgular.....	52
Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular.....	62
SÖGGF-1'e İlişkin Bulgular.....	62
SÖGGF-2'ye İlişkin Bulgular.....	67
Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular.....	72
K ₁₄ 'nün Ders Gözlemine İlişkin Bulgular.....	73

K ₁₅ 'in Ders Gözlemine İlişkin Bulgular.....	81
K ₂ 'nin Ders Gözlemine İlişkin Bulgular.....	86
BÖLÜM V	91
Sonuç, Tartışma ve Öneriler.....	91
KAYNAKÇA	98
EKLER	106
EK 1 Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Görüşme Formu-1.....	106
EK 2 Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Görüşme Formu-2.....	108
EK 3 Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Ders Gözlem Formu.....	113
EK 4 Görüşme İçin Öğretmen Bilgilendirme Yönergesi.....	119
EK 5 Araştırmanın Yapıldığı Okulların Listesi.....	120
EK 6 Görüşme Yoluyla Toplanan Verilerin Takvimi.....	121
EK 7 İzin Belgesi.....	122

TABLO LİSTESİ

Tablo 1. Farklı Araştırmacılara Göre PAB'nin Bileşenleri.....	22
Tablo 2. Mesleki Deneyim Yıllarına Göre Katılımcı Sayısı.....	28
Tablo 3. Katılımcıların Sayı Örüntülerini Genelleme Konusuna Bakış Açıkları	40
Tablo 4. Katılımcıların Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Öğrenci Güçlükleri Bilgileri.....	48
Tablo 5. Katılımcıların Sayı Örüntülerini Genelleme Konusunu Derslerinde Ele Alış Şekilleri	63
Tablo 6. Katılımcıların Derslerinde Sayı Örüntülerini Genellemeyi Ele Alış Şekilleri	72

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1. Cebirsel Örüntü Genellemenin İnşası.....	27
Şekil 2. Aritmetik Örüntü Genellemenin İnşası.....	29
Şekil 3. Olgunlaşmamış Tümevarımların İnşası.....	29

ÖZET

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÖRÜNTÜ KAVRAMINA İLİŞKİN ÖĞRENCİ GÜÇLÜKLERİ BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

Berna KUTLUK

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmenlerinin örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerini incelemektir. Sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlüklerinin ilköğretim matematik öğretmenleri tarafından ne derece bilindiği ve bu bilgilerinin ders işlenişlerine olan etkileri tartışılmaktadır.

Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay çalışması kullanılmıştır. Örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinin incelenmesinde iki veri toplama aracı kullanılmıştır. Bunlar; sayı örüntülerini genellemeye ilişkin görüşme formu ve gözlem formudur. Sayı örüntülerini genellemeye ilişkin görüşme formu iki kısımdan oluşmaktadır. Sayı örüntülerini genellemeye ilişkin görüşme formu-1 (SÖGGF-1); öğretmenlerin genel olarak sayı örüntülerini genelleme konusu, konu ile ilgili öğrenci güçlükleri ve konuyu derslerinde ele alış şekilleri ile ilgili düşüncelerini öğrenmek amacıyla hazırlanmıştır. Sayı örüntülerini genellemeye ilişkin görüşme formu-2 (SÖGGF-2); literatürdeki öğrenci güçlükleri göz önünde bulundurularak hazırlanan 3 senaryodan oluşmaktadır. Senaryolar ile öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme konusundaki öğrenci güçlükleri bilgileri ve öğrenci güçlüklerini gidermek için kullandıkları yöntemler hakkında bilgi toplamak amaçlanmıştır. Diğer veri toplama aracı olan sayı

örüntülerinin kuralını bulmaya ilişkin ders gözlem formu; öğretmenlerin örüntü konusunu işledikleri dersi gözlemlenmede kullanılmıştır. Gözlem formundan toplanan veriler ile öğretmenlerin görüşmedeki açıklamaları ile ders esnasında yaptıklarının tutarlılığı incelenmiştir. Araştırmanın görüşme kısmı 10 farklı ilköğretim okulunda görev yapan 30 matematik öğretmeni, gözlem kısmı ise görüşme yapılan öğretmenler arasından seçilen 3 ilköğretim matematik öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcı öğretmenler, mesleki deneyimleri ve gönüllülükleri dikkate alınarak seçilmiştir. Araştırma sonunda elde edilecek bilgilerin literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Sayı örüntülerini genelleme, pedagojik alan bilgisi, öğretmenlerin öğrenci güçlükleri bilgisi.

ABSTRACT

THE INVESTIGATION OF ELEMENTARY MATHEMATICS TEACHERS' KNOWLEDGE OF STUDENT DIFFICULTIES RELATED TO PATTERN CONCEPT

Berna KUTLUK

The purpose of this research is to examine student difficulties information of primary school mathematics teachers in relation to the pattern concept. It has been discussed that in what extent students' difficulties in relation to generalization of number patterns are known and discussed the effects of these knowledges to studying course.

In this research, qualitative research methods were used. The study used two data collection tool. These are the interview form and observation form of generalization related to number patterns. Interview form which is in relation to generalization of number patterns consists of two parts as SÖGGF-1 and SÖGGF-2. SÖGGF-1

SÖGGF-1 has been designed to find out subject of teachers' generalization of number patterns, students' difficulties about subject and their thoughts on studying courses. the number of teachers in general, the patterns of generalization, the challenges and issues related to the subject students take courses designed to find out students' difficulties and their thoughts on studying courses. SÖGGF-2 consists of 3 scenarios which was prepared considering the difficulties of students in the literature.

It is aimed to get information about the methods used by the teacher to resolve the difficulties of the student and teachers' student difficulties information in

the generalization of number patterns with scenarios. The other data collection tool, lesson observation form related to find the rule of number patterns is used to observe the lesson in which they teach the pattern topic. By the data collected by the observation form, the consistency of teachers' statements interview and practices during lesson were investigated. Interview part of the research has been carried out by 30 math teachers working in 10 different primary schools. Participant teachers were selected their professional experience. It is expected that these information to gained at the end of the research will contribute to the literature.

Keywords: Generalizations of number patterns, pedagogical content knowledge, teachers' knowledge of student difficulties.

BÖLÜM I

GİRİŞ

Hızla gelişmekte ve değişmekte olan dünyada, bireylerden beklenen becerilerde değişmektedir. Sadece bilgiye sahip olmak yeterli görülmemekte, var olan bilgiyi kullanan, sorgulayan, araştıran bireylere ihtiyaç duyulmaktadır. Böylesine bilgi ve beceri donanımları matematik eğitimi sayesinde bireylere kazandırılabilir. Matematik eğitimi için matematik bilgilerini günlük yaşamda kullanabilen, kavramlar arası ilişki kurabilen, hipotez geliştirip bu hipotezlerin doğruluğunu araştırabilen bireyler yetiştirmek önemli ve gereklidir. Bu becerilerin matematik eğitiminde kazandırılması için “matematik eğitimi nasıl olmalıdır?” sorusuna cevap aranmış ve araştırmalar yapılmıştır.

Yurt içinde ve yurt dışında matematik eğitimi ile ilgili yapılan araştırmalardan Türk eğitim sistemi de etkilenmiş, 2005 yılında ilköğretim 6, 7, ve 8. sınıf matematik öğretim programı değişikliklere uğramıştır. Matematik öğretim programında, öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olma amaçlanmıştır (MEB, 2005). Programın bu amacı matematiğin konu alanlarından biri olan cebire işaret etmektedir. Cebir; soyutlama gücünü (Altun, 2005), genelleme yapabilmeyi gerektirir ve matematik eğitimi açısından çok önemli olan değişken kavramının anlaşılmasında önemli rol oynar. Aynı zamanda cebir nümerik işlemlerden sembolleri kullanmaya ve sembollerle işlem yapmaya geçişi amaçlar. Bu geçişi sağlamak pek çok öğrenci için zor olabilmektedir (English ve Warren, 1999; Macgregor ve Stacey, 1995). Bu bağlamda, cebire girişi sağlayan konu önem kazanmaktadır. Yapılan araştırmalarda, cebire girişi sağlamak için örüntü kavramının kullanıldığı görülmüştür (Lesley ve Freiman, 2004; English ve Warren, 1999).

İlköğretim matematik öğretim programında, cebire giriş programa 2005 yılında dahil olan örüntüler ve ilişkiler konusu ile gerçekleştirilmektedir. 6-8. sınıf

öğrencilerinden örüntünün kuralını bulmaları, genelleme yapmaları ve genellemeleri doğrulamaları istenmektedir. Örüntüler ve ilişkiler konusunun amacı, öğrencinin “bilinmeyen” kavramı ile tanışmasını ve genelleme yapmasını sağlayarak cebire girişi sağlamaktır.

Öğretim programlarında matematik eğitiminin daha iyi olabilmesi için değişiklikler ve iyileştirmeler yapılmaktadır. Matematik eğitimindeki değişimler sadece öğretim programındaki yenilikler olarak algılanmamalıdır. Öğretmenlerin eğitimleri, sahip olmaları gereken bilgiler ve öğrenme sürecindeki yerleri sorgulanmış ve birçok araştırmacı için çalışma konusu olmuştur. Yapılan araştırmalar sonucunda öğretmen bilgisi ve öğrenci başarısı arasında pozitif bir ilişki olduğu görülmüştür (Monk, 1994). Öğretmenler etkili olmak için öğrettikleri matematiği derinlemesine anlamak ve bilmek zorunda olup, bu bilgilerini öğretim aşamasında kullanabilmelidir (NCTM, 2000).

Shulman (1987) bir öğretmende olması gereken özellikleri yedi başlık altında toplamış ve bunlardan biri olarak pedagojik alan bilgisi bileşenini ortaya atmıştır. Shulman (1986:16) pedagojik alan bilgisini, bir konuyu öğrencilerin anlayabilecekleri şekle dönüştürme olarak öne sürmüştür. Pedagojik alan bilgisi, konu alan bilgisinin yanında öğrenci seviyelerini ve anlamalarını bilmeyi, dersleri de bu şekilde organize edebilmeyi sağlamaktadır. Shulman (1986), pedagojik alan bilgisini ilk ortaya attığında iki bileşen üzerinde durmuştur. Bunlar, öğrenci zorlukları bilgisi ve öğretim stratejileri bilgisidir.

Shulman (1986), öğrenci güçlüklerinin önemini şöyle belirtmektedir:

“Farklı yaşta ve farklı geçmişe sahip olan öğrencileri bir araya getiren öğretilen konu ve derslerdeki kavram ve önyargılardır. Bu önyargılar eğer yanlış anlamalarsa ki genellikle böyledir, öğretmenlerin öğrenenlerin anlamasını yeniden düzenlemesinde yardımcı olacak yöntemleri bilmeleri gerekmektedir” (s. 9).

Van Driel, Verloop, ve De Vos (1998) ise pedagojik alan bilgisinin tanımını “öğrencilerin öğrenmelerini kolaylaştıracak ve öğrenme zorluklarını anlayacak şekilde, öğretmenlerin konu alan bilgisini yorumlamalarını ve dönüştürmelerini gerektirir” şeklinde yaparak öğrenci güçlükleri bilgisinin önemine değinmiştir.

Yapılan araştırmalarda, pek çok konuya ilişkin öğrenci güçlükleri bulunduğu görölmüştür. Bu konulardan biri “örüntü” kavramıdır. Literatür incelendiğinde örüntü kavramının öneminin belirtildiği çalışmaların yanında sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlüklerinin bulunduğunu rapor eden çalışmalar da bulunmaktadır. Örüntüler ve ilişkiler konusunun öğretim programındaki önemi düşünöldüğünde, sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinin öğretmenler tarafından bilinmesi önem kazanmaktadır.

Bu araştırmada, ilköğretim matematik öğretmenlerinin örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri bilgisi incelenmektedir. Öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme konusu ile ilgili görüşleri ve derslerinde bu konuyu ele alış şekilleri araştırılmaktadır.

Tez beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde araştırma konusunun belirlenmesinden, çalışmanın son şeklini almasına kadar geçen akademik sürece değinilmektedir. Araştırmanın genel hatları; problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, problem cümlesi ve alt problemler, sayılılar, sınırlılıklar ve tezde adı geçen tanımlamalar ile yapılan kısaltmalardır.

İkinci bölümde, araştırma konusuyla ilgili yayın ve araştırmalar yer almaktadır. Sayı örüntülerini genelleme konusundaki öğrenci güçlükleri ve pedagojik alan bilgisi ile ilgili araştırmalara değinilmektedir. Araştırmacıların örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri ile ilgili farklı çalışmalarını, pedagojik alan bilgisi ile ilgili araştırmacıların farklı bakış açıları ve bu araştırmanın kuramsal çerçevesi açıklanmaktadır.

Üçüncü bölümde, araştırmanın yöntemi yer almaktadır. Araştırma deseni, evren ve örneklem, veri toplama yöntemleri, veri toplama araçlarının geliştirilme süreci, prosedür, araştırmacının rolü, araştırmanın geçerlik ve güvenilirliği ve veri çözümleme teknikleri belirtilmektedir.

Dördüncü bölümde, araştırmanın bulguları ve yorumları yer almaktadır. İlköğretim matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerini genelleme konusundaki öğrenci güçlüklerine ilişkin görüşme ve ders gözlem formundan elde edilen bulgular sunulmaktadır. Teorik yapı çerçevesinde incelenen örnek olay çalışmalarının bulgularına ayrı ayrı yer verilmiştir.

Beşinci bölümde, dördüncü bölümde sunulan araştırma bulguları değerlendirilmektedir. İlköğretim matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerini genelleme konusuna ilişkin düşünceleri, konuyu derslerinde ele alış şekilleri, sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgileri, derslerinde bu güçlüklerle nasıl yer verdikleri nedenleriyle ele alınmaktadır. Dersleri gözlemlenen öğretmenlerin, görüşme sırasında verdikleri bilgilerin tutarlılığına ve derslerini nasıl işlediklerine değinilmektedir. Pedagojik alan bilgisinin bu süreçler üzerindeki etkisine yer verilmektedir. Bunun yanı sıra yapılması alana katkı sağlayacak yeni araştırma konuları önerilmektedir.

Problem Durumu

İlköğretim matematik programında öğrenme alanları ve alt öğrenme alanları bulunmaktadır. İlköğretim ikinci kademenin matematik öğretim programı incelendiğinde cebir öğrenme alanının farklı kazanımlara sahip olarak 6.,7.ve 8. sınıfların tümünde bulunduğu görülmektedir. 6. sınıf cebir öğrenme alanına giriş olarak ise örüntüler ve ilişkiler alt öğrenme alanı bulunmaktadır. Örüntüler ve ilişkiler konusu; genelleme yapmanın ve dolayısıyla bilinmeyen terim kullanılarak matematiksel cümleler yazmanın da gerekliliğini göstermektedir. Tanışlı ve Özdaş (2009), bu duruma paralel olarak örüntü kavramının genellenen, genellenen ise cebirin yapı taşı olarak görülebileceğini belirtmişlerdir.

Literatürde örüntüler ve ilişkiler konusu ile ilgili pek çok araştırma bulunmaktadır. Bu araştırmalar incelendiğinde örüntü konusunun öneminin yanında bu konu ile ilgili öğrenci güçlüklerine ilişkin araştırmalara da rastlanmaktadır. Öğretmenler tarafından bu güçlüklerin ve giderilme yollarının bilinmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Öğretmen, konu hakkındaki öğrenci zorluklarını bilirse bunu giderme yollarını bulacak ve dersini bu doğrultuda sunacaktır. Ders işlenişi, oluşabilecek öğrenci güçlükleri ve giderme yolları dikkate alınarak yapılırsa, konunun anlaşılmasına katkı sağlayabilir. Bu bağlamda, öğretmenlerin öğrencilerin kavrayışlarında ortaya çıkan zorluklara ve bu zorlukların giderilmesine yönelik bilgiye sahip olmaları oldukça önemlidir (Özmantar ve Bingölbali, 2009). Bu önemden hareketle araştırma ilköğretim matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgileri üzerinde durmaktadır.

Araştırmanın Amacı

Örüntüler ve ilişkiler konusu ile ilgili araştırmalar incelendiğinde, bu kavramın matematiksel akıl yürütme becerilerinin gelişiminde, matematiksel düşüncenin ve ilişkilerin soyutlanmasında, ilişkilerin genellenmesinde önemli bir kavram (Papic ve Mulligan, 2005) olduğu görülmüştür. Örüntü kavramı, bu yönleriyle matematik programında yerini almıştır. Daha önce yapılan araştırmalar ışığında, örüntü etkinliklerine yer verilmesinin önemi anlaşılmıştır.

Literatürde, örüntü kavramının matematik öğretimindeki yerinin yanında bu konudaki öğrenci güçlüklerine de yer verilmiştir. Bu öğrenci güçlüklerinin öğretmenler tarafından bilinmesi ve bu güçlüklerle çözüm üretecek şekilde ders işlenmesinin önemli olabileceği düşünülmektedir. Öğretmenlerin bu konudaki öğrenci güçlüklerinin ne derecede farkında olduklarını, ders işleyişlerinde örüntü konusundan soyutlamaya ve genellemeye nasıl geçiş yaptıklarını bilmek önemlidir. Bu bağlamda bu araştırmada, örüntü konusundaki öğrenci güçlüklerinin öğretmenler tarafından ne ölçüde bilindiği ve bu bilginin öğrencilerin öğrenmelerine ne ölçüde etki ettiğini belirlemek amaçlanmaktadır. Araştırmadan elde edilecek bilgiler ışığında mevcut durumdan bir kesit sunulacaktır.

Araştırmanın Önemi

Matematik öğretiminde öğrencilerin çeşitli zorluklarla karşılaştıkları bilinmektedir. Bu güçlüklerin temelinde, öğrencilerin matematik dilini doğru kullanamaması olabilir. Öğrencilerin problemleri matematiksel olarak ifade etmede; sembol, terim, genelleme gibi matematiğin temeli olan kavramları zihinlerinde canlandırmada zorlandıkları düşünülmektedir. Bunun nedeni ise büyük ölçüde öğrencilerin soyutlamada yaşadıkları zorluklardır. Öğrenciler somut işlemler olarak adlandırılan bilinen sayılarla işlemler yapabilmekteyken, soyut işlemler olarak adlandırılan bilinmeyen sayılarla ve terimlerle işlemler yapmakta zorlanmaktadırlar (Radford, 2006). Radford (2006), 7. sınıf öğrencileri ile yaptığı araştırmasının sonuçlarından hareketle bu durumun öğrencilerin soyutlama yapmada zorlanmalarından kaynaklandığını ifade etmiştir.

Örüntü kavramı, cebirsel düşünme ile birlikte “değişken” kavramının ve işlevsel gücün gelişiminide sağlayan önemli bir unsurdur (Lee ve Freiman, 2004). Örüntü kavramı, öğrencilere örneklerden genellemeye ulaşmayı, bu genellemeyi cebirsel olarak belirtmeyi ve genellemelerin birden fazla yolu olabileceğini öğretmektedir. Bu nedenle örüntü kavramı matematik öğreniminde önemli bir yere sahiptir ve öğrencilerde çoğu matematiksel becerinin kazanılmasında destek olmaktadır. Tüm bu gelişimlerin sağlanması, öğrencilerin örüntü kavramına ilişkin güçlüklerinin giderilmesi ile mümkündür. Bu bağlamda örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerinin öğretmenler tarafından bilinmesi ve derslerin bu güçlükler ekseninde şekillendirilmesi önemlidir. Bu araştırma örüntü kavramının ve pedagojik alan bilgisi öğrenci güçlükleri bileşeninin literatürde belirtilen önemi dikkate alınarak tasarlanmıştır. Bu bağlamda çalışmada matematik öğretmenlerinin örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri bilgileri araştırılacaktır.

Araştırmanın hizmet içi öğretmenlerle gerçekleştirilmiş olmasının mevcut durumu derinlemesine incelemeyi sağlayacağı düşünülmektedir. Örüntüleri genelleme yolları ve bu konudaki öğretmenlerin sahip olduğu öğrenci güçlükleri üzerine sınırlı literatür bulunmaktadır. Araştırmanın bu anlamda da literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Problem Cümlesi

Öğretmenlerin sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgileri nelerdir?

Alt Problemler

1. Öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme konusuna ilişkin görüşleri nelerdir?
2. Öğretmenler görüşmelerde sayı örüntülerini genellemede yaşanan öğrenci güçlüklerini nasıl belirtmektedirler?
3. Öğretmenler görüşmelerde sayı örüntülerini genelleme konusunu ele alış şekillerini nasıl açıklamaktadırlar?
4. Dersleri gözlenen öğretmenler derslerinde öğrenci güçlüklerine nasıl yer vermektedir?

Sayıtlar

1. Araştırmada öğretmenlerle yapılacak görüşmeler esnasında kullanılacak olan görüşme formundaki soruları öğretmenlerin doğru ve samimi cevaplandıracakları varsayılmaktadır.
2. Veri toplama araçlarının tüm yetkileri kapsadığı ve görüşleri ortaya çıkaracak nitelikte olduğu varsayılmaktadır.
3. Görüşme formunun içinde yer alan senaryoların öğretmenlerin örüntü konusundaki öğrenci güçlükleri bilgisini ortaya çıkaracak nitelikte olduğu varsayılmaktadır.

Sınırlılıklar

1. Bu araştırma görüşme formundaki sorularla ve sayı örüntülerinin kuralını bulmaya ilişkin öğretmen gözlem formundaki bilgilerle sınırlıdır.
2. Bu araştırma öğretmenlerin görüşme formundaki sorulara verdikleri cevaplarla ve sayı örüntülerine ilişkin öğretmen gözlem formundaki bilgilerle sınırlıdır.
3. Çalışmaya katılan ilköğretim matematik öğretmenleri ile sınırlıdır. Elde edilecek bulgulardan yola çıkılarak varılacak sonuçlar bu öğretmenler için geçerlidir.

Tanımlar

Örüntü: Bir dizi matematiksel nesnenin (sayılar, şekiller gibi) belli bir kurala göre öğelerinin yapılandırılmasıdır (Guerrero ve Rivera, 2002, s. 263).

Cebir: Sayılar arasındaki genel ilişkileri açıklamak için tasarlanan matematiksel dilin bir parçasıdır (MacGregory ve Stacey, 1999).

Genelleme: Bazı temel ilişkilere ait sezgileri açık bir şekilde ifade etmeye çalışmak (Stacey, 1985).

Değişken: Verilen bir kümenin belirtilmemiş bir üyesi (Kieran, 1989)

Soyutlama: İspatta matematiksel dili kullanma (Baki, 2008)

Pedagojik alan bilgisi: Öğretmeye yönelik konu bilgisinin, boyutlarına özgü konu bilgisinin ötesine geçmesidir ve belirli konuların öğrenilmesine neyin kolay ve zor kıldığına dair anlayışa yer verir (Shulman, 1986).

Öğrenci güçlükleri (zorlukları) bilgisi: Bir konuyu öğrenirken karşılaşılan güçlükler bilgisidir (Shulman, 1986) .

Kısaltmalar

PAB: Pedagojik alan bilgisi

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

SBS: Seviye belirleme sınavı

YGS: Yüksek Öğrenime geçiş sınavı

K_n : n. Katılımcı

Öğ : Öğretmen

Ö : Öğrenci

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde örüntü kavramı ve pedagojik alan bilgisi ile ilgili yapılan araştırmalara yer verilmiştir. Sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri, sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğretmen bilgileri, pedagojik alan bilgisi, pedagojik alan bilgisinin öğrenci güçlükleri bileşeni ele alınmaktadır.

Örüntü Kavramına İlişkin Yapılan Araştırmalar

Örüntünün tam olarak bir tanımı yapılamasa da, bir dizi matematiksel nesnenin (sayılar, şekiller gibi) belirli bir kurala göre öğelerinin yapılandırılması (Guerrero ve Rivera, 2002;263) olarak ele alınabilir. Örüntünün bu tanımı akla cebir öğrenimini getirmektedir. Cebir, sayılar arasındaki genel ilişkileri açıklamak için tasarlanan matematiksel dilin bir parçasıdır (MacGregory ve Stacey, 1999). Örüntü tanımında yer alan öğeler arası kuralı bulma, cebir yapısındaki matematiksel ilişkileri bulma ve bunu temsil edebilme ile tam olarak örtüşmektedir. Steele (2005;142) cebirsel düşünmeyi, “örüntüleri tanıma ve analiz etme, örüntüler arasındaki sayısal ilişkileri görebilme ve bu sayısal ilişkileri genelleme yeteneği” olarak tanımlamaktadır.

Örüntü genellemelerinde öğeler arası ilişkileri bulma ve bu ilişkileri “n” notasyonu ile temsil edebilme becerisi cebir öğrenimine geçiş (Zazkis ve Liljedahl,2002) olarak görülebilir. Literatürde cebire girişin örüntü kavramı ile gerçekleştirilmesinin doğru olacağını vurgulayan çeşitli araştırmalar bulunmaktadır.

Örneğin; Orton ve Orton (1996) çalışmalarında, 10-13 yaşları arasındaki 1000 öğrencinin örüntü oluşturma yetenekleri üzerine araştırma yapmışlardır. Araştırmada öğrencilerin tümüne test uygulanmış bir kısmı ile de görüşme yapılmıştır. Araştırma sonunda, sayı örüntülerini genellemenin cebir açısından bir başlangıç basamağı olmaya uygun olduğu ifade edilmiştir. Benzer şekilde, Amit ve Neira (2008), cebire

yetenekli 11-13 yaşlarında 50 öğrencinin lineer ve lineer olmayan örüntü problemlerindeki genelleme yöntemlerini incelemeyi amaçladıkları bir çalışma yapmışlardır. Araştırmada öğrencilere genel terimi “ $8n+8$ ”, “ $+4n$ ” olan şekil örüntüleri ile genel terimi “ $[(n+1).(n+2)]/2$ ” olan örüntü problemi sorulmuştur. Değişkenlerin, sabitlerin ve değişkenler-sabitler arasındaki ortak özelliklerin keşfedilmesinin ve bunların cebirsel notasyon kullanılarak gösterilmesinin cebirsel düşüncelerini belli ettiği ifade edilmiştir.

Araştırmalar göz önüne alındığında, sayı örüntülerini genelleme konusu ile öğrencinin bilinmeyenle tanışması, “ n ” notasyonunu kullanması, genelleme yapması amaçlanmakta ve cebire giriş sağlanmaktadır.

Örüntü genellemelerinin cebir ile olan ilişkisi yanında fonksiyon kavramı ile olan ilişkisine değinen araştırmalarda bulunmaktadır. Warren ve Cooper (2006) tarafından 9-10 yaşlarında 25 öğrenci ile yapılan çalışmada, öğrencilere, tekrarlayan örüntüleri devam ettirme, örüntüleri tablo ile ifade etme, tablodaki girdi ve çıktı değerlerini inceleme, tablodaki değerleri inceleyerek genellemeye ulaşma durumları ile ilgili eğitim verilmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin başarıya ulaştıkları ve örüntü etkinliklerinin fonksiyonel düşünceyi sağladığı belirlenmiştir.

Benzer şekilde, Burns (2000;113) örüntüleri “iki sayı kümesi arasında bir ilişki aramak, öğrencilerin fonksiyon kavramı anlayışını geliştirmede anahtar bir yoldur” şeklinde tanımlayarak örüntü ve fonksiyon kavramlarının ilişkisine değinmiştir. Örüntü genellemelerinde sıra sayıları ile sayılar arası ilişki arama, fonksiyon kavramındaki girdi ve çıktı değerleri arası ilişki aramaya benzerlik göstermektedir.

Bu araştırmaların sonuçlarından, sayı örüntülerini genelleme etkinliklerinin, fonksiyon kavramı ile olan ilişkisi görülmektedir. Bu bulgular, örüntü kavramının matematik konularıyla ilişkisini görmek açısından önemlidir.

Sayı örüntülerini genelleme sürecinin çeşitli yaş gruplarında nasıl gerçekleştiği, araştırılan konulardan bir diğeridir. Moss (2006) yaptığı araştırmada; 2. ve 4. sınıf öğrencilerinin geometrik cebire dayalı örüntüleri oluşturabildikleri, örüntülerdeki fonksiyonel kuralı bulabildikleri ve iki değişken arasındaki ilişkileri anlamada doğru hareket edebildikleri sonucuna ulaşmıştır. Warren ve Cooper (2008) ise ilköğretim birinci kademe öğrencileri ile şekil örüntülerini genelleme üzerine

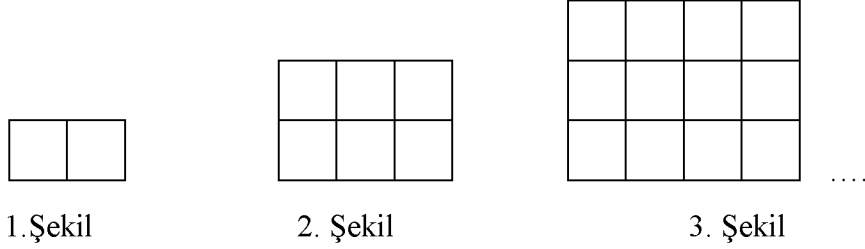
çalışmıştır. Öğrencilere, düşüncelerini destekleyecek örüntü etkinlikleri ile ders sunumları yapılmıştır. Bu öğretimden önce ve sonra olmak üzere ön test ve son test uygulanmıştır. Son testte öğrencilerin örüntü genelleme yeteneklerinde artış gözlenmiştir. Bu artışı; somut materyal kullanma, örüntü ve yeri arasındaki ilişkiyi kurma ve genellemeye ulaşma için özel sorular sorma gibi öğretim etkinliklerinin sağladığı vurgulanmıştır. Sonuç olarak, küçük yaştaki öğrencilerin fonksiyonel ilişkileri soyut bir şekilde ifade edebildikleri belirtilmiştir. Bu araştırma küçük yaştaki öğrencilerin örüntü öğeleri arası fonksiyonel ilişkiyi ifade edebildiklerini ve bu becerinin kazanılmasında nasıl bir yol izlenmesi gerektiğini göstermektedir.

Zazkis, Liljedahl ve Chernoff (2008), örnek seçiminin öğrencilerin genelleme yeteneklerini geliştirmede önemli rol oynadığını iddia etmiş ve bu konu üzerine çalışma yapmışlardır. Araştırmada genelleme yapmayı geliştiren örnekleri bulmaya çalışmışlar, uzak adımı bulma ve sayısal ilişkiler üzerine odaklanmışlardır. Genelleme sorularının öğrencilerin deneyimlerini zenginleştirmesini ve yorum yapabilmesini sağlar nitelikte olması gerektiğini belirtmişlerdir. Araştırma sonunda öğrencilere uzak adımı sormanın, onların genelleme yapabilmelerini kolaylaştırdığı görülmüştür. Örneğin, araştırmada ilk üç adım 2×3 , 3×4 , 4×5 olarak verilmiş ve öğrenciden 100. adımı ve 173. adımı bulması istenmiştir. Öğrenci, 100. adımı 101×102 ; 173. adımı 174×175 olarak yazmış ve hesap makinesi kullanarak sonucu hesaplamıştır. Araştırmacı, n. adımı sorduğunda, öğrenci bir sonraki ile daha sonrakini çarpması gerektiğini fakat n için bunu yapamayacağını belirtmiştir. Öğrenciye 3^{100} . adım sorulduğunda öğrenci $(3^{100} + 1) \times (3^{100} + 2)$ olarak belirtmiş, hesap makinesini kullanmaya çalışmış fakat zorlandığı ve bulamadığı görülmüştür. Öğrenci sayıyı hesaplayamadığı için bu şekilde bırakmıştır. Araştırmacı uzak adımı öğrencilerin hesap makinesi kullanarak sonuca ulaşamayacağı adımlar olarak görmektedir. Öğrenci gerçekten de bu durumda yazılan ifadenin sonucunun mutlaka bir sayı çıkması gerektiğini görmüş ve daha önce ulaşamadığı n. adımı da kolaylıkla $(n+1) \times (n+2)$ olarak yazabilmiştir.

Örüntü kavramına ilişkin bazı araştırmalar, öğrencilerin örüntüleri genellemede kullandıkları stratejileri belirleme üzerinedir. Becker ve Rivera (2006), yaptıkları çalışmada 6. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede kullandıkları

stratejileri belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırma sonunda öğrencilerin şekil örüntülerini genellemede cebirsel ve görsel stratejileri uyguladıkları görülmüştür.

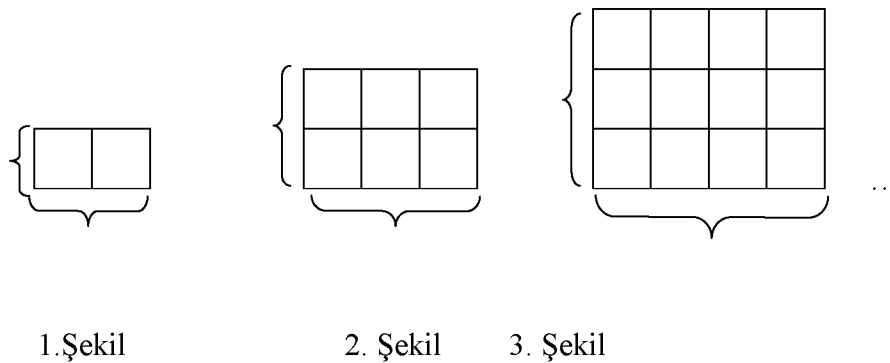
Örneğin,



Şekil örüntüsünün kuralını bulabilmek için cebirsel strateji uygulanılmak istenirse, şekilde bulunan kareler sayılarak diziye dönüştürülür, adım sayısı ile kare sayısı arasında ilişki bulunarak dizinin genel terimine ulaşılır.

Adım sayısı	Kare sayısı
1	2
2	6
3	12
N	

Şeklin yapısal özelliği dikkate alınarak görsel strateji uygulanmak istenirse şekil aşağıdaki gibi analiz edilebilir.



Dikdörtgenlerin kısa ve uzun kenar uzunlukları incelendiğinde her adımda uzun kenar sayısının kısa kenar sayısından 1 fazla olduğu ve kısa kenar sayısının adım sayısına göre değişmekte olduğu görülmektedir. Bu durumda kısa kenar

sayısına n dersek uzun kenar sayısı $n+1$ olmaktadır. Dikdörtgenin alan formülü yardımı ile örüntünün kuralı $n \cdot (n+1)$ olarak bulunmaktadır.

Becker ve Rivera (2006)'nın araştırmasına göre örüntüyü yakın adıma devam ettirmede bu iki stratejiyi kullanan öğrenciler arasında başarı açısından büyük farklılıklar görülmemiştir. Fakat örüntüyü sonlu adıma devam ettirmede görsel strateji kullanan öğrencilerin daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir. Ayrıca görsel stratejiyi benimseyen öğrencilerin şeklin yapısına bağlı olarak genellemeye de kolaylıkla ulaşabildikleri görülmüştür.

Şekil örüntülerinde genellemeye ulaşma, cebirsel ve görsel olmak üzere iki stratejinin uygulanması ile gerçekleşmektedir. “Cebirsel strateji, verilen örüntünün her adımında yer alan şekillerin sayısallaştırılarak, şekil örüntüsünün sayı örüntüsüne dönüştürülmesidir” (Stacey, 1989, s. 150; Orton, Orton ve Roper 1999;122). Görsel strateji ise, “şeklin yapısal özelliğinin dikkate alınmasıdır” (Krebs, 2005;284-285).

Becker ve Rivera (2006)'nın çalışmalarında, görsel stratejiyi kullanan öğrencilerin genellemeye daha kolay ulaştıkları görülmüştür. Çünkü, görsel stratejiyi kullanan öğrenciler genellemeye ulaşmak için şeklin yapısından yararlanırlar. Şeklin yapısı incelenerek örüntü kuralını bulmak öğrenciler için daha kolay olabilmektedir ki şekil örüntülerinin amacının da bu olması gerekmektedir.

Öğrencilerin örüntü genellemelerinde kullandıkları stratejileri bulmaya ilişkin başka bir çalışma da Stacey (1989) tarafından yapılmıştır. Stacey (1989), 9-13 yaşındaki öğrencilerle çalışmış ve onların sabit değişen örüntüleri nasıl genellediklerini belirlemeyi amaçlamıştır. Öğrencilere 3 tane soru sorulmuştur; bunlardan iki tanesi şekil örüntüsü, bir tanesi ise sayı örüntüsüdür. Öğrencilerden örüntüleri yakın bir adıma (20. adım), sonlu bir adıma (100. ve 1000. adım) devam ettirmeleri istenmiştir. Araştırma sonunda, öğrencilerin dört strateji kullandıkları görülmüştür. Bunlar; sayma stratejisi (counting method), farkın çarpımı stratejisi (difference method), bütüne genişletme stratejisi (whole-object method) ve doğrusal yöntem (linear method-örüntünün son teriminden sonra sonlu terime kadar toplam farkı bulup son terime ekleme stratejisi). En çok kullanılan stratejinin ise sayma stratejisi olduğu belirlenmiştir. Örüntülerdeki sabit farklılık özelliğinin, öğrenciler tarafından fark edildiği ancak ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin büyük çoğunluğunun bu özelliği doğru bir şekilde kullandığı görülmüştür. Ayrıca

ilköğretim birinci basamak öğrencilerinin genelleme yapmada isteksiz oldukları, onların daha çok basit genelleme yapabildikleri görülmüştür. Araştırmada stratejilerin seçiminde önemli tutarsızlıklar da gözlenmiştir.

Becker ve Rivera (2005), yapmış oldukları araştırmalarında 22 tane 9. Sınıf öğrencisi ile çalışmışlardır. Araştırmanın amacı, öğrencilerin doğrusal örüntüyü genellemedeki başarılarını ve kullandıkları stratejileri belirlemektir. Araştırma sonunda, öğrencilerin 32 tane strateji kullandıkları görülmüştür. En çok kullanılan stratejinin sayısal stratejiler olduğu, sayısal stratejiler arasında da en çok kullanılan yöntemin deneme – yanılma yöntemi olduğu görülmüştür.

Baş, Erbaş ve Çetinkaya (2011), çalışmalarında lise matematik öğrencilerinin cebirsel düşünme yapıları hakkındaki bilgi ve düşüncelerini ortaya çıkarmayı ve bu bilgilerin gerçekliliğini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada öğrencilere örüntü genellemeleri ile etkinlikler sunulmuştur. Araştırmacıların örüntü etkinliklerini öğrencilere sunma nedenleri, öğrencilerin cebirsel düşünme yapıları hakkında bilgi ve düşüncelerinin öğrenmenin en iyi yolu olduğunu düşünmeleridir. Dolayısıyla örüntü etkinliklerinin; (i) cebirsel düşünmenin temelini oluşturduğu, (ii) değişken kavramının algılanmasında önemli olduğu, (iii) lise matematiği için önemli olduğu söylenebilir. Bunun yanında araştırmada, öğretmenlerin, öğrencilerin cebirsel düşünme yapıları ile ilgili beklentileri ile öğrencilerin performansları arasında farklılıklar gözlenmiştir. Bu farklılığın nedenleri; öğretmenlerin, öğrencilerin düşünme sistemlerini ele almada kendi düşünme sistemlerinden ayıramamaları ve öğretmenlerin alan bilgilerindeki eksiklik olarak ifade edilmiştir. Bu araştırma, örüntünün cebir içerisindeki yerini göstermesi açısından önemlidir. Araştırmanın sonucunda, aritmetik genellemenin cebir ile ilişkisinin tam olarak açıklanamayacağı görülmüştür. Bunun yanında söz konusu araştırmada diğer araştırmalardan farklı olarak öğretmen alan bilgisine yer verilmektedir. Araştırmanın bulguları, öğretmen bilgisindeki ve tutumundaki eksikliklerin oldukça etkili olduğu belirlenmiştir.

Öğretmenlerin örüntü konusundaki alan bilgisine yer veren başka bir çalışma ise Yeşildere ve Akkoç (2010) tarafından gerçekleştirilmiştir. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının cebirsel genelleme stratejilerini belirlemeyi amaçlayan bu çalışmada, 147 öğretmen adayına beş tane açık uçlu örüntü sorusu yöneltilmiştir. Öğrenci yanıtları; matematiksel modellerin kullanımı, bu kullanım sırasında

uyguladıkları stratejiler ve yaptıkları açıklamalar açısından değerlendirilmiştir. Araştırma sonunda; öğretmen adaylarının terimler arasındaki sabit farka odaklanarak genellemeye ulaşmaya çalıştıkları ve bu yoldan genel terime ulaşmada zorlandıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının örüntüye ait modelleri sadece görsel bir öge olarak kullandıkları ve modeli bir genel terime ulaşmada kullanmadıkları gözlemlenmiştir. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının öğrenci güçlüklerine sahip oldukları ve model kullanımı ile ilgili eksik bilgilerinin olduğu söylenebilir.

Bazı araştırmalarda örüntü kavramına ilişkin öğretmen bilgilerinin ne kadar önemli olduğu görülmüştür (Baş, Erbaş ve Çetinkaya,2011;Yeşildere ve Akkoç, 2010). Literatürde öğretmenlerin sayı örüntülerini genellemeye ilişkin bilgilerini inceleyen az sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu bağlamda, sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğretmen bilgilerini inceleyen çalışmaların yapılması ve literatüre katkı sağlanması gerektiği düşünülmektedir.

Örüntü Kavramına İlişkin Öğrenci Güçlükleri

Bu bölümde, örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri ile ilgili literatürde bulunan araştırmalara yer verilmiştir. Literatürde yer alan öğrenci güçlükleri listelenmiş ve araştırmada yer alacak güçlükler yedi başlık altında toplanmıştır.

İlk öğrenci güçlüğü, öğrencilerin artarak değişen örüntüleri devam ettirmede tekrarlayan örüntülere göre daha başarısız olmalarıdır. Hangreaves, Shorrocks ve Threlfall (1998) yaptıkları araştırmada 11 yaş öğrencilerinden, bir bölümünün terimler arasında sabit fark olmayan örüntüleri (artarak değişen) devam ettirmede başarısız olduklarını bulmuşlardır. Warren (2005) araştırmasında, küçük çocukların matematiksel düşüncelerini genellemeye yardım etmek için verilen yönergeleri araştırmıştır. Araştırmada öğrencilerin değişen örüntülerde, tekrarlanan örüntülere göre daha çok zorlandıklarını tespit etmiştir. Araştırmacı, söz konusu araştırmasında artan örüntülerin daha zor olması ve ilk yıllardaki eğitimlerinin daha çok tekrarlayan örüntüye yönelik olması nedeniyle çocukların ilk yıllarında tekrarlayan örüntüye artan örüntüden daha çok aşına olduklarını belirtmiştir.

İkinci öğrenci güçlüğü, örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama bir başka deyişle genel terime ulaşamamaktır (Stacey ve MacGregor, 1995; Warren, 2005). Bu bulgu paralelinde Looney (2004) yapmış olduğu

araştırmasında; öğrencilerin bir örüntüyü devam ettirme, örüntünün öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi gösterme ve örüntünün öğeleri arasındaki ilişkiyi sözel ya da sembol kullanarak temsil etme yeteneklerini değerlendirme becerilerini incelemiştir. Araştırmasında öğrencilerin örüntüleri devam ettirmede, örüntüleri tanımlamaya ve sembolleştirmeye göre daha başarılı olduklarını; ancak örüntünün öğeleri arasında fonksiyonel bir ilişkiyi bulmada yeterince başarılı olamadıklarını belirlemiştir. MacGregor ve Stacey (1993), araştırmalarında yaşları 14-15 olan 143 öğrenciyle çalışmışlardır. Çalışmalarında öğrencilerin tabloları nasıl yorumladıklarını ve öğrencilerin genellemede karşılaştıkları zorlukları belirlemeye çalışmışlardır. Araştırma sonunda, öğrencilerin tabloları doğru yorumlayabildikleri; fakat tablodaki girdi ve çıktı değerleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi belirleyemedikleri görülmüştür. Bu bulgu ile ilgili olarak araştırmacılar öğrencilerin fonksiyonel ilişkiyi belirlemede karşılaştıkları zorlukların nedenlerini: (i) öğrencilerin girdi-çıkıtı içeren örüntülerdeki ilişkileri belirlerken çıktı değerlerindeki ilişkilere odaklanmaları, (ii) örüntü ilişkisini ve yapısını basit bir dil kullanarak belirlemede yetersiz olmaları şeklinde sıralamışlardır.

Üçüncü öğrenci güçlüğü, örüntüyü yakın bir adıma devam ettirebilme fakat sonlu bir adıma devam ettirememedir. Samsan, Olivier ve Linchevski (1999) yapmış oldukları araştırmalarında, öğrencilerin çoğunlukla etkinliklerde örüntüyü yakın bir adıma devam ettirirken zorlanmadıklarına; fakat sonlu bir adıma devam ettirmede zorlandıklarına dair bulgulara ulaşmışlardır.

Dördüncü öğrenci güçlüğü, girdi çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine terimler arası ilişkiye, sadece girdi ya da sadece çıktı değerlerine odaklanma eğiliminin bulunmasıdır (MacGregor ve Stacey, 1993). Bu güçlük ilk üç öğrenci güçlüğünün nedeni olarak da görülebilir. Tekrarlayan örüntülerde, çok rahatlıkla terimler arası farka bakarak genellemeye gidilebildiği görülmektedir. Ancak artarak değişen örüntülerde, terimler arası ortak fark bulunamadığı için öğrenciler genellemeye gitmekte zorluk yaşamaktadırlar. Bununla birlikte Carraher, Martinez ve Schliemann (2008), çalışmalarında birçok öğrencinin girdi değerleri arattıkça çıktı değerlerine odaklandıklarını görmüşlerdir. Bunun gerçekleşebilmesi için öğretim biçiminin girdi değerleri ile çıktı değerleri arasındaki ilişkiye bakma şeklinde olması gerektiğini belirtmişlerdir. Bu durum, derslerde uygulanan genellemeye ulaşma

stratejilerinin önemli ve öğrencilere yol gösterici nitelikte olduğunu göstermektedir. Uygulanan bu stratejiler, öğrencilerin örüntüye ve genel kural bulmaya olan bakış açısını etkilemektedir. Araştırmanın bulguları öğrencilerin kendilerine öğretilen yolu benimseyerek, öğretilen stratejiyi uyguladıklarını göstermektedir. Öğrenciye gösterilmeyen bir stratejiyi öğrencinin uygulamasını beklemenin yanlış olabileceği düşünülmektedir. Aynı zamanda sadece çıktığı değerlerine odaklanmak örüntüye ait yakın adımların bulunmasını sağlamakta; fakat uzak adımların ve genel terimin bulunmasını engellemektedir (LanMa, 2007).

Beşinci öğrenci güçlüğü, örüntü kuralını bulurken alternatif yol kullanmamaları ve “örüntü kuralı bir tanedir” şeklinde düşünceleridir. Becker ve Rivera (2006), araştırmalarında 6. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme stratejilerini bulmayı amaçlamışlardır. Bu çalışmada hiçbir öğrencinin alternatif yol kullanmadığı görülmüştür.

Altıncı öğrenci güçlüğü, şekil örüntülerinde modellerdeki yapıdan çok nümerik ilişkiye odaklanmalarıdır (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010). Baş, Erbaş ve Çetinkaya (2011)’nin ve LanMa (2007)’nin çalışmalarında gözlemlenebilen diğer durum Stacey (1989)’nin çalışmasının sonucu ile paralellik göstermektedir. Baş, Erbaş ve Çetinkaya (2011) öğrencilerin örüntüyü oluşturan şekillerin yapısal özelliklerinden çok şekilden elde ettikleri sayısal verileri kullanarak sonuca ulaşmaya çalıştıklarını gözlemlemişlerdir. Araştırmada görsel strateji uygulayan öğrencilerin cebirsel örüntüdeki fonksiyonel ilişkiyi tanımlamada daha başarılı oldukları görülmüştür. LanMa (2007) şekil örüntüsü olarak belirtilen örüntülerde, öğrencilerin iki farklı yolla genellemeye gitmeye çalıştıklarını gözlemlemiştir. Cebirsel stratejiyi uygulayan öğrencilerin yakın adıma ulaşırken uzak adıma ulaşamadıkları, görsel stratejiyi kullanan öğrencilerin ise uzak adımları hesaplayabildikleri gözlemlenmiştir. Becker ve Rivera (2006) ve Tanışlı (2008), yapmış oldukları çalışmalarında modelin etkili kullanılmamasına yönelik benzer bir güçlük durumu tespit etmişlerdir. Şekil örüntülerinde modeli analiz ederek görsel bir yaklaşım benimseyen öğrencilerin örüntünün sonlu bir adımındaki şekli doğru belirleyerek hesaplayabildiklerini ifade etmişlerdir. Modeli nümerik ilişkiye dökerek cebirsel bir yaklaşım gösteren öğrencilerin ise örüntüyü sonlu bir adıma devam ettirmede zorlandıklarını ortaya koymuşlardır.

Yedinci öğrenci güçlüğü, aritmetik genelleme yapabilmeleri ancak “n” notasyonunu kavrayamadıkları için cebirsel genelleme yapamamalarıdır (Rico,1996). Örüntüdeki ortak özelliği yakalama ve bu ortaklığı inceleyerek örüntünün tüm terimleri için genelleme adımlarını gerçekleştirebilme ancak ortak özellikten yola çıkarak p_n . adım için cebirsel bir ifade yazma adımını gerçekleştirememesi durumunda söz konusu güçlük görülüyor demektir (Radford, 2008).

Sekizinci öğrenci güçlüğü, tek bir örnekten hareket ederek aşırı genelleme yapmalarıdır (Cooper ve Sakane,1986). Örneğin; 3, 5, 7, 9, ... şeklinde devam eden sayı örüntüsü için 1. terim 1×3 ilişkisinin belirlenerek örüntünün kuralı “ $2n + 1$ ” yerine “ $3n$ ” şeklinde ifade ediliyorsa söz konusu güçlük gözlemlenmiş demektir.

Literatürde yer alan öğrenci güçlükleri incelendiğinde, büyük bir kısmının genellemeye ulaşamamaktan kaynaklandığı görülmektedir. Öğrenciler çeşitli nedenlerden dolayı sayı örüntülerinde genellemeye ulaşmakta zorluk yaşamaktadırlar. Bazı öğrenci güçlükleri ise model kullanımı ile ilgili bilgi eksikliğinden kaynaklanmaktadır. Bu öğrenci güçlüklerinin ve nedenlerinin öğretmenler tarafından bilinmesinin önemli olduğu düşünülmektedir.

Pedagojik Alan Bilgisi

Bir öğretmende bulunması gereken özellikler araştırıldığında Shulman'ın yaptığı çalışmaların ve ortaya koyduğu kavramların temel alındığı görülmektedir. Shulman (1987) bir öğretmenin sahip olması gereken özellikleri yedi başlık altında toplamıştır. Bunlar;

- alan bilgisi,
- pedagojik alan bilgisi,
- müfredat bilgisi,
- pedagoji bilgisi (sınıf yönetimi),
- öğrencilerin özelliklerinin bilgisi,
- eğitim ortamı ve şartları bilgisi,
- eğitim ile ilgili amaçlar, hedefler ve değerler ve bunların felsefi ve tarihsel temelleri bilgisidir.

Alan bilgisi; öğretmenin aklındaki bilginin organizasyonu anlamına gelir ve gerçek, etkili kavramlar bilgisinin ötesini gerektirir. Alan bilgisi, alandaki kavram ve

olguları bilmek ve alana yeni kavram ve olgular kazandırabilmek için yapılan çalışmaların tümüdür (Shulman, 1987). Ball (1991) “matematik bilmek ve matematik yapmak ne demektir?” sorusuna ilişkin öğretmenlerin sahip oldukları görüş ve düşünceleri de alan bilgisi kapsamında değerlendirmektedir.

Bir öğretmenin matematikteki bir konuyu ya da kavramı anlatabilmesi için o konuya ait bilgiye sahip olması gerekir ve sahip olduğu bu bilgiler kişinin alan bilgisini gösterir. Ders ortamında gerçekleşen her duruma ve öğrencilerden gelebilecek sorulara çözüm bulabilmesi için kişinin sahip olduğu alan bilgisinin önemli olduğu düşünülmektedir. Öğretmenin matematik bilgisinin iyi olması ders anında öğrencilerden gelebilecek tüm sorulara açık olmasını sağlar ve bu durum dersi ve öğretimi olumlu etkiler (Ball, 1991). Öğretmenin her soruya açık ve hazırlıklı olmasını sağlayan iyi bir alan bilgisinin öğretmene ders esnasında güven verebileceği de düşünülmektedir.

“Matematik bilmek, matematik öğretebilmek için yeterli midir?” sorusunun cevabını düşünmek, bir konunun öğretilmesinde mutlaka sahip olunması gereken alan bilgisinin yeterli olamayacağının görülmesini sağlar. Alan bilgisinin yeterli olmayacağının düşünülmesini sağlayan ve bir öğretmende olması gereken özelliklerden bir diğeri olan kavram pedagoji bilgisidir.

Alan bilgisi ile pedagoji bilgisini bir bütün olarak içinde barındıran kavram ise pedagojik alan bilgisidir (PAB). Shulman (1987)’a göre bir öğretmende bulunması gereken bu özellik; “çok iyi bilen, iyi öğretebilen midir?” sorusunun araştırılmasını, konunun öğretiminde sahip olunması gereken alan bilgisinin, niye yetersiz kaldığının açıklanmasını sağlamıştır. Bir konunun öğretiminde alan bilgisinin yanında bu bilgileri en anlaşılır şekilde organize etme ve sunma bilgisinin de bulunması gerekmektedir. Ders ortamında farklı öğrenme düzeylerine ve stillerine sahip öğrenciler bulunabilir, bilgileri onların anlayabileceği şekilde sunabilmek önemlidir. Öğretmenin sahip olduğu alan bilgisini, farklı kültür, beceri ve bilgi seviyelerindeki öğrencilerin en iyi öğrenebilecekleri şekle dönüştürmesi; öğretmenin niteliğinin en önemli göstergesidir (Shulman, 1987). Bu dönüşümün gerçekleşmesi için alan ve pedagoji bilgisinin bir bütün haline gelmesi gerekmektedir ve bu durum PAB’yi doğurur. PAB konuyu bilen kişi ile konuyu öğretebilen kişiyi birbirinden

ayırır. PAB matematiğin ne olduğundan daha çok matematiksel konuların nasıl öğretilbileceğine ilişkin bilgi ve düşünceleri içerir (Bayazit ve Aksoy, 2010).

Shulman (1986) PAB’yi öğretmende bulunması gereken bir özellik olarak belirtmiş ve şu şekilde tanımlamıştır:

“...alan bilgisinin daha iyi nasıl öğretilirliği ile ilgili olan pedagojik alan bilgisinin alt bileşenleri, bir konu alanındaki fikirlerin en faydalı gösterim şekillerini, en güçlü analogilerini, örneklerini, açıklamalarını ve gösteri deneylerini içermektedir. Başka bir deyişle, başkaları için daha anlaşılır olması amacıyla konu içeriğini, gösterme ve formüle etme yollarıdır. Pedagojik alan bilgisi, ayrıca, neyin belirli konuların öğrenimini kolay ya da zor hale getirdiğini anlamayı, yani farklı yaş ve farklı yaşantılara sahip öğrencilerin öğretilen konu ve derslerde öğrenme ortamına gelirken getirmiş oldukları ön kavramaları ve görüşleri içermektedir” (s. 9).

PAB, öğretmende bulunması gereken önemli özelliklerden biri olarak görülmektedir. Yapılan araştırmalar da göstermektedir ki, iyi bir PAB başarısı ile pozitif ilişkilidir (Capentener, Feeneme, Petersoni Chiang ve Loef, 1989). PAB, öğretmen yetiştirme programlarında da önemli bir öge olarak yerini almış ve birçok ülke için öğretmenlik yeterliliklerinin belirlenmesinde temel oluşturmuştur (NCTM, 2000).

Bunun yanında PAB’nin bileşenleri pek çok araştırmacı için çalışma konusu olmuştur. Bu araştırmacılardan Shulman (1986), PAB’yi kendi içinde başlıklara ayırmıştır. Bunlar;

- konu ve kavramların gösterimlerini bilme,
- konuların öğrenilmesini nelerin kolaylaştırdığı yada zorlaştırdığını bilme,
- öğrenci zorluklarını ve öğrencilerin kavram yanlışlarını bilme,
- kavramların anlaşılması, kavramsal yanlışların ve öğrenci zorluklarının giderilmesine yönelik temsilleri, örnekleri, açıklamaları bilme,
- farklı yaştaki ve farklı seviyedeki öğrencilerin kavramlarla ilgili düşünce ve algılarını ve önbilgilerini bilmedir (Shulman, 1986: 9).

Bu alanda çalışan Grossman (1990) ise bir öğretmende bulunması gereken özellikleri;

- alan bilgisi,

- genel pedagoji bilgisi,
- pedagojik alan bilgisi,
- genel durum bilgisi (ortam ve şartlar bilgisi) başlıkları altında toplamıştır.

Pedagojik alan bilgisinin bileşenlerini ise,

- öğrencilerin anlama ve kavraması ile ilgili bilgi,
- müfredat bilgisi,
- öğretim yöntemleri bilgisi,
- öğretimin amaçları bilgisi şeklinde sıralamıştır.

Yapılan bu iki araştırma göz önüne alındığında, Shulman(1986) tarafından ortaya konulan PAB'nin bazı bileşenlerinin, Grossman (1990) tarafından belirtilmediği görülmektedir. Ayrıca, Shulman (1987) tarafından ortaya konan bir öğretilerde bulunması gereken özellikler içerisinde ayrı bir bileşen olarak belirttiği müfredat bilgisini, Grossman (1990) pedagojik alan bilgisinin bileşeni olarak belirtmiştir.

Bu yönde çalışma yapan Hill, Ball ve Schilling (2008) matematik öğretimi için gerekli bilgiyi, alan bilgisi ve PAB olmak üzere iki başlık altında toplamış ve bu başlıkları da bileşenlerine ayırmıştır.

- Alan bilgisi;
 - ✓ Genel alan bilgisi
 - ✓ Özel uzmanlık alan bilgisi
- Pedagojik alan bilgisi;
 - ✓ Alan bilgisi ve öğrenci
 - ✓ Alan bilgisi ve öğretim
 - ✓ Müfredat bilgisi

PAB, birçok araştırmacı tarafından incelenmiş ve çeşitli bileşenlere ayrılmıştır. Bazı bileşenler her araştırmacı için ortak iken bazı bileşenler ise her araştırmacıya göre değişiklik göstermiştir. Aşağıdaki Park ve Oliver (2007) tarafından oluşturulan tablo ile PAB ile ilgili çalışmalar yapan araştırmacıların bakış açısı sunulmaktadır.

Tablo 1
Farklı Araştırmacılara Göre PAB'nin Bileşenleri (Park ve Oliver, 2007; 265)

BİLGİ									
	Bir Konunun Öğretimi Amaçları Bilgisi	Öğrenci Anlamaları Bilgisi	Öğretim Programı Bilgisi	Öğretim Stratejileri ve Temsil Bilgisi	Medya	Değerlendirme Bilgisi	Alan Bilgisi	İçerik Bilgisi	Pedagoji Bilgisi
Shulman (1987)	D	O	D	O			D	D	D
Tamir (1988)		O	O	O		O	D		D
Grossman (1990)	O	O	O	O			D		
Marks (1990)		O		O	O		O		
Smith ve Neale (1989)	O	O		O			D		
Cochranvs(1993)		O		N			O		O
Geddis vs.(1993)		O	O	O					
Fernandez-Balboa ve Stiehl (1995)	O	O		O			O		
Magnussonet vs. (1999)	O	O	O	O		O			
Hasweh (2005)	O	O	O	O		O	O		O
Loughran vs. (2006)	O	O		O			O		O

D;Öğretmenlik için gereklidir fakat PAB kapsamının dışındadır, N; Araştırmacı bu konuyu açık olarak incelememiştir (boşlukla aynı anlamdadır), O; Araştırmacı bu konuyu PAB'nin bir bileşeni olarak incelemiştir. (Park ve Oliver, 2007: 265)

PAB ve bileşenleri ile ilgili çeşitli araştırmalarda bulunmaktadır. Bu araştırmaların bazıları aşağıda ayrıntılı şekilde sunulmuştur.

Even (1993), öğretmenlerin fonksiyon konu alanı bilgisini ve bunun PAB ile ilişkisini incelemiştir. Even (1993), araştırmasında öğretmenlerin fonksiyon kavramı hakkında yeterli düzeyde bilgiye sahip olmadıklarını ve bu durumun öğretmenlerin pedagojik düşüncelerini etkilediğini gözlemlemiştir. Bu araştırmadan anlaşılabileceği gibi PAB ve alan bilgisi birbirlerini tamamlayan ve destekleyen iki öğedir. İyi bir alan bilgisi PAB'nin doğru kullanılmasını, iyi bir PAB ise konu alan bilgisinin doğru kullanılmasını sağlamaktadır. Bu yüzden bir öğretmende olması gereken özellikler arasında konu alan bilgisi ve PAB bileşenleri bulunmalıdır.

Pothen ve Murata (2007), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ders çalışma deneyimlerinin derslerinde kullandıkları yöntemler üzerindeki etkisini inceleyen bir araştırma gerçekleştirmişlerdir. Araştırmada, öğretmenlerin bilgilerini geliştirmelerini ve dönüştürmelerini sağlayan 3 faktörün olduğu belirlenmiştir; alan bilgisi, öğretmenlik meslek bilgisi ve PAB'dir. Bulgularda; (i) PAB'nin bilgileri öğrencilere sunmada katkı sağladığı, (ii) öğretmen adaylarının yöntemleri okuyarak öğrenmelerinden çok ders planlama deneyimlerinin öneminin ön plana çıktığı ve (iii) öğretmen adaylarının, matematik öğrenmeleri ve öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmedeki yetenekleri arasında denge kurmalarının önemli olduğu ortaya çıkmıştır. Araştırma sonunda öğretmen adaylarının sınıf ortamındaki tecrübelerinin artmasıyla ustalaştıkları görülmüştür. Bu çalışmanın bulgularından hareketle deneyimin, öğretmenlerin hem alan bilgilerine hem de PAB'lerine olumlu katkı sağladığı görülmüştür.

Bayazit ve Aksoy (2010), öğretmenlerin fonksiyon konusu ile ilgili sahip oldukları pedagojik alan bilgilerini, öğrenci zorlukları ve kavram yanılgıları bileşeni çerçevesinde inceledikleri bir araştırma yapmışlardır. Bu araştırmada, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme sistemlerini, karşılaşılabilecekleri öğrenci zorluklarını ve oluşabilecek kavram yanılgılarını dikkat etmeden derslerini sundukları gözlemlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerin öğrenci zorluklarını tespit edebildikleri fakat bu zorlukları gidermek için pedagojik açıdan doğru yöntemler kullanmadıkları görülmüştür. Bu durum şunu göstermektedir; öğretmenler ders planlamalarında

öğrenci zorluklarını ve kavram yanlışlarını dikkate almamakta, öğrenci zorluklarını ve yanlışları gidermenin önemini görememektedirler.

Yeşildere ve Akkoç (2010) yaptıkları çalışmada, öğretmen adaylarının mikro-öğretim etkinlikleri ile sayı örüntülerini genellemede kullandıkları stratejileri incelemiştir. Araştırma sonunda, öğretmen adaylarının örüntülerle ilgili öğrenci güçlüklerine sahip oldukları görülmüştür. Öğretmen adaylarının sahip olduğu ve pedagojik alan bilgisinin bileşeni olan öğrenci güçlüklerinin adayların kullandıkları stratejileri olumsuz olarak etkiledikleri belirlenmiştir.

Bu araştırma öğretmenlerinde bazen öğrenci güçlüklerine sahip olabildiğini göstermektedir. Söz konusu bu durum ise dersin işlenişini olumsuz etkilemektedir. Öğretmenin dersinde öğrenci güçlüklerini bilmeden planlamasının yanında bu güçlüklerle kendisinin de sahip olması derste edinilen bilgilerin doğruluğuna şüphe düşürmektedir.

Carpenter, Fennema, Peterson ve Carey (1988) çalışmalarında öğrencilerin toplama ve çıkarma problemlerini çözme bilgilerini öğretmen pedagojik alan bilgileri çerçevesinde incelemiştir. Araştırmada 40 tane birinci sınıf öğretmeni ile çalışmışlardır. Konu ile ilgili belirtilen zorluklarda ve zorlukların giderilmesi için kullanılan stratejilerde farklılıklar gözlemlenmiştir. Ancak öğretmenlerin, öğrenci zorlukları ve zorluklarının giderilmesine yönelik verdikleri bilgilerde tutarlılık ve doğruluğa rastlanmamıştır. Bu bulgu öğretmenlerin konu ile ilgili öğrenci güçlükleri ve bu güçlükleri giderme bilgilerine sahip olmadıklarına işaret etmektedir. Araştırmada diğerlerinden farklı olarak öğrenci güçlüklerini giderme bilgisi de incelenmiştir.

Öğrenci zorlukları ve kavram yanlışları bilgisi PAB'nin bileşenleri arasında bulunmaktadır ve bir öğretmende olması gereken özelliklerdir (Grossman, 1990; Fernandez-Balboa ve Stiehl, 1995; 1999; Marks, 1990; Tamir, 1988). Öğretmenler hem konu ile ilgili bilgiyi bilmeye, hem de öğrencilerin hangi alanlarda zorlandığını ve bu zorlukların üstesinden gelmek için öğrencilere nasıl yardımcı olacağını bilmelidir (NCTM, 2000).

Literatür incelendiğinde sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğretmen bilgilerini inceleyen araştırmaların yetersiz olduğu görülmüştür. Bu bağlamda bu araştırmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca sayı örüntülerini

genelleme konusunun öğretim programına 2005 yılında dahil olması konuyu önemli kılmaktadır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma yöntemi ele alınmıştır. Bu amaçla öncelikle araştırma deseni ve çalışma grubu hakkında bilgi verilmiştir. Sonrasında veri toplama yöntemlerine, veri toplama araçlarının geliştirilme sürecine, gerçekleştirilme adımlarına, araştırmacının rolüne, araştırmanın geçerliğine ve güvenilirliğine, veri çözümleme tekniklerine ayrıntılı şekilde değinilmiştir.

Araştırma Modeli

Araştırmada, nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Bu bölümde, nitel araştırma yönteminin avantajları ve dezavantajları tartışılmıştır. Bu tartışmadan hareketle de araştırma deseninin nasıl oluşturulduğu açıklanmıştır.

Nitel araştırma gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı bir araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2004). Nitel araştırmanın özellikleri ise şu şekilde ifade edilmektedir; (i) olguların, olayların ya da davranışların gerçekleştiği doğal ortamlarda çalışılır, (ii) araştırmacı, verilere doğrudan kaynağından ulaşır, (iii) bağlam ve olguların derinlemesine anlaşılmasını sağlayacak detaylı betimlemeler yapar, (iv) olgu ve davranışların nasıl ve neden gerçekleştiğine odaklanır, (v) sentezlenerek elde edilen bilgilerden yola çıkarak ikna edici genellemeler yapar, (vi) katılımcıların anlamasına ve anlamlandırmasına odaklanır, (vii) araştırma deseni, çalışmanın gerçekleştiği duruma göre değişir ve gelişir (Fraenkel ve Wallen, 2006; akt. Büyüköztürk ve diğer., 2009). Belirtildiği gibi nitel araştırmanın amacı, olayların derinlemesine incelenmesini sağlamaktır. Nitel araştırmanın amaçlarına ulaşabilmesi için, uzun süreli çalışmalar yapmak ve konuyla ciddi ilgilenmek gerekmektedir (Büyüköztürk ve diğer., 2009). Uzun süreli ve derinlemesine çalışmalar küçük gruplarla çalışmaya neden olabilmektedir. Bu yüzden nitel araştırmanın amacının genellemeye ulaşmak olmadığı düşünülmektedir.

Durumlar birbirinden farklı olduğu için sonuçların genellemesi söz konusu değildir. Ancak bir duruma ilişkin olarak elde edilen sonuçların benzer durumların anlaşılmasına yönelik örnekler ve deneyimler oluşturması beklenir (Yıldırım ve Şimşek; 2006, s. 77). Nitel araştırmalar, derinlemesine incelemeler sayesinde hangi davranışların görüldüğünü ya da ne kadar sıklıkla görüldüğünü değil, var olan davranışların nasıl ve neden oluştuğunun anlaşılmasını sağlamaktadır.

Bu araştırmanın amacı, sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlüklerinin öğretmenler tarafından ne ölçüde bilindiğini ve bu bilgilerin öğrencilerin öğrenmelerini ne ölçüde etki ettiğini belirlemektir. Bu durumda genelleme yapma söz konusu değildir. Öğretmenlerin öğrenci güçlükleri bilgileri hakkında bir bakış açısı elde etmek ve rastlanan durumları derinlemesine incelemek söz konusudur. Yapılan öğretmen bilgilerini belirleme çalışmalarında, öğretmen durumları derinlemesine incelenmek istenmiştir. Yorumlar ve betimlemeler araştırmacının gözlemleriyle yapılmıştır. Bu gerekçelerle araştırma yöntemi, nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay (durum) çalışması olarak benimsenmiştir.

Örnek olay çalışması; (i) güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi içinde çalışan, (ii) olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı, (iii) birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan, görgül bir araştırma yöntemidir (Yin, 1984:23; akt. Yıldırım ve Şimşek, 1999: 190). Araştırmada ilköğretim matematik öğretmenlerinin örüntüleri genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgileri ve bu bilgilerin öğrenci öğrenmelerine olan etkisini incelemek amaçlanmıştır. Bu gerekçeden, öğretmenlerle görüşme ve ders gözlemi yapılmasına karar verilmiştir. Görüşme, insanların bakış açılarını, deneyimlerini, duygularını ve algılarını ortaya koymada kullanılan, oldukça güçlü bir yöntemdir (Bogdan ve Biklen, 1992 akt. Yıldırım ve Şimşek, 2006). Görüşme, “yapılandırılmış görüşme”, “yarı yapılandırılmış görüşme” ve “yapılandırılmamış görüşme” olarak ayrılır. Bu araştırmada yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme tekniğinde önceden hazırlanan sorular katılımcılara yöneltildiği gibi belirlenen konu hakkından daha detaylı bilgi alabilmek için ek sorular da katılımcılara sorulur (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Gözlem tekniği, kişilerin yaptığı işleri izleme olanağı verir, gözlem yoluyla bilgi toplamada araştırmacının çalıştığı ortamın bir parçası durumunda olur ve

böylece birinci elden bilgiler edilir (Glesne ve Peshkin, 1992). Öğretmenlerin yansıtmadıkları durumları gerçek okul ortamında belirlemek için ders anlatımları gözlemlenmiştir. Görüldüğü gibi ders gözlemi sayesinde çalışma, kendi yaşam çerçevesi içinde gerçekleştirilmiş ve görüşmeler sayesinde ise birden fazla veri kaynağı oluşturulmuştur. Bu durumun, örnek olay çalışmasının tanımı ile paralellik göstermesinden dolayı araştırmada örnek olay çalışması tercih edilmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu, amaçlı örnekleme ile seçilmiştir. Araştırmanın kapsamını İzmir ili ilköğretim okullarındaki gönüllü matematik öğretmenleri oluşturmaktadır. Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile seçilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Katılımcı öğretmenlerin seçiminde kullanılacak ölçütler mesleki deneyimleri ve araştırmaya katılmaya gönüllü olmalarıdır. İzmir ilinden görev yapmakta olan 30 ilköğretim matematik öğretmeni ile görüşme yapılmıştır.

Aşağıdaki Tablo 2’de mesleki deneyim yıllarına göre araştırmaya katılan öğretmen sayıları belirtilmiştir.

Tablo 2
Mesleki Deneyim Yıllarına Göre Katılımcı Sayısı

MESLEKİ DENEYİM YILLARI	KATILIMCI SAYISI
0-10 Yıl	10
11-20 Yıl	10
21-30 Yıl	10

Görüşmeler analiz edildikten sonra amaçlı örnekleme ile görüşme yapılan öğretmenler arasından üç öğretmenin sayı örüntülerini genelleme konusunu işlediği dersleri gözlemlenmiştir. Dersleri gözlemlenecek öğretmenler mesleki deneyimleri ölçüt alınarak seçilmiştir.

Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi

Araştırma sürecinde tutulan notlar, ses kayıtları, video kayıtları ve gözlem yolu ile veri toplanmıştır. Araştırmada iki tane veri toplama aracı geliştirilmiştir. Bunlardan biri sayı örüntülerinin kuralını bulmaya ilişkin görüşme formudur. Öğretmenlerin örüntüleri genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgileri, bu bilgilere etki edebileceği düşünülen çeşitli etmenler (örüntü konusu hakkındaki düşünceleri, örüntü konusunu derslerinde ele alış şekilleri, çoklu gösterimleri derslerinde kullanım şekilleri, güçlükleri giderme yolları bilgileri) ile ilgili düşünceleri bu formla araştırılmıştır. İkinci veri toplama aracı ise sayı örüntülerinin kuralını bulmaya ilişkin öğretmen gözlem formudur. Öğretmenlerin görüşme esnasında verdikleri bilgilerle, ders esnasındaki tutumları arasındaki tutarlılığı ve öğretmenlerin öğrenci güçlükleri bilgilerinin öğrenci anlamalarına etkisi bu formla araştırılmıştır. Veri toplama araçlarına uzman görüşü alınarak son hali verilmiştir.

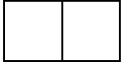
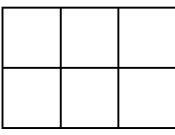
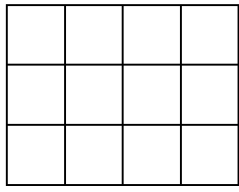
Sayı Örüntüleri Genellemeye İlişkin Görüşme Formunun Geliştirilmesi

Sayı örüntülerini genellemeye ilişkin görüşme formu (SÖGGF) iki bölümden oluşmaktadır. SÖGGF-1’de öğretmenlere örüntüler ve ilişkiler konusu ile ilgili genel sorular yöneltilmektedir. Bu sorularla, öğretmenlerin örüntü konusu, örüntü konusunun programdaki yeri, örüntü konusundaki öğrenci güçlükleri hakkındaki görüşlerini almak, örüntü konusundaki öğrenci güçlükleri gidermeye yönelik alan bilgileri hakkında bilgi sahibi olmak ve örüntü konusunu nasıl işlediklerini öğrenmek amaçlanmaktadır. SÖGGF-1 Ek 1’de sunulmuştur.

SÖGGF-2’de sınıf içi diyalogları içeren senaryolar bulunmaktadır. Görüşmede öğretmenlerin senaryoları incelemelerini ve bu güçlükler hakkında yorum yapmalarını sağlamak amaçlanmaktadır. Senaryolar hazırlanırken literatürdeki öğrenci güçlükleri araştırılmıştır. Bulunan öğrenci güçlükleri listelenmiş ve giriş bölümünde bu güçlükler belirtilmiştir. Her bir senaryo bu güçlüklerle odaklanarak hazırlanmıştır. Ayrıca her senaryo için önceden hazırlanan sorular öğretmenlere yöneltilerek yorum yapmaları sağlanmıştır. SÖGGF-2 Ek 2’ de sunulmuştur.

Literatürdeki güçlükler göz önünde bulundurularak 3 tane problem durumu ve bu problem durumları ile ilgili olarak sorular hazırlanmıştır. Aşağıda senaryolar ve her bir senaryonun üzerinde durduğu öğrenci güçlükleri açıklanmaktadır.

Senaryo 1

			...
1. Şekil	2. Şekil	3. Şekil	
Öğretmen:	10. adımdaki kare sayısını bulabilir misin?		
Öğrenci:	110. Çünkü yine dikdörtgen oluşacak bir kenarı 10 bir kenarı da 11 olacak. 10 x 11 yaptım.		
Öğretmen:	Peki, 55. şekildeki kare sayısını bulabilir misin?		
Öğrenci:	Bulabilirim ama çarpmak biraz zor. $55 \times 56 = 3080$		
Öğretmen:	n . adımdaki kare sayısını bulabilir misin?		
Öğrenci:Bulamadım. n . adım ne demek anlamadım. Bulabilmem için sayı olması lazım.		
Öğretmen:	Sayı vermeden sadece n . adımı sorsa bulamaz mıyız?		
Öğrenci:	Hayır bulamayız. Çünkü her sayıya göre sonuç değişir.		
Öğretmen:	Peki. n . adımdaki dikdörtgenin boyu ne kadar olur?		
Öğrenci:	n kadar mı olur?		
Öğretmen:	Peki eni ne kadar olur?		
Öğrenci:	Bulamayız çünkü n 'e 1 ekleyemeyiz.		

Birinci senaryo,

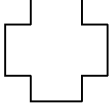
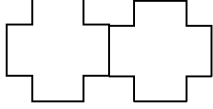
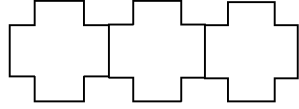
- örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama yani genel terime ulaşamama (Stacey ve MacGregor, 1995; Warren, 2005),
- aritmetik genelleme yapabilme ancak “ n ” notasyonunu kavrayamadıkları için cebirsel genelleme yapamamalarıdır (Rico, 1996)

öğrenci güçlüklerine odaklanılarak hazırlanmıştır. Bu problem durumunda, öğretmenden, öğretmenin öğrenciyi n kavramına ulaştırma çabasına rağmen; öğrencinin bunu niye gerçekleştiremediği, bunun nedeni olan öğrenci güçlüğüne ne olduğu, soruda kullanılan modelin kullanım amacının ne olabileceği ve öğrenciye yarar sağlayıp sağlayamadığı gibi soruları yorumlamaları istenmektedir.

Bu problem durumundaki öğretmen yanıtları yoluyla, öğretmenlerin sayı örüntülerini genellemeye yönelik öğrenci güçlükleri bilgisi, konunun işlenişinde

model kullanımına nasıl yer verdikleri, modele bakış açıları, modeli derslerinde hangi amaçlarla kullandıkları hakkında bilgi sahibi olabilmek amaçlanmıştır.

Senaryo 2

				...
	1. Şekil	2. Şekil	3. Şekil	
Öğretmen:	Şekillerin çevrelerini bulabilir misiniz?			
Öğrenci:	1. Şeklin çevresi 12, 2. Şeklin çevresi 22, 3. Şeklin çevresi 32 oluyor.			
Öğretmen:	8. Şeklin çevresini bulabilir misiniz?			
Öğrenci:	8. Şeklin çevresi 82 olur.			
Öğretmen:	100. Şeklin çevresini bulabilir misiniz?			
Öğrenci:	1002 olur.			
Öğretmen:	Nasıl buldun açıklayabilir misin?			
Öğrenci:	Bütün çevrelerin sonu 2 ile bitiyor. Kaçınıcı şekli soruyorsa sonuna iki koyuyorum oluyor.			
Öğretmen:	Peki n. şeklin çevresini sorarsa ne yaparsın?			
Öğrenci:	n^2 olur.			
Öğretmen:	n^2 ne demek. Nasıl bir sayı açıklar mısın?			
Öğrenci:	Bilmiyorum n. şekli sorduğu için n' nin yanına 2 koydum. n^2 oldu.			
Öğretmen:	Örüntünün kuralını genellebilir misin?			
Öğrenci:	Evet örüntünün kuralı n^2 .n yerine hangi adımın çevresini sorarsa o sayıyı koyarız.			

İkinci senaryo durumu,

- örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama yani genel terime ulaşamama (Stacey ve MacGregor, 1995; Warren, 2005),
- modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010),
- aritmetik genelleme yapabilme ancak "n" notasyonunu kavrayamadıkları için cebirsel genelleme yapamama (Rico,1996)
- girdi çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine sadece çıktı değerlerine odaklanma eğiliminin bulunmasıdır (MacGregor ve Stacey, 1993)

öğrenci güçlüklerine odaklanarak hazırlanmıştır. Bu problem durumunda öğretmenlerden, öğrencinin kendine göre doğru bulduğu fakat matematiksel açıdan yanlış olan genel terimi yorumlaması, bu durumun düzeltilebilmesi için neler

yapılabileceği ve düzeltilmediği takdirde ise öğrencinin gelecekteki matematiksel yaşantısına yansımalarının ne olacağı hakkında yorum yapmaları istenmektedir.

Bu problem durumundaki öğretmen yanıtları yoluyla, öğretmenin örüntü konusundaki öğrenci güçlükleri bilgisi, öğrencinin n kavramına ilişkin düşünceleri, örüntü konusundaki öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik alan bilgisi, model kullanımı, model kullanımın örüntünün genel terimini bulmaya nasıl yardımcı olabileceği, hakkındaki düşünceleri ile ilgili bilgi toplanılması amaçlanmıştır.

Senaryo3

Öğretmen:	5 10 15... örüntüsünün 6. terimini bulunuz.
Öğrenci:	Hımm... 65
Öğretmen:	Nasıl buldun?
Öğrenci:	2. terimle 1. terimi toplamış 3. terimi bulmuş. Bende 3.terimle 2.terimi topladım 4.terimi buldum.4.terimle 3.terimi topladım 5.terimi buldum, 5.terimle 4.terimi topladım 6.terimi buldum
Öğretmen:	Peki sence başka bir kural olabilir mi?
Öğrenci:	Olamaz çünkü bir tane kural vardır.
Öğretmen:	Aynı örüntü için başka bir kural bulunamaz mı?
Öğrenci:	Başka bir kural uygularsak hangisini uygulayacağımızı nerden bileceğiz. Hem her kuralda adımlardaki sayılar farklı çıkar.

Üçüncü senaryo, örüntü kuralını bulurken alternatif yol kullanamama ve “örüntü kuralı bir tanedir” şeklinde düşünme (Becker ve Rivera, 2006) öğrenci güçlüklerine odaklanılarak hazırlanmıştır. Bu problem durumunda öğretmenlerden, çoklu gösterimleri (model, tablo vb...) kullanmamanın öğrenci güçlüğüne neden olup olmayacağı hakkında yorum yapması beklenmektedir.

Bu problem durumundaki öğretmen yanıtları yoluyla, öğretmenin örüntü konusu ile ilgili öğrenci güçlükleri bilgisi, örüntü konusundaki öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik alan bilgisi, tablo kullanımının örüntünün genel terimini bulmada sağladığı katkı, hakkındaki düşünceleri ile ilgili bilgi toplanılması amaçlanmıştır.

Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Ders Gözlem Formunun Geliştirilmesi

Sayı örüntülerini genellemeye ilişkin ders gözlem formunun amacı öğretmenlerin derslerinde sayı örüntülerini genelleme konusunu nasıl işlediklerini ve derslerinde örüntülere ilişkin öğrenci güçlüklerine nasıl yer verdiklerini belirlemektir. Gözlem formu sayı örüntülerini genellemeye ilişkin literatürde belirtilen öğrenci güçlükleri ve Shulman (1986) tarafından ortaya konulan PAB kuramsal çerçevesi yararlanılarak oluşturulmuştur.

Sayı örüntülerini genellemeye ilişkin ders gözlem formu 6 bölüme ayrılmıştır. Bunlar;

- Alan Bilgisi,
- Öğretim Yöntemi,
- Öğretim Programı,
- Öğrenci Güçlükleri,
- Değerlendirme,
- Sınıf Durumu,

bölümleridir. Her bölüm için ölçütler belirlenmiştir. Ders esnasında, araştırmacı tarafından ölçütlere uygun örnek durumların gerçekleşip gerçekleşmediği gözlemlenmiş ve not edilmiştir. Sayı örüntülerini genellemeye ilişkin ders gözlem formu Ek 3'te sunulmuştur.

İşlem Yolu

Görüşme ve gözlemlerin yapılma aşamaları bu bölümde açıklanmaktadır. Öncelikle uygulamanın yapılabilmesi için İzmir İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli yasal izinler alınmıştır. İzinler Ek 7'de sunulmaktadır.

Görüşmeler, İzmir ilindeki 10 ilköğretim okulunda, 30 ilköğretim matematik öğretmeni ile yapılmıştır. Çalışmanın uygulandığı okulların listesi Ek 5'de sunulmaktadır. Öğretmenlerle görüşmelerin yapılacağı yer ve zaman için ön görüşmeler yapılmış ve belirlenen şartlarda görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu süreç, ses kaydına alınmıştır. Katılımcılar, ses kaydı ile ilgili bilgilendirilmiştir ve izinleri alınmıştır. Uygulama, araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlere, uygulama yapılmadan önce araştırmanın amacı, önemi, öğretmenlerin araştırmadaki

rolü, uygulama süresi ve formdaki sorular ve senaryolar ile ilgili gerekli açıklamalar araştırmacı tarafından belirlenen Ek 4'deki "Katılımcı Bilgilendirme Kriterleri"ne göre yapılmıştır. Ek 6'da araştırmaya katılan katılımcılarla görüşmelerin hangi tarihlerde yapıldığı ve görüşmelerin ne kadar sürdüğü belirtilmektedir.

Sayı örüntülerini bulmaya ilişkin ders gözlemi, görüşme yapılan 3 matematik öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir. Gözlemler, 2010-2011 eğitim öğretim yılında 7. sınıflarda gerçekleştirilmiştir. Bu süreç, video kaydına alınmıştır. Gözlem formu ile ders esnasında ve daha sonrasında izlenen video kayıtlarda rastlanan durumlar belirlenmiştir. Öğretmenlere, uygulama yapılmadan önce araştırmanın amacı, önemi, öğretmenlerin araştırmadaki rolü, uygulama süresi ve formdaki sorular ve senaryolar ile ilgili gerekli açıklamalar araştırmacı tarafından belirlenen Ek 4'deki "Katılımcı Bilgilendirme Kriterleri"ne göre yapılmıştır.

Veri Toplama Araçlarının Geçerlik ve Güvenirlikleri

Araştırmada kullanılacak görüşme formunun ve sayı örüntülerinin kuralını bulmaya ilişkin öğretmen gözlem formunun geçerliği uzman incelemesi yöntemi ile sağlanmıştır. Matematik eğitimi alanında doktora eğitimini tamamlamış araştırmacılardan uzman görüşü alınmıştır. Uzman görüşlerinin alınmasından sonra SÖGGF-1'de yer alan sorularla ilgili gerekli ekleme ve çıkarmalar yapılmış, SÖGGF-1'e son hali verilmiştir. Hazırlanan 6 senaryo durumunun üçü uzman görüşleri doğrultusunda çıkartılmış ve katılımcılara üç senaryo sunulmuştur. Sayı örüntülerini bulmaya ilişkin gözlem formunda bulunan ifadelerde, uzmanların eksik buldukları yönler tamamlanmış ve gözlem formuna son hali verilmiştir.

Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Örnek olay çalışmalarında veri toplama aşaması yürütülürken dikkat edilmesi gereken üç nokta bulunmaktadır: Bunlardan birincisi, birden fazla veri kaynağı ve türünün kullanılabilmesidir. Gözlem, görüşme ve doküman inceleme gibi nitel araştırma yöntemlerinden birkaçı, araştırmanın problemine, araştırmacının beklentilerine göre tek başına ya da bileşik biçimde kullanılabilir. İkincisi, araştırmacının veri toplama sırasında, çalışılan duruma ilişkin verilerin iyi düzenlendiği bir "veri tabanı"nın oluşturulması gerektiğidir. Yapılmış olan

çalışmaların başkaları tarafından tekrar edilmesine olanak vermek için, iyi düzenlenmiş bir veri tabanının oluşturulması oldukça önemlidir. Üçüncüsü ise, araştırmanın çeşitli aşamalarının birbiriyle nasıl ilişkilendirildiğini gösteren bir “kanıt zinciri” oluşturulmasının önemli olduğudur. Bu özelliklerden dolayı araştırmacı, bulguları sunarken ve yorumlarken veriden alıntı yapabilmektedir (Yıldırım ve Şimşek,1999). Veri kaynağının çeşitliliğinin önemini Patton (1990) ise şu şekilde ifade etmektedir; araştırma desenini güçlendirmek araştırmanın geçerliği için önemlidir ve araştırma desenini güçlendirmenin yollarından biri, veri toplama yöntemlerinde çeşitlemenin (triangulation) sağlanmasıdır.

Bu araştırmada da görüşme ve gözlem teknikleri kullanılarak veri toplama araçlarında çeşitlilik oluşturulmaya çalışılmıştır.

Veri Çözümleme Teknikleri

Bu kısımda SÖGGF’ndaki sorulardan ve ders gözlemi sırasında doldurulan sayı örüntülerini bulmaya ilişkin öğretmen gözlem formundan elde edilen verilerin analizlerinin nasıl yapıldığı açıklanmaktadır.

Verilerin çözümlenmesinde içerik analiz tekniği kullanılmıştır. Holsti, (1969; Akt: Merriam, 1998) içerik analizi için kategorigeliştirme amacıyla rehberlik edebilecek beş ana hat sunmaktadır; (i) kategoriler, araştırmanın hedeflerini ve amaçlarını yansıtmalıdır, (ii) dökümanlardaki her bir veri ilişkili olduğu maddelerle gruplanıp kategoriler oluşturmalıdır. Her bir veri bir kategori içinde yer almalıdır, (iii) kategoriler karşılıklı kapalılık ilkesine uymalıdır. Her bir madde yalnızca bir kategori altında yer almalıdır, (iv) kategoriler birbirinden bağımsız olmalıdır, (v) her kategori tek bir sınıflama ilkesiyle ayrılmalıdır.

Veri analizi sürecinde Yıldırım ve Şimşek’in (2006) nitel veri analizinde yapılmasını önerdiği gibi, elde edilen veriler bölümlere ayrılmış; incelenmiş ve karşılaştırmayı, kavramlaştırmayı ve ilişkilendirmeyi gerektiren kodlama yapılmıştır.

Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Görüşme Formunun Analizi

SÖGGF-1 ve SÖGGF-2’deki sorulara verilen yanıtların analizinde; öğretmenlerin, örüntüleri genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgileri, güçlükleri gidermeye yönelik düşünceleri, sayı örüntülerini genelleme konusuna bakış açıları,

konuyu derslerinde ele alış şekilleri, çoklu gösterimleri kullanma bilgilerine odaklanılmıştır. Öğretmenlerin verdikleri yanıtlar bu başlıklar göre kategorilendirilmiş ve değerlendirilmiştir. Kategoriler aşağıda belirtilmiştir;

- Öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme konusuna ilişkin görüşleri,
- Öğretmenlerin sayı örüntülerini genellemede yaşanan öğrenci güçlükleri bilgileri,
- Öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme konusunu ele alış şekilleri.

Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Ders Gözlem Formunun Analizi

Ders gözlemi ve daha sonra video kayıt izlemesi ile doldurulan gözlem formunun analizinde; öğretmenlerin örüntü konusundaki öğrenci güçlükleri bilgileri, görüşme sırasında verdikleri yanıtlarla derslerindeki bilgilerin tutarlılığı, öğretmenlerin öğrenci güçlükleri bilgilerinin öğrenci anlamalarına olan etkisi, derste oluşan güçlükleri gidermeye yönelik düşünceleri başlıklarına odaklanılmıştır. Öğretmenlerin verdikleri yanıtlar bu başlıklar göre kategorilendirilmiş ve değerlendirilmiştir. Kategoriler aşağıda belirtilmiştir;

- Öğretmenlerin sayı örüntülerini genellemede yaşanan öğrenci güçlükleri bilgileri,
- Öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme konusunu ele alış şekilleri.

BÖLÜM IV

BULGULAR ve YORUMLAR

Bu bölümde, görüşme ve gözlem yoluyla elde edilen verilerin analizinden ulaşılan bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir.

Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme konusuna ilişkin görüşlerinin yer aldığı bulgular bu bölümde incelenmektedir. Bulgular SÖGGF-1'e verilen yanıtlardan elde edilmiştir. Öğretmenlerin sayı örüntülerini genellemeye yönelik bakış açılarını belirten durumlar Tablo 3'de özetlenmektedir.

Tablo 3

Katılımcıların Sayı Örüntülerini Genelleme Konusuna Bakış Açıları

Katılımcıların Sayı Örüntülerini Genelleme Konusuna Bakış Açıları		Katılımcılar	f
Sayı Örüntülerini Genelleme Konusunun Önemi	Önemli Buluyor.	K ₁ ,K ₂ ,K ₅ ,K ₆ ,K ₇ ,K ₈ , K ₉ ,K ₁₀ ,K ₁₁ ,K ₁₂ ,K ₁₃ , K ₁₄ ,K ₁₅ ,K ₁₆ ,K ₁₇ ,K ₁₉ , K ₂₀ ,K ₂₂ ,K ₂₃ , K ₂₄ , K ₂₅ K ₃₀	22
	Önemli Bulmuyor.	K ₃ ,K ₄ , K ₁₈ ,K ₂₁ , K ₂₉	5
Sayı Örüntülerini Genelleme Konusunun Programdaki Yeri	Hiyerarşik Sıralamışı Doğru Buluyor.	K ₁ ,K ₂ ,K ₃ ,K ₅ ,K ₆ ,K ₈ , K ₉ ,K ₁₀ ,K ₁₁ ,K ₁₂ ,K ₁₅ , K ₁₉ , K ₂₀ , K ₂₁ ,K ₂₂ , K ₂₄ , K ₂₇ , K ₃₀	18
	Hiyerarşik Sıralamışı Doğru Bulmuyor.	K ₄ ,K ₇ , K ₁₃ ,K ₁₄ , K ₁₈ ,K ₂₃ ,K ₂₉	7

Tablo 3'deki veriler incelendiğinde, sayı örüntülerini genelleme konusunu önemli bulan ve hiyerarşik sıralamayı doğru bulan katılımcı sayısının fazla olduğu

görülmektedir. Sayı örüntülerini genelleme konusunu önemli bulan katılımcıların büyük kısmı, öğretim programındaki hiyerarşik sıralamayı da doğru bulmaktadır.

Katılımcıların büyük bir kısmı sayı örüntülerini genelleme konusunu önemli bulurken konuyu önemli bulma nedenleri ise kendi içerisinde farklılıklar göstermektedir. Örneğin K₂₀, sayı örüntülerini genelleme konusunun önemini şu şekilde açıklamaktadır;

“Önemli konu, SBS’ye göre önemli olup olmadığı belli oluyor. SBS’de çıkıyor, o yüzden önemli.”

Diğer bir katılımcı ise sayı örüntülerini genelleme konusunun önemi ile ilgili görüşlerini şöyle açıklamıştır;

“Örüntü konusu görsel anlamda güzel. Yani hani çocukların biraz daha geometrik şekillere bakışını, şekil çizme, şekilleri görsel olarak algılama bu anlamda güzel. Örüntü farklı bir konu, yani hani matematik açısından önce bağlantıyı kuramıyorum; ne alaka gibi sonra ama normal hani somutlaştırma açısından düşündüğümüzde iyi bir konu”.

Benzer düşüncelere sahip katılımcıların ortak düşünceleri, örüntü kavramını yalnızca “Örüntü ve Süslemeler” olarak algılamalarıdır. Sayı örüntülerini genelleme konusu ile örüntü ve süslemeler konusu öğretim programındaki kazanımlar doğrultusunda birbirinden oldukça farklıdır. Örüntü ve süslemeler geometri öğrenme alanının bir alt öğrenme alanı iken sayı örüntülerini genelleme cebir öğrenme alanının bir alt öğrenme alanıdır. Öğretmenlerin örüntü kavramını yalnızca örüntü ve süslemeler olarak algılamaları, derslerinde örüntü kavramı ile cebir arasındaki gerekli ilişkilendirmeleri yapmamalarına neden olabilir.

Katılımcıların, sayı örüntülerini genelleme konusunu önemli bulma nedenlerini, genel olarak pragmatik olgularla açıkladıkları görülmüştür. Örneğin; katılımcıların büyük bir kısmı sayı örüntülerini genelleme konusunu SBS gerekçesiyle önemli bulmaktadır. Bu durum katılımcıların, sayı örüntülerini genelleme konusunun diğer matematik kavramlarıyla olan ilişkisini göremediklerini göstermektedir.

Katılımcıların bir kısmı (K₁₁, K₁₄, K₁₅, K₂₂) sayı örüntülerini genelleme konusunu öğrencilerin ileriki matematik yaşantıları ve zihinsel gelişimleri açısından

geçerli gerekçelerle önemli görmektedir. Düşüncelerini; “*Evet önemli bir konu ...zihinsel gelişimleri açısından önemli*”, “*Önemli bir konu ilköğretimden liseye de bir geçiş*”, “*Bilinmeyen kavramını öğrenecek, n notasyonunu öğrenecek ileride fonksiyonlar için bir basamak bunlar*” gibi ifadelerle belirtmişlerdir. Sayı örüntülerini genelleme konusunun lise matematik öğretimi ile ilişkisi araştırmaya katılan tek bir katılımcı tarafından ifade edilmiş ve önemi bu gerekçe ile açıklanmıştır.

Katılımcıların görüşleri incelendiğinde, öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme konusunu önemli bulma nedenleri;

- SBS’de sayı örüntülerini genelleme konusu ile ilgili soru bulunması,
 - Günlük yaşamla ilişkilendirilmesi,
 - Zihinsel gelişimi sağlıyor olması,
 - İleriki matematik yaşantısı açısından yararlı olması,
- başlıkları altında toplanmıştır.

Bazı katılımcılar ise sayı örüntülerini genelleme konusunu önemli görmemektedir. K₁₈, konunun önemi hakkındaki düşüncelerini şu şekilde ifade etmektedir;

“Önemliliği... Bütün olarak baktığımızda önemli bir konu hani çocuğun daha somut düşünebilmesi açısından ya da ileriki dönemlerde ilişkilendirme açısından önemli. Ama bir denklemler gibi denklem kurma gibi o kadar da matematiğin ileriki dönemlerinde önemli olacağını düşünmüyorum pek”.

K₁ ise düşüncelerini şöyle ifade etmiştir:

“Bugün çocuk için hangi konu önemli? SBS’de çıkıyorsa önemli, çıkmıyorsa önemsiz... Örüntü önemli bir şey ki bulmuşlar, biz önemini kavrayamıyoruz. Şu an sen bana birden sorduğun için benim pek... Ebob-Ekok mesela, orantının önemini biliyorum, sürekli işlerken mesela yüzdeleri işlerken oran orantıya bağlıyorum ya da çarpanlara ayırmada Ebob-Ekok’a bağlıyoruz; ama hangi konuyu işlerken örüntüye bağlıyoruz, bilmiyorum, şu an hatırlayamadım.”

K₁ ve K₁₈ sayı örüntülerini genelleme konusunun önemsiz olduğunu dile getirmemiş, fakat diğer matematik konularıyla karşılaştırma yapmış ve konunun söz ettiği konular kadar önemli olmadığını ifade etmişlerdir. K₁ sayı örüntülerini

genelleme konusunun diğer matematik konularıyla ilişkisi hakkındaki düşüncelerini de şöyle açıklamıştır;

“Örüntü konusu sadece örüntüyle ilgili ya... Bakıyorum başka konularla ilişkilendirebilir miyiz? Şey de örüntü konusudur herhalde, 7. adımı bulun. (Öğretmen 7. sınıf MEB kitabını inceliyor). Örüntü konusunu başka bir şeye bağlayamayız.

Sayı örüntülerini genelleme konusunun cebir alt öğrenme alanı başlığı altında bulunması ve öğrencilerin bilinmeyen terim ile tanışmasını sağlaması, denklem ile ilişkisini göstermektedir. Bazı katılımcıların bu ilişkileri farketmedikleri görülmüştür. Sayı örüntülerini genelleme konusunun diğer matematik konularıyla ilişkisinin görülmemesinin, bu konunun öneminin anlaşılmasına neden olduğu gözlemlenmiştir.

Sayı örüntülerini genelleme konusunu önemsiz bulan katılımcıların gerekçeleri şu başlıklar altında toplanmıştır:

- Sayı örüntülerini genelleme konusunu diğer matematik konularıyla karşılaştırmaları ve bu konular kadar önemli görmemeleri,
- Sayı örüntülerini genelleme konusunun öğretim programındaki yerinin tam olarak oluşmadığını düşünmeleridir.

Sayı örüntülerini genelleme konusunu önemsiz bulan ve önemini doğru şekilde ifade edemeyen katılımcılar, derslerinde konunun diğer matematik kavramlarıyla olan ilişkisine değinmediklerini ifade etmişlerdir. Bu bağlamda konunun öneminin öğretmenler tarafından anlaşılmasının, konunun öğretimine önemli katkı sağladığı söylenebilir.

Araştırmada katılımcılara, sayı örüntülerini genelleme konusunun ilköğretim matematik öğretim programındaki hiyerarşik sıralanışı hakkında sorular yöneltilmiştir. Katılımcıların bu sorulara verdikleri yanıtlar incelendiğinde katılımcıların büyük bir kısmının, sayı örüntülerini genelleme konusunun öğretim programındaki hiyerarşik sıralanışını doğru buldukları belirlenmiştir. Hiyerarşik sıralamayı doğru bulan ve bulmayan katılımcıların derslerinde sayı örüntülerini genelleme konusuna öğretim programına uygun yer vermedikleri görülmüştür. 4.,5.,6.,7. ve 8. sınıf matematik derslerine giren katılımcı konunun hiyerarşik sıralanışı hakkındaki düşüncelerini şöyle ifade etmiştir;

“4’lerde şekillerle giriliyor; mesela küplerin bir araya getirilmesiyle yapılar oluşturuluyor. Ve bu yapılar sayılarla ilişkilendiriliyor. Konunun anlaşılması açısından bu güzel. 6 ve 7’lerde de artık genel kural bulma olayına giriliyor. Bu sayede ilk basamakların dışında daha sonraki basamaklara da kolaylıkla ulaşıyorlar. Bu anlam bütünlüğü açısından önemli tabiki.”

K₂₂, konunun hiyerarşik sıralanışı hakkındaki düşüncelerini şöyle açıklamıştır;

“Altıncı sınıfta başlaması çok daha güzel. 4 ve 5’lerde de detaya inilmiyor, çok basit anlatılıyor ama 6. sınıflarda şekiller değişiyor, sayılar değişiyor. 6. sınıfta biz sadece şekiller üzerinden öğretiyoruz, 7. sınıflarda kuralını öğretiyoruz, 8. sınıflarda bunun yanında bir de fraktal veriyoruz. Yeri de güzel bence cebirsel ifadelerden önce veriliyor ve cebirsel ifadeleri daha iyi anlıyor çocuklar. 8. sınıfta fraktal konusu gelince çocuklar fraktal konusuna çok yabancılar ama örüntü ile bağdaştırdığımız zaman daha rahat anlıyorlar 6’da ve 7’de kafalarına oturduğu için”

Katılımcının, sayı örüntülerini genelleme konusunu 6. ve 7. sınıflarda ele alış şeklinin öğretim programına uygun olmadığı gözlemlenmiştir. Katılımcının belirttiği gibi, sınıf düzeylerinde şekil ve sayı örüntüsü olarak bir ayrım yapılmamaktadır. Her iki sınıf düzeyinde de (6. ve 7. sınıf) “genel kuralı cebirsel ifade olarak yazma” kazanımı bulunmaktadır. Bu bağlamda, görüşmede verilen yanıtlar bağlamında müfredat bilgisi eksikliğinin ders işlenişini olumsuz yönde etkilediği söylenebilir.

Katılımcıların bir kısmı, öğretim programındaki hiyerarşik sıralamanın doğru olmadığını düşünmekte ve düşüncelerini şöyle ifade etmektedirler: “Örüntünün bir sonraki terimi bulma kısımları denklemden önce verilebilir; ama daha sonra kural bulma denklemden sonra verilmeli.”, “Bence 6. sınıflarda bu, cebirsel ifadelerden önce olsaydı çok daha iyi olabilirdi, esasında bence genel terimi yazmadan önce cebirsel ifadenin verilmesi gerekiyor”, “Biz cebirsel ifadeleri daha önce işleseydik çocuk gerek örüntü olsun, gerek problemler olsun daha rahat yapabilirdi”.

Katılımcıların öğretim programındaki hiyerarşik sıralamayı doğru bulmamalarının en büyük gerekçesi sayı örüntülerini genelleme konusunun cebirsel ifadeler konusundan daha sonra verilmesi gerektiğidir. Oysa ki sayı örüntülerini

genelleme konusu cebirsel ifadeler konusundan ayrı olarak düşünülmemelidir. İlköğretim matematik öğretim programında sayı örüntülerini genelleme konusu cebir öğrenme alanının alt öğrenme alanıdır. Konunun yeri cebirle tanışma, cebire giriş olarak düşünülmektedir. Öğrencilerin, cebire sayı örüntülerini genelleme ile başlaması; onların bilinmeyen kavramı ile tanışmalarını ve genelleme yapma ihtiyacını hissetmelerini sağlamaktır. Sayı örüntülerini genelleme konusu, değişken ve bilinmeyen kavramları ile genel terimi yazma gibi süreçleri kendi içerisinde barındırması; öğrencileri temsilci sayı (bilinmeyen) kullanmaya iten ihtiyaçları oluşturması (Lee ve Freiman, 2004; Zazkis ve Liljedahl,2002; Steele, 2005; Burns, 2000; Amit ve Neira, 2008) açısından öğretim programındaki yerinin doğru ve faydalı olduğu görülmektedir.

Sayı örüntülerini genelleme konusunun hiyerarşik sıralamasını doğru bulmayan katılımcıların nedenleri;

- Cebirsel ifadeler konusunun örüntü konusundan önce işlenmesi gerektiğini düşünmeleri,
- Dağınık bir konu olduğunu düşünmeleri,
- Öğrencilerin düzeyine uygun olmaması, başlıkları altında toplanmaktadır.

Sayı örüntülerini genelleme konusunun hiyerarşik sıralamasını doğru bulan katılımcılar ile sıralamayı doğru bulmayan katılımcıların ortak düşünceleri, sayı örüntülerini genelleme konusunun cebirsel ifadeler konusundan daha sonra işlenmesi gerektiğidir. Sayı örüntülerini genelleme konusu; genelleme yapma ihtiyacı oluşturarak cebirsel ifadenin gerekliliğini, bilinmeyen kavramının temsilci sayı özelliği vurgulanarak bilinmeyen yerine farklı sayıların yazılabileceğini ve cebirsel ifadenin her sayıya göre farklı bir değer alabileceğini göstermektedir. Bu bağlamda konu, cebire giriş olarak görülmektedir. Katılımcıların örüntü konusunun cebirsel ifadeler konusundan sonra verilmesi gerektiğini ifade etmeleri, bu konudaki bilgi eksikliklerini göstermektedir.

Katılımcılara, örüntü konusunun diğer matematik konularıyla olan ilişkisi ile ilgili de sorular yöneltilmiş ve katılımcıların yanıtları analiz edilmiştir.

Sayı örüntülerini genelleme konusu öğretim programında cebir öğrenme alanının alt öğrenme alanı olarak verilmektedir. Kazanımlar doğrultusunda örüntü

konusunun cebir, değişken, bilinmeyen ifade, denklem gibi konularla ilişkisinin kurulması; derslerde bu ilişkilere yer verilmesi gerekmektedir. Bu bağlamda bazı katılımcılar, sayı örüntülerini genelleme konusunun, cebirsel ifadeler ve denklem konularıyla ilişkili olduğunu belirtmişlerdir. Katılımcılar bu bağlamdaki düşüncelerini şöyle ifade etmişlerdir:

“Cebirsel ifadelerde var, sayı örüntüsünde var. Daha da başka yok.”, “Cebir ile birebir ilişkisi var zaten. Dört işlemle de ilişkisi var. Artışı, azalışı, oran şeklindeki ilişkileri anlaması gerekiyor”,

“Sayılarla ilişkilendirilebiliyor, denklemlerle, şekillerle...”,

“Değişkenle ilişkisi olduğunu düşünüyorum, geometriyle ilişkisi olduğunu düşünüyorum”,

“Cebirsel ifadelerle bir bağlantısı var. Denklem kurma anlamında bağlantısı var”,

“Üslü sayılarla ilgili örüntüler oluyor. Onunla bir ilişki olabilir; ama dediğim gibi denklemlerle... Ya da cebirsel ifade olarak, hadi oradan da denklemlerle ilişkilendirilsin, o şekilde çok da aşırı bir ilişki kuramıyorum”

K₁₄, düşüncelerini şöyle ifade etmiştir:

“Fonksiyon, denklem için ön basamak olduğuna inanıyorum”

K₈ ise düşüncelerini şöyle açıklamıştır:

“Lise matematiğine hazırlar çocuğu. Limite hazırlar, limit aslında bir çeşit örüntüdür”

K₁₄ ve K₈, sayı örüntülerini genelleme konusunun fonksiyon ve limit gibi lise matematiği konuları için temel oluşturduğunu belirten iki katılımcıdır.

Bazı katılımcılar, sayı örüntülerini genelleme konusunun cebir, denklem kurma, fonksiyon gibi kavramlarla ilişkili olduğunu açıklayamamışlardır. Örneğin, K₁₀, düşüncelerini şöyle ifade etmiştir:

“Sayılarla yaptığımız örüntüde, bir bölünebilme kuralında sayılar ritmik gidiyor. Örüntüyü iyi bilen bir öğrenci bunu ilişkilendirebilir.”

Ritmik saymanın, sayı örüntülerini genelleme konusunda yer alan “Sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder” kazanımının gerçekleştirilmesine katkı sağlamayacağı düşünülmektedir. Ritmik sayma, öğrencilerin örüntüdeki yakın adımları bulmalarını sağlayabilir ancak öğretim

programında, beklenen durum ise öğrencilerin uzak adımları bulmalarını sağlamaktır.

K₃, düşüncelerini şöyle ifade etmiştir:

“Çizim anlamında söylersek resim dersiyle olabilir. Mesela genel terimi çıkarma bir fen bilgisi dersinde de hani formül falan matematik konularıyla da geometrik çizimleri anlatırken işime yarıyor. Özellikle düzgün çokgenleri... Mesela orda işime yarıyor açılardan bahsediyorum en azından o açılarını gösterebiliyorum.”

Katılımcılara yöneltilen soru, sayı örüntülerini genelleme konusunun diğer matematik konularıyla olan ilişkisi hakkındaki düşünceleridir. Katılımcı, konunun formül içerdiğini ve bu yüzden de fen ve teknoloji dersi, matematik konusu olarak da geometri ile ilişkilendirilebileceğini belirtmiştir. Geometri konusu ile ilişkilendirilebilecek konunun sayı örüntülerini genelleme yerine, örüntü ve süslemeler olmasının daha doğru olacağı düşünülmektedir.

Bazı katılımcılar sayı örüntülerini genelleme konusunun diğer matematik konularıyla ilişkili olmadığını belirtmişlerdir. Düşüncelerini şöyle ifade etmişlerdir:

“Bazen olabiliyor şimdi hatırlayamadım... Öğrenciler ilk başta baktığında şekilmiş gibi görüyor ama tamamen sayılar aslında. Matematikle birebir ilişki; ama diğer konularla nasıl bağlantı kurarız bir fikrim yok açıkçası. Örüntü konusu sadece örüntüyle ilgili ya... Bakıyorum başka konularla ilişkilendirebilir miyiz? Şey de örüntü konusudur herhalde 7. adımı bulun.(Öğretmen 7. Sınıf MEB kitabını inceliyor.) Bu örüntü konusu zaten. Başka bir şeye bağlayamayız. Dantel sorusu vardı Öss'de o da örüntüydü. Örüntüyü başka şeyle bağlayamıyorsun yani. Birçok konuda örüntü var aslında. Bütün konuların içerisinde örüntü var. Gündelik hayatta bile görüyoruz.”

Katılımcıların sayı örüntülerini genelleme konusunu diğer matematik konularıyla ilişkilendirememeleri, öğretim programı bilgisi ve konu bilgisi eksikliklerini göstermektedir.

İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Öğretmenlerin, sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerine ve bu güçlükleri gidermeye yönelik düşüncelerine ilişkin bulgulara bu

başlık altında yer verilmiştir. Bu bölümdeki bulgular SÖGGF-1 ve SÖGGF-2'deki sorulara verilen yanıtlardan elde edilmiştir. SÖGGF-1'de katılımcıların, literatürde belirtilen sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlüklerinin bir kısmını tanımlayabildikleri gözlemlenmiştir. Bu durum Tablo-4'de özetlenmiştir.

Tablo 4
Katılımcıların Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Öğrenci Güçlükleri
Bilgileri

Katılımcıların Öğrenci Güçlükleri Bilgileri		Katılımcılar	f
Öğretmenlerin Belirttikleri Öğrenci Güçlükleri	1. öğrenci güçlüğü		-
	2. öğrenci güçlüğü	K ₁₀ ,K ₁₁ ,K ₁₉ ,K ₁₂ ,K ₂₀ K ₆ ,K ₄ K ₁₇ ,K ₃ ,K ₁₄ ,K ₂₂ ,K ₂ ,K ₉ ,K ₂₅ K ₁₅ ,K ₂₁ ,K ₁₃ ,K ₂₃ ,K ₁	19
	3. öğrenci güçlüğü	K ₄ ,K ₁₄ ,K ₁₅	3
	4. öğrenci güçlüğü		-
	5. öğrenci güçlüğü		-
	6. öğrenci güçlüğü		-
	7. öğrenci güçlüğü		-
	8. öğrenci güçlüğü		-

Tablo-4'teki veriler incelendiğinde, katılımcıların büyük bir kısmının “örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama, genel terime ulaşamama”, bazı katılımcıların “örüntüyü yakın bir adıma devam ettirebilme; fakat sonlu bir adıma devam ettiremememe” öğrenci güçlüklerini belirttikleri görülmüştür. Literatürde belirtilen ve araştırmada rapor edilen diğer öğrenci güçlükleri katılımcılar tarafından belirtilmemiştir.

K₆, örüntünün genel kuralını bulmakta öğrencilerin ve kendisinin zorluk çektiğini belirtmekte ve düşüncelerini şöyle ifade etmektedir.

“Genel terimi bulma yani kuralı belirleyip bunu cebirsel ifadeye çevirme... Daha doğrusu kuralı belirleme konusunda zorlanıyorlar. Gerçekten genel terimli sorularda ben bile zaman zaman açıkçası bunun kuralı nedir diye düşündüğüm, durduğum oluyor. Ben bile takılabiliyorum yani ki çocuklar daha çok zorlanıyor. Kuralı bulmakta zorluk çekiyorlar. Zaten kuralı bulduktan sonra cebirsel ifadeye çevirmesi zor olmuyor.”

Katılımcının görüşünden, sayı örüntülerini genelleme konusunda alan bilgisi eksikliği olduğu görülmektedir. Öğrencilerin genel kuralı bulmada yaşadıkları sorunların, öğretmenlerin bu konudaki alan bilgisi eksikliğinden kaynaklanabileceği düşünülmektedir.

K₁ ise düşüncelerini şöyle belirtmiştir:

“6. sınıflar, 7. sınıflar öğrenirken hiçbir güçlükle karşılaşmıyorlar. Ama 8. sınıflarda şu öğrenirken terimleri verdiği zaman mesela 1, 3, 9, 27 öyle gidiyor; genel terimini yazın diyorlar ya onu anlamıyorlar.”

K₁, 8. sınıf matematik öğretim programında genel terim yazmanın bulunduğunu ve öğrencilerin bu konuda güçlük yaşadıklarını belirtmiştir. Örüntünün genel terimini bulma işlemi 6. ve 7. sınıf matematik öğretim programında da bulunmaktadır. Katılımcı, derslerini bu şekilde organize ettiğini belirtmiştir. Bu bağlamda katılımcının öğretim programı bilgisi eksikliği olduğu ve öğretim programı bilgisinin dersleri doğru organize etmede önemli rol oynadığı görülmektedir.

Benzer şekilde “Örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama, genel terime ulaşamama” öğrenci güçlüğüne belirten katılımcılar düşüncelerini şöyle ifade etmişlerdir: *“En büyük güçlük formülü bulmakta yaşıyor”, “Kural bulamıyorlar. Sınıfta en fazla 3-4 kişi kural buluyor; ama diğerleri kural bulmakta güçlük çekiyor”, “Kuralı buldurmada sorun yaşıyoruz; ama o da temeldeki eksiklikten kaynaklanıyor”*.

“Şekilden sonraki şekli çizme, sayı örüntüsü ise bir sonraki sayıyı bulma, bir sonraki terimi bulmada sorun yok aslında; ama 100. ya da 200. terimi bulmak sorun oluyor; çünkü biliyor ki orda genel terimi bulmalı. Yani genel olarak dediğim gibi örüntünün kuralını bulmak”

Katılımcı “yakın adımı bulabilme fakat uzak adıma ulaşamama” öğrenci güçlüğüne de değinmiş fakat bu ifadeyi ayrı bir güçlük olarak dile getirmemiştir.

Katılımcılar, (i) örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama, genel terime ulaşamama, (ii) örüntüyü yakın bir adıma devam ettirebilme fakat sonlu bir adıma devam ettiremememe, (iii) bir dizinin istenilen adımını yazamama, (iv) çarpım durumundaki genel terimi bulamama, öğrenci güçlüklerini belirtmişlerdir.

Katılımcılar tarafından belirtilen güçlükler literatürde karşılaşılan ve araştırmada rapor edilen güçlüklerdir.

Katılımcılar belirttikleri “Örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama, genel terime ulaşamama” öğrenci güçlüğüünün nedenlerini (i) öğrencilerin soyut düşünememesi, (ii) öğrencilerin bilinmeyen kavramı ile yaşadıkları sıkıntı, (iii) temel eğitimden kaynaklanan eksiklikler, (iv) öğrencilerin kuralı dile getirmelerine rağmen matematik cümlesi halinde yazmamaları, olarak belirtmişlerdir.

Matematik öğretim programı incelendiğinde öğrenci yaş düzeylerinin dikkate alındığı görülmektedir. Sayı örüntülerini genelleme konusunun programdaki yeri, öğrencilerin yaş düzeylerine uygundur ve bu yaş düzeyindeki öğrenciler, soyut düşünebilme yeteneğine sahiptirler (Warren ve Cooper,2008). 6. sınıfta öğrenciler, sayı örüntülerini genelleme konusu aracılığıyla bilinmeyen ve cebirsel ifade kavramaları ile sözel ifadeleri matematik cümlesi şeklinde yazma ile tanışmaktadırlar. Dolayısıyla, katılımcılar tarafından belirtilen nedenler (bilinmeyen kavramı, matematik cümlesi şeklinde yazamama), sayı örüntülerini genelleme konusundaki eksikliklerden kaynaklanmaktadır. 6. sınıfta atılan iyi temellerin, ileriki yıllarda belirtilen problemlerin ortaya çıkmasını engelleyeceği düşünülmektedir. Bunun gerçekleşebilmesi için öncelikle öğretmenlerin, belirttikleri sorunların temelinde bilgi eksikliği olduğunu farketmeleri gerekmektedir.

Katılımcılara sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik yapabilecekleri hakkında sorular sorulmuş ve yanıtları analiz edilmiştir. Katılımcılar, öğrencilerin örüntünün genel terimini bulmakta zorlandıklarını ve bu öğrenci güçlüğüünün çeşitli giderilme yollarının olabileceğini ifade etmişlerdir. Katılımcılar arasında K_{11} örüntü konusundaki öğrenci güçlüklerinin giderilmesine çözüm olarak etkinlik yapılmasını belirten tek katılımcıdır. Genel olarak, katılımcıların sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik bilgilerinde eksikleri olduğu görülmüştür.

K_{22} düşüncelerini şöyle ifade etmiştir:

“Hani “Bu şeklin kuralı nedir?” dediğimizde güçlük yaşıyorlar. 3. adımda, 4. adımda, 10. adımda ne olacak denildiğinde çizerek yaparlarsa hiçbir problem yok, genel kuralı bulmak ile yaparlarsa orda biraz problem

yaşıyorlar; ama dediğim gibi bir yerden sonra monotonlaşıyor hep aynı şekilde devam ettiği için çocuklar alışıyor”

K₁₀ benzer şekilde düşüncelerini şu şekilde ifade etmektedir:

“Bu konuya ilk başlarken çeşitli etkinliklerle başlıyoruz ama tabii bunları pekiştirmek için çok alıştırmaya ve örnek çözümüne ihtiyaç var. Öğrencilerin, örnekleri kendilerinin de yapmalarını sağlayarak bol soru çözmek lazım”

Öğrencilerin benzer soruları görüp bunları ezberleyerek yapabilir hale gelmeleri öğrendiklerini göstermez. Öğrencilere örüntünün genel terimine ulaşmayı öğretmenin yolu; soruları bazı formüllere dayandırıp öğrencinin ezberlemesini sağlamak olmamalıdır. Öğrencinin keşfetmesini sağlayacak etkinlikler düzenlenebilir ve öğrencilere genel terimi bulmanın önemi ve düşünme yolları gösterilebilir.

Diğer katılımcılar öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik düşüncelerini ise şu şekilde açıklamıştır. K₃;

“Toplanarak veya çıkarılarak elde edilen örüntülerde zorlanmıyorlar; ama çarpılarak elde edilen örüntülerde zorlanıyorlar örüntü kuralını ifade eden ifadelerde özellikle test sorusu istiyorlar hani yerine yazalım diye şıklardan çok istiyorlar; onlara ipucu olmasını istiyorlar aslında matematiksel cümlesini yazamıyorlar”

K₁, benzer şekildeki düşüncelerini şu şekilde ifade etmiştir:

“Genel terimi yazın diyorlar, bana bunu da kimse yazmasını öğretmedi bana öğrettiklerini bende öğretiyorum bana ne öğrettiler. Genel terimi yazın diyorlar, aşağıdakilerden hangisi diyor ben aşağıdakilere biri verdirtiyorum, ikiyi verdirtiyorum, üçü verdirtiyorum teste çözüyor mu çözüyor bitti gerisine gerek yok”

51A: *Peki niye n. terimi yazamıyorlar sizce?*

52K₁: *Onun için biraz soyut düşünme... Onun için bir etkinlik yapamazsın ki... Onun için kim etkinlik yapabilecek ki, sen onun için bir etkinlik yapamazsın ki ya... Yapılabiliyorsa da kitapta olması lazımdı, kitapta varsa da ben okumadım. n. terimi yazdırmanın, etkinliği yok. n. terim değil mi genel terim?*

Sayı örüntülerini genelleme konusu ilköğretim matematik öğretim programına 2005 yılında dâhil edilmiştir. Bu bağlamda, katılımcıların kendi

öğrenmelerinden kıyaslamalar yapması uygun değildir. Çoğu katılımcı tarafından güçlüğü giderme yolu, test sorularında şıklardaki ifadelere değer verme olarak belirtilmiştir. Bu çözümün, cebirin örüntüler ve ilişkiler konusu yardımıyla tanınmasına engel olabileceği düşünülmektedir. Öğretim programı, kazanımlar çerçevesinde hazırlanmaktadır ve konu sonlarında bu kazanımlardaki becerilerin öğrenciler tarafından yapılabilir olması gerekmektedir. 6 ve 7. sınıf sayı örüntülerini genelleme kazanımı “Sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder” şeklindedir. Katılımcıların belirttiği güçlüğü giderme yolu ile öğrenciler seçenekler yardımıyla çözüm yaparak, örüntü öğeleri arasındaki ilişkiyi harflerle ifade edemeyecektir. Dolayısıyla, öğrenciler kazanımda amaçlanan beceriyi öğrenemeyeceklerdir. Bu bağlamda, katılımcıların sayı örüntülerini genellemeye ilişkin belirttikleri öğrenci güçlüklerini giderme için etkin çözümler ve stratejiler uygulamadıkları görülmüştür.

SÖGGF-2 Sorularına Verilen Yanıtlardan Elde Edilen Bulgular

Katılımcılar, SÖGGF-1’de belirttikleri öğrenci güçlüğünü SÖGGF-2’de de ifade edebilmişlerdir, SÖGGF-1’de belirtmedikleri güçlükleri ise SÖGGF-2’de tanımlayamamışlardır. Katılımcılar, SÖGGF-2’de bulunan öğrenci güçlüklerini giderme için doğru stratejiler kullanmamışlardır. Katılımcıların yanıtları ayrıntılı olarak aşağıda ele alınmaktadır.

Birinci Senaryodan Elde Edilen Bulgular

Katılımcıların bir kısmı, birinci senaryodaki öğrenci güçlüğünün “n” notasyonundan kaynaklandığını doğru bir şekilde belirtmişlerdir. Katılımcılar bu yöndeki düşünceleri şöyle ifade etmişlerdir;

“Öğrencinin cebirsel ifade, harfli ifade konu eksikleri ve harfleri matematiğe döndürememek gibi sıkıntısı var. Esas zor olan o konu yani cebirsel ifade, denklem, harfli ifade konusu çocuklara zor geliyor”,

“n kavramının doğru tanıtılmamış olması. Genel terimdeki n kavramının bilinmeyen kavramının doğru tanıtılmamış olması nedeniyle öğrenci güçlük yaşıyor”,

“n tanımını n'nin ne olduğunu bilmiyor. Matematikte kullandığımız bilinmeyenleri çocuklar gelişim düzeylerine göre anlayamayabiliyorlar.

Güçlük harfli ifadeden kaynaklanıyor”,

Katılımcılar, birinci senaryo durumundaki öğrenci güçlüğü, (i) cebirsel ifadede yaşanan güçlük, (ii) denklemde yaşanan güçlük, (iii) “n” (değişken, bilinmeyen terim) kavramını anlamada yaşanan güçlük, olarak açıklamışlardır. Katılımcıların belirttiği gibi birinci senaryo durumundaki öğrenci güçlüğü, öğrencilerin, değişken kavramıyla ilgili yaşadıkları sıkıntıdan kaynaklanmaktadır. Öğrenci, sayılarla işlem yapma durumundan harflerle işlem yapma durumuna geçememektedir.

Birinci senaryo durumundaki öğrenci güçlüğü çoğu katılımcı tarafından doğru bir şekilde ifade edilmesine rağmen bazı katılımcılar tarafından doğru ifade edilememiştir. Bazı katılımcılar, birinci senaryo durumundaki öğrenci güçlüğüne ilköğretim 1-5. sınıflardan kaynaklandığını belirtmişler ve düşüncelerini şöyle açıklamışlardır:

“Bu sıkıntı birinci kademedan kaynaklanıyor. Çünkü orda harf kullanılmıyor. Orda harf kullanılmaya başlansa bence bu sıkıntı gider. Orda ne yapıyorlar kutucuk yapıyorlar üçgen yapıyorlar sembolle gösteriyorlar yani aslında kare kullanılacağına harf kullanılsa bu sıkıntı gider” (K₂₇)

“İşte bu bilinmeyen yerine n kullanıyoruz mesela denklemler onlarda hep zorluk yaşıyorlar. Kat, fazlalık problemlerinde 4., 5. Sınıfta kutu kullandı bunlar. Ben en baştan beri bilinmeyen yerine alfabedeki harfler kullanılır, a kullanılır, b kullanılır dedim ama zorluk çekiyorlar. n nedir, a nedir?” (K₂₄)

SÖGGF-1’de de belirtildiği gibi bazı katılımcılar güçlüğü ilköğretim birinci kademedan kaynaklandığını ifade etmişlerdir. İlköğretim matematik öğretim programında genel terimi yazma, bilinmeyen terim ile tanışma 6. sınıf matematik öğretim programında bulunmaktadır. Mevcut matematik öğretim programı düşünüldüğünde söz konusu güçlüğü birinci kademedan kaynaklandığını belirtmenin yanlış olduğu söylenebilir.

Bazı katılımcılar da görsel olarak verilen bir örüntünün genel terimini yazmayla ilgili yanlışlara sahiptir. Aşağıdaki alıntı bu duruma örnek oluşturmaktadır:

“2, 6 , 12 gibi bir sayı örüntümüz var. Bence bulamamasının en büyük nedeni sayılar acaba birim kareler arasındaki ilişkiyi veya birinci şekille ikinci şekil arasındaki ilişkiyi göremeyip ondan sonra gelen dördüncü şeklin ne olacağını düşünememesi diye düşünüyorum ben” (K₂)

Soru çözümünde model kullanılacaksa, her şekil kendi içerisinde incelenmelidir, eğer matematik öğretim programında belirtildiği gibi genellemeye ulaşılmak istenirse şekil sayısı ile terim sayısı arasında bağıntı kurmaya çalışmak gerekmektedir. Katılımcının belirttiği gibi şekiller arası bağıntı kurma, örüntünün bir sonraki adımına ulaşılmasını sağlamakta, genel terime ulaşılmasını ise engellemektedir. Bu bağlamda katılımcının alan bilgisi eksikliği olduğu söylenebilir.

K₁₂, güçlüğü ilişkiyi görememe olarak açıklamıştır: birinci senaryoda öğrenci modeldeki kısa kenar ile uzun kenar arasındaki istenilen ilişkiyi kurmakta, ilişkiyi görmede bir güçlüğü bulunmamaktadır. Öğrencinin güçlüğü, bu ilişkiyi matematiksel olarak yazamamasıdır.

“Sayılar arasındaki ilişkiyi görememesi. Kuralı bulabilmesi için ilişki kurması lazım ilişki kurabilmesi içinde şekli incelemesi lazım kare sayılarını kavraması gerekiyor”.

Güçlüğü hatalı bir şekilde ifade eden katılımcıların, ifadeleri şu doğrultuda olmuştur, (i) İlköğretim 1-5 sınıflardaki bilgi yetersizliğinden kaynaklanan güçlük, (ii) şekiller arası ilişkiyi görememe, (iii) sayılar arası ilişkiyi görememe (uzun kenar ile kısa kenar).

İkinci Senaryodan Elde Edilen Bulgular

İkinci senaryo durumundaki öğrenci güçlüğü çoğu katılımcı tarafından yanlış ifade edilmiştir. Katılımcıların yanıtları şu doğrultuda olmuştur:

“Şeklin çevrelerini sayıyor. Çocuğun takıldığı nokta örüntünün mantığı değil. Şeklin numarasının sonuna hep 2 koyuyor. Kendine göre güzel bir yol bulmuş aslında. Ama bence çocuk örüntünün mantığını kavrayamamış. Örüntünün mantığını anlayamamış”,

“Bence buradaki genelleme çoğu öğrencinin yaptığı bir şey, kolayca kaçmak, çünkü çok mantığı yok. Bir artış, azalış bir oran yok, aritmetik ve geometrikte yok”,

“Burada öğrencinin genellemesi çok ilginç geldi bana. Şu n2 olayı çok ilginç değerlendirmiş. Yani neyi anlatmaya çalışıyor n2 demek. (öğrencinin söylediklerini okuyor) Şu mantığa bakılacak olursa öğrencinin mantığı da doğru”.

Katılımcılar, öğrenci yanıtının yanlış olduğunu belirtmemişlerdir. Katılımcılardan biri, örüntü terimleri arası artış ya da azalışın olmadığını ve bu durumun öğrenciyi güçlüğe itebileceğini belirtmiştir. Bu yorumu yapan katılımcının, girdi ve çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine sadece çıktı değerlerine (MacGregor ve Stacey, 1993) ve modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010) güçlüklerine sahip olduğu görülmektedir. Katılımcının ifadesi üzerine modeldeki nümerik ilişkiye odaklanıldığında ise çıktı değerleri arasında sabit değişen fark olduğu görülmektedir. Katılımcının sahip olduğu güçlükler bu senaryonun temelini oluşturmaktadır. Katılımcının sahip olduğu güçlüklerin senaryo durumunu doğru yorumlamamasına neden olduğu düşünülmektedir.

Bazı katılımcıların ise senaryo durumunu yanlış yorumlamalarına öğretim programı bilgilerindeki eksiklik neden olmaktadır. Örneğin; K₂₁ düşüncelerini şöyle ifade etmiştir,

“Çokda genellemeye varmış olmuyor değil mi?Hım..matematiksel olarak varmış olmuyor. Sayıları yan yana koyarak yapmış oluyor. Öğrenci buradaki sayısal ilişkiyi düşünmüyor sayıları yan yana getirmiş iki basamaklı sayı diye düşünmüyor onu. Zaten örüntü kurallarında bir çarpma, bölme, toplama işlemlerinin olması gerektiği vurgulanmalı burada ne var hiçbir şey yok. İşte cebirselden geçmesinin faydası bunların hepsinin bir katsayı olduğu söylenmeli. Konuların sırası o anlamda güzel bence”

Katılımcının belirttiği gibi sayı örüntülerini genelleme cebirsel ifadelerden sonra işlenmemektedir. Sayı örüntülerini genelleme konusu, cebirsel ifadeler konusunun giriş konusu olarak ele alınmaktadır. Bu bağlamda, katılımcının öğretim programı bilgisinde eksiklik olduğu söylenebilir.

Bazı katılımcılar bu durumda öğrenci güçlüğünün bulunmadığını belirtmişler, öğrencinin bulduğu “n2” yanıtını doğru olarak kabul etmişlerdir. Bu bağlamda sıklıkla,

“Doğru çok doğru yapmış. Yani 10 katını alırım 2 toplarım diyor. Hepsinde de oluyor demek ki 4. Şekilde de olacak diyor. Yani çocuk tam tümevarım tekniğiyle gidiyor. 1., 2., 3. de oluyorsa 4’te de olur 5’te de olur 6’da da olur diyor. Çok mantıklı.”, *“Bende hemen şekil sayısı terim sayısı arasındaki bağıntıya baktım. Bence o yüzden gayet iyi”* ifadelerini kullanmışlardır.

Öğrenci katılımcının belirttiği gibi 10 katını alıp 2 eklerim şeklinde bir açıklama yapmamıştır. Katılımcılarda “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010) güçlüğü görülmektedir.

Benzer şekilde düşünen katılımcı ile araştırmacı arasında gerçekleşen diyalog şöyledir,

45K₂₇: Birler basamağı sabit, onlar basamağı da şekil sayını veriyor. Öğrenci görmüş gayet mantıklı.

46K₂₇: Burada bir sıkıntı var mı?

47A: Öğrenci böyle bir genelleme yapmış.

48K₂₇: Bence sıkıntı yok.

Başka bir katılımcı ile araştırmacı arasında geçen diyalog da aşağıda verilmiştir:

79K₈: Bu aritmetik dizi değil dimi?

80A: Aritmetik dizi.

81K₈: Sıra numarası ile kenar sayısı arasındaki ilişkiyi görmesi isabet. Doğru bir noktayı yakalamış önemli olan o zaten. Çok güzel. Ama bu şekilde şekil örüntülerinde her zaman bu kadar kolay olmayabilir.

Katılımcılara göre ikinci senaryo durumunda öğrenci güçlüğü bulunmamaktadır. Katılımcıların güçlüğü farketmemelerinin nedeninin; “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010), “girdi çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine sadece çıktı değerlerine odaklanma” (MacGregor ve Stacey, 1993), “aritmetik genelleme yapabilme ancak “n” notasyonunu kavrayamadıkları için cebirsel genelleme yapamama” (Rico, 1996) güçlüklerine sahip olmaları olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda, katılımcıların alan bilgisi eksikliği bulunduğu söylenebilir.

Üçüncü Senaryodan Elde Edilen Bulgular

Üçüncü senaryo durumundaki öğrenci güçlüğü tek bir katılımcı tarafından doğru bir şekilde ifade edilmiştir. Diğer katılımcılar öğrenci güçlüğünü doğru bir şekilde belirtmemişlerdir.

K₁₇, bu durumla ilgili düşüncelerini şöyle ifade etmiştir:

“Aslında önce ilk bakışta yaptığı şey doğru pratik bir yol bulmuş kendine diye düşünüyorum. Terimler arası ilişki aynıdır çocuk bunu bilmiyor bunu fark ettirmek lazım. 1. terimle 2. terim, 2. terimle 3. terim arasındaki ilişki aynıdır. Bunu fark etmeleri önemli.”

Katılımcının belirttiği terimler arası ortaklık bu soruda bulunmaktadır ve bu durum, öğrenciyi güçlüğe itmiştir, genel terime ulaşabilmesini engellemiştir. Örüntünün genel terimini bulabilmek için terimler arası artışa yada azalışa bakmamak gerektiği daha öncede ifade edilmiştir. Örüntülerde bulunması gereken özellik sıra sayısı ile sayı arasında ortak bir ilişki bulunmasıdır. Katılımcı “girdi çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine terimler arası ilişkiye, sadece girdi ya da sadece çıktı değerlerine odaklanma (MacGregor ve Stacey, 1993) güçlüğüne sahiptir.

Benzer şekilde, K₁₄ de “girdi çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine terimler arası ilişkiye, sadece girdi ya da sadece çıktı değerlerine odaklanma” (MacGregor ve Stacey, 1993) güçlüğüne sahiptir. Düşüncelerini şu şekilde ifade etmiştir:

“Aradaki ilişkiye bakıp 5er 5er artar ilişkisini bulup 5 ekleyip bir sonraki terimi de bulabilir aslında. Ama olmayan bir şey söylemiş. Yanlış bir şey söylemiş. Birkaç sonraki terimi bulmakta zorluk olmuyor da bunu nasıl bulduğumu açıklamakta sorun oluyor bazen.”

Katılımcının belirttiği terimler arası farka bakmak, bir sonraki terimin bulunabilmesini sağlamakta fakat genel terime ulaşılmasını engellemektedir. Sayı örüntülerini genelleme konusunun matematik öğretim programındaki yeri düşünüldüğünde öğrencinin genel terime ulaşmasını çabalamak gerekmektedir. Bu durum “yakın adıma ulaşılabilmekte fakat uzak adıma ulaşılammaktadır” öğrenci güçlüğüne neden olmaktadır.

K₂₇ düşüncelerini şöyle açıklamıştır:

“6. Terim burada 65 olmaz. Yanlış olmuş bu. Doğru olmadığı için...Doğru olsaydı ciddi sıkıntı olacaktı. İki tane kural var hangisini kullanacağız diye. 65 yanlış olduğu için dediğinin doğru olduğunu bir tane kural olacağını söyleyip ama onun bulduğumun yanlış olduğunu söylemek lazım”.

Katılımcı, bu durum için belirtilen “örüntünün bir kuralı vardır” öğrenci güçlüğüne sahiptir. Örüntünün birden fazla kuralı olabilir ve bu bilgi öğretimprogramında yer almaktadır. Öğrencinin verdiği yanıtın yanlış sayılmasının sebebi 6. terimi sağlamamasından çok örüntü mantığına uymamasıdır. Öğrencinin bulunduğu yanıtla bir sayı dizisi oluşturulmakta fakat bir örüntü oluşturulamamaktadır. Sayı örüntülerinde sayı ile sıra sayısı arasında bir ilişki bulunması gerekmektedir.

Bazı katılımcılara göre üçüncü senaryo durumunda öğrenci güçlüğü bulunmamaktadır. Katılımcılar düşüncelerini şu şekilde ifade etmişlerdir:

“Aslında bu çoğu öğrencinin düşünemeyeceği bir cevap, genelde 5'er 5'er arttığını söylerler. Farklı bir yol bulmuş. Doğru sonuç bir hangi yol olursa olsun mübahadır diyoruz ama mümkün olduğunca pratik olanı öğretmeye çalışıyoruz Bir sonuca ulaştıktan sonra gerisi çocukları pek ilgilendirmiyor zaten”,

“Zor olanı görmüş. Arka arkaya terimlerin toplanarak olduğunu ben bile göremedim. Ben her zaman şunu söylüyorum her zaman öğrenci öğretmenden bir şey öğrenmez bazen öğretmende öğretmenden çok şey öğrenir.”.

Katılımcılar öğrenci yanıtını farklı ve doğru bulmaktadırlar. Öğrenci yanıtı yanlıştır, öğrencinin yoluyla oluşturulan sayı dizisi bir örüntü oluşturmaz. Sayı dizisinin örüntü olabilmesi için genel terime ulaşmak gerekmektedir. Katılımcıların amacının sadece sonuca ulaşmak olduğu görülmektedir. Sonucun doğru ya da yanlış olup olmadığını, sonuca nasıl ulaşıldığını önemsememektedirler.

Bu senaryo durumu, sayı dizisi ile sayı örüntüsü arasındaki farklılığının anlaşılması için önemlidir. Öğrenci belirttiği kuralla bir sayı dizisi oluşturmuştur. Sayı dizilerinde terim sayısı ile sayı arasında ilişki kurulmaz, bir sonraki adım ya da boş bırakılan adımlar bulunur. Katılımcılardan bu durumu fark etmeleri beklenmiştir, fakat tek bir katılımcı bu durumu dile getirmiştir. Sonuç olarak, katılımcılar tarafından çeşitli öğrenci güçlüklerinin belirtildiği, fakat doğru güçlüğün tek bir katılımcı tarafından ifade edildiği söylenebilir. Bazı katılımcılara göre de öğrenci

güçlüğü bulunmamaktadır. Çoğu katılımcının, sayı dizisi ve sayı örüntüleri arasındaki farkı bilmedikleri, bu bağlamda alan bilgisi eksikliklerinin olduğu söylenebilir.

Sonuç olarak, katılımcıların sayı örüntülerin genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinin yetersiz olduğu görülmüştür. Katılımcılar, bilmedikleri güçlüklerle karşılaştıklarında bunları tanımlayamamaktadırlar. Öğretmenlerin alan bilgilerindeki eksikliklerin öğrenci güçlükleri bilgilerini olumsuz etkilediği görülmüştür.

Katılımcılara, SÖGGF-2'deki öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik sorular sorulmuş ve yanıtları analiz edilmiştir. Katılımcıların, birinci senaryo durumundaki öğrenci güçlüğüne gidermeye yönelik doğru bir strateji belirtmemişlerdir. Düşüncelerini ise şu şekilde ifade etmişlerdir:

“Ben olsaydım 10. adımı sormazdım. Verilen bir adımı sorardım. Yani 1. 2. 3. şekil verilmiş 3. adımı sorardım daha sonra diğer adımlara yönelirdim. Bence bulamayacağı bir adımı da sorabilirdim oradan kafasını yorardı bulunduğu yeri kullanıp bir şeyler üretmeye çalışırdı.” (K₁₇)

“Öğretmen 10. adımdaki kare sayısını bulabilir misin diyor. 10. adım yerine bence 4. adımdaki kare sayısını sorsa bence daha mantıklı olurdu. 1'den 10'a atlamak birden öğrencide belki algılama sorununu ortaya çıkarabilir. Ben olsaydım 4. adımdaki kare sayısını bulabilir misin diye sorardım.” (K₂)

K₁₇, uzak adımın sorulmasının yanlış olduğunu belirtmiştir, daha sonra da uzak adımı sorması gerektiğini söylemiştir. Örüntüyü genelleme sorularında uzak adımı sorarak öğrenciyi genel terimi bulmaya yönlendirmek gerekmektedir. K₁₇ ve K₂, 10. adımı sormanın yanlış olduğunu belirtmişlerdir fakat; öğretmenin 10. adımı sormasının öğrenci güçlüğüne neden olduğunu söyleyebilmek mümkün değildir, çünkü öğrenci 10. adımı bulmakta bir sorun yaşamamıştır. Öğrencinin yaşadığı sorun n. adımı bulamamaktır. K₁₇ ve K₂'nin bu açıklamalarından durumdaki öğrenci güçlüğüne fark etmede sorunlar yaşadıkları söylenebilir. Daha önceki bölümde K₂'nin yanlış öğrenci güçlüğüne belirttiği ifade edilmiştir. Öğrenci güçlüğüne ilişkin alan bilgisi eksikliğinin, güçlüğü gidermeye yönelik alan bilgisi eksikliğine neden olduğu söylenebilir.

Diğer katılımcılar ise düşüncelerini şu şekilde ifade etmişlerdir; “Çok soru çözerek sorun giderilebilir.”, “Öğrenciye harfli ifadelerle ilgili açıklama yapması gerekiyor.”, “n kavramı ile ilgili açıklama yapması gerekir.”, “Olmuş yani ama burada harfli ifadenin anlatılması lazım.”, “Yani burada n hakkında bilgi vermek gerekiyor çocuk onu oturtamamış çünkü”.

SÖGGF-1’de yer alan ifadelerle paralel olarak güçlüğü gidermeye yönelik ifadeler kullanılmıştır. Bu ifadelerin, daha öncede belirtildiği gibi güçlüğü gidermeye yardımcı olmayacağı düşünülmektedir.

Katılımcılar, ikinci senaryo durumundaki öğrenci güçlüğünü gidermeye yönelik doğru bir strateji belirtmemiştir. Düşüncelerini şu şekilde ifade etmişlerdir,

“Genel terimin nasıl bulanacağını net bir şekilde açıklama yapılması gerekiyor.”, “Çocukları ifade yazdırma konusunda eğitebiliriz. Yani işte 3 katının 5 fazlası ne demek, nasıl yazılır”, “Öğrenciyi çözümsüzlüğe iteceğine açıklama yapabiliirdi. Öğretmen çocuğu çözümsüzlüğe itmiş”, “1. şekille 12 arasındaki ilişki ne?, 2. şekille 22 arasındaki ilişki ne?, 2 yanına mı gelmiş, ne olmuş, ne yapılmış sayısal olarak düşün katı mı alınmış eklenmiş mi?”, “Şekli dizi biçimine getirmek iyi olabilir”, “Çok soru çözmek lazım”.

K₂₁ ve K₁₂, şekillerin çevresini dizi şeklinde yazıp genel terime bu yolla gitmeyi önermişlerdir. Diyaloglar incelendiğinde, öğrencinin çevreleri dizi şeklinde düşünüp genellemeye gittiği görülmektedir. Dolayısıyla bu durumun öğrenciye yardımcı olamayacağı görülmektedir.

K₁₈ ise düşüncelerini şöyle ifade etmiştir,

“Ben burada şey yapardım. Model üzerinden giderdim. 1. adımdaki sayı, 2. adımdaki sayı zaten oradaki kuralı hemen yakalayabiliyorlar. Ama cebirsel ifade kısmında da “n2” olamayacağımı da gösterirdim.”

Katılımcı model yardımıyla genellemeye giderek, öğrenci güçlüğünü giderebileceğini belirtmiştir. Katılımcının açıklamasından model yardımıyla genellemeye gitmek yerine, çevre uzunluklarını dizi halinde yazıp genellemeye ulaşmaya çalıştığı görülmektedir. Modeli sadece görsel bir öge olarak kullanmaktadır.

K₈ ise durumda, öğrenci güçlüğünün olmadığını belirtmiş olduğu için yorumu şu şekilde olmuştur,

“Ben sınıfımda böyle bir şey olsa aferin derim.”

Katılımcı, “n2” yanıtında bir öğrenci güçlüğü olmadığını ifade etmiştir. Dolayısıyla, bir öğrenci güçlüğünün olmadığını düşündüğü için bu duruma müdahale etmeyecektir. “n2” yanıtına katılımcının belirttiği gibi aferin demek, öğrencide yanlış bilgilerin oluşmasını, hatta pekişmesini sağlayacağı düşünülmektedir. Sonuç olarak, K₈, konu alan bilgisinde yetersizliklere sahiptir, bu durumda dersinde yanlış bilgilerin oluşmasına neden olabilir.

Katılımcıların bir kısmı, üçüncü senaryo durumundaki öğrenci güçlüğünü gidermeye yönelik stratejiler belirtmiş, bir kısmı ise belirtememiştir. Katılımcılar adım sayısının daha fazla verilmesinin senaryodaki öğrenci güçlüğünü giderebileceğini ifade etmişlerdir,

“Bence örüntüdeki adım sayısının daha fazla adımının verilmesi soruyu biraz daha netleştirirdi ama öğrenci çöze çöze soru sayısını arttırarak sorun çözülebilir.”, *“Adım sayısının yeterince verilmemesi öğrenciyi güçlüğe itmiş. Öğrenci kendi mantığına göre doğru yapmış. Kural bu da olabilirdi.”*, *“Öğrenci güçlüğü yok ki burada soru yanlış. Soru yanlış adım sayısını arttırmalıydı.”*, *“Birkaç adım daha devam ettirmek gerekir. Eksik bir soru olmuş”*.

Katılımcıların belirttiği gibi, örüntünün sadece üç adımının verilmesi yeterli değildir. Bu öğrenciyi güçlüğe itmiş olabilir. Eğer, 4. adımın 20 olduğu verilseydi, öğrenci 10 +15 ifadesinden 20 yi elde edemeyeceğini anlayacaktır.

Katılımcıların bazıları ise düşüncelerini şöyle ifade etmişlerdir,

“Özel bir etmen olduğumu düşünmüyorum çünkü hangi soru olursa olsun ilk akıllarına gelen şey bu oluyor. Daha çok topla çıkar çarp böl mantığında olduğundan. Birde tek amaç doğru çözmek genel terim bulmak daha zor olduğu için zaman alıyor bu daha kısa”.

Katılımcı, öğrenci yanıtını doğru bulmakta ve öğrencinin bunu kolay bir yol olduğu için yaptığını belirtmektedir. Katılımcının öğrenci yanıtını doğru bulması konu alan bilgisinde eksikliklerin olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak, katılımcılar tarafından belirtilen öğrenci güçlüğünün giderilmesinin, kendilerince önemli olmadığı görülmüştür. Sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlüklerini ifade eden katılımcıların da güçlükleri giderme konusunda dikkate alınabilecek ifadeler belirtmemişlerdir. Katılımcıların,

öğrenci güçlüklerine derslerinde rastlamalarına ve farkında olmalarına rağmen güçlük gidermeye yönelik tutumları bulunmamaktadır. Katılımcılar, SÖGGF-1'deki sorulara verdikleri yanıtlar paralelinde SÖGGF-2'deki öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik doğru stratejiler belirtememişlerdir. Öğrenci güçlüklerinin giderilmesine çözüm olarak (i) test sınavında seçeneklere değerler verilmeli, (ii) alıştırma yapılmalıdır ifadelerini belirtmişlerdir. Katılımcıların, sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik bilgi eksiklikleri olduğu görülmüştür. Bu durumun nedenleri, güçlüğün nedenini doğru bir şekilde görememeleri ve etkili model kullanımı ile ilgili bilgiye sahip olmamalarıdır.

Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme konusunu derslerinde ele alış şekillerine ilişkin bulgulara bu başlık altında yer verilmiştir. Bu bölümdeki bulgular SÖGGF-1 ve SÖGGF-2'de bulunan sorulara verilen yanıtlardan elde edilmiştir. Öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme konusuna bakış açılarının incelendiği başlıklar, aşağıda Tablo 5'de verilmiştir. 6. ve 7. sınıf düzeyinde sayı örüntülerini genelleme konusunu ele alış şekilleri ve model kullanımları ile ilgili vermiş oldukları yanıtlar ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

Tablo 5
Katılımcıların Sayı Örüntülerini Genelleme Konusunu Derslerinde Ele Alış Şekilleri

Katılımcıların Sayı Örüntülerini Genelleme Konusunu Derslerinde Ele Alış Şekilleri		Katılımcılar	f
6. ve 7. Sınıf Düzeyleri Arasındaki İlişki	6. ve 7. sınıfta Sayı Örüntülerini genelleme konusunu aynı şekilde ele alıyor.	K ₁ ,K ₈ , K ₉ ,K ₁₀ K ₁₂ ,K ₁₃ ,K ₁₄ ,K ₂₇	8
	6. ve 7. sınıfta Sayı örüntülerini genelleme konusunu aynı şekilde ele alıyor.	K ₂ ,K ₅ ,K ₆ ,K ₇ ,K ₁₁ ,K ₁₅ ,K ₁₇ , K ₁₈ ,K ₁₉ ,K ₂₀ ,K ₂₁ , K ₂₂ ,K ₂₃ , K ₂₄ ,K ₂₅ K ₂₆	16
Çoklu Gösterimleri Kullanma	Derslerinde Model Kullanıyor	K ₃ ,K ₁₁ ,K ₁₂ ,K ₁₃ ,K ₁₄ ,K ₁₆ ,K ₁₇ ,K ₁₈ , K ₁₉ ,K ₂₅ ,K ₂₆ ,K ₁₀ ,K ₂₁ ,K ₂₇ , K ₂₈	15
	Derslerinde Model Kullanmıyor	K ₂ ,K ₇ ,K ₉ ,K ₁₅ ,K ₂₂ ,K ₁ ,K ₄ ,K ₅ ,K ₆ , K ₈ ,K ₂₀ ,K ₂₃ ,K ₂₄ ,K ₂₉ , K ₃₀	15
	Derslerinde Tablo Kullanıyor	K ₁ ,K ₂ ,K ₃ ,K ₄ ,K ₅ ,K ₆ ,K ₈ ,K ₉ ,K ₁₂ ,K ₁₃ K ₁₆ , K ₁₉ ,K ₁₇ ,K ₁₈ , K ₂₄ ,K ₂₃ ,K ₂₅ K ₂₇	19
	Derslerinde Dizi Şeklinde Yazıyor	K ₁ ,K ₂ ,K ₃ ,K ₄ ,K ₅ ,K ₆ ,K ₇ ,K ₈ K ₉ ,K ₁₀ ,K ₁₁ ,K ₁₂ ,K ₁₃ ,K ₁₄ , K ₁₅ ,K ₁₆ ,K ₁₇ ,K ₁₈ ,K ₁₉ ,K ₂₀ K ₂₁ ,K ₂₂ ,K ₂₃ , K ₂₄ ,K ₂₅ ,K ₂₆ K ₂₇ ,K ₂₈ ,K ₂₉ K ₃₀	30

Tablo 4’deki veriler incelendiğinde, model kullanan ve kullanmayan katılımcı sayısının eşit olduğu; katılımcıların, çoklu gösterimlerden en çok dizi şeklinde yazmayı kullandıkları ve 6. ve 7. sınıfta konuyu farklı şekilde işledikleri görülmüştür.

Katılımcılara 6. ve 7. sınıf düzeyinde konuyu ele alış şekilleri ile ilgili sorular sorulmuştur. Verilen yanıtlardan bir kısmının konuyu iki sınıf düzeyinde aynı bir kısmının ise farklı ele aldığı sonucuna ulaşılmıştır. Konuyu 6. ve 7. sınıfta aynı düzeyde işlediğini belirten katılımcılar, genel olarak konu anlatımlarının aynı olduğunu, sordukları soru seviyelerinin ise farklı olduğunu ifade etmişlerdir. 6. ve 7. sınıfta konuyu farklı işlediğini belirten katılımcılar ise bu farklılıkları kazanımlar doğrultusunda açıklamamışlardır.

Örneğin K₂₃ düşüncelerini şu şekilde açıklamıştır:

“6. sınıfta daha basit ifadelere yer veriyorum genel kuralımı cebirsel olarak yazma üzerinde durmuyorum. Örüntüyü anlamaları ve devam ettirmelerini yeterli buluyorum. 7. sınıfta ise daha çok genel ifadeyi matematiksel yazma ve örüntüyü anlamaları üzerinde duruyorum.”

Sayı örüntülerini genelleme konusu; 6, 7 ve 8. sınıf matematik öğretim programında yer almaktadır. 6. ve 7. sınıf kazanımlarında ortak olarak “Sayı örüntülerini modeller ve ilişkiyi harflerle ifade eder” ifadesi yer almaktadır. Katılımcılar tarafından belirtilen 6. sınıflarda modelleme, 7. sınıflarda ilişkiyi cebirsel ifade şeklinde yazma ifadeleri öğretim programına uygun değildir. 6. ve 7. sınıfın örüntü ve ilişkiler konusu kazanımları aynıdır; ancak açıklamalar kısmında yer alan ifadeler farklıdır. Örneğin; 6. sınıfta “Örüntünün ilişkisi değişik biçimlerde bulunabilir ve farklı gösterimlerle ifade edilebilir. Bu ilişkiler tek işlem içeren cebirsel ifadeler ($n+1$, $n-2$, $3n$ vb.) olmalıdır” açıklaması bulunmaktadır. Bu uyarı 7. sınıf açıklamalarında yer almamaktadır. 7. sınıf açıklamalarında; “Örüntü ilişkisinin harfli ifadesindeki harfin yerine, istenilen bir doğal sayı konarak sırası bu doğal sayı olan örüntünün sayısı bulunabilir” ifadesi yer almaktadır. Bu beceri, öğretim programında 6. sınıf düzeyinde beklenmemektedir. Katılımcıların görüşleri incelendiğinde, matematik programında yer alan sayı örüntülerini genelleme kazanımlarına ve uyarılarına dikkat etmedikleri görülmüştür. Bu bağlamda katılımcıların öğretim programı bilgilerinde eksikliği olduğu söylenebilir.

K₂₀, 6 ve 7. sınıflarda konuyu ele alış açısından bir farklılık olmadığını; ancak öğrencilerin anlama düzeylerinin farklı olduğunu ve bu durumun da dersin işlenmesini etkilediğini belirtmiştir. Bunu da şu şekilde ifade etmiştir; *“Uygun; ama fark da yok, yani orada anlatıp burada anlatmadığımız ne var ki? Aynı.”*

Başka bir katılımcı ise düşüncelerini şu şekilde ifade etmektedir;

“6 ve 7. sınıfta konuyu ele alış şekli aynı değil. 6. sınıflarda örüntüyü anlamakta çok zorlanıyorlar zaten. Onlarda işin içine değişken girdiği zaman konu ne olursa olsun zorlanıyorlar. 7. sınıflar da zorlanıyorlar, aslında 8. sınıflarda oturuyor bu konu bence”.

Benzer bir ifadede şu şekildedir: *“7. sınıftaki çocuğun bakışı ile 6. sınıftaki çocuğun bakışı çok farklı, anlama düzeyleri de çok farklı. O yüzden 7. sınıflarda daha zor sorular çözüyoruz.”*

Sayı örüntülerini genelleme konusunun kazanımlarını incelendiğinde, program hazırlanırken yaş düzeylerinin dikkate alındığı görülmektedir. Katılımcılar, belirttikleri durumların kaynağını kazanımlar olarak açıklamamışlardır.

K₂₄, örüntü konusunu 6 ve 7. sınıflarda ele alınması açısından farkını şu şekilde ortaya koymaktadır:

“Yansıma var mesela. 7. sınıfta sadece örüntü değil de 6. sınıfta sırf örüntüyü veriyorsun, hafif sayı örüntüsünü veriyorsun. Ama 7. sınıfta yansıması, simetrisi...”

K₂₄, 6 ve 7. sınıflarda konuyu farklı işlemesine neden olarak yansıma ve simetri konularının 7. sınıfta örüntü konusuna dâhil olması şeklinde belirtmiştir. Yansıma ve simetri konuları örüntü ve süslemeler konusuna dâhildir, ancak bu araştırma ise sayı örüntülerini genelleme konusu üzerine yapılmıştır. Bu durum katılımcıya görüşmeden önce ve görüşme sırasında da belirtilmiştir. Katılımcının örüntü konusunu sadece örüntü ve süslemeler olarak algıladığı görülmektedir. Bu bağlamda katılımcının alan bilgisi eksikliği olduğu söylenebilir.

Katılımcıların büyük çoğunluğu, 6 ve 7. sınıf düzeylerinde bu konuyu farklı işlediklerini belirtmişlerdir. Katılımcıların konuyu farklı işlemelerinin nedenleri ise şu şekilde listelenmiştir:

- 6. sınıflarda daha çok şekil örüntüsü üzerinde durulması,
- 7. sınıflarda sayı örüntülerini genellemenin cebir ile ilgili kısmı üzerinde durulması,
- 6 ve 7. sınıflardaki öğrenci düzeyi farklılığı (konu anlatımının aynı soru seviyelerinin farklı olması).

Katılımcıların sayı örüntülerini genelleme konusu ile ilgili alan bilgisi ve öğretim programı bilgisi eksikliklerinin olduğu görülmüştür. Bu durumun ders işlenişlerini olumsuz etkilediği gözlemlenmiştir.

Katılımcılara, derslerinde model kullanımıyla ilgili sorular yöneltilmiştir ve verdikleri cevaplar analiz edilmiştir. Katılımcıların bir kısmı model kullandığını bir kısmı ise kullanmadığını belirtmiştir. Katılımcıların büyük bir çoğunluğunun model kullanımı ile ilgili yanlış bilgilere sahip olduğu belirlenmiştir. K₈, model kullanımı ile ilgili görüşlerini şöyle ifade etmiştir:

“Görsel anlamda uygulayamıyorum; çünkü kesmek biçmek lazım. Hayır, kendim de bir etkinlik yapmadım. Çünkü birim küplerle yapılacak bir etkinlikte çokça birim küp lazım; çizmek, benim daha kolayıma geliyor.”

Buna karşın derslerinde model kullanan katılımcılar ise düşüncelerini şöyle ifade etmişlerdir: *“Tabi ki model kullanıyorum. Genelde ilk olarak görsellik önemli. Bazı geometri programları var, bu sayede şekilleri yan yana getirebiliyoruz”, “Evet model kullanıyorum. Çünkü görsel olarak önemli bir şey”, “Evet daha görsel, daha somut hangi komuyla olursa olsun materyal kullanmak gerçekten işe yarıyor”, “Evet kullanıyorum. Bunları öğrencilerin kendilerinin yapmalarını sağlıyorum. Çünkü bizde model yok. Üçgenler, kareler o tür modelleri kullanıyoruz. Kendimizin keserek oluşturduğu modelleri kullandık”.*

Model kullanan ve kullanmayan katılımcıların ortak görüşleri, model kullanımını, somut model kullanımı olarak algılamaları ve tahtaya yansıtılan ya da kâğıda çizilen sorularda bulunan şekilleri model olarak görmemeleridir. Yapılan görüşmeler sonucunda, katılımcıların model kullanımı ile ilgili eksik bilgilere sahip oldukları görülmüştür. Sadece K₁₉ ve K₂₇, model kullanımını sadece somut modeller olarak düşünmemektedirler.

K₁₈, düşüncelerini şöyle ifade etmiştir:

“Ben şeyin daha yararlı olduğunu düşünüyorum. Çocuğa verilen soru şekilli ise o daha yararlı oluyor. Benim yaptığım modellemeyi de bazen çok da oturtamayabiliyorlar”.

Katılımcı şekil kullanmayı model kullanımı olarak görmediğini, bunu model kullanımından ayrı tutarak daha yararlı gördüğünü belirtmiştir. K₁₈; şekilli sorulara dersinde yer vererek model kullanımını gerçekleştirmekte, şekilli soruların yararlı olduğunu söyleyerek de model kullanımının yararını vurgulamaktadır. Fakat bunun farkında olmadığı gözlemlenmiştir.

Model kullanımının, örüntünün genel terimini bulmadaki yararları konusunda katılımcıların yaptıkları açıklamalar incelendiğinde; model kullanımını yararlı bulan katılımcıların model kullanımını görselliği sağlaması açısından yararlı buldukları belirlenmiştir. Modellerin örüntünün genel terimini bulmadaki yararını belirten bir katılımcıya rastlanmamıştır. Örneğin K₂₁, model kullanmak ve model kullanımının faydaları ile ilgili düşüncelerini şu şekilde ifade etmiştir:

“Tahtaya yansıttığımız şekillerle yapıyoruz, elimizde materyallerimiz bu sene yoktu, kendimiz internetten araştırdık, yaprak testlerimizdeki şekilleri tahtaya yansıtıyoruz o bir model ise eğer. Modeller kuralı bulmada sayısal olarak yardımcı oluyor ama cebirsel olarak yine matematik bilgisine ihtiyacı var.”

Benzer şekildeki düşünceler şöyledir, *“Model kullanıyorum”, “Evet daha görsel daha somut hangi konuyla olursa olsun materyal kullanmak gerçekten işe yarıyor”, “Şekildeki sayıyla o terim arasında ilişki kurabiliyor, sayabiliyor. Daha somut”.*

Katılımcıların, model kullanmalarına ve yararlı bulma durumlarına bakıldığında dört kategori oluşmuştur. Bunlar;

- Model kullanan ve yararlı bulan (K₃, K₁₁,K₁₂,K₁₃,K₁₄,K₁₆,K₁₇, K₁₈, K₁₉, K₂₅,K₂₆)
- Model kullanan ve yararlı bulmayan (K₁₀, K₂₁, K₂₇)
- Model kullanmayan ve yararlı bulan (K₂, K₇, K₉, K₁₅, K₂₂)
- Model kullanmayan ve yararlı bulmayan (K₁, K₄, K₅, K₆, K₈, K₂₀, K₂₃, K₂₄).

Model kullanan katılımcıların bir kısmı model kullanımını yararlı bulurken bir kısmı da yararlı bulmamaktadır. Model kullanımını yararlı bulan bütün katılımcıların gerekçeleri, derslerde görsel bir öğenin öğrencilere sunulmasıdır. Katılımcılarınhiçbiri, derslerinde modeli genel terimi bulmak için kullandığını ya da kullanılabileceğini belirtmemiştir. Bu bağlamda, katılımcıların “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010) güçlüğüne sahip oldukları gözlemlenmiştir.

SÖGGF-2 Sorularına Verilen Yanıtlardan Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde katılımcıların, birinci senaryo ve ikinci senaryo durumundaki model kullanımlarına ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

Birinci Senaryodan Elde Edilen Bulgular

Bazı katılımcılar birinci senaryo durumundaki modeli doğru bir şekilde kullanarak genellemeye ulaşılacağını şöyle ifade etmişlerdir,

“İyi bir sıkıntı yok. Şekil sayıyı ile dik olan kenar aynı yatay kenar da bir fazlası o zaman n. şekilde n.(n+1)” (K₂₇)

“Model üzerinden uzun kenar ile kısa kenar arasından gidilseydi daha kolay olabilirdi” (K₁₄)

Katılımcıların birçoğu ise birinci senaryo durumunda model kullanımı ile ilgili düşüncelerini şöyle ifade etmişlerdir:

“Kenarları saymalıydı daha sonrada sayılar arası artmaya bakmalıydı.”, “Model uygun. Kare sayılarını şeklin altına dizi şeklinde yazarak yapabiliriz.”, “Model basit ve güzel. Genişlik ve uzunlukla ilgili bir bağlantı bulunursa güzel. Bizim işte 1. terimse 1 ile ilgili 2. şekilse 2 ile ilgili bir şey bulmamız gerekiyor. Terim sayısı ile şekil arasında bağlantı kurulduğunda bağlantı bulunabiliyor.”, “ Öğretmen anlatırsa işte bilinmeyen, tek tek denetirse n yerine ne yazdım bak buradaki kare sayısını buldum n yerine 2 yazdım bak buradaki kare sayısını buldum. Tek tek onu gözüyle görürse anlayabilir. Doğrudan sen bu diye yazarsan anlamaz tabi. 4.'de göstereceksin 5.'de göstereceksin görerek deneyerek gösterirsen anlar.”, “Sayılar arası ilişkilere bakacak yine.”

Katılımcılar, birinci senaryo durumunda bulunan modeli görsel olarak kullanmaktadırlar. Modelde bulunan şekilleri sayarak dizi haline getirmekte ve bu dizinin genel terimine ulaşmaya çalışmaktadırlar. Bu durumda, içerisinde model bulunduran sorunun, dizi şeklinde verilen sorudan farkı sadece görsel olarak öğrencilere sunulmasıdır. Model kullanarak genel terime ulaşılabilme için model analiz edilmeli ve dizi şekline getirilmeden model üzerinden genel terime ulaşmaya çalışılmalıdır, modelin bu şekilde daha fazla yararlı olabileceği düşünülmektedir. Model ile oluşturulan soruların sorulma amacı, öğrencinin model yardımıyla genel terime ulaşabilmesini sağlamak olmalıdır. Katılımcıların, “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010) güçlüğüne sahip oldukları gözlemlenmiştir.

K₁₀ düşüncelerini şöyle ifade etmiştir,

“Soru olarak yöneltmiş burada ama şuna dikkat edebilirdi 1.şekilde 2 tabanla başlatılmış 2. Şekilde 3 tane taban bak işte aralarında belli bir kural var yani sadece ezbere değil de bir mi artıyor ne oluyor burada diye sormak lazım”

Katılımcı genellemeye ulaşmak için modeli kullanmıştır ancak şekli kendi içerisinde analiz etmek yerine şekiller arası ilişkiye bakmıştır. Şekiller arası

ilişkiye bakmak bir sonraki adımın bulunabilmesinde yardımcı olur, uzak adımın ve genel terimin bulunmasına katkı sağlamaz.

Araştırmacı ile katılımcı arasında geçen diyalog şöyledir:

45A: *Sizce model kullanımı genellemeye ulaşmakta yardımcı olabilir miydi?*

46K₆: *Yani model derken daha somut şekilde mi gösterilmesi?*

47A: *Model üzerinden genellemeye gidilebilir miydi?*

48K₆: *Yani 10. adımı soruyorsa 10. adıma kadar kare dikmesi lazım aslında bazı zümre arkadaşlarım bu şekilde yapıyor yani mesela o kuralı vermesi çok zor oluyor 6. sınıfların onu algılaması... Mesela daha basit 6. adımdaki kare sayısını soruyor 6. adıma kadar çizdirip saydırıyor. Tabi çizmek daha kolay ama tutup 100. adımı sorsa orda mutlaka genel terime ihtiyaç oluyor o yüzden kuralı hiç olmazsa belirleyip cümleye dökmek lazım sonra cebirsel ifade şeklinde yazılışını kullanmak gerekiyor. Ben şahsen o şekilde yapıyorum, o şekilde biraz daha iyi algılıyorlar.*

Benzer şekilde, başka bir katılımcı ile araştırmacı arasında geçen diyalog şu şekildedir:

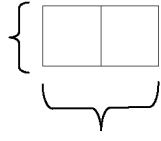
40A: *Model kullanımı sizce yeterli olmuş mudur?*

41K₂: *Yeterli. Model yeterli. Öğrencinin görebilmesi için gayet yeterli.*

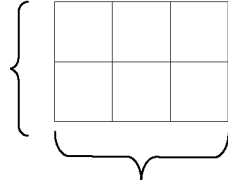
42A: *Modeli başka nasıl kullanabiliriz?*

43K₂: *(öğretmen kareleri sayıyor.) 2, 6, 12 biçiminde sayıları görece sayıları görerek belki de ilişkiyi daha iyi anlayabilir.*

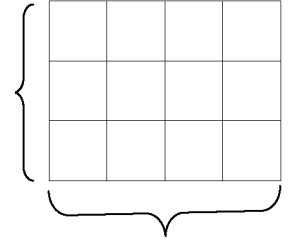
Katılımcılar, model kullanımını somut gösterim olarak düşünmektedir. Şekillerde bulunan kareleri sayarak genellemeye ulaşma düşünceleri modeli sadece görsel olarak kullandıklarını ve “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010) güçlüğüne sahip olduklarını göstermektedir. K₂'nin belirttiği gibi soru, sayı örüntüsü şeklinde yazıldığında genel terime ulaşmanın zor olduğu görülmektedir. Katılımcı kendi ifade ettiği gibi şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürerek soruyu zorlaştırmıştır. Oysa ki modelin aşağıdaki şekilde kullanımı genellemeye ulaşmaya oldukça yardımcı olabilir:



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

Her şekil kendi içerisinde incelendiğinde, dikdörtgenlerin kısa kenarı ile uzun kenarı arasında bir ilişki olduğu görülmektedir. Kısa kenar her zaman şekil sayısına eşit iken uzun kenar bir fazlasıdır. Bu durumda, n . şeklin kısa kenarı n , uzun kenarı ise $n+1$ olacaktır ve alan bağıntısı ile dikdörtgenin alanının $n.(n+1)$ olduğu açıktır.

Görüşme yapılan diğer bir katılımcı olan K₁₁ düşüncelerini şu şekilde ifade etmiştir

“Görünüş itibariyle modelleme yardımıyla genelleme yapmak zor görünüyor”.

Katılımcı, modelin genellemeye yardımcı olmayacağını düşünmektedir. Katılımcının düşüncesinin tersine modelin genellemeye ulaşmakta yardımcı olabileceği düşünülmektedir, senaryoda verilen öğrenci diyalogları da modelin genellemeyi kolaylaştırdığını göstermektedir.

Katılımcıların bir kısmı, ikinci senaryo durumunda modeli kullanarak genellemeye gidilebileceğini belirtmişlerdir, fakat bunu, çevre uzunluklarını dizi şeklinde yazma olarak açıklamışlardır. Katılımcılar, genel terime model yardımıyla ulaşmak yerine modeli sadece görsel öge olarak kullanmaktadırlar. Katılımcılar bu yöndeki düşüncelerini şöyle ifade etmişlerdir:

“Model uygun bence...Yine çevreleri sayıp dizi şeklinde yazıp ya da tablo yapıp ilişkiyi buldurmak lazım.”, “Model üzerinden eksilen kenar sayısına dikkati çekip yine kenar sayılarını sayıp şeklin altına yazabilirdik”, “Kitapta nasıl verildiyse öyle böyle verildiyse buradan bulunacak. Saydırırdım kenarlarını ...Kenarlarını altına yazarak bunu çocuklar hemen görebilir.”, “Ben tabloda karıştırıyorum mesela ama şekillerin altına yazdığım zaman direk kuralı görüyorum.”, “Somutlaştırıyor. Çevrelerini saymamızı sağlıyor”.

Katılımcılarda, “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010) güçlüğü görülmektedir.

K₂₆ düşüncelerini şöyle açıklamıştır:

“Her şekilde 5 karşıda 5 karşıda 10 birim zaten var. 100. adımda 1000 birim var. Bir başta bir sonda 1002 yapar. Genel terim illaki istenmiyor zaten zorlamaya gerek yok.”

Bu katılımcı, örüntü sorularında genel terime ulaşmanın şart olmadığını savunmaktadır. Sayı örüntülerini genelleme konusu cebir öğrenme alanının bir alt öğrenme alanı olarak öğretim programında yer almaktadır. Öğrencilerin bilinmeyen kavramını kavramaları ve cebirsel ifadeleri yazabilmeleri açısından genel terimi yazma becerisini kazanmaları gerekmektedir ve bu beceri öğrencilerin matematik anlayışları için önemli bir yer tutmaktadır. Bu bağlamda, katılımcının alan bilgisi eksikliğinin olduğu söylenebilir.

Katılımcıların model kullanımı ile ilgili doğru bilgilere sahip olmadıkları görülmüştür. Modeli somut olarak düşünmekte ve görsel bir öge olarak kullanmaktadırlar. Modeli genellemeye ulaşmak için kullanmamaktadırlar. SÖGGF-1’de model yardımıyla genellemeye ulaşılabilceğini ifade eden katılımcılar, senaryo durumundaki modelleri etkin bir şekilde kullanmamışlardır. Katılımcıların “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010) güçlüğüne sahip oldukları gözlemlenmiştir. Bu durum, katılımcıların güçlüğü gidermek için doğru strateji belirleyememelerine neden olmaktadır.

Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu bölümde ders gözlemleri yapılan katılımcıların, derslerinde sayı örüntülerini genelleme konusunu nasıl ele aldıklarına ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Üç katılımcının ders gözlemlerinin bulguları ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Katılımcıların ders gözlemleri Tablo 6’da özetlenmiştir.

Tablo 6
Katılımcıların Derslerinde Sayı Örüntülerini Genellemeyi Ele Alış
Şekilleri

Katılımcıların Derslerinde Sayı Örüntülerini Ele Alış Şekilleri		Katılımcılar	f
Derslerde Oluşan Öğrenci Güçlükleri	1. öğrenci güçlüğü		-
	2. öğrenci güçlüğü	K ₁₄ , K ₁₅ , K ₂	3
	3. öğrenci güçlüğü	K ₁₄ , K ₁₅ ,	2
	4. öğrenci güçlüğü	K ₁₄ , K ₁₅ , K ₂	3
	5. öğrenci güçlüğü		-
	6. öğrenci güçlüğü	K ₁₄ , K ₁₅	2
	7. öğrenci güçlüğü		-
	8. öğrenci güçlüğü	K ₁₄ , K ₁₅	2
Derslerde Model Kullanımı	Model Kullanıldı.	K ₁₄ , K ₁₅	2
	Model Kullanılmadı.	K ₂	1
Genellemeye Ulaşmada Kullanılan Stratejiler	Aritmetik Genelleme	K ₁₄ , K ₁₅ , K ₂	3
	Olgunlaşmamış Tümevarım	K ₁₄ , K ₁₅	2
	Cebirsel Genelleme	K ₁₄	1
	Deneme-Yanımla	K ₁₄ , K ₁₅	2
Model Yardımıyla Genellemeye Ulaşma	Görsel Strateji Kullanıldı.	K ₁₅	1
	Cebirsel Strateji Kullanıldı.	K ₁₄ , K ₁₅	2

Tablo 6’deki veriler incelendiğinde, derslerde “girdi-çıkı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine terimler arası ilişkiye, sadece girdi ya da sadece çıktı değerlerine odaklanma” (MacGregor ve Stacey, 1993), “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010), “örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama bir başka deyişle genel terime ulaşamama” (Stacey ve MacGregor, 1995; Warren, 2005), “örüntüyü yakın bir adıma devam ettirebilme fakat sonlu bir adıma devam ettiremememe” (Samsan, Olivier ve Linchevski, 1999) ve “tek bir örnekten hareket ederek aşırı genelleme yapma” (Cooper ve Sakane, 1986) öğrenci güçlüklerinin olduğu gözlemlenmiştir. K₁₄’ün dersinde; model kullandığı, model yardımıyla (görsel strateji) genellemeye ulaşmadığı, aritmetik, cebirsel, olgunlaşmamış

tümevarım ve deneme-yanılma stratejilerini kullanarak genellemeye ulaştığı, K₁₅'in dersinde; model kullandığı, şekil örüntülerinde görsel ve cebirsel strateji kullandığı, aritmetik, olgunlaşmamış tümevarım ve deneme-yanılma stratejilerini kullanarak genellemeye ulaştığı, K₂'nin dersinde; model kullanmadığı ve aritmetik genelleme ile genellemelere ulaştığı görülmektedir.

K₁₄'ün Ders Gözlemine İlişkin Bulgular

K₁₄, öğrencilerden geçen seneyi hatırlamalarını, örüntünün ve cebirsel ifadenin tanımlarını söylemelerini isteyerek derse başlamıştır. Daha sonra sayı örüntülerini genellemeye ilişkin örnek çözümlerine geçiş yapmıştır. Derste sunulan sorular, çözümleri ve gerçekleşen diyaloglar aşağıda verilmiştir.

26Ö *Mesela çok basitinden bir tane örüntü yazalım. 3,6,9,12... böyle olsun tamam mı? Mesela bu örüntünün 12'den sonraki gelen terimi nedir dediğimizde herkes ne diyecektir?*

27Ö: *15 (hep bir ağızdan bağırtırlar).*

28Ö *15'ten sonra?*

29Ö₁ *18*

30Öğ: *Ancak ben bu örüntünün size 100. sayısını sorarsam ne olacak sıkıntı olacak. Yani biz 100. sayısını sayarak mı bulacağız ama her seferinde biz bunu sayarak bulamayız.*

Öğrenciler soru çözümünde terimler arası farka odaklanmışlardır ve öğretmen bu durumu gidermek için öğrencilere örüntünün uzak adımını sormuştur. Öğretmen, uzak adımın terimler arası ilişkiye odaklanarak bulunamayacağını öğrencilere sezdirmiş ve 100. adıma nasıl ulaşılacağı konusunda tartışma yaratmıştır.

Sınıfta 100. adımın nasıl bulunabileceği tartışılırken öğretmen örüntünün kuralını, 3'er 3'er artması olarak belirtmiştir. Oysa ki, örüntünün kuralı 3'er 3'er artması değildir, bu terimler arası ilişkidir. Literatürde “girdi-çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine terimler arası ilişkiye, sadece girdi ya da sadece çıktı değerlerine odaklanma” (MacGregor ve Stacey, 1993) öğrenci güçlüğüne rapor edildiği düşünülürse öğretmenin bu tutumu öğrencileri bu güçlüğü itebilir. 100.

terimin nasıl bulunabileceği tartışılırken öğrencilerden genel terimi bulmaya yönelik bir cevap gelmemiştir. Öğretmenin açıklamaları ve tabloya yönlendirmesi ile tablo yapılmış, öğretmen öğrencilerin tablodaki adım sayısı ve sayı arasında ilişkiyi farketmeleri için çeşitli sorular sormuştur. Girdi çıktı değerleri arasındaki ilişki Ö_1 tarafından fark edilmiş ve kural bu şekilde bulunmuştur. Öğrencilerin 6. sınıftan kaynaklı bilgileri ile genel terime ulaşma eğiliminde olmaları gerekmektedir, fakat bu eğilim öğrencilerde görülememiştir.

84Öğ: *Peki biri aynı buna benzer örüntü söyleyebilir mi?*

85Ö₅: *Sarı, kırmızı*

Ö_5 'in derste yapılan soru ve açıklamaları anlamlandıramadığı görülmüştür.

86Ö₆: *Hayır öle değil. Sayılar söyleyeceksin.*

87Ö₅: *Sayılar mı?*

89Ö₅: *2,4,6,*

90Ö: *hı 2,4,6,8 diyor. Bu bir örüntü. Bunun şu an genel teriminin ne olduğunu söyler misin?*

91Ö₅: *2, 2 diye sonsuza kadar gidiyor öğretmenim.*

Öğrenci terimler arası ilişkiyi ifade etmiştir. Bir önceki soruda benzer bir ifadenin (3'er 3'er artma) öğretmen tarafından örüntünün kuralı olarak söylenmesinin bu duruma neden olabileceği düşünülmektedir.

92Öğ: *Tamam 2'şer 2'şer artmışta biz biraz önce ne yaptık mesela 3,6,9*

örüntüsünde o örüntüyü ifade eden harfli ifadeyi bulduk. Bu örüntüyü ifade eden harfli ifade nedir?

95Ö₆: *2n*

Öğretmen tek tek bütün terimleri n yerine koyarak bulunan cebirsel ifadenin örüntünün genel terimi olduğunu gösterir.

Ö_5 , terimler arası ilişkiye odaklanarak genel terimi bulmaya çalışmıştır. Öğretmen, genel terimi buldurmak için, öğrenciden bir önceki örneği hatırlamasını önermiştir. Ö_5 , genel terime ulaşamamış ve öğretmen başka bir öğrenciye söz vererek genel terime ulaşmıştır. Katılımcı görüşme sırasında örüntü konusundaki öğrenci güçlüğüne gidermeye yönelik şöyle bir ifade de bulunmuştur, "Ben bunun ancak birçok soruda görülerek aşılacağına inanıyorum". Öğretmen söylemi ile paralel olarak dersinde devamlı soru çözmüştür, fakat ders sonunda Ö_5 'e tekrar soru

yöneltmediği için soru çözümünün, güçlüğün giderilmesinde ki etkisi Ö₅ için anlaşılammıştır. Ö₆ örüntünün kuralına örüntüdeki ortaklığı yakalama ve bu ortaklığı tüm terimler için genelleme adımlarını gerçekleştirmeden ulaşmıştır. Bu durumda Ö₆'nın olgunlaşmamış tümevarımlar yoluyla genellemeye ulaştığı söylenebilir. Öğretmen, genel terimin kontrolünü n yerine adım sayılarını vererek gerçekleştirmiş, böylelikle deneme-yanılma stratejisi kullanmıştır.

105Ö: *6,7,8,9 ... örüntüsünü ifade eden harfli ifadeyi bulunuz. Yani neyi soruyorum size n. sayıyı değil mi? Soru böyle gelirse de şaşırmamak lazım. Ne yapacağız?*

106Ö₇: *Tablo.*
(öğrenciler soruyu yapmak için uğraşırlar).

108Ö: *... Size bir ipucu vermiştim acaba onu hatırlayan oldu mu? Hadi bakalım. Kat yoksa başka bir şeye bakın demiştim mesela.*
(öğretmen tahtaya tabloyu yapar)

Öğretmen, 6,7,8,9... örüntüsünü ifade eden harfli ifadeyi sormuş, öğrenciler tablo yapmalarını gerektiğini ifade etmiştir. “Terimler arası ortak fark genel terimin katsayısını verir” yaklaşımını öğretmen, öğrencilere 6. sınıfta ifade ettiğini hatırlatmıştır.

Öğrencilerden cevaplar alınarak genel terime ulaşılmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin cebirsel genellenenin; örüntüdeki ortaklığı yakalama ve bu ortaklığı tüm terimlere genelleme adımlarını gerçekleştirilmekte, sadece son adım olan kural ifade etme adımını gerçekleştirmekte oldukları görülmüştür. Dolayısıyla soruda, olgunlaşmamış tümevarım yoluyla genellemeye ulaşılmaya çalışılmıştır.

132Öğ:
$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 3+5 & & \\ & & & & \blacktriangle & & \\ 6, & & 7, & & 8, & & 9, \\ \blacktriangledown & & \blacktriangledown & & & & \\ 1+5 & & 2+5 & & & & \end{array}$$

Yukarıdaki gösterim öğretmen tarafından yapılır. Öğretmen öğrencilere örüntünün genel terimini sorar.

133Ö₉: $n+5$

134Ö₁₀: $5n$

135Öğ: *5n demek çarpma demektir. Ama ben burada çarpma yapmadım. Bu yüzden n. sayı ne olacak.*

Öğretmenin her defasında terim sayısı ile 5'in toplandığını söylemesine rağmen öğrenci 5n cevabını vermiştir. Bu öğrenci tarafından, cebirsel ifadelerdeki çarpma ve toplama durumlarının anlaşılacağı görülmektedir. Öğrenci terim sayısı ile sayı arasındaki ilişkiyi değil dizideki sayılar arası ilişkiyi bulmuştur.

144Öğ: *2,4,8,16 örüntüsünü ifade eden harfli ifadeyi bulunuz. Harfli ifadeyi*

ben sonra size 8. sayıyı filan sorayım.Yine hangi stratejiyi yacağz.

145Ö: *Tablo. (hep birlikte bağırlar.)*

150Ö: *Ama 2+1 bu mu yapar, dikkat et bakalım.*

(Öğrenci örüntünün kuralını n+2 olarak yazmıştır. Öğretmen n yerine terim sayısını koyarak n+2 ifadesini örüntüyü sağlamadığını söylemiştir.(1+2=3 3≠2))

...Aslında o bulduğumuz harfli ifade örüntünün kilidi gibi bir şey değil

155Ö₃: *2 ile 2 yi çarptım.*

156Ö: *Ama harfli olarak ifade etme. Bakın şurada kural bulabiliyorsunuz. Nasıl bir kural var burada?*

(öğretmen sayılar arası ilişkiyi gösterir tahtada)

157Ö₃: *2ile 2'yi çarptım 4. 4 ile 2'yi çarptım 8. 8 ile 2'yi çarptım 16.*

191Ö₃:

Terim Sayısı	Sayı
1	2
2	4
3	8
4	16

$$2 \cdot 2 = 2^1$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$$

Bu örnekte Ö₃ sayılar arası ilişkiyi bulmuştur. Öğretmen ise Ö₃'ün bulduğu sayılar arası ilişkiyi tabloda uygun yerlere yazdırmış ve yaptığı yönlendirmelerle öğrencinin, sayıları 2'nin tekrarlı çarpımları şeklinde yazmasını sağlamıştır. Öğrencinin öğretmen yönlendirmelerini zor uyguladığı gözlemlenmiştir. Öğretmen,

örüntüdeki ortaklığı yakalamış bu ortaklığı örüntünün tüm terimleri için genellemiş ve bir kural belirtmiştir. Dolayısıyla öğretmen, cebirsel genelleme yaparak genel terime ulaşmıştır. Bu durumun öğrenciler tarafından gerçekleştirilmesi sağlanmalıdır. Öğretmen genel terimin bulunmasından sonra örüntünün 6. terimini sormuş ve öğrenci doğru yanıt vermiştir.

206Öğ: *10, 100, 1000... örüntüsünün 20. Sayısı kaç diyoruz. Hemen her zaman yaptığım gibi ilk yapacağım şey...*

207Ö: *Tablo*

208Öğ: *Evet tablo. İlişkileri bulmak ve n. sayının harfli olarak neye eşit olduğunu bulmak değil mi?*

(Öğrenciler yapmaya çalışır. Bir süre geçtikten sonra)

210Öğ: *10n değil mi hocam?*

Öğrenciler olgunlaşmamış tümevarımlar yolu ile genellemeye ulaşmaya çalışmıştır. Öğrencilerden doğru yanıt gelmemesi üzerine ise öğretmen tabloyu çizmiş, yönlendirmeleri ile genel terimi, daha sonra da 20. sayıya ulaşmıştır.

Derste yapılan başka bir örüntü sorusu da şu şekildedir:

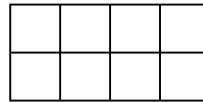
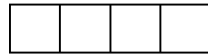
227Öğ: *Harfli ifadesi $2n+2$ olan örüntünün ilk 6 terimini bulunuz. Ne yapıyoruz? Ben burada size harfli ifadesini vermiş miyim?*

230Ö: *Tablo*

231Öğ: *Tablo mu? Arkadaşlar tablo yapmaya gerek var mı zaten örüntünün kuralını vermişim. Tablo ne zaman yapılır ne zaman yapılmaz.*

Öğretmenin ders esnasında tabloya yaptığı vurgular öğrencileri her soruda tabloya itmektir. Öğrenciler, tablonun amacını anlayamadıklarını, genel kuralı verilip terimlerin sorulduğu soruda tablo yapma eğiliminde olmaları ile göstermişlerdir.

241Öğ



1. Şekil

2. Şekil

... ..

İlk şekilde kaç tane ...

242Ö: *4 (hep bir ağızdan bağırtırlar.)*

243Öğ: 4 tane kare var. 2. Şekilde?

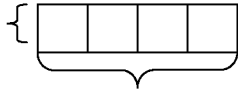
244Ö: 8 (hep bir ağızdan bağırlar.)

247Öğ: Yani burada ne oluyor her defasında?

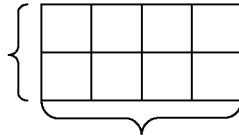
248Ö: 4'er 4'er artmış. (hep bir ağızdan bağırlar.)

251Ö₃: Kare konmuş.

Soru, model üzerinden genellemeye gidilmesi gereken bir sorudur. Modeldeki nümerik ilişkiye odaklanma yerine; modeldeki dikdörtgenlerin en ve boy ilişkisine bakılarak ya da öğrencinin de belirttiği gibi artan kare sayılarını inceleyerek genellemeye daha kolay gidilebileceği düşünülmektedir.



1.şekil



2. şekil

...

Her adımda en 4 iken boy 1. adımda 1, 2. adımda 2, 3. adımda 3 olarak artmaktadır. n. adımda boyun n olacağına öğrenciye kavratılması ile $4n$ genel terimine model yardımıyla ulaşılmaktadır.

Öğretmen model yardımıyla genellemeye ulaşmak yerine modeli sadece görsel bir öge olarak kullanmıştır. Modeldeki kareleri sayıp örüntüyü dizi haline getirmiş, tabloyu doldurarak da genelleme yapmaya çalışmıştır. Böyle bir durumda model kullanılarak hazırlanan soru ile dizi şeklinde hazırlanan soru arasında fark kalmamaktadır. Model sadece görsel bir öge olarak kullanılmıştır, genellemeye ulaşmak için modelden yararlanılmamıştır.

256Öğ: n. şekilde ne olacak?

257Ö₉: $2.n$

... n^2

258Ö₁₂ $n+n$

259Ö₁₃ $n+2$

260Ö: $4+n$

261Öğ: $4+n$ olsa n yerine 1 koy bakalım $4+1=5$ sağlamıyor.

Öğrenciler, olgunlaşmamış tümevarımlar yoluyla genellemeye ulaşmaya çalışmışlardır. Öğretmen, n yerine değer vererek öğrencilerin söylediği cebirsel ifadelerin olamayacağını göstermiştir. n çarpı şekil cevabını veren öğrencinin ne demek istediği anlaşılammaktadır. Ders esnasında öğretmen öğrenciye bu cevabı ile ilgili bir soru sormamıştır. Bu durumun, öğretmenin öğrencinin cevabını duymamasından kaynaklanabileceği de varsayılmaktadır.

264Öğ: *Acaba örüntünün genel kuralı ne? Ben size biraz önce 4,8,12 verdiğimde bunun örüntünün genel terimini buluyorsunuz da şekil verince mi bulamıyoruz. Şekil verilince ne değişiyor ki?*

Öğretmenin de belirttiği gibi, dizi şeklinde verilen 4,8,12 örüntüsünün genel terimi öğrenciler tarafından ders esnasında bulunmuşken, şekil örüntüsü tekrar 4,8,12 dizi haline dönüştürüldüğünde, öğrenciler örüntünün genel terimini bulmada zorlanmaktadırlar. Aynı derste aynı sorunun sorulması bile öğrencilere yardımcı olmamaktadır. Bu bağlamda, örüntünün genel terimini bulmaya ilişkin öğrenci güçlüklerinin çok soru çözülerek giderilemeyeceği söylenebilir.

272Öğ: *Şekil verilince bocalamayın şaşırmayın. Şekli sayı olarak ifade edin daha sonra tablo çizerek ilişkiyi bulabilirsiniz.*

Ders bu sorunun genel teriminin bulunması ile sona ermiştir.

Sonuç olarak, 6. sınıf öğretim programında sayı örüntülerini genelleme konusunun yer almasına rağmen 7. Sınıf öğrencilerinin genellemeye ulaşma eğilimlerinin olmadığı, genel terimi belirlenen örüntünün belirli adımlarını bulamadıkları, bazı cebirsel ilişkileri ve cebirsel ifadeleri doğru yazamadıkları görülmüştür.

Öğretmenin SÖGGF-1'de belirttiği gibi dersinde tablo kullanmaya önem verdiği ancak bu durumun öğrencilerde alışkanlık oluşturduğu ve tablo yapılmaması gereken soruda da tablo kullandıkları gözlemlenmiştir. Derste kullanılan tabloların ise bir soru dışında etkin kullanılmadığı görülmüştür. Öğrencilerin model kullanılarak kurulan örüntünün genel terimini bulmada zorlandıkları ve derste görsel strateji kullanılarak genellemeye gidilmediği gözlemlenmiştir. Bu bağlamda, derste çoklu gösterimlerin etkin şekilde kullanılmadığı söylenebilir. Bu durum, öğretmenin

SÖGGF'daki bulgularıyla tutarsızlık göstermektedir. Öğretmen SÖGGF-2'de görsel strateji kullanarak genellemeye ulaşmış; ancak bunu dersinde uygulamamıştır.

Derste, “girdi-çıkı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine terimler arası ilişkiye, sadece girdi ya da sadece çıktı değerlerine odaklanma” (MacGregor ve Stacey, 1993), “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010), “örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama bir başka deyişle genel terime ulaşamama” (Stacey ve MacGregor,1995; Warren, 2005), “örüntüyü yakın bir adıma devam ettirebilme fakat sonlu bir adıma devam ettirememe” (Samsan, Olivier ve Linchevski,1999) ve “tek bir örnekten hareket ederek aşırı genelleme yapma” (Cooper ve Sakane,1986) güçlükleri oluşmuştur. Ayrıca görüşme esnasında öğretmene sunulan öğrenci güçlüklerinin arasında yer alan “n2” öğrenci yanıtını ders esnasında bir öğrenci tarafından dile getirilmiş fakat bu güçlük giderilmemiştir (bu durumun öğretmenin öğrenci yanıtını duyamamış olmasından kaynaklanabileceği de düşünülmelidir.).

Derste, cebirsel, olgunlaşmamış tümevarımlar ve deneme-yanılma yolları ile genellemeye ulaşıldığı görülmüştür. Cebirsel genelleme stratejisinin, dersin sonunda öğrenciler tarafından kazanılmadığı görülmüştür.

Öğretmen SÖGGF-1'de; soru çözülerek öğrenci güçlüklerinin giderilebileceğini ifade etmiştir. Ders esnasında dizi şeklinde yazılan bir soru ile model ile oluşturulan sorudaki dizinin terimlerinin aynı olduğu fakat öğrencilerin aynı dizinin genel terimine ikinci defa ulaşmakta zorlandıkları görülmüştür. Bu bağlamda, katılımcının belirttiği soru çözümünün güçlüğü gidermede yararlı olmadığı gözlemlenmiştir.

K₁₅'in Ders Gözlemine İlişkin Bulgular

Öğretmen, dersine 6. sınıftan hatırlatma yaparak, genel kuralı vurgulayarak giriş yapmıştır. Örüntünün tanımını “Örüntü belirli bir kurala göre hazırlanan ve birbirini takip eden sayı veya şekillerdir” olarak yapmıştır. Dersinde sırasıyla kuralı $4n$, $n + 7$, $2n - 1$, $3n + 2$ ve n^2 olan sayı örüntülerini çözmüştür. Öğretmen dersine 4,8,12,16 örüntüsünün genel kuralını öğrencilere sorarak başlamıştır.

22Ö *Sizce bu örüntü nasıl ilerlemiş.*

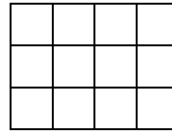
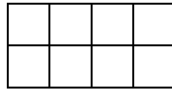
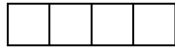
23Ö *4'erli*

24Ö *Evet 4'erli 4'erli gidiyor değil mi? 4'ün katları diyebilir miyiz?*

Evet.(hep bir ağızdan söylerler.)

25Ö *Ama bunu böyle dile getirmeyeceğiz buna bir formül bulmaya çalışacağız.*

Bunun kuralı dörderli dörderli söylemeyeceğiz. Bu örüntüyü modelle gösterin diyor, model dediği şey şekil, yani ben burada yer alan sayılara ait şekiller çizeceğim. Bu şekiller kareler olabilir, çizgi, üçgen, her şey olabilir ama burada 4 varsa o şekilden 4 tane 8 varsa 8 tane 12 varsa 12 tane olmalı biz bunu karelerle gösterelim.



...

1. Şekil

2. Şekil

3. Şekil

Model bizim kuralı görmemizde biraz yardımcı olabilir, şeklin nasıl devam ettiğini anlarız. Ama biz şimdi tablo yapacağız (öğretmen tabloyu çizer).

Sıra numarası ile sayı arasında nasıl bir ilişki var.

26Ö *Her sayıyı 4 ile çarpmış*

27Ö *2 ile çarpmış*

28Ö *Arkadaşınız 2 ile çarpıldığını söylüyor. Arkadaşınızın dediğini deniyoruz. 1*

kere 2 ? Olmadı.

(Öğretmen diğer cevabı da tüm adım sayıları için deniyor ve örüntünün kuralının bu ifade olduğunu öğrencilere gösteriyor)

39Öğ: *Demıştim ki zaten bu kural bir soru için hep aynı olmalıdır. Baksaydım ki diğerleri uymuyor o zaman 4 ile çarpılmayacak diyecektim. Sıra numarasını 4 ile çarpıp sayıyı buluyorsunuz. Şimdi buradan bir formül çıkartmam gerekiyor. Ben demıştim ki sıra numarası bu şekilde sonsuza kadar gidiyor mu?*

Sıra numarası	Sayı	Sıra numarası ile sayı arasındaki ilişki
1	4	1.4
2	8	2.4
3	12	3.4

Öğretmen, daha sonra n. adımın $4n$ olduğunu öğrencilere söyler ve bu ifadenin genel terim olduğunu belirtir. Öğretmen sorunun devamında genel terimden yararlanarak 15. adımı öğrencilere buldurur.

Öğretmen sayı örüntüsünü şekil örüntüsüne dönüştürmüştür. Şeklin yapısının genellemeye uygun olmasına rağmen örüntünün genel kuralını bulurken şeklin yapısından yararlanmamıştır. Öğretmen genel kurala ulaşmak için öğrencileri tabloya yönlendirmiştir. Sıra sayısı ile sayı arasında ilişki kurmaları gerektiğini vurgulamıştır. Bu soruda genellemeye olgunlaşmamış tümevarımlar yoluyla ulaşılmıştır.

Derste, öğrencilere yöneltilen ikinci soru ve yaşanan diyaloglar ise şöyledir,

51Öğ: *8 9 10 11 ...*

Yukarıda belirtilen örüntünün genel kuralını bulunuz.

53Öğ: *Şimdi şunu görmemiz gerekiyor. Biri kullanarak sekizi nasıl bulabiliriz?*

54Ö₃: *1 ile sekizi çarparak*

55Öğ: *Arkadaşınız 1 ile sekizi çarparız dedi. Deneyelim. 2 kere 8 i dokuz mu yapar?*

57Öğ: *Demek ki 8 ile çarpmak bunun kuralı değilmiş. Başka ne yapabiliriz*

58Ö₄: *1 ile 8 i çarpacağız 1 tanede çıkaracağız.*

Öğretmen adım sayılarını deneyerek bu ifadenin örüntünün kuralı

olamadığını gösterir.

60Ö₃: Çıkarırız. 2 ile dokuzu çarpabiliriz 9 çıkarırız.

61Öğ: Peki o zaman 8 olur mu?

62Ö₅: 2 ile dokuzu toplar 2 çıkarırız.

63Öğ: Bakın şimdi kural şu biri kullanarak sekiz nasıl elde edilir, ikiyi kullanarak dokuz nasıl elde edilir, üçü kullanarak on nasıl elde edilir?

64Ö₁: Her sayı ile yediyi toplarız.

65Öğ: Bakalım oluyor mu? Evet oluyor.

Sıra numarası	Sayı	Sıra numarası ile sayı arasındaki ilişki
1	8	1+7
2	9	2+7
3	10	3+7
4	11	4+7
n		n+7

Tablo öğretmen tarafından tamamlanıyor.

66Ö₆: n'nin yanında + olunca toplamı işlemi değil mi, çarpma olmaz?

67Öğ + olunca tabiki toplama yapacağız.

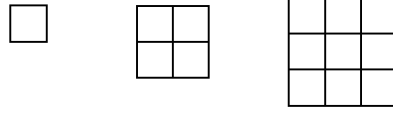
Öğrenciler olgunlaşmamış tümevarımlar yoluyla ile başarısız genellemeler söylemişlerdir. Öğretmen, bu ifadelerin doğru genelleme olmadığını adım sayılarını tek tek deneyerek göstermiştir. Öğretmen genellemeye ulaşmak için öğrencileri tabloya yönlendirmiştir. Ö₁, doğru genellemeye ulaşmıştır ve öğretmen bu ifadenin doğru olduğunu adım sayılarını deneyerek göstermiştir. Ö₆'nın sorduğu sorudan da anlaşılmaktadır ki öğrencinin harfi ifadelerdeki işlemlerle ilgili problemleri bulunmaktadır. Öğrencilerin olgunlaşmamış tümevarım yoluyla belirttikleri yanlış genellemeler incelendiğinde öğrencilerin çarpma işlemi kullanma eğiliminin oldukları görülmüştür. Öğrencilerin, ilk örnekteki genellemede bulunan çarpma işleminden etkilendikleri söylenebilir.

Diğer sayı örüntülerini genelleme sorularında benzer durumlar gözlenmiştir. Öğrenciler, olgunlaşmamış tümevarımlar yoluyla genellemeye ulaşmaya çalışmışlardır, bazıları başarılı olurken bazıları başarısız olmuşlardır.

Derste yapılan son soru ise şu şekildedir:

83Öğ: *1,4,9,16 örüntüsünün kuralını bulunuz.*

Ben kuralı bulmadan önce bunun şeklini çizmek istiyorum.



Gördüğümüz gibi 1. Şekilde kenar sayısı (öğretmen tahtada şeklin yatay kenarını gösteriyor) 1, 2. şekildeki kenar sayısı 2, 3. şekildeki kenar sayısı 3. Şimdi bu bizim aklımızda kalsın.

Yine tablo yapıyoruz.

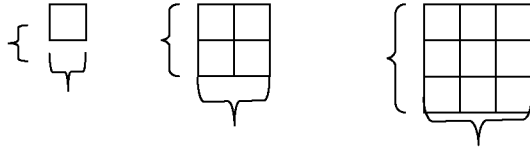
Sıra numarası	Sayı	Sıra numarası ile sayı arasındaki ilişki
1	1	
2	4	
3	9	
4	16	
N		

85Ö7: *2 ile çarpıp 1 çıkaracağız.*

Öğretmen deneyerek kuralın bu olmadığını gösterir.

86Ö8: *Her sayıyı sıra numarası ile çarpacağız.*

(Öğretmen deneyerek kuralın bu olduğunu gösteriyor. Genel kuralını n^2 olduğu bulunuyor.)



Öğretmen 1. Şeklin alanının 1.1, 2. Şeklin alanının 2.2, 3. Şeklin alanının 3.3 olduğunu göstermiştir. Bazen şeklin, örüntünün kuralını bulmada yardımcı olduğunu söylemiştir.

90Öğ: *10. terim kaçtır?*

91Ö9: *10*

Öğretmen öğrencinin yanlısını düzeltiyor ve doğru cevabı gösteriyor.

92Öğ: 5. terim deseydi

93Ö₁₀ Yarısı olur. 50.

Öğretmen tekrar öğrencinin yanlısını düzeltiyor ve doğru cevabı gösteriyor.

Bu örnek diğerlerinde farklı olarak basit cebirsel bir ifade değildir. Öğretmen, şeklin genellemeye yardımcı olan yapısını fark etmesine rağmen genellemeye ulaşmak için öncelikle tabloya yönelmiş ve yönlendirmiştir. Tablo soru çözümünde etkin bir şekilde kullanılmamıştır. Öğrencilerin belirttikleri cebirsel ifadelere nasıl ulaştıkları sorgulanmamıştır. Soru çözümünün sonunda öğretmen şekil yardımıyla genellemeye ulaşma yolunu uygulamıştır. Bu bilgiyi direk genellemeye ulaşmak için kullanmamış, öğrencilere ek bir bilgi olarak sunmuştur. Öğrenciler, örüntünün belli bir adımını bulmakta zorlanmışlardır.

Sonuç olarak, 6. sınıf öğretim programında sayı örüntülerini genelleme konusu yer almasına rağmen 7. sınıf öğrencilerinde genellemeye ulaşma eğilimi görülmemiştir. Derste, cebirsel genellemenin; örüntüdeki ortaklığı yakalama ve bu ortaklığı tüm terimlere genelleme adımları gerçekleştirilmemiş sadece son adım olan kuralı belirtme uygulanmıştır. Dolayısıyla, derste olgunlaşmamış tümevarımlar yoluyla genellemeye ulaşılmıştır. Öğretmen öğrenci yanıtlarını ise deneme-yanılma yolu ile kontrol etmiştir.

Öğretmen, görsel stratejiyle genellemeye ulaşmayı bilmesine rağmen ilk başvurduğu yol tablodur. Bu durum SÖGGF-1 ve SÖGGF-2’de verdiği bilgilerle paralellik göstermektedir. Katılımcı, görüşmede görsel strateji kullanımı ile ilgili açıklama yapmamıştır.

Derste, “girdi çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine terimler arası ilişkiye, sadece girdi ya da sadece çıktı değerlerine odaklanma” (MacGregor ve Stacey, 1993), “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010), “örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama bir başka deyişle genel terime ulaşamama” (Stacey ve MacGregor,1995; Warren, 2005), “örüntüyü yakın bir adıma devam ettirebilme fakat sonlu bir adıma devam ettirememe”(Samsan, Olivier ve Linchevski,1999) ve “tek bir örnekten hareket ederek aşırı genelleme yapma”(Cooper ve Sakane,1986) güçlükleri oluşmuştur.

Derslerde soruların basitten zora doğru olması gerektiği düşünöldüğünde, genel kuralı $n + 7$ olan örüntünün dersin başında verilmesi gerektiği düşünölmektedir. Bu durum öğretmenin pedagojik alan bilgisinde eksiklikler olabileceğini göstermektedir.

K₂'nin Ders Gözlemine İlişkin Bulgular

Öğretmen, sayı örüntülerinin tanımını tahtaya yazarak dersine başlamıştır ve daha sonra örnek bir örüntü kuralı yazmıştır (2^n). n yerine 1 yazıldığı durumda örüntünün 1. adımının, 2 yazıldığında örüntünün 2. adımının, 3 yazıldığında 3. adımının bulunduğunu tahtada göstermiştir. Öğretmen, ders esnasında örüntülerin kuralını bulduktan sonra mutlaka kontrollerini yaptırmıştır ve bu durum öğrencilerde de alışkanlık haline dönüşmüştür. Öğretmen, dersine $2n+3$ ifadesinin 5. Terimini sorarak dersine başlamıştır. Bu soru öğrenciler tarafından doğru bir şekilde yapılmıştır. Öğretmen aşağıdaki soru ile dersine devam etmiştir.

12Öğ: *7,12,17,22,27 ... sayı dizisinin örüntüsünü yazın. Bakın şimdi burada 7 ile 12 arasında bir ilişki var aynı şekilde 12 ile 17 arasında da aynı ilişki var, 17 ile 22 arasında, 22 ile 27 arasında da bu ilişki devam ediyor. Şimdi bizim bu ilişkiyi bulup matematik cümlesi halinde yazmamızı istiyor.*

13Ö₂: *5n*

14Öğ: *Şimdi bize aradaki ilişkiyi söyleyebilir misin?*

15Ö₂: *5'er 5'er artmış. $5n+3$*

Öğretmen öğrencilere terimler arası ilişkiye bakarak genel kurala ulaşmalarını belirtmiştir. Ö₂'de terimler arası ilişkiyi ifade etmiş fakat bu ilişkiye bakılarak yazılamayacak örüntü kuralını yazmıştır. Bunun nasıl gerçekleştiği öğretmen ve öğrenciler tarafından irdelenmemiştir. Öğretmen dersin başında genel terimi bulma ile ilgili yanlış bilgi vermiştir. Tüm ders, bu yanlış bilgi üzerine kurulmuştur.

20Öğ: *3,5,9,17,33 ? örüntünün kuralını bulunuz ve soru işareti yerine yazılacak sayıyı bulunuz.*

21Ö₃: *3 ile 5 arasında 2 sayı var. Örüntünün kuralı $2n + 1$ 'dir.*

2.6 + 1

23Ö₁: *Ne yapıyorsun sen ya. $2n+ 1$ de yerine 1 koymalısın.*

24Öğ: *Bakalım arkadaşımız bulduğu örüntüyü kontrol etsin. $2n + 1$ de n yerine 1 yazsın bakalım oluyor mu?*

(Öğretmen 1. ve 2. terime ulaşıldığını fakat 3. terime ulaşamadığını gösterir.)

25Ö₄: *Ben şöyle yaptım. Birinci terim ile 2 terim arasında 2, ikinci terim ile üçüncü terim arasında 4, üçüncü terim ile dördüncü terim arasında 8 fark var yani*

farklar 2 kat artarak devam etmiş.

26Öğ: *Yani 2 katının 1 eksiği mi?*

27Ö4: *Yani 2 katı*

28Öğ: *Bakın 2. terim 1. terimin 2 katının bir eksiği diğerleri de öyle. O halde*
 $33 \cdot 2 = 66$ $66 - 1 = 65$.

31Ö1: *Ama matematik cümlesi ne olacak?*

32Öğ: *Matematik ifadesi 2 katının 1 eksiği olarak, sayısal değerde 65 olarak bulundu. Matematik cümlesini yazmak istiyoruz nasıl yazmamız gerekiyor. Kuralımı bulduk 2 katının 1 eksiği dedik, ? yerine gelecek sayıyı da bulduk, tamam. Şöyle bir sorumuz var.*

Ders esnasında, genel kuralı $2^n + 1$ olan bu örüntünün kuralı doğru bir şekilde bulunamamıştır. Öğretmen terimler arası ilişkide bulunduğu matematiksel ilişkiyi genel kural olarak ifade etmiştir. Öğretmen, öğrencinin bulunduğu $2n + 1$ genel kuralının 3. adımını sağlamadığını, bu sebepten dolayı da genel kural olamayacağını belirtmiştir. Öğretmenin bulunduğu genel kuralın da 3. adımını sağlamamasına rağmen bunun kontrolü öğretmen tarafından yapılmamıştır. Öğretmen ile öğrencinin bulunduğu cebirsel ifadenin ikisi de yanlıştır.

40Öğ: *2, 8, 26, 80, A, B örüntüsünde A ve B yerine ne yazılmalıdır?*

41Ö: *Öğretmenim önce 6 fark var.*

43Öğ: *Önce 2 ile 8 arasındaki ilişkiye bakalım. 4 katı diyebiliriz. Diğer sayılar arasında da aynı ilişkinin olması gerekiyor. 4 kere 8 32 demek ki 4 katı değilmiş. Başka bir ilişki düşünelim 6 fazlası olduğunu düşünelim 8'in 6 fazlası 26 değil. Başka 2 ile 8 arasında nasıl bir ilişki kurabiliyorsunuz?*

44Ö: *3 katının 2 fazlası.*

45Öğ: *Evet sen gel bakalım. Bakalım öyle mi?*

(bütün sayılarının bir önceki sayının 3 katının 2 fazlası olduğu gösterilir ve A ve B değerleri bu bağıntıya göre bulunur.)

Genel kuralı $3^n - 1$ olan bu örüntünün kuralı bulunmamıştır. Terimler arası ilişki göz önünde bulundurulmuştur. Yakın adımların değerleri bir önceki terim yardımı ile bulunmuştur. Bu şekilde uzak adımları bulmak zordur, öğretmen buna

yönelik bir durumu ders esnasında sunmamıştır.

49Öğ: *?, ?, ?, ?, ?, 77... sayı örüntüsünün kuralı her sayı bir öncekinin 2 katının 3 fazlası olarak tanımlanıyor. Buna göre ? yerine ne gelmelidir?*

50Ö: $77 + 3$

51Öğ: *$2n + 3 = 77$ diye ifade etmek gerekiyor değil mi?*

Öğretmenin bu yönlendirmesi ile öğrenci denklemi çözerek n'i bulmuştur.

56Öğ: *Sağlamasını yapalım 37'nin 2 katının 3 fazlası 77 mi? Evet, o zaman doğru.*

57Ö: *Daha öncekileri bulmamız gerekirse?*

58Öğ: *Gerisin geriye gitmemiz gerekiyor dizinin kuralı belli zaten $2n+3$. n yerine 1 yazdığımızda örüntü 6 ile başlayacak.*

Öğretmenin belirttiği gibi örüntünün kuralı $2n + 3$ değildir ve örüntünün 1. terimi 6 değil $-1/2$ 'dir. 77, örüntünün 6. terimidir, örüntünün genel terimi öğretmenin belirttiği gibi $2n + 3$ olsaydı 6. terimin 15 olması gerekirdi. Bu örüntünün de genel kuralı doğru bir şekilde ifade edilmemiştir. Örüntünün kuralının nasıl bulunması gerektiğinin derste doğru bir şekilde işlenmediği görülmüştür.

59Öğ: $\square \rightarrow 1 \text{ br.}$

ise n^2 örüntüsünü modelleyiniz.

(Öğrenci tahtaya kalkar. Sırası ile 1,2,3,4 n yerine yazılır.)

Ders, öğretmenin örüntüyü modellemesi ile bitmiştir.

Sonuç olarak, dersin tümünde öğretmen tarafından yanlış örüntü genellemeleri bulunmuş dolayısıyla bu durum derste yanlış öğrenmelere neden olmuştur. Derste, sayı örüntülerini genelleme konusunun kazanımlarına ve uyarılarına dikkat edilmediği, konunun öğretimine yeterli zaman ayrılmadığı görülmüştür.

Derste, “girdi-çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine terimler arası ilişkiye, sadece girdi ya da sadece çıktı değerlerine odaklanma” (MacGregor ve Stacey, 1993) ve “örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama bir başka deyişle genel terime ulaşamama” (Stacey ve MacGregor, 1995; Warren, 2005) güçlükleri oluşmuştur. Diğer ders gözlemlerinden farklı olarak bu güçlüklerin öğretilmesinde de olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum öğretmenin alan bilgisi eksikliğini göstermektedir.

Derste, tablo ve model kullanımı çoklu gösterimlerine yer verilmemiştir. Bu durum, öğretmenin SÖGGF-1’de verdiği bilgilerle tutarsızlık göstermektedir. Öğretmen SÖGGF-1’de çoklu gösterimlerin hepsini kullandığını ifade etmiştir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu tez kapsamında ilköğretim matematik öğretmenlerinin örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu bölümde veri analizi sürecinde saptanan bazı noktalar tartışılmaktadır.

SÖGGF-1'den elde edilen bulgulara göre, katılımcıların sayı örüntülerini genelleme konusunun önemini farketmedikleri görülmüştür. Katılımcıların sayı örüntülerini genelleme konusunu önemsiz bulmaları literatürde birçok araştırmanın sonucuyla tutarsızlık göstermektedir. Orton ve Orton (1996) öğrencilerin örüntü oluşturma yetenekleri üzerine yapmış oldukları çalışmalarının sonunda, sayı örüntülerini genellemenin cebir için önemli olduğunu belirtmişlerdir. Amit ve Neira (2008), öğrencilerin lineer ve lineer olmayan örüntü problemlerindeki genelleme yöntemlerini inceledikleri çalışmalarında, örüntü problemlerinin genelleme ve cebir için önemli olduğunu ifade etmişlerdir. Warren ve Cooper (2006) yaptıkları çalışmada, örüntü etkinliklerinin fonksiyonel düşünmeyi sağladığını belirtmişlerdir. NCTM (2000) tarafından örüntünün çocukların matematiksel gelişimlerinde önemli bir unsur olduğu ifade edilmiştir. Tanışlı ve Köse (2010) öğrencilerin ortaöğretim matematiğine iyi bir temel atabilmeleri için ilköğretim matematik programında örüntü etkinliklerine yer verilmesinin çok önemli olduğunu vurgulamışlardır. Yapılan bu araştırmalar örüntü etkinliklerinin cebir, değişken, genelleme ve fonksiyon gibi konularla ilişkili ve önemli olduğunu göstermektedir. Araştırma sonucunda, katılımcıların bu ilişkilendirmeleri bilmedikleri ve bu alan bilgisi eksikliğinin konuyu önemsiz görmelerine neden olduğu gözlemlenmiştir.

Katılımcıların sayı örüntülerini genelleme konusunu 6. ve 7. sınıf düzeyinde öğretim programına uygun ele almadıkları görülmüştür. İlköğretim 6. ve 7. sınıf matematik öğretim programında sayı örüntülerini genelleme konusu aynı kazanımlar doğrultusunda bulunmaktadır. Açıklamalar ve uyarılar kısmında farklı ifadeler

bulunmakta ve bu farklılıklar ışığında ders işlenişleri birbirinden ayrılmaktadır. Katılımcıların, bu kazanıma, açıklamalara ve uyarılara dikkat etmedikleri görülmüştür. Bu bağlamda, katılımcıların sayı örüntülerini genelleme konusunda öğretim programı bilgisi eksiklikleri olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Katılımcılar sayı örüntülerini genelleme konusunun cebir konusundan sonra işlenmesi gerektiğini düşünmektedirler. Oysa ki Orton ve Orton (1996), öğrencilerin örüntü oluşturma yetenekleri üzerine yapmış oldukları çalışmalarında, cebire sayı örüntüleri ile başlanabileceğini ifade etmişlerdir. Amit ve Neira (2008) araştırmalarında, örüntü problemlerinin cebire açılan bir kapı olduğunu belirtmişlerdir. Katılımcıların bu konuda alan bilgisi eksikliklerinin olduğu görülmüştür.

Bazı katılımcıların örüntü kavramını yalnızca “Örüntü ve Süslemeler” olarak algıladıkları ve derslerini bu şekilde organize ettikleri görülmüştür. Örüntüler ve İlişkiler ile Örüntü ve Süslemeler konuları ilköğretim matematik öğretim programında dahil oldukları öğrenme alanları ve kazanımlar doğrultusunda birbirinden farklıdır. Bu katılımcıların, öğretim programı ve alan bilgileri eksikliği olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Katılımcılar derslerinde kullandıkları modelleri somut modeller (tahtaya yansıtılan ya da kağıda çizilen şekiller) olarak algılamaktadırlar. Model kullanımını genel kuralı bulma yönünde kavramsal olarak ele almadıkları görülmüştür. Bu bulgu, Presmeg (1986)’in araştırmasında ulaştığı sonuca işaret etmektedir. Presmeg (1986), öğretmenlerin görsel akıl yürütmeyi bir aksesuar olarak kullanma eğiliminde olduğunu belirtmektedir. Oysa örüntülerin modellenerek sunulmasının amaçlarından biri ‘sayıların dizilişini geometrik olarak görme ihtiyacı duyanlar için alternatif yaratmaktır’ (Orton ve Orton, 1999;120).

Katılımcıların genellemeye ulaşmak için görsel stratejiyi kullanmadıkları, modeli sadece görsel öge olarak düşündükleri görülmüştür. Bu bulgu, Yeşildere ve Akkoç (2010)’un araştırmalarında ulaştıkları sonuçlar ile tutarlıdır. Yeşildere ve Akkoç (2010) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının sayı örüntülerini genellemeye ilişkin kullandıkları stratejileri belirlemeyi amaçladıkları çalışmalarında, öğretmen adaylarının modeli genel kuralı bulmada kullanmadıklarını ortaya koymuşlardır.

Bazı katılımcılar, örüntü genellemeleri problemlerinde model kullanımını yararlı görmemektedir. Katılımcıların bu düşünceleri Becker ve Rivera (2006)'nın ve Erbaş ve Çetinkaya (2011)'nin araştırmalarında elde ettikleri sonuçlarla tutarsızlık göstermektedir. Becker ve Rivera (2006) yaptıkları çalışmada 6. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede kullandıkları stratejileri belirlemeyi amaçlamışlar ve sonuç olarak görsel strateji kullanan öğrencilerin örüntüyü genellemede daha başarılı olduklarını görmüşlerdir. Erbaş ve Çetinkaya (2011)'nin, lise matematik öğrencilerinin, cebirsel düşünme yapıları hakkındaki bilgi ve düşüncelerini ortaya çıkarmayı amaçladıkları araştırmalarında, görsel stratejiyi kullanan öğrencilerin cebirsel örüntülerdeki fonksiyonel ilişkiyi daha kolay görebildiklerini belirtmişlerdir.

Ders gözlemlerinde, öğrencilerin model kullanılarak oluşturulan örüntülerin genel terimini cebirsel stratejiyi kullanarak bulmakta zorlandıkları görülmüştür. Benzer sonuç, Becker ve Rivera (2006) yapmış oldukları çalışmada da bulunmuştur. Araştırmada, öğrencilerin şekil örüntülerini genellemede cebirsel ve görsel stratejileri uyguladıkları, görsel stratejiyi kullanan katılımcıların ise örüntüyü sonlu adıma devam ettirmede daha başarılı oldukları görülmüştür. Ayrıca görsel stratejiyi benimseyen öğrencilerin şeklin yapısına bağlı olarak genellemeye de kolaylıkla ulaşabildikleri görülmüştür.

SÖGGF-1'de model yardımıyla genellemeye ulaşabileceğini belirten katılımcıların büyük bir kısmı senaryo durumundaki modelleri etkili bir şekilde kullanmamıştır. Modeli nümerik ilişkiye dökmüşler ve sayısal ilişkilere odaklanmışlardır. SÖGGF-1'de model yardımıyla genellemeye gidilebileceğini belirten, SÖGGF-2'de modelleri genellemeye ulaşmak için etkin bir şekilde kullanan katılımcının dersi gözlemlenmiştir. Bu katılımcının ders gözleminde, genellemeye ulaşmak için görsel stratejiyi kullanmadığı, modeli sayı dizisine dönüştürerek tablo yardımıyla genellemeye ulaştığı görülmüştür.

Katılımcıların bir kısmı sayı örüntülerini genelleme konusunu etkinliklerle işlerken bir kısmı etkinlikleri uygulamamaktadır. Etkinlik uygulayan katılımcıların bir kısmı etkinliklerin önemine inanmakta fakat büyük bir kısmı SBS'de bulunan soruların etkinliklere benzerliğini gerekçe göstermektedirler. Etkinlik uygulamayan katılımcılar ise SBS'den dolayı soru çözerek ders işlemenin öğrencilere daha yararlı olduğunu düşünmekte, etkinlikleri anlayamadıklarını ve zaman kaybı olarak

gördüklerini ifade etmektedirler. Katılımcılar materyal eksikliğinin etkinlik uygulayamamalarına neden olduğunu ifade etmektedirler. Sonuç olarak, katılımcıların SBS odaklı ders işledikleri, etkinliklerle öğretimin önemine inanmadıkları, öğretim programını amacına uygun uygulamadıkları bulgularına ulaşılmıştır. Sayı örüntülerini genelleme etkinliklerinde somut materyal yerine tahtaya çizilen, yansıtılan modeller kullanılmaktadır. Katılımcıların model kullanımı ile ilgili bilgi eksikliklerinin ders işlenişini etkilediği görülmüştür.

Katılımcıların sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinde eksiklik olduğu görülmüştür. Katılımcıların çoğu, “örüntü öğeleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulamama, genel terime ulaşamama” öğrenci güçlüğünü, üç katılımcı ise “örüntüyü yakın bir adıma devam ettirebilme; fakat sonlu bir adıma devam ettirememe” öğrenci güçlüğünü belirtmişlerdir. Bazı katılımcılar ise sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrencilerin güçlüklerinin bulunmadığını ifade etmişlerdir. Literatürde yer alan ve araştırmada rapor edilen çoğu güçlük katılımcılar tarafından belirtilmemiştir. Katılımcıların, SÖGGF-1’de ifade edemedikleri güçlüklerle SÖGGF-2’de karşılaştıklarında bunları tanımlayamadıkları görülmüştür.

Bazı katılımcıların, “örüntü kuralı bir tanedir” (Becker ve Rivera,2006), “girdi-çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine terimler arası ilişkiye, sadece girdi ya da sadece çıktı değerlerine odaklanma” (MacGregor ve Stacey, 1993) ve “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010) öğrenci güçlüklerine sahip oldukları görülmektedir. Öğrenci güçlüklerine sahip katılımcıların ders gözlemlerinde bu durumun dersi olumsuz etkilediği, derste eksik ya da yanlış bilgilerin oluşmasına neden olduğu görülmüştür. Bu bulgu, Yeşildere ve Akkoç (2010)’un yaptıkları çalışmaların sonucuna işaret etmektedir. Yeşildere ve Akkoç (2010) araştırmalarında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının örüntü konusundaki öğrenci güçlüklerine sahip olduklarını ve bu durumun onların derslerinde yanlış stratejiler seçmelerine neden olduğunu belirtmişlerdir.

Bazı katılımcılar, sayı örüntülerini genelleme konusunda genellemeye ulaşmanın şart olmadığını, istenilen adımı bulabilmenin yeterli olduğunu savunmuşlardır. Örüntü genellemeleri cebir, genelleme, değişken ve fonksiyon gibi

kavramlar için önemlidir (Orton ve Orton, 1996; Lesley ve Freiman, 2004). Sayı örüntülerini genelleme konusu bu kavramlarla ilişkilendirilmesi için öğretim programında bulunmaktadır. Sayı örüntülerini genelleme konusunda genellemenin gerekliliğini açıklayamayan katılımcıların düşüncelerinin, kazanımlarla ve örüntü genellemeleri ile ilgili literatürdeki bilgilerle ters düştükleri görülmüştür. Katılımcıların, öğretim programı ve alan bilgilerinde eksiklik olduğu gözlemlenmiştir.

Katılımcılar, sayı örüntülerini genelleme konusundaki öğrenci güçlüğüne test sorularında seçeneklerden yararlanarak ve alıştırmayı yaparak giderileceğini ifade etmişlerdir. Warren ve Cooper (2008) araştırmalarında, öğrencilerin şekil örüntülerini genellemeleri üzerine çalışmışlar ve onların düşünmelerini destekleyecek örüntü etkinlikleri sunmuşlardır. Araştırmalarının sonucunda, materyal kullanarak yapılan örüntü etkinliklerinin, öğrenci genellemelerini arttırdığını gözlemlemişlerdir. Samsan, Olivier ve Linchevski (1999) ise öğrencilerin düşünme süreçlerini genellerken farklı temsillerin etkisini belirlemeye çalıştıkları araştırmalarında, öğrencilerin şekil ve tablo şeklinde sunulan örüntülerin kuralını kolay buldukları sonucuna ulaşmışlardır. Zazkis, Liljedahl ve Chernoff (2008) örnek seçiminin öğrencilerin genelleme yeteneklerini geliştirmede önemli rol oynadığını iddia etmişler ve bu konu üzerine çalışma yapmışlardır. Araştırmalarının sonucunda, öğrencilere uzak adımı sormanın (hesap makinesi ile hesaplanamayacak) onları genelleme yapmaya yönlendirdiğini gözlemlemişlerdir. Bu araştırmaların bulguları incelendiğinde, güçlükleri gidermede, derslerde kullanılan temsil biçimlerinin ve derslerdeki örnek seçiminin önemli olduğu görülmüştür. Katılımcıların ifadeleri bu araştırmalarla paralellik göstermemektedir.

Katılımcıların sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik bilgi eksikliklerinin olduğu ve güçlükleri gidermeyi önemsemedikleri görülmüştür. Benzer sonuçlara farklı konularda çalışan araştırmacılar da rastlamıştır. Bayazit ve Aksoy (2010), öğretmenlerin fonksiyon konusu ile ilgili sahip oldukları pedagojik alan bilgilerini, öğrenci zorlukları ve kavram yanılgıları bileşeni çerçevesinde incelemişlerdir. Araştırmalarının sonucunda, öğretmenlerin öğrenci zorluklarını tespit edebildikleri; fakat bu zorlukları gidermek için pedagojik açıdan doğru yöntemler kullanamadıkları görülmüştür.

Carpenter, Fennema, Peterson ve Carey (1988) çalışmalarında öğrencilerin toplama ve çıkarma problemlerini çözme bilgilerini öğretmen pedagojik alan bilgileri çerçevesinde incelemişlerdir. Araştırmada 40 tane birinci sınıf öğretmeni ile çalışmışlardır. Öğretmenlerin, öğrenci zorlukları ve zorluklarının giderilmesine yönelik verdikleri bilgilerde tutarlılık ve doğruluğa rastlanmamıştır.

Katılımcıların SÖGGF-1’de belirttikleri ve SÖGGF-2’de karşılaştıkları öğrenci güçlüklerinin nedenlerini açıklamakta zorlandıkları görülmüştür. Sayı örüntülerini genellemeye yönelik öğrenci güçlüklerinin nedenlerini açıklamada yaşadıkları zorlukların, güçlükleri gidermeye yönelik düşüncelerini etkilediği düşünülmektedir.

SÖGGF-2’den elde edilen bulgulara göre, katılımcılar, sayı dizileri ve sayı örüntüleri arasındaki farkı bilmemektedirler. Katılımcıların alan bilgisi eksikliği, öğrenci güçlüğünü bulmalarını engellemiştir. Van Driel (1998), öğretmenlerin konu alan bilgilerinin yetersiz oldukları kavramları anlatırken, öğrencilerin yanlış kavramaları konusunda yeterli bilgiye sahip olmamakla beraber, konuya uygun ifadeleri seçmekte zorluk çektiklerini belirlemiştir. Ayrıca Hashweh (1987), öğretmenlerin konu alan bilgilerinin eksik olduğu kavramlarda yanlış kavramalarının fazla olduğunu tespit etmiştir.

Ders gözlemlerinde, “girdi-çıkı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine terimler arası ilişkiye, sadece girdi ya da sadece çıkı değerlerine odaklanma” (MacGregor ve Stacey, 1993), “modelden çok nümerik ilişkiye odaklanma” (Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2010), “tek bir örnekten hareket ederek aşırı genelleme yapma” (Cooper ve Sakane,1986) ve “aritmetik genelleme yapabilme ancak cebirsel genelleme yapamama” (Rico,1996) güçlükleri görülmüştür. Güçlüklerin oluşmasının en büyük nedeni öğretmenlerin derslerde kullandıkları strateji ve örnek seçiminden kaynaklanmıştır.

Ders gözlemlerinde, genellemeye ulaşmak için olgunlaşmamış tümevarımlar ve deneme-yanılma stratejilerinin kullanıldığı görülmüştür. Bu bulgu Radford (2008)’un ve Becker ve Rivera (2005)’nin araştırmasında ulaştığı sonuçlara işaret etmektedir. Radford (2008), belirlenen ortak özellikten tümevarım yoluyla elde edilen genel terimin basit tümevarımlarla yapıldığını ifade eder. Becker ve Rivera (2005) çalışmalarında öğrencilerin doğrusal örüntüyü genellemedeki başarılarını ve

kullandıkları stratejileri belirlemeyi amaçlamışlar ve 22 tane 9. sınıf öğrencisi ile çalışmışlardır. Araştırma sonunda, öğrencilerin 32 tane strateji kullandıkları görülmüştür. En çok kullanılan stratejinin sayısal stratejiler, sayısal stratejiler arasında en çok kullanılan yöntemin ise deneme – yanılma olduğu görülmüştür.

Ders gözlemlerinde, genellemeye ulaşmak için tablo ve sayı dizisi şeklinde yazma çoklu gösterimlerinin kullanıldığı, tablonun ise etkili kullanılmadığı görülmüştür.

İlköğretim matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerini incelemeyi amaçlayan bu çalışmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak ilgili alan yazına katkısı olabileceği düşünülen araştırma önerilerine aşağıda değinilmiştir.

Pedagojik alan bilgisinin, alan bilgisi, öğretim programı bilgisi, öğrenci güçlükleri bilgisi bileşenlerinin sayı örüntülerini genelleme konusuna bakış açısını ve bu konunun öğretimini etkilediği görülmüştür. PAB'nin bileşenlerinin öneminin anlaşılabilmesi için farklı araştırmalar yapılabilir.

Araştırmaya katılan matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerini genellemeye ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinin eksik olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin diğer konularla ilgili öğrenci güçlükleri bilgileri araştırılabilir. Elde edilen bulgular ışığında, öğretmenlerin varsa bilgi eksiklerini giderebilecekleri ortamlar hazırlanabilir.

Örüntü kavramının öneminin öğretmenler tarafından anlaşılması konunun öğretimini etkilemektedir. Matematik öğretim programında sayı örüntülerini genelleme konusunun önemini farketirecek etkinlikler sunulabilir.

Çoklu gösterimlerin genellemeye ulaşmada etkin kullanımları öğrenci güçlüklerinin giderilmesinde önemlidir. Çoklu gösterimlerin kullanımına ilişkin öğretmenler ve öğrenciler üzerinde araştırmalar yapılabilir. Çoklu gösterimlerin etkin kullanımlarına öğretim programında yer verilmelidir.

Katılımcıların genellemeye ulaşmada görsel stratejiyi kullanmadığı görülmüştür. Öğretim programında da bu stratejinin kullanımına yer verilmemiştir. Görsel strateji kullanımına uygun etkinliklere öğretim programında yer verilmelidir.

KAYNAKÇA

- Altun, M. (2008). **Matematik Öğretimi**. Bursa: Erkam Matbaası.
- Amit, M. ve Neria, D. (2008). **“Rising to the Challenge”**: Using Generalization in Pattern Problems to Unearth the Algebraic Skills of Talented Pre Algebra Students. *ZDM Mathematics Education*. 40:111–129.
- Baki, A. (2008). **Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi**. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.
- Ball, D. L. (1991). **Research on Teaching Mathematics: Making Subject-Matter Knowledge Part of the Equation**. In J. Brophy (Ed.), *Advances in Research on Teaching* (Vol. 2, pp. 1-48). Greenwich: JAI Press.
- Baş, S., Erbaş, A. K., ve Çetinkaya, S. (2011). **Öğretmenlerin Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Yapılarıyla İlgili Bilgileri**. *Eğitim ve Bilim*. 35(159), 41–55.
- Bayazit, İ. ve Aksoy, Y. (2010). *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi* (<http://sbe.gantep.edu.tr>). (3):697 -723 ISSN: 1300094
- Becker, J.R. ve Rivera, F. (2005). **Generalization Strategies of Beginning High School Algebra Students**. Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4: 121-128. Melbourne: PME
- Becker, J. R. ve Rivera, F. (2006). **Sixth Graders’ Figural and Numerical Strategies for Generalizing Patterns in Algebra (1)**. Alatorre, S., Cortina, J. L., Saiz, M. Mendez, A. (Ed.), *Proceeding of The 28th Annual Meeting of The North American Chapter of The international Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2, 95-101. Merida, Mexico: Universidad Pedagogica Nacional.
- Burns, M. (2000). **About Teaching Mathematics. A-K 8 research**. 2nd ed Sausalito, California: Math Solutions Publication.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak E.K., Akgün Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel F. (2009). **Bilimsel Araştırma Yöntemleri (4. baskı)**. Ankara: Pegem Akademi.
- Carpenter, T., Fennema, E., Peterson, P., Chiang, C., Loeff, M., (1989). **Using**

- Knowledge of Children's Mathematics Thinking in Classroom Teaching: An Experimental Study.** *American Educational Journal*. 26, 499-531.
- Carpenter, T. P., ve Peterson, P. L. (Eds.). (1988). **Learning Mathematics From Instruction.** *Educational Psychologist*.
- Carraher, W. D. , Martinez, M. V. ve Schliemann, A.D. (2008). **Early Algebra and Mathematical Generalization.** *ZDM Mathematics Education*. 40:8-13.
- Cooper, T.J. ve Warren, E. (2008). **The Effect of Different Representations on Years 3 to 5 Students' Ability to Generalise.** *ZDM Mathematics Education*. 40: 23-37
- Cooper, M. ve Sakane, H. (1986). **Comparative Experimental Study of Children's Strategies with Deriving a Mathematical Law.** In *Proceedings of the Tenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* . 410–414. London: University of London, Institute of Education.
- English ve Warren (1999). **Introducing The Variable Through Pattern Exploration.** In B. Moses (Ed.), *Algebraic Thinking Grade K-12* (140-145). National Council of Teachers of Mathematics Reston, Virginia.
- Even, R. (1993). **Subject-matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: Prospective Secondary Teachers and The Function Concept.** *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94-116.
- Fernandez-Balboa, J. M., ve Stiehl, J. (1995). **The Generic Nature of Pedagogical Content Knowledge Among College Professors.** *Teaching and Teacher Education*, 11(3), 293–306.
- Glesne, C., ve Peshkin, A. (1992). **Becoming Qualitative Researchers: An introduction.** White Plains, NY: Longman.
- Grossman, L. (1990). **The Making of a Teacher: Teacher Knowledge and Teacher Education.** New York: Teachers College Press.
- Guerrero, L. ve Rivera A. (2002). **Exploration of Patterns and Recursive Functions.** *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (24th, Athens, Georgia, October 26-29)*. 1-4. 262-272.
- Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. ve Threlfall, J. (1998). **Children's Strategies with Number Patterns.** *Educational Studies*. 24(3), 315-331.

- Hill, H. C., Schilling, S. G., ve Ball, D. L., (2008). **Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students.** *Journal for Research in Mathematics Education.* 39 (4), 372-400
- Işıksal, M. (2006). **A Study on Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge Regarding the Multiplication and Division of Fractions.** Ph.D Thesis ,METU.
- Kaput, J. ve Blanton, M. (2001). **Algebrafying the Elementary Mathematics Experience.** In H. Chick, K.
- Kieran, C. (1989). **A Perspective on Algebraic Thinking.** In G Vernand, J., Rogalski, and M.Artigue (Eds). *Proceedings of the 13th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 163–171. Paris, France: International Group For The Psychology of Mathematics Education.
- Krebs, A. S. (2005). **Studying Students' Area.** *Mathematics Teaching In The Middle School.* 10(6), 284-287.
- Lan Ma H. (2007). **The Potential of Patterning Activities to Generalization.** In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S., ve Seo, D. Y. (Ed.), *Proceeding of The 31st Conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 225-232. Seoul:PME.
- Lee, L. ve Freiman, V. (2004). **Tracking Primary Students' Understanding Of Patterns.** TheNorth American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Delta Chelsea Hotel, Toronto, Ontario, Canada.
- Liljedahl P. ve Zazkis R. (2002). **Generalization of Patterns: The Tension Between Algebraic Thinking and Algebraic Notation .** *Educational Studies in Mathematics* 49: 379-402
- Looney, S. C. (2004). **A Study of Students' Understanding of Patterns and Functions Ingrades 3-5.** *Dissretation Abstract International.* 65 (03), 868.
- MacGregor, M. ve Kaye S. (1993). **Seeing a Pattern and Writing a Rule.** In I. Hirabayashi, N. Nohda, K. Shigematsu and F. Lin (Ed.), *Proceeding of The 17th Conference for Psychology of Mathematics Education.* 1, 181-184.

- MacGregor, M. ve Stacey, K. (1995). **The Effect of Different Approaches to Algebra on Students' Perceptions of Functional Relationships.** Mathematics Education Research Journal. Vol. 7, No. 1, 69-85
- MacGregor, M., ve Stacey, K. (1999). **A Flying Start to Algebra.** Teaching Children Mathematics, 6(2), 78–85.
- Marks, R. (1990). **Pedagogical Content Knowledge: From a Mathematical Case to A Modified Conception.** Journal of Teacher Education, 41, 3–11.
- MEB. (2005). **İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu (1-5. Sınıflar için).** Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- MEB. (2009). **İlköğretim Matematik 6.,7. ve 8. Sınıf Matematik Kitapları.** Ankara.
- Merriam, S. B. (1998). **Qualitative Research and Case Study Applications in Education.** 1st ed-San Francisco: Jossey-Bass.
- Monk, D. H. (1994). **Subject Area Preparation of Secondary Mathematics and Science Teachers and Student Achievement.** Economics of Education Review, 13, 125–145.
- Moss, J. Beatty, R. (2006). **Knowledge Building And Knowledge Forum: Grade 4 Students Collaborate To Solve Linear Generalizing Problems.** In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. ve Stehlíková, N. (Eds.). Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, s. 193-199. Prague: PME. 4 - 193
- NCTM. (2000). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.** <<http://www.nctm.org/standards.htm>> (21.06.2010)
- Orton, J., Orton A. ve Roper T. (1999). **Pictorial and Practical Contexts and The Perception of Pattern.** In A. Orton (Ed.), Pattern in the teaching and learning of mathematics (121- 136). London and New York: Cassell.
- Orton, A. ve Orton, J. (1994). **Students' Perception and Use of Pattern and Generalization.** In J.P. da Ponte and J.F. Matos (Ed.), Proceedings of The 18th Conference of the Psychology of Mathematics Education. 3, 407-414. Lisbon, Portugal.

- Orton, A. ve Orton, J. (1999). **Pattern and The Approach to Algebra**. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. s. 104-120. London: Cassel
- Özmantar, M. ve Bingölbali, E.(2009). **Etkinlik Tasarımı ve Temel Tasarım Prensipleri**. E. Bingölbali ve M.F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*, 313-348. Ankara: Pegem Akademi Yayınları
- Papic, M. ve Mulligan J. (2005). **Preschoolers' Mathematical Patterning**. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce et al. (Ed.), *Building Connections: Research, Theory and Practice- MERGA28* (Mathematics Education Research Group of Australasia Conference Proceedings28).
<http://www.merga.net.au/publication/conf_display.php?year=2005>
(21.06.2010).
- Pothen, B.E., ve Murata, A. (2007). **Transforming Teachers' Knowledge: The Role of Lesson Study in Preservice Education**. Proceedings 29th Conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Radford, L. (2006). **Algebraic Thinking and the Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective**. Alatorre, S., Cortina, J.L., Sáiz, M., and Méndez, A.(Ed.), *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 1: 2-17. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Radford, L. (2008). **Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts**. *ZDM Mathematics Education*. 40, 83–96.
- Patton, M. Q. (1990). **Qualitative Evaluation and Research Methods**. İkinci basım.London: Sage Publications.
- Rico, L. (1996). **The Role of Representation Systems in The Learning of Numerical Structures**. In: L. Puig, & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Vol. 1* : 87–102. Valencia: University of Valencia.

- Samsan, M., Linchevski, L. ve Olivier, A. (1999). **The Influence of Different Representations on Children's Generalisation Thinking Processes.** Proceedings of the Seventh Annual Conference of the Southern African Association for research in Mathematics and Science Education. Harare, Zimbabwe. 406-415.
- Stacey, K., Burton, L. ve Mason, J. (1985). **Thinking Mathematically.** England: Addison-Wesley Publishers.
- Steele, D. (2005). **Using Writing to Access Students' Schemata Knowledge for Algebraic Thinking.** School Science and Mathematics. 103(3), 142-154.
- Shulman, L. (1986). **Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. Educational Researcher.** 15(2), 9 – 14.
- Shulman, L. (1987). **Knowledge and Teaching: Foundations of The New Reform.** Harvard Educational Review. 57(1) 8.
- Stacey, J. Vincent ve J. Vincent (Eds.). **On The Future of the Teaching and Learning of Algebra Melbourne: University of Melbourne.** 344-352.
- Stacey K. (1989). **Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems. Educational Studies in Mathematics.** 20: 147-164
- Steele, D.(2008). **Seventh-grade Students' Representations for Pictorial Growth and Change Problems.** 40:97–110.
- Tamir, P. (1988). **Subject Matter and Related Pedagogical Knowledge in Teacher Education.** Teaching and Teacher Education. 4, 99–110.
- Tanışlı, D. (2008). **İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülere İlişkin Anlama ve Kavrama Biçimlerinin Belirlenmesi.** Doktora Tezi, A.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü
- Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2009). **İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genellemede Kullandıkları Stratejiler.** Educational Sciences: Theory & Practice. 9(3), 1453-1497.
- Van Driel, J. H., Verloop, N., ve De Vos, W. (1998). **Developing Science Teachers' Pedagogical Content Knowledge.** Journal of Research in Science Teaching. 35(6), 673-695.

- Yeşildere, S., Akkoç, H. (2010). **Matematik Öğretmen Adaylarının Sayı Örüntülerine İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin Konuya Özel Stratejiler Bağlamında İncelenmesi.** OMÜ Eğitim Fakültesi Dergisi. 29 (1): 125-149
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (1999). **Nitel Araştırma Yöntemleri.** Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2003). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.** Ankara: Sözkese Matbaacılık.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2004). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.** Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). **Nitel Araştırma Yöntemleri (5. Baskı).** Ankara:Seçkin Yayıncılık
- Zazkis, R. ve Liljedahl, P. ve Chernoff, J.E. (2008). **The Role of Examples in Forming and Refuting Generalizations.** ZDM Mathematics Education.40:131–141.
- Zazkis, R. ve Liljedahl, P. (2002). **Generalization of Patterns: The Tension between Algebraic Thinking and Algebraic Notation.** Educational Studies in Mathematics. 49: 379-402
- Warren, E. (2005). **Patterns Supporting the Development of Early Algebraic Thinking.** Australian Catholic University. 759-766.
- Warren, E. (2006). **Teacher Actions That Assist Young Students Write Generalizations in Words and in Symbols.** Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.5: 377-384. Prague: PME.
- Warren, E. ve Cooper, T. (2005). **Introducing Functional Thinking in Year 2: A Case Study of Early Algebra Teaching.** Contemporary Issues in Early Childhood. 6 (2), 150-162.
- Warren, E. ve Cooper, T. (2006). **Using Repeating Patterns to Explore Functional Thinking.** APMC. 11(1), 9-14.
- Warren, E. ve Cooper, T. (2008). **Generalizing The Pattern Rule for Visual Growth Patterns: Actions That Support 8 Year Olds' Thinking.** Educational Studies in Mathematics, 67, 171–185.

Willoughby, S. (1999). **Function from Kindergarten Through Sixth Grade**. In B. Moses (Ed.), *Algebraic Thinking Grade K-12* (140-145). National Council of Teachers of Mathematics Reston, Virginia.

Ek 1**Sayı Örüntülerinin Genellemeye İlişkin Görüşme Formu-1**

(Görüşme İçin Öğretmen Bilgilendirme Yönergesi)

Görüşme Soruları

- 1.Bitirdiğiniz üniversite ve fakülte nedir? Yüksek lisans ya da doktora yaptınız mı?
- 2.Yeni matematik öğretim programı hakkında ne düşünüyorsunuz? Programı tanıtan bir seminere katıldınız mı?
 - a.Katıldıysanız, size ne gibi bir fayda sağladı?
- 3.Programa yeni dâhil olan “Örüntü” konusu hakkında ne düşünüyorsunuz?
 - a.Sizce bu konunun programa dâhil olması herhangi bir fayda sağlamış mıdır?
- 4.Örüntü konusu sizce önemli bir konu mudur? Neden?
- 5.Örüntü konusunun programdaki yeri hakkında ne düşünüyorsunuz?
 - a.Sizce örüntü konusu 4., 5., 6. ve 7. sınıflarda hiyerarşik olarak doğru sıralanmış mıdır? Neden?
- 6.6. ve 7. sınıflarda örüntüyü ele alış şekliniz aynı mı? Örüntü konusunun bu sınıf düzeyleri arasındaki farkları için ne düşünüyorsunuz?
- 7.Programda yeni yer alan örüntü konusu hakkında ön bir çalışma yapma gereği duydunuz mu?
 - a.Yaptıysa nasıl bir ön çalışma yaptınız?
- 8.Örüntü konusu ile kitaplarda yer alan etkinlikler hakkında ne düşünüyorsunuz? Uyguluyor musunuz? Kendiniz ek etkinlik hazırlayıp uyguluyor musunuz?
- 9.Eğer etkinlikleri uyguluyorsanız; örüntü konusunun etkinliklerini uygularken zorlandınız mı?
 - a.Ne gibi noktalarda zorlandınız?
 - b.Nasıl bir yardım aldınız?
 - c.Zorlandığınız noktaları göz önüne alarak bir sonraki dersi buna göre organize ettiniz mi? Buna yönelik neler plandınız ve uyguladınız?
- 10.Örüntü konusunun diğer matematik konularıyla ilişkili olduğunu düşünüyor musunuz?
 - a.(Evet, ise) Hangi konularla ilişkili olduğunu açıklar mısınız?
 - b.Örüntüleri işlerken bu belirttiğiniz ilişkilendirmelere ders işlenişinde yer veriyor musunuz? Veriyorsanız, nasıl?

11.Örüntü konusuna kaç ders saati ayırıyorsunuz? Sizce bu süre yeterli midir?

12.Öğrenciler örüntüyü öğrenirken ne gibi güçlüklerle karşılaşılıyorlar?

13.Ders planı yaparken ya da ders sırasında bu güçlükleri gidermek için neler yapıyorsunuz?

14.Örüntü konusunu nasıl işliyorsunuz?

a. Ayrıntılı olarak açıklayabilir misiniz?

b. Model kullanıyor musunuz? Evetse, Nasıl? Hayırsa neden?

c.Hangi modelleri kullanıyorsunuz?

d.Modeller kuralı bulmada yararlı oluyor mu? (Evet ise) Nasıl?

15.Model kullanma, tablo yapma, dizi şeklinde yazma gibi çoklu gösterimleri örüntünün kuralını bulmayı öğretirken aynı anda kullanıyor musunuz? Neden?

a.Tüm gösterimleri bir arada kullanmak örüntüleri anlamasına yardımcı olur mu? Neden?

16.Öğrencilerin örüntü kuralını bulurken izledikleri stratejiler nelerdir?

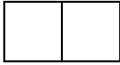
17.Örüntü konusundaki öğrenci güçlüklerinin giderilmemesi durumunun ileriki matematik yaşantılarına ne gibi etkisi olur?

Ek 2

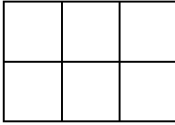
Sayı Örüntülerinin Genellemeye İlişkin Görüşme Formu-2

Senaryo 1

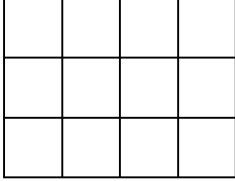
7.sınıfta bir sayı örüntüsünün kuralını bulma konusu işlenirken öğretmen ve bir öğrenci arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.



1.Şekil



2. Şekil



3. Şekil

...

Öğretmen:10. adımdaki kare sayısını bulabilir misin?

Öğrenci:110. Çünkü yine dikdörtgen oluşacak bir kenarı 10 bir kenarı da olacak.10 x 11 yaptım.

Öğretmen:Peki, 55. şekildeki kare sayısını bulabilir misin?

Öğrenci:Bulabilirim ama çarpmak biraz zor. $55 \times 56 = 3080$

Öğretmen: n . adımdaki kare sayısını bulabilir misin?

Öğrenci:.....Bulamadım. n . adım ne demek anlamadım. Bulabilmem için sayı olması lazım.

Öğretmen:Sayı vermeden sadece n . adımı sorsa bulamaz mıyız?

Öğrenci:Hayır bulamayız. Çünkü her sayıya göre sonuç değişir.

Öğretmen: Peki. n . adımdaki dikdörtgenin boyu ne kadar olur?

Öğrenci: n kadar mı olur?

Öğretmen:Peki eni ne kadar olur?

Öğrenci:Bulamayız çünkü n 'e 1 ekleyemeyiz.

Buna göre;

- Öğrencinin sayı örüntüsünün genel terimini bulamamasının temel sebebi ne olabilir?
- Öğrencinin n genel terimini kavrayışına ilişkin bir güçlüğü var mıdır? (Evet ise, açıklayınız)

- c. Öğretmen öğrenciye bu sorunu çözebilmek için sizce yeterince yardımcı olabilmış midir?
- d. Öğretmen bu konuda öğrenciye başka nasıl yardımcı olabilirdi?
Model, genelleme yapmada öğrenciye yardımcı olabilir miydi? Nasıl

Senaryo 2

Aşağıda 7. sınıf örüntü konusu işlenirken bir öğretmen ve öğrencisi arasında geçen bir diyalog verilmiştir

			...
1.Şekil	2. Şekil	3. Şekil	
Öğretmen:	Şekillerin çevrelerini bulabilir misiniz?		
Öğrenci:	1. Şeklin çevresi 12, 2. Şeklin çevresi 22, 3. Şeklin çevresi 32 oluyor.		
Öğretmen:	8. Şeklin çevresini bulabilir misiniz?		
Öğrenci:	8. Şeklin çevresi 82 olur.		
Öğretmen:	100. Şeklin çevresini bulabilir misiniz?		
Öğrenci:	1002 olur.		
Öğretmen:	Nasıl buldun açıklayabilir misin?		
Öğrenci:	Bütün çevrelerin sonu 2 ile bitiyor. Kaçıncı şekli soruyorsa sonuna iki koyuyorum oluyor.		
Öğretmen:	Peki n. şeklin çevresini sorarsa ne yaparsın?		
Öğrenci:	n^2 olur.		
Öğretmen:	n^2 ne demek. Nasıl bir sayı açıklar mısınız?		
Öğrenci:	Bilmiyorum n. şekli sorduğu için n' nin yanına 2 koydum. n^2 oldu.		
Öğretmen:	Örüntünün kuralını genelleyebilir misin?		
Öğrenci:	Evet örüntünün kuralı $n^2.n$ yerine hangi adımın çevresini sorarsa o sayıyı koyarız. Bütün adımlar için doğru oluyor.		

Bu durumda;

- Öğrencilerin genelleme ile ilgili düşünceleri hakkında ne düşünüyorsunuz?
- Bu durumda öğrenci güçlüğüne olduğu söylenebilir mi?
 - (Eğer söylenebilir derse) öğrenci güçlüğü nedir?
 - Öğrenci güçlüğüne nedeni ne olabilir?

- Öğretmen bu güçlüğü nasıl giderebilir?
- c. Siz öğretmenin yerinde olsaydınız yaklaşımınız ne olurdu?
- d. Kullanılan modelin uygunluğu hakkında ne düşünüyorsunuz?
- e. Problem model yardımıyla genel kural nasıl bulunabilirdi?

Senaryo 3

7. sınıf örüntü konusu işlenirken öğretmen ve öğrenci arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen:	5 10 15... örüntüsünün 6. terimini bulunuz.
Öğrenci:	Hımm... 65
Öğretmen:	Nasıl buldun?
Öğrenci:	2. terimle 1. terimi toplamış 3. terimi bulmuş. Bende 3.terimle 2.terimi topladım 4.terimi buldum.4.terimle 3.terimi topladım 5.terimi buldum, 5.terimle 4.terimi topladım 6.terimi buldum
Öğretmen:	Peki sence başka bir kural olabilir mi?
Öğrenci:	Olamaz çünkü bir tane kural vardır.
Öğretmen:	Aynı örüntü için başka bir kural bulunamaz mı?
Öğrenci:	Başka bir kural uygularsak hangisini uygulayacağımızı nerden bileceğiz. Hem her kuralda adımlardaki sayılar farklı çıkar.

Bu durumda;

- Öğrencinin yanıtını nasıl yorumluyorsunuz?
- Bu şekilde yanıt veren öğrenciye sizin yaklaşımınız nasıl olur?
- Bu durumdaki öğrenci güçlüğü nedir?
- Öğrenciyi yanılgıya sokan ve doğru genellemeyi bulamamasının nedeni ne olabilir?
 - Tablo kullanılsaydı öğrencinin böyle bir yanılgıya düşmesi engellenebilir miydi?
 - Örüntünün daha çok adımı verilseydi öğrencinin doğru genellemeyi bulması daha kolay olur muydu?

Ek 3

Sayı Örüntüleri Genellemeye İlişkin Ders Gözlem Formu

ALAN BİLGİSİ	
Ölçütler	Örnek Durum(lar)
Ders işlenişinde yer alan matematiksel bilgiler ve fikirler doğruluğu	
Derste öğrencilerin sorularının net ve doğru olarak cevaplanma durumu	
Konu ile ilgili eksik ya da yanlış anlamaların sıklığı	
ÖĞRETİM YÖNTEMİ	
Ölçütler	Örnek Durum(lar)
Ders sunumunun etkililiği	
Dersin plan ve organizasyonundaki özen	
Öğretmenin dersin kalitesine katkısı (Öğretmenin etkinlikleri ve konunun önemli noktalarını öğrenciye sunuşu, öğrenciye yönelttiği sorular...vb.)	
Öğretmen dersinin görüşme sırasındaki verdiği bilgilerle uyumu	
Çoklu gösterimlerin bir arada kullanımı (Kullandığı çoklu gösterimler nelerdir?)	

Modellerin kullanımı	
Tabloların kullanımı	
Dersinde örüntülerin gösterimi (dizi, şekil vs.)	
Dersinde öğrenmeyi desteklemek amacıyla çoklu gösterimler arasında öğrenmeyi destekleyici amaçlı bağlantılar	
Çoklu gösterimler hakkındaki görüşleriyle derste çoklu gösterimleri kullanımının uyumu	
Öğretmen modelini kullanma amacı (örüntü kuralını bulabilme amacıyla veya görsel bir materyal olarak)	
Konuya ayrılan süre	
Dersin organizasyonu ve öğrenci güçlüklerinin oluşumu	
Derste kullanılan etkinliklerin birbiriyle uyumu (pedagojik ve kavramsal anlama yönünden uygunluğu)	

Öğretmen kavramsal anlamayı geliştirmede etkili olan soru sorma stratejileri (yüksek seviyede sorular yönelterek “bekleme zamanı “ stratejisinin düzgün kullanımıyla algılama ve yanlış algılama durumlarını belirledi mi?)	
Öğretmenin (farklı) örüntülere özel strateji kullanımı	
Öğretmenin dersi yönetim biçimi	
ÖĞRETİM PROGRAMI	
Ölçütler	Örnek Durum(lar)
Öğretmenin ders öğrencilere “sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder.” Kazanımını kazandırmaya yönelik olma durumu	
Öğretmenin derste programda yer alan“ “n” harfinin verilen örüntüdeki sayıların sırasını veya yerini belirten bir işaret, sembol veya bir notasyon olduğu vurgulanır.” açıklamasına dikkat etme durumu	
Öğretmenin derste programda yer alan “örüntü ilişkisinin harfli ifadesindeki harfin yerine, istenilen bir doğal sayı konarak sırası bu doğal sayı olan örüntünün sayısının bulunabileceği belirtilir.” açıklamasına dikkat etme durumu	

Öğretmen örüntü konusuna ayırdığı sürenin programda yer alan süreye uyumu	
ÖĞRENCİ GÜÇLÜKLERİ	
Ölçütler	Örnek Durum(lar)
Ders esnasında öğrencilerde görülen güçlüklerle öğretmenin söylediği güçlüklerin uyumu	
Öğretmen görüşmede belirttiği öğrenci güçlüklerine dersinde yer verme durumu	
Ders esnasında öğretmenin görüşmede söylemediği bir öğrenci güçlüğünün oluşup oluşmadığı	
Öğretmen ders esnasında oluşan güçlükler için ders planının dışına çıkma durumu	
Öğrenci güçlüklerini gidermek için etkinliklere yer verme durumu	
Yapılan etkinliğin “genel terim bulamıyorlar” güçlüğünü dikkate alma durumu	
Yapılan etkinliğin “yakın bir adıma devam ettirebiliyorlar ama sonlu bir adıma devam ettirmede başarısızlar” güçlüğünü dikkate alma durumu	

Yapılan etkinliğin “çıktı değerlerini dikkate alıp girdi değerlerine dikkat etmemeleri” güçlüğü dikkate alma durumu	
DEĞERLENDİRME	
Ölçütler	Örnek Durum(lar)
Öğrencilerin ders ya da ünitenin ön koşulu niteliğindeki giriş kazanımlarına sahip olma derecelerinin değerlendirilmesi	
İlgili ders ya da ünitenin geliştirmeyi düşündüğü kazanımlardan öğrencilerin önceden edinenlerin olup olmadığının değerlendirilmesi	
Derste süreç değerlendirme gerçekleştirildi. (Örüntü konusundaki öğrenme eksikleri ve güçlükleri belirlendi; eksiklikler ve yetersizlikler giderildi.)	
Derste sonuç değerlendirmenin yapılma durumu (Kazanıma ulaşma odaklı değerlendirme)	
Öğrencilerin, akıl yürütme becerilerinin değerlendirilmesi	
Öğrencilerin, öz düzenleme becerilerinin ve estetik düşüncelerinin ne kadar geliştiğinin değerlendirilmesi	
Öğrencilerin, matematikte öğrendikleri konuları matematik dersiyle ve diğer derslerle ilişkilendirme yaptığının değerlendirilmesi	

Öğrencilerin, grafik ya da tablo halinde verilen bilgilerden sonuç çıkarma becerilerinin değerlendirilmesi	
Derste etkili değerlendirme stratejilerinin kullanımı	
SINIF DURUMU	
Ölçütler	Örnek Durum(lar) (Bu durumun ortaya çıkmasını sağlayan öğretmen tutumu ve öğretmenin kullandığı etkinlikler)
Öğrencilerin dersin odak noktasını belirleyen önemli fikirlerle ilgilenme durumu	
Öğrencilerin genel terimin önemini anlama durumu	
Öğrencilerin sıra sayısı ile çıktı değerleri arasındaki ilişkinin önemini anlama durumu	
Öğretmenin “n” kavramına öğrencinin dikkatini çekme durumu	
Derste öğrenci güçlükleri ve öğrencide meydana gelen fikir değişiklikleri	

Ek 4**Görüşme İçin Öğretmen Bilgilendirme Yönergesi**

Merhaba, benim adım Berna Kutluk. Dokuz Eylül Üniversitesinde yüksek lisans öğrencisiyim. Örüntü konusundaki öğrenci güçlükleri üzerine bir araştırma yapıyorum ve sizinle bu konu hakkındaki deneyimlerinize ilgili konuşmak istiyorum. Bu görüşmede amacım, örüntü konusundaki öğrenci güçlüklerini ve bu güçlüklerin farkındalığını ortaya çıkarmaktır. Öğretmenlerle görüşme yapıyorum çünkü örüntü konusundaki öğrenci güçlükleri ile ilgili bilgileri en iyi, görev yapan öğretmenlerden toplayabileceğimi düşünüyorum. Bu çalışmada ortaya çıkacak sonuçların örüntü konusundaki öğrenci güçlüklerini ve bu konudaki öğretmenlerin deneyimlerini en iyi şekilde ortaya koymasını ve müfredattaki örüntü konusunun işlenişini hakkında öğretmenlere katkı sağlamasını ümit ediyorum.

Bana görüşme sürecinde söyleyeceklerinizi kaydedeceğim. Kayıtların tümü gizlidir. Bu bilgileri araştırmacıların dışında herhangi bir kimsenin görmesi mümkün değildir. Ayrıca, araştırma sonuçlarını yazarken, görüştüğüm bireylerin isimlerini kesinlikle rapora yansıtmayacağım. Siz de lütfen görüşme esnasında kişi ve kurum ismi kullanmayınız. Katılımınız için şimdiden teşekkür ederim

Ek 5**Araştırmanın Yapıldığı Okulların Listesi**

Dokuz Eylül Üniversitesi 75. Yıl Özel İlköğretim Okulu (Buca)

Ali Kuşçu İlköğretim Okulu (Buca)

Çakabey İlköğretim Okulu (Buca)

Eserkent İbrahim Kavur İlköğretim Okulu (Karabağlar)

İlkkurşun İlköğretim Okulu (Karabağlar)

Zeyni Hanım İlköğretim Okulu (Karabağlar)

Tahir Merzeci İlköğretim Okulu (Karabağlar)

Takev Özel Okulları(Narlıdere)

Kılıçarslan İlköğretim Okulu (Narlıdere)

Şehit Öğretmen Mehmet İzdal İlköğretim Okulu (Seferihisar)

Ek 6

Görüşme Yoluyla Toplanan Verilerin Takvimi

TARİH	SÜRE(dakika)	ÖĞRETMEN
06.05.2010	58:27	K ₁
11.05.2010	27:59	K ₂
17.05.2010	26:33	K ₃
18.05.2010	23:02	K ₄
18.05.2010	25:20	K ₅
25.05.2010	35:16	K ₆
31.05.2010	40:48	K ₇
31.05.2010	51:58	K ₈
02.06.2010	23:04	K ₉
07.06.2010	35:34	K ₁₀
07.06.2010	29:50	K ₁₁
08.06.2010	18:43	K ₁₂
08.06.2010	72:35	K ₁₃
14.06.2010	39:30	K ₁₄
14.06.2010	26:19	K ₁₅
15.06.2010	36:03	K ₁₆
18.06.2010	41:08	K ₁₇
22.06.2010	24:35	K ₁₈
23.06.2010	36:44	K ₁₉
23.06.2010	26:14	K ₂₀
23.06.2010	27:23	K ₂₁
23.06.2010	39:07	K ₂₂
24.06.2010	35:21	K ₂₃
25.06.2010	22:45	K ₂₄
25.06.2010	72:37	K ₂₅
28.06.2010	35:11	K ₂₆
28.06.2010	28:13	K ₂₇
04.10.2010	30:15	K ₂₈
11.10.2010	31:02	K ₂₉
11.10.2010	27:58	K ₃₀

Ek-7

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

15 Eylül 2010

Sayı : B.08.4.MEM.4.35.00.03.29/ 61500
Konu : Berna KUTLUK'un
Araştırma İzni

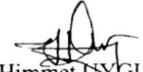
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜNE

- İlgi: a) 28/02/2007 tarihli ve B.08.4.EGD.0.33.03.311-311/1084 sayılı Makam Onayı.
b) Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nün 03/09/2010 tarih ve 2302 sayılı yazısı.
c) Valilik Makamı'nın 13/09/2010 tarihli ve 61089 sayılı Makam Onayı.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim ABD İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Berna KUTLUK'un "İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Örüntü Kavramına İlişkin Öğrenci Güçlükleri Bilgilerinin İncelenmesi" konulu tez çalışması için kullanacağı ölçekleri, ekli listedeki Buca, Karabağlar, Narlıdere ve Seferihisar ilçelerine bağlı ilköğretim okullarının Matematik öğretmenlerine uygulaması Valilik Makamının ilgi (c) onayı ile uygun görülmüştür.

Araştırmacı tarafından yapılan sunu çalışmasının tamamlanmasından itibaren en geç iki hafta içinde, ilgi (a) Makam Onayı ile yürürlüğe giren Yönerge kapsamında "Araştırmanın Teslimine İlişkin Taahhütname Tutanağı" doldurularak çalışmanın iki örneğinin CD'ye aktarılması Müdürlüğümüze gönderilmesi gerekmektedir.

Gereğini ve bilgilerinizi rica ederim.


Himmet UYGUN
Vali a.
Müdür Yardımcısı

GELEN EVRAK	
Tarihi	23 EYLUL 2010
Kayıt No	2255
Barınak	

EKLER:

- 1) Valilik Onayı (1 Sayfa)
- 2) Araştırma Değerlendirme Formu (1 Sayfa)
- 3) Onaylı Veri Araçları (4 adet 13 sayfa)
- 4) Okul Listesi (1 Sayfa)
- 5) Araştırma Tamamlandıktan Sonra, Araştırmanın Teslimine İlişkin Taahhütname Tutanağı (1 Sayfa)



35268 Konak / İZMİR
Telefon : (0 232) 4410332/208
Faks : (0 232) 4893069
E-Posta : arqe35@meb.gov.tr
İnt. Adresi : <http://izmir.meb.gov.tr>

