T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN GELİŞTİRİLMESİNDE BİLGİYİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Bülent Nuri ÖZCAN

İzmir
2012

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN GELİŞTİRİLMESİNDE BİLGİYİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Bülent Nuri ÖZCAN

DANIŞMAN
Doç. Dr. Elif TÜRNÜKLÜ

İzmir
2012

YEMİN

Doktora tezi olarak sunduğum "İlköğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Geliştirilmesinde Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi" adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurulmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin Kaynak Dizini'nde gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

19.01.2012

Bülent Nuri ÖZCAN

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne

İşbu çalışma, jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Doç. Dr. Elif TÜRNÜKLÜ

Üye : Prof. Dr. Mehmet SEZER

Üye : Yrd. Doç. Dr. Süha YILMAZ

Üye : Yrd. Doç. Dr. Hasibe Sevgi MORALI

Üye : Yrd. Doç. Dr. Sibel YEŞİLDERE

Onay
Yukarıda imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

19/01/2012

Prof. Dr. h. c. İbrahim ATALAY
Enstitü Müdürü

T.C
YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
ULUSAL TEZ MERKEZİ

TEZ VERİ GİRİŞİ VE YAYIMLAMA İZİN FORMU

Referans No	**423001**
Yazar Adı / Soyadı	BÜLENT NURİ ÖZCAN
Uyruğu / T.C.Kimlik No	T.C. 21682589720
Telefon / Cep Telefonu	0532 508 83 13 0530 963 66 69
e-Posta	bnozcan@yahoo.com
Tezin Dili	Türkçe
Tezin Özgün Adı	İlköğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Geliştirilmesinde Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi
Tezin Tercümesi	The Investigation of Knowledge Construction Process of Primary School Students While Developing Geometric Thinking Levels
Konu Başlıkları	Eğitim ve Öğretim
Üniversite	Dokuz Eylül Üniversitesi
Enstitü / Hastane	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Bölüm	İlköğretim Bölümü
Anabilim Dalı	İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Bilim Dalı / Bölüm	İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Türü	Doktora
Yılı	2012
Sayfa	317
Tez Danışmanları	Doç. Dr. ELİF TÜRNÜKLÜ
Dizin Terimleri	Buluş yoluyla öğretim=Discover method teaching Van Hiele geometri=Van Hiele geometry Soyutlama=Abstraction
Önerilen Dizin Terimleri	Bilgi Oluşturma=Knowledge Construction
Yayımlama İzni	☐ Tezimin yayımlanmasına izin veriyorum ☑ Ertelenmesini istiyorum **[1 Yıl]**

b. Tezimin Yükseköğretim Kurulu Tez Merkezi tarafından çoğaltılması veya yayımının **05.02.2013** tarihine kadar ertelenmesini talep ediyorum. Bu tarihten sonra tezimin, internet dahil olmak üzere her türlü ortamda çoğaltılması, ödünç verilmesi, dağıtımı ve yayımı için, tezimle ilgili fikri mülkiyet haklarım saklı kalmak üzere hiçbir ücret (royalty) talep etmeksizin izin verdiğimi beyan ederim.
NOT: (Erteleme süresi formun imzalandığı tarihten itibaren en fazla 3 (üç) yıldır.)

07.02.2012

İmza:................................

TEŞEKKÜR

Bu tez, danışmanım Doç. Dr. Elif TÜRNÜKLÜ'NÜN sabrı sayesinde ortaya çıkmıştır. Doktora sürecinde bana inanan, beni sabırla yönlendirip bir araştırmacı olabilmem için en az benim kadar çaba gösteren ve yönlendiren, sadece bilim insanı olarak değil insan olarak da değer verdiğim hocama sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Lisans eğitimim sırasında akademik çalışmalar yapmam konusunda beni heveslendiren Prof. Dr. Safure BULUT'A ve Prof. Dr. Behiye UBUZ'A, Yüksek Lisans sürecinden itibaren bana her zaman güven duyan ve destekleyen yüksek lisans tez danışmanım Prof. Dr. Mehmet SEZER'E, doktora süreci boyunca benimle olan paylaşımlarındaki hem insani boyutta hem de bilimsel nitelikte katkılarından dolayı Yrd. Doç. Dr. Süha YILMAZ'A, yaptığı çalışmalarla örnek aldığım hem bir arkadaş hem de bir bilim insanı olarak bana çok değerli katkıları olan Yrd. Doç. Dr. Sibel YEŞİLDERE'YE ve çalışmalarımı takip edip bana katkı yapan Yrd. Doç. Dr. Sevgi MORALI'YA teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım sırasında benden yardımlarını esirgemeyen arkadaşlarım Yasemin BAYKAL'A, Ebru OZMAN'A, Esra SEZGİN'E, Namık YILDIZ'A, Derya YILDIZ'A, Dr. Eylem YILDIZ FEYZİOĞLU'A, Funda ABALI'YA, Yrd. Doç. Dr. Yücel FİDAN'A ve Funda GÜNDOĞDU ALAYLI'YA ve teşekkürü bir borç bilirim.

Uygulamalarım sırasında bana fırsat yaratan ve beni destekleyen başta İzmir Özel Tevfik Fikret İlköğretim Okulu Müdürü Ünal BOZKURT, Müdür Yardımcısı Tarkan ERDOĞAN ve Özel 75. Yıl İlköğretim okulu yönetici ve öğretmen ve personeli olmak üzere çalışma yaptığım tüm kurum yönetici, öğretmen ve personeline teşekkür ederim.

Beni bugünlere getiren başta annem ve babam olmak üzere tüm aileme ve bana emeği geçen öğretmenlerime sonsuz minnetlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ

ŞEKİL LİSTESİ

ÖZET

Araştırma kapsamında, ilköğretim 7. sınıf öğrencilerin geometride bilgiyi oluşturma süreçlerini inceleyerek düşünsel süreçlerini ortaya çıkarmak amaçlamakta ve “ilköğretim 7.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin yapısı nasıldır?” sorusuna yanıt aranmaktadır.

Buluş yoluyla öğretimin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisini belirlemek amacıyla ön test-son test kontrol gruplu deneysel desen kullanılmıştır. Araştırma, 2010-2011 öğretim yılında iki özel okulda 7. sınıfa devam eden 118 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilere geliştirilen "Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi" ve deney grubunda yer alan öğrencilere buluş yoluyla öğrenme stratejisine göre hazırlanan etkinlikler uygulanmıştır. Araştırmada farklı geometrik düşünme düzeylerine sahip öğrencilerde bilgiyi oluşturma süreçlerinin nasıl gerçekleştiğini ortaya koymak amaçlandığından araştırmanın bu bölümünde örnek olay çalışması araştırma metodu olarak belirlenmiştir. 7. sınıf öğrencilerinden farklı geometrik düşünme düzeylerindeki on iki öğrencinin bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Bu inceleme süresince örnek olay çalışmasında görüşme ve gözlem veri toplama teknikleri kullanılmıştır. Bilgi oluşturma süreci RBC soyutlama teorisi temel alınarak incelenmiştir.

Deneysel çalışma bulgularına dayanılarak buluş yoluyla öğrenme yaklaşımına göre tasarlanan öğretimde keşfetmeye yönelik etkinliklerin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirdiği söylenebilir. Örnek olay çalışması bulgularına dayanılarak, araştırmaya katılan farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların olduğu tespit edilmiştir. Bunların yanında öğrencilerin kullandıkları matematiksel dilin, oluşturdukları hipotezlerin ve gerekçelendirme şekillerinin de birbirinden farklı olduğu söylenilebilir.

Anahtar Kelimeler: Van Hiele geometri, Buluş Yoluyla Öğretim, Bilgi Oluşturma, Soyutlama.

ABSTRACT

This research aims to investigate 7th grade students knowledge construction process in geometry and to find an answer to the questions: ‘ How do the 7th grades students construct their knowledge while developing their geometric thinking levels?’ with a close analysis of their process of forming knowledge.

This study, which mostly involves qualitative research techniques, as well covers quantitative ones to be highly appropriate for the research questions highlighted. It involves experimental pre-test post test model to define the affect of teaching by making discovery learning strategy to the students’ geometric thinking levels. The study covers 118 students attending 7th grades in two different private schools. The research method is also involves case study since it aims to find out how students with different geometric thinking levels construct knowledge. Knowledge construction process of twelve different students at 7th grade is analysed. During this analysis process different methods like interview and observation data collection techniques are also used. Knowledge construction process is analyzed on the bases of RBC abstraction theory.

On the bases of the results of experimental study findings it can be stated that the activities which are designed so stat students can make discoveries help students improve their geometric thinking levels. It is identified that on the bases of case study while constructing their knowledge students with different geometric thinking levels have different approaches. It can also be stated that the students vary in terms of the mathematical language they use, the hypothesis they make and the way they use while making it.

Key Words: Van Hiele geometry, Discover method teaching, Knowledge Construction, Abstraction.

BÖLÜM I

GİRİŞ

Beş bölümden oluşan tezin bu bölümünde araştırmanın genel hatları; problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, problem cümlesi ve alt problemler, sayıltılar, sınırlılıklar ve yapılan kısaltmalar sunulmaktadır. İkinci bölümde araştırma konusuyla ile ilgili yayın ve araştırmalar yer almaktadır. Buluş yolu ile öğrenme ve matematik dersi özelinde katkıları ele alınmakta, geometri öğrenme-öğretme sürecinde van Hiele teorisine değinilmekte ve bilgi oluşturma süreçleri farklı bakış açılarına göre incelenip tartışılmaktadır. Araştırmada analitik araç olarak seçilen RBC soyutlama teorisi açıklanmakta ve seçilme nedenleri belirtilmektedir. Üçüncü bölümde araştırmanın yöntemi yer almaktadır. Bu bölümde araştırma modeli, denekler ve katılımcılar, veri toplama araçları, prosedür, araştırmanın geçerlik ve güvenirliği ve veri çözümleme teknikleri ayrıntılı biçimde açıklanmaktadır. Dördüncü bölümde etkinlik deneysel ve örnek olay çalışmalarından elde edilen bulgular ve yorumlar yer almaktadır. Besinci bölümde, dördüncü bölümde ortaya konan bulgularına dayalı olarak ulaşılan sonuçlara, bu sonuçlarla ilgili tartışmalara ve sonuçlar çerçevesinde geliştirilen önerilere yer verilmektedir.

1.1.Problem Durumu

Matematik eğitimi çalışmaları pratikte çok eski zamanlara dayanmasına rağmen, teorik olarak bu alanda yapılanlar yeni sayılabilir. Uzun yıllardır, matematik eğitimi bir uygulama alanı olarak görülmüş ve başka alanlarda geliştirilen teoriler matematik eğitimcileri tarafından sınıfta öğrenmeyi anlamak için kullanılmıştır(Fishbein, 1999).

Bilgi içeriği ve görsel uzamsal beceriler açısından hayatın her alanında öneme sahip olan geometri, öğretimi konusunda ciddi sorunların yaşandığı bir matematik dalıdır. Geometri, içinde yaşadığımız dünyayı düzgün resmetmenin ve tanımlamanın bir yoludur(Hacısalihoğlu ve diğer, 2004). İnsan yaşamında ve matematikte çok önemli bir yeri olan geometri, matematik öğretiminde kullanılabilen somut deneyimlerin kazanılmasında etkin rol oynar(Usiskin, 1982).

Son yıllarda matematik öğretimi alanında ortaya konan gelişmelerle paralel olarak matematiğin önemli bir parçası olan geometri öğretimi konusunda da birçok çalışma yapılmıştır. Temel bir beceri olarak kabul edilen geometri öğretimine önem verilmekte ve daha iyi bir öğretim sürecinin oluşturulması için çaba sarf edilmektedir.

Geometrinin temel bir beceri olmasının sebepleri söyle açıklanabilir (Sherard, 1981):

- Geometri iletişim kurmada önemli bir yere sahiptir.
- Geometri gerçek yaşamda karşılaştığımız problemlere çözüm bulmada önemli bir uygulama alanına sahiptir.
- Geometri temel matematiğin diğer alt dallarında uygulama alanına sahiptir.
- Geometri sahip olduğu özellikler sayesinde insanlarda uzamsal algılama gücünü de sağlamaktadır.
- Geometri zihni harekete geçirme, zihin jimnastiği yapma ve problem çözme becerilerini geliştirme de bir araçtır.
- Kültürel ve estetik yapılara bakıldığında birçok geometrik şekle rastlamak olanaklıdır (Akt: Temur, 2007).

Çocuklar öğrenme ve gelişim konusunda ilk dünyaya geldikleri andan itibaren doğal bir gelişimsel ilerleme süreci izlerler (Clements ve Sarama, 2009). Çocuklar büyüdükçe bilinçli yada bilinçsiz deneyimlerinin etki alanı da giderek genişler ve bu deneyimler de öğrenmeyi destekler(Orton ve Frobisher, 1997). Öğrenme sadece bilgilenme değil, bilgiyi kullanma ve ondan yeni bilgi üretmektir (Özden, 2005).

Geometri öğretimi, erken yaşlarda oyun şeklinde başlayıp, bulmaca niteliğinde sürdürülüp, sağlam sezgi, kavram ve bilgiler kümesi olarak geliştiğinde matematiğin en ilginç ve zevkli bölümünü oluşturur(Gür, 2005). Bir çok araştırma belli uzamsal yetenekleri olan çocukların matematik alanında daha başarılı olduklarını ve şekillerin bilişsel gelişimde temel bir kavram olduğunu ortaya koymaktadır (Clements ve Sarama, 2009).

Geometri öğretiminde aslında birbiri ile iç içe olan iki tane hedef bulunmaktadır. Bunlardan birisi, programda yer alan kazanımların edinilmesi bir diğeri de öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesidir. Programdaki kazanımların edinilmesi amacıyla yapılacak eğitimin niteliği geometrik düşünme düzeyini geliştirecek şekilde olmalıdır(Baykul, 2002).

Geometrik düşünme düzeyini geliştirmek amacıyla öğrenme-öğretme sürecinde problem çözme, akıl yürütme, iletişim kurma ve ilişkilendirme en önemli beceriler olarak karşımıza çıkmaktadır. Çocukların matematiksel gelişimlerinin önemli bir bileşeni, nasıl etkin bir şekilde problem çözüleceğini öğrenmeleridir (Geary, 1996). Geometrinin kendi terminolojisindeki sözcüklerin kullanımı ve bu terminoloji çerçevesinde iletişim kurma da bu süreçte son derece önemlidir (Hacısalihoğlu ve diğer, 2004). Matematiksel akıl yürütme, matematiksel tahminleri oluşturma, matematiksel tartışmaları geliştirme ve değerlendirme, bilgileri çeşitli sekilerde sunma ve sunmayı tercih etme becerilerini içeren üst düzey bir düşünme becerisidir(Yeşildere, 2006). İlişkisel anlamaya dayalı öğrenme öğrenci açısından faydalıdır. İlişkilendirme yoluyla (Baykul, 2002: 27);

1. Öğrenme zevkli hale gelir.
2. Öğrenilenlerin hatırlanması kolaylaşır ve öğrenme daha kalıcı olur.
3. Yeni kavramlar daha kolay öğrenilir, kendi kendine öğrenme kolaylaşır.
4. Problem çözme becerisi gelişir.
5. Matematik kaygısı azalır ve matematiğe karşı olumlu tutum gelişir.

Çocukta geometrik düşünmenin gelişimi ile ilgili olarak Piaget ve Van Hiele yaklaşımları ön plana çıkmaktadır. Piaget'in teorisi geometrik düşüncenin gelişim ile ilerleyeceğini ortaya koymaktadır. Diğer taraftan Van Hiele ise geometrik düşünmenin süreç içerisinde ilerleyeceğini savunmaktadır(Van Hiele, 1986).

Pierre ve Dina van Hiele'nin ortaya koydukları modele göre Van Hiele düzeylerinin genel özellikleri şöyle sıralanabilir:

- Düzeyler arası hiyerarsik bir yapı vardır.
- Düzeyler arasında ilerleme yastan çok alınan eğitimin sürecine bağlıdır.
- Her düzey kendi dil sembollerine ve bu sembolleri bağlayan ilişkiler sistemine sahiptir.
- Öğrencinin bulunduğu düzey ile öğretimin yapıldığı düzey farklı ise öğrenme gerçekleşmez.
- Bir düzeydeki doğal hedef gelecek düzeydeki çalışmanın amacını oluşturur (Akt: Clements ve Battista, 1992).

Van Hiele modeli genellikle öğrencilerin geometrik düşünsel süreçlerini beş kavramsal düzeyde ele alan bilişsel bir model olarak düşünülmektedir(Usiskin, 1982). Bu düzeyler: 1.Görsel dönem, 2. Analitik dönem, 3.Yaşantıya bağlı çıkarım, 4. Çıkarım ve 5.En ileri dönemdir.

Van Hiele düzeyleri üzerine yapılan çalışmalar iki konuda yoğunlaşmaktadır(Jurdak, 1991):

1. van Hiele düzeylerinin hiyerarşik yapısı
2. van Hiele düzeylerine göre oluşturulmuş etkinliklerle öğrenci performanslarını belirleme.

Geometrik düşünmenin gelişiminde yani öğrencilerin bir düzeyden diğerine geçebilmelerinde öğretim sürecinin ve öğretmenin rolü çok önemlidir. Van Hiele düzeylerine göre verilen eğitimde öğrencilerin araştırmaya, denemeye ve keşfetmeye ihtiyaç duyacakları, öğrenci merkezli yaklaşımların temel alınması gerekmektedir(Akkaya, 2006).

Bu noktada akla gelen ilk model Jerome Bruner'in öğrenme yaklaşımının bir sonucu olan buluş yolu ile öğrenme modelidir. Matematiğin yapısına en uygun öğrenme modellerinden birisi buluş yoluyla öğrenmedir(Baykul, 2002).

Bu model öğrenci merkezli bir model olduğundan dolayı öğretmenin donanımlı ve iyi bir rehber konumunda olması gerekir. Öğretmen, öğrencilere konular ile ilgili sorular sorarak, onlarla konuları ve kavramlar arasındaki ilişkileri tartışarak araştırmalar ve keşifler yapması için fırsatlar sağlamalıdır(Orton ve Frobisher, 1997). Öğrenci-öğretmen etkileşiminin yoğun olduğu etkinlik sürecinin iyi yapılandırılması ve yönlendirilmesi gerekmektedir. Öğretim süreci somuttan soyuta doğru bir anlayış ile yapılandırıldığında hiç kuşku yok ki öğrenciler daha iyi öğrenebilmektedir(Clements ve diğer, 1999).

Geometri öğretme sürecindeki bilgi oluşturma ve soyutlama kavramları incelemeye değerdir. Russel (1926), soyut düşüncenin insan zekasının en üst düzey başarısı ve en güçlü aracı olduğunu belirtmektedir. Soyutlama bir taraftan matematiğin en önemli özelliklerinden biriyken diğer taraftan da matematik öğrenmedeki başarısızlığın ana nedenlerinden biri olarak görülmektedir(Ferrari, 2003).

Soyutlama fikri iki farklı bakış açısına göre yorumlanmaktadır. Bunlardan ilki bilişsel, diğeri ise sosyokültürel soyutlama görüşüdür (Yeşildere, 2006). Soyutlamaya sosyokültürel açıdan bakan soyutlama teorilerinden biri olan Herskowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından ortaya konan RBC soyutlama teorisi öğrencilerin geometric kavramları oluşturma sürecini incelemede kullanılabir.

Bu teoriye göre soyutlama süreci, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak tanımlanmaktadır(Herskowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

RBC soyutlama teorisine göre soyutlama, Tanıma(Recognizing), Kullanma (Building with) ve Oluşturma (Constructing) olarak belirtilen üç epistemic eylemden oluşur. Teori bu epistemic eylemlerin ilk harflerinin bir araya getirilmesiyle isimlendirilmiştir.

Bu araştırmada öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde buluş yolu ile öğrenme stratejisinin etkisi incelenmekte, farklı geometrik düşünme düzeylerindeki öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri incelenmektedir. Bu süreçlerin gerçekleştirilme şekillerindeki benzerlikler, farklılıklar ve aralarındaki ilişki araştırılmaktadır.

1.2.Amaç ve Önem

Öğretme öğrenme sürecindeki yaşadığımız temel problemlerden birisi öğretmenin öğretmesinin değil öğrencilerin öğrenmesinin üzerinde durulmamasıdır. Bu süreçte daha çok öğrencilere kavram öğretimi ezberletme biçiminde olmaktadır. Bu sürece oluşturmacı felsefe açısından bakıldığında öğrencilerin kavramları ezberlemeleri değil iyi hazırlanmış bir sürecin sonunda oluşturmaları beklenmektedir.

Van Hiele teorisi, hiyerarşik yapısı nedeniyle öğretime öğrencilerin bulundukları seviyeden başlanılması gereğini ortaya koymakta ve ilköğretim düzeyinde ilk üç seviye üzerinde durulmaktadır. İlköğretim ikinci kademedeki bir öğrenci geometrik düşünmenin ikinci düzeyinde olup üçüncü düzeye geçiş sürecindedir (Gür, 2005). Yapılan araştırmada geometrik düşünme düzeylerini geliştiren etkinlikler ile öğretim yapılarak öğrencilerin bilgiyi nasıl oluşturdukları incelenmiştir.

Araştırma, ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerini inceleyerek düşünsel süreçlerini ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır.

Araştırma, geometri öğretiminde yaşanan sıkıntıların giderilmesi konusunda çözüm olabilecek yaklaşımların ortaya konması açısından önem taşımaktadır. Ayrıca soyutlama süreci incelenerek van Hiele düzeylerine farklı bir boyut getirilmesi mümkün olabilecektir. Bunun yanında, program konusunda birtakım yenilikler ortaya konabilir ve etkinlikler geliştirilerek uygulanabilirliği sağlanabilir.

1.3. Problem Cümlesi

İlköğretim 7. Sınıfta geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde ve farklı geometrik düşünme düzeylerine sahip öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin yapısı nasıldır?

1.4.Alt Problemler

1. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri nasıl geliştirilir?
2. Geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
3. Farklı geometrik düşünme düzeylerine sahip öğrencilerde bilgiyi oluşturma süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
4. Öğrencilerin geometride bilgiyi oluşturma yapısı ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasında bir ilişki nasıldır?

1.5. Sayıtlılar

1. Öğrenciler, geometrik düşünme düzey belirleme testini ve görüşme sorularını içtenlikle yanıtlamışlardır.

2. Görüşmelerde sorulan sorular öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini ortaya çıkaracak niteliktedir.

3. Araştırmada kullanılan örnek olay çalışması problemlerinde alınan uzman görüşleri yerinde ve yeterlidir.

4. Araştırma süresince kontrol altına alınamayan değişkenler deney ve kontrol grubunu aynı şekilde etkilemiştir.

5. Bu araştırmada kullanılan kaynaklardan elde edilen bilgiler gerçeği yansıtmaktadır.

6. Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının, veri toplamada ve yorumlamada yeterli olduğu kabul edilmektedir.

1.6.Sınırlılıklar

1. Araştırma 2010-2011 eğitim öğretim yılı İzmir il merkezindeki iki özel okulun yedinci sınıfına devam eden öğrencilerden elde edilen veriler ile sınırlıdır.
2. Araştırma biri deney grubu diğeri kontrol grubu olmak üzere iki okul ile sınırlıdır.
3. Araştırma ilköğretim 7. sınıf matematik programında yer alan geometri öğrenme alanında yer alan doğrular ve açılar, çokgenler, eşlik ve benzerlik, çember ve daire alt öğrenme alanları ve bunlarla ilgili ölçme öğrenme alanında yer alan kazanımlarla sınırlıdır.
4. Örnek olay çalışması bulguları araştırmanın gerçekleştirildiği öğrencilerin verileri ile sınırlıdır.

1.7. Kısaltmalar

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

RBC: Tanıma-Kullanma-Oluşturma süreçlerinin kısaltması

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde buluş yoluyla öğrenme yaklaşımı, van Hiele geometrik düşünme düzeyleri, RBC soyutlama teorisi ile ilgili yayın ve araştırmalar yer almaktadır. Buluş yolu ile öğrenme ve matematik dersi özelinde katkıları ele alınmakta, geometri öğrenme-öğretme sürecinde van Hiele teorisine değinilmekte ve bilgi oluşturma süreçleri farklı bakış açılarına göre incelenip tartışılmaktadır. Araştırmada analitik araç olarak seçilen RBC soyutlama teorisi açıklanmakta ve RBC soyutlama teorisinin seçilme nedenleri belirtilmektedir.

2.1. Buluş Yoluyla Öğrenme

Buluş yoluyla öğrenme J. S. Bruner tarafından 1960 lı yıllarda ortaya konmuş ve dünyanın pek çok ülkesinde kabul görüp uygulanmış bir öğrenme yaklaşımıdır. Öğrenci merkezli olan bu yaklaşıma göre öğrencilerin öğrenme sürecine aktif olarak katılmaları ve sınıf içerisinde daha bağımsız hareket edebilmeleri önemlidir(Senemoğlu, 2011). Öğrenciler problem çözme sürecine aktif olarak katıldıklarında oluşturulan ilişkiler ve bağlantılar başkasının değil öğrencinin kendisinin önceki bilgilerine dayalı olarak oluşur(Svinicki, 1998). Bu durumda gerçekleşen öğrenmenin öğrenci açısından daha anlamlı ve kullanılabilir olması anlamına gelmektedir.

Her insanda merak duygusu ve keşfetme isteği az ya da çok vardır. Bu noktadan hareketle buluş yoluyla öğrenme yaklaşımı eğitim-öğretim sürecinde özellikle de matematik eğitimi alanında önemli bir yere sahip olmuştur. Matematik eğitiminin yapısına en uygun yaklaşımlardan birisi buluş yoluyla öğrenme yaklaşımıdır(Baykul, 2002). Buluş yoluyla öğrenmeyi diğerlerinden ayıran noktalar, öğrenciye sorumluluk vermesi, varsayım üretme, deney dizaynı ve bilgiyi yorumlama gibi süreci zenginleştirmede merkezi role sahip özelliklere sahip olmasıdır(Swaak ve diğ, 2004). Bu yaklaşıma uygun hareket edildiğinden öğrencilerin kavramları ve kuralları öğrenip uygulamanın ötesinde çok ciddi bir kazanımları daha olur. O da matematiksel düşünmenin geliştirilmesidir.

Bruner, buluş yoluyla öğrenme yaklaşımının ilkelerini 1960 yılında yazdığı "The Process of Education" ve 1966 yılında yazdığı "Toword a Theory of Instraction" adlı kitaplarında ortaya koymuştur.

Öğrenci merkezli olan bu yaklaşımda bilgi, kavram, kural ve tanımları iyi yapılandırılmış bir süreç sonunda öğrencinin önceki bilgilerini ve yönlendirmeleri kullanarak kendi kendine keşfetmesi esastır(Erden ve Fidan, 1997).

Senemoğlu'na göre(2002) buluş yoluyla öğretim yaklaşımının temelinde aşağıdaki beş ilke vardır(Akt. Deniz, 2010);

- Öğretim süresince yeni bilgilerin alınması.
- Yeni bilgilerin önceki bilgiler ile karşılaştırılması.
- Karşılaştırma sonucu yeni bilgilerin oluşturulması.
- Oluşturulan yeni bilgilerin hafızada kodlanması.
- Hatırlamanın güçlü kılınması.

Buluş yoluyla öğrenme yaklaşımı öğrencilerin sezgilerini, hayal güçlerini ve yaratıcılıklarını ortaya koymaları için uygun ortamlar oluşmasını sağlayan bir yaklaşımdır(Olkun&Toluk, 2003). Bu yaklaşımın uygulama sürecinde verilen örneklerdeki benzerlikler ve farklılıkların incelenerek öğrenci tarafından ilke ve genellemelere ulaşılması sırasında sezgisel düşünmeye ihtiyaç duyulur. Sezgisel düşünme, bireyin problemi çözebilmesi için, tahminler yapmasını, varsayımlar üretmesini ve bu varsayımları denemesini içine alan bir süreçtir(Deniz, 2010).

Bruner'e göre birey, eylemsel, imgesel ve sembolik olmak üzere üç farklı şekilde bilgi edinir. Eylemsel dönemde, bilgiler çocuğun duyu organlarını kullanarak doğrudan nesnelerle ilişki kurması neticesinde kazanılırken imgesel dönemde çocuğun belleğindeki modeller daha çok görsel imgelerle oluşur. Bu nedenle de öğretim sürecinde şekil, resim, fotoğraf ve videolardan yararlanılabilir. Sembolik dönemde ise dil ve semboller ön plana çıkar, birey semboller kullanarak, somut yaşantı geçirmeden yeni modeller geliştirebilir. Bununla birlikte sembolik dönemde bazı zamanlarda öğrenci tarafından eylemsel ya da imgesel düzeye başvurulabilir(Oklun ve Toluk, 2003). Bu durum öğretim faaliyetlerinde öğrencilerin gelişim düzeyinin mutlaka dikkate alınması gerektiğini ortaya koymaktadır. Öğretmen gerekli bilgileri bu özellikleri göz önüne alarak öğrencilerine sunmalıdır.

Buluş yoluyla öğrenme sürecinde öğretmenin üzerine bazı görevler düşmektedir. Bunların başında öğrenme ortamını düzenlemek ve keşif sürecinde öğrenciyi heveslendirmek gelmektedir. Öğretmen bu süreçte rehberlik yapan, yönlendiren ve koordine eden kişi konumundadır. Öğretmenin, öğrencilerde öğrenmeye karşı olumlu tutum geliştirmek için uygun düzeyde belirsizlik yaratarak merak güdüsünü harekete geçirmesi gereklidir(Fidan, 2009).

Öğretmen etkinlik sürecinde uygun soruları sormayı, derste kullanılacak örnekleri, kaynak materyal ve araç-gereçleri hazırlamayı etkinlik için ayrılan zamanın boşa gitmemesi için çok dikkatli bir şekilde planlamalıdır(Tomei ve Dembo, 2000).

Buluş yoluyla öğrenme sürecinde öğrenci hem zihinsel hem de bedensel olarak aktif rol almak zorundadır. Bu şekilde öğrencinin aktif olarak öğrenme sorumluluğunu alıp katılımının gerçekleştiği durumlarda bilgiyi analiz edip sentez yapması ve uygulaması beklenmektedir(Senemoğlu, 2011).

Buluş yoluyla öğretim yaklaşımının benimsendiği bir etkinlik sürecinin başarıya ulaşabilmesi için genel olarak aşağıda belirtilen unsurlara dikkat edilmesi gerekir(Aşçı, 2006);

- Öğretmenin kişiliği
- Öğretmenin konu ile ilgili bilgi düzeyi
- Konunun belirlenmesi
- Öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri
- Öğrenci sayısı
- Zamanlama
- Sınıf düzeni

Öğrenme-öğretme sürecinde üç ana unsur olan, merak duygusu, başarma isteği ve yönelmenin ortaya çıkması için bunların gerçekleşip keşfin oluşmasını sağlayacak etkinliklere yer verilmesi gerekmektedir(Senemoğlu, 2011).

Buluş yoluyla öğrenmede öğrencilerin önceki öğrenmelerinden yola çıkarak yeni bilgilere ulaşması amaçlanır. Buluş yoluyla öğrenmede soyutlamalar ve genellemelerden önce somut olaylara yer verilmesi gerekir(Açıkgöz, 2003). Bu süreçte öğrenilecek bilginin, uygulanacak etkinliğin içerik olarak öğrenci için yeni olması ve öğrencinin bu kendisi açısından yeni olan şeyi keşfetmesi gerekmektedir(Gevrer ve Sgroi, 2003)

Planlama, öğrenme-öğretme sürecinde hangi yaklaşım kullanılırsa kullanılsın çok önemli bir yere sahiptir. Buluş yolu ile öğrenme gibi öğrencilerin kendi bilgilerini aktif oldukları bir süreç sonunda oluşturmalarını beklediğimiz zaman sınırlı bir süreçte planlamanın önemi çok daha önemli ve hayatidir. Planlama aşağıdaki basamaklar dikkate alınarak yapılabilir(Kasa, 2004);

1. Hedef ve davranışlar belirlenmelidir.
2. Gerekli somut örnekler ve örnek olmayan durumlar belirlenmelidir.

3. Verilecek örnekler basitten karmaşığa doğru ve öğrencinin merakını sürdürecek şekilde seçilmelidir.
4. Zaman faktörünü dikkate almak gereklidir.

Yapılan planlama doğrultusunda gerçekleştirilen uygulama öğrencilerin genellemeye, çözüme, tanıma ulaşmalarını sağlayabilmelidir. Buluş yoluyla öğretim yaklaşımı "yapılandırılmış" ve "yapılandırılmamış" olmak üzere iki şekilde uygulanmaktadır(Senemoğlu, 2011).

Öğrencilerin, hedef, ilke, kavram ve çözümlerle ilgili hiçbir veri olmadan bir çalışma ortamında bazı ilke ve kavramları tesadüfen bulmasının beklendiği yapılandırılmamış buluş, sonuç elde etmek açısından her zaman güvenli bir yol olmadığından özellikle ilköğretim düzeyinde pek tercih edilmez.

Yapılandırılmış buluşta ise süreç öğretmen tarafından ayrıntılı bir biçimde planlanır. Bu planlama aşamasında öğrenciye kazandırılmak istenen hedef belirlenir, gerekli ipuçları ile örnekler seçilir, öğrenciden gelebilecek soru ve yanıtlar konusunda hazırlık yapılır. Öğretim sürecinde öğretmenin rehberliği ve bunun sınırları çok önemlidir. Ne öğrenci belirsizlikler içinde boğulmalı, ne de öğrenciye çözüm söylenmelidir(Senemoğlu, 2011).

Yapılandırılmış buluş diğer öğretim stratejilerine göre daha fazla zaman gerektirmektedir. Ancak bilginin kalıcılığı, hatırlanması ve transferi bakımından daha etkilidir(Gelibolu, 2010).

Buluş yolu ile öğrenmeyi temel alan farklı disiplinlerde birçok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalardan bazılarına aşağıda değinilmiştir;

Brechting&Hirsch(1977), yaptıkları deneysel çalışmanın sonucunda, başarı ve beceri kazanımı konusunda buluş yoluyla öğrenmeyi baz alan öğretme yaklaşımının uygulandığı grubun lehine anlamlı fark olduğunu; kavram öğrenimi ve matematiğe yönelik tutumlar konusunda bu grup lehine fark gözlemlense de bu farkın anlamlı olmadığını göstermişlerdir.

Tıraş(1997), yaptığı araştırma sonucunda buluş yoluyla matematik öğretimi ile geleneksel matematik öğretimi arasında, buluş yoluyla öğretim lehine anlamlı bir fark bulmuştur, Ayrıca, araştırma verileri, buluş yoluyla matematik öğretiminin öğrencilerin matematiğe karsı olan tutumunu önemli oranda etkilediğini ortaya koymaktadır.

Yarborough(1999), cebir öğretimi üzerine yaptığı çalışmada birçok konunun buluş yoluyla öğrenme yaklaşımına göre hazırlanması ve öğretilmesi durumunda öğrenci performansının artacağını ileri sürmüştür.

Ardahan&Ersoy(2001), grafik hesap makinelerinin kullanımına yönelik olarak öğretmen adayları üzerinde yaptıkları araştırma sonucunda öğretmen adaylarının yeniliklere açık olduğu, bilişsel araçların matematik öğretiminde kullanılmasından yana oldukları, kullanılan araç ve geliştirilen etkinliklerin öğretmen adaylarını sorgulayıcı ve buluş yoluyla matematik öğretimi konusunda isteklendirdiği ve cesaretlendirdiği sonucuna ulaşmışlardır..

Baki, Güven&Karataş(2002), deneysel çalışmalarında öğretmenlerin dinamik geometri yazılımlarını ilköğretim döneminden itibaren geometrik kavramların buluş yolu ile öğretimi için kullanabileceği, bu şekildeki öğrenmelerin de daha kalıcı, işlevsel ve diğer alanlara transfer edilebilir olacağı belirtmişlerdir.

Olkun(2002), yaptığı araştırma sonucunda öğrencilerin anlamını ve nereden geldiğini bilmeden verilen formülleri ezberlemeleri yerine o formülleri keşfetmeye çalışmalarının, onların matematiksel düşünme becerilerinin gelişmesi açısından daha önemli olduğu ortaya koymuştur. Bu çalışmada böyle bir yaklaşımın öğrencilerin hem ileriye dönük matematik öğrenmelerini, hem de matematiğe karsı olan tutumlarını olumlu yönde etkileyeceği belirtilmiştir.

Castronova(2002), yaptığı çalışmanın sonunda, buluş yoluyla öğrenmeye dayalı internet merkezli bir online öğretim aracı olan WebQuestler kullanılarak yapılan derslerde öğrencilerin, geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı derslerdeki öğrencilere kıyasla öğrenmeye daha fazla katıldıkları, birbirleriyle ve öğretmenleriyle daha fazla etkileşim içinde oldukları, daha yüksek düşünme düzeyinde sorular sordukları görülmüş ve derse yönelik tutumlarında da olumlu yönde değişim bulunmuştur. Diğer taraftan iki gruptaki öğrencilerin başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığı sonucuna ulaşılmıştır

Yazıcı(2002), derslerde buluş yoluyla öğrenmeyi esas alan öğretme yaklaşımının kullanılmasının öğrencinin başarısını olumlu yönde etkilediği ve motivasyonunu arttırarak derse aktif katılımın sağlandığını fakat tutum açısından anlamlı bir fark oluşmadığını araştırma sonuçlarına dayanarak ortaya koymuştur.

Dinç(2002), araştırmasında elde ettiği verilere göre, ortaöğretim ders kitaplarında buluş yöntemiyle verilebilecek konular olduğu halde verilmediği, buluş yöntemi ile öğretim alan öğrencilerin üslü sayılar ile ilgili testleri çözmedeki erişi puanları ile klasik öğretim alan öğrencilerin üslü sayılar ile ilgili testleri çözmedeki erişi puanları arasındaki farkın anlamlı olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Reid, Zhang ve Chen(2003), yaptıkları çalışma sonucunda bir benzetişim alanındaki öğrenme desteğinin, anlamlı, sistematik ve yansıtıcı buluş yoluyla öğrenme bakış açılarıyla yönlendirilmesi gerektiğini ortaya koymuştur.

Swaak , Jong ve Joorlingen(2004), yaptıkları deneysel çalışmada deney grubu öğrencileri buluş yoluyla öğrenme ortamında kontrol grubu öğrencileri ise açıklayıcı öğretim ortamlarında çalışmışlardır. Araştırma sonucunda, kontrol grubundaki öğrencilerin tanımsal bilgi testinde daha iyi performans gösterdiği görülmüştür. Sezgisel bilgi testinde deney grubu öğrencilerinin cevapların doğruluğu bağlamında kontrol grubu öğrencilerinden daha yüksek puan aldıkları fakat sorulara cevap vermek için gereken zaman bağlamında daha yüksek puan elde edememişlerdir. Açıklama testinde ise her ki grup arasında herhangi bir fark olmamıştır.

Kara ve Özgün-Koca(2004), çalışmalarının sonucunda; buluş yoluyla öğrenme yaklaşımının bilginin öğrenci tarafından keşfine dayandığı, buluş yoluyla öğrenmenin gerçekleşmesi için öğrenilenlerin diğer bilgilerle bağlanmasının önemli olduğu, öğretmenin rolünün rehberlikten öteye geçmemesi gerektiği, buluş yoluyla öğrenmenin tümevarımı savunduğu, bu yaklaşımda araç-gereç kullanımının önemli olduğu, aynı şekilde öğrencilerin birbirleri ile etkileşimlerinin öğrenme için önem taşıdığı, bunlara karşılık buluş yoluyla öğrenmenin oldukça zaman alıcı ve yüksek maliyetli olduğu ortaya çıkmıştır.

Bak, Yiğit&Özmen(2005), yaptıkları yarı deneysel çalışmada, öğrencilerin bilgiyi keşfedebilmeleri için kendi kendilerine yapabilecekleri etkinlikler onlara sağlanması ve kazandıkları deneyimleri farklı şekillerde ifade edebilecekleri proje çalışmalarına yer verilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır

Saab, Joolingen ve Hout-Wolters(2005), 15-17 yasları arasında değişen 21 çift 10. sınıf öğrencisi üzerinde gerçekleştirdikleri çalışmalarında, iletişim ve keşfederek öğrenme faaliyetleri arasında önemli ilişkiler bulmuşlardır.

Temizöz(2005), ilköğretim ikinci kademe matematik öğretmenleri ile gerçekleştirdiği araştırmasında matematik öğretmenlerinin birçoğunun, gerek ders planlarında, gerekse derslerinde genellikle geleneksel öğretim yöntemlerini kullandıklarını belirlemiştir. Diğer taraftan öğretmenler sunuş yoluyla öğretme yaklaşımının daha kolay uygulandığı ve daha az vakit alacağı, ancak buluş yoluyla öğretme yaklaşımının da öğrenci başarısı ve öğrenci tutumu konusunda daha etkili olacağı görüşünde oldukları belirtmiştir.

Kızıltaş(2005), ilköğretim 7. sınıf matematik dersi açılar konusunda yaptığı çalışmada buluş yoluyla öğretimin yapıldığı sınıflardaki öğrencilerin başarılarının geleneksel yönteme göre eğitim yapılan sınıflardan daha yüksek olduğu ve öğrencilerin tutumlarında da anlamlı farklılıklar ortaya çıktığını belirtmiştir.

Akar(2006), deneysel çalışmasının bulgularına dayanarak akademik başarı açısından buluş yoluyla öğrenme stratejisinin etkili olduğunu ifade etmiştir.

Aşçı(2006), çalışmasında buluş yoluyla öğretme yaklaşımı ile ilgili temel bilgileri, planlama ve uygulama aşamasında dikkat edilecek unsurları belirtmiş ve fizik derslerinde buluş yoluyla öğretim yaklaşımının öğrenci başarısını mevcut yöntemlere göre daha fazla artırdığını ortaya koymuştur.

Ünal&Ergin(2006), Aktamış, Ergin&Akpınar(2002), Üredi(1999), fen bilgisi dersleri buluş stratejisine uygun öğretim yöntemleri ile işlendiğinde öğrencilerin başarı düzeylerini arttığını ve öğrencilerin yaparak yaşayarak öğrendikleri bilgileri daha kolay kavradıkları ve bunların günlük hayatla ilişkisini kurabildiklerini ifade etmişlerdir.

Biber(2006), yaptığı araştırma sonucunda, matematik öğretiminde buluş yoluyla öğrenme yönteminin öğrencilerin yaratıcılık düzeylerini olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmıştır.

Ünlü(2007), yaptığı deneysel çalışmada, problem çözme ve buluş yoluyla öğretim kuramına göre geliştirilmiş Web tabanlı eğitim ortamının, öğrencilerin bilgi düzeylerini arttırmada anlamlı etkisi olmadığını ortaya koymuştur.

2.2. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri

Başlangıcının Babillilere ve Mısırlılara dayandığı düşünülen geometri insanoğlunun en çok uğraştığı ve yararlandığı alanlardan biri olmuştur(Buchanan, 1929). Doğduğumuz andan itibaren her çeşit şekille karşılaşabileceğimiz üç boyutlu bir dünyada yaşarız. O andan itibaren bu dünyayı her aşamada farklı şekilde olmak üzere keşfederiz. Çevremiz geometrinin temel elemanları olan üç boyutlu katı cisimlerden oluşmuştur. Bunun yanında düzlemsel şekiller olarak ifade edilen iki boyutlu şekiller ise sadece katı cisimlerin yüzeyi olarak bir fiziksel varlığa sahiptir(Orton&Frobisher, 1996: s. 133).

Geometri çalışmak ve buna paralel olarak geometrik düşüncenin gelişmesi, uzaysal becerilerin kazanılması, mantıksal düşünmeyi ve sonuç çıkarmayı geliştirme fırsatı sağlaması, insanların günlük yaşamında önemli rol oynaması ve materyallerle matematiksel kavramların görselleştirilmesine olanak sağlamasından dolayı önemlidir(Hacısalihoğlu ve diğ, 2004). Bunların yanında geometrik düşünce, okullarda verilen diğer derslerle ve matematikle bağlantılı olması dolayısıyla öğrencilerin sayısal problem çözme becerilerinin geliştirilmesi açısından da öneme sahiptir. Bu yolla öğrencilerin matematiğe bakış açılarını olumluya doğru değiştirmek mümkün olabilir(Olkun&Aydoğdu, 2003).

Öğrencilerin geometrik kavramları heyecan verici ve anlamlı bulmalarını sağlamak için öğretme-öğrenme süreçleri üzerinde araştırmalar yürütülmesi gerekmektedir(Clements&Battista, 1992). Hoffer(1981), geometri öğretiminde öğrencilere kazandırılması gereken beş temel beceriden bahsetmektedir. Bunlar; görüş becerileri, söz becerileri, çizim becerileri, mantık becerileri ve uygulama becerileridir. Kazandırılmak istenen bu beceriler de dikkate alındığında birçok alanda öneme sahip olan geometrinin öğretim sürecinin dikkatle tasarımlamak gerekmektedir. Bu süreçte çocukların, iyi bir geometri öğrenimi için araştırmaya, denemeye ve keşfetmeye gerek duymalarının yanında özellikle ilköğretim evresinde somut araçların da yardımıyla öğrencileri düşündüren etkinliklerin kullanılması yararlı olacaktır(Olkun&Aydoğdu, 2003).

Geometri öğretimi konusunda ön plana çıkan iki farklı teori vardır. Bunlar Piaget'nin gelişim kuramı ve van Hiele teorisidir.

Piaget bilişsel gelişim safhaları ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki üzerine bir çalışma yapan Denis(1987), iki teori arasında anlamlı farklar olduğunu ifade etmiş ve çalışması sonucunda van Hiele düzeylerinin hiyerarşik yapısına vurgu yapmıştır.

Lowry(1988), "Dokuz Yaşındaki Çocukların Alan ve Çevre Kavramları Üzerine Araştırma" adlı çalışması kapsamında yaptığı analizler sonucunda alan ve çevre ile ilgili kavramların öğretimini değerlendirmede Van Hiele modelinin uygun bir yapı olduğu sonucuna varmıştır.

Geometri öğretimi özelinde ele alınan bu iki teoriden van Hiele teorisi olarak adlandırılan teori Hollandalı matematik öğretmenleri Dina van Hiele-Geldof ve eşi Pierre van Hiele tarafından 1957 yılında Hollanda Utrecht üniversitesindeki doktora tezi ile ortaya konmuştur. Amerika'da ilk olarak konuyu ele alıp gündeme getiren Izaak Wirszup(1976)'un ardından 80 li yıllarda konu üzerinde çalışmalar yoğunluk kazanmıştır ve halen de güncelliğini korumakta olan teori bir çok farklı araştırmada ele alınmaktadır.

Van Hiele'e göre(1986) herkes aynı geometrik düşünme seviyelerini takip etmektedir. Model, geometrik düşüncenin gelişiminin görsel, analitik, yaşantıya bağlı çıkarım, çıkarım ve en ileri dönem olmak üzere beş düzeyden geçtiğini ortaya koymuştur. Söz konusu aşamalar bazı kaynaklarda 0-4 olarak belirtilmekte iken bazı kaynaklarda da 1-5 olarak belirtilmektedir. Bu çalışmada düzeyler 1-5 olarak belirlenmiştir. Çalışma kapsamında hiçbir düzeye atanamayan öğrenciler 0. düzey olarak kabul edilmiştir. Bu düzeylerin açıklamaları ve düzey belirleyicileri aşağıda belirtildiği gibidir(Usiskin, 1982; Burger&Shaughnessy,1986; Crowley, 1987; Fuys ve diğ, 1988);

Düzey 1 (Görsel Dönem):

Öğrenci şeklin özelliklerini dikkate almadan bir bütün olarak algılar ve ismini öğrenebilir. Bu düzeyde öğrenci kare ve dikdörtgenin farklı şekiller olduğunu düşünür. Bu düzey öğrencinin matematik alanıyla ilgili objelerle ilk tanıştığı dönemdir. Bu dönemde objelerle ilgili kazanılan deneyimler daha sonraki bütün çalışmaların temelini oluşturur. Bu düzey öğrencilerin objeleri görsel olarak algılamalarını ve zihinlerinde de görselleştirmelerini gerektirir(Smart, 2008). Öğrencilerin geometrik şekiller ile ilgili deneyimleri arttıkça şekiller hakkındaki yargıları da değişir(Oklun ve Toluk, 2003). Bu düzeyin öğrenciler tarafından iyi geçirilmesi sonraki düzeylere geçişin zor olmaması açısından önemlidir. Fuys ve diğerleri(1988: s. 58-59), bu düzeyin belirleyicilerini aşağıdaki şekilde ortaya koymuştur;

Öğrenci;

1. Bir bütün olarak görünüşünden bir şeklin örneklerini açıklar.
    a- Basit bir çizim diyagramda ya da kesme şekillerle
    b- Farklı durumlarla
    c- Bir şekilde ya da diğer daha karmaşık şekillerde

2. Bir şekli yapar, çizer ya da taklit eder.
3. Geometrik şekilleri adlandırır sınıflandırır ve standart olmayan adlar kullanır.
4. Şekilleri bir bütün oldukları esasına göre karşılaştırır ve sınıflandırır.
5. Bir bütün olarak görünüşlerinden şekilleri sözel olarak tanımlar.
6. Her zamanki problemleri genelde etkili olan özelliklerini kullanmak yerine şekiller üzerinde çalışarak çözer.
7. Bir şeklin bölümlerini tanır fakat
    a- Şekli parçaları bakımından analiz etmez.
    b- Bir grup şekli karakterize ederken özelliklerini düşünmez.
    c- Şekiller hakkında genellemeler yapmaz veya ilgili bir dil kullanmaz.

Düzey 2 (Analitik Dönem):

Bu seviyedeki bir öğrenci şekilleri bileşenleri ve bu bileşenler arasındaki ilişkileri kullanarak analiz eder. Bunun yanında deneysel olarak da bir şekil grubunun özelliklerini ortaya koyar ve problemleri çözmek için şekle ait özellikleri kullanır. Ayrıca öğrenci şekilleri özellikleri açısından karşılaştırır ve özellikleri açıklamak için uygun terminolojiyi kullanır. Fakat şekiller ile özellikleri henüz ilişkilendiremez. Örneğin dikdörtgen aynı zamanda bir paralel kenar değildir çünkü dikdörtgenin dik açısı olduğu halde paralelkenarın dik açısı yoktur (DeVilliers, 2003). Ayrıca, karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olduğunu kavrayamazlar.Şekli belirlemenin ötesinde özellikleri kullanarak şekli betimleyebilirler.Öğrenci şekle ait özellileri ve kuralları, katlama ve ölçme gibi etkinliklerle keşfeder ve onları deneysel yollarla kanıtlar. Şekillerle ilgili bazı genellemelere ulaşabilirler (Olkun ve Toluk, 2003). Öğrenciden bir şeklin açıklanması istendiğinde sadece gerekli olan değil o şekille ilgili öğrenmiş olduğu bütün özellikleri sıralar (Mistretta, 2000). Fuys ve diğerleri(1988: s. 60-63), bu düzeyin belirleyicilerini aşağıdaki şekilde ortaya koymuştur;

Öğrenci;

1. Şekillerin parçaları arasındaki ilişkileri tanır ve test eder (örneğin paralelkenarın karşıt kenarlarının eş olduğu, bir şekil örüntüsündeki açıların eş olduğu).

2. Parçalar ve ilişkileri için uygun sözcükleri hatırlar ve kullanır. (Örneğin; karşılıklı kenarlar, karşılıklı açılar eştir, köşegenler birbirini ortalar).

3.a- İki şekli parçaları arasındaki ilişkilere göre karşılaştırır.

b- Şekilleri belirli özelliklerine göre sınıflandırır.

4.a- Özellikleri bakımından bir şeklin sözel tanımını kullanır ve açıklar ve bu tanımı şekli çizmede/oluşturmada kullanır.

b- Kuralların sözel ve sembolik ifadelerini yorumlar ve uygular.

5. Belirli şekillerin özelliklerini deneysel olarak bulur ve o sınıfa giren şekiller için özellikleri geneller.

6.a- Bir şekil sınıfını özellikleri bakımından tanımlar (Örn: paralelkenar)

b- Belirli özellikler verilince bir figürün ne şekilde olduğunu söyler.

7. Bir şekil sınıfını karakterize etmek için hangi özelliklerin kullanıldığını bilir ve bunu diğer şekil sınıflarına da uygular ve özelliklerine göre şekil sınıflarını özelliklerine göre karşılaştırır.

8. Bildik olmayan bir şekil grubunun özelliklerini keşfeder.

9. Şekillerin bilinen özellikleri kullanarak ve akıl yürütme yoluyla geometrik problemleri çözer.

10. Şekillerin özellikleri ile ilgili genellemeleri kullanır ve formülleştirir

(öğretmen veya materyal tarafından yönlendirilerek ya da kendi kendine) ve ilgili dili kullanır (örneğin; bütün, her, hiçbir). Fakat

a- Bir figürün belirli özelliklerinin birbiri ile nasıl ilgili olduğunu açıklamaz.

b- Formal tanımları formülleştirip kullanmaz.

c- Verilen özellikler listesiyle belirli örnekleri kontrol etmenin ötesinde alt sınıfların birbirleri ile ilişkilerini açıklamaz.

d- Deneysel olarak bulunmuş genellemeler için mantıksal açıklamalara ve ispatlara gerek görmez ve ilgili dili doğru (örn; eğer, sonra, çünkü) şekilde kullanmaz.

Düzey 3(İnformal Tümdengelim veya Yaşantıya Bağlı Çıkarım):

Bu düzeyde öğrenci şekillerin özellikleri arasında ya da şekiller arasında ilişkilendirmeler ortaya koyabilir. Öğrenci mantıksal olarak kavram özelliklerini düzenler ve soyut tanımlamalar yapabilir. Şekilleri özelliklerine göre sıralayabilir ve gruplandırabilirler. Benzer özelliklere sahip şekil sınıfları arasındaki özellikleri ilişkilendirebilir (Mistretta, 2000).Bunun yanında kavramı belirlerken, gerekli ve yeterli özellikler arasında ayrım yapabilir. İnformal söylemler kullanarak bildiği ilişkilerden diğer ilişkileri çıkarsayabilirler. Bu düzeydeki öğrenci karşılıklı kenarları eşit olan bir şeklin kenarlarının paralel olduğunu ve karşılıklı açıları eşit olan şekillerin de karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olduğunu bilir (DeVilliers, 2003).

Fuys ve diğerleri(1988: s. 64-68), bu düzeyin belirleyicilerini aşağıdaki şekilde ortaya koymuştur;

Öğrenci,

1.a. Bir şekil sınıfını karakterize eden farklı özellik gruplarını tanır ve bunların yeterli olup olmadığını test eder.

b. Bir şekli karakterize edebilen en az sayıda özelliği belirler.

c. Bir şekil sınıfı için tanımı formüle eder ve kullanır.

2. İnformal gerekçeler belirtir (diyagramlar, katlanabilen kesme şekiller ve diğer materyaller kullanarak).

a. Verilen bilgiden bir sonuç çıkarırken, mantıksal ilişkiler kullanarak sonucun doğruluğunu savunur.

b. Şekil sınıflarını düzenler.

c. İki özelliği düzenler.

d. Tümdengelimle yeni özellikler keşfeder.

e. Soyağacındaki birkaç özelliğin birbiri ile ilişkisini ortaya koyar..

3. İnformal tümdengelimli gerekçeler verir.

a. Tümdengelimli bir gerekçe takip eder ve gerekçenin bileşenlerini sağlayabilir.

b. Tümdengelimli gerekçenin özetini ya da çeşitlemelerini verir.

c. Kendi tümdengelimli gerekçelerini ortaya koyar.

4. Bir şeyi ispatlamak için birden fazla açıklama ortaya koyar ve soyağacı kullanarak bu açıklamaların doğruluğunu kanıtlar.

5. İnformal olarak bir ifade ile onun karşıtı arasındaki farkları tanır.

6. Problemleri çözmek için bir takım stratejiler ve akıl yürütmeyi belirler ve kullanır.

7. Tümdengelimli gerekçelendirmenin rolünün farkına varır ve problemlere tümdengelimli bir şekilde yaklaşır, fakat

a. Aksiyomatik anlamda tümdengelimin anlamını algılayamaz (örneğin, tanımlar ve temel varsayımlara gerek duymaz).

b. Formal olarak bir ifade ve ifadenin karşıtını ayırt edemez (örneğin, Siyam ikizlerini ayıramaz – ifade ve karşıtı).

c. Teoremlerin ağları arasında henüz ilişki kuramaz.

Düzey 4 (Çıkarım):

Bu düzeydeki bir öğrenci bir matematiksel sistem bağlamında formal olarak tartışmalara girebilir ve bir ispat ortaya koyabilir. Öğrenciler geometrik bir kavramı ispatlayan, olgularla desteklenmiş mantıklı bir iddia oluşturabilirler (Mistretta, 2000). Aksiyom teorem ve tanımlara bağlı olarak yapılan bir ispatın anlam ve önemini kavrayabilen öğrenci aynı zamanda daha önce kanıtlanmış teoremlerden ve aksiyomlardan yararlanarak tümdengelimle başka teoremleri ispatlayabilir(DeVilliers, 2003; Fidan, 2009). Fuys ve diğerleri(1988, s 69-70), bu düzeyin belirleyicilerini aşağıdaki şekilde ortaya koymuştur;

Öğrenci;

1. Tanımlanmamış terimler, tanımlar ve temel varsayımların gerekliliğini fark ederler (örneğin önermeler).
2. Formal bir tanımın özelliklerinin (örneğin gerekli ve yeterli koşullar) ve tanımların eşliğini kabul ederler.
3. Düzey 2'de formal olarak açıklanmış ilişkileri aksiyomatik bir bağlamda ispatlar.
4. Teorem ile ilgili açıklamalar arasındaki ilişkileri ispatlar (örneğin konvers, invers ve kontrapozitif)
5. Teorem ağları arasındaki ilişkileri kurar.
6. Teoremlerin farklı ispatlarını karşılaştırır ve kıyaslar
7. İlk tanımın yada önermenin değiştirilmesinin etkilerini mantıksal bir sıra içerisinde inceler.
8. Pek çok farklı teoremi bir araya getiren genel bir prensip ortaya koyar.
9. Argümanları desteklemek için bir model kullanarak basit aksiyom serilerinden ispatlar oluşturur.
10. Formal tümdengelim argümanları oluşturur fakat aksiyomatikleri incelemez ya da aksiyomatik sistemleri karşılaştırmaz.

Düzey 5 (En İleri Dönem):

Bu düzeydeki bir öğrenci çeşitli aksiyomatik sistemler farkları anlar, ilişkilendirebilir, bunlar üzerinde çalışma yapabilir ve soyut çıkarımlarda bulunabilir.

Bu düzeyde genelde geometri katı teorik, oldukça soyut ve ispat temelli bir eksende sürdürülür (Smart, 2008). Bu düzeye ancak profesyonel matematikçilerin erişebileceği söylenebilir. Fuys ve diğerleri(1988, s 71), bu düzeyin belirleyicilerini aşağıdaki şekilde ortaya koymuştur;

Öğrenci,

1. Farklı aksiyomatik sistemlerdeki teoremleri dikkatle kurar (Örneğin Hilbert'in geometri temelleri yaklaşımı).
2. Aksiyomatik sistemleri karşılaştırır (Örneğin Öklid ve Öklid – olmayan geometrileri); aksiyomlardaki değişikliklerin sonuçta ortaya çıkan geometriyi nasıl etkilediğini keşfeder.
3. Bir dizi aksiyomun tutarlılığını, bir aksiyomun bağımsızlığını ve farklı aksiyom dizilerinin eşliğini saptar; geometri için aksiyomatik bir sistem oluşturur.
4. Problemlerin çözüm sınıfları için genelleştirilmiş yöntemler yaratır.
5. Matematik bir teorem/prensibin uygulanacağı en geniş bağlamı araştırır.
6. Mantıksal çıkarımlara yeni yaklaşımlar ve bakış açıları geliştirmek için konunun derinlemesine bir araştırmasını yapar.

Düzeylerin özellikleri

Van Hilele'ler eğitimcilere rehberlik edebilecek modeli nitelendiren özellikleri tanıtmışlardır. Van Hiele düzeylerinin genel özellikleri beş başlık altında şöyle sıralanabilir(Baykul, 2000, Holmes, 1995; Crowley, 1987; Lowry, 1988);

1.Ardışıklık: Hiyerarşik bir yapı söz konusudur ve düzeyler sırasıyla takip edilir. Belli bir düzeyde olabilmek ve başarıyla faaliyet gösterebilmek için önceki bütün düzeylerdeki özelliklere sahip olmak ve bu düzeyleri sırasıyla geçmiş olmak gerekmektedir.

2. İlerleme: Düzeyler arasında ilerleme yaştan çok eğitim içeriği ve öğretim yöntemine bağlıdır. Yöntemlerden bir kısmı ilerleme hızını artırırken bazıları azaltabilir fakat hiç birisi düzey atlamaya olanak tanımaz. Bir ilköğretim 4. sınıf öğrencisi ile lise son sınıf öğrencisinin aynı seviyede bulunabilmesi mümkündür.

3. Hedef: Bulunulan düzeyde doğal hedef olarak algılanan bir durum sonraki düzeydeki bir çalışmanın amacını oluşturur. Bu nedenle öğrenciler için oluşturulacak öğrenme sürecinde keşfetmeye ve eleştirel düşünmeye heveslendirecek şekilde yönlendirilerek sonraki düzeydeki konularla etkileşime neden olan tartışma ortamları içerisinde bulunmaları sonraki düzeylere geçişi kolaylaştıracaktır.

4. Dil Bilimi: Her bir seviyede kendine ait sözcükler ve semboller çerçevesinde o terminolojiyi doğru kullanmak çok önemlidir. Bütün düzeylerde kullanılan dilin öğrencilerin düzeyine uygun olması gereklidir. Herhangi bir şeklin farklı iki düzeydeki tanımı o düzeyde kullanılan sözcük ve semboller dikkate alınarak farklı yapılmış olabilir. Bu nedenle kullanılan dili o düzey yada daha üst düzeydeki bir öğrenci anlarken daha alt düzedeki bir öğrenci anlayamaz.

5. Yanlış Eşleme: Öğrencinin bulunduğu düzey ile öğretimin yapıldığı düzey birbirinden farklı ise istendik bir öğrenmenin oluşması mümkün olmaz, başarı ve ilerleme sağlanamaz. Konu içeriği, öğretim materyali ve kullanılan dil öğrencinin düzeyine uygun olmadığında öğrencinin süreci takip etmesi mümkün olmayacaktır.

Bu teoriye göre öğrenme evreleri

Van Hiele tarafından ortaya konan ardışık beş evre her bir düzey için öğretimin gerçekleşmesi açısından gereklidir. Bunlar sırasıyla, araştırma, yöneltme, netleştirme, serbest çalışma ve bütünleştirme evreleridir. Yaş ve olgunluğun ötesinde verilecek eğitimin önemli olduğu ilerleme evrelerinde öğrenme sürecini tasarlama, yöntem, içerik ve kullanılan materyaller dikkat edilmesi gereken noktalardır(Crowley, 1987). Düzeyler arası geçişlerde bu evrelerin takip edilmesi geçişi kolaylaştırmaktadır(Usiskin, 1982). Bu evrelerin özellikleri aşağıda belirtildiği gibidir(Crowley, 1987;Fuys ve diğ, 1988; Mistretta, 2000).

Araştırma Evresi: Başlangıç evresi olan bu evrede öğretmen ve öğrenciler çalışma hedefleri ile ilgili etkinlikler ve görüşmelerle ilgilenirler. Bu süreçte gözlemler yapılır, sorular yöneltilir ve seviyeye özgü sözcük ve semboller tanıtılır. Öğretmen bu evrede yönelttiği sorularla öğrencinin hazır bulunuşluğunu belirlemeye ve konuya yönelik ilgi oluşturmaya çalışır.

Yöneltme Evresi: Öğretmen bu evrede öğrencilere çeşitli görevler vererek ilgilenilen konuyu araştırıp keşfetmelerini sağlar. Çeşitli etkinlikler yoluyla öğrencilerin geometrik şekillerle ve konu ile meşgul olmasını sağlanır.

Netleştirme Evresi: Netleştirme evresinde öğrencilerin üzerinde çalıştıkları yapılar üzerinde ürettikleri fikirleri ifade etmeleri buna dayalı bir tartışmanın içerisine girmeleri beklenir. Kontrolün daha çok öğrencide olduğu bu evrede öğretmenin rolü tartışmaları çok içine girmeden yönlendirmek ve öğrencilerin terminolojiyi doğru ve iyi kullanması için katkı sağlamaktır.

Serbest Çalışma Evresi: Bu evre öğrencilerin daha karmaşık ilişkiler içeren, çözüm için birden çok adımın gerektiği, birden çok çözüm önerisinin getirilebildiği açık uçlu problem durumları ile karşılaştığı bir evredir. Bu süreçte öğrencilerin kendi yöntemlerini bulması ve çözüm üreterek deneyim kazanması beklenir. Öğrenciler kendilerini araştırma yaptıkları alana adapte ettikleri ölçüde çalışma hedefleri ve bu hedefler arasındaki ilişkiler onlara daha açık gelecektir. Öğretmenin bu aşamadaki rolü öğrencilerinin farklı bakış açıları geliştirebilmesine yardımcı olmaktır(Faucett, 2007)

Bütünleştirme Evresi: Öğrencilerin daha çok inisiyatif aldıkları bir evredir. Kendi yaptıkları etkinliklerle o ana kadar öğrendiklerini toparlama fırsatı elde ettikleri bu evrenin sonunda öğrenciler öğrendiklerini yeni bir düşünce yapısı olarak içselleştirirler ve bu yolla yeni bir düşünce seviyesine erişirler. Öğretmen bu aşamada öğrencilere öğrendiklerini özetleme fırsatını yaratır.

Öğrencilerin van Hiele modeline göre hangi geometrik düşünme düzeyinde olduğunu belirlemek için kullanılan halen kullanılmakta olan bir test geliştiren Usiskin(1982) kendi çalışmasında testi 2900 onuncu sınıf öğrencisine uygulamıştır. Araştırma sonucu öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin düşük olduğunu ve yüksek okul geometrisine hazır olmadıklarını göstermiştir.

Yaptığı çalışmada Assaf(1986) geometri öğretiminde Logo kullanmanın öğrencilerin düşünme düzeyleri, geometri bilgisi ve geometriye karşı tutumunu etkisini incelemiş ve araştırması sonucunda deney grubu öğrencilerinin yüksek van Hiele geometrik düşünme düzeyi gösterdiği, geometrik şekiller arasındaki ilişkileri daha iyi anladıkları ve Logo kullanmanın onların güven ve motivasyonunu pozitif yönde arttırdığı sonucuna ulaşmıştır.

Burger&Shaughnessy(1986), deneysel olarak gerçekleştirdikleri "Geometride van Hiele Düzey Gelişiminin Temel Özellikleri" adlı çalışmada van Hiele düzeylerinin öğrencilerin çokgen çalışmalarında düşünme yöntemlerini açıklamada yararlı olduğu sonucuna varmıştır. Ayrıca bu çalışmada, van Hiele düzeylerindeki öğrenci davranışlarının özelliklerinin gözlenebildiği; geometri kavramlarının incelenebileceği ve uygun çalışma durumlarının geliştirilebileceği sonuçlarına ulaşılmıştır.

Bilgisayarlı öğretimin van Hiele geometrik düşünme düzeyine ve öğrencinin başarısına etkililiğini araştıran Bobango(1988), araştırması sonucunda bilgisayarlı öğretimin öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin düzenli olarak arttığı sonucuna varmıştır. Araştırma sonuçlarına göre Van Hiele geometrik düşünme düzeyi ile öğrenci başarısı arasında belirgin bir ilişki olduğu da bulunmuştur.

Soon(1989), van Hiele düzeylerinin hiyerarşik bir yapıya sahip olup olmadığını dönüşüm geometrisinde araştırılmış ve araştırma sonucunda Van Hiele düzeylerinin hiyerarşik bir yapıya sahip olduğu saptanmıştır.

İspat başarısı ve van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi araştıran Senk(1989), yaptığı çalışması sonucunda öğrencilerin ispat yeteneği çok düşük olduğu ve ispat başarısında cinsiyetler arasında fark olmadığı sonucuna ulaşmıştır.

Gutierrez(1992), çalışmasında, van Hiele düzeylerine göre organize edilen öğrenme-öğretme sürecinin öğrencilerin 3 boyutlu geometriyle ilgili konuları öğrenmelerinde etkili olduğu ve öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirdiği sonucuna ulaşmıştır.

De Villiers(1996), gerçekleştirdiği betimsel çalışmasında geometri eğitiminde görülen gelişmeleri içerik, yöntem ve öğretmen eğitimi olmak üzere üç baslık altında toplamıştır. Bu başlıklardan en önemlisi olarak gördüğü öğretmen eğitiminin, çağdaş bir geometri eğitimi için yeterli ve etkin bir şekilde verilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Mistretta(2000), sekizinci sınıf düzeyinde 23 kişilik bir grupla yaptığı deneysel çalışmada öğrencilerin hazırlanan etkinliklerle yüksek düzey düşünme becerilerini kullanma konusunda uzmanlaşmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırma sonucunda uygulanan son testle, geometri ünitesinin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirdiği belirlenmiştir.

Napitipulu(2001), üniversitede geometri I dersini alan öğrenciler ile gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerin geometrik yapıları anlamasının, onların van Hiele düzeyleri ve temel geometrik bilgileri ile ilişkili olduğu bulmuştur. Görüşme sonuçları öğrencilerin düzeylerinin düzey 2 ile düzey 3 arasında sıralandığını göstermektedir.

Cabral(2004), yaptığı araştırma sonucunda, bilişsel görsel yaklaşımın öğrencilerin problem çözme yeterliklerini geliştirme ve van Hiele modeline göre daha yüksek düzeylere erişmeleri için yardımı olabileceğini ortaya çıkarmaktadır.

Dindyal(2005): tarafından yapılan "Geometri Dersinde öğrencilerin düşünme düzeyleri: Kapsamlı Bir Yapıya Duyulan Gereksinim" adlı araştırmada, geometrik düşünme düzeyi düşük olan öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin de düşük olduğu, düşünme düzeyi yüksek olan öğrencilerin de cebirsel düşünme düzeylerinin aynı oranda yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ding&Jones(2006), gerçekleştirdikleri çalışmada görsel yaklaşımların sadece öğrencilerin ilgisini çekmekle kalmayıp aynı zamanda tanım oluşturma, düşüncelerini delillendirme ve yeni geometrik ilişkiler için görüş oluşturma konusunda da yararlı olduğunu ortaya koymuştur.

Yazdani(2007), yaptığı deneysel çalışmada van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile düzlem geometrideki öğrenci başarısı arasında pozitif yönlü güçlü bir ilişki olduğunu ortaya koymaktadır.

Han(2007), gerçekleştirdiği çalışmada Geometer's Sketchpad kullanımının geleneksel araç gereçlere göre öğrencilerin geometri anlayışı ve muhakeme yeteneği üzerine etkisi olup olmadığını araştırmıştır. Araştırma sonuçları bu programın kullanımının öğrencilerin geometrik anlayış ve muhakeme yeteneği gelişiminde daha etkili olduğunu göstermiştir.

Kay(1986), gerçekleştirdiği "Kare Bir Dikdörtgen midir? İlköğretim Birinci Sınıf Öğrencilerinin Dörtgenleri Şekillerle Anlamasının Gelişimi" adlı çalışmada öğrencilerin geometri konularını anlamalarındaki karmaşıklığı açıklamada van Hiele teorisinin yetersiz kaldığı sonucuna ulaşmıştır. Diğer taraftan öğretimin özelden genele doğru yapılması halinde öğrencilerin geometrik kavramları hiyerarşik olarak öğrenebileceklerini ve bunun da van Hiele teorisi ile açıklanabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Kılıç(2003), gerçekleştirdiği çalışmada, van Hiele düzeylerine göre geometri öğretiminin yapıldığı grup ile van Hiele düzeylerine göre geometri öğretiminin yapılmadığı gruba göre akademik başarı ve hatırda tutma düzeyi açısından deney grubu lehine anlamlı bir fark bulurken öğrenci tutum puanları açısından anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymuştur.

Duatepe(2004), "Drama temelli öğretimin yedinci sınıf öğrencilerinin geometri başarısına, van Hiele geometrik düşünme düzeylerine, matematiğe ve geometriye karşı tutumlarına etkisi" adlı deneysel çalışmasındaki analiz sonuçlarına göre deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulmuştur.

Aksu(2005), ilköğretimde aktif öğrenme modeli ile geometri öğretiminin başarıya, kalıcılığa, tutuma ve geometrik düşünme düzeyine etkisini araştırmış ve araştırma sonucunda aktif öğrenme yönteminin geometri dersinde öğrenci başarısını arttırmada geleneksel öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu; öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri arasında, deney grubu lehine anlamlı bir farklılık bulunduğu ifade etmiştir.

Akkaya(2006), Van Hiele Düzeylerine Göre Hazırlanan Etkinliklerin İlköğretim 6.Sınıf Öğrencilerinin Tutumuna ve Başarısına Etkisi" adlı çalışmasında, van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre eğitim gören öğrencilere verilen eğitimle geometrik düşünme düzeyleri, geometri dersindeki açılar ve üçgenler konusundaki başarılarının ve geometri dersine yönelik tutumlarının geliştiği sonucuna ulaşılmıştır.

"Drama temelli öğrenme ile işbirlikli öğrenmenin yedinci sınıf öğrencilerinin geometri başarıları geometriye yönelik tutumları ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre karşılaştırılması" adlı çalışmasında Kale(2007), uyguladığı testlerden alınan puanlara göre drama grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulmuştur. Yapılan analizlerde drama ve işbirliği gruplarının geometriye yönelik tutumlarında anlamlı bir değişiklik gözlenememiştir.

Temur(2007), gerçekleştirdiği "Öğretmenlerin geometri öğretimine ilişkin görüşleri ve sınıf içi uygulamaların van Hiele seviyelerine göre irdelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma" adlı çalışmanın sonuçlarından hareketle öğretmenlerin geometri derslerini deneyimlerine dayalı etkinliklerle işlediklerini ifade etmiştir.

Tutak(2008), yarı deneysel yöntemle gerçekleştirdiği çalışmasında van Hiele geometri anlama düzeyleri bakımından somut nesnelerin kullanıldığı grubun başarısı, dinamik geometri yazılımı Cabrinin kullanıldığı grubun başarısından daha yüksek çıkmıştır.

Toptaş(2008), yaptığı çalışma sonucunda öğretme-öğrenme sürecinde sınıfta yapılan etkinliklerde çok az somut materyalin kullanıldığını tespit edilmiştir. Bunun yanında etkinliklerin uygulanması sırasında öğretmenin, etkinliklerin öğrenciler tarafından gerçekleştirilmesine izin vermeyip öğretmen merkezli etkinlikler gerçekleştirdiği görülmüştür. Öğretim sürecinde sınıfta yapılan etkinliklerde öğrencilerin kendilerinin keşfetmelerine ve yaparak yaşayarak öğrenmelerine yeterince imkân verilmemesi öğrenmelerini olumsuz yönde etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Fidan(2009), "İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri Ve Buluş Yoluyla Geometri Öğretiminin Öğrencilerin Geometrik

Düşünme Düzeylerine Etkisi” adlı çalışmasında, deney grubu öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri kontrol grubuna göre anlamlı farklılık göstermiştir. Ayrıca yaptığı analizler sonucunda öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinde cinsiyet, bilgisayar kullanma, anaokuluna gitme, okullarının bulunduğu çevrenin sosyoekonomik düzeyi, ailelerinin eğitim düzeyi, ailelerinin çalışma durumu değişkenlerine göre anlamlı farklılıklar ortaya çıktığını belirtmiştir.

Terzi(2010), çalışmasında van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretimin öğrencilerin geometri başarı düzeylerini arttırmada ve geometrik düşünme düzeylerini geliştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır.

2.3. Soyutlama ve Bilgi Oluşturma

Öğretme-öğrenme sürecinde öğrencilerin öğrenme süreci üzerinde dikkatle durulması gerektiğinden hareketle bireyin bilgiyi nasıl yapılandırdığı, bu süreçte hangi unsurların etkili olduğu, ne tür koşulların bilginin niteliğini arttırabileceği gibi konular, öğrenme alanının önemli araştırma konuları haline gelmiştir. Bu alandaki yapılan çalışmalar, bilgi oluşturma, soyutlama, soyutlama süreci gibi ifadelerle karşımıza çıkmaktadır(Altun&Yılmaz, 2008).

Latin kökenli olan “soyut” sözcüğü, *ab*(den, dan) *trahere* (sürüklemek) sözcüklerinin birleşiminden türetilmiştir. Sözcüğün fiil olarak süreç belirten, sıfat olarak özellik belirten ve isim olarak kavram belirten üç farklı kullanımı söz konusudur. “soyutlama” sözcüğünün ise hem durumsal bir süreç hem de o sürecin bir çıktısı olan kavram olarak çoklu kullanımı söz konusudur(Gray&Tall, 2007).

2500 yıla yakın zamandır Aristo’dan Locke’a Locke’den Russell’a bir çok felsefecinin yazılarında karşılaşılan “Soyutlama” sözcüğü genellikle deneysel felsefe ile ilişkilendirilir. Aristo’nun çalışmalarında “alıp götürmek” anlamına gelen “aphairesis” sözcüğü ile karşımıza çıkan soyutlama ile ilgili klasik bir bakış açısının oluşmasını sağlayan Locke bu fikrin günümüze kadar gelmesini sağlamıştır. Bu klasik bakış açısına göre bağlamdan (ortamı çevreleyen koşullardan) bağımsız temsiller olarak düşünülen soyutlamalar nesnelerin kategorilerle temsil edilmesiyle oluşmaktadır ve soyut düşünme, düşünce gelişiminin daha ileri adımlarının ayırt edici bir özelliğidir. Russell(1926) da soyut düşünceyi insan zekasının en üst düzey başarısı ve en güçlü aracı olarak görmektedir(Van Oers, 2001; Yeşildere, 2006; Ozmantar&Monaghan, 2008).

Dienes, Skemp ve Piaget gibi eğitim bilimlerine ciddi katkıları olmuş önemli bilim adamlarının deneyselci bakış açısından güçlü bir şekilde etkilendiği söylenilebilir(Ozmantar&Monaghan, 2008).

Skemp(1986: 21) soyutlamayı şu şekilde görmektedir;

> Soyutlayış (abstracting) deneyimlerimiz arasından… benzerlikleri fark ettiğimiz bir aktivitedir. Sınıflama bu benzerlikler temel alınarak deneyimlerimizin bir araya getirilmesi anlamına gelmektedir. Soyutlama(abstraction), önceden oluşturulan bir sınıflamadaki benzerlikleri fark etme gibi, yeni deneyimleri tanımamızı sağlayan bir çeşit sürekli değişimdir. Bir etkinliği soyutlayıştan bir son ürün olan soyutlamayı ayırmak için ikincisi kavram olarak anılmaktadır.

Dienes'e göre ise soyutlama aşağıdaki şekilde ele alınmaktadır;

> Soyutlama, belli sayıdaki farklı durumda yer alan ortak noktaların çıkarılmasıdır. Bunu yapmak, bir sınıflamanın oluşturulmasını ve sınıflamaya ait olmayan elemanların özelliklerinin kavranmasında son noktaya ulaşılmasını söylemenin bir başka yoludur (Dienes, 1963:57)

Soyutlamayı bireysel gelişim süreci olarak gören ve soyutlamaya bilişsel bakış açısı ile bakan bilim adamlarının başında gelen Piaget'e göre ise bu gelişim süreci üç farklı soyutlama şekli içermektedir. Bunlar; deneyimsel, sözde-deneyimsel ve yansıtıcı soyutlamadır(Ozmantar&Monaghan, 2008).

Soyutlama ile ilgili olarak yapılan çalışmalarda bazı farklılıklar olmakla birlikte soyutlamanın bir süreç olarak ele alındığı dikkati çekmektedir. Bu çalışmalarda soyutlama ve soyutlama adımlarının tanımlanmaya çalışıldığı görülmektedir(Yeşildere, 2006).

Bu konu üzerinde kafa yormuş araştırmacılardan Sfard(1991), soyutlamanın içselleştirme(interiorization), yoğunlaştırma(condensation) ve şeyleştirme(reification) olarak üç adımdan oluştuğunu ifade etmiştir. Dubinsky(1991), geliştirdiği teoride eylemler (action), süreçler (process), nesneler (object) ve semalar (schemas) asamalarının önemi üzerinde durmuş ve teorisine bu sözcüklerin baş harflerinden oluşan APOS adını vermiştir. Dubinsky teorisinde soyutlama sürecinin adımlarını, içsellestirme (interiorization), muhafaza etme (encapsulasiation), genelleme yapma (generalization) ve tersten gitme (reversal) şeklinde ifade etmiştir. Gestalt teorisine göre soyutlama algılama alanının yeniden düzenlenmesidir. Piaget bunu şemaların oluşumu olarak görmektedir ve bilişsel bilim adamları bunun içerisine genelleme, farklılaşma ve örüntü tanıma mekanizmalarını dâhil etmişlerdir. Gray&Tall(1994), aritmetik ve cebir alanındaki matematiksel gelişimi araştırdıkları çalışmalarında "process" ve "concept" sözcüklerinden türetilme "procept" ifadesini kullanmışlar ve teorilerinin gelişimini temel bilişsel etkinlikler olan dünyanın algılanması, algılanılanın üzerinde eyleme geçilmesi ve hem algı hem de eylemin yansıtılması üzerine temellendirmişlerdir. Sierpinska(1994:61) ise soyutlamayı "bir kavramdan belli özelliklerin ayrılması eylemi" olarak tanımlamaktadır.

Soyutlamaya bilişsel bakış açısının iki temel özelliği vardır (Ozmantar&Monaghan, 2008).

1. Soyutlama çok sayıda belli örnek arasından ortaya çıkan benzerliklerden ortaya çıkan genellemeleri içerir.
2. Soyutlama ürünü decontextualised, veya 'pancontextualised' varlık olarak düşünülür.

Soyutlama ile ilgili yapılan araştırmalar incelendiğinde soyutlama fikrinin bilişsel bakış açısının dışında bir de sosyokültürel bakış açısıyla ele alındığı ve yorumlandığı görülmektedir. Soyutlamaya farklı pencerelerden bakan bilişsel ve sosyokültürel görüş birbirinin zıddı olmaktan çok bazı noktalarda farklılaşan fakat daha çok birbirinin tamamlayıcısı olarak görülebilecek iki bakış açısı ortaya koymaktadır(Cobb, 1994; Yeşildere, 2006). Bu iki bakış açısının benzer ve farklı yönleri bulunmaktadır.

Benzer oldukları en önemli nokta iki bakış açısının da soyutlamaya bir süreç olarak bakmasıdır. Soyutlamanın gerçekleşmesinde bağlamın rolünün farklı şekilde algılanması iki görüsün ayrıldığı noktalardan biridir(Yeşildere, 2006). Noss(2002: 5) ise farkı oldukları noktaları aşağıdaki şekilde açıklamaktadır;

> Kavramsallaştırma veya bir bilgi parçası olarak soyutlama fikri, eylemden, araçlardan, dilden veya dışarısındaki işaret sisteminden ayrı bir alandadır… Bu anlamdaki soyutlama fikri matematiksel olarak önemlidir çünkü kendi kavramları ve bu kavramları aktarmak için kullanılan kendi kuralları olan bir sistem oluşturur (bkz. Piaget, 2000). Biçimsel (formal) matematiksel soyutlamanın bu özelliği, kendi yararı için merkez konumdadır… Durumsal soyutlama ile matematiksel soyutlamanın kendi oluşturma sürecini çevreleyen koşullardan (bağlamdan) tamamen ayrılıp ayrılamayacağını sorgulanmaktadır(Akt, Yeşildere, 2006: s. 28).

Vygotsky ve Davydov'un düşüncelerini temel alan sosyokültürel görüşe göre sosyal ve kültürel süreçlere vurgu yapılır ve bilginin bireyin çevresiyle etkileşimi sonucunda ortaya çıktığı savunulur. Davydov'a göre soyutlama, basit gelişmemiş bir ilk halden başlar ve teorik düşünce ile elde edilen tutarlı ve yüksek düzeyde bir son hale ulaşılması ile sonlanır(Ozmantar&Monaghan, 2008). Davydov(1990)'a göre kavramanın deneysel ve kuramsal düşünme olmak üzere iki farklı seviyesi vardır. Deneysel düşünme günlük yaşamdaki kavram ve görüşlerin kazanılmasında, kavramsal düşünme ise bilimsel kavram ve görüşlerin kazanılmasında etkilidir. Soyut bilimsel bilginin kazanılması için deneysel düşünme yeterli olmaz. Bilimsel kavramların soyutlanması sürecinde ihtiyaç duyulan şey, gerçekliği ve onun çelişmelerini incelemeye yarayan ve bu çelişmeleri aşmayı sağlayan yolları aramayı öngören akıl yürütme yöntemi olan diyalektik mantıktır(Hershkowitz ve diğ, 2001, Özmantar, 2004; Yeşildere&Türnüklü, 2008).

Bu görüşe sahip araştırmacılara göre öğrenme etkinlik temelli olarak gelişir ve çevre, araç kullanımı, sosyal etkileşim ve ortamı çevreleyen koşullar bu süreçte önemlidir(Yeşildere, 2006; Altun&Yılmaz, 2008). Bu görüşe göre, gelişmemiş ilk fikir, iletişim araçları ve sosyal etkileşim yoluyla gelişir. Bu gelişim somuttan soyuta değil daha çok diyalektik olarak somutla soyut arasında çift yönlü etkileşimle olur(Ozmantar&Monaghan, 2008).

Noss ve Hoyles (1996), Ohlsson ve Lehtinen (1997), Van Oers (2001), Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001), soyutlamaya sosyokültürel bakış açısını ile yaklaşmışlar ve bunu temel alan çalışmalardır ortaya koymuşlardır.

Noss ve Hoyles(1996), yaptıkları çalışmalarda, durumsal soyutlama fikrini ortaya atmışlar ve soyutlamayı öğrencilerin sahip oldukları kavramsal bilgileri ilişkilendirmeleri açısından ele almışlardır. Noss ve Hoyles'un üzerinde durdukları bir diğer nokta, 'bilgi ağı kurma' sürecidir. Van Oers, soyutlamayı "belli bir bakış açısından hareketle ilişkilerin oluşturulması süreci" olarak tanımlamıştır (2001: 285). Öğrenmeyi bilgilerin özetlenmesi değil genişletilmesi olarak gören Ohlosson ve Lehtinen(1997), soyutlamanın bilişsel fonksiyonunu, daha büyük ve daha karmaşık bilgi yapılarını bir araya getirmeyi kolaylaştırmak olarak belirtmişler ve deneyimsel soyutlamaya gönderme yaparak, soyutlamanın bir bilgi yapısının niteliği olduğunu ve bu niteliğin uygun örneklerin sayısıyla ilişkili olmadığını ifade etmişlerdir.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) ortaya koydukları fikirlerini açıklarken dayanak olarak Davydov'un (1990) bilgi oluşturma felsefesini ve Leont'ev' in (1981) aktivite teorisini almıştır. Hershkowitz ve diğ(2001: s. 14) soyutlamayı sınıf ortamındaki deneyimlerine dayanarak aşağıdaki şekilde tanımlamışlardır;

> Soyutlama daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesidir.

Hershkowitz ve diğ(2001), soyutlama sürecinin tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinden oluştuğunu ifade etmektedirler.

Soyutlama süreci karmaşık bir süreçtir ve bu karmaşıklığın sonucu olarak dil de önemli bir yere sahiptir. Günlük konuşma dilinden soyuta geçiş hiç de basit değildir ve belli yeni sözcükler ve metinlerde ciddi değişiklikler gerektiren bir süreç olarak ele alınması gerekir(Ferrari, 2003).

Bu durum belki de en fazla soyut olduğu düşünülen matematik alanında kendisine karşılık bulur. Bunun sebebi aşağıdaki şekilde ortaya konabilir(Mitchelmore&White, 2004).

- Matematik, fiziksel ve sosyal dünyadan ayrılmış, kendi kendine yeten bir sistemdir.
- Matematik, günlük sözcükleri kullanır, ancak bunların anlamı günlük kullanım anlamı değil, diğer matematiksel terimlere bağlı olarak belirlenir.
- Matematik kendine has nesneler içerir.
- Matematiğin büyük bir kısmı, matematiksel nesneler ve ilişkileri üzerinde çalışan kurallardan oluşur

Diğer taraftan "yaşamın soyutlanmış" biçimi olarak da ele alınabilecek olan matematik "öğrenilmesi gereken soyut kavramların ve becerilerin bir koleksiyonu değil, gerçekliğin modellenmesini temel alan problem çözme ve anlamlandırma süreci ile oluşan bilgi ve yine bu süreç içinde gelişen beceriler" olarak da tanımlanabilmektedir (De Corte, 2004). Matematiksel soyutlamanın özel anlamını vurgulamak için matematiksel nesnelerin abstract-apart olduğunu söyleyebiliriz. Bunların anlamları dış referanslardan ayrı sadece matematiksel dünyada tanımlanır(Mitchelmore&White, 2004).

Matematikçilerin büyük bir çoğunluğu ise soyutlamayı bir genelleme olarak düşünürler. Eğer soyutlama matematiksel bilgilerin düzenlenmesi açısından değerlendirilecek olursa; genelleme ve decontextualization onun bileşenleri olarak almak gerekir. Fakat eğer matematiksel fikirlerin gelişimine odaklanırsak, soyutlama sürecinin derin bir kavramsal yeniden organize olmaya ihtiyaç duyduğu ortaya çıkar. Bu süreç genellikle yeni bir matematiksel nesnenin ortaya çıkması ile sonuçlanır(Ferrari, 2003).

Soyutlama konusundaki farklı bakış açıları içerisinden soyutlamaya sosyokültürel perspektiften bakan teoriler arasından Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından ortaya konan RBC soyutlama teorisinin araştırmada kullanılmasına karar verilmiştir. Bir sonraki bölümde bu teori ile ilgili ayrıntılara girilmekte ve ilgili araştırmalar üzerinde durulmaktadır.

RBC (Recognizing-Building with-Constructing) Soyutlama Teorisi

Soyutlamayı daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak gören Hershkowitz ve diğ(2001) teorilerini kendi deneyimlerine ek olarak Davydov'un(1990) bilgi oluşturma felsefesine ve Leont'ev'in(1981) aktivite teorisine dayandırmışlardır.

Teoriye kaynaklık eden epistemolojik ilkeler ve sosyokültürel altyapı aşağıdaki gibi özetlenebilir(Hershkowitz ve diğer, 2001: 14);

- "aktivite teorisi" çerçevesinde bir aktivite olarak ele alınan soyutlama, bir birey veya grup tarafından ele alınan ve belli bir bağlamda bir amaca yönelik olarak devam ettirilen eylemler zinciridir.

- Bağlam, öğrencinin sosyal ve kişisel geçmişini, anlayışını, yapıtlarını ve sosyal etkileşimini içeren kişisel ve sosyal yapıdır.

- Soyutlama süreci, Davydov'un anlayışına göre teorik düşünceyi gerektirir fakat deneye dayalı düşünceyi de ayrıca içerebilir.

- Soyutlama süreci ilk rafine edilmemiş soyut varlıktan, yeni yapıya doğru ilerlemektedir.

- Yeni yapı, ilk soyut varlık içerisindeki bir takım yeni iç bağlantıların ve bunların arasındaki dış bağlantıların kurulması ve yeniden yapılanmasıyla oluşur.

Teorinin daha iyi anlaşılabilmesi için bazı kavramların açıklamasına ihtiyaç duyulmaktadır. Bunlar(Hershkowitz ve diğ, 2001);

Aktivite: Leont'ev'in aktivite teorisindeki anlamıyla kullanılmaktadır ve bağlamın yani soyutlamanın gerçekleştiği koşulların mutlaka dikkate alınması gerektiğini ima etmektedir.

Önceden oluşturulmuş matematik: İki noktayı işaret etmektedir; İlki,önceki soyutlama sürecinin sonucunda ulaşılan yapıların yeni soyutlama sürecinde kullanılabilirliği, ikincisi ise, yeni aktivite sürecinin, Davydov tarafından ifade edilen soyutlamanın rafine edilmemiş ilk şeklinden başlayarak ilerleyeceğidir.

Dikey matematikleştirme: Matematiksel elementlerin aktivite surecinde bir araya getirilmesi, yapılandırılması, organize edilmesi, geliştirilmesi yoluyla genellikle orijinal hallerine göre daha soyut ya da biçimsel olacak şekilde düzenlenmesi anlamına gelmektedir. (Hershkowitz, Parzysz ve Van Dormolen'den akt. Hershkowitz ve diger., 2001).

Dikey matematikleştirme genellikle önceki matematiksel yapılanmaları matematik içinde ve matematiksel yollarla yeniden organize etmeyi içerecek şekilde öğrencilerin yapılandırma sürecini işaret eder. Bu süreç önceki yapılandırmaları adeta birlikte dokur ve yeni yapılandırmalara yol açar (Kidron&Dreyfus, 2008).

Yeni bir yapı oluşturmak için yeniden düzenleme: Yeni bir varsayım oluşturma ve problem çözme sürecinde matematiksel genellemeler, ispatlar ve yeni stratejiler oluşturma gibi üst düzey matematiksel eylemler içeren matematiksel bağlantılar oluşturmayı ima eder.

Soyutlamanın oluşması için üç aşamadan geçilmesi gerekir(Hershkowitz ve diğer, 2001; Kidron&Dreyfus, 2008);

a) Engelleri aşmak ya da belirsizlik ile başa çıkmak için bir içsel motivasyonla ortaya çıkabilen yeni bir yapı ihtiyacı.

b) Mevcut yapıların tanıma ve kullanmasının yeni soyut varlığın oluşturulması içerisinde iç içe geçmiş bir şekilde bulunması.

c) Gelecekte rahatlıkla kullanılabilmesi için oluşturulan soyut varlığın pekiştirilmesi.

Bu ihtiyaç, öğrenme etkinliğinin tasarımından, öğrencinin probleme ya da konuya olan ilgisinden veya bu iki sebebin birleşiminden doğabilir. Böyle bir ihtiyaç ortaya çıkmadan soyutlama süreci başlatılamayacaktır(Kidron&Dreyfus, 2008).

Doğrudan gözlemlenebilen bir durum olmayan soyutlama süreci hakkında bilgi sahibi olunabilecek gözlemlenebilir eylemlerin tanımlamasına ihtiyaç duyulmuştur(Dreyfus, 2007)

RBC soyutlama teorisine göre soyutlama gözlemlenebilir üç epistemik eylemden oluşmaktadır. Bu eylemler tanıma(Recognizing), kullanma(Building with) ve oluşturmadır(Constructing). Teori bu sözcüklerin ilk harflerinin bir araya getirilmesi ile RBC soyutlama teorisi olarak adlandırılmıştır. Daha sonra Dreyfus(2007) soyutlamanın gerçekleşmesi için pekiştirmenin önemine dikkat çekmiş ve RBC olarak açıklanan soyutlama sürecine pekiştirmenin(consolidation) eklenmesiyle model RBC+C şeklinde ifade edilmeye başlanmıştır.

Tanıma

"Tanıma" matematiksel bir yapının fark edilmesidir(Ozmantar&Monaghan, 2008). Tanıdık bir matematiksel yapının farkına varılması, bu yapının karşılaşılan matematiksel bir ortamda fark edildiğinde gerçekleşir (Hershkowitz ve diger., 2001; Schwarz, Dreyfus, Hads, Hershkowitz, 2004; Dooley, 2007). Yapı, kavram, yöntem ve/veya stratejiler olabilir. Tanıma bahsi geçen tanıdık yapıyla öğrencinin ilk karşılaştığı an değildir ve çoğunlukla deneysel düşünme seviyesinde gerçekleştiği söylenebilir(Hershkowitz ve diger., 2001).

Öğrenme sürecinde beyin yeni girdileri eskileri ile anlamlandırmaya çalışır. Genellikle analoji ve metaforlar yardımıyla anlarız ve yeni bilgi önceden var olan şemalar temelinde inşa edilir(Arzarello ve diğ, 2005). Tanıma da en az iki durumla ortaya çıkabilir. Bunlar; analoji ve özelleştirmedir(Tsamir&Dreyfus, 2002)

Kullanma

"Kullanma" kişinin bir amacı gerçekleştirmek için tanıdığı matematiksel bilgi bileşenlerini bir araya getirmesi, ilişkilendirmesi, kullanması ve onlardan yararlanması anlamına gelir(Schwarz ve diger., 2004; Bikner&Ahsbahs, 2004; Ozmantar&Monaghan, 2008; Altun&Yılmaz, 2008).

Kullanma eyleminin gerçekleşmesi, problem çözme, bir matematiksel durumu anlama ve açıklama gibi bir durumla karşılaşılmasıyla gözlemlenebilir. Bu süreçte öğrenci yeni bilgiler edinmez sadece var olan bilgisini amaca ulaşmak için kullanırlar. Kullanma eyleminin gerçekleşmesine yardımcı olmak için öğrenciye belli çerçevede ip uçları verilebilir(Hershkowitz, ve diger., 2001).

Oluşturma

“Oluşturma” yeni bir matematiksel yapı oluşturmak için belli matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilip yeni bir anlama ulaşılması anlamına gelir(Bikner&Ahsbahs, 2004; Ozmantar&Monaghan, 2008).

Oluşturma eylemleri yeni bir yapının ortaya çıkmasına aracılık eden daha önceden edinilen bilgilerin yeniden düzenlenmesi ile ilgilidir ve tanıma ve kullanma eylemleri bu amaca ulaşmada çok önemlidir. (Ozmantar&Monaghan, 2008).

Soyutlamanın gerçekleşmesi için oluşturmaya ihtiyaç vardır. Öğrencinin yeni bir yöntem ya da strateji uygulayarak çözüm bulduğu bir problem çözme sürecinde ortaya çıkan oluşturma eylemi soyutlamanın gerçekleşmesini sağlar(Hershkowitz, ve diger., 2001).

Soyutlama süreci dilin de önemli bir yere sahip olduğu karmaşık bir süreçtir. Öğrencinin oluşturma eylemi sürecinde soyutlamaya ulaşmasıyla birlikte, yeni bilgiyi ifade etmek için bu süreçte eş zamanlı bir dil geliştirir ve bu yeni bilginin ile ilgili durumlarda bu dili kullanır(Hershkowitz, ve diger., 2001; Ferrari, 2003).

İç İçe Geçmiş Eylemler

Soyutlamanın ortaya çıkması için, deneysel düşünmenin kullanıldığı “tanıma” ve “kullanma” gerekli olmakla birlikte, teorik düşünmeyi gerektiren “oluşturma” gerçekleşmeden soyutlamanın da gerçekleşmesi mümkün olmaz(Yeşildere, 2006). Kullanma tanıma eylemini, oluşturma eylemi de tanıma ve kullanma eylemlerini içerir. Bu epistemik eylemler oluşturmanın kullanma ve tanımaya, kullanmanın da var olan oluşturulmuş yapıları tanımaya ihtiyaç duyduğu iç içe geçmiş bir yapıda bulunmaktadır (Ozmantar&Monaghan, 2008). Bu eylemler bazı zamanlarda zincirleme bir şekilde sıralı olarak görülürken daha çok birbirini tamamlayan ya da paralel gerçekleşen bir yapıda bulunurlar(Dreyfus, 2007).

Tanıma ve kullanma eylemleri gerçekleşmesi öğrencilerin karşılaştıkları rutin bir matematiksel probleme çözüm aşamasında görülebilir. Diğer taraftan oluşturma ise öğrenci standart olmayan bir problem çözerken kendileri için yeni olan bir matematiksel yapı bulduğunda, bu olay ile ilgili dikkatle düşündüğünde ve zihinlerindeki diğer bilgilerle ilişkilendirdiğinde gerçekleşir(Hershkowitz ve diger., 2001; Dreyfus ve diğer., 2001).

Pekiştirme

Pekiştirme, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilginin öğrenciye daha tanıdık gelmesi sürecidir. Soyutlama sürecinde oluşturulan kırılgan bir durumda olan yeni yapıların kullanılabilir olması soyutlamanın tam olarak gerçekleştiğini göstermektedir. Bu nedenle oluşturulan kırılgan yeni yapıların oluşturma süreci sonrasında pekiştirilmesine ihtiyaç vardır(Tsamir ve Dreyfus, 2005; Monaghan ve Özmantar, 2006; Dreyfus, 2007). Soyutlamanın pekiştirilmesinde dolaysızlık, açıklık, güven, esneklik ve farkındalık üzerinde önemle durulması gereken psikolojik ve bilişsel yapılardır(Dreyfus&Tsamir, 2004).

Pekiştirme aşamasından önce öğrenci düşüncelerini ortaya koymak için somut örneklere ihtiyaç duyuyorken pekiştirme sonrasında iddialarını açıklamak için kendi örneklerini verebilmekte, karşılaştığı yeni durumlarda matematiksel yapının daha kolay farkına varabilmekte ve tanıdığı bu yapıları daha kolay kullanabilmektedir(Monaghan ve Özmantar, 2006).

Bu eylemlerin gözlemlenebilmesi için dikkat ve birikim gerektirir. Öğrencilerin bu süreçteki davranışları çok iyi gözlemlenmeli ve dikkatle yorumlanmalıdır. Öğrencilerin davranışlarının, yazılı ve sözlü olarak ifade ettiklerinin tanıma eylemini mi, kullanma eylemini mi, oluşturma eylemini mi işaret ettiği duruma ve öğrenciye göre farklılık gösterebilir. Bir öğrencinin tanıma eylemini gerçekleştirmesini sağlayan bir problem durumu başka bir öğrencinin oluşturma eylemini ortaya koymasını sağlayabilir. Bu durum birçok sebebe bağlı olabilir. Bunlar öğrencinin özgeçmişi, bireysel bilgi ve becerileri veya öğrencinin öğrenmesi ile yeni matematiksel bilgi yapılarını oluşturması arasında bağ kurmasını sağlayacak uyarıcıların öğrencide var olan bilgiyi harekete geçirip geçirmemesine bağlıdır(Dreyfus ve digerleri, 2001).

RBC veya RBC+C soyutlama teorisinin ele alındığı veya kullanıldığı pek çok araştırma mevcuttur(örn. Hershkowitz ve diğer, 2001; Tsamir, P. & Dreyfus, T., 2002; Stehlíková, N., 2003; Özmantar, M. F., 2004; Bikner-Ahsbahs, A., 2004; Schwarz, B. B., Dreyfus, T., Hadas, N. & Hershkowitz, R., 2004; Kidron, I. & Dreyfus, T., 2004; Monaghan, J. & Ozmantar, M.F., 2004; Ozmantar, M.F. & Roper , T., 2004; Dreyfus, T. & Tsamir, P., 2005; Tsamir, P. & Dreyfus, T., 2005; Özmantar, M.F., 2005; Yeşildere, S., 2006; Dooley, 2006; Hershkowitz, Hadas, Dreyfus, 2006; Monaghan ve Özmantar, 2006; Özmantar ve Monaghan, 2007; Dooley, 2007; Dreyfus, 2007; Halverscheid, 2008; Kidron&Dreyfus, 2008; Yeşildere ve Türnüklü, 2008; Altun&Yılmaz, 2008; Kidron&Dreyfus, 2010).

Hershkowitz vd. (2001), gerçekleştirdikleri çalışmalarında soyutlamanın problem çözme sürecinde oluştuğu düşüncesini ortaya atmışlardır. Çalışmada yöntem olarak örnek olay incelemesi kullanılmıştır.

Özmantar (2004), çalışmasında soyutlamanın gözlenebilen dört parametresi olarak, kavramsal çatı, öğrenci, işlemler ve hedefleri belirtmiş ve soyutlamanın bu dört parametrenin dinamik ve diyalektik etkileşimi ile ortaya çıktığını ifade etmiştir.

Hershkowitz ve diğ (2006), çalışmalarında bireylerin bilgi oluşturma süreci ile grubun ortak bilgisi arasındaki ilişkiyi ele almışlar ve çalışma yaptıkları grubun ortak bilgi tabanı paylaşımını oluşturduğu sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca RBC modelinin geçerliğini ve soyutlama sürecini tanımlamadaki kullanışlılığına vurgu yapmışlardır.

Dooley (2006), ortaya koyduğu araştırmasında, ilköğretim düzeyinde matematiksel bilginin oluşturulması sürecinin analizinde RBC soyutlama teorisinin kullanışlı bir araç olabileceğini belirtmiştir.

Yeşildere (2006), çalışmasında yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin, düşük olanlara göre, soyutlama sürecinde tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinde daha başarılı oldukları sonucuna varmıştır.

Monaghan&Özmantar (2006),gerçekleştirdikleri çalışma sonunda soyutlanmış bir matematiksel nesnenin kırılgan olduğunu ve pekiştirmenin önemine vurgu yapmışlardır.

Dooley(2007), yaptığı araştırmada sınıf ortamında ileri matematiksel fikirleri analiz etmek için RBC modelinin faydalı bir araç olduğunu ortaya koymuştur. Bilgilerin karmaşık bir yapıda ortaya çıkabileceğinden hareketle büyük bir öğrenci grubunun bilgi oluşturma süreci üzerine çalışmanın zorluklarına vurgu yapmıştır.

Özmantar&Monaghan (2007), yaptıkları deneysel çalışmada soyutlama sürecini incelemişler ve bu çalışmada, soyutlama süreci ile ilgili olarak, (a) insan ve maddenin aracılığı, (b) matematiksel yorumlama için öğretmen yardımı veya yönlendirmesi, (c) öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun diyalektik ortam ve (d) soyutlanacak bir şeyin varlığı olmak üzere dört önemli bileşen ortaya koymuşlardır.

Yeşildere&Türnüklü (2008), örnek olay çalışması kullandıkları araştırmalarında elde ettikleri verilerden farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların olduğu tespit etmişlerdir.

Altun&Yılmaz(2008), örnek olay yöntemini kullandıkları çalışmada, öğrencilerin kendilerine verilen ilk problemde oluşturdukları bilgiyi, sonrakilerde de kullandıkları Çalışmada ayrıca, fonksiyonların öğretiminde çevresel olay ve problemlerin kullanılmasının soyutlamaya olan güçlü katkısını ortaya konulmuştur.

Kidron&Dreyfus(2008), çalışmalarıyla RBC soyutlama modelini analitik olarak daha da güçlü bir konuma getirmişlerdir. Çalışmalarında yapılandırmaların ilişkilendirmesi örüntüsünün etkileşimini analiz etmişler ve yapılandırmaların ilişkilendirmesi öğrencinin aydınlanmasının bir işareti olduğunu göstermişlerdir.

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin analiz edilmesi matematik öğrenme sürecinde yaşanan sıkıntıların çözümünde kullanılabilir ve matematik eğitimi alanında yapılacak diğer çalışmalara katkı sağlayabilir(Yeşildere, 2006).

Bilgi oluşturma sürecinde matematiksel anlamın içsel olarak değil öğrenci, öğretmen, konu ve diğer insanların yanında çevre ile etkileşim halinde geliştiği belirtilmektedir(Yackel ve diğ, 1999, Martino&Maher, 1999) (Akt. Olkun&Toluk, 2004). Bu etkileşimler çerçevesinde okulda yaşanan öğrenme-öğretme süreçleri sonucunda öğrencilerde oluşan özellikle bilişsel değişimleri takip ve analiz etmek oldukça zordur. Bu nedenle de uygun yöntemi seçmek çok önemlidir ve bu sürecin analiz edilmesinde hangi teorik yapının kullanılacağı büyük önem taşımaktadır.

Dubinsky&Mcdonald(2002: 275) Matematik eğitimi konusunda ortaya konacak teorilerin aşağıdaki koşullara uyması gerektiğini savunmuşlardır;

- Tahmini desteklemelidir
- Açıklama gücüne sahip olmalıdır.
- Geniş bir yelpazedeki olaylara uygulanabilir olmalıdır.
- Karmaşık ve birbiriyle bağlantılı olayların organize edilmesiyle ilgili düşüncelere yardımcı olmalıdır.
- Verilerin analiz edilmesi için bir araç olarak hizmet etmelidir.
- Yüzeysel açıklamaların ötesinde öğrenme hakkındaki fikrin anlaşılabilmesi için bir dil sağlamalıdır.

Diğer taraftan matematik eğitiminin amaçları ile uyumlu bir matematiksel soyutlama teorisinin aşağıdaki özellikleri taşıması gerekir(Boero,2002);

- Farklı okul seviyelerinde matematik öğrenme ve öğretmede karşılaşılan tüm soyutlama çeşitlerini içermeli,

- Matematiksel bilgiye yaklaşımlarında öğrencilerin soyutlama yapmada karşılaştıkları güçlükleri yorumlayabilmeli,
- İlgili olunan eğitimsel konularla ilişkin değişkenlere işaret edebilmeli,
- Matematiğin epistemolojisi ve bilişsel bilimler alanındaki araştırmaları göz önüne almalıdır(Akt, Yeşildere, 2006: s. 36)

Yukarıda yapılan açıklamalar ışığında RBC teorisi değerlendirildiğinde aşağıdaki sonuçlara ulaşılmaktadır;

1. Bu alanda yapılmış olan çalışmalar geçerliliğini ve kullanışlığını ortaya koymaktadır.
2. Matematik eğitimi konusunda ortaya konacak teoriler ile ilgili kıstaslara uymaktadır.
3. Matematik eğitiminin amaçları ile uyumlu bir matematiksel soyutlama teorisinin özelliklerini taşımaktadır.
4. Sürecin gözlemlenmesi açısından güçlü yönlere sahiptir.

Yukarıda yapılan açıklamalar RBC modelinin geçerli ve öğrencilerin öğrenme süreçlerinin analizinde uygun bir araç olduğunu ortaya koymaktadır. Bu nedenle araştırmada analitik araç olarak RBC soyutlama teorisi kullanılmıştır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, denekler ve katılımcılar, veri toplama araçları, prosedür, araştırmanın geçerlik ve güvenirliği ve veri çözümleme teknikleri ayrıntılı biçimde açıklanmaktadır.

3.1 Araştırma Modeli

Her iki araştırma yaklaşımı da önemli ve değerli olmakla birlikte ağırlıklı olarak nitel araştırma yöntemlerinin kullanıldığı bu araştırmada araştırma sorularına uygun olacak şekilde nicel yöntemlere de yer verilmiştir. Araştırma deseni, nitel ve nicel yöntemlerin özellikleri, kullanım alanları ve arasındaki farklılıklar dikkate alınarak oluşturulmuştur.

Nicel ve nitel araştırmalarla ilgili en önemli ayrım nicel verilerin öncelikle sayısal göstergelere indirgenmesi ile ilgili olması nitel verilerin ise önceliğinin sözcüklerle ilgili olması ve verinin, bütün derinlik ve zenginliği içinde betimlenmesidir(Yıldırım ve Şimşek, 2000; Büyüköztürk ve diğer, 2008).

Nitel ve nicel araştırma yöntemleri karşılaştırıldığında aşağıda belirtilen farklılıklar göze çarpmaktadır(Yıldırım ve Şimşek, 2000);

- Nicel araştırmada gerçeklik nesneldir, nitel araştırmada ise oluşturulur.
- Nicel araştırmada asıl olan yöntemdir, nitel araştırmada ise çalışılan durumdur.

- Nicel araştırmada amaç genelleme, tahmin ve nedensellik ilişkisini açıklamaktır, nitel araştırmada ise derinlemesine betimleme, yorumlama ve aktörlerin perspektiflerini anlamadır.
- Nicel araştırma kuram ve denence ile başlar, nitel araştırma ise kuram ve denence ile son bulur.
- Nicel araştırmada standardize edilmiş veri toplama araçları kullanılır, nitel araştırmada ise araştırmacının kendisi veri toplama aracıdır.
- Nicel araştırmada parçaların analizi, nitel araştırmada ise örüntülerin ortaya çıkarılması önemlidir.
- Nicel araştırmada uzlaşma ve norm arayışı, nitel araştırmada ise çokluluk ve farklılık arayışı vardır.
- Nicel araştırmada veriler sayısal göstergelere indirgenir, nitel araştırmada ise veriler bütün derinlik ve zenginliği içinde betimlenir.
- Nicel araştırmada araştırmacı olay ve olguların dışında, yansız ve nesneldir, nitel araştırmada ise olay ve olgulara dahil, öznel perspektifi olan ve empatik bir konumdadır.

Buluş yoluyla öğretimin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisini belirlemek amacıyla deneysel model kullanılmıştır. Bu araştırmada ön test-son test kontrol gruplu deneme modeli kullanılmıştır. Bu modelde, yansız atama ile oluşturulmuş biri deney diğeri kontrol grubu olan iki grup bulunur. Deney ve kontrol grubunda deneysel işlemden önce ön test uygulanmıştır. Ön test olarak deneklere geometrik düşünme düzeylerini ölçmek için hazırlanan Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi uygulanmıştır. Aynı işlem deney sonrasında da yapılmıştır. Bu modelde değişkenlerin ne ölçüde etkili olduğuna karar vermek için ön test ve son test ölçme sonuçları birlikte kullanılır. Bu amaçla;

1. Her grup için ön test-son test puanlarındaki yüzde artışlar bulunarak ortalama artışlar karşılaştırılır, ya da
2. Ön test puanlarını "birlikte değişen" olarak kullanıp, son test puanlarıyla birlikte değişkenlik çözümlemesi ya da,

3. Önce ön test puanları karşılaştırılır, arada önemli bir ayırım yoksa, yalnızca son test puanları kullanılarak ortalamalar arası farklar sınanır(Karasar, 2003: 97).

Araştırmada kullanılan ön test son test kontrol gruplu deneme modeli Şekil 1'de verilmiştir.

Şekil 1

Ön Test-Son Test Kontrol Gruplu Model

G_1	R	$O_{1.1}$	X_1	$O_{1.2}$
G_2	R	$O_{2.1}$	X_1	$O_{2.2}$

G_1	:	Deney Grubu
G_2	:	Kontrol Grubu
$O_{1.1}$ ve $O_{2.1}$	:	Deney ve kontrol gruplarının ön test puanları
X_1	:	Deney grubu üzerinde uygulanan buluş yoluyla öğretim yöntemi
X_2	:	Kontrol grubu üzerinde uygulanan öğretmenin seçtiği ders kitabına ve MEB'in programına uygun öğretim yöntemi.
$O_{1.2}$ ve $O_{2.2}$	:	Deney ve kontrol gruplarının son test puanları.

Araştırmada uygulanan deneysel yöntemde, deney grubu üzerinde etkisi incelenen yöntem "Buluş Yoluyla Öğrenme" dir. Deney deseni Tablo 1'de verilmiştir.

Araştırmanın kapsamında geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçleri nasıl gerçekleştiğini anlamak için deney grubu olarak seçilen sınıflarda yedi hafta boyunca öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirecek buluş yoluyla öğrenme stratejisine göre geliştirilen çalışma yaprakları ve etkinlikler uygulanmış, bu süreç içinde öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmiştir.

Tablo 1

Deney Deseni

Grubun Adı	Deney Öncesi	Denel İşlemler	Deney Sonrası
Deney Grubu	Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi	Buluş Yoluyla Öğrenme Yöntemi	Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi
Kontrol Grubu	Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi	Ders kitabına ve MEB'in programına göre Uygulanan Yöntemler	Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi

Araştırmada farklı geometrik düşünme düzeylerine sahip öğrencilerde bilgiyi oluşturma süreçlerinin nasıl gerçekleştiğini ortaya koymak amaçlandığından araştırmanın bu bölümünde örnek olay çalışması araştırma metodu olarak belirlenmiştir. Yıldırım ve Şimşek(2000: 191) örnek olay çalışmasını "nasıl ve niçin sorularını temel alan, araştırmacının kontrol edemediği bir olgu ya da olayı derinlemesine incelemeye olanak veren araştırma yöntemi." olarak tanımlamaktadır.

Örnek olay çalışmalarına yönelik olarak yöneltilen bazı eleştiriler söz konusudur. Bunlardan ilki durum çalışmalarının yanlı olduğu, diğeri durum çalışmalarının genellemeye izin vermeyeceği, üçüncüsü ise durum çalışmalarının uzun zaman alacağı şeklindedir (Yin, 1994). Bütün bu eleştiriler dikkate alındığında örnek olay çalışmasının dikkatle bir biçimde desenlenmesi gereken ve teknik araştırma bilgisini gerekli kılan bir süreç olduğu ortaya çıkmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2000).

Bu çalışma, keşfetmeye yönelik, açıklayıcı ve betimsel olmak üzere üç tip olarak sınıflandırılan (Yin, 1994) örnek olay çalışmasından biri olan açıklayıcı örnek olay çalışmasıdır. Bunun nedeni, araştırma kapsamında farklı geometrik düşünme düzeylerine sahip öğrencilerde bilgiyi oluşturma süreçleri arasındaki benzerlik ve farklılıkları anlamanın amaçlanmasıdır.

Yıldırım ve Şimşek(2000), araştırmanın veri tabanının zenginliği, araştırma sonunda ulaşılacak sonuçların daha geniş bir bakış açısı ile ele alınması ve farklı yorumlara ulaşılması amacıyla birden fazla veri toplama yöntemi kullanılmasının uygun olacağını belirtmiştir. Örnek olay çalışmasında görüşme ve gözlem veri toplama teknikleri kullanılmıştır.

Pozitivist anlayışı benimseyen bilim adamlarının bir takım karşı çıkışlarına rağmen matematik eğitimi alanında nitel araştırma yöntemleriyle yapılan çalışmalarda son yıllarda sıkça karşılaşılmaktadır. Bu yöntem kapsamında kullanılan veri toplama yöntemlerinden en çok kullanılanlardan birisi de öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerdir. Öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerin ilgili olarak 70 li yılların ortalarından itibaren gerçekleştirilen tartışmalar klinik mülakat yöntemini olgunlaştırmıştır(Zazkis ve Hazzan, 1999).

İlk kez Piaget'in psikolojik araştırmalar için ortaya koyduğu ve kullandığı klinik mülakat öğrencilerin düşüncelerindeki zenginliği keşfetmek ve bilişsel beceriyi değerlendirmek için matematik eğitimi alanında da kullanılan esnek bir soru sorma yöntemidir.(Karataş ve Güven, 2003).

Matematiksel bilgiyi anlama ve bu bilgiler arasındaki ilişkiyi oluşturma problem çözme sürecinde meydana gelmektedir(Swings ve Peterson, 1988, akt, Karataş ve Güven, 2003:s. 2). Öğrencilerin problem çözme süreçlerini ve bu süreçte ortaya koydukları performans klinik mülakat yardımıyla ayrıntılı biçimde ele alınabilir.

Öğrencilerin zihninden geçenleri gözlemlemek için kullanılabilecek bir teknoloji maalesef henüz icat edilmediğinde öğrencilerin düşünmeleri ve anlamaları ile ilgili tartışmalar yapabilmemiz için tek yolumuz onların hareketlerini ve sözcüklerini analiz etmekten geçmektedir. Klinik mülakat bu sözcükleri ve hareketleri anlamak için bize fırsatlar sunan bir yoldur(Zazkis ve Hazzan, 1999).

Goldin(1998), klinik mülakatların genel olarak araştırmalarda iki amaç için kullanıldığını ifade etmiştir; a) problem çözme yöntemi ile öğrencilerin matematiksel davranışlarını gözlemleme, b) gözlemlerden öğrencilerin matematiksel anlamalarını, bilgi yapılarını, bilişsel süreçlerini ve bu süreçte meydana gelen duyuşsal değişiklikler hakkında sonuçlar çıkarma.(Akt, Karataş ve Güven, 2003: s. 2).

Klinik mülakat yöntemiyle, öğrencilerin hataları derinlemesine incelenebilir ve saklı matematiksel düşünceler ortaya çıkarılabilir. Araştırmacı, problem çözme sırasında ortaya çıkan olağan dışı bir durumu klinik mülakat yöntemiyle inceleyebilir. Öğrencilerin yaptığı işlemleri açıklaması, bizlere düşünceleri hakkında ipuçları verebilir(Karataş ve Güven, 2003: 8).

Öğrencilerde matematiksel bilgiyi oluşturma süreçlerinin nasıl gerçekleştiği anlamak amaçlandığından örnek olay çalışmasında klinik mülakat kullanılmıştır. Örnek olay çalışmasında açık uçlu matematiksel problemler kullanılmıştır. Öğrenciler bu problemi çözerken görüşmeler gerçekleştirilmiştir ve bu görüşmeler kaydedilmiştir. Bu esnada, neden, niçin, nasıl soruları yöneltilmiş ve bu yolla da öğrencilerin bilgiyi oluşturma sürecindeki düşüncelerini açığa çıkaracak verilerin toplanması amaçlanmıştır.

Örnek olay çalışması kapsamında katılımcı gözlem yoluyla da veri toplanmıştır. Öğrencilerin verilen problemleri çözmeleri sürecinde sergiledikleri davranışları gözlemlenmiştir. Araştırmacı bu süreçte pasif bir gözlemci konumunda değil aktif bir role sahip katılımcı rolündedir(Yin, 1994).

Özet olarak araştırmada iki model kullanılmıştır. Bunlar, ilk olarak deneysel model ve sonrasında da örnek olay çalışmasıdır.

3.2 Denekler

Araştırmanın uygulanabilmesi için gerekli yerlerden gerekli izinler alınmıştır(Ek 7). Araştırma, 2010-2011 öğretim yılında iki özel okulda 7. sınıfa devam eden 118 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çeşitli nedenlerle ön test ve son teste katılamayan öğrencilerin verileri, verilerin değerlendirilmesi sırasında dikkate alınmamıştır. Bu nedenle deney grubunda 38 öğrenci, kontrol grubunda ise 38 öğrenci bulunmaktadır.

3.3 Örnek Olay Çalışması Katılımcıları

Örnek olay çalışmasının katılımcılarını, geometrik düşünme düzey belirleme testi uygulanıp değerlendirmeye alınan 118 denek arasından seçilen 12 öğrenci oluşturmaktadır. Bu araştırmada aykırı durumların normal durumlara göre daha zengin veri ortaya koymalarından ve araştırma problemini daha derin ve daha geniş bir perspektiften anlamamıza yardımcı olmasından(Yıldırım ve Şimşek, 2000) hareketle amaçlı örnekleme yöntemlerinden olan aykırı durum örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Deneklerden geometrik düşünme düzeylerine göre ilk üç düzeyden dörder öğrenci ile örnek olay çalışması gerçekleştirilmiş ve bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmiştir.

Öğrencilerin cinsiyetlerine ve geometrik düşünme düzeylerine göre dağılımı Tablo 2'de görülmektedir.

Tablo 2

Örnek Olay Katılımcılarının Dağılımı

Geometrik Düşünme Düzeyi	KIZ	ERKEK	TOPLAM
1. Düzey	2	2	4
2. Düzey	2	2	4
3. Düzey	2	2	4
TOPLAM	6	6	12

3.4 Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada kullanılan veri toplama araçları, araştırmacı tarafından geliştirilen geometrik düşünme düzey belirleme testi ve seçilen dört geometri alt öğrenme alanı ve bunlarla ilgili ölçme öğrenme alanında bulunan kazanımlara yönelik hazırlanan örnek olay çalışması problemleridir.

3.4.1. Geometrik Düşünme Düzeyi Belirleme Testi.

Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için bir ölçme aracı geliştirime ihtiyacı doğmuştur. Bu amaçla genellikle Usiskin(1982) tarafından geliştirilen ve 25 çoktan seçmeli sorudan oluşan Van Hiele Geometrik Düşünme Düzey Belirleme testi kullanılmakta olduğu görülmüştür. Bu testin Türkçe çevirisi Duatepe(2000) tarafından yapılmıştır. Yapılan literatür taraması sonucunda oluşturulacak testte aynı amaca yönelik Fidan(2009) tarafından geliştirilen testin de yararlanılmasına karar verilmiştir.

Van Hiele teorisi, hiyerarşik yapısı nedeniyle öğretime öğrencilerin bulundukları seviyeden başlanılması gereğini ortaya koymakta ve ilköğretim düzeyinde ilk üç seviye üzerinde durulmaktadır. Oluşturulan testte ilk üç düzeye ek olarak sıra dışı durumlar da göz önüne alınarak dördüncü düzey sorulara da yer verilmiştir.

Pilot çalışması yapılan testte 54 çoktan seçmeli soru bulunmaktadır. Soru sayısının çokluğu dikkate alınarak iki ayrı test hazırlanmıştır. Bu testlerde yer verilen soru sayıları eşit olduğu gibi her bir düzeye karşılık gelen sorular ikiye ayrılarak iki ayrı testte de eşit ağırlıkta bulundurulmuştur.

Oluşturulan testte yer alan soruların tümü araştırmacı tarafından hazırlanmamıştır. Bu sorulardan 33 tanesi Fidan(2009) tarafından oluşturulan testten, 3 tanesi Usiskin(1982) tarafından oluşturulan testten alınmış olup geri kalan 18 soru araştırmacı tarafından hazırlanmıştır ve uzman görüşleri alınarak testte yer almasına karar verilmiştir. Geliştirilen bu testte soru sayısı düzeylere göre sırasıyla 16, 16, 17 ve 5'dir.

Soruların dağılımı Tablo 3'de gösterilmiştir.

Tablo 3

Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi Düzeylere ve Konulara Göre Soruların Dağılımı

İLGİLİ OLDUĞU KONU	I. DÜZEY	II.DÜZEY	III.DÜZEY	IV.DÜZEY
DOĞRULAR VE AÇILAR	3	3	4	1
ÇOKGENLER	7	7	5	2
ÇEMBER VE DAİRE	2	3	3	1
EŞLİK BENZERLİK		1	3	1
GEOMETRİK CİSİMLER	4	2	2	
TOPLAM	16	16	17	5

Hazırlanan testin kapsam geçerliğini belirlemek için van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili çalışmaları ve konu ile ilgili bilgisi olan öğretim üyelerinden ve öğretmenlerden uzman görüşü alınmıştır. Testteki maddelerin öğrenciler açısından anlaşılır olup olmadığını belirlemek için test maddeleri üç öğrenciye verilmiş ve sorularda anlaşılmayan yerler olup olmadığı sorulmuş ve öğrencilerden alınan dönütler doğrultusunda da bazı düzeltmeler yapılmıştır.

Pilot uygulamaya katılan öğrencilerin seviyelere göre dağılımı aşağıdaki gibidir;

7. Sınıf : 100 kişi
8. Sınıf : 93 kişi
Lise : 33 kişi
Toplam : 216 kişi

Deneme formu (54 madde)’na ait test Tablo 4, madde istatistikleri Tablo 5 ve asıl forma (30 madde) ilişkin test ve madde istatistikleri Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 4

Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi Deneme Formu Test İstatistikleri

Testin aritmetik ortalaması	30,44
Testin güvenirlik katsayısı	0,89
Test maddelerinin ortalama güçlük indisi	0,56

Tablo 5

Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi Deneme Formu Madde İstatistikleri

Madde No	Güçlük İndeksi(p)	Ayırıcılık İndeksi(r)	Madde No	Güçlük İndeksi(p)	Ayırıcılık İndeksi(r)
1	0,75	0,52	**28**	0,85	0,58
2	0,79	0,57	**29**	0,80	0,54
3	0,80	0,43	**30**	0,85	0,67
4	0,67	0,54	**31**	0,85	0,65
5	0,92	0,58	**32**	0,82	0,61
6	0,90	0,63	**33**	0,90	0,71
7	0,57	0,37	**34**	0,37	0,16
8	0,76	0,45	**35**	0,45	0,51
9	0,50	0,43	**36**	0,37	0,33
10	0,46	0,39	**37**	0,65	0,58
11	0,76	0,58	**38**	0,73	0,62
12	0,67	0,49	**39**	0,67	0,57
13	0,67	0,52	**40**	0,71	0,65
14	0,80	0,58	**41**	0,73	0,45
15	0,69	0,46	**42**	0,56	0,48
16	0,35	0,31	**43**	0,66	0,54
17	0,20	0,36	**44**	0,33	0,36
18	0,38	0,41	**45**	0,18	0,22
19	0,68	0,62	**46**	0,64	0,51
20	0,43	0,39	**47**	0,52	0,52
21	0,60	0,49	**48**	0,54	0,48
22	0,27	0,28	**49**	0,31	0,26
23	0,35	0,43	**50**	0,17	0,13
24	0,14	0,13	**51**	0,57	0,58
25	0,61	0,60	**52**	0,54	0,40
26	0,25	0,30	**53**	0,20	0,19
27	0,19	0,06	**54**	0,27	0,30

Deneme formunda bulunan 54 madde içinden, madde ayırıcılık indisi(r) .20'nin altında olan 4 madde testten çıkarılmıştır. 50. maddenin yanlış ifade edildiği sonradan fark edilmiş olup madde ayırıcılığı 0,13 olmakla birlikte gerekli düzeltme yapılarak kullanılacak testte yer almasına karar verilmiştir. Kalan maddeler zaman faktörü de göz önüne alınarak azaltılmış ve test 30 maddeye indirilmiş ve teste son hali verilmiştir. 4. düzey beş soru da Usiskin tarafından hazırlanan testten alınmıştır.

Testin son halinde düzeylere göre soru sayıları aşağıdaki gibi belirlenmiştir;

1. Düzey: 5 soru
2. Düzey: 10 soru
3. Düzey: 10 soru
4. Düzey: 5 soru

Tablo 6

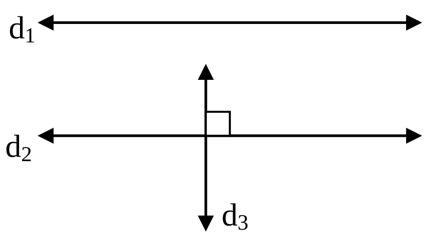
Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi Son Halinin Madde İstatistikleri

Madde No	Deneme Madde No	Güçlük İndeksi(p)	Ayırıcılık İndeksi(r)	Madde No	Deneme Madde No	Güçlük İndeksi(p)	Ayırıcılık İndeksi(r)
1	28	0,85	0,58	**16**	17	0,20	0,36
2	30	0,85	0,67	**17**	18	0,38	0,41
3	32	0,82	0,61	**18**	46	0,64	0,51
4	6	0,90	0,63	**19**	47	0,52	0,52
5	8	0,76	0,45	**20**	21	0,60	0,49
6	9	0,50	0,43	**21**	48	0,54	0,48
7	10	0,46	0,39	**22**	49	0,31	0,26
8	12	0,67	0,49	**23**	23	0,35	0,43
9	39	0,67	0,57	**24**	50	0,17	0,13
10	40	0,71	0,65	**25**	25	0,61	0,60
11	13	0,67	0,52	**26**	Usiskin’in testinden		
12	14	0,80	0,58	**27**	Usiskin’in testinden		
13	15	0,69	0,46	**28**	Usiskin’in testinden		
14	42	0,56	0,48	**29**	Usiskin’in testinden		
15	43	0,66	0,54	**30**	Usiskin’in testinden		

3.4.2. Örnek Olay Çalışması Problemleri

Örnek olay çalışması kapsamında öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini gözlemlenmek amacıyla toplam dokuz soru sorulmuştur. Öğrencilere yöneltilen sorular akademisyenlere ve alan uzmanı öğretmenlere inceletilmiştir. Uygulama öncesinde uygulamaya dahil olmayan farklı geometrik düşünme düzeylerinden üç öğrenciye sorular çözdürülerek soruların anlaşılabilirliği test edilmiştir. Bu araştırmada aşağıdaki problemler kullanılarak toplanan veriler değerlendirilmiştir.

1)

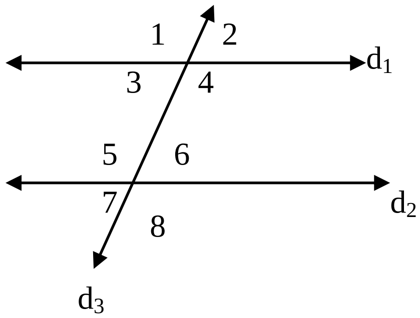


olmak üzere $d_3 \perp d_2$ ise d_1 ve d_3 doğrularının birbirlerine göre durumları ne olur? Neden?

Problem, öğrencilerin temel geometrik kavramlar, açı ile ilgili temel kavramlar, iki doğrunun dikliği ve iki paralel doğruyu kesen bir doğru ile oluşan açılar arasındaki ilişkileri verilen problem durumunda araştırırken gerekli bilgileri tanıma ve kullanma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır.

Çözüm sürecinde öğrenciden beklenen doğruların iki yönde uzayacağını, paralel doğruların kesişmeyeceğini ve yöndeş açıları bilmesi ve tanıması. Bunun ardından d_3 doğrusunu uzatarak d_1 doğrusu ile kesiştirmesi beklenmektedir. Sonrasında öğrencinin d_3 doğrusu ile d_2 doğrusunun kesiştikleri yerde oluşan dik açı ile d_3 doğrusu ile d_1 doğrusunun kesiştikleri yerde oluşan açının yöndeş olduğu ve $d_1 // d_2$ olduğu için de bu açının ölçüsünün de 90 derece olmasından dolayı $d_3 \perp d_1$ olduğu sonucuna ulaşması beklenmektedir.

2)



Yandaki şekilde 3 ve 6 numaralı açıların ölçüleri birbirine eşit ise d_1 ve d_2 doğrularının birbirine paralel olduğu söylenebilir mi? Neden?

Problem, öğrencilerin temel geometrik kavramlar, açı ile ilgili temel kavramlar, komşu, tümler, bütünler, iç ters, dış ters ve yöndeş açılar ve iki paralel doğruyu kesen bir doğru ile oluşan açılar arasındaki ilişkileri verilen problem durumunda araştırırken gerekli bilgileri tanıma ve kullanma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır.

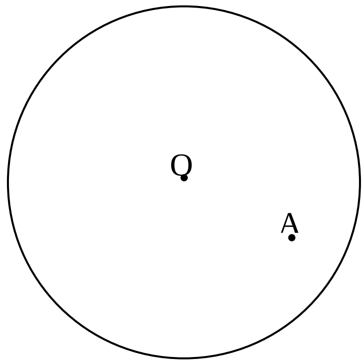
Çözüm sürecinde öğrenciden beklenen ters, içters ve yöndeş açıları bilmesi ve tanıması. Bunun ardından öğrencinin 3 ve 2 numaralı açıların ters açılar olduğu ve ters açıların ölçülerinin de birbirine eşit olduğunu söylemesi bekleniyor. Devamında da 2 ve 6 numaralı açıların yöndeş olduğu ve yöndeş açıların ölçülerinin de ancak kollar birbirine paralel olduğu zaman eşit olabileceğinden hareketle d_1 ve d_2 doğrularının birbirine paralel olduğunu söylemesi gerekiyor.

3) Birinin kenarları diğerinin kenarlarına karşılıklı olarak paralel olan açılara kenarları paralel açılar denir. Buna göre kenarları paralel açıların ölçüleri arasında bir ilişki var mıdır?

Problem, öğrencilerin temel geometrik kavramlar, açı ile ilgili temel kavramlar, komşu, tümler, bütünler, iç ters, dış ters ve yöndeş açılar ve iki paralel doğruyu kesen bir doğru ile oluşan açılar arasındaki ilişkileri verilen problem durumunda araştırırken gerekli bilgileri tanıma, kullanma ve hedeflenen yapıyı oluşturma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır.

Çözüm sürecinde öğrenciden beklenen soruyu anlaması ve açının köşesi, kenarı ve paralellik bilgilerini kullanarak oluşturduğu yapılarda yöndeş, içters, dışters açıları tanıyarak probleme devam etmesi ve son olarak da bir genellemeye varıp kural oluşturması. Problemin çözümünde ilk olarak öğrencinin söz konusu olan açıları çizmesi gerekiyor. Bu çizimlerin ardından oluşan şekillerdeki, yöndeş, içters, dışters, komşu ve bütünler açıları tanıyıp bunları kullanması ve oluşan açıların ölçüleri arasında bir ilişki bulması isteniyor. Bu ilişkileri bulduktan sonra da bu şartları sağlayan durumlar için bir kural oluşturması bekleniyor.

4) Yandaki O merkezli çemberin iç bölgesinde bulunan A noktasından geçen en uzun ve en kısa kirişleri çizerek nedenini belirtiniz.



Problem, öğrencilerin dikme, orta dikme ve kiriş arasındaki ilişkileri verilen problem durumunda araştırırken gerekli bilgileri tanıma, kullanma ve hedeflenen yapıyı oluşturma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır.

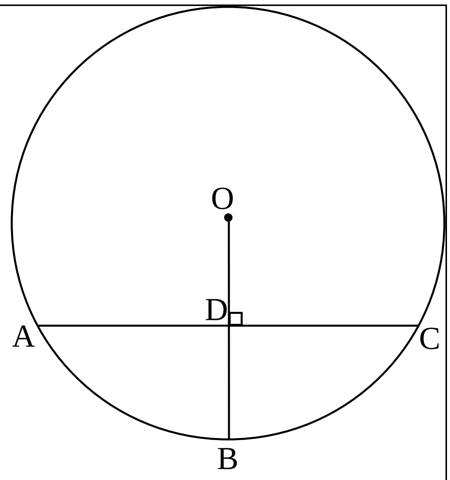
Çözüm sürecinde öğrenciden ilk beklenen en uzun kirişin çemberin merkezinden geçen kiriş olduğu bilgisi ve bunu bu çemberde A noktasından geçecek şekilde görebilmesi. Ardından nokta ile doğru arasındaki uzaklığın bir dikme olduğundan ve çemberin merkezinden uzaklaştıkça kirişlerin kısalacağı bilgisini kullanarak en kısa kirişin çizilmesi gerekmektedir. Bu adımlar tamamlandıktan sonra bir noktadan geçecek en uzun kirişin bu noktadan geçen çap en kısa kirişin ise bu noktadan geçen ve çapa dik olan kiriş olduğu kuralının öğrenci tarafından oluşturulması beklenmektedir.

5) Merkezi belirtilmemiş bir çemberin merkezi nasıl bulunabilir?

Problem, öğrencilerin çember ile ilgili temel kavramları verilen problem durumunda araştırırken gerekli bilgileri tanıma, kullanma ve hedeflenen yapıyı oluşturma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır.

Çözüm sürecinde öğrenciden beklenen onu çözüme götürecek birbiriyle uyumlu ve tutarlı bir yol izleyerek çözüme ulaşmasıdır. Bu yollardan birisi kirişin özellikleri kullanılarak uygulanabilir. Öğrenci çemberde iki farlı kiriş ve bunun ardından bu kirişlerin orta dikmelerini çizer. Orta dikmelerin çemberin merkezinden geçtiği ve farklı iki doğrunun bir noktada kesişeceği bilgisini kullanarak da kesiştikleri noktanın çemberin merkezi olduğu kararına varır.

6) Yandaki O merkezli çemberde [OB] yarıçap, [AC], yarıçapı D noktasında dik kesen bir kiriştir. Buna göre AB yayının ölçüsü ile BC yayının ölçüsü arasındaki ilişki nedir? Neden?

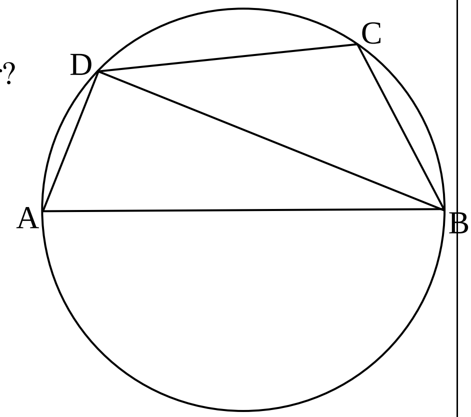


Problem, öğrencilerin orta dikme, çemberde açılar ve yaylar ve kiriş arasındaki ilişkileri verilen problem durumunda araştırırken gerekli bilgileri tanıma, kullanma ve hedeflenen yapıyı oluşturma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır.

Çözüm sürecinde öncelikle öğrenciden orta dikme, açılar ve yayları tanıması beklenmektedir. Bunun ardından merkez ile A noktasını ve C noktasını iki farklı doğru parçası ile birleştirmesi ve bunların ikisinin de yarıçap olduğunu fark ederek uzunluklarının eşit olduğunu söylemesi beklenmektedir. Bunun yanında OB doğru parçasının da AC doğru parçasının orta dikmesi olduğundan hareketle oluşan AOB ve BOC açılarının merkez açılar olduğunu ve bunların ölçülerinin OD doğru parçasının aynı zamanda OAC ikizkenar üçgeninin tepe açısının açı ortayı olduğundan dolayı birbirine eşit olduğunu söylemesi gerekir. Son olarak da Ölçüleri eşit olan iki merkez açının gördüğü yayların da ölçülerinin eşit olduğu bilgisini kullanarak AB ve BC yaylarının ölçülerinin eşit olduğu söylenebilir. Öğrencinin bu sürecin sonunda kirişin orta dikmesinin çemberi kestiği nokta ile kirişin iki ucu arasında oluşan iki çember yayının ölçüleri birbirine eşittir kuralına ulaşması beklenmektedir.

7) Yandaki şekilde [AB] çap, [AB]//[CD] ve

$s(D\hat{C}B) = 115^{O}$ ise $s(C\hat{D}B) = x$ kaç derecedir?



Problem, öğrencilerin çemberde açılar ve yaylar ile iki paralel doğruyu kesen bir doğru ile oluşan açılar arasındaki ilişkileri verilen problem durumunda araştırırken gerekli bilgileri tanıma ve kullanma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır.

Çözüm sürecinde öğrenciden ilk olarak beklenen soruda verilen bilgileri şekil üzerinde göstermesi. Bunun ardından çözüm süreci şu şekilde yürütülebilir;

$s\left(D\overset{\frown}{A}B\right) = 230^{o}$ (çevre açının gördüğü yay)

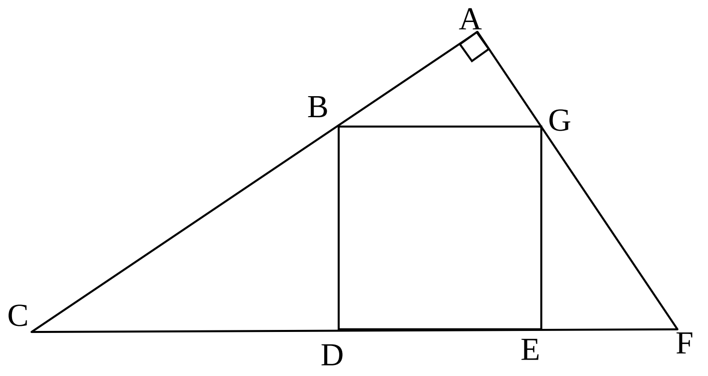
$s\left(A\overset{\frown}{B}\right) = 180^{o}$ (çap çemberi iki eş yaya ayırıyor)

$s\left(A\overset{\frown}{D}\right) = 230 - 180 = 50^{o}$

$s\left(D\hat{B}A\right) = \dfrac{s(A\overset{\frown}{D})}{2} = 25^{o}$ (çevre açı)

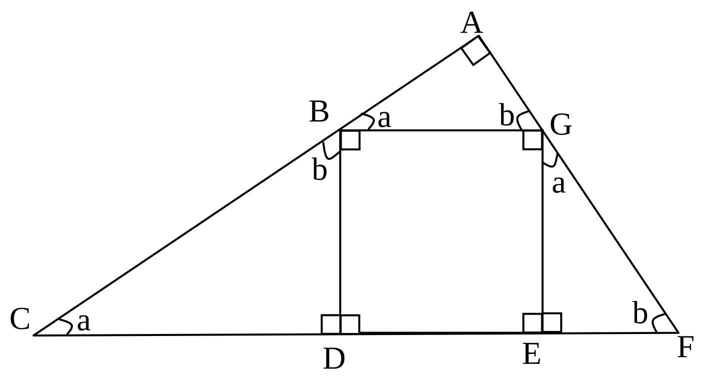
$s\left(D\hat{B}A\right) = s(C\hat{D}B) = 25^{o}$ (içters açılar)

8) Aşağıdaki şekilde A, B, C, D, E, F ve G noktaları ACF dik üçgeni üzerinde ve BDEG bir karedir. Buna göre, bu şekilde birbirine benzer çokgenler var mıdır? Neden?



Problem, öğrencilerin, üçgenlerin ve karenin özelikleri, iki paralel doğruyu kesen bir doğru ile oluşan açılar ve benzerlik ile ilgili bağlantıları verilen problem durumunda araştırırken gerekli bilgileri tanıma ve kullanma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır.

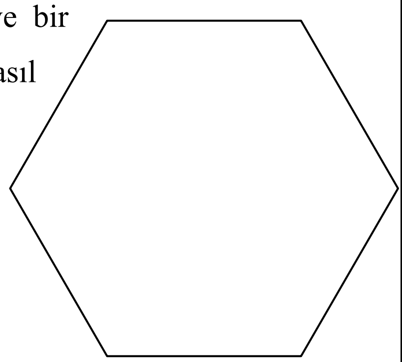
Çözüm sürecinde öğrenciden ilk olarak beklenen şekil üzerinde bulunan kare, dik üçgen, bunların birbirine göre konumlarını fark etmesidir ve şekli analiz etmesidir. Bu aşamanın ardından şekilde yer alan açıların ölçülerini bu şekillerin özelliklerinden faydalanarak aşağıdaki şekilde bulması beklenir;



Son olarak da bulduğu açı ölçülerinden faydalanarak benzer çokgenleri aşağıdaki şekilde yazması beklenir;

$$\overset{\Delta}{ACF} \approx \overset{\Delta}{ABG} \approx \overset{\Delta}{DCB} \approx \overset{\Delta}{EGF}$$

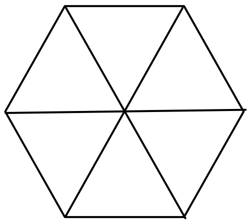
9) Bir düzgün altıgenin içerisine iki paralelkenar ve bir eşkenar dörtgeni boşta hiç alan kalmayacak şekilde nasıl yerleştirirsiniz?



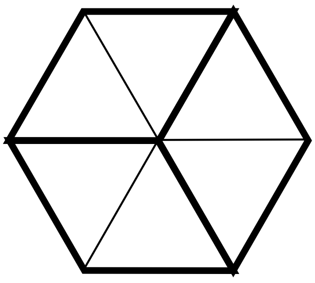
Problem, öğrencilerin temel geometri bilgisini ve çokgenlerin özelliklerini verilen problem durumunda araştırırken gerekli bilgileri tanıma, kullanma ve hedeflenen yapıyı oluşturma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır.

Bu sorunun çözümü de daha pek çok soruda olduğu gibi çeşitli şekillerde olabilir. Bu çözümlerden birisi aşağıdaki gibi olabilir;

Çözüm surecinde öğrenciden ilk olarak beklenen düzgün altıgenin köşegenlerini çizerek bunların birer eşkenar üçgen olduğunu söylemesidir.



Bunun sonrasında bu eşkenar üçgenlerin aşağıdaki şekilde birleştirerek iki eşkenar dörtgenler bir paralel kenarı oluşturması hatta eşkenar dörtgenin de bir paralel kenar olduğundan hareketle buradaki paralelkenarın da bir eşkenar dörtgen olduğunu söyleyip üç eşkenar dörtgen veya üç paralelkenar oluşturulduğu sonucuna ulaşması beklenmektedir.



Örnek olay çalışması problemlerinin geçerlik ve güvenirliği uzman görüşü alınarak ve pilot çalışma gerçekleştirilerek sağlanmıştır. Bilimsel çalışmalarda elde edilen sonuçların inandırıcılığı çok önemli bir ölçüttür. Bu önem çerçevesinde "geçerlik" ve "güvenirlik" ön plana çıkan iki ölçüt olmaktadır(Yıldırım ve Şimşek, 2000). Nitel araştırmalarda bu terimler nicel araştırmalarla benzerlik göstermekle birlikte farklı terimler kullanılarak ifade edilmektedir. Guba ve Linkoln(1989) bu ifadeler yerine aşağıdakileri kullanmayı tercih etmiştir;

İnandırıcılık(credibility) → İç geçerlik
Aktarılabilirlik(transferability) → Dış geçerlik
Güvenirlik(dependability) → Güvenirlik
Teyit edilebilirlik(confirmability) → Tarafsızlık

Örnek olay çalışmalarında geçerlik ve güvenirliği sağlamak için kullanılan ölçütler tablo 7 de belirtilmiştir (Yeşildere, 2006).

Tablo 7
Örnek Olay Çalışmalarında Kullanılan Geçerlik ve Güvenirlik Ölçütleri

KRİTERLER	KULLANILAN STRATEJİLER
İnandırıcılık (İç geçerlik)	Uzman incelemesi
	Negatif Olay Analizi
	Çeşitleme
Aktarılabilirlik (Dış geçerlik)	Geniş açıklama
	Çoklu durum deseni
Tutarlık (Güvenirlik)	Örnek olay çalışması protokolü
	Örnek olay çalışması veritabanı
Teyit edilebilirlik	Delil zinciri

Bu araştırmada inandırıcılığı sağlamak için uzman incelemesi, negatif olay analizi ve çeşitleme stratejileri kullanılmıştır. Araştırmada öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri, geometrik düşünme düzeyleri farklı öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Bu şekilde oluşturulan çoklu durum deseninin araştırmanın aktarılabilirliğini sağladığı düşünülmektedir.

On iki öğrenciyle gerçekleştirilen 108 örnek olay çalışmasının görüşmeleri çözümlenmiş ve bunlar için raporlar hazırlanmıştır. Buna ek olarak her bir görüşmenin orijinal halinden ve araştırmacı raporlarından veri tabanı oluşturulmuştur. Araştırma kapsamında gerçekleştirilen görüşme metinleri takip edilebilir durumdadır. Bu şekilde tutarlığın sağlandığı düşünülmektedir.

Araştırmada farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Bu incelemelerde delil olarak görüşme ve katılımcı gözlem notları kullanılmıştır. İncelemelerde ulaşılan fikirler, görüşme metinleri referans gösterilerek gerekçelendirilmekte ve delil zinciri oluşturulmaktadır.

3.5 Etkinlik Planlarının Hazırlanması

Etkinlik planları hazırlanmadan önce ilköğretim 7. sınıf matematik dersi kazanımları incelenmiş ve ardından yıllık ders planlarında ilk yarıyıl ele alınan geometri öğrenme alanı ve ilgili ölçme öğrenme alanı kazanımları belirlenmiştir (Ek 3) ve bu kazanımlara uygun etkinlikler hazırlanmıştır(Ek 5). Hazırlanan etkinliklerden yola çıkılarak oluşturulan çalışma yaprakları ile zenginleştirilen öğretim süreci takip edilmiştir. Etkinliklerin ve çalışma yapraklarının hazırlanmasında çeşitli kaynaklardan yararlanılmış ve uzman görüşüne başvurulmuştur. Etkinlikler oluşturmacı bir felsefeyle ele alınmıştır. Aşağıda bir oluşturmacı matematik etkinliğinin bazı ana hatları verilmiştir (Olkun&Toluk, 2003);

- Sezgisel Aşama
- Yapılandırılmış Etkinlik
- Tartışma-Açıklama

- Kavrama/Kurala Ulaşma
- Uygulama
- Değerlendirme

Etkinlik planlarının hazırlanmasında matematik derslerinin yapısına en uygun olan yollardan buluş yoluyla öğrenme stratejisi kullanılmıştır. Jacobsen ve arkadaşları buluş yoluyla öğretimi şu şekilde özetlemektedirler (Büyükkaragöz ve Çivi, 1997: 73)

- Öğretmen örnekleri sunar
- Öğrenci örnekleri tanımlar
- Öğretmen ek örnekler sunar
- Öğrenci ek örnekleri de tanımlar ve önceki örneklerle bağ kurar
- Öğretmen ek örnekleri ve örnek olmayanları sunar
- Öğrenci örnekleri karşılaştırır ve duruma ters düşen örnekleri belirler.
- Öğretmen, öğrencilerin teşhis ettiği özellikleri, ilişkileri ya da ilkeleri vurgular.
- Öğrenci tanımları yapar ve ilişkileri kurar.
- Öğretmen öğrencilerden ek örnekler ister.

Buluş Yolu ile öğrenmede öğrenci ve öğretmen arasındaki etkileşim çok önemlidir, öğrenci-öğretmen etkileşiminin içeriği aşağıdaki gibidir(Aksu, 1991):

- Öğretmen bir örnek sunar. Öğrenci örneği açıklar
- Öğretmen başka bir örnek sunar. Öğrenci ikinci örneği açıklar ve birincisi ile karşılaştırır.
- Öğretmen başka örnekler ve farklı durumlar sunar. Öğrenci örnekleri karşılaştırır.
- Öğretmen, öğrencileri özellikleri ya da ilişkileri bulmaya yönlendirir. Öğrenci tanımı ya da ilişkiyi bulur.
- Öğretmen, bulunan tanım ya da kurala uygun örnekler ister.

Diğer bir buluş yoluyla işlenen matematik dersi örneği (Jones,1999; Akt: Yazıcı, 2002):

- Kompleks bir problem sunulur (3-5 dakika).
- Öğrenciler kendi başlarına veya gruplar halinde problemi çözmek için
- uğraşırlar (14-15 dakika).
- Öğrencilerin buldukları formüller ve sonuçlar üzerinde sınıf tartışması
- yapılır (30 dakika).
- Öğrencilere problemler üzerinde pratik yaptırılır (5 dakika)
- biçiminde oluşturulmuştur.

Bu yaklaşımlar dikkate alınarak Ek 4'de yer alan etkinlik planı aşamaları oluşturulmuş ve seçilen kazanımlar ile ilgili etkinliklere Ek 5'de yer verilmiştir.

3.6 Prosedür

Bu bölümde, geometrik düşünme düzey belirleme testi, deneysel çalışma ile örnek olay çalışmasının uygulama süreci ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

3.6.1.Geometrik Düşünme Düzeyi Belirleme Testinin Uygulanma Prosedürü

Araştırma kapsamında ilk olarak deney ve kontrol grubundaki öğrencilere öğretim sürecinin başlangıcında ve bitiminde aynı "Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi" uygulanmıştır. Öğretim sürecinin bitiminde deney ve kontrol grubunda sürecin başında uygulanan test tekrar uygulanmıştır.

Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi (Ek 2), 2010-2011 eğitim öğretim yılının ilk yarıyılının başında İzmir evreninden biri araştırmacının görev yaptığı diğeri ise bir özel ilköğretim okulunun(Ek 1) 7. sınıflarında uygulanmıştır. Testin uygulanabilmesi için gerekli yasal izinler alınmıştır.

Testin uygulanma sürecinde uygulama yapılacak olan okullardaki matematik öğretmenlerinden randevu alınarak araştırmanın amacı, önemi ve uygulanması hakkında bilgi verilmiş ve araştırma konusu olan geometri ve ölçme öğrenme alanlarına ait konuların yıllık plana göre ne zaman işleneceği belirlenerek okullarda yapılacak olan uygulamaların tarihleri belirlenmiştir.

Öğrencilere uygulama yapılmadan önce araştırmanın amacı, önemi, öğrencilerin araştırmadaki rolü, uygulama süresi ve testle ilgili gerekli açıklamalar araştırmacı tarafından belirlenen "Katılımcı Bilgilendirme Kriterlerine"(Ek 6) göre yapılmıştır.

3.6.2.Deneysel Çalışma Prosedürü

İlköğretim 7. sınıf matematik dersi programında çok sayıda geometri ve bunlarla ilişkili ölçme öğrenme alanı kazanımları mevcuttur. Söz konusu kazanımların tümü dikkate alındığında bu kazanımların ardı ardına ele alınmayıp belli aralıklarla ele alındığı ve bu şekilde bütün yıla yayıldığı görülmektedir. Bu durum, kazanımların çokluğu ve etkinlik sürecinin dışında öğrencilerle bire bir görüşmelerin yoğunluğu dikkate alınarak kazanımları sınırlama ihtiyacını doğurmuştur. Ele alınan toplam kazanım sayısı 19 ve bu kazanımları ele almak için kullanılan toplam ders saati sayısı ise her bir sınıf için yaklaşık 28 olmuştur.

Deneysel çalışmaya araştırmacının görev yaptığı okulda bulunan üç sınıf deney grubu olarak, diğer okul da kontrol grubu olarak katılmıştır. Deney grubundaki sınıflarda dersler araştırmacı tarafından buluş yoluyla öğrenme stratejisine göre oluşturulmuş etkinlikler doğrultusunda işlenmiştir. Kontrol grubunda ise öğretmenler ders kitabına ve MEB'in programına göre dersi işlemişlerdir.

Deney grubundaki sınıflarda öğrenciler geometrik düşünme düzeylerine göre gruplara ayrılmış ve her grup üç öğrenciden oluşturulmuştur. Grupların mümkün olduğunca heterojen oluşturulmasına dikkat edilmiştir. Tüm sınıfların etkinlik sürecinde gözlemlenmiş olmasının yanında her bir sınıftan oluşturulan üçlü gruplardan görüşme yapılan öğrencilerin yer aldığı iki grup özellikle ayrıntılı olarak takip edilmiştir. Sınıf etkinlik süreci ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Etkinlikler süresince öğrencilere gerek bireysel olarak gerekse grup olarak yapacakları çalışmaları kaydedecekleri çalışma yaprakları verilmiştir. Etkinlik sürecinin sonunda kayıtlar ve çalışma yaprakları incelenerek öğrencilerle yapılacak görüşme soruları belirlenmiştir.

3.6.3. Örnek Olay Çalışmasının Gerçekleştirilme Prosedürü

Araştırmanın uygulama aşaması sonrasında deney grubundan seçilen öğrencilerle yapılandırılmamış bir görüşme süreci takip edilmiştir. Yapılandırılmamış görüşmede net olarak belirlenmiş sorular ve bu sorulara yönelik yanıtlar konusunda bir beklenti yoktur. Araştırmacı, görüşme sırasında ortaya çıkan yeni durumlarda bazı noktaları derinlemesine incelemek için ayrıntılı sorular kullanılabilir(Yıldırım ve Şimşek, 2000).

Örnek olay çalışması kapsamında yapılan görüşmeler 2010-2011 eğitim öğretim yılının 1. ve 2. yarıyılında araştırmacının görev yaptığı okulda yapılmıştır. Bu okul sosyoekonomik düzeyi yüksek ve akademik olarak farklı başarı düzeylerinde öğrencilerin bulunduğu bir özel okuldur. Bu niteleme bu okulda görev yapan öğretmenlerin görüşlerine dayanmaktadır.

Bu okullardan görüşme yapılan öğrenciler amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan maksimum çeşitlilik örneklemesi ile seçilen on iki öğrencidir. Bu on iki kişi 1., 2. ve 3. geometrik düşünme düzeyindeki öğrenciler arasından düşündüklerini yazılı ve sözlü olarak daha iyi ifade edeceği düşünülen dörder öğrenciden oluşmaktadır. Görüşmelerin yapılabilmesi gerekli yasal izinler alınmıştır

Görüşme yapmak üzere görüşme protokolü hazırlanmıştır. Görüşmeler sırasında öğrencilere yöneltilecek sorular etkinliklerin değerlendirme kısımlarında bulunan sorulara verdikleri yanıtlar temel alınarak her konu için farklı oluşturulmuştur. Görüşmeler esnasında, öğrencilere, Tablo 8'de örneği verilmiş olan yapılandırılmamış bir "Görüşme Protokolü" baz alınarak sorular yöneltilmiştir. Görüşmeler, öğrencilerin ortaya koydukları farklı fikirler, yorumlar ya da düşünce tarzları doğrultusunda yeni yaklaşımlar ve anlık sorular ile zenginleştirilmiş ve bu sayede elde edilen bulgular derinlemesine irdelenebilmiştir.

Tablo 8

Görüşme Protokolü Soruları

1. Bu soruda tam olarak ne sorulduğunu açıklar mısın?
2. Düşündüklerini yüksek sesle dile getirir misin?
3. Söylediklerini sembolik olarak yazar mısın?
4. Bu soruyu neden bu şekilde yanıtladın?
5. Bu soruda neden böyle bir çözüm yaptın?
6. Bu sorunun çözümünde farklı bir yol kullanabilir misin?
7. Bu çözümden yola çıkarak nasıl bir sonuca ulaşabilirsin?
8. Bulduğun çözüm hangi durumlarda kullanılabilir?
9. Ulaştığın sonuç genellenebilir mi?
10. Sorunun çözümünden yola çıkarak bir kural oluşturabilir misin?

Görüşmeye başlamadan önce öğrenciye görüşmenin amacı, önemi araştırmacı tarafından “Katılımcı Bilgilendirme Kriterleri”(Ek 6) kapsamında açıklanmıştır.

Görüşmeler sadece öğrenci ve araştırmacının bulunduğu bir odada yüz-yüze gerçekleştirilmiştir. Görüşme sırasında öğrencinin kullanması için masada bir çizim kağıdı, kalem ve geometri takımı bulundurulmuştur. Görüşme sürecinde öğrencinin söylediklerinin hiç birini kaçırmamak ve hareketlerini takip edebilmek için kamera kullanılmıştır. Görüşmeye başlamadan önce öğrenciye görüşmenin amacı, önemi araştırmacı tarafından açıklanmıştır. Görüşme süreci ile ilgili sayısal veriler aşağıdaki Tablo 9'daki gibidir;

Tablo 9

Görüşme Süreci ile İlgili Sayısal Veriler

Öğrenci sayısı	**12**
Her bir öğrenciyle görüşme sayısı	**3**
Her bir öğrenciye yöneltilen soru sayısı	**9**
Görüşmelerin toplam süresi	**12 saat 36 dakika**
Her bir öğrenciyle yapılan ortalama görüşme süresi	**63 dakika**
Her bir öğrenciyle her bir soru ile ilgili yapılan ortalama görüşme süresi	**7 dakika**

Yapılacak uygulamalar ile ilgili gerekli bilgiler aşağıda belirtilen yönergeler yardımıyla verilmiştir(Ek 6);

- Görüşmeler İçin Öğrenci Bilgilendirme Yönergesi.
- Uygulanacak Test için katılımcı Bilgilendirme Yönergesi.
- Uygulama Yapılacak Okullarda İdareci ve Öğretmen Bilgilendirme Yönergesi.

3.7 Veri Çözümleme Teknikleri

Bu bölümde geometrik düşünme düzey belirleme testi sonucunda ve örnek olay çalışması kapsamında elde edilen verilerin analizinin nasıl gerçekleştirildiği detaylandırılarak açıklanmaktadır.

3.6.1. Geometrik Düşünme Düzeyi Belirleme Testi Analizleri

Öğrencilerin verdikleri yanıtlar FINESSE programına aktarılarak KR 20 güvenirlik katsayısı, ayırıcılık indeksi, güçlük indeksi hesaplanmış ve geometrik düşünme düzey belirleme testine göre öğrencilerin düzeyleri belirlenmiştir.

Düzeylerin belirlenmesinde Ususkin(1982) tarafından kullanılan prosedür uygulanmıştır. Buna göre:

0. düzey hiçbir düzeyde 3 yada daha fazla soruya doğru cevap vermeyen 0
1. düzey soruları(1-5) ile ilgili kriteri taşıyan öğrenciye 1
2. düzey soruları(6-10) ile ilgili kriteri taşıyan öğrenciye 2
3. düzey soruları(11-15) ile ilgili kriteri taşıyan öğrenciye 4
4. düzey soruları(16-20) ile ilgili kriteri taşıyan öğrenciye 8
5. düzey soruları(20-25) ile ilgili kriteri taşıyan öğrenciye 16

puan vermiştir.

Öğrencinin 1. düzey ile ilgili kriteri yerine getirmesi için 5 sorudan en az 3'ünü (%60) doğru cevaplaması gerekmektedir. Öğrencilerin ağırlıklı puanları her bir düzeyden aldıkları puanların toplamıyla oluşmaktadır.

Bu çalışmada kullanılan değerlendirme kriteri aşağıdaki gibidir;

1. düzey sorularından 3; 2. ve 3. düzey sorularından 6; 4. düzey sorularından 3 yada daha fazla soruya doğru yanıt vermeyen öğrenciye 0
1. düzey sorulardan 3 yada daha fazla soruya doğru yanıt veren öğrenciye 1
2. düzey sorulardan 6 yada daha fazla soruya doğru yanıt veren öğrenciye 2
3. düzey sorulardan 6 yada daha fazla soruya doğru yanıt veren öğrenciye 4
4. düzey sorulardan 3 yada daha fazla soruya doğru yanıt veren öğrenciye 8

puan verilmiştir

Öğrencilerin 1. düzeye atanması için 5 sorudan en az 3'ünü doğru yanıtlaması gerekmektedir. 2. düzeye atanması için 1. düzeyle ilgili sorulardan en az 3 ve 2. düzey sorulardan en az 6 tanesini doğru yanıtlaması gerekmektedir. 3. düzeye atanması için 1. düzey sorulardan en az 3, 2. ve 3. düzey sorulardan en az 6 sını doğru yanıtlaması gerekmektedir. 4. düzeye atanması için 1. düzeyden en az 3, 2. ve 3. düzeyden en az 6 ve 4. düzeyden en az 3 soruyu doğru yanıtlaması gerekmektedir.

3.6.2. Örnek Olay Çalışması Verilerinin Analizi

Örnek olay çalışmasından öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri üzerinde durulmuştur. Bu süreçte "betimleme", "analiz" ve "yorumlama" yer almaktadır. Çalışmadaki veri analizi nitel veri analizlerinden içerik analizi ile gerçekleştirilmiştir. İçerik analizi, toplanan verilerin derinden analiz edilmesi ve önceden belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılmasına olanak sağlaması(Yıldırım ve Şimşek, 2000) açısından tercih edilmiştir.

Veriler raporlaştırılarak sunulmuştur. Örnek olay çalışmalarında yazılı raporları klasik tek örnek olay çalışması, klasik tek örnek olay çalışması çoklu durum versiyonu, çoklu veya tek örnek olay çalışması ve çoklu örnek olay çalışması olmak üzere dört farlı şekilde oluşturulabilmektedir(Yin, 1994). Bu çalışmada çoklu örnek olay çalışması yazılı raporu kullanılmıştır.

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini analiz etmek için RBC teorisi araç olarak kullanılmıştır. Farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrenciler ile yapılan görüşmeler incelenmiş ve bilgi oluşturma süreçleri, tanıma, kullanma ve oluşturma başlıkları çerçevesinde yorumlanarak verilmiştir.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde deneysel ve örnek olay çalışmalarından elde edilen bulgular ve yorumlar yer almaktadır.

4.1.Deneysel Çalışma Bulguları

Bu araştırma, buluş yolu ile öğrenme stratejisinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine etkisini test etmek amacı ile planlanmıştır. Bu bölümde, yapılan analizler sonucu elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Aşağıda geometrik düşünme düzey belirleme testi için yapılan analizlerin bulguları yer almaktadır.

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilere ön test olarak "Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi" uygulanmıştır. Deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin, geometrik düşünme düzey belirleme testi ön test puanları açısından farklılaşma durumunu analiz etmek amacıyla öğrencilerin ön test puanları üzerinde bağımsız gruplar t- testi uygulanmıştır. Ön test puanlarına ilişkin sayısal veriler Tablo 10'da yer almaktadır.

Tablo 10

Deney ve Kontrol Gruplarının Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi Ön Test Puanlarının t-testi Sonuçları

	N	$\bar{X}$	SS	t	p
Deney Grubu	38	17,68	3,10	0,89	0,929
Kontrol Grubu	38	17,61	4,47		

Tablo 1 incelendiğinde, deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin ön test puanlarına ilişkin ortalamalarının birbirine yakın olduğu görülmektedir. Grupların geometrik düşünme düzey belirleme ön test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemek amacı ile yapılan bağımsız gruplar t-testi sonucuna göre gruplar arasında ön test puanları açısından anlamlı fark bulunmamıştır($t = 0.89$, $p > .05$). Başka bir deyişle, deney ve kontrol gruplarındaki öğrenciler ön test puanları açısından farklılaşmamaktadırlar. Bu sonuç doğrultusunda, buluş yolu ile öğrenme stratejisinin uygulandığı deney grubu öğrencileri ile kontrol grubu öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri açısından başlangıçta birbirine denk düzeyde oldukları ve deneysel işlem öncesinde grupların birbirine üstünlük sağlamadığı söylenebilir.

Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin deneysel işlem öncesinde uygulanan Geometrik düşünme düzey belirleme testine göre düzeyleri belirlenmiştir. Deney ve kontrol gruplarındaki örgencilerin geometrik düşünme düzeylerine göre frekansları ve yüzdeleri Tablo 11'de gösterilmiştir.

Tablo 11

Deney ve Kontrol Gruplarının Eğitimden Önceki Geometrik Düşünme Düzeylerinin Dağılımı

Düzey	**0***		**1**		**2**		**3**		**4**		**Toplam**	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Deney	0	0	10	26	17	45	11	29	0	0	38	100
Kontrol	1	3	6	16	16	42	15	39	0	0	38	100
Toplam	1	1	16	21	33	44	26	34	0	0	76	100

0*. Düzey: Herhangi bir düzeye atanamayan öğrencilerin yer aldığı düzey olarak kabul edilmiştir.

Buluş yoluyla öğrenme stratejisine göre eğitim gören deney grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme düzey belirleme testinden aldıkları ön test ve son test puanlarının ortalama ve standart sapmaları hesaplanmış, ön test ve son test puanları arasındaki fark ilişkili t-testi ile karsılaştırılmıştır. Deney grubu için oluşturulan bu veriler Tablo 12'de gösterilmiştir.

Tablo 12

Deney Grubu Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi Ön Test ve Son Test Puanlarının t-testi Sonuçları

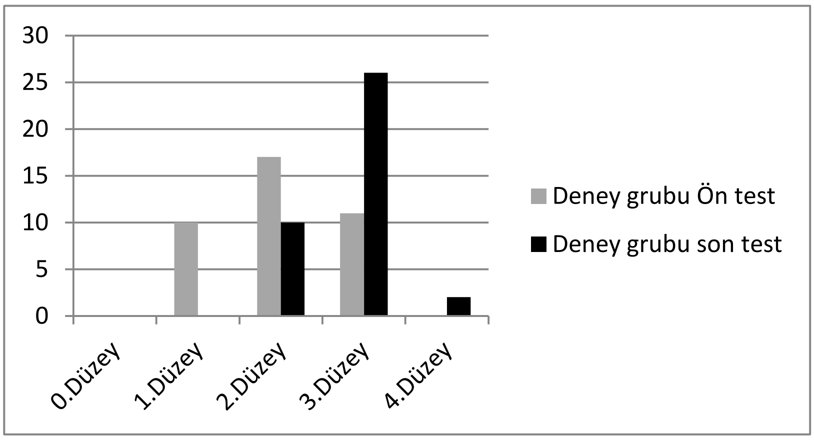
	N	$\bar{X}$	SS	t	p
Ön test	38	17,68	3,10	10,910	0,000
Son test	38	20,97	3,06		

Tablo 3 incelendiğinde araştırmaya katılan deney grubu öğrencilerinin geometrik düşünme düzey belirleme testinden aldıkları ön test ve son test puanlarının arasında anlamlı bir farklılık olduğu görülmektedir(t =10.910, p >.05). Gözlenen bu farkın son test puanları lehine olduğu söylenilebilir. Elde edilen bu bulgulara göre buluş yolu ile öğretim stratejisinin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirmeye önemli bir etkisinin olduğu söylenilebilir.

Deney grubundaki örgencilerin eğitimden önceki ve sonraki geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Bu veriler Şekil 2'de gösterilmiştir.

Şekil 2

Deney Grubu Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Ön test ve Son test Puanlarını Gösteren Diyagram



Şekil 2 de görüldüğü gibi ön test puanlarına göre ilk üç düzeyde yer alan öğrencilerin son test puanlarına göre 2, 3 ve 4. düzeyde yer aldıkları 0. ve 1. düzeyde öğrencinin bulunmadığı söylenebilir. Buluş yoluyla öğrenme stratejisine göre yapılan eğitimden önce öğrencilerin %26 sı (N=10) 1. düzeyde bulunurken deneysel işlem sonrasında 0. ve 1. düzeyde hiç bir öğrenci yer almamıştır. Ön test puanlarına göre öğrenciler en çok(%45, N=17) 2. düzeyde yer alırken son test puanlarına göre öğrencilerin büyük çoğunluğu((%69, N=26) 3. düzeyde yer almıştır. Ön test puanlarına göre 4. düzeyde hiç öğrenci bulunmazken son test puanlarına göre 2 öğrencinin bu düzeyde yer alması dikkat çekmektedir.

Ders kitabına ve MEB'in programına göre eğitim gören kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme düzey belirleme testinden aldıkları ön test ve son test puanlarının ortalama ve standart sapmaları hesaplanmış, ön test ve son test puanları arasındaki fark ilişkili t-testi ile karsılaştırılmıştır. Kontrol grubu için oluşturulan bu veriler Tablo 13'de gösterilmiştir.

Tablo 13

Kontrol Grubu Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi Ön Test ve Son Test Puanlarının t-testi Sonuçları

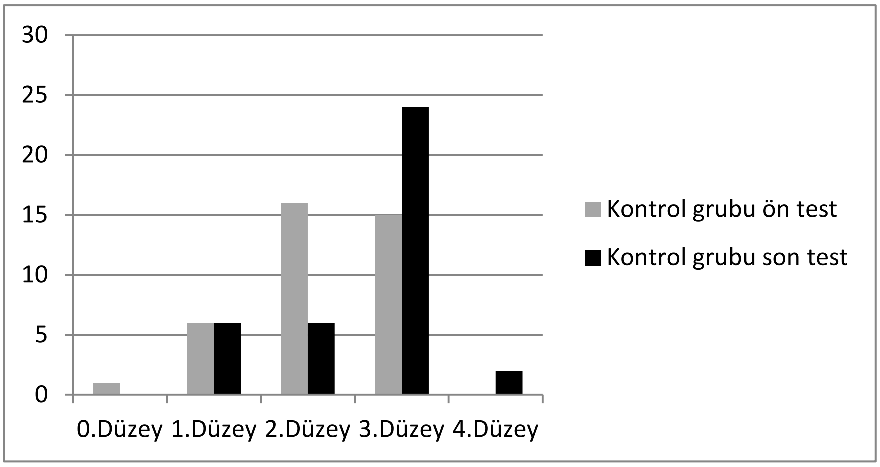
	N	$\bar{X}$	SS	t	p
Ön test	38	17,61	4,47	4,651	0,000
Son test	38	20,61	3,49		

Tablo 13 incelendiğinde araştırmaya katılan kontrol grubu öğrencilerinin geometrik düşünme düzey belirleme testinden aldıkları ön test ve son test puanlarının arasında anlamlı bir farklılık olduğu görülmektedir(t =4.651, p >.05). Gözlenen bu farkın son test puanları lehine olduğu söylenilebilir. Elde edilen bu bulgulara göre MEB'in programına göre işlenilen derslerin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirmeye önemli bir etkisinin olduğu söylenilebilir.

Kontrol grubundaki örgencilerin eğitimden önceki ve sonraki geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Bu veriler Şekil 3'de gösterilmiştir.

Şekil 3

Kontrol Grubu Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Ön test ve Son test Puanlarını Gösteren Diyagram



Şekil 3 de görüldüğü gibi ön test sonuçlarına göre ilk 0. ve ilk üç düzeyde öğrenciler yer alırken son test puanlarına göre 0. düzeyin dışında tüm düzeylerde öğrencilerin olduğu söylenebilir. Ders kitabına ve MEB'in programına göre eğitimden önce öğrencilerin %3 ü (N=1) 0. düzeyde ve %16 sı (N=6) 1. düzeyde bulunurken deneysel işlem sonrasında 0. düzeyde öğrenci görülmemekte 1. düzeydeki öğrenci sayısında ise bir değişim gözlemlenmemektedir. Ön test puanlarına göre öğrenciler en çok(%42, N=16) 2. düzeyde yer alırken son test puanlarına göre öğrencilerin büyük çoğunluğu((%63, N=24) 3. düzeyde yer almıştır. Ön test puanlarına göre 4. düzeyde hiç öğrenci bulunmazken son test puanlarına göre 2 öğrencinin bu düzeyde yer alması dikkat çekmektedir.

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilere son test olarak “Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi” değiştirilmeden uygulanmıştır. Deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin, geometrik düşünme düzey belirleme testi son test puanları açısından farklılaşma durumunu analiz etmek amacıyla öğrencilerin son test puanları üzerinde bağımsız gruplar t- testi uygulanmıştır. Son test puanlarına ilişkin sayısal veriler Tablo 14’de yer almaktadır.

Tablo 14

Deney ve Kontrol Gruplarının Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi Son Test Puanlarının t-testi Sonuçları

	N	$\bar{X}$	SS	t	p
Deney Grubu	38	20,97	3,06	0,489	0,626
Kontrol Grubu	38	20,61	3,49		

Tablo 14 incelendiğinde, deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin son test puanlarına ilişkin ortalamalarının birbirine yakın olduğu görülmektedir. Grupların geometrik düşünme düzey belirleme son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemek amacı ile yapılan bağımsız gruplar t-testi sonucuna göre gruplar arasında son test puanları açısından anlamlı fark bulunmamıştır($t = 0.489$, $p > .05$). Başka bir deyişle, deney ve kontrol gruplarındaki öğrenciler son test puanları açısından farklılaşmamaktadırlar. Bu sonuç doğrultusunda, buluş yolu ile öğrenme stratejisinin uygulandığı deney grubu öğrencileri ile kontrol grubu öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri açısından deneysel işlem sonrasında birbirine denk düzeyde oldukları ve grupların birbirine üstünlük sağlamadığı söylenebilir.

Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin deneysel işlem sonrasında uygulanan Geometrik düşünme düzey belirleme testine göre düzeyleri belirlenmiştir. Deney ve kontrol gruplarındaki örgencilerin geometrik düşünme düzeylerine göre frekansları ve yüzdeleri Tablo 15'de ve Şekil 4 de, ön test ve son test puanlarına göre karşılaştırmalar ise Tablo 16'da gösterilmiştir.

Tablo 15

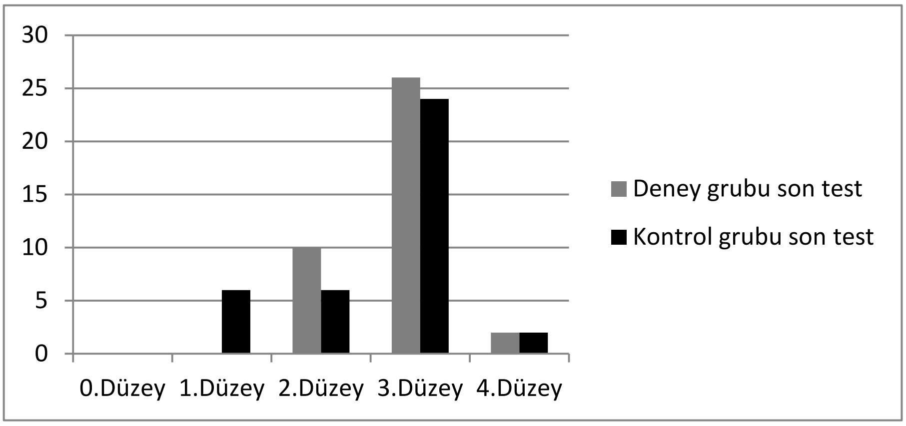
Deney ve Kontrol Gruplarının Eğitimden Sonraki Geometrik Düşünme Düzeylerinin Dağılımı

Düzey	0*		1		2		3		4		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Deney	0	0	0	0	10	26	26	69	2	5	38	100
Kontrol	0	0	6	16	6	16	24	63	2	5	38	100
Toplam	0	0	6	8	16	21	50	66	4	5	76	100

0*. Düzey: Herhangi bir düzeye atanamayan öğrencilerin yer aldığı düzey olarak kabul edilmiştir.

Şekil 4

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Son test Puanlarını Gösteren Diyagram



Tablo 15 ve Şekil 4 incelendiğinde son test puanlarına göre deney ve kontrol grubundan herhangi bir güzeye atanamayan öğrencinin olmadığı görülmektedir. 1. düzeyde deney grubundan öğrenci bulunmazken kontrol grubundan ön testte olduğu gibi 6 öğrencinin(%16) bulunması dikkat çekmektedir. 2. ve 3. düzeydeki öğrenci yüzdeleri incelendiğinde deney grubu lehine bir durum ortaya çıkmaktadır. Deneysel sürecin sonunda her iki grupta da 2 şer öğrencinin bulunduğu görülmüştür. Bu bulgular dikkate alındığında deneysel işlem sonrasında deney grubunun kontrol grubundan daha başarılı olduğu söylenebilir.

Tablo 16

Deney ve Kontrol Gruplarının Eğitimden Önceki ve Sonraki Geometrik Düşünme Düzeylerindeki Öğrenci Sayıları

Test	Gruplar	Geometrik Düşünme Düzeyleri				
		0	1	2	3	4
Ön Test	Deney	0	10	17	11	0
	Kontrol	1	6	16	15	0
Son Test	Deney	0	0	10	26	2
	Kontrol	0	6	6	24	2

Tablo 16 incelendiğinde her iki gruptan da öğrencilerin öğretim süreci sonunda geometrik düşünme düzeyleri açısından gelişme gösterdiği söylenebilir. Bu sonuçlardan da buluş yoluyla öğretim stratejisinin de ders kitabına ve MEB'in programına göre eğitimin de öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini olumlu yönde etkilediğini göstermektedir.

4.2. Örnek Olay Çalışması Bulguları

Bu bölümde farklı geometrik düşünme düzeylerinden on iki ilköğretim yedinci sınıf örgencisinin bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçlerini inceleme amacıyla gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarına ilişkin bulgular yer almaktadır. Bu bulgular her bir problem için farklı üç geometrik düzeyde bulunan öğrenci ile yapılan görüşmelerin kayıtları dikkate alınarak ortaya konmuştur.

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin analiz edilmesinde RBC soyutlama teorisi araç olarak kullanılmıştır. Sürecin incelenmesinde, tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri göz önünde bulundurulmuştur. Analiz sürecinde, farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin bu eylemleri gerçekleştirme şekillerini ortaya koyma ve bilgi oluşturma sürecinin incelenmesinde her bir soru için farklı düzeylerdeki öğrencilerin yanıtları değerlendirilmiştir. Alt bölümlerde her bir soru için farklı geometrik düşünme düzeylerindeki öğrencilerin bulguları sunulmakta ve yorumlara yer verilmektedir. Yedinci sınıf örgencileriyle gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarında 1. geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerden, Alp(P) Arda(D), Cem(M), Elvan(V), ikinci geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerden Ata(T), Atacan(N), Su(U), Şehnaz(Ş) ve 3. geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerden Canözüm(C), Egemen(E), Selen(S), Sera(R)'nın olayları sunulmaktadır. Örnek olay çalışmasında yer alan öğrencilerin öğrenme sürecinden önce ve sonraki geometrik düşünme düzeyleri tablo 17'de görüldüğü gibidir. Analiz sürecinde, tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin birbirinden ayrı olarak düşünülemeyeceği düşüncesi dikkate alınarak her geometrik düşünme düzeyinden öğrencinin bilgiyi oluşturma şekilleri incelenmektedir.

Tablo 17

Örnek Olay Çalışması Katılımcılarının Eğitimden Önceki ve Sonraki Geometrik Düşünme Düzeyleri

Öğrenci	Eğitimden Önceki Düzeyi	Eğitimden Sonraki Düzeyi
Alp(P)	1	3
Arda(D)	1	3
Cem(M)	1	3
Elvan(V)	1	3
Ata(T)	2	3
Atacan(N)	2	3
Su(U)	2	3
Şehnaz(Ş)	2	4
Canözüm(C)	3	3
Egemen(E)	3	3
Selen(S)	3	3
Sera(R)	3	-

4.2.1. Problem 1'e İlişkin Bulgular

Problem 1'in çözüm sürecinde öğrenciden beklenen doğruların iki yönde uzayacağını, paralel doğruların kesişmeyeceğini ve yöndeş açıları bilmesi ve tanıması. Bunun ardından d_3 doğrusunu uzatarak d_1 doğrusu ile kesiştirmesi beklenmektedir. Sonrasında öğrencinin d_3 doğrusu ile d_2 doğrusunun kesiştikleri yerde oluşan dik açı ile d_3 doğrusu ile d_1 doğrusunun kesiştikleri yerde oluşan açının yöndeş olduğu ve $d_1 // d_2$ olduğu için de bu açının ölçüsünün de 90 derece olmasından dolayı $d_3 \perp d_1$ olduğu sonucuna ulaşması beklenmektedir.

4.2.1.1. 1. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

P’nin problem 1’i çözme sürecinde kaydedilen aşağıdaki görüşme metnindeki bazı ifadeler, P’nin tanıma sürecinde olduğunu gösteren verilerdir.

1P: (*soruyu okuyor*)d_3 doğrusu d_1 doğrusunu dik keser çünkü d_1 ve d_2 doğrusu birbirine paraleldir d_2 doğrusunu da aynı zamanda d_3 doğrusu dik keser ve paralel olduklarına göre birbiriyle aynı doğrultudadır. Bu durumda da d_3 doğrusu d_1 doğrusunu dik kesmek zorundadır.
2A: Tam olarak anlamadım neden dik kesmek zorunda olsun?
3P: Çünkü d_1 ve d_2 doğruları paralel olduğu için aynı doğrultuda uzarlar ve aynı şekilde giderler. d_3 doğrusu d_2 doğrusunu da dik keser ve d_3 doğrusu da bir doğru olduğu için uzar aynı zamanda d_1 doğrusunu da dik kesmek zorundadır.
4A: Uzadığı zamanki durumunu çizebilir misin?
5P: (*çiziyor*) bu durumda dik keser.
6A: Peki neden dik olarak keser? ben bunu tam anlamadım.
7P: d_3 doğrusunun d_2 doğrusunu dik kestiğini 90 derecelik açı çizerek belirtmişsiniz uzadığı durumda birbirine paralel olduğu için aynı şekilde 90 derecelik açı burada da olur.
8A: Neden?
9P: Çünkü aynı zamanda bu açı ile bu açı yöndeş açılardır.

Öğrenci karşılaştığı problem durumunda karşılaştığı kavramlar ile ilgili olarak temel geometri bilgisine sahip olduğunu ve ilgili yapıları tanıdığını göstermektedir(*1P, 3P*). Bu durum van Hiele düzeyleri açısından düşünüldüğünde 1.düzeyin yapısına uygun olduğu söylenebilir. Bunun yanında doğruların iki yönde de uzayacağı bilgisini de kullanarak yeni oluşacak durumu resmedebilmiştir. Bu esnada mevcut bilgilerden bir kısmını kullanarak oluşturduğu durumda da yeni bir tanıma eylemi gerçekleştirerek yöndeş açılar ile karşılaştığını dile getirmiştir. P, problem durumu içerisinde beklenen en önemli tanıma eylemini gerçekleştirmiş görülmektedir(*9P*). Bununla birlikte tanıdığı bu bilgi yapısının daha önceden doğru oluşturulup oluşturulmadığı önemlidir.

18A: Yöndeş açıların özelliği nedir?
19P: Birbirlerine eşit olabilirler
20A: Başka ne olabilirler?
21P: Farklı da olabilir ama toplamları 180 dir.
22A: Her yöndeş açının ölçüleri toplamı 180 midir?
23P: Hayır d_1 ve d_2 doğrusu paralel olduğu için öyle.
24A: Paralel olduğu zaman toplamları 180 mi oluyor?
25P: Yani dik kestiğine göre burada öyle olur.
26A: Peki 60 derecelik açıyla kesmiş olsaydı?
27P: 60 derecelik açıyla kesmiş olsaydı diğeri 120 olurdu.

P'nin yöndeş açılar ile ilgili olarak ortaya koyduğu bilgi doğru gibi gözükmekle birlikte şüphe uyandırıyor(*19P, 23P*). Doğruların birbirine paralelliği ile yöndeş açıların ölçüleri arasında ilişki kurması tanıma eyleminin gerçekleştiğini gösteren bir nokta olacakken yöndeş açıların ölçüleri toplamının 180 olacağını ifade etmesi tanıdığı bu yapının öğrencinin zihninde önceden yanlış oluştuğunu göstermektedir(*21P, 27P*). P'nin burada gerekli ilişkileri kuramamış olması 2. düzeyde bulunmamasının diğer bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır.

Öğrenci tanıma eylemini gerçekleştirmiş olmakla birlikte kullanma konusunda sıkıntı yaşamıştır. Bunun sebebi önceden oluşturulan bilgilerin bir kısmının hatalı olması olarak gözükmektedir. Bu nedenle de oluşturma eyleminin gerçekleşmesi beklenemez. Öğrenci görüşmenin başlangıcında soruyu okuduktan hemen sonra ortaya koyduğu hipotezini soruda 90 derecelik açı kullanıldığı için doğru olacak şekilde oluşturabilmiştir.

P'nin aksine D soruya kısa ve net bir biçimde yanıt vermiş ve tartışma veya sorgulama ihtiyacı hissetmemiştir. D, problemin çözümüne götürecek olan denemeleri, tanıdık matematiksel yapılardan hareketle gerçekleştirememiştir.

2D: (*Okuyor*) Hiçbir şey olmaz. Çiziyim mi öğretmenim?
3A: Neden?
4D: Çünkü bunlar hiçbir şekilde temas etmiyor birbirlerine.
5A: Temas etmediklerine göre hiçbir şey olmaz mı? Buna ne isim verilebilir? Hiçbir durumda olmaz mı denir?
6D: Boş küme.

A, en temel olarak beklenen doğrunun iki yönde uzadığı bilgisini bu problem durumunda kullanamamıştır. Bu durum öğrencinin doğru ile ilgili bilgi eksikliğinden kaynaklanabileceği gibi öğrencinin verilen problem durumunda kendisinden beklenileni farklı yorumlamasından da kaynaklanabilir.

M, soruya okuduktan sonra bir çok öğrenci gibi bir tahminde bulunmuştur. M'nin yanıtını nasıl gerekçelendirdiği önemlidir.

1M: (*okuyor*)Ben diktir diye düşünüyorum.
2A: Peki neden?
3M: Çünkü bu bir doğru. Doğru sonsuza dek gittiği için d_1 ile dik olarak kesişecek
...
10A: Neden peki dik kesişiyorlar? Onu gerekçelendirebilir misin?
11M: Hayır
...

18A: Herhangi iki doğruyu kesmiş olsaydı da aynı şey söz konusu olur muydu? Birisine dik olduğunda diğerine de dik olur muydu?

19M: Olurdu. Tabi konumuna bağlı

20A: Neyin konumuna bağlı

21M: Örneğin(*çiziyor*)diğeri ise böyleyse bazen ikisine de dik olabiliyor bazen tek dik oluyor.

22A: Neye göre değişiyor peki bu?

23M: Doğruların birbiri ile kesişmesine.

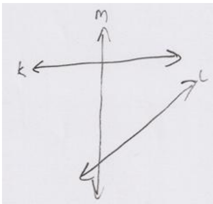
24A: Hangi doğruların? İsimlendirirsen daha iyi olur.

25M: k ile l doğrusu şey eğer doğru olsaydı ikisi de dik kesişebilirdi.

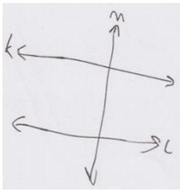
26A: Ne olsaydı tam anlayamadım?

27M: (*çiziyor*) böyle bir durumda olsalardı ikisi de dik kesişebilirdi.

Şekil 5
M'nin çizdiği 1. şekil



Şekil 6
M'nin çizdiği 2. şekil



28A: Nasıl bir durumdalar bunlar?

29M: İkisi de birbirine hem paralel

30A: Paralel olduğu durumda ikisi de dik olur diyorsun.

31M: Evet. Ama burada birbirlerine paralel olmadıkları için dik olmuyorlar.

M, doğruların dik kesişeceklerini ifade etmekle birlikte gerekçe ortaya koyamaması(11M) dikkat çekici bir noktadır. Ayrıca M'nin bu düzeydeki diğer bir çok öğrencinin aksine gerekçe olamayacak ifadeleri kullanmaktan kaçındığı göze çarpıyor. Öğrencinin görüşme boyunca kullandığı dil matematiksel olarak tam doğru olmamasının yanında aynı zamanda gramer olarak da bir kafa karışıklığını ifade ediyor. Öğrenci doğrular ile ilgili bir takım bilgileri tanıyıp kullanmanın ötesine geçememiş ve dolayısıyla da problemin çözümünde ilerleyememiştir. V, doğruların birbirlerine dik olacağını ifade ediyor ama yanıtından da pek emin olmadığı anlaşılıyor.

1V: (*soruyu okuyor*)d_1 ile d_3 ün durumları(*düşünüyor*) dik olur diye düşünüyorum ben.
2A: Neden bu şekilde düşünüyorsun?
3V: Aralarında daha doğrusu bir bağlantı da kuramadım. Birbirini kesmiyor d_3 ile d_1 o yüzden dik demek de biraz yanlış geliyor. Durumlarını(*düşünüyor*) bulamadım bir şey.
...
12A: Evet. Dik olabileceklerini söyledin ama bundan emin değilsin anladığım kadarıyla.
13V: Çünkü birbirlerini kesmeleri gerektiğini düşünüyorum dik olmaları için.

V'nin ihtiyaç duyulan bilgi yapılarını tanıyamadığı görülüyor. Öğrenci yanıt vermek durumunda hissettiği için kendini dik olabileceği ile ilgili bir yorum yapıyor fakat bundan emin değil. Herhangi bir şekilde gerekçelendirme ihtiyacı hissetmediği gibi bunun ile ilgili bir çaba da sarf etmiyor.

14A: Şu anda kesişmiyor olmaları kesişmediklerini mi gösterir?
15V: Yok bence kesiyorlar doğrular yani uzayabiliyorlar sonsuza kadar ve d_3 doğrusunun burası bu kolu uzarsa kesişiyorlar birbirleriyle o zaman bence diktir.
...
20A: Uzadığını anladım. Peki uzadığı zaman o doğruyu dik keseceğini nereden biliyorum? Neden farklı bir açı değil de doksan derecelik bir açı ile kesiyor?
21V: d_1 ile d_2 birbirine paralel olduğu için.
22A: Neden bu paralellik dikliğe neden olsun burada?
23V: d_2 doğrusu bu şekilde dik yani düzgün bir doğru olarak düşünmezsek d_3 doğrusu da bu şekilde geçiyorsa zaten… anlatamadım. Eeee yani bence öyle burası dik olmazsa burası da olmazdı diye düşünüyorum birbirlerine paralel.

İp ucu(14A) verilmeden önce tanımanın gerçekleşmemesine rağmen sonrasında oluşacak durumu ortaya koyması dikkat çekicidir. Öğrenciden özellikle gerekçelendirmeler yapması istendiği halde öğrencinin bunu yapamaması buna ihtiyaç hissetmemesinden olduğu kadar tanıma eylemini de tam olarak gerçekleştirememesinden kaynaklana bilir.

38A: Paralel oldukları zaman onlar birbirlerine eş(90 derece) mi olmak zorunda?
39V: Bence öyle
40A: Neden?
41V: Yani bu 90 derece. Birbirleriyle eş oldukları için paralel oldukları için buda buna 90 derece kesiyorsa burası da 90 derece olur veya 60 derece ben öyle düşünüyorum yani.

V, soruya doğru yanıt vermekle birlikte ihtiyaç duyulan gerekçelendirmeleri yapamamıştır. Bu durumda tanıma ve kullanma eylemlerinin kısmen gerçekleştiği söylenebilir belki ama bu eylemler tam olarak gerçekleşmeden oluşturma eyleminin gerçekleşmesinden bahsetmek mümkün olmayacaktır.

4.2.1.2. 2. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

T, problemin çözümü ile ilgili hemen hızlı bir yorum yapmış ve aynı şeklide bu doğruyu da keseceğini dile getirmiştir. Acaba T bu iddiasını gerekçelendirebilecek mi?

2T: d_3 doğrusunu uzatırsak kesişir d1 doğrusuyla da kesişir diye düşünüyorum ben burada. Uzatırsak aynı d_2 deki gibi bir durum oluyor.
3A: Çizerek gösterebilir misin?
4T: (*çiziyor*) şöyle gelirken bunu uzatabiliriz.
5A: Neden uzatabiliyoruz onu?
6T: Çünkü doğru.

7A: Doğru olduğunu düşünüyorsun.

8T: Sonsuza dek gidiyor. Bu dikse zaten bu da dik olur.

9A: Neden?

10T: Paralel çünkü

11A: Paralellik onun dik olması için yeterli mi?

12T:Yöndeş oluyorlar.

T burada doğru ile ilgili bilgi yapılarını tanımakta(8T) ve kullanabilmekle birlikte d_3 doğrusunun neden d_1 doğrusuna dik olacağını tam olarak açıklayamamaktadır. Bunun ardından öğrenci yöndeş açıların varlığını da tanıdığını göstermekte(12T) ve yöndeş açı bilgisini kullanarak sonuca ulaştığını dile getirmektedir. Kısa süre içerisinde sorunun yanıtını bulan T gibi N de dik keseceği yanıtını vermiştir. Fakat N'nin doğru konusunda kullandığı ifadelerle gerekli yapıların bir kısmını tanıdığı görülürken doğruların birbirlerini dik kesmesi ile ilgili bir gerekçelendirme yapamadığı anlaşılıyor.

1N: (okuyor). Burada d_3 doğrusu bir doğru olduğu için. Sonsuza kadar uzayabildiği için . Bir de d_1 ve d_3 doğrularının birbirine göre durumları ne olur dediğine göre d_3 doğrusu d1 doğrusunu keser. Çünkü bu doğru olduğu için uzuyor sonsuza kadar. Dik keser aynı...

2A: Aynı şekilde dik mi keser diyorsun?

3N: Dik keser. d_1 ve d_2 birbirine paralel olduğu için aynı zamanda d_3 de d_2 yi dik kestiği için bu da bir doğru olduğu için

...

10A: O ikisi paralel olduğu için neden onun dik keseğini anlayabilmiş değilim.

...

21N:(*düşünüyor*)buradan şu açıyı görmezden gelirsek. Şu açıyı uzattığımızda şu açıları ölçersek aynı çıkacağına göre

22A: Elimizde bir ölçme aracı olmadığını düşünelim. Sadece matematiksel çıkarımlar yapabiliriz.

23N: O zaman bunları çizdiğimizde bunlar yöndeş açı olur.

...

29N: Burada iki paralel açı var. Paralel açıları kesen bir doğru yöndeş açıları aynı olur zaten. Paralel değilse yöndeşler aynı olmayabilir.

Öğrencinin gerekçelendirmeler yapması için yapılan yönlendirmelerin sonucunda yöndeş açıları tanıdığını görüyoruz(*23N*). N, kullandığı ifadeler ile yöndeş açının ne olduğu ve hangi durumda ne tür özelliklerinin olduğu ile ilgili bilgi vererek bununla ilgili bilgiyi kullandığını gösteriyor(*29N*). N'nin bu süreçte tanıma ve kullanma eylemini gerçekleştirerek problemin çözümüne ulaştığı ve gerekçelendirmelerini yaptığı söylenebilir. Diğer taraftan öğrenci bu sonuca düşünsel sürecinde yöndeş açılara yer vermemesine rağmen ulaşmıştır. Hipotezini ortaya koymasının ardından yöneltilen sorularla yöndeş açıları tanımış ve bunun ile ilgili bilgileri kullanarak da gerekçelendirmesini yapabilmiştir. Problem çözme sürecine temelde ihtiyaç duyulan yapıları tanıdığını gösteren ifadeler kullanarak başlayan U, soruya diğer öğrenciler gibi dik olacağı yanıtını vermiştir.

1U: (okuyor) d_1 ve d_3….yani d_3 doğrusu daha uzayacağı için uzadıktan sonra şöyle uzayacak. O yüzden dik olacaktır.

...

32A: Peki neden dik olarak kesişsinler?

33U: İşte orda bende tedirgin oldum dik kesişecek mi diye. Şuradaki açı eğer dikse bunlar yöndeş olacaklar kestikten sonra o da dik olur diye düşünüyorum açıların.

Tanıdığı bilgi yapıları çerçevesinde oluşan yeni durumu çizen U, bu yeni durumda yöndeş açıları fark ediyor ve bununla ilgili bilgileri kullanıp bunu gerekçe göstererek de doğruların birbirlerine dik olacaklarını ortaya koyuyor. Başlangıçta gerekçelendirme ihtiyacı hissetmeden soruya yanıt veren Ş, sürecin devamında da gerekçelendirme konusunda zorlanmamıştır.

3Ş: Birbirlerine dik olur.

4A: Emin misin?

5Ş: Evet doğru devam ettiği sürece dik olur

...

14A: Sen bunun dik olacağını düşünüyorsun. Peki neden?

15Ş: Yine kanıt isteyeceksiniz ama iki paralel doğru arasından geçen doğru, doğru parçası veya ışın dik olduğu için bunun karşısındaki de dik olur diye düşündüm.

16A: Neden onu anlamadım. İkna edecek bir şeyler söyleyebilir misin?

...

23Ş: d_1 ve d_2 paralel diyor ortasından çizilen yani dik olarak çizilen bir doğru zaten 90 derecedir onun karşısındaki yöndeş veya ters açısı da 90 derecedir.

Ş'nin bu noktada ifade ettiği açılar ters değil iç ters açılardır. Fakat öğrenci muhtemelen bu hatayı sadece terim bazında yapmış ama içerik olarak bilgiyi ele almıştır. Süreç boyunca ihtiyaç duyulan bilgi yapılarını tanıdığı gözlemlenen Ş, tanıdığı bu bilgileri kullanmış ve gerekçelendirmelerini de yaparak sonuca ulaşmıştır.

4.2.1.3. 3.Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

C, kendinden emin bir biçimde hipotezini oluşturuyor. Bu ifadesinden yola çıkarak öğrencinin gerçekten düşünsel sürecinde tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştirerek mi yoksa kabaca bir tahminde bulunarak mı bu tahminde bulunduğunu anlamak için gerekçelendirmelerine bakmak gerekli.

3C: Bu doğruya diktir.

4A: Neden böyle düşünüyorsun.

5C: Çünkü eğer bunu uzatırsak dikmesi olur.

6A: Hangisinin?

7C: d_3 d_1 in dikmesi olur.

8A: Nereden biliyorsun?

9C: Çünkü burada paralel doğrular yöndeş olarak bu 90 derece bunu uzattığımızda buraya gelir.

10A: Söylediklerini çizerek gösterir misin?

11C: Tamam(*çiziyor*). Biraz kötü çizdim. Bu d_3 doğrusu bu d_2 doğrusu d_1 doğrusu. Burası yöndeş açılardan dolayı böyledir. Burası uzadığında dikme olur.

C, problemin çözümünde ihtiyaç duyulan yapıları hızlı bir biçimde tanıyıp bunlar ile ilgili bilgileri kullanarak sonuca ulaşıyor.Öğrenci, ortaya koyduğu gerekçeyi(9C) çizdiği şekil üzerinde de tekrarlıyor ve problemin çözümüne ulaşıyor. Öğrencinin kullandığı matematiksel dil dikkat çekici. Pek çok öğrenci tarafından kullanılmayan dikme ifadesini kullanması bilinçli bir tercih olarak görülüyor. E, soruyu dikkatli bir şekilde okumuş ve hızlıca düşünerek soruyu yanıtlamıştır.

1E: (okuyor) d_3 doğrusu burada uzayacak d1 doğrusu paralel olduğu için şuralar şöyle doksan derece burası da doksan derece yani burada da birbirini dik olarak kesmektedir.

2A: Sebebi tam olarak nedir?

3E: d_2 doğrusu d_3 doğrusunu dik olarak kesmektedir d1 ile paralel olduğu için d_2,d_3 doğrusu onun da dikmesi olur.

4A: Neden dikmesi orasını tam anlayamadım?

5E: Çünkü ikisi birbirine paralel.

6A: Paralel olması dik olmasını mı gerektirir?

7E: Evet. Yani açıların aynı olmasını gerektirir.

8A: Neden?

9E: İç ters açılar

10A: Peki.

E, diğer pek çok öğrenciden farklı olarak yöndeş açılar yerine tanınması belki de daha zor olan iç ters açıları tanımış ve bunla ilgili bilgiyi kullanarak çözüme ulaşmıştır.E, bu seviyedeki diğer öğrencilerde olduğu gibi sonuca ulaşırken yanıtını çok net bir biçimde ortaya koymuş, tanıdığı noktaları ifade etmiş, bunları kullanmış ve sonuca ulaşmıştır. Bu aşamaları geçerken kullandığı matematiksel dil de doğru ve yerindedir. S, tahminini ortaya koymakla birlikte gerekçelendirmesi yeterli değildir.

Sonraki yönlendirme soruları ile öğrencinin bu gerekçelendirmeleri yapabilmesine olanak sağlayabilir.

2S: (*okuyor ve çiziyor*)d_1 ve d_3 de birbirine diktir. Çünkü d_1 ve d_2 birbirine paraleldir.

...

7A: Gerekçelendirebilir misin tam olarak neden onlar birbirine diktir?

8S: Nasıl yani?

9A: Yani d_2, d_3 e dik d_1, d_2 ile paralel buda verilmiş zaten. d_3 ün d_1 i kestiğini hem de dik kestiğini nasıl ispat edersin?

10S: Birbirine paralel iki doğru çizerek. Yani…her neyse boş verin. Zaten şey d_3,d_1 e şey d_1, d_2 ile paralel olduğu için dik.

Yöneltilen sorulara rağmen S, gerekçelendirmeyi yaptığını ve sonucun açık olduğunu düşünmektedir.

11A: Ondan dolayı nasıl dik olabileceğini anlamadım.

...

16S: Ters açılardan. (*şekli çiziyor*) Yani iki paralel doğrunun birbirini kestiği durumlarda karşılıklı iç ve dış açıların ölçüleri birbirine eşit olur.

S, hatalı bir ifade kullanmış olmakla birlikte doğru bilgiyi tanımış ve bunu kullanmıştır. Bu yolla da ulaştığı sonucu gerekçelendirebildiği söylenebilir. Bir çok öğrenci gibi R'de doğruların dik olacağı yönünde ortaya attığı hipotezini d_1 ve d_2 doğrularının paralelliğine dayandırıyor.

1R: (*Okuyor*). Bence dik olur. d_3,d_1 i de dik keser çünkü d_2 yi de dik kesiyor. d_1 ile d_2 birbirine paralel.

2A: Tam olarak neden olduğunu anlayamadım ben biraz daha açar mısın?

3R: Şimdi d_2 ile d_1 zaten birbiriyle hiç kesişemeyecekler o yüzden

4A: Neden?

5R: Çünkü birbirine paraleller

6A: Paralel oldukları için evet.

7R: Ve yamuk olma ihtimalleri yok o yüzden yoksa ilerde kesişme ihtimalleri çıkıyor. d_3 de d_2 yi dik kesiyor. Demek ki onlar ilerlediği zaman d_3 doğrusu d_1 doğrusunu dik kesiyor.

...

12A: d_3, d_2 yi dik olarak kesiyor d_1 i keser mi?

13R: d_1 i keser

14A: Neden?

15R: Çünkü bu bir doğru ve sonsuza dek ilerlemek zorunda.

R, doğrular ile ilgili bilgi yapılarını tanıdığını gösteriyor. Tanıdığı bu bilgileri kullanarak da gerekçelendirmelerini yapmaya çalışmaktadır. Fakat bu gerekçelendirmeler şu an için tanıma eylemi tam gerçekleşmediği için yeterli gözükmüyor.

16A: İlerlediği için keser diyorsun.

17R: Evet

18A: Peki neden dik keser?

...

29R: Şöyle düşünsek d_1 i tam tersi olarak adlandırsak bunları tam tersi olarak düşünsek d_3 d_1 i dik kesseydi ilerleyerek d_2 yi de dik keserdi.

...

34A: Dik olarak kesmeseydi de 60 derecelik açı oluşturacak şekilde kesseydi.

35R: Mesela şöyle diyorsunuz değil mi? Mesela şöyle olsaydı(*düşünüyor*) bunlar paralel olduğu için olur.

36A: Neden?

37R: Çünkü yöndeş açılar oluyor o zaman.

R, paralellik ve kesişme durumlarını tanımasının ardından bunlarla ilgili bilgileri kullanmış ve yöndeş açıları tanıma noktasında gelmiştir. Yöndeş açıları tanıması için 90^o den farklı bir açıdan bahsedilmesi gerekmiştir. Bu noktada 90^o lik açının sorunun çözümünde bazı yanılgıları gölgeleyecek bir rol oynadığı söylenebilir.

42A: Peki bir önceki soruya geldiğimiz zaman nedeni ile ilgili olarak bir şeyler söyleyebilir misin?
43R: Çünkü d_1 ile d_2 nin birlikte kesişmesi imkansız. d_3, d_2 yi nasıl kesiyorsa yani dik kestiği için dümdüz devam etmesi gerekir yoluna ve d_1 i de aynı şekilde kesmek zorunda oluyor o zaman.
44A: Ama neden aynı şekilde kesmek zorunda olduğunu anlamadım ben. Az önceki durumda anladım ama burada anlamadım.
45R: Hangi durumda anladınız?
46A: Farklı bir açıyla kestiği zamanki durumda
47R: Haa çünkü o zaman bunlar da yöndeş oluyor.
48A: Hangileri?
49R: Şu d_3 ün dik açısıyla d_1 i de ileride kesecek olduğu dik açı yöndeş oluyor.
50A: Yöndeş olduğu için mi dik kesmek zorunda?
51R: d_1 ile d_2 paralel oluyor yöndeş açılar o zaman, yöndeş ters içters dışters bütün açılar eşit oluyor.

R, verilen ip ucunu değerlendirmiş ve oluşturduğu şekilde yöndeş, içters ve dışters açıları tanıyıp bunlarla ilgili bilgisini kullanarak doğruların dik kesişecekleri iddiasını gerekçelendirebilmiştir.

4.2.1.4. Problem 1'e İlişkin Bulgulara Genel Bakış

Problem 1'in çözüm sürecinde düzeylerine göre öğrencilerin geçirdikleri düşünsel süreçler birbirinden farklı olmuştur. 1. Düzey öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerde problemin sonucuna ilişkin bir tahminde bulunsalar bile çoğunlukla gerekçelerini ortaya koyma noktasında ya ihtiyaç hissetmemişler ya da bunu gerçekleştirememişlerdir. İhtiyaç duyulan yapıları tanıma ile ilgili sorunlar yaşadıkları için sürece nitelikli olarak devam etmeleri mümkün olmamıştır. Ortaya koydukları gerekçelendirmeler şekle bakıp tahminlerini ifade etmekten öteye geçememiştir. Aslında bu durumun, öğrencilerin içinde bulundukları bu geometrik düzeyin de bir özelliği olduğu söylenebilir. Buna karşın 2. düzey öğrencilerde daha sağlam gerekçelendirmeler yapıldığı ve matematiksel dilin daha iyi kullanıldığı gözlemlenmiştir. Problem çözme sürecinin başında olmasa bile verilen ip uçlarını değerlendirerek yada bir takım yönlendirmelerle sonuca ulaşabilmişlerdir. 3. düzey öğrencelerin ise sonuca daha kısa sürede ve daha net ifadelerle ulaştıkları söylenebilir. Tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin genellikle sıralı olarak değil iç içe gerçekleştiği gözlemlenmiştir.

4.2.2. Problem 3'e İlişkin Bulgular

Problem 3'ün çözüm sürecinde öğrenciden beklenen soruyu anlaması ve açının köşesi, kenarı ve paralellik bilgilerini kullanarak oluşturduğu yapılarda yöndeş, içters, dışters açıları tanıyarak probleme devam etmesi ve son olarak da bir genellemeye varıp kural oluşturması. Problemin çözümünde ilk olarak öğrencinin söz konusu olan açıları çizmesi gerekiyor. Bu çizimlerin ardından oluşan şekillerdeki, yöndeş, içters, dışters, komşu ve bütünler açıları tanıyıp bunları kullanması ve oluşan açıların ölçüleri arasında bir ilişki bulması isteniyor. Bu ilişkileri bulduktan sonra da bu şartları sağlayan durumlar için bir kural oluşturması bekleniyor.

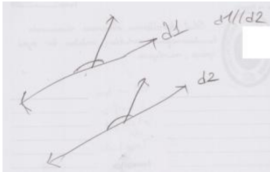
4.2.2.1. 1. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

1P:(*Soruyu okuyor ve düşünüyor*) evet vardır. İki açının da birbirine eşit olacağını düşünüyorum.

2A: Çizebilir misin? Hangi durumda bulunuyor bu açılar? Gözünde canlandırdığını çizmeni istesem.

3P: (*çiziyor*)d1 ve d2 yi birbirine paralel olarak varsayıyorum. Bu durumda bu 180 derecelik bir açı olur. Bu aynı zamanda burada da 180 derecelik bir açı olur.

Şekil 7
P'nin çizdiği 1. şekil



4A: Peki 180 derecelik açının dışında herhangi bir açı için dediğin doğru olur mu?

5P: 360 derecelik açıda da aynı şey olur. İkisinde de.

6A: Peki mesela 70 derecelik bir açı çizmiş olsam bir dar açı olsa veya bir geniş açı olsa orada durum ne olur?

7P: İki açıda da yukarı, aşağı veya çapraza herhangi bir yöne doğru bir doğru daha çizersek öyle bir açı bulmamız mümkün. Örnek veriyim şöyle bir açı çiziyim buna da aynı şekilde.

8A: Ayrı bir yerde mesela aşağıda çizsen.

9P: (*çiziyor*) Mesela şöyle bir açı çizdim.

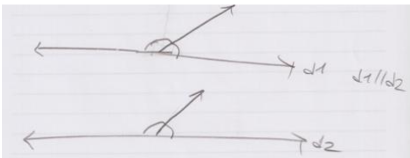
10A: Hangisi açı?

11P: Açı iki tane var. Şurada var bir de burada var.

12A: Bir dar açı çizsen dar açı ile yapsan.

13P:(*çiziyor*) iki tane var burada ve burada. Bu iki açının da ölçüleri birbirine eşittir. Tabii ki de şu doğrular aynı yerden çıktığı zaman.

Şekil 8
P'nin çizdiği 2. şekil



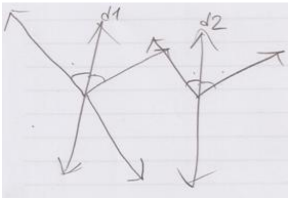
14A: Başka bir durum olabilir mi kenarları birbirine paralel açılarda?

15P: Olabilir.

16A: Nasıl bir durum olabilir?

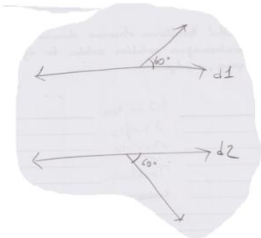
17P: Şöyle çizelim….Mesela iki tane doğru çıkarayım. Burada bu açı ile bu açı eşittir bu açıyla da bu açı eşittir.

Şekil 9
P'nin çizdiği 3. şekil



18A: Peki başka olabilir mi başka bir durum? Kenarları birbirine paralel olacak şekilde yine. Başka bir kâğıtta da yapabilirsin istersen.
19P: Böyle çizmiştim şöyle de çizebilirim.

Şekil 10
P'nin çizdiği 4. şekil



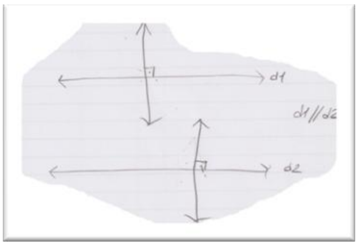
Öğrenci yaptığı çizimlerde soruda geçen paralellik durumunu doğru yardımıyla ele almıştır. Birbirine paralel iki doğru çizdikten sonra çizdiği ışınlarla soruda geçen durumların neler olabileceğini tanıdığını göstermiştir. Buna örnek olarak öğrencinin oluşturduğu 1., 2. ve 3. şekiller verilebilir. Öğrencinin oluşturduğu 4. şekilde ise doğrular birbirine paralel gözükmesine rağmen doğrulardan çıktığı ışınlar birbirine paralel değildir. Öğrenci soruyu okumasının hemen ardından oluşacak durumlardaki açıların ölçülerinin birbirine eşit olacağı hipotezini dile getirmiştir(1P). Bu hipotezin ardından oluşturduğu durumlarda görülen açılar eşit ölçüye sahip olmakla birlikte dördüncü şekilde verilen kurala uygun olmayan bir çizim yapıldığı dikkat çekmektedir. Öğrenci daha sonra ise farklı bir yapı oluşturmakta(41P) ve bunun üzerinden de bir takım çıkarımlar yapmaya çalışmaktadır.

30A: Peki neden onları(*ışın, doğru parçası*) değil de bunu(*doğru*) tercih ettin
31P: (*düşünüyor*) Doğrunun bir ucu sabit olmadığı için iki tarafa da uzadığı için şekil olarak şurada bırakabilirim. Bir tane doğru parçası çiziğimde mutlaka bu paralelden geçirmem gerekiyor. Çünkü iki ucu da sabit olan bir açı o yüzden çizim de daha kolaylık oluyor. O yüzden ben onu tercih ettim.

Bu aşamada öğrenci neden istenen şekli oluşturmak için doğruyu kullandığını anlatmaktadır(31P). P, doğruyu kullanmakla birlikte bu durumda ışın ve doğru parçasının da kullanılabileceğinin de farkındadır. Öğrenci geometri bilgisini bu çizimleri yapabilmek için kullanabilmekle birlikte açı ölçülerinin birbirine eşit olması ile ilgili bir gerekçelendirme yapabilmiş değil. P, bu durumu olağan olarak görmekte ve bir gerekçelendirme ihtiyacı hissetmemektedir. Bunun ile ilgili tek girişimi dik açılarla ilgili olmuştur(43P). P'nin oluşturduğu şekiller problem durumunu anladığını göstermekte midir? Öğrenci yaptığı çizimlerle genel hatlarıyla soruyu anladığını ve istendik şekillerin bir kısmını göstermekle birlikte hatalı çizimler de yapması bir genellemeye varması için bunların yeterli olup olmadığını düşündürmektedir?

41P: (düşünüyor) Şöyle bir durum daha olabilir. Bu iki doğru birbirine paralel. Şöyle bir açı çizersek buradan da şöyle bir doğru çizersem buradan da şöyle bir doğru çizersem bu iki doğru birbirine paralel olabilir. İkisinin de buradaki açıları birbirine eşittir.

Şekil 11
P'nin çizdiği 5. şekil



42A: Hangi açıları

43P: Daha düzgün bir şekilde çiziyim.(çiziyor). Mesela şu açıyı dik olarak varsayıyorum. Öyle var saymaya da bilirim. 90 derece diktir. Yok dik olması gerekir çünkü paralel olacak burası 90 derecedir. Burası 90 derece ise burası 90 derecedir. Burası burası burası ve burası birbirine eşittir.

44A: Kararında bir değişiklik oldu mu şimdi?

45P: Evet oldu.

46A: Nasıl bir değişiklik oldu?

47P: Eğer iki paralel doğrunun ikisini de dik kesen bir doğru daha olursa o iki dik kesen doğrunun karşılıklı açıları birbirine eşittir.

48A: Az önce bir sonuca varamamıştın. Şimdi ne değişti.

49P: Şimdi değişti ki sadece dik doğruların birbirlerine eşit olduğu.

50A: Dik olmamış olsaydı?

51P: Dik olmamış olsaydı olmazdı. Çünkü şöyle biraz daha yamuk bir doğru çizmiş olsaydım bunlar bir doğru olduğu için ilerde kesişmeleri gerekirdi.

52A: Sadece diklik durumunda mı geçerlidir diyorsun?

53P: Evet. Bir de hepsinin doğru olması gerekir

54A: Doğru olmazsa?

55P: Mesela doğru parçası olursa ilerde kesişmez.

56A: Işın olursa?

57P: Işın olursa hangi uçtan başladığına bakmak gerekir. Mesela nokta buradan başlayıp buraya doğru ilerlerse burada nokta başlayıp buraya doğru ilerlerse karşılaşmazlar. Ama bu nokta buradan başlayıp buraya ilerlerse bu nokta buradan başlayıp buraya doğru ilerlerse mutlaka karşılaşırlar.

58A: Peki son kararın ne oldu bu soru ile ilgili olarak.

59P: Evet vardır ve iki paralel doğruyu kesen doğru mutlaka iki doğruya da dik olması gerekir eğer dik olmazsa doğru olduğu sürece ilerde mutlaka kesişirler.

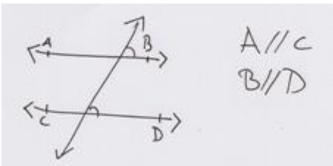
Öğrenci bu aşamada bir takım sonuçlara ulaşmıştır(39P, 47P, 59P). Öğrencinin ilk ulaştığı sonuç bir ilişkinin olmadığı yönündedir(39P). Bu sonuca ulaşması oluşturduğu şekillerde ortak bir yan yakalayamamış olmasından veya yaptıklarından emin olmamasından olabilir. Bunun ardından yöneltilen soru ile tekrar düşünmüş ve farklı bir durum oluşturarak bunun ile ilgili bilgileri kullanmış ve yeni bir sonuca ulaşmıştır(47P). Öğrencinin bu çıkarımını gerekçelendirirken kullandığı ifadeler(51P,53P, 55P) soruda amaçlanan yapının uzağında olduğunu ortaya koymaktadır. Bu sürecin sonunda ortaya koyduğu yapı(59P) ilk olarak yaptığı çizimlerden ve buradaki bilgilerden bağımsız son oluşturduğu şekle dayalı sınırlı ve problemin özünden uzak bir yapıdır. P'nin yaptığı bu çıkarım onun oluşturma eylemini gerçekleştirdiğini göstermez. Bu durum öğrencinin tanıma ve kullanma süreçlerindeki eksikliklerinden kaynaklanmakta ve sınırlı bilgi ve bunun kullanımı onun bir genellemeye varmasını engellemektedir.

1D: (*okuyor*)Yani şunla şu değil mi(*önceki şekli göstererek*) d_1 ve d_2 nin olduğu uçlar kenarları birbirine paralel. Vardır, eşittir birbirlerine.

2A: Nasıl oluyor bu durum çizerek gösterebilir misin?

3D: (*çiziyor*)

Şekil 12
D'nin çizdiği 1. şekil



4A: Hangileri orada açı?

5D: Haa açı yok.(*çizimine devam ediyor*)…Bu soruyu bulamadım.

6A: Biraz daha düşün istersen. Açılarını ayrı ayrı da çizebilirsin.

7D: (*düşünüyor*) bulamadım

8A: Bir açı çizer misin?

9D: Bir açı(*Çiziyor*)

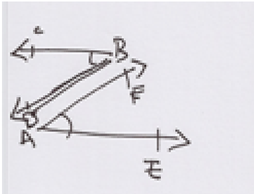
10A: İsimlendirir misin?

11D: A açısı.

12A: Kolları bunun kollarına paralel başka bir açı çizer misin? Çok yakınında olması gerekmiyor.

13D: (*çiziyor*).

Şekil 13
D'nin çizdiği 2. şekil



D soruyu okumasının ardından bu durumdaki açıların ölçülerinin eşit olduğu ile ilgili bir hipotez kuruyor(1D). Bunun ardından öğrencinin oluşturduğu şekil soru ile ilgili yapıyı tanıdığını göstermekle birlikte beklenmedik şekilde burada aslında açı bulunmadığını belirtiyor (5D) ve sorunun yanıtını bulamadığını söylüyor. Bu noktada D araştırmacının aşama aşama yönlendirmesiyle soruda istenen şekillerden birisini oluşturabiliyor. Her ne kadar oluşturduğu ilk şekilde açı olduğunun farkında olmasa da sonrasında oluşturduğu şekil de dikkate alındığında öğrencinin tanıma eylemini gerçekleştirdiği söylenebilir.

16A: Peki bunları ölçüleri arasında bir ilişki olabilir mi?

17D: Evet.

18A: Nasıl bir ilişki?

19D: Bunlar paralel ise A ile B içters açılardır.

20A: Yani?

21D: Yani evet olur. İlişki var

22A: Peki ölçüleri arasında bir ilişki var mı?

23D: Evet var birbirine eşit.

24A: Başka bir durum olabilir mi peki kenarları birbirine paralel açılarda.

25D: Hayır.

D tanıdığı yapı içerisinde içters açıların(19D) özelliklerini kullanarak bu açıların ölçülerinin birbirine eşit olduğunu söyleyebilmiştir(23D). Burada tanıma ve kullanma eylemlerinin içi içe geçmiş eylemler olarak gözüktüğü söylenebilir. Üzerinde durduğu durumun sadece bu olması ve bu şartları yansıtacak başka durumların olamayacağını söylemesi(25D, 27D, 29D) tanıma ve kullanma eylemlerinin tam olarak gerçekleştirilemediğini ortaya koymaktadır.

D, bu sorudaki durum ile ilgili bir genellemede bulunamamış ve oluşturma eylemini gerçekleştirememiştir. Bunun sebebi öğrencinin soruda ifade edileni yansıtacak farklı durumları düşünüp oluşturmamasıdır.

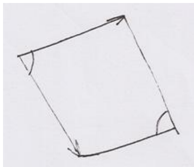
1M: (*okuyor ve düşünüyor*)bence ilişki vardır. Bence birbirleriyle şey ikisi de aynı olabilir.

...

4A: Çizerek bu durumları gösterebilir misin?

5M: (*çiziyor*)şimdi ben şöyle düşünüyorum şu ikisi bir paralel açı(*şekil 14*) olabilir gibi.

Şekil 14
M'nin çizdiği 1. şekil



6A: Ölçüleri birbirine eşit midir diyorsun?

7M: Şekle bağlı olabilir diye düşünüyorum.

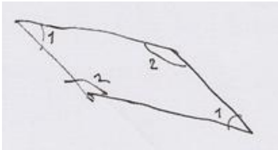
M'nin oluşturduğu şekil(*şekil 14*) soruyu anladığını ve problemin çözümü için gerekli tanıma eylemini gerçekleştirmekle(5M) birlikte oluşan açıların ölçüleri hakkında yaptığı yorum(7M) dikkat çekicidir. Burada M doğru şekli oluşturmakla birlikte belki de bir bilgi eksikliği olabileceği izlenimini de vermiştir.

8A: Farklı durumlarda düşünelim.

...

11M: Paralelkenar da bence aynıdır(*şekil 15*). Bunlar paralelkenardaki şunlar paralel(*karşılıklı kenarları gösteriyor*) ve açılar da birbirine paralel olur.

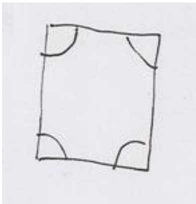
Şekil 15
M'nin çizdiği 2. şekil



12A: Evet

13M: Karedeki(*şekil 16*) bütün açılar birbirine paralel diye düşünüyorum.

Şekil 16
M'nin çizdiği 3. şekil



...

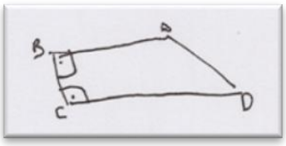
20A: Kenarları birbirine paralel olan iki farklı açı bulunabilir mi acaba?

21M: (*Düşünüyor*) Bulunamaz diye düşünüyorum.

22A: Sadece bunlar mı vardır?

23M: Yamukta da bulunamaz diye düşünüyorum. (*Düşünüyor*) Yamuktaki(*şekil 17*) şuradaki iki açı birbirine eşittir diye düşünüyorum(*Dik açıları gösteriyor*). Bunlar birbirine paralel bir nevi(alt ve üst tabanı gösteriyor).

Şekil 17
M'nin çizdiği 4. şekil



24A: Hangi açılardan bahsediyorsun?

...

27M: CBD açısı ile ABC açısı birbirine paralel.

...

30A: Bunların ölçüleri birbirine eşit midir bu durumda?

31M: Eşittir. Üçgende de eşit

32A: Üçgen derken?

33M: (*Şekil 18'ü çiziyor*)İkizkenar üçgen. Buradaki açı farklı olsa bile şu iki açı birbirine paralel. Şu iki kenar birbirine paralel olduğu için şu ikisi de eşit olur.

Şekil 18
P'nin çizdiği 5. şekil

34A: Hangi iki kenar paralel? Kenarları gösterir misin?

35M: (*İkizkenarları gösteriyor*)

36A: İkisi birbirine paralel mi?

37M: Evet ikizkenar üçgen çizmeye çalışıyorum.

38A: İkizkenar üçgende iki kenar birbirine paralel midir?

39M: Evet şey(*Düşünüyor*)hayır paralel değildir. Hatalı. Paralel değil bu hatalı diye düşünüyorum. Paralel değiller birbirini kesiyorlar.

M'nin bu aşamada dörtgenler ile ilgili bazı noktaları tanıdığı ve bunların bazı özelliklerini kullandığı görülmektedir. Burada aslında bütünüyle tanıma ve kullanma eylemlerinin içi içe yürüdüğü söylenebilir. Son olarak N ikizkenar üçgenin(*şekil 18*) eş kenarlarını birbirine paralel olarak algıladığından bir yanılgıya düşmüştür. Ardından hatasını fark edip düzeltmiştir. Öğrencinin bu hatası çizdiği önceki şekillerde de aynı yanılgının olup olamayacağı kuşkusunu yaratmıştır. M'nin ifadesi(39M) paralelliğin ne anlama geldiğini bildiğini göstermektedir.

M problem durumuna uygun şekillerin bir kısmını çizmekte diğer taraftan farklı durumları gösteren çizimler ve bunlarla ilgili açıklamalar konusunda ilerleme sağlayamamaktadır. Süreç boyunca bazı yanlış ve birbiriyle çelişecek ifadeler kullanmaktadır(17M, 23M,39M). Bu durumda M kullanma eylemini gerçekleştirmiş olur mu? Bir yapının özelliklerinin problemi çözmede hatalı olarak tanınması, hatalı olarak kullanılmasına sebep olmaktadır.

40A: Başka bir durum oluşturabilir misin?

41M: Başka bir durum(*Düşünüyor*)hayır.

42A: O zaman bu soruya vereceğin yanıtını genelleyebilir miyiz?

...

45M: Dörtgenlerin çoğunda paralel açılar görülebilir.

46A: Yani açı ölçüleri ile ilgili söyleyebileceğin bir şey var mı?

...

49M: Evet birbirine eşittir diye düşünüyorum. Zaten de öyle

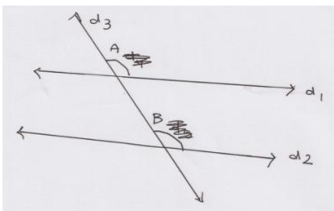
M problem çözme sürecinde baştan beri dörtgenler üzerine odaklanmıştır. N "Açılar birbirine eşit olur" şeklinde bir ilişki bulmuştur. M bu süreçte gerek ihtiyaç duyulan tüm yapıları tanıyamaması gerekse belki de önceden yanlış oluşturulmuş yapılardan dolayı sorun yaşamıştır.

1V: (*okuyor ve düşünüyor*) vardır bence. Çünkü birbirinin aynısı oluyor. Paralel açılar d_1 ile d_2 mesela birbirinin aynısı yani herhangi bir ortasından bir şey keserse bunların açıları aynı olur diye düşünüyorum çünkü birbirleri ile aynılar.

...

7V: (*çiziyor*)Şimdi bunların paralel olduğunu düşünürsek. Bunların birbiriyle paralel olduğunu kanıtlamak için aynı olarak düşünüyorum paralel olursa. Buraya biz 60 derece dersek burası da 60 derece olur diye düşünüyorum çünkü aynılar bir farkları yok.

Şekil 19
V'nin çizdiği şekil



V, problemi okuduktan sonra düşünmüş ve bir ilişkinin olabileceği kanısına varmıştır. Bu düşüncesinin kaynağı sorudan anladığı şeklin aslında iki paralel doğruyu kesen bir doğru ile oluşan açılardan yöndeş açıları tanımasından kaynaklanabilir. V, açıları adlandırmak konusunda tereddüde düşmüştür. Fakat buna rağmen öğrencinin, yaptığı çizimle(*şekil 13*) tanıma eylemini gerçekleştirmiş olduğu söylenebilir.

18A: Peki başka bir durum olabilir mi?

...

21V: Bence yoktur.

22A: O zaman bir genellemeye varabilir miyiz bu durumla ilgili olarak.

23V: Paralel açılar birbirlerine paralelse zaten herhangi bir doğru veya farklı bir (*düşünüyor*) Paralel açılar birbiriyle eşittir deyim.

V, tanıma eylemini belki de kısmen gerçekleştirmiş olmakla birlikte bu şartları yansıtan başka durumlar bulamamış ve bu durumla ilgili bilgileri kullanamamıştır. Bu durum öğrencinin doğal olarak oluşturma eylemini gerçekleştirmesini de önlemiştir. Öğrencinin burada problem çözme sürecinin başlangıcında iç içe geçmiş olarak tanıma ve kullanma eylemlerini kısmen ortaya koyduğu söylenebilir. Diğer taraftan bu problem durumundaki koşulları sağlayan diğer şekilleri oluşturamamış olması tam bir genellemeye ulaşmasını engellemiştir. Buradan yola çıkarak tanıma ve kullanma eyleminin tam olarak gerçekleşmemesi veya kısmen gerçekleşmesi durumunda bir genellemeye varılamaması ve oluşturma eyleminin gözlemlenememesi ile sonuçlanmaktadır.

4.2.2.2. 2. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

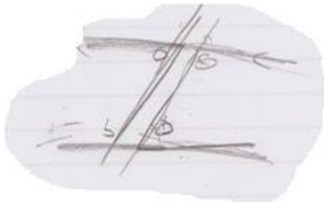
1T: (*soruyu okuyor*)Nasıl kenarları paralel, karşılıklı?

2A: Bir açı çizer misin?

...

7T: (*çiziyor*)Şöyle olur mu?

Şekil 20
T'nin çizdiği 1. şekil



10A: Peki bunların ölçüleri arasında bir ilişki var mıdır?

...

15T: Şurası ve şurası eşit oluyor yine yöndeşten

...

18A: Peki biz hangi açıları karşılaştırıyoruz?

19T: Kenarları paralel olan açıları

20A: Tamam hangi açılar bu çizdiğin şekilde isimlendirebilir misin?

...

23T: aob açısı

24A: aob açısı ile hangi açı?

25T: cod açısı

Şekil 21
T'nin çizdiği 2. şekil

Bu aşamada öğrencinin sorunun çözümüne yönelik olarak bazı yapıları tanıdığı anlaşılmaktadır. T, açının kolları ve paralellik kavramları tanımış ve soruya uygun şekillerin bazılarını çizebilmiştir(şekil1 ve şekil 2). Öğrencinin noktaları ve devamında açıları küçük harfle göstermesi dikkat çekicidir(23T, 25T). Bu durum öğrencinin nokta ve açıların nasıl isimlendirileceğini bilmemesinden kaynaklanıyor olabilir.

32A: aob açısı ile cod açıları diyorsun. Peki, bunların ölçüleri arasında bir ilişki var mı?

...

37T: Bu ve bu aynı olduğuna göre burası ve burası da aynı oluyor bunların ikisinin toplamı 180 ama nasıl anlatacağımı bulamadım şimdi(*düşünüyor*)Var diye düşünüyorum da nasıl anlatacağımı bulamadım.

...

46A: İstersen yeni bir şekil üzerinde düşünebilirsin.

47T: (*Çiziyor*) Bu şekilde olabilir mi? Açı 90 derecelik dik açı.

Şekil 22
T'nin çizdiği 3. şekil

48A: Her zaman 90 derece olur mu? Her durum için düşünmemiz gerekiyor.

49T: Şu iki açı paralel olabilir bence

50A: Hangi iki açı?

51T: aob ve cod

52A: Peki bunların ölçüleri arasında bir ilişki görebiliyor musun?

53T: Şunların aynı olacağını düşünüyorum.

...

58A: Paralel oldukları için ölçüleri eşittir demek yeterli bir sebep mi sence?

59T: (*düşünüyor*) şurası 90 sa burası da 90 dır buraya da 90 kalıyor aslında.

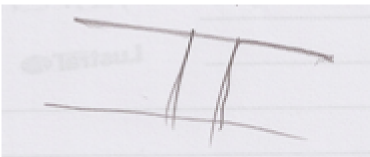
60A: 90 derecenin dışında bir açı seçmiş olsaydık? Mesela 70 derecelik bir açı olsaydı?

61T: Onda eşit olmuyor. 90 olsaydı eşit oluyor da böyle olursa eşit olmaz diye düşünüyorum.

62A: Peki kenarları birbirine paralel olan açılar başka durumda bulunabilir mi? Sadece bu durumda mı bulunur?

63T: Hayır. Şöyle(şekil).

Şekil 23
T'nin çizdiği 4. şekil



64A: Sadece dikliği düşünmesen dar veya geniş açılar kullansan.

65T: (çiziyor)Paralel mi oluyor ki?

Şekil 24
T'nin çizdiği 5. şekil

66A: Paralel oldu mu sence?

67T: Hayır bence olmadı

Öğrencinin içters, yöndeş ve kesenin aynı tarafında kalan iç açıları kısmen de olsa tanıdığı görülmektedir(15T, 37T, 43T). Fakat öğrenci bu yapıları tanımakla birlikte kullanma konusunda başarılı olamamış ve söyledikleri tahminden öteye geçememiştir. T, bu ifadelerinden sonra diklik üzerinde durmuş ve bu özel durum üzerinden bir genellemeye varabilmeye çalışmıştır.

...

72A: Bir ilişki yoktur diyorsun. Hiç ilişki olduğu bir durum olabilir mi acaba?

73T: Olabilir

74A: Hangi durum?

75T: 90 derece olsa bence.

76A: Yani açı ölçüsü 90 derece olsa. Bunun dışında olmaz mı diyorsun?

77T: Olmaz evet.

Tanıma ve kullanma eylemlerini tam olarak gerekleştiremeyen T, bu nedenle oluşturma eylemini de gerçekleştirememiştir. Öğrenci sadece açının 90 derece olduğu durumu dikkate alarak bir ilişki olabileceğini savunmuştur fakat bu ifade de kendinden emin ve gerekçelendirilebilen bir ifade değildir.

5N: Soruyu anlayamadım.

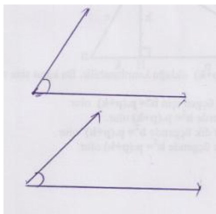
...

16A: Tahmin ettiğin şeyler üzerinden en çok ihtimal verdiğin şeyler üzerinden gidebilirsin. Bir açı çizerek başlayabilirsin mesela.

...

21N: Şöyle olur… Kenar... Şuralar olabilir kenarlar(açının köşesini gösteriyor)…hıı bir dakika… Kenarları… Paralel… Kenarları paralel oldu… Nasıl bir ilişki vardır?(*düşünüyor*)

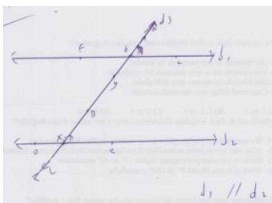
Şekil 25
N'nin çizdiği 1. şekil



22A: Bununla ilgili söyleyeceğin bir şeyler var mı?

23N: Bir şey düşündüm(*Şekil 25'i çiziyor*)kenarları paralelse eşit olur birbirlerine.

Şekil 26
N'nin çizdiği 2. şekil



24A: Hangi açıların kenarlarını paralel açı olarak düşündün?

...

27N: d_1 d_2 ye paraleldir. Paralel şeyler olduğu için bir tane keseni var bunun. Şurada iki tane açı var.

Öğrenci başlangıçta soruyu tam olarak anlamlandırma konusunda zorluk yaşamış ve kendisinden istenen durumları çizememiştir. Açının kenarı ifadesi N'ye yabancı gelmiştir. Bu durum öğrencinin istenen şekli resmetmesini önlemiş olabilir. Öğrenci soru ile ilgili düşünmeye 90 derecelik açıyı dikkate alarak başlamıştır. Açı ölçüsü 90 derece olduğunda öğrenci kendisini daha güvende hissediyor olabilir. N, bunu çizimi daha kolay olduğu için tercih ettiğini ifade etmiştir. Bunun ardından N oluşturduğu şekil ile soruda beklenen şekli en basit haliyle çizebilmiştir(*şekil1*). Bu durum öğrencinin çizdiği 2. şekilde daha da belirgin biçimde görülmektedir. Öğrencinin bu şekilde (*şekil2*) noktaları ve açıları küçük harfle göstermesi dikkat çekmektedir.

30A: Hangisi? Onu yazar mısın?

31N: abc açısı olsun(*düşünüyor*). Bu açılar(*yazdıkları*) birbirine yöndeş açılar. Ayni zamanda kenarları paralel açılar. Burasını kenar olarak düşündüm ben. Bunların birbirine paralel olması lazım çünkü(*düşünüyor*). Böyle yaptığımızda yine paralel olur. Kenarları paralel.

32A: Ölçüleri arasında nasıl bir ilişki var?

33N:Eşit

...

41N: (*düşünüyor*) bunlara tamamen ters durum olabilir.

42A: İsimlendirerek konuşur musun?

43N: d_3 doğrusu d_1 ve d_2 doğrusunu keser. Ama nasıl diyeyim diğer taraftan keser.

44A: Yeni bir şekil çizme ihtiyacın varsa çizebilirsin.

45N: Bunun üzerinde göstereyim. Biz bu açıya abc açısı dedik. Yeniden göstereyim daha kolay olur(*çiziyor*)burada bir sürü aslında kenarları paralel açılar var yani.

46A: Nerede?

...

49N: Bu açı çifti..bunlar da yöndeş açılar biri içe bakıyor biri dışa bakıyor ve diğer açıya göre farklı ve b açı geniş açı diğer açı dar açı.

50A: Bunların dışında bir durum olabilir mi?

...

53N: Bu da aynı şekilde eşit olur birbirlerine abf ile Dxo. Ama bunlar tek bir şartla eşit olur. d_1 ve d_2 doğrusu birbirine paralelse.

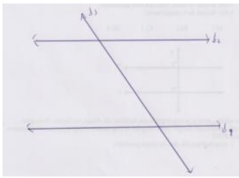
54A: Paralel değilse peki burada bahsedilen özellik söz konusu olur mu?

55N: Olmaz. Çünkü burada paralel şey geçiyor. Paralel değilse olmaz

56A: Peki burada gösterdiğin açıların dışında başka özelliği olan bir açı çifti olabilir mi burada belirtilen özelliklere sahip?

57N: (*çiziyor*)şöyle olabilir. d_1, d_2 ,d_3 burada bu taraftan kesiyor diğerinde ters taraftan kesiyor.

Şekil 27
N'nin çizdiği 3. şekil



58A: Ne değişmiş oldu? Az önce bahsettiğin açı özeliklerinden farklı bir açı çifti var mı?

59N: Yine aynı şeyleri yazarsak o zaman olur yani.

N oluşturduğu temel şekillerin ardından bunları tam olarak analiz edememekle birlikte yöndeş açıları görmüş ve bununla ilgili bilgileri kullanmıştır(31N, 33N). Öğrenci oluşturduğu şekli analiz ederken çok önemli bir durumu fark etmiş olmasına rağmen bu noktada ilişkiyi tam ve doğru olarak ifade edememiştir(49N). Eğer öğrenci buradaki ilişkiyi tam olarak ifade edebilseydi belki de oluşturma eylemini gerçekleştirmesi de mümkün olabilirdi? Öğrencinin sonraki adımda oluşturduğu şekil(şekil 3) ise önceki oluşturduğu şeklin simetriği olup aslında ayrı ilişkiler içermemektedir fakat N oluşturduğu bu şeklin şekli çizdiği anda farklı olabileceği düşüncesindedir. Bu soru kendisine yöneltildiğinde(58A) aslında önceki şekille(şekil2) aynı olduğunu fark eder.

60A: Peki bunların dışında farklı açılar olabilir mi? Az önce bahsettiğin örneklerdeki durumların dışında.

61N: (*düşünüyor*)birinci örnekteki gibi olabilir.

62A: Ne farklılığı var onun?

63N: Yine aynı şekilde ama açıların dereceleri farklı o kadar.

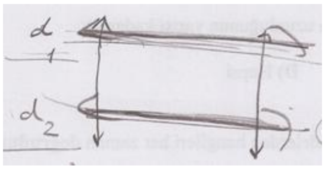
64A: Başka

65N: Başka bulamadım yok sanırım.

N, bu problemde bir genellemeye ulaşamamıştır. N'nin bu genellemeye ulaşamamasının sebebi önceki eylemleri tam olarak gerçekleştirememesindendir. Öğrenci tanıma eylemini gerçekleştirmiş olmakla birlikte bu yapıları çeşitlendirememiş ve bir genellemeye ulaşabilecek durumları ortaya koyamamıştır. Tanıma eylemi tam olarak gerçekleşmeyince kullanma eylemi de sınırlı olmuş ve süreç oluşturma ile sonlanmamıştır.

3U: Kenarları paralel(*düşünüyor*)kenarları paralel derken yani ne istiyor anlamadım.(*çizim yapıyor*)burada adlandırdığım şeyler bunlar birbirine paralel.

Şekil 28
U'nun çizdiği 1. şekil



...

8A: Neyin karşılıklı kenarları birbirine paraleldir?

9U: Yani bir şekil oluşturdum daha iyi görebilir miyim diye.

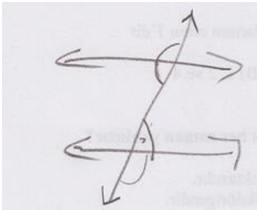
10A: Nelerden oluşuyor o şekil?

11U: Dört tane doğrudan

12A: d_1 ve d_2 doğruları mı belirtiyor?

13U:Şu doğruları birbirine paralel olan doğruları belirtiyor. Buna göre… Bir ilişki var mıdır?(*çiziyor*) Bu doğrularda bir kesen olduğunda kesen 3. bir doğru olduğunda yine bunlar paralel olduğu için içtersler dış tersler eşit olacaktır diye düşünüyorum.

Şekil 29
U'nun çizdiği 2. şekil



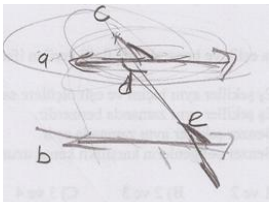
İlk olarak anlamadığını söylediği soru ile ilgili olarak anlama çabasını adım adım bir çizim üzerinde devam ettirmiş(9U) ve bu adımların her birinde soruda kendisinden istenen noktaları tanıdığını ortaya koymuştur.

14A: O açılar peki bu özelliğe uyan açılar mı? Bahsettiğin açılar, içters açılar ve dışters açılar kenarları birbirine paralel olan açılar mıdır?

...

17U:(*okuyor ve çiziyor*) bence bunun(*Şekil 30*) üzerindeki düşündüğüm açıların doğru olduğunu düşünüyorum. Şurası olacak.

Şekil 30
U'nun çizdiği 3. şekil



...

22A: Hangi açılardan bahsediyorsan. İstersen isimlendir. İsimlendirdiğin açılar üzerinden konuşalım.

...

29U: a ve b yi kesiyor c doğrusu

30A: Peki onu anladım. Peki oluşan açıları isimlendirir misin?

31U: d deyim e deyim. d ve e içterstir.

32A: Buradaki özelliğe uygun açılar mıdır d ve e?

33U: Şunun üzerinde oluşan bir açı bunu üzerinde oluşan bir açıyla paralel olacaktır diye düşünüyorum. Mesela buradaki bir açı dıştan bir açıyla paraleldir.

34A: Burada göstermiş olduğun e ve d açılarının ölçüleri hakkında ne söyleyebilirsin?

35U: Bunlar a ve b birbirine paralel doğrular olduğu için içters açıların ölçüleri birbirine eşittir.

36A: Bunun dışında bir durum olabilir mi bu özelliğe uygun yine?

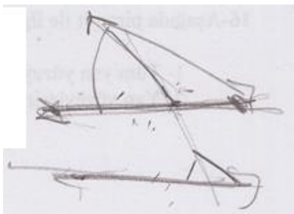
37U: Kenarları paralel derken kenarlarından kastı ne demek istiyor onu anlamadım ben aslında.

Bu noktada şekil içerisinde içters ve dışters açıların tanındığı anlaşılmaktadır(13U). Bunun yanında bu noktada tanıma ve kullanma eylemlerinin bir arada görüldüğü söylenebilir(35U). Öğrenci istenilen bilgileri tanımış olmakla birlikte hala bazı konularda tereddütlü görülmektedir. Bu durum önceki bilgiler pekiştirilmediklerinden kırılgan bir yapıda bulunduğundan olabilir(37U)

44A: Neresi? Tekrar bir açı çizer misin ekstradan bir çizgi çizmeden nerenin kenarları olduğunu göstermek için?

45U: Ben şu şekilde düşündüm. Şuradakini ele aldım, üstündeki şu bölgeyi. Şuradaki oluşan açının kenarı buradaki açı 180 e tamamlıyor diye düşünüyorum.

Şekil 31
U'nun çizdiği 4. şekil



46A: Yani buradaki durum ile ilgili nasıl bir sonuca varıyoruz şimdi.

47U: Paralel olan açıların kenarları 180 oluşturuyor.

48A: Tam anlayamadım

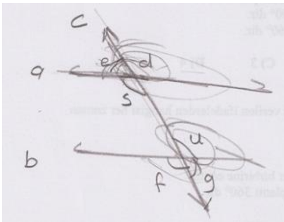
49U: Yani şurada şunu daha büyüterek gösterdim anlamaya çalıştım. Şu iki açı 180 e iki bütünler açıyı oluşturuyor.

...

52A: Son kararın ne oldu istersen yeni bir sayfada yap

53U: Son kararım benim aslında ilk bir tane daha kesen 3. doğruyu çizmiştim. İçterslerden yola çıktım. Böylelikle hani içtersler birbirine eşitse şu kenar olarak düşündüm şu ikisini kenar açıları olarak düşündüm.

Şekil 32
U'nun çizdiği 5. şekil

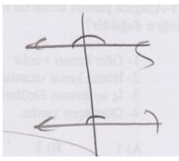


...

58A: Açıları isimlendirirsen daha kolay konuşmamız mümkün olur. Hangi açıların bu özelliğe uyduğunu sen söylersin.

59U:…e, d, f, g Yani ben şöyle düşündüm 180 derecelik açıyı oluşturuyor.

Şekil 33
U'nun çizdiği 6. şekil



Öğrenci oluşturduğu şekilde tanıma eylemini gerçekleştirmiş ve bu bilgileri kullanmıştı. Bu sürecin sonunda ulaştığı sonuçlardan ilkinde “paralel olan açıların kenarları 180 oluşturuyor” ifadesini kullanmıştır(47U). Bu ifadenin tam ne ifade ettiği kesin olmamakla birlikte çizdiği şekilden(şekil1) komşu bütünler(49U) açıları ele aldığı izlenimini vermektedir.

Öğrencinin ifadelerinden ve çizdiği şekillerden açıları adlandırmayı tam olarak bilmediği veya bu problem çözme sürecinde dikkate almadığı anlaşılmaktadır(59U). Bu seviyedeki bir öğrencide bunun görülmesi kayda değer bir durumdur.

Öğrenci ortaya koyduğu çıkarımlar dikkate alındığında soruda öğrenciden beklenen kuralı kısmen oluşturduğu görülmektedir. Diğer taraftan öğrenci bu sonucu biçimsel olarak ve sınırlarını çizip ayrıntılarını tam ortaya koyarak ifade edememiştir.

1Ş: (*soruyu okuyor*) vardır.

...

6A: Bir görelim

7Ş: Ama kenar hani çok şey olmadı nasıl deyim

8A: Ne olmadı

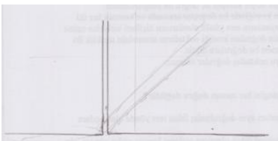
9Ş: Canlanmadı

10A: Aklından geçenleri bir çiz istersen

...

13Ş: (*çeşitli denemeler yapıyor*) 90 derece mi başka bir açı mı olabilir?

Şekil 34
Ş'nin çizdiği 1. şekil

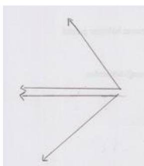


...

16A: Peki açı ölçüsünü 90 dereceden farklı seçmiş olsaydın farklı bir sonuç ortaya çıkar mıydı?

17Ş:(*çiziyor ve ölçüyor*)

Şekil 35
Ş'nin çizdiği 2. şekil



...

19Ş: Hayır

20A: Ne açıdan

21Ş: Açıları farklı birbirinden yine kenarları paralel

22A: O zaman burada yazan kurala uymuş oldu mu?

23Ş: Hayır

24A: Ne açıdan uymadı?

25Ş: Kenarları paralel ama açıları değil

26A: Açılar ile ilgili bir şey sanırım söylemiyor burada

27Ş: Yani o zaman ölçüleri diyor ama.

28A: O ilişkiyi soruyor eşittir veya değildir demiyor orada. Sadece nasıl bir ilişki vardır diyor.

29Ş: Yani bu diğer doğruları nasıl çizdiğimize bağlı. Anlatamıyorum ama.

Ş okuduklarını zihninde canlandırma konusunda zorluk yaşamıştır(7Ş, 9Ş). Aklından geçen şekildeki açının 90^{o} olduğu anlaşılmaktadır(13Ş, şekil 1) Öğrencinin çizdiği ikinci şekilde açı 90^{o} den farklı seçilmiş ve bu çizimle öğrencinin bu aşamada tanıma eylemini tam gerçekleştiremediği fark edilmektedir.

Ş yaptığı çizimle ilgili yöneltilen sorulara(18A, 20A, 22A, 24A) verdiği yanıtlarda kenarların paralel fakat açıların paralel olmadığını ifade ederek soruda ihtiyaç duyulan tanıma eylemini gerçekleştiremediğini ortaya koyarken diğer taraftan da temel geometri bilgisi konusunda da bir takım kavram yanılgılarına sahip olduğunu hissettirmektedir.

34A:Eğer 90 dereceden farklı olsaydı buradaki açılar nasıl bir durumla karşılaşırdık?

35Ş: Yani mesela bu burada olsaydı böyle olurdu bu sefer(*düşünüyor*). İlişki yoktur.

...

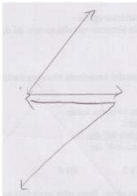
38A: Başka bir durum olabilir mi kenarları paralel açılar ile ilgili olarak?

39Ş: Bu biraz daha dar açı olsaydı bu geniş açı olacaktı ve herhangi bir ilişki olacağını sanmıyorum.

40A: Sanmıyorsun. Başka aklından geçen bir şey var mı bu soru ile ilgili? Şöyle tekrar düşün istersen.

41Ş: (*çiziyor*) bir de böyle olurdu

Şekil 36
Ş'nin çizdiği 3. şekil



Ş, soruyu okuduktan sonra ilişki vardır yanıtını verdiği halde aslında soruda geçen kenar ifadesiyle ne kastedildiği konusunda emin değildir(7Ş). Öğrencinin ilk çizdiği durumda(şekil 1) kullandığı açının 90 derece olması öğrencinin tanıma eylemini gerçekleştirip gerçekleştirmediği konusundan karar verilememesine sebep olmuştur. Burada probleme teorik olarak uygun çizimde 90 derecelik açının kullanılması tanıma eyleminin gerçekleştiği anlamını taşır mı? Öğrencinin çizdiği 2. şeklin söz konusu kurala uymaması bu konudaki şüpheyi daha da artırmıştır. Bunun devamında öğrencinin oluşturduğu 3. şekil incelendiğinde tanıma eyleminin gerçekleştiği düşüncesi ağır basmaktadır.

42A: Buradaki açıların ölçüleri arasında bir ilişki var mıdır?

43Ş: Var ama nasıl açıklayacağımı şu anda bilemiyorum.

44A: Dene istersen

45Ş: Paralel oldukları için ters açı olabilirler diye düşündüm ama sonra…

46A: Vaz mı geçtin?

47Ş: Yanlış olacağını düşündüm. Başka bir şey yok

Öğrenciye 90 dereceden farklı bir açı söz konusu olduğunda ilişkinin olup olmadığı sorulduğuna(34A) yoktur yanıtını(35Ş) vermiştir. Bu durum tanıma eylemin değil belki ama kullanma eyleminin gerçekleşmediği anlamına gelebilir.

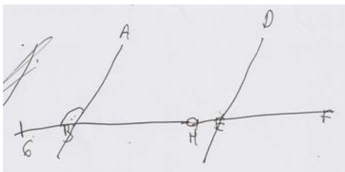
Öğrenciye bu yanıtın ardından tekrar düşünmesi için fırsat verildiğinde(40A) oluşturduğu şekil(şekil 3) Ş yi farklı bir noktaya getirmiştir. Öğrenci bu noktada ilişki olduğunu ifade etmekle birlikte bu ilişkiyi ortaya koyamamış ve gerekçelendirmeyi yapamamıştır(43Ş). Ş'nin bazı ifadeleri(7Ş, 29Ş, 45Ş) bu kapsamda tanıması gereken bilgiler konusunda tam bir netliğe sahip olmadığı ve bir önceki aşamada bu konularla ilgili soyutlamanın tam olarak gerçekleşmediği anlamına gelebilir.

4.2.2.3. 3. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

4A: O durumu gösterebilir misin bana? Ne kast ettiğini görmek istiyorum.

5C: (*Çiziyor*) Bu açı ile bu açı

Şekil 37
C'nin çizdiği 1. şekil



8A: Anlayamadım hangi açılar olduğunu.

9C: (*Açıları adlandırıyor*) ABC açısı DEF açısına eşittir.

10A: Neden?

11C: Bunlar paralel(*düşünüyor*) Çünkü paralel olduklarına göre bunlarda buradaki açıları yöndeş açıları birbirine eşit olur.

12A: Hangileri yöndeş açılar?

13C: Bu ABG açısı ile DEH açıları birbirine eşittir buna göre.

14A: Neden eşittir?

15C: Çünkü yöndeş açılardır.

C, yaptığı çizimle(*şekil 1*) kendisinden istenen durumu en basit haliyle tanıdığını ortaya koymaktadır. Şekilde bir kolu ortak oluşturarak paralelliği garanti etmiş ve bu yolla açıları karşılaştırmayı kolaylaştırmıştır. Öğrenci bunun yanında oluşturduğu şekil içerisinde yöndeş açıları da tanımıştır(15C).

16A: Peki bu açıları sen aynı doğrultuda çizmemiş olsaydın biraz daha aşağıda çizmiş olsaydın aynı şeyi söyleyebilir miydin?

17C: Uzardı yine aynı şekle gelirdi.

...

22A: Peki aynı özelliği taşıyan başka bir durum olabilir mi?

23C: Şey. Simetrik olabilirler.

24A: Çizer misin ne demek istediğini?

25C: Bir dakika simetrik olamazlar o ayrı konu şöyle olabilir(*yeni bir şekil çiziyor*).

26A: Neden açıyı çizerken devamını da çiziyorsun?

27C:Çünkü devam edecek. Onları doğru olarak algılıyorum ben. Böyle olabilir bir de.

28A: Bu durumda kolları paralel oldu mu?

29C: Hayır olmadı. Kollar paralel olmadı. Her zaman paralel olmuyor. Bazen vardır bazen yoktur aralarındaki ilişki.

30A: Neye dayanarak bunu söyledin?

31C: Şu şekle(şekil1) ve bu şekle(şekil2) dayanarak ilişkileri var bazen ama bu şekle dayanarak da ilişkileri yok.

32A: Bu şekil söylenen şartlara uygun mu?

33C: Bu şartlara uygun değil. O yüzden aslında ilişkisi var.

34A: Var peki nedir o ilişki?

35C: Yöndeş açıları birbirine eşittir. Aynı yöne bakan açıları birbirine eşittir.

36A: Aynı yöne bakan açıları birbirine eşittir derken nasıl bir genelleme yaptın tam anlayamadım.

37C: Yani buradaki geniş açı ile buradaki geniş açı birbirine eşittir buradaki dar açı ile buradaki dar açı birbirine eşittir. Ama başka ihtimaller de var. Dik açılar olabilir.

38A: Bu sorunun yanıtını tam olarak bana ifade edebilir misin?

39C: İlişkisi vardır.

40A: Nedir bu ilişki.

41C: Bahsettiğim gibi aynı yöne bakan açıları birbirine eşittir.

...

46A: Tekrar soruyu okuyup yeniden düşünebilirsin.

47C: (*yeni bir çizim yapıyor*) Tamam şimdi hepsi paralel oldu. Yöndeştir de ama sizin sorduğunuz sorunun devamı gelmiyor.

Şekil 38
C'nin çizdiği 2. şekil

50A: Başka bir durum var mıdır?

51C: Başka türlü paralel olamazlar. Ya aykırı olabilirler. Yok, hayır aykırı değil şey zaten paralel oluyorlar. Dik olamazlar. Tamam, sadece böyle.

C tanıma aşamasında bazı zorluklar yaşamış olmasına rağmen soruda kendisinden istenileni basit düzeyde resmetmiş fakat soruda geçen farklı durumlar olabileceğini düşünememiştir. Tanıma eyleminde eksiklikler olunca bu durum kullanma eylemini de etkilemiş ve oluşturma aşamasında bir genellemeye varmasını ve soyutlamanın gerçekleşmesini engellemiştir. Öğrencinin ilk ve tek çıkarımı “aynı yöne bakan açıların ölçüleri birbirine eşittir” şeklinde olmuştur(35C, 37C, 41C). Bu çıkarım soruda bekleneni tam olarak kapsayacak bir çıkarım olmamakla birlikte tanıma ve kullanma eylemlerinin tam olarak gerçekleşmediği düşünüldüğünde bir soyutlama olarak düşünülebilir mi? Eğer bu durum bir soyutlama ise burada tam olarak tanıma kullanma ve oluşturma eylemlerinin iç içe geçtiği söylenebilir.

1E: Açıları paralel(*Şekil 39'i çiziyor*) bence bir ilişki yoktur? Ölçüleri arasında hiçbir ilişki yoktur.

Şekil 39
E'nin çizdiği 1. şekil

2A: Soruyu tekrar okur musun?

3E: (*yavaşça okuyor*)

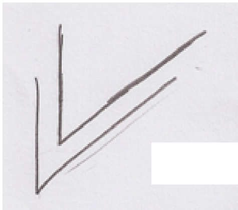
4A: Senin çizdiğin şekilde bu durum gerçekleşiyor mu?

5E: Birinin kenarı diğerinin kenarına karşılıklı olarak paralel olan(Düşünüyor)

6A: Çoğul mu tekil mi kullanılmış?

7E: (*Düşünüyor*) Bir dakika şimdi. Birinin kenarları. Haaa şöyle olursa(*Şekil 40'ı çiziyor*). Eşittir eğer böyle bir şeyse benim düşündüğüm gibi.

Şekil 40
E'nin çizdiği 2. şekil



10A: Ölçüm yapmadan sadece çıkarımlara dayalı olarak bir şey söyleyebilir misin?

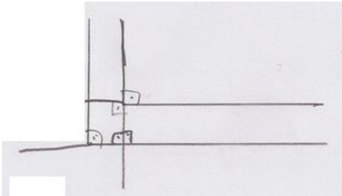
11E: Çünkü burayı uzattığım zaman şuraları(Açının kollarını) da şöyle uzattığım zaman buraları kısa kalsa bile sanki bununla(ilk çizdiği açı) aynı şekli elde etmiş gibi oluyorum. Bu sadece onun uzunu.

E şekil 1 de sadece açıların birer kolunu paralel çizerek soruyu tam olarak anlamadığını ortaya koymuştur. E soruyu tekrar okuduktan sonra şekil 2 yi oluşturarak problemde kendisinden istenen kurala uygun olan doğru şekillerden birisini çizebilmiştir. E'nin çizdiği şekilde açının bir köşesi olduğu ve kollarının ışınlardan oluşacağı bilgisinden hareketle birbirine eş fakat farklı konumlu iki açı çizdiği söylenebilir. Bu durum tanıma eyleminin gerçekleştiğini gösterir(11E).

16A: İstersen farklı bir şekil çizebilirsin.

17E: (*Şekil 41'i çiziyor*) iki tane dik açı çizdim ikisi de birbirine paralel. Bu dik açı bu da dik açı

Şekil 41
E'nin çizdiği 3. şekil



18A: Peki dik olmadığı durumda söyleyebileceğin bir şey var mı?

19E: Dik olmadığı durumda da(*düşünüyor*) evet. Çünkü bunu bir derece aşağı indirirsem bunu da bir derece aşağıya indirmem gerekir bunların paralel olması için. Sonuç olarak evet.

...

23E: Tamam.(*şekil 42'yi çiziyor*) V çizdim şimdi. Paralel olması için ikisini de aynı şekilde kesmesi lazım. Yani ikisinin de aynı noktada birleşmesi lazım. Nasıl olduğunu anlayabiliyorum ama açığa çıkartamıyorum. Benzerlik durumu var sadece boyutları farklı. Şu uzamış hali gibi bir şey arkadaki.

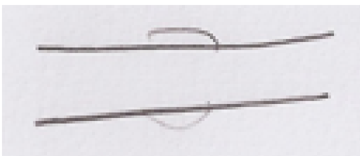
Şekil 42
E'nin çizdiği 3. şekil

...

26A: Biraz daha vaktimiz var düşünebilirsin. Peki şunu söyle kenarları karşılıklı olarak birbirine paralel açılarda sadece bu durum mu söz konusu olabilir başka bir durum söz konusu olabilir mi?

27E: 180 derece olabilir ikisi de(*şekil 43'Ü çiziyor*) gerçi öyle olunca şey olmuyor ama bu bir açı buda açı ikisi birbirine paralel oluyor.

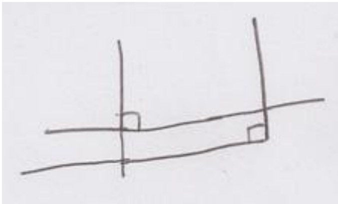
Şekil 43
N'nin çizdiği 4. şekil



28A: Başka 180 derecelik açının dışında bir açı için acaba daha farklı bir durum olabilir mi?

29E: Şöyle olur mesela(*şekil 44'ü çiziyor*) ikisi birbirine paralel.

Şekil 44
E'nin çizdiği 5. şekil



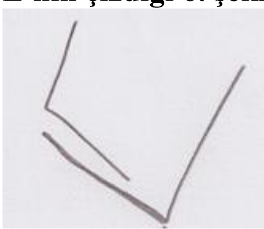
30A: Peki bunların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki vardır?

31E: Bunların ölçüleri arasında(*düşünüyor*) bunlarda biraz daha kafa karıştırıyor.

32A: Sen 90 derecelik açı çizmeye çalıştığın için.

33E: Ama başka türlü de düşünemiyorum ki. Şöyle yapayım buna şey olarak hı şuradan da çizebilirim(*Şekil 45'i çiziyor*). Evet bu da aynı şey oluyor. Kanıtlama bölümü zor.

Şekil 45
E'nin çizdiği 6. şekil



34A: Kanıtlamadan yeni çizdiğin şekilde açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsun?

35E: Bence bunlar da eşittir. Yani paralel çizebilirsem ben eşit oluyor.

36A: Aynı durumu daha küçük bir açı için çizer misin?

37E: Daha küçük dar.(*şekil 46'yı çiziyor*) Haa o zaman evet .O zaman hocam şöyle bir şey düşüne bilirim; böyle bir durumda da bu ikisi birbirinin bütünler açısı olabilir.

Şekil 46
E'nin çizdiği 7. şekil

38A: Bunları kanıtlayabilir misin?

39E:Şöyle düşünürsem. Paralel yerine bunların ikisinin çakıştığını düşünürsem bu şey oluyor U kuralına göre ikisi birbirine paralel olduğu için şu ikisi 180 olması lazım toplamının tümler açı

40A: Her zaman bu durumda göremeyebiliriz bu açıları. Sadece kenarlarının birbirine paralel olmasını dikkate alalım.

41E: Kenarları birbirine paralel olduğu için(*düşünüyor*). Bence olur hocam 180 derece.

E ilk çiziminden farklı çizimler yapmakta(şekil 4,5,6,7,8,9) ve bunlar üzerinde düşünmektedir. Bunları yapması kullanma eylemini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Burada ilk olarak öğrencinin 90 ve 180 derecelik açılara(şekil4,6,7) yönlenerek problem çözme sürecine devam etmesi dikkat çekicidir. Bu açılardan farklı olarak problem çözme sürecine devam etmesi öğrencinin ciddi bir tahmini olmamasına rağmen zihninde ilişkinin ne olabileceğine ilişkin bir fikrin olgunlaşmaya başladığını göstermektedir. E'nin bu aşamada tanıma ve kullanma eylemini bir arada da kullandığı söylenebilir. Oluşturduğu şekilde(şekil 9) paralel doğruyu kesen bir doğruyla oluşan açıları tanımış ve bununla ilgili bilgiyi kullanmıştır(E37).

42A: İki tane şey söyledin. Bir tanesi ölçüleri birbirine eşittir dedin bir tanesi de bunlar birbirinin bütünleridir dedin. Bütün şekillerde böyle midir? Farklı bir durum var mıdır? Bir genelleme yapabilir misin? Her zaman böylemidir?

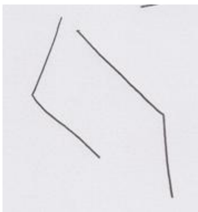
43E: Genelleme yapacak olursam(Düşünüyor) Şöyle deyim o zaman; Açıların yönleri birbirine farklı olan ikisinin de birbirine paralel olduğu durumlarda ikisi birbirinin bütünler açısıdır. İkisinin de yönlerinin aynı olduğu durumlarda ikisi de yöndeştir.

...

46A: Başka bir durum olabilir mi?

47E: (*Şekil 47'yi çiziyor*) Şöyle olabilir.

Şekil 47
E'nin çizdiği 8. şekil



48A: Bu durumda ne olur?

49E: Bu durumda ikisi de yine geniş açı oluyor. Bu durumda da yine eşit olurlar.

50A: Az önce söylediklerini bir araya getirerek tekrar bir genelleme düşünebilir misin?

51E: Tekrar bir genelleme(*düşünüyor*)o zaman aynı yöne bakanlar eşit (*düşünüyor*) o zaman karışıyor işte.

E, kendisinden bir genellemeye ulaşması istendiğinde o ana kadar yaptıklarını dikkate alarak bir sonuca ulaşmaktadır(43E). Bu açıklamasında çizdiği şekillerin tümünü dikkate almadığı gibi yeni durumlar olabileceğini de göz ardı etmiştir. Sonrasında öğrenciye yöneltilen soru(46A) öğrencinin kafasının biraz daha karışmasına(51E) sebep olduğu gibi aynı zamanda da problemin çözüm sürecinde daha dikkatli olmasına ve daha sistematik düşünmesine neden olmuştur.

52A: Şöyle bir kafanı toparla tekrar bir düşün.

53E: (Düşünüyor)Bunların birbirine eşit olması şart yani bana kalırsa

54A: Bunlar hep sana göre peki genelleme yapabilir miyiz?

55E: (Düşünüyor)Genelleme(Düşünüyor)belki başka bir durumda olabilir. Geniş açı olduğu zamanda olabilir diye düşünüyorum

56A: Dar açı olduğu zaman bu durum gerçekleşmez mi?

57E: (Düşünüyor) Yine eşittirler gibi me geliyor. Şunun bir farklılığı var(Düşünüyor)Yok hocam aklıma hiçbir fikir gelmiyor.

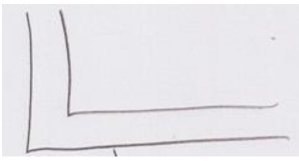
...

72A: Bu yaptıklarınla bir genellemeye ulaşabilir miyiz?

...

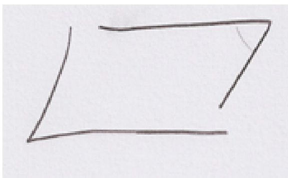
75E: Çalışayım.(*düşünüyor*) Bir şey geliyor aklıma ama nasıl söyleyeyim? Şu birinci şey (*çiziyor*). Şu ikinci(*çiziyor*). Bu üçüncü(*çiziyor*). (*düşünüyor*)O zaman şöyle yapayım hocam; paralel açılarda ikisi de dar açıysa yada ikisi de aynı tür açıysa yani dar geniş olarak birbirlerine eşlerdir ikisi de farklı tür açılarsa birbirinin bütünleridir.

Şekil 48
E'nin çizdiği 9. şekil



Şekil 49
E'nin çizdiği 10. şekil

Şekil 50
E'nin çizdiği 11. şekil



Yaptığı tüm çizimler ve tartışmalar sonrasında E: “Paralel açılar ya birbirine eşit ya da birbirinin bütünler açıları olmalıdır” şeklinde bir yapı oluşturmuştur. Buna düşüncesini E şekiller çizerek de ifade etmiştir. Şekilleri çizerek ifade etme noktasında E “Paralel açılarda ikisi de dar açıysa yada ikisi de aynı tür açıysa yani dar geniş olarak birbirlerine eşlerdir ikisi de farklı tür açılarsa birbirinin bütünleridir.” şeklinde önceki yapının yerine yeni bir yapı oluşturduğu gözlemlenmiştir.

1S: (*okuyor*) Ne demek istiyor burada? Anlamadım bu soruyu.

...

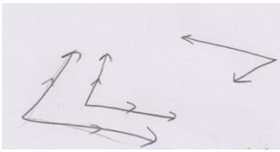
18A: Burada neye dikkat etmen bekleniyor senden.

19S: Şu an öğretmenim ben zaten soruyu anlamak için çabalıyorum.

20A: Tamam. Ben de onun için söylüyorum zaten. Sen bir açı çizdin. Daha sonra çizeceğin açının özelliğinin ne olması gerekiyor buradaki cümlelere göre?

21S: Karşılıklı olarak paralel. (*çiziyor*) şu şekilde.

Şekil 51
S'nin çizdiği 1. şekil



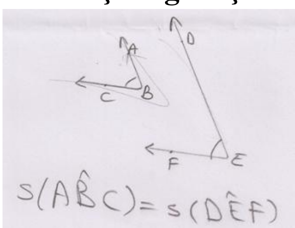
22A: Bunu anlıyorsun

23S: Evet. Şu an pek paralel gözükmüyor şekil ama.

24A: Tekrar yeni bir çizim yapabilirsin. İstersen cetvel de kullanabilirsin.

25S: (*gönyenin içini ve dışını kullanarak çiziyor*)

Şekil 52
S'nin çizdiği 2. şekil



26A: Buradaki tanıma uydumu sence çizimin?

27S: (*soruyu okuyor*) burada ne demek istiyor karşılıklı olarak derken?

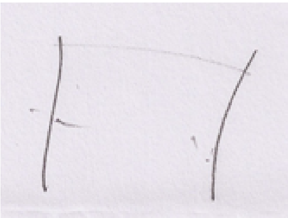
28A: Ne demek istiyor olabilir?

S, soruyu anlamakta güçlük çekiyor(1S, 27S). Bu durum öğrencinin soruyu anlayamamasından çok karşılaştığı soruların genel yapısından farklı bir yapıda soruyla karşılaştığından dolayı emin olma isteğinden kaynaklanabilir.

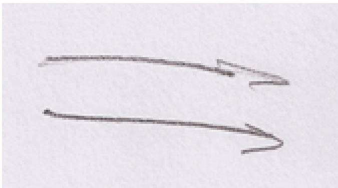
Öğrenci bu süreçte yaptığı ilk çizimlerle tanıma eylemini gerçekleştirdiği izlenimini vermektedir(*şekil 51 ve şekil 52*). Diğer taraftan öğrencinin bundan sonraki süreçte ortaya koyacakları tanıma eyleminin gerçekleştiğinden emin olmamızı sağlayacaktır. Bu soru ilgili kısmının yanında gönyeyi de iyi tanıdığı iç kısmındaki şekil ile büyük şeklin birbirine iç içe paralel ve benzer olduğunu fark ettiği anlaşılmaktadır. Bunun yanında öğrencinin yapılan yönlendirmeleri ve bununla paralel ipuçlarını değerlendirdiği görülmektedir.

29S: Yani şu şekilde mi? (*çiziyor*) yoksa şu şekilde mi?

Şekil 53
S'nin çizdiği 3. şekil



Şekil 54
S'nin çizdiği 4. şekil



30A: Bunun ikisinin farkı nedir peki?

31S: Bu(*ilk şekil*) paralel olduğunu gösteriyor. Bu(*ikinci şekil*) da karşılıklı yani mesela ben sizin karşınızdayım bu da yanında mesela şu anda yanınızdaymışım gibi düşünün.

32A: Peki bu çiziminde oluşan açılar arasında nasıl bir ilişki var?

33S: Bu çizimde oluşan açıların ölçülerinin birbirine eşit olduğunu düşünüyorum.

...

48A: Buradaki durumu dikkate alırken veya buradaki durumu oluştururken neleri dikkate aldıysan aynı şeyleri dikkate alarak farklı şekiller oluşturabilir misin?

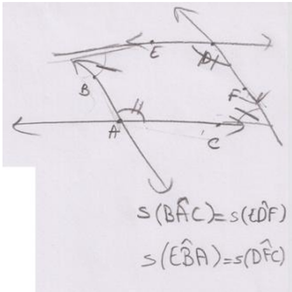
49S: Paralelkenar oluşturabilirim mesela. (*Çiziyor*) bu böyle olmaz da şu açıyı döndürürsek böyle olur.

...

54A: Bundan vaz mı geçtin? (*önceki çiziminden*)

55S: Şimdilik burada dursun. Sonra da şimdi tekrar şu şekilde…(*çiziyor ve yazıyor*) AB ışını DF ile ters yönde gidiyor ama birbirine paralel aynı şeyi DE ve AC ışınları için de söylemek mümkün

Şekil 55
S'nin çizdiği 5. şekil



58A: Peki buradaki açılar ile ilgili ne söyleyebilirsin?

59S: Ölçüleri yine eşittir. Yani şunu birazcık uzatırsak, şunu uzatalım şunu uzatalım. Burada ölçüleri eşittir paralelkenardan yola çıkarsak ölçüleri eşittir şunların

...

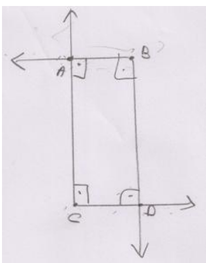
66A: Peki üçüncü bir durum olabilir mi?

67S:Üçüncü bir durum(*düşünüyor*)biri böyle biri böyle öbürkü(*düşünüyor*)yine aklıma gelmiyor.

68A: Biraz düşün acele etme.

69S: Karışık biraz(*düşünüyor*)paralelkenardan başka dikdörtgen veya karede de olabilir aynı şey. Ben dikdörtgenle ifade etmeyi tercih ettim burada. Şimdi paraleldir sonuçta bunlar yine aynı şekilde ters yönlere gidiyor. Ama BD ışını ile CA ışını yine birbirine paraleldir ters yönlere gitseler bile.

Şekil 56
S'nin çizdiği 6. şekil



70A: Peki az önce çizdiğin şekilden farkı ne oldu bunun?

71S: Sadece BA doğru parçası ile CA doğru parçası birbirine diktir.

Öğrencinin paralel ve karşılıklı ifadelerini farklı şekilde yorumlaması ilginç bir noktadır(31S). Bu durum ilk şekilde doğru parçası veya doğruyu ikinci şekilde ise ışın kullanmasından kaynaklı yaptığı bir yorum olabilir.

Öğrencinin kullandığı ifadeler ve matematiksel dili iyi kullanması bu konularla ilgili ön öğrenmelerinin iyi olduğunu göstermektedir. Sorunun çözümünde paralelkenardan yararlanması dikkat çekici bir başka noktadır(49S). Paralelliği paralelkenar üzerinden kullanarak sonuca ulaşmaya çalışmaktadır. Söz konusu durumları daha çok dörtgenler üzerinde tanımakta ve kullanmaktadır(69S). Bu noktada tanıma ve kullanma eylemlerinin bir arada içi içe geçmiş olarak gözlemlendiği söylenebilir.

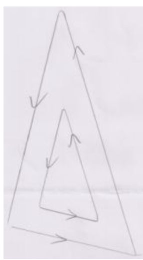
76A: Peki bu şekillerden başka bir şekil elde edebilir miyiz?

77S: Üçgenlerden yine aslında türetilebilir

78A: Bir deneme yap istersen

79S: (*çiziyor*) yine şu ikisi birbirine paralel, bunlar birbirine paralel, bunlar da birbirine paraleldir.

Şekil 57
S'nin çizdiği 7. şekil



80A: O zaman bütün bu yaptıkların çerçevesinde bu soruya nasıl yanıt verebilirsin?

81S: Şekline göre değişir diyorum ben. Yani nasıl bir şekil çizersek.

82A: Açıların ölçüleri arasında bir ilişki var mıdır sorusuna şekle göre değişir mi diyorsun?

83S: Evet. Mesela dikdörtgende bütün açılar dik. Şey, paralelkenar da mesela karşılıklı açıların ölçüleri birbirine eşittir. Ben öyle diyorum.

84A: Dikdörtgende peki orada söylediğin söz konusu değil mi?

85S: Orada söylediğim yine karşılıklılar birbirine eşit ama bütün açılar bu sefer dik olduğu için o pek bir anlam ifade etmiyor.

86A: Başka bundan farklı bir durumla karşılaştık mı?

87S: Bundan farklı bir durumla(*düşünüyor*) Sadece açıları ele aldığımızda açıların ölçülerinin eşit olduğunu fark ettik.

...

90A: Ölçüleri ile ilgili düşündüğümüz zaman.

91S: Ölçülerinin eşit olduğunu düşünüyorum.

92A:Eşit olmayan bir durum söz konusu olabilir mi?

...

97S: (*düşünüyor*) Hayır.

...

104A: Ne kadarından eminsin peki verdiğin yanıtların?

105S: Birinciden eminim. Üçüncüden emin değilim. İkinciden de eminim.

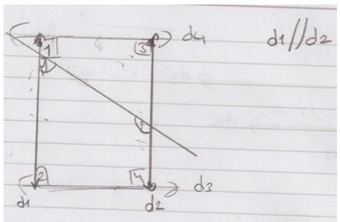
S çizdiği sonraki şekilde(*şekil3*) açı ölçülerini 90 derece olarak alarak farklı bir durum oluşturduğunu düşünmüştür. Bu durumda ortaya koyduğu sonuç tüm açıların ölçülerinin birbirine eşit olduğu yönündedir. Diğer taraftan diklik durumunun bir yorum veya çıkarım yapmak için yeterli olmadığının farkındadır(*85S*).

Öğrencinin ilk ulaştığı sonuç "ölçülerinin birbirine eşit" olduğu yönündedir(*59S*). Öğrenci burada kenarları birbirine paralel ve zıt yönlü açıları dikkate almıştır. İlk çıkarımı açı ölçüleri arasındaki ilişkinin şekle göre değişeceğini ifade etmektedir(*81S*). İkinci çıkarımında açı ölçülerinin birbirine eşit olduğu dile getirmiştir(*87S*). Bu çıkarımları sadeleştirerek ulaştığı sonuç ise "Ölçülerinin eşit olduğunu düşünüyorum" şeklinde olmuştur(*91S*).

Öğrenci bir çok çizim yapmakla birlikte genellikle kendini tekrar etmiş ve sadece açı ölçülerinin eşitliği durumuna ulaşabilmiştir. Soru ile ilgili yapıların tamamını tanıyamamış olması buna neden olmuş olabilir. Öğrenci tanıma ve kullanma eylemini kısmen gerçekleştirmiş olmakla birlikte bu koşulları yansıtacak yeterli durumlar oluşturamadığı için başka bir ilişki olamayacağını söylemektedir(*97S*). Öğrenci soruya belli yanıtlar vermekle birlikte aslında verdiği yanıtlardan pek de emin olmadığını ortaya koymuştur(*105S*).

3R: (*çiziyor*) kare gibi mi göstereyim yoksa şöyle iki tane açı olur mu?

Şekil 58
R'nin çizdiği 1. şekil



4A: Sen nasıl istersen

...

7R: Sadece şöyle onu da göstereyim(*çiziyor*). Ben sadece anlattığı açıyı çizmeye çalıştım

Öğrenci ilk olarak soruyu anladığını gösteren bir şekil çizmiş ve bu yolla tanıma eylemini kısmen de olsa gerçekleştirdiğini göstermiştir(*7R*). Çizdiği şekilde dikdörtgeni ve dikliği kullanması dikkati çekmektedir.

17R: Şuradaki açının geniş açısı, şimdi bunlar paralel birbirini kesme ihtimali yok şuradaki açının.

18A:Açıları isimlendirir misin? O şekilde gösterdiğin zaman anlayamıyorum bazı şeyleri. Yan tarafa isimlendirirsen belki daha iyi olur

...

23R: d_1 ile d_2 birbirine paralel. Buna karşı benim çizdiğim dikdörtgende d_4 ile d_3 de paralel oluyor. Bunun kenarları birbirine paralel oluyor.

...

28A: Buradan nasıl bir çıkarımda bulunabiliriz? Başka durumlar olabilir mi?

29R: Başka durumlar olabilir. Mesela d_4 şöyle kesseydi ama bunlar hala birbirine paralel birleşme ihtimalleri yok. O zaman burada bir geniş açı oluşuyor. Burada da bir dar açı oluşuyor. Açılar arasında ilişki kesiliyor burada.

Paralel doğruların birbirine kesmeyeceği bilgisini kullanmaktadır(*17R*). Oluşan açılardan birinin geniş birinin dar açı olması ilişki olmadığı sonucunu doğurmaktadır(*29R*). Bu durum öğrencinin bulmayı umut ettiği ilişkinin sadece eşitlik şeklinde olmasından kaynaklanabilir.

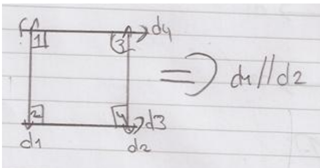
30A: Var mı bu iki açı arasında bir ilişki?

31R: Hangisinde?

32A: İlk durumda da ikinci durumda da. Bu durumları istersen farklı farklı çiz.

33R: çiziyor…

Şekil 59
R'nin çizdiği 2. şekil



34A: Neden bu şekilde bir başlangıç yaptın?

35R: İkisi arasındaki farkı göstermek için.

36A: Peki

37R: Eğer diğer türlü çizseydim bunu çizerken karışıklık çıkabilirdi.

38A: Tamam

39R: (*çizmeye devam ediyor*)

40A: Bu şekli neden doğrular çizerek oluşturma ihtiyacı hissettin? Başka şekillerden mesela doğru parçalarından veya ışınlardan olmaz mıydı?

41R: Bir dakika öğretmenim. Olabilir.

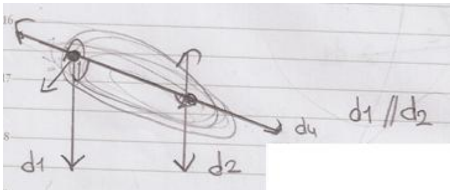
42A: Neden peki sen bu durumu tercih ettin bunun özel bir sebebi var mı?

43R: Özel bir sebebi alışkanlık.

44A: Alışkanlık peki.

45R: (*çizmeye devam ediyor*)Burada mesela bunla bunu karşılaştırırsak d_4 ün ya da başka üçüncü doğrunun ya da doğru parçasının ya da ışının durumuna göre bunların arasında bir ilişki çıkabilir.

Şekil 60
R'nin çizdiği 3. şekil



46A: Nasıl bir ilişki oluyor peki?

47R: Mesela diğeri geniş diğeri de dar oluyor.

48A: Onun dışında bir ilişki olabilir mi?

49R: Eğer birinci sorudaki gibi hepsi dik keserse hepsi 90 derecelik açı olur

50A: İkinci durumda olursa?

51R: İkinci durumda biri dar biri geniş açı olur.

52A: Onun dışında bir ilişki?

53R: Onun dışında bir ilişki yok.

...

78A: Peki teşekkür ederim Sera. Peki, buradan bir genel ifadeye varabilir miyiz senin çizdiğin şekillerden? Kenarları birbirine paralel olan açılar arasında bir ilişki var mıdır?

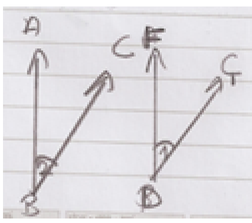
79R: Kenarları birbirine paralel açılar arasında(*düşünüyor*). Bir ilişki yoktur.

...

84A: Başka bir durum olabilir mi ona da bir bak istersen.

85R: (*çiziyor ve düşünüyor*)ilişki yoktur diye düşünüyorum.

Şekil 61
R'nin çizdiği 4. şekil



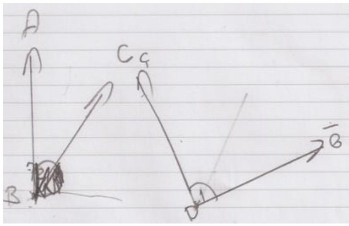
86A: Peki başka bir durum olabilir mi?

87R: Başka bir durum şimdi onu düşünüyorum zaten. Mesela bu böyleyken…

88A: İstersen diğer kâğıdı kullan

89R: (*çiziyor*)

Şekil 62
R'nin çizdiği 5. şekil



90A: Bunlar kenarları birbirine paralel olan açılara örnektir. Öyle mi?

91R: Şu anda ben. Şey(düşünüyor). Kenarları paralel tam olarak nasıl oluyor?

92A: Ben sana soruyorum.

...

95R: Kenar aaa ben köşeye taktım. Evet, bunların yine oluştuğu. Açının oluştuğu doğrulara bağlıdır. Kenarların asla birleşmemesi gerekiyor. Ben buna komşu bir açı olamaz. Yani o zaman komşu açılar olmayacaklar o zaman komşu açılar paralel oldukları zaman(*düşünüyor*). Bir ilişki yoktur.

Öğrencinin bulduğu ilişki sadece birisinin geniş birisinin dar olduğu şeklindedir. Bunu daha belirgin bir ilişki ifadesine dönüştürmesi gerektiğinin farkında değil gibi gözükmektedir. Öğrencinin yaptığı çizimlerden açı bilgisi konusunda birtakım eksikliklerinin olduğu anlaşılmaktadır(*71R*)(*şekil 1*). Bu eksiklikler soyutlama sürecinde oluşturmanın gerçekleşmesini engelleyen belki de en önemli unsurdur.

R yaptığı çizimler ve yorumlar çerçevesinde bir ilişki göremediğini belirtmiştir(*79R*). Öğrenci yaptığı çizimlerle ve sorularla(*91R*) soruyu anlamadığını ortaya koymuştur. Bu durum öğrencinin açı, doğruların birbirlerine göre durumları gibi bazı temel geometri bilgisindeki eksikliklerden kaynaklanmaktadır.

4.2.2.4. Problem 2'ye İlişkin Bulgulara Genel Bakış

2. Problemde 1.düzey öğrencilerin tümü tanıma eylemini kısmen de olsa gerçekleştirmiştir. Bu düzeydeki öğrenciler kendilerinden istenen yapıyı en temel düzeyde resmedebilmiş fakat bunun ötesine geçememişlerdir. Bu süreç aslında tanıma ve kullanma eylemlerinin dar bir çerçevede birlikte gerçekleştiği bir süreç olmuştur. Bu eylemlerin kısmen gerçekleşmiş olması oluşturma eyleminin gerçekleşmesini de önlemiştir. Şekilleri parçaları bakımından iyi analiz etmemeleri ve genellemeye götürecek diğer durumları resmedememeleri ve matematiksel dili iyi kullanamamaları yönü ile bu düzeyin özelliklerini taşıdıklarını göstermişlerdir. 2. düzeyde bulunan öğrenciler de genel olarak 1. düzeydeki öğrencilere benzer problem çözme süreçleri geçirmişlerdir. Bu gruptaki öğrencilerden U, arkadaşlarına göre tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştirme konusunda daha başarılı olmuş olmasına rağmen gerek matematiksel dili kullanma gerekse söz konusu problem durumunu anlama konusunda zorluklar yaşamıştır. Bu düzeydeki öğrencilerden çoğunda görülen 90 derecelik açıyı kullanarak çözüme ulaşma düşüncesi dikkat çekicidir. 3. düzey öğrencilerden sadece E'nin oluşturma eylemini gerçekleştirdiği gözlemlenmiştir. R'nin ise soruyu tam olarak anlamadığı gözlemlenmiştir. Diğer iki öğrencinin yaklaşımları incelendiğinde verilen bilgiden bir sonuç çıkararak, mantıksal ilişkiler kullanarak bir sonuca ulaşamadıkları ve düşüncelerini destekleyemedikleri için daha çok 2. düzey özelliklerini taşıdıkları söylenebilir.

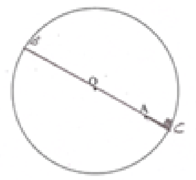
4.2.3. Problem 3'e İlişkin Bulgular

Problem 3'ün çözüm sürecinde öğrenciden ilk beklenen en uzun kirişin çemberin merkezinden geçen kiriş olduğu bilgisi ve bunu bu çemberde A noktasından geçecek şekilde görebilmesi. Ardından nokta ile doğru arasındaki uzaklığın bir dikme olduğundan ve çemberin merkezinden uzaklaştıkça kirişlerin kısalacağı bilgisini kullanarak en kısa kirişin çizilmesi gerekmektedir. Bu adımlar tamamlandıktan sonra bir noktadan geçecek en uzun kirişin bu noktadan geçen çap en kısa kirişin ise bu noktadan geçen ve çapa dik olan kiriş olduğu kuralının öğrenci tarafından oluşturulması beklenmektedir.

4.2.3.1. 1. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

4P:…Bu en uzun kiriş(│BC│'nı çiziyor)

Şekil 63
P'nin çizdiği şekil



11A: Yazar mısın şuraya. Önce BA olarak çizdin neden?

12P: A noktasından geçer derken A noktasından başlayacağı anlamına gelmediğini düşündüm. Yani A noktasından geçip de devam edebileceğini de düşündüm sonra.

12A: Peki BA ile BC nin her ikisi de kiriş midir?

13P: Evet... Yok BA pardon, BA kiriş değildir.

14A: Neden?

15P: BA çemberin içinden geçen içinde olan bir doğru parçasıdır. Ama kiriş olması için çemberin iki noktası ile de bağlı olması gerekir.

P, sorunun çözümüne en uzun kirişi çizerek başlıyor(*4P*). Bu durum süreçte beklenen bir durum olmakla birlikte bilinçli bir tercih olmaktan çok en kısa kirişe göre daha açık ve kolay olduğu için tercih edilmiş gibi gözüküyor. Bunun ardından kiriş ile ilgili yaptığı açıklama(*15P*) ise öğrencinin kullandığı yapıyı daha önceden doğru oluşturmuş olduğunu gösteriyor.

22A: BC kirişi neden en uzundur?

23P: Çünkü daha uzun olduğunda çemberin çapından daha büyük olduğu anlamına gelir çemberin çapından büyük olursa da çemberin dışında olur. Bu nedenle en fazla bu uzunlukta olur

...

26A: Hangisidir en kısa?

27P: AC kirişi

P, çapın da bir kiriş olduğunun farkında ve bunu kullanıyor(*23P*). Burada tanıma ve kullanma eylemlerinin bir arada görüldüğü söylenebilir. Fakat öğrencinin görüşmenin devamında kullandığı ifade hatalı olmasının yanında daha önceki açıklamaları ile de çelişmektedir(*15P*).

30A: Neden AC nin en kısa olduğunu düşünüyorsun?

31P: A noktasından çemberin çizgisine dik olan en kısadır.

...

38A: Onu dik demeye iten ne seni tam olarak.

39P:(*düşünüyor*) düz bir çizgi olmasını düşünerek yaptım(*düşünüyor*)

40A: Onu karalaman dik olmadığını mı gösteriyor?

41P: Evet 90 derece yazdım çemberin yuvarlak olduğunu üzerine düşündüm o yüzden

42A: Yuvarlak olması ona dik olamayacağını mı gösteriyor.

43P: Evet

44A: Peki AC en kısa kiriştir demenin sebebi nedir?

45P: A noktasından çemberin çizgisine düz bir çizgi ile gittim. Eğer çapraz veya normal yan şekilde çizgi indirseydim daha uzun olurdu.

P, daha önce dik olduğunu düşündüğü doğru parçasının yaya dik olamayacağını fark ediyor. Bu seviyedeki bir öğrencinin yönlendirme sorularını ipucu kabul ederek bu bilgiyi sorgulayıp değiştirmiş olması beklenen bir durum değildir.

P'nin ifadeleri önceden oluşturulmuş yapıların bir kısmının yanlış olabileceği izlenimi vermektedir. İlk olarak kirişin ne olduğu ile ilgili yaptığı açıklamalar ile sonraki süreçte söyledikleri birbirini tutmamaktadır. Bunun yanında P, ihtiyaç duyulan yapılardan bir kısmını tanımış olmakla birlikte diğer bir kısmını tanıyamamış ve dolayısıyla da bilgi oluşturma aşamasına gelememiştir. Bu durumun muhtemel sebebi dikme, orta dikme, noktanın doğruya uzaklığı gibi temel geometri bilgisinin tam olmaması ya da tam daha önceden tam olarak pekiştirilmemesi olabilir. Bunun yanında diğer bir sebebi de bildiklerini farklı bir problem durumunda bağ kurarak kullanamaması da olabilir. Her iki sebep de aslında pekiştirmenin önemini gündeme getirmektedir. P, bu problemde şekli parçaları bakımından analiz etme konusunda ve matematiksel olarak oluşan durumları tanımlama konusunda pek de başarılı olamamıştır. Bu durum 1. düzey bir öğrencide karşılaşılması beklenen bir durumdur.

2A: Çizdiğin nedir?

3D: En uzun kiriş(*şekil 64'da silik olarak gösterilen çizgi*).

4A: Neden o en uzun kiriş oldu?

5D: Çünkü yukarıdan aşağı yani yandan daha kısa olur diye düşünüyorum. Yukarıdan aşağıya yaptım o yüzden uzun.

6A: Daha uzunu çizilebilir mi?

7D: Daha uzunu(düşünüyor)çizilebilir.

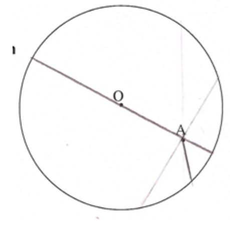
8A: Nasıl çizilebilir?

9D: O merkezinden de aynı anda geçebilir mi?

10A: Bilmiyorum. Burada önemli olan nedir bir bak istersen tekrar.

11D: A dan geçmesi(*düşünüyor ve çiziyor*).

Şekil 64
D'nin çizdiği şekil



D, soruyu çözmeye en uzun kirişi çizerek başlıyor. En uzun kirişi çiziyor olması kiriş bilgisine sahip olduğunu gösterir mi? Bunu en kısa kirişle ilgili söyledikleri ile birlikte değerlendirmekte fayda var. Öğrencinin çizdiği doğru parçası bir kiriş olmakla birlikte en uzun kiriş değildir(*3D*).

12A: Neden fikrini değiştirdin?

13D: Çünkü orası kısa geliyordu böyle çap şeklinde oldu. Çap en uzun kiriş olduğu için de öyle düşündüm. A noktasından da geçti

...

16A: En kısa kiriş hangisidir?

17D: En kısa kiriş(düşünüyor) en kısa kiriş de budur.

18A: Neden onun en kısa olduğunu düşünüyorsun?

19D: Çünkü A noktası buraya çemberin kenarına en yakın A noktası burası onu çizince de çembere en yakın nokta orası olduğu için o yer.

20A: Ondan daha kısasının çizilemeyeceğinden emin misin?

21D:(*düşünüyor*)eminim.

22A: neye göre karar verdin

23D: haa bir dakika şöyle olabilir… Şöyle olabilir

24A: Bu çizdiğin en kısa kiriş öyle mi?

25D: Evet

…

40A: En kısasını çizerken neye dikkat ettin.

41D: A noktasının üzerinden geçmesine ve şeyden daha kısa olmasına en büyük kirişten en uzun kirişten daha kısa olmasına.

42A: En uzun kirişten kısa olması en kısa olduğunu gösterir mi?

43D: A noktasından geçen diğer kirişlere bakılırsa en kısadır.

…

48A:Şu an onda emin misin peki yaptığının en kısa olduğundan?

49D: Bakayım… Evet.

50A: En kısa budur. Nasıl buldun tam anlayamadım neleri ölçtün?

51D: Ölçtüm. Şurada bir tane daha kısa bir şekil düşünmüştüm buradan A noktasını ölçtüm. 1,1 çıktı buradan ölçtüm o da 1,1 çıktı. O yüzden eşit yani daha kısası yok

Öğrencinin kullandığı dil matematiksel dilden uzak ve tam olarak ne ifade ettiğini ya da neyi bilip bilmediğini anlamayı zorlaştırıyor. D, çapın en uzun kiriş olduğu bilgisini hatırladı ve bu problem durumunda kullandı(13D). Bu durumda öğrenci aslında yeni yapı içerisinde bir bilgiyi kullanmış mı olur yoksa tanıma eylemini gerçekleştirmiş mi olur? Bu problem durumu en uzun kiriş açısından yeni bir problem durumu olmadığından aslında en kısa kirişi gösterebilmesi sürecinde kullanıldığı takdirde tanıma ve kullanma eylemlerinin içi içe geçtiği bir durum olarak nitelendirilebilir.

4A: Ne olarak çizdin onu?
5M: En uzun ve en kısa kiriş.
6A: En uzun mu oluyor orada en kısa mı? Bu çizmiş olduğun.
7M: Bu bir kiriş değil aslında.
8A: Neden çizdin peki?
9M:(*Düşünüyor ve tekrar çiziyor*)
10A: Mümkün olduğunca aklından geçenleri söylersen daha iyi olur.
11M: Önceki çizimim A noktasından geçen di. Ama ben A noktası ile birleştirdim sonra düzelttim A noktasından geçen yaptım.
…
14A: Neden az önceki değil de bu bir kiriş.
15M: Kiriş daire şey çemberin kenarlarına değmiyordu.
…
18A: Peki bu çizmiş olduğun en uzun kiriş midir en kıra kiriş midir?
19M: Kısa

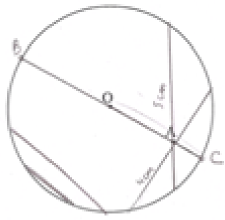
Diğer öğrencilerden farklı olarak M, en kısa kirişi çizerek problem çözme sürecine başlamıştır. Bu başlangıç öğrencinin kiriş konusundaki ilk ifadelerinde de olduğu gibi bir kafa karışıklığının olduğunu göstermektedir. Bunun yanında M, tanıma eylemini de şu ana kadar problem çözme sürecini olumlu şekilde etkileyecek düzeyde gerçekleştirememiştir.

22A: En uzun olanı peki?

23M: En uzun olanı(*çiziyor*). Burayı da eklersek çap olur.

24A: Peki isimlendirir misin onları. En uzunu ve en kısayı ifade etmek için ihtiyacın olan nerelere harfler yerleştirebilirsin?

Şekil 65
M'nin çizdiği şekil



30A: Neden en kısa kirişin OC olduğunu düşünüyorsun?

31M: Öğretmenim çünkü buradan olunca çap oluyor şey yarıçap olur.

32A: Nereden olunca?

33M: B ile O kısmına eklemeden olunca bir yarıçap oluşturur.

34A: Peki neden en kısa olsun bu?

35M: Çünkü buraya da çizsek buraya da çizsek yani her yere çizsek eşit uzaklıkta olur diye düşünüyorum.

36A: Eşit olması en kısa olduğunu mu gösterir?

37M: Hayır

38A: Peki daha kısasını çizebilir misin acaba ondan

39M: Daha kısası(*çiziyor*)

40A: Az önce çizdiğinle bunu arasında ne fark var?

41M: Biri merkezden çıkıyor diğeri kenarlardan.

42A: İkisi de kiriştir mi diyorsun?

43M: Evet ikisi de kiriştir.

…

50A: Peki bu çizdiğin kirişler doğru parçaları diyelim A noktasından Geçiyor mu?

51M: Hayır.

52A: Bizim sorumuzda ne soruyordu?

53M: A dan geçmesi gerekiyor. Yani bunlar yanlış olur.

Öğrencinin verdiği yanıtlardaki çelişki aslında kiriş kavramının tam oluşmadığını gösteriyor. Yarıçapı kiriş olarak değerlendirmesi bunun em önemli göstergesi. M, problemi okuduktan sonra bir tahmin ortaya koymadan ya da bir strateji belirlemeden problem çözme sürecine devam ettiğinden problemde kendisinden uzaklaşmış ve A noktasından geçmeyen kirişler çizmeye yönelmiştir. M, yapılan uyarının ardından hatasını fark etmiştir.

58A: Peki A noktasından geçen çizebilir misin?

59M: Çizebilirim(*düşünüyor*)

…

64A: Peki bu sonsuz tanenin içerisinden bunu çizdin sen. Bunun özelliği nedir diğerlerinden farklı yönü nedir bu çizdiğinin?

65M: Bence bu diğerlerinden biraz daha kısa.

66A: Neden

67M: Boyutsal açıdan

68A: Nasıl boyutsal açıdan? Bundan daha kısasının olmayacağını nasıl kanıtlayabilir sin?

69M:Çizerek ama. Birkaç şekil çizerek.

M, en kısa kiriş ile ilgili olarak verdiği yanıtların hiçbirisini matematiksel olarak gerekçelendiremiyor. Bu durum problemde tam olarak kendisinden beklenen yapıları tanıyamamasından kaynaklandığı kadar matematiksel olarak pek donanımlı olmamasından ve bu sebeple de matematiksel dili iyi kullanamamasından kaynaklanıyor olabilir. Bundan dolayı da matematiksel bağlantılar kurarak gerekçelendirmeler yapmak yerine ölçmeye yöneliyor.

80A: Peki en kısa olanı nasıl çizebilirsin?

81M: Çizemem buna göre.

…

90A: Peki çizilebilecek en kısa bu olabilir mi?

91M:(*düşünüyor*)Hayır.

92A: Peki en uzun olanı neden BC?

93M: BC çünkü merkezden geçen en büyük kiriş çaptır.

M'nin verdiği yanıtlar incelendiğinde beklendik yapıları tam olarak tanımadığı anlaşılıyor. M'nin tanıdığı ve tek emin olduğu yapı en uzun kiriş ile ilgili olanı ve bu yapının da önceden doğru oluştuğu anlaşılıyor. Tanıma aşamasında sorunlar yaşayan öğrencinin sonraki süreçte yaptıkları birbirinden bağımsız denemeler olmaktan öteye geçemediği gibi bilinçli bir strateji veya tahminin de olmadığı göze çarpıyor.

1V: (*okuyor*) Bence en uzun kiriş çemberin merkez noktasından geçen kiriştir. Çünkü çemberi tam olarak dik alıyor bence.

2A: Dik alıyor derken nereye dik?

3V: Dik alıyor derken çemberin en uzun geçeceği nokta bence burasıdır yani. Çünkü çemberin eş yerlerde toplanmış noktası O noktası olduğuna göre yani ortası olduğuna göre Oradan geçen kiriş en uzun kiriştir.

4A: Çizer misin peki soruda söylenilen şeyi? Ne soruluyordu soruda bir daha bakar mısın?

…

12A: Biraz düşün istersen.

13V: Yanlış mı?

V, problem çözme sürecinin başlangıcında en uzun kirişi ifade edebilmekle birlikte bunun gerekçesi olarak ortaya koyduğu ifade dikkat çekici ve hatalıdır(1V). Öğrencinin verdiği yanıtlar problemin üzerinde ya pek fazla düşünmediğini, ya bilgi eksiklikleri olduğunu, ya pekiştirme yapılmadığı için bilgilerin kırılgan bir yapıda olduğunu ya da yanlış oluşturulmuş bilgiler olduğunu göstermektedir.

18A: Peki bunların içerisinden en kısasını nasıl bulabilirsin? Bunun en kısası olduğunu nasıl düşünüyorsun?

19V: Göz kararı.

…

22A: Nasıl emin olabiliriz en kısadan ve en uzundan?

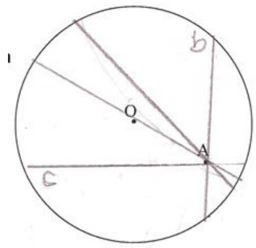
23V: En kısadan. Ölçerek diyeceğim ama(*düşünüyor*) ölçerek.

24A: O zaman en kısa ve en uzun kirişi çizer misin?

…

27V: (*çiziyor*).

Şekil 66
V'nin Çizdiği Şekil



34A: Nasıl ikna edebilirsin beni en kısa olduğuna?

35V: A noktasından geçecek başka kısa(*düşünüyor*) şöyle olabilir(*çiziyor*) Kısa desem buna.

36A: Peki ölçmenin dışında yapabileceğin bir şey var mı?

37V: Ölçmek göz kararı da bence.

V, şu ana kadar yaptığı açıklamalarla kiriş bilgisinin dışında herhangi bir bilgiyi tanıdığını ortaya koyamamış ve problemin çözümünde ilerleyememiştir. Bunun sebebi ihtiyaç duyulan diğer yapıları tanımaması ve bunlar arasında ilişkilendirmeler bulamamasıdır.

61V: İkisi de A noktasından geçmesini istiyor burada en uzun olması için çap olması gerekiyor o zaman. Burada da aynı şeyi nasıl uygulayabiliriz? C bence hem çapa benzetmeye çalıştım.

…

68A: Ne onu çap gibi yaptı peki? Onu çapa benzeten nedir?

69V: Orta noktasından geçmesi bir de

…

76A: Peki o zaman bunu çap yapan ne? Çapa benzer yapan ne?

77V:(*düşünüyor*)başka bu şekilde olabilir.

78A: En uzun olduğuna nasıl ikna edebilirsin peki. İstersen tahmin ettiğini çiz.

79V:(*çiziyor*)

…

84A: Neden diğerleri değil de bu?

85V: Çünkü merkezden geçtiği için çap oluyor ve en uzun kiriş de çaptan geçendir. Ama aynı zamanda A noktasından da geçiyor o zaman en uzun oluyor.

…

94A: Peki en kısa hangisidir?

95V: En kısa yine bence B dir.

96A: Daha kısası çizilebilir mi?

97V: Daha kısası(*düşünüyor*)çizilemez

…

104A: Nasıl emin olabiliyorsun?

105V: E işte yani A noktasından geçirmek istiyoruz ve buraları en kısa kiriş işte şu noktada bulunduğu için öyle diyelim.

106A: Emin misin?

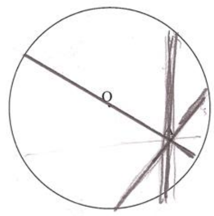
107V: Değilim

V, yapılan yönlendirmelerin ardından net biçimde en uzun kirişin hangisi olduğunu ortaya koyabiliyor(85V).Öğrencinin görüşme boyunca kullandığı ifadeler genellikle kendinden emin olmadan ortaya koyduğu baştan savma, tutarsız, net olmayan, içeriği zayıf ve tereddütlü ifadelerdir. Bu durum öğrencinin beklenen yapıları tanıyamamasından ve düşük düzeyde bir geometri bilgisi olmasından kaynaklanıyor gibi gözüküyor. Tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştiremeyen V, kabaca tahminlerde bulunmakla birlikte net bir gerekçelendirme yapamamış ve oluşturma eylemini de gerçekleştirememiştir.

4.2.3.2. 2. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

1T: (okuyor) Ben şöyle düşündüm; en kısa kiriş şuradan şöyle olacak diye düşünüyorum. En uzun şöyle. Bunun en uzun olmasının sebebi A şeyden geçiyor merkezden geçiyor o yüzden çap oluyor.

Şekil 67
T'nin Çizdiği Şekil



6A: Peki emin olabilir misin?

…

9T: (*ölçüyor*)4,5cm buda. Böyle olduğunu düşünüyorum yani neden? İçimden öyle geldi.

…

12A: Biraz düşün istersen nasıl emin olabiliriz.

13T: Böyle sanki daha kısa oldu şöyle dik çizince.

14A: Neden daha kısa

15T: Ölçtüm öyle çıktı.

…

18A: peki en kısasını nasıl garanti edebilirsin?

19T: Bilmiyorum en kısasını nasıl şey yapacağımızı.

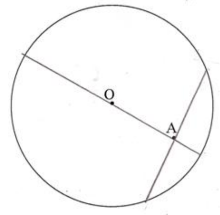
T, ilk tahmininde en kısaya da en uzuna da yer vermekle birlikte en uzunu gerekçelendirerek bu yanıtından emin olduğunu ortaya koyuyor. Bir anlamda soruyu anladığını ve tanıma eylemini gerçekleştirdiğini gösteriyor. T, problemin çözümünde daha çok ölçmeye yöneliyor. Matematiksel çıkarımlar yaparak ilerleme düşüncesinde değil. Bu durum öğrencinin konu ile ilgili beklenen yapıların önceden oluşmamasından kaynaklanıyor olabileceği gibi pekiştirme aşamasının eksik kalmasından da kaynaklanabilir. Öğrenci en kısayı bulmak için ölçerek bazı denemeler yapıyor fakat bu yolla hangisinin daha kısa olabileceğini garanti edemiyor.

25T: Öyle geldi. Buradan sanki daha kısa olacak gibi gözüktü gözüme.
26A: Neye göre tespit ettin çizdiğin yeri?
27T: Dik şurada ilk dik olduğu için
28A: Neye dik olduğu için
29T: Şöyle önüme ilk geldiğinde şöyle yuvarlak böldüğüm için sanki böyle olursa
30A: Dikten kast ettiğin şey nedir?
31T: Diklik yok da yani şurada sanki ilk önüme geldiği için A nın en üst noktası gibi düşünüp, şuradan geçebilir ama o uzun olur diye düşünüyorum diğerlerine göre. O yüzden ya şudur diye düşünüyorum ya da bu.

Öğrencinin ifadeleri yaptıklarından emin olmadığını, kabaca tahminlerde bulunduğunu gösteriyor. Öğrenci bilinçli bir süreç içerisinde kullanma eylemini gerçekleştiremediği gibi sonrasında da sonuca kısmen ulaşmış olsa bile oluşturma eyleminin de gerçekleştiğinden bahsedilemez. N'nin görüşmenin hemen başındaki ifadeden soruyu anladığı ve belli matematiksel yapıları doğru tanıdığı anlaşılmakta. Öğrenci ilk verdiği yanıtta en uzun kirişin çap olduğunu ifade ediyor ama en kısa kiriş konusunda tereddütlü gözüküyor.

1N: En uzun ve en kısa (*düşünüyor ve çiziyor*) en uzun kiriş budur çünkü çaptır kendisi.
2A: En uzun kiriş çap mıdır?
3N: Evet. Bir de en kısa kiriş(*çiziyor*)olabilir.

Şekil 68
N'nin Çizdiği Şekil



4A: Neden onun olduğunu düşünüyorsun? Başka bir kiriş değil de o?

5N:Çünkü en kısa yani şey nasıl diyeyim A nın şu anda gördüğü bir yay var şu anda o yaya en kısa olan yay şurası olduğu için bunun hemen üzerinden çizdim. Yoksa

6A: En kısa yay derken neyi kastediyorsun?

7N: A nın çemberin bir bölgesine olan en kısa uzunluğu(*A ile yay arasındaki uzaklığı gösteriyor*). A dan çembere.

8A: Ne gösteriyor o en kısa uzunluğu?

9N: Dik bir doğru çizersek yani onun ne kadar kısa olduğunu gösteriyor.

Öğrencinin en kısa kirişi yay ile ilişkilendirmesi(5N) kullanma eylemini belli çerçevede gerçekleştirdiğini gösteriyor. Diğer taraftan bu ilişkilendirmeyi tam olarak matematiksel bağlantılara dayalı yapmadığı için de tam olarak bir kullanma eylemi olmadığı söylenebilir. Öğrencinin diklik kavramı üzerinde durması ve uzaklıkla dikliği ilişkilendirmesi bazı bilgi yapılarını kullanabileceğini göstermekle birlikte çember konusunda bunu uygulamanın zorlukları ve arada oluşan kavramsal boşluk öğrenciyi zorluyor.

12A: O çizdiğinin en kısa olduğuna nasıl ikna edersin beni?

13N: Nasıl ikna ederim. A nın çembere uzaklığını çizerim

14A: Çembere uzaklıkları derken?

15N: Yani çemberin(*düşünüyor*)nasıl diyeyim(*düşünüyor*)çember

16A: Gösterir misin A nın çembere uzaklığını?

17N: En kısa çembere uzaklığı bence şurası(*en kısa olduğunu düşündüğü kirişi gösteriyor*) en uzak da şurası(*En uzun olduğunu düşündüğü kirişi gösteriyor*).

18A: Peki A noktasından geçen en kısa kiriş neden o?

…

23N: Çünkü çizdiğim kiriş tam ortada yani çizdiğim doğru parçasının ortası A noktası.

…

30A: Peki bu çizdiğinin en kısa olduğundan nasıl emin olabiliyorsun?

31N: Başka farklı kirişler çizdiğimde ölçtüğüm en kısası bu gelir.

N, bazı açıklamalar yapmakla birlikte bir strateji çerçevesinde hareket edememekte ve ihtiyaç duyulan tüm yapıları da tanıyamadığı için de kullanma eylemini de tam olarak gerçekleştirememektedir. Öğrenci matematiksel çıkarımlarda bulunamayınca ölçme yoluna gitmiş(*31N*) ve bu yolla gerekçelendirmeye çalışmıştır. Bu durumda da onu bekleyen sorun daha kısasının neden çizilemeyeceği sorunudur.

36A: Buna çok yakın bir başka kiriş çizdiğimizi varsaysak acaba bundan daha kısa olabilir mi?

…

43N: Çizilir de A noktasının üzerinden geçmez.

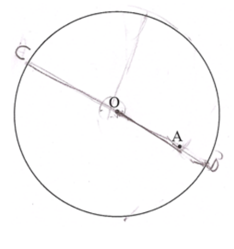
44A: Peki bunun en kısa olduğunu nasıl düşünebiliyoruz? Nasıl ikna edebilirsin beni onun en kısa olduğuna?

45N: A noktasından geçen bir sürü kiriş çizerek. Ölçtüğümde en kısası bu çıkar.

N, problemin çözümünde belli matematiksel yapıları tanımış ve bunları kullanmaya çalışmıştır. Oluşturma aşamasına gelememesinin sebebi başta ihtiyaç duyulan tüm matematiksel yapıları tanıyamamış olması olabilir. Tüm yapıları tanıyamamış olması kullanma eylemi ile ilgili de önemli boşlukların doğmasına sebep olmuştur. Özellikle vurgulanmış olmasına rağmen U'nun yarıçapı kiriş olarak değerlendirmesi tanıma aşamasında bazı yanlış oluşturulmuş bilgilerin olduğu izlenimi vermektedir.

3U: (*çiziyor*)bence bu şekilde çünkü

Şekil 69
U'nun Çizdiği Şekil



4A: O çizdiğin kiriş midir?

5U: evet

6A: En uzunu mu en kısası mı?

7U: Bu en kısası(OB doğru parçası) şu da en uzunu(BC doğru parçası)

8A: Daha kısası veya daha uzunu neden olmaz?

9U: Neden olmaz. Bu yarıçap yarıçaptan daha kısa ve A nın üzerinden geçecek şekilde(*düşünüyor*) olmuyor daha fazla.

10A: İsimlendirir misin o çizdiğin kirişleri peki daha rahat ifade edelim diye.

11U: Bunun kiriş olduğuna şimdi emin olamadım. Çünkü hani çemberin içinde üzerinde iki noktadan o yüzden ondan emin olamadım. Şundan eminim ama.

Daha önceden en kısa kiriş olarak nitelendirdiği yarıçapın(7U) kiriş olup olmadığı ile ilgili kuşku duyuyor fakat en uzun kirişin çap olduğu bilgisi konusunda kendinden emin. Birisi için doğru diğeri için yanlış ifadeler kullanması önceden oluşmuş yapıların pekiştirilmediği için kırılgan bir yapıda olmasından kaynaklanabilir.

12A: Neden en uzun o. O zaman emin olduğundan başlayalım.

13U: Çünkü çemberin içinde en uzun çizilebilecek çaptır.

…

20A: En kısası hangisidir?

21U: En kısası(*düşünüyor*)fikrimi değiştiriyorum şu(*A noktasından geçen bir kiriş çiziyor*).

22A: Neden fikrini değiştirdim.

23U: Çünkü kiriş çemberin üstünden iki nokta arasından ama bu yani şunların arasında olması gerekiyor. Yani emin olamadım(düşünüyor). Ama her zaman ilk bildiğim doğru oluyor. O yüzden yine onu yazacağım. OB, evet.

…

26A: Bundan daha kısasının çizilemeyeceğinden nasıl emin olabiliyorsun?

27U: Nasıl emin olabiliyorum? Zaten göz kararıyla da hani anlayabiliyorum.

28A: Emin olabilir miyiz göz kararıyla.

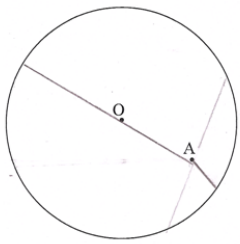
29U: Yani nasıl anlatayım…bu yarıçap..herhangi bir yarıçap…yani eminim.

U'nun kararsızlığı bir an doğru bilgiyi ifade etmesi sağlamış olmasına rağmen tekrar ilk olarak kullandığı ifadenin ve verdiği yanıtın doğru olduğunu iddia ettiği görülüyor(23U). Düşük geometrik düşünme düzeyinde bir öğrenci olmamasına rağmen U, problemin çözümünde kendisinden beklenen en önemli bilgiler konusunda bile tereddütlü davranmıştır. Bu durum öğrencide yanlış oluşturulmuş bilgi yapıları olduğunu ortaya koyabileceği gibi tereddütlü davranarak görüşmenin bir bölümünde kiriş kavramı ile ilgili doğru ifadeler de kullanması ve verdiği yanıttan kuşku duyması da oluşturulan bilgilerin pekiştirilmemesinden dolayı kırılgan yapıda bulunduğunu da gösterebilir. İfadelerinden kiriş ile ilgili bilgilerinde bazı yanlışlıklar ve eksiklikler olduğu anlaşılan Ç problem çözme sürecinin başında ölçüme dayalı olarak yanıtını veriyor.

2A: Ne yapmaya çalışıyorsun?

3Ş: En uzun ve en kısa kirişi çizeceğim(*düşüyor ve çiziyor*).

Şekil 70
Ş'nin Çizdiği Şekil



4A: Neden en kısa olduğunu düşünüyorsun?

5Ş: Çembere en kısa uzaklıkta olduğu için. Ölçtüm yani

…

8A: Nasıl ispat edersin onun en kısa olduğunu ölçmenin dışında?

9Ş: Çembere(*düşünüyor*)nasıl diyebilirim. Düz dik çizilen bir doğru yamuk çizilen doğrudan daha kısadır.

10A: Nereye?

11Ş: Merkeze. İşte, herhangi bir şekilde ispat edemem ama ölçtüm cetvelle

…

14A: Peki, en uzunu hangisi?

…

17Ş: A noktasından geçen diyor. (*ölçümler yapıyor ve çiziyor*)tam dik olmadı sanırım

…

28A: En uzunları bu mudur?

29Ş: Evet

30A: Nasıl karar verdin buna?

31Ş: Nasıl karar verdim buna? Cetvelle

32A: Ölçerek. Peki, bunların daha uzununun olup olmadığından emin misin?

33Ş: Eee şey var çap var ama burada A noktası var. Tam emin değilim. Kontrol edeyim(*ölçüyor*). Burası ile burası aynı yani eğer doğru yaptıysam.

…

42A: Peki bunları kiriş yapan şey nedir?

43Ş: Çemberin iç bölgesinde bulunup belli bir noktadan geçmeleri.

44A: Peki son kararın bu mu en uzun ve en kısa kiriş ile ilgili olarak?

45Ş: Evet (*ölçüyor*). Sanki değil gibi.

46A: Neden dolayı tereddüt ediyorsun

47Ş: Neden dolayı..çünkü ölçümler en başta biraz kaydırdığım için

48A: Son kararını değiştirebilirsin

49Ş: (*siliyor ve tekrar çiziyor*)

50A: En uzununun bunun olduğunu mu düşünüyorsun?

51Ş: Evet

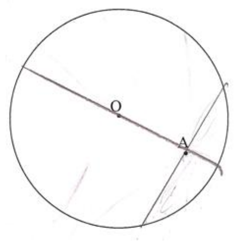
Ş'nin problemin çözümüne yönelik ortaya koyduğu tüm çaba matematiksel ilişkilendirmelerden çok ölçmeye bağlı olan sonuçlar doğuruyor. Tanıma eylemini tam olarak gerçekleştiremeyen öğrencinin sonraki aşamalara gelmesini de beklemek mümkün değil. Öğrencinin problemin çözümü ile ilgili ortaya koyduğu yaklaşım kabaca bir ölçme yaklaşımı. Fakat ölçmenin en kısa kirişi belirleme konusunda güvenilir bir yol olmadığının farkında da değilmiş gibi gözüküyor.

4.2.3.3. 3. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

C, problem çözme sürecinin başlangıcındaki ifadeleriyle soruda kendisinden istenenin tam olarak ne olduğunu anlamadığını ortaya koymuştur. Fakat yöneltilen soruyla problemi tekrar okumuş ve kendisinden istenileni yapmaya çalışmıştır.

3C: Çünkü burada istediğimiz kadar çizebiliriz.
4A: Neyi istediğimiz kadar çizebiliriz?
5C: Kiriş çizebiliriz. Ha en uzun ve en kısa pardon.
6A: Bizim ihtiyacımız olan en uzun ve en kısa
7C: Peki, en uzunu bu merkezden geçen
8A: Neden en uzun?
9C: Çünkü merkezden geçen kiriş çaptır çapta en uzun kiriştir.
10A: Peki en kısası hangisidir?
11C: En kısası budur(*çiziyor*).

Şekil 71
C'nin Çizdiği Şekil



14A: Neden odur?
15C: Ben de bilmiyorum. Ama öyle olduğunu düşünüyorum.
16A: Neden olabilir? Diyelim ki bir ölçme aracı yok elinde. Neden o en kısa olabilir?
17C:A dan geçebilecek başka yer olmadığına göre orası oradadır.

C, en uzun kirişi söyleyerek problem çözmeye başlamış ve kendisinden beklenen yapıların bazılarını tanıdığını ortaya koymuştur(9C). Öğrenci en kısa kirişi çizmiştir. Fakat çizdiği kirişi diğer kirişlerden ayıran özelliğin ne olduğunu görüntüsünün dışında matematiksel olarak ifade etme konusunda eksiklik hissetmektedir.

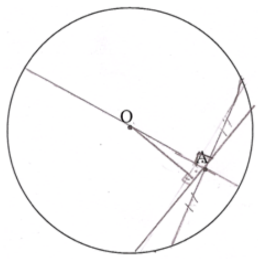
24A: Peki oraya gitmese bile bunun yanında çizilebilecek kiriş belki en kısa kiriştir. Diğerlerinden bunu ayıran ne olacak veya en kısayı diğerlerinden ayıran ne olacak?
25C:Çemberin kendisine olan uzaklığı en kısa olan
26A: Çemberin kendisine olan derken?
27C: Yani A nın çembere en kısa olan uzaklığı.
28A: A nın çembere en kısa olan uzaklığını nasıl tespit edebiliriz?
29C: Aslında burası onu fark ettim. Bu bir kiriş olamayacağına göre başka bir şey olamaz. Bu soruyu geçme ihtimalim var mı?
...
36A: Nasıl bir konumda olduğu için diğerlerinden daha kısadır?
37C:İçinde A olan en küçük yayı yaptığı için olabilir mi?(*düşünüyor*) Peki bu en kısa mı?
38A: Ben emin değilim. Nasıl emin olabilirsin?
39C: Aslında olamaz mı? Olabilir.
40A: Olabilir de olmayabilir de. Söylediğimiz şeylere bağlı.
41C: Daha küçük bir yay oluşturabilmesi için başka bir yerde olması gerekir.
42A: Efendim
43C: Daha küçük bir yay daha kısa olabilmesi için başka bir yerde olması gerekir ya da daha büyük.
44A: Az önce yaydan bahsettin. Neyi kastettin yay ile?
45C: Yay karıştırdım onunla bir bağlantısı yok.Hiç bir şey aklıma gelmiyor.

Yöneltilen soruların ardından C, yayın uzunluğu ile kirişin uzunluğu arasında bir ilişkilendirme yapmıştır(37C). Diğer taraftan yaptığı bu ilişkilendirmeden pek de emin gözükmemektedir. C, problem çözme sürecinin son bölümlerinde çok önemli bir ilişkilendirme yapmış olmakla birlikte bunu tam olarak gerekçelerini ortaya koyamaması nedeniyle ilerleyememiştir. Bu noktada öğrenciden beklenen iç içe geçmiş eylemler olarak kirişin özellikleri ve uzaklık kavramını bu problem durumunda kullanılacağını fark etmesi ve bunlarla ilgili bilgileri kullanmasıdır olmakla birlikte, C, bunu gerçekleştirememiştir.

E, soruyu okuduktan sonra kullandığı ifadelerle problemi anladığını ortaya koyuyor. Problemi anlamanın yanında E, kullandığı matematiksel dille problemin çözümü konusunda ilk olarak aklından geçenleri paylaşarak bir strateji geliştirdiği konusunda da fikir veriyor. Diğer taraftan öğrencinin kullandığı bazı ifadeler ayrıntılandırılmaya, açıklanmaya ve gerekçelendirmeye ihtiyaç duyuyor. Çözüm sürecine emin olduğu en uzun kirişi çizerek başlıyor. Bu başlangıç çözüme devam edebilme olanağı verebilecek bir başlangıç gibi gözüküyor.

1E:(*okuyor*)en uzun ve en kısa(*düşünüyor*)en uzunu(*çiziyor*)A noktasından geçen en uzun kiriş çaptır. Merkezden geçtiği için çap oluyor. Çap da burada en uzun kiriştir. Şimdi bir de en kısa kiriş de merkeze en uzak olan kiriş olması lazım. Merkeze en uzak da şöyle yaptığımız zaman(*A noktasından geçmesi muhtemel kirişler üzerinde düşünüyor*)evet. Benim şöyle bir düşüncem var ama(*çiziyor*)bir kiriş ölçüsünü bilmiyorum fakat şu iki parçanın A noktasının ayırdığı şu iki parçanın. Şurası(*kiriş*) şeye(*çapa*) dik şu dik bölümün uzak bölümün. Bu ikisi eşit olduğu zaman hani A noktasının üzerinden geçen. Bence bu O merkezine en uzun kiriş olur.

Şekil 72
E'nin Çizdiği Şekil



2A: Neden öyle olduğunu düşünüyorsun?

3E: Mesela öğretmenim şöyle bir şey düşündüm ben. Şu eşit diye varsayıyorum ben. Bunun burasını kısalttığım zaman bu buraya falan geliyor bir ucu. Diğer ucu buraya geliyor. O zaman şey orta noktası şurası gibi oluyor. Yani şu civarda oluyor. Burası da merkeze daha yakın gibi düşündüm.

4A: Orta noktası açısından baktığın zaman.

5E: Evet dikme açısından bakmak istediğim zaman merkeze daha yakındır diye düşündüm.

6A: Çizerek gösterebilir misin?

7E: Mesela şöyle bir şey(*A noktasından geçemeyen bir kiriş çiziyor*)pardon A dan geçmesi gerek(*tekrar çiziyor*)A dan geçtiği zaman bunun dikmesi şöyle bir şey oluyor herhalde şurası olması lazım. Şu an ölçüm yapamıyorum da.

...

13E:(*düşünüyor*)şöyle bir şey olabilir mi hocam….yani dikme buraya da dik geliyor. Diğer türlü yaptığın zaman. Hani eşit olduğu zaman…

14A: Ney eşit olduğu zaman?

15E: Şu iki şey hani orta dikme daha uzun oluyor. Ne kadar uzun olursa kiriş o kadar kısa olur. Merkeze daha yakın bu

E, diğer öğrencilerden farklı olarak, dikme, uzaklık ve orta nokta kavramlarını kullanıyor ve bunların birbirleri ile ilişki kurabiliyor(5E). Bu aşamada bu kullandığı bilgilerden yararlanarak merkezden uzaklaştıkça kirişin kısalacağını belirtiyor. Bu durum öğrencinin daha önce karşılaştığı bir durum olmamakla bir birlikte bu problem çözme sürecinde ifade ettiği bir durum. Bu noktada öğrencinin oluşturma eylemini gerçekleştirdiğinden bahsedilebilir mi? yoksa öğrenci sadece bir tahminde mi bulunmuştur? Bu soruların yanıtını belki de öğrencinin sonraki açıklamalarında aramak gerekecek.

28A: Biraz daha düşün istersen. Bu düşünceni destekleyecek bir takım şeyler söyleyebilir misin?

29E: Sanki hocam böyle bir denge şeyi varmış gibime geliyor. İki tarafında dengeli olduğu zaman daha uzakta olacakmış gibi bir his var içimde.

30A: Dengeli demekle neyi kastediyorsun?

31E: Birbirine eşit gibi hani birbirine daha yakın olursa uzunlukları sanki daha uzak olacakmış gibime geliyor….şuradan ben baktığım zaman mesela şu kolu aşağı indirip bu kolu yukarı çıkardığım zaman… A dan da geçmesi şart olduğu için sanki.

32A: Sanki yi nasıl kesinlikle ye dönüştürebilirsin?

...

37E: Şuradan bakmıştım. Bir de bana kalırsa dediğim gibi işte şurası şöyle A noktası üzerinden geçmesi. Şu taraf A noktasının bu tarafında kalan taraf bu tarafından daha kısa olunca. Yada şey mi olabilir? . Çapla hocam çapa dik olan kiriş en kısa kiriştir.

Ölçme konusunda serbest bırakılmış olsa net biçimde bu tahminini ölçme sonuçları ile destekleyebilecek olan E, bunun dışında bir gerekçelendirmeye zorlanıyor(*29E*). Bu durumda da kendine göre bazı gerekçelendirmeler yapmakla birlikte kendini de ikna edebileceği net bir gerekçe bulabilmiş değil. Diğer taraftan gerekçelendirmesi üzerinde durursa sonuca varması mümkün gözüküyor.Öğrenciden bu noktada beklenilen gerekçelendirme öğrencinin daha önceden oluşturduğu belli yapıları tanıması açısından değil farlı ilişkilendirmeler yapabilme ihtimali göz önüne alınarak yapılan bir yönlendirmedir(*32A*). E, 8. sınıf düzeyindeki bir öğrenci olsaydı yeni oluşan durumda dik üçgeni tanıması ve bununla ilgili bilgileri kullanarak bir sonuca ulaşması beklenebilirdi. Fakat bu noktada E'nin sahip olduğu bilgi yapıları ile burada gerekçelendirmeler yapması mümkün olabilecek mi? E, orada oluşan dik üçgeni kullanarak bir gerekçelendirme yapmayı başaramayınca A noktasının çizdiği kirişi iki parçaya ayırma şekillerine bakarak bir gerekçelendirme yapmaya çalışıyor(*37E*). Bu ifadeleri bir noktaya güvenle getirmesi zor gözüküyor.

38A: Her zaman mı?

39E: Bilmiyorum…evet her zaman

40A: Neden düşündün?

41E: Yani şöyle bir şey düşündüm; çapa dik olan kiriş olduğu zaman çap tam ikiye böler, bir de şöyle bi durum var. A noktasından olduğu için tam ikiye böler. A noktasından oluğundan dolayı dik olması için tam iki olduğu için orası biri diğer tarafa eşit olmak zorundadır.

42A: Ne zaman eşit olmak zorundadır?

43E: Hem dik olduğu zaman hem de A ve O noktasından bir çap çizdiğimizde ikisinden de geçen aynı zamanda hem A noktasından geçen dik bir kiriş çizdiğimizde oraya en kısa kiriş o olur diye düşünüyorum.

44A: Emin misin?

45E: Emin gibiyim

Öğrencinin bu noktada ortaya koyduğu sonuç(*43E*) önceden oluşturduğu yapıları tanıması bunları kullanma açısından değerlendirildiğinde yeni bir sonuca ulaştığı fikrini veriyor. Bu noktada E'nin oluşturma eylemini gerçekleştirdiği söylenebilir. E'nin tam emin olmamasının(*45E*) sebebi kendisinden beklenen ilişkilendirmeyi yapabilecek bilgi bileşenlerinin kendisinde kazanılmamış olmasıdır. Bu durum bu sınıf seviyesindeki bir öğrenci için beklenen normal bir durum olmakla birlikte öğrencinin üst geometrik düşünme seviyesinde ve matematiksel olarak güçlü olduğu düşüncesinden hareketle bu yönlendirmeler yapılmıştır.

46A: Gibi

47E: Eminim ama denemeler mi yapsam acaba.

48A: Başka bir çember çizmeye çalış istersen.

49E: Tamam….

50A: Burası oluğunu düşünelim

51E: …A noktası şurası…buradan bir tane kiriş çizdim.İlk önce şu çapı çizelim. En uzun kiriş bu. En kısa kiriş de bu. Bir tane de şöyle bir şey çizelim….Şimdi şöyle düşünüyorum; dik yani yüksekliğin yada kirişin merkeze uzaklığı A noktasının üstünde A noktasından çıkan bir doğru parçası ise en kısa kiriş o olabilir o olur.

E'nin oluşturduğu yeni yapı ifade olarak daha düzgün ifade edilebilir olsa da bu sınıf seviyesinde ve bu geometrik düşünme düzeyinde beklenen eylemin gerçekleştiği söylenebilir. En uzun kirişi çizerek çözümüne başlayan S, bunu en uzun kirişin çap olmasında bağlıyor.

3S: (*çiziyor*)bu en uzun kiriş olsa. BC desek şuna.

...

6A: Neden peki en uzun?

...

11S: Çap en uzundur. Çünkü merkezden geçer.

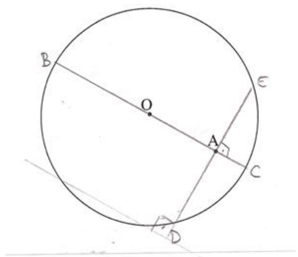
12A: Merkezden geçmesi en uzun olduğunu mu gösteriyor bize?

13S: Birazcık. Bir de en kısayı çizelim de ondan sonra. Düz çizdik, 2,2cm şöyle bir şey çizsek(*çiziyor*)

...

17S: (*en uzun ve en kısa kirişi çiziyor ve belirtiyor*)şimdi önce bir yazalım sonra nedenlerini düşünürüz.

Şekil 73
S'nin Çizdiği Şekil



22A: Diğerinin en kısa olduğunu düşünmenin sebebi nedir?

23S: Çünkü o noktadan geçebilecek yani şey aslında daha kısa kirişler çizebiliriz o noktadan geçmese ama bu noktadan geçen en kısa kirişi böyle çizebiliriz ancak.

...

28A: Onun bundan daha uzun olduğunu nasıl ispat edebilirsin bana?

29S: Dikmeyle. Orta dikmeyle alakası yok bunun. Dikmeyle ispat edebiliriz.

30A: İspat eder misin?

31S: Bakalım bir dakika. İstediğim herhangi bir malzeme kullanabilir miyim?

32A: Ölçmeden. Gönye kullanabilirsin

33S: Peki. Bu dik(*çap ve çizdiği kiriş*)önce şöyle bir kiriş çizsek(çiziyor).

34A: Neye dik olarak geçer?

35S:Çapa yok çizilen(*düşünüyor*) çapa o zaman evet.

36A: Emin misin?

37S: Aslında burada yapılan hiç bir şeyden emin değilim ben.

Çapın en uzun kiriş olduğu bilgisine sahip olan S, bunu net olarak belirtiyor(21S). S'nin çizdiği A noktasından geçen ve çapa dik olan kiriş en kısa kiriştir. S bu kirişi çizmekle birlikte gerekçelendirme yapamamaktadır(23S). S, diğer bir çok öğrenciden farklı olarak, dikme ve orta dikme kavramlarını kullanıyor(29S). Bu noktada dikme yerine orta dikmenin kullanılacağını söylemesi dikkate değer. Öğrencinin bunları nasıl ilişkilendireceği konusu problemi çözmesinin de kilit noktası gibi gözüküyor. Bu süreçte gerekçelendirme yapmaktan zorlanan S, söylediklerinden de emin olamıyor(37S).

42A: Neden en kısa olduğunu ifade etmeye çalışsan.

43S: (*düşünüyor*)hiç bir fikrim yok

44A: Peki bunun dik olması neden en kısa olmasını sağlıyor?

45S: Dik olması..eğer dik olmazsa kirişin iki ucu arasındaki mesafeyi uzatacaktır.

46A: Nereden biliyorsun?

47S: Daha önceki bilgilerimden diyebilirim.

48A: Nedir o bilgi?

49S: Hatırlıyorsanız siz bize iki paralel doğru arasındaki yani benzer bir durum değil pek ama bunla da yola çıkabileceğimi düşünüyorum. İki paralel doğru arasındaki en kısa mesafenin bir dikme olduğunu söylemiştiniz. Veya bir şeyle en kısa mesafenin bir dikme olduğunu söylemiştiniz.

S'ye yöneltilen yönlendirme soruları sonucunda S tekrar düşünmeye başlıyor ve bu duruma farklı bir açıdan yaklaşmaya karar veriyor(45S).Öğrenci bu noktada(49S) yanıtını uzaklık kavramı ile ilişkilendirmiştir. Fakat bu ilişkilendirmenin problemin çözümünde nasıl kullanılabileceği konusunda net olmayan noktalar vardır.

50A: Peki bununla bağlantısı nedir?

51S: Bununla bağlantısı da bir tane daha doğru çizeceğiz çapa paralel..doğru parçası pardon….işte iki paralel doğru arasındaki en kısa mesafe olduğunu gösteriyor bu. Bunu da çemberle ilişkilendire biliriz.

52A: O mesafe ile peki kirişin uzunluğu arasındaki bağlantı nedir?

53S: Hangi mesafe? Şu mu?

54A: Evet. Şu paralelli çizdiğin zaman sen.

55S: Yani bu bilgiden yola çıkarak bunları bulabiliriz.

56A: O aradaki boşluğu ben dolduramadım nasıl bulunabileceğini.

57S: İşte ben de dolduramıyorum aslında. Sonuçta elimizde bu bilgi varsa soruyu çözebiliriz.

S, problem çözme sürecinde bazı bilgileri tanıyıp kullanmıştır. Hatta bu sürecin sonunda istenen sonuca da ulaşmıştır. Bu noktada istenen sonuca nasıl ulaştığı önemlidir. Öğrencinin çözüme yönelik yanıtı doğru olmakla birlikte bir tahmin midir yoksa oluşturma eylemi gerçekleşmiş midir? Bu noktada öğrenci sonuca ulaşırken gerekçelendirmelerini tam ve doğru olarak yapamadığı ya da bunu doğru ifade edemediği için oluşturma eylemini gerçekleştirdiği söylenemez.

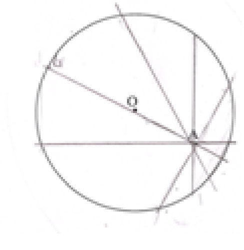
R, probleme en uzun kirişi ifade ederek başlıyor. Bu başlangıç aynı zamanda tanıma eyleminin en önemli parçalarından birinin de tamamlandığını gösteriyor.

1R: (*okuyor*)şimdi en uzun kiriş çaptır yani merkezden geçen kiriştir. O yüzden ne yapacağız? Ben birinci yani en uzun kirişimi merkezden geçireceğim.

2A: Neden merkezden geçen en uzundur?

3R: Merkezden geçireceğim çünkü bir çemberdeki en uzun kiriş çaptır. Yani merkezden geçer çapta. Öyle

Şekil 74
R'nin Çizdiği 1. şekil



10A: Peki bu nedir? Doğru mudur, doğru parçası mıdır?

11R: Doğru parçasıdır

12A: Doğru parçaları nasıl isimlendirilir?

13R: Doğru parçaları işte böyle küçük harfle

14A: Nasıl isimlendirilirse öyle isimlendir.

15R: a deyim ya da b deyim…ondan sonra şimdi en kısa kiriş kaldı. En kısa kirişi de böyle küçücük bir şekilde şöyle en köşeden yaparım.

Öğrenci birtakım yapıları tanıyor olmakla birlikte bunların sembolik gösterimleri konusunda hata yapıyor(13R). Bu durum tanıma eyleminin gerçekleşmediğini göstermemekle birlikte matematiksel dili kullanma ve bildikleri ifade etme konusunda sorunlar yaratabilir. R, kullandığı ifadelere pek özen göstermiyor ve bazı noktalarda düşünmeden konuşuyor(15R). Matematiksel terminoloji uygun biçimde kullanılmıyor.

18A: Peki çiz istersen onu. Çemberin dış noktası neresidir ve bunun en yakın olduğunu nasıl düşündün?

...

21R: Çünkü işte A noktasından esinlenerek A noktasından geçmesi gerekiyordu. A noktası ona en fazla yakınlaştırmayı deneyerek çizdim.

22A: Nasıl ikna edebilirsin peki beni?

...

25R: Cetveli koyup ölçerim

26A: Bundan daha kısasının olamayacağını nasıl garanti edebilirsin?

27R: Onu hepsini böyle sonsuz tesadüf yani sonsuz imkanlarla ölçerek ifade edebilirim.

R, gerekçelendirmeyi yapmak için ölçme yolunun kullanılabileceğini söylüyor fakat pek de mümkün olmayan sonsuz ölçümlerden bahsediyor.

30A: Sonsuz deneme yapmadan bunun en kısa olduğunu görebilmemiz lazım bizim. Nasıl ikna edebilirsin?

31R:Şimdi o zaman bir dakika en kısa olarak şuradan çıkarsam şuradan buraya giderek A dan geçmesi gerektiği için giderek büyüyor..en kısa kiriş bu değil ama A noktasından geçen en kısa.

...

36A: Peki o kirişlerin içerisinde en kısası neden diğer çizdiğin?

37R: Çünkü dışa yani çemberin dış noktasına en yakın olan o o yüzden

...

42A: Başka bir şey düşünmüyor musun?

43R: Düşünüyorum şimdi bu burası dışarısı. Buradan buraya gelirsek o zaman buraları daha basık oluyor. O zaman burası 2cm diyelim şimdilik rastgele diyorum burası 1 cm oluyor burası 3 cm oluyor. Gitgide böyle yükseliyor. Çapın geçtiği nokta en uzun oluyor. Sonra tekrar yine kısalmaya başlıyor burada geçtiği gibi o zaman A noktasından geçen en kısa da bu olarak bağlantılı oluyor.

R, ifadesi(37R) ile kabaca en kısa kirişin nasıl bulunabileceğini söylemekle birlikte bunu kuşkuya yer kalmayacak biçimde matematiksel olarak gerekçelendirme konusunda yetersiz kalıyor. Öğrencinin bu noktada yaptığı gerekçelendirme(43R) kirişlerin merkeze yaklaştıkça uzayacağı sonucunu doğursa da en kısa kirişin nasıl çizilebileceği konusunda net bir bağlantı ve yol ortaya koymamaktadır. Bu nedenle de bu ifade yeni ulaşılan bir bilgi olmaktan çok bir tahmin olarak görülebilir.

48A: Az önce çizdiğin kirişler A noktasından geçen kirişler miydi?

49R: Aaaa çok mantıklı. Şimdi A noktasından geçen kirişler, doğru. A noktasından geçen kirişler yaparsak bu böyle olur şöyle olur genelde

50A: Bunları tam çiz.

51R:(*çiziyor*)Burada A noktasından geçen kirişlerden bazıları bir kaçı çünkü bir sürü kiriş var. O zaman şimdi biz mesela A noktasını hesap etmezsek normal bir çemberde kişiler dışarıya en yakın olan kiriş en kısa kiriştir. Çapa doğru bu uzar çapta en uzun kiriş olur. Çaptan sonra yavaş yavaş kısalmaya başlar. Yine aynı döngüde devam eder. A noktasından geçen kirişlere baktığımız zaman yine çemberin dışında kalan yani dışına en yakın olan demek istedim burada olan kiriş en kısa kiriştir.

52A: Peki dışarıya en yakın olan kiriş nasıl tespit edilebilir?

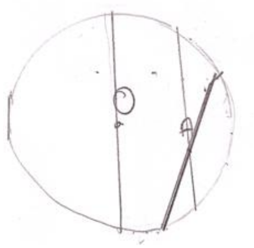
53R: Önce dışarısı olan noktayı belirleriz. Ondan sonra A yı belirleriz ondan sonra dışarıya en yakın olan kiriş çizeceğimiz kirişi belirleriz ondan sonra o noktayı hesaplayarak belirleriz.

...

56A: İstersen yeni bir çember çiz o çember üzerinde göster.

57R:(*şekil 75'i çiziyor*)evet merkezi kaybettim çok hoş, A da şurası olsa

Şekil 75
R’nin Çizdiği 2. Şekil



58A: Buradan geçen en kısa kirişi nasıl çizebiliriz?

...

61R: A dan geçen en kısayı çizmek istersek. Yine en köşeye en yakın çizeceğiz. O zaman şöyle. Hatta daha bile yakın olabilir. Hatta şöyle çizelim çünkü böyle yapınca yok böyle bir dakika evet böyle çizelim

...

66A: Daha kısası çizilebilir mi peki?

67R: Çizilebilir çünkü biraz ucundan şey yaptım. Şöyle A noktası…1mm fark edebilir.

R, problem çözme süreci boyunca tüm yönlendirmelere rağmen ulaştığı sonucu matematiksel olarak gerekçelendirip bir kural ve yöntem ortaya koyamamıştır. Bu durum öğrencinin problemin çözümünde ihtiyaç duyulan tüm yapıları tanıyıp kullanamamasından kaynaklanabilir.

4.2.3.4. Problem 3'e İlişkin Bulgulara Genel Bakış

3. probleme verilen yanıtlar incelendiğinde 1. düzeydeki öğrencilerin tanıma eyleminde bile takıldıkları gözlemleniyor. Verilen ip uçları ve yapılan yönlendirmelerle belli düzeyde tanıma ve kullanma eylemlerini iç içe eylemler olarak gerçekleştiren bu öğrenciler ihtiyaç duyulan bilgilerin tümüne sahip olmadıkları için de sonuca ulaşamamışlardır. Bu düzeydeki öğrenciler özellikle şekli parçaları bakımından iyi analiz edememeleri ve matematiksel dili iyi kullanamamaları yönüyle 1. düzey özelliklerini taşıdıklarını göstermişlerdir. Tanıma eylemini gerçekleştirme konusunda bile eksiklikleri görülen 2. düzeyde bulunan öğrenciler genellikle yaptıklarını sebeplerini ifade etmek için ölçmeye dayalı bir yol tercih etmişlerdir. Bu öğrencilerin 2. düzeyde oldukları belirlenmiş olmasına rağmen bu probleme yaklaşımları incelendiğinde şekli parçalarına göre analiz etmemeleri ve söylediklerinin nedenleri üzerinde duramamaları dikkate alındığında 1. düzeyin özelliklerini taşıdıkları söylenebilir. 3. düzey öğrencilerden sadece E'nin bu düzeyin özelliklerini taşıdığı söylenebilir. Problem çözme sürecinde akıl yürütme ve strateji belirleme durumu, verilen bilgilerden bir sonuç çıkararak ve mantıksal ilişkiler kullanarak sonucun doğruluğunu savunması ve kullandığı matematiksel dil dikkate alındığında E'nin başarılı olduğu söylenebilir. Bu düzeyde buluna diğer öğrencilerde ise bu noktalar tam olarak gözlemlenmemiştir. Bu öğrencilerin daha çok 2. düzeyin özelliklerini taşıdıkları söylenebilir.

4.2.4. Problem 4'e İlişkin Bulgular

Çözüm sürecinde öncelikle öğrenciden orta dikme, açılar ve yayları tanıması beklenmektedir. Bunun ardından merkez ile A noktasını ve C noktasını iki farklı doğru parçası ile birleştirmesi ve bunların ikisinin de yarıçap olduğunu fark ederek uzunluklarının eşit olduğunu söylemesi beklenmektedir. Bunun yanında OB doğru parçasının da AC doğru parçasının orta dikmesi olduğundan hareketle oluşan AOB ve BOC açılarının merkez açılar olduğunu ve bunların ölçülerinin OD doğru parçasının aynı zamanda OAC ikizkenar üçgeninin tepe açısının açı ortayı olduğundan dolayı birbirine eşit olduğunu söylemesi gerekir. Son olarak da Ölçüleri eşit olan iki merkez açının gördüğü yayların da ölçülerinin eşit olduğu bilgisini kullanarak AB ve BC yaylarının ölçülerinin eşit olduğu söylenebilir. Öğrencinin bu sürecin sonunda kirişin orta dikmesinin çemberi kestiği nokta ile kirişin iki ucu arasında oluşan iki çember yayının ölçüleri birbirine eşittir kuralına ulaşması beklenmektedir.

4.2.4.1. 1. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

P, problemi okuduktan sonra bu yayların ölçülerinin birbirine eş olduğu iddiasında bulunuyor. Paralellik ve diklik kavramını noktalar ile ilişkilendiren P, aynı doğru parçası üzerinde bulunan iki noktanın birbirine paralel olduğunu söylüyor.

1P: (*okuyor*) eşittir

2A: Neden böyle olduğunu düşünüyorsun?

3P: Merkez noktasından yarıçap bu tarafa indirdiğimizde çizgi diktir.

…

10A: Nasıl anladın?

11P: Göz kararıyla

12A: Ya yanlış bir çizim yapıldıysa?

13P:Şey buradan kiriş çizilmiş düz bir kiriş çizilmiş bu kirişin D noktasına dik olduğunu gösteriyor. D noktası B noktası ile paralel bu durumda B noktasıyla da diktir.

14A: Hangi noktalar paralel?

15P: D noktası ile B noktası. Bu durumda B noktası da diktir. D noktasına da dik inmiştir.

…

18A: A noktası ile B noktası arasındaki fark nedir peki?

19P: A noktası ile B noktası arasındaki fark(*düşünüyor*)bu kiriş düz bir kiriştir. Çünkü birde düz bir kiriş olduğu için buradan dik bir çizgi inmiştir. Burada dik kestiğine göre buranın açıları(*D noktasını köşe kabul eden açılar*) aynıdır.

…

24A: Neden?

25P: Çünkü bir çizginin açısı 180 derecedir burası 90 ise burası da 90 dır.

26A: Evet

27P: O zaman hepsi 90 dır. Bu durumda gördükleri yayla aynıdır. Bu yay 90 derecedir bu da 90 derecedir.

…

30A: Neden?

31P: (*düşünüyor*)çünkü yani bu açı (*düşünüyor*)kurallar öyle

32A: Nedir o kural?

33P: Merkez açının derecesi gördüğü yayın derecesi ile eşittir.

P, geometrik terimleri yerinde ve doğru kullanma konusunda bazı sıkıntılar yaşıyor(25P). Bu durumda tanıma ve kullanma eylemlerinin gerçekleşmesi zor gözüküyor. Öğrencinin bu noktada tanıdığını düşündüğü bilgi ile tanıması gereken arasında ciddi farklılıklar vardır. Bir iç açının gördüğü yayın ölçüsü ile ilişkisi konusunda aslında hiçbir şey bilmeyen P, muhtemelen bunları merkez açı olarak kabul ederek açı ölçüleri ve gördükleri yayların ölçüleri arasında bir ilişki kurmuştur(27P). Nedeni sorulduğunda öğrencinin ifade ettiği bilgi doğru olmakla birlikte öğrenci tanıma eylemini gerçekleştiremediği için sonuç vermemektedir.

34A: Orada hangisi merkez açı?

35P: Bu yayın merkez açısı burası bu yayın merkez açısı burası.

36A: Neden onların merkez açı olduğunu düşündün?

37P: Çünkü bu açının gördüğü taraf burası bu açının gördüğü taraf burası.

38A: Onlar merkez açı diyorsun.

39P: Evet.

Öğrenci ihtiyaç duyduğundan farklı bir bilgiyi hem de hatalı olarak tanıdığında zaten kullanma eylemini gerçekleştiremeyecek. Bunun yanında P gerekçelendirme konusunda da yetersiz kalmıştır. D, problem çözme sürecine tahmin olarak yorumlanabilecek bir ifade ile başlıyor. Bu tahminde öğrencinin problem ile birlikte verilen şekilden etkilenmiş olabileceği düşünülebilir.

1D:(okuyor)yarıçap burası o yüzden 90 derece. 90 derece olduğu için bakıyorum(*düşünüyor*)bence ikisi de eşittir. Çünkü buradan bakınca yarıçap ortadan ikiye böldüğü için.

2A: Neyi ortadan ikiye bölmüş.

…

7D: Çemberin yani. Çemberin ortasından geçtiği için de 90 90 45 45 oluyor. Yay da merkez açıdan 45 45 oluyor o yüzden eşit.

…

14A: Nerede tereddüt ediyorsun?

15D:Şimdi hiçbir yere bağlı değil ama çemberin içerisinde ama yarıçap onu ortadan ikiye bölmüş. O yüzden merkezde mi değil mi karar veremedim. Bulamadım. Merkezde değil çevre açı da değil

16A: Onların 45 er derece olduğunu nasıl buldun?

17D: Yarıçap çemberi ikiye bölüyor 90 derece oluyor. Bir dakika ya nasıl buldum onu…şimdi saçma geldi bana….buldum şurası 90 derece olur çünkü 180 e tamamlayacak doğru açı var burada. O zaman burası da 180 e tamamlayacağı için 90 derece olur. Burayı da 180 e tamamlayacağı için 90 derece olur. Sonuçta eşit olur yaylar.

D'nin tanıdığını düşündüğü matematiksel yapı merkez açı olmakla birlikte bu hatalı bir tanımayı işaret etmektedir(7D). Bu ifade D'nin merkez açı ile ilgili oluşturduğu bilgilerin hatalı oluşmuş olduğunu ortaya koymaktadır. D ilk kararı üzerinde tekrar durarak merkez açı olarak tanımladığı açının merkez açı olup olmadığına karar veremiyor(15D). Öğrencinin bu kararsızlığı bu tür bir açı ile daha önce karşılaşmaması olmakla birlikte daha önce karşılaştığı ve bildiğini düşündüğü merkez açı ile ilgili bilgilerinin hatalı ya da kırılgan bir yapıda olduğunu göstermektedir. Bu tereddüdün ardından D, D noktasını köşe kabul eden yaylar ve ölçülerine baktığında minör yaya bakan iki açının da 90 derece olmasından dolayı yaylarında birbirine eşit olacağı sonucunu çıkarmıştır(17D).

20A: Onların 90 derece olmasıyla yayların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki var?

21D: İkisi de 90 derece olduğu için yaylara da yansıyınca aynı şey çıkacak.

…

26A: Nedenine tam ikna edebilir misin beni?

27D: Nedeni şimdi şey ikisi de 90 derece. Mesela çevre açıda iki yay 45 derece ikisi de 45 dereceyse karşıları da 90 90 olur aynı olur sonucu da. Bura 90 90 olduğuna göre karşısı da ikisi de eşit olacak karşısındaki yaylar da.

D'nin yapılan tartışmaların ardından verdiği son karar bu açılar merkez açı da çevre açı da olsa gördükleri yayların ölçülerinin birbirine eşit olacağı yönündedir(27D). Öğrencinin problem çözme süreci boyunca kullandığı dil çoğunlukla matematiksel olmaktan uzak ve gerekçelendirmeleri de yetersiz. Tanıma eylemini tam olarak gerçekleştiremeyen D, bu süreçte tanıdığını sandığı yapılar üzerinde çalışmış ve bunlar ile ilgili bilgileri kullanarak sonuca ulaşmak istemiştir. Kullandığı bu bilgiler yerinde ve doğru olmayınca da oluşturma eylemini gerçekleştirmesi mümkün olmamıştır. C, problem çözme sürecine öncelikle şekli analiz ederek başlamıştır. Öğrenci bu problem durumunda karşısına çıkan yapı daha öncesinden oluşturduğu yapılardan farklı olduğu için bir ilişkinin olamayacağını ifade ediyor.

1M: (*okuyor ve düşünüyor*)Benim düşünceme göre burası(*ADO açısı*) bir dik açıdır.

2A: Neden öyle düşündün?

3M: Hata yaptım. Bence bunların arasında bir ilişki yok.

4A: Neden öyle bir karar aldın?

5M: Şu D ne merkezde değil ne de açının üstünde değil.

M’nin soruya verdiği yanıtın ilişki olmayacağı yönünde olması problem çözme sürecini olumsuz etkileyen bir nokta olmakla birlikte merkez açı ve çevre açı konusunda önceden oluşturulan yapıların hatalı olmadığının bir işareti olabilir.

8A: Bir ilişki olduğunu düşünseydik ne olabilirdi?

9M: İlişki olduğunu düşünseydik ikisi de aynı olabilirdi.

10A: Neden böyle düşündün?

11M: Şuradaki D açısındaki oluşan dik kestiği için bunların da hepsi komşu açılar mantığını kullanıp dik diye düşündüm AB ye o yüzden burası kenar olsaydı 90 derece olabilirdi.

...

18A: Burada verilenleri kullansak mesela nasıl kullanabilirsin burada verilenleri?

19M: Dik kesen olduğunu kullanabilirim. Şuraların(*D noktasının olduğu yer*) 360 derece olduğunu kullanabilirim. Ama yaylar hakkında bir şey diyemem.

M, karşılaştığı problem durumundaki gördüğü yapıları tanımış olmakla birlikte kullanma eylemi konusunda herhangi bir şey yapmamıştır. Bu öğrencinin tanıma eylemini kısmen de olsa gerçekleştirmiş olmasına rağmen kullanma eylemini hiç gerçekleştirememesinin sebebi ne olabilir? Bu sorunun yanıtı net olarak verilebilir mi? Öğrencinin geometrik düşünme seviyesi olarak düşük seviyede yer alması bu ilişkilendirmeleri yapamamasına sebep olmuş olabilir. M, kullanma eylemini gerçekleştirememekle birlikte diğer arkadaşlarının aksine ilişki olduğunu değil olmadığını düşünmüştür. Bu durum özellikle düşük geometrik düzeydeki öğrencilerde pek rastlanan bir durum olmamıştır. Problemi okuduktan sonra yayların ölçülerinin eşit olduğunu iddia eden V, yayları gören açının çevre açı olduğunu ifade etmesine rağmen bu fikrinden emin gözükmüyor.

1V: (*okuyor*) AB yayı ile BC yayı arasındaki ilişki bence aynıdır ölçüleri

2A: Neden?

3V: Çünkü OB yarıçap dik kestiği için

4A: Dik kesmiş olması neden sebep olsun bunların eşitliğine?

5V:Çünkü şurası(ODC açısı) 90 derece ise burası(CDB açısı) da 90 dır. Burası da 90 dır. Bu 90 ın çevre açı. Çevre açı değil. Evet çevre açı olduğuna göre çevre…

…

10A: Neden çevre açı olduğunu düşündün onun?

11V: Çünkü bu merkez noktası değil köşesi.

Tanıma eylemini hatalı olarak gerçekleştiren V'yi bu şekilde düşünmeye iten gördüğü yayın köşesinin çemberin merkezinde olmamasıdır(11V). Bu iki açının dışında çemberde açıyı bilmeyen V, açının merkez açı olduğuna karar vermiştir.

17V: Yaylar 180 dir diye düşünüyorum.

18A: Emin misin?

19V: Eminim

20A: Çemberin tüm çember yayı kaç derecedir.

21V: 360, o yüzden emin değilim. O zaman merkez diyebilir miyim ki bu açılara? Burasının böyle dik kestiği için 180 olmasa bile bence eşittir.

V, çevre açı olarak ifade ettiği açıların karşılarındaki yaylarında bunların iki katı olan 180 derece olacağını ifade etmiştir. Diğer taraftan tüm çember yayının 360 derece olduğunu bildiğini gösteren V, bu nedenle bu noktada tereddüde düşmüştür. Bu tereddüdüne rağmen öğrenci yayların ölçülerinin birbirine eşit olduğunu ifade etmektedir(21V).

24A: Dik gelmesi onların birbirine eşit olduğunu gösterir mi?

25V: Hayır. Buraya ben merkez açı desem olacak da birbirlerine eşit diyebilir miyim sizce merkez açı? Soruları siz soruyorsunuz.

26A: Bilmem

27V: O zaman merkez açı deyim ben buna. Ama merkezden geçmiyor. Şey, buraları birbirine eşittir. Gördüğü yay da 90 derecedir.

28A: Merkez açı olarak mı kabul ettin.

29V: Evet

30A: Neden?

31V: Başka bir açıklama bulamadım çünkü.

Yayların ölçülerinin 180 derece olamayacağını gören V, bundan dolayı kararını değiştirerek açıların merkez açı olduğuna karar vermiştir. Bu durumda yeni bir çelişki ile karşılaştığının farkında değildir. Öğrenci yeni bir çözüm arayışı yerine açı tercihini değiştirmekle yetinmiştir. Bunu da başka bir açıklama bulamamasına bağlamaktadır. Tanıma eylemini tam olarak gerçekleştiremeyen V'nin buna bağlı olarak ortaya koyduğu bu bilgilere dayalı gerekçelendirmeler de yetersiz kalmış ya da hatalı olmuştur.

4.2.4.2. 2. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

İlk bakışta yayların birbirine eşit olabileceği sonucunu çıkaran T'nin bu tahminini gerekçelendirmesi gerekiyor.

3T: Bunun eşit olduğunu düşündüm ilk gördüğümde. Yayların da eşit olduğunu düşünüyorum.
5A: Neden öyle olduğunu düşünüyorsun?
…
12T: Yarıçap OB, AC yarıçapı D noktasından dik kesen bir kiriş olduğu için bence ikiye böldüğünü düşündüm.
…
17A: OB nin ikiye böldüğünü düşünüyorsun. İki eş parçaya mı ikiye mi?
18T: Bence iki eş parçaya çünkü tam ortadan bölmüş.
19A: Neyin ortasından?
20T: Çemberin. Çünkü O dan getirmiş şeyi yarıçapı. O yüzden tam orta olduğunu düşündüm. Kestiği için de tam dik.
21A: Nasıl garanti edebilirsin bu söylediklerini? Dik kestiği söylenmiş. Peki dik kesmesi neden ortadan kessin neden eşit olsun bunların yanıtlarını verebilir misin?
…
28T: OB yarıçap burada. AC, D noktasında dik kesiyor. Burayı dik kesiyor. Burası da bence 90 derece o yüzden. O yüzden bence eşit.
…
33A: Neden
34T: İçimden geliyor. Görünce şekli öyle geliyor.
…

41A: O zaman bunu ispat etmemiz gerekmez mi bizim?

42T: Gerekir. Ölçerek yapabiliriz

43A: Neyi ölçebiliriz?

44T: Gördüğümüz yayları. Eşit işte bunlar şu ikisi AD ile DC eşit. Bunla bu eşit de olduğu için ADB açısı ile CDB açısı birbirine eşit oluyor diye düşündüm. Çünkü DC ile AB eşit DB ile de BD de eşit olduğu için şuraya bakan şunlar eşit oluyor o yüzden bunlar da eşit olur.

45A: Peki buradaki açının ölçüsüyle yayların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki var? Sen bir ilişki kurdun orada.

46T: Burada çevre açı var.

47A: Nerede?

48T: Mesela CDB.

49A: Neden çevre açı olduğunu düşündün onun?

50T: Çünkü merkezden uzak merkeze değmiyor.

51A: Merkeze değmemesi onun çevre açı olduğunu mu gösterir.

52T: Evet. Merkez açı şöyle olsaydı olurdu? Çevre açı böyle olduğu için çevre açı.

T, ön öğrenmelerinden dolayı merkez ve çevre açının dışında çemberde başka bir açı olamayacağından hareket ediyor ve eğer bir açı merkez açı değilse çevre açıdır şeklinde bir çıkarımda bulunuyor. Bu çıkarım aslında öğrencinin merkez açıyı tanımasına rağmen çevre açı ile ilgili yapıların yanlış ya da hatalı oluşturulduğu kuşkusu yaratıyor. Tanıma eylemini de tam olarak gerçekleştiremeyen T, sürecin sonunda beklendiği gibi oluşturma aşamasına da gelemiyor. İfadeleri kabaca bir tahminden öteye geçemiyor. N, bir süreç sonunda bir sonuca ulaşmak yerine ulaşmak istediği sonuca bazı gerekçeler bulmaya çalışıyor.

5N: OB yarıçap oluyor bu da AC bir doğru parçası. Dik kesiyor yani tam ortasından kesiyor….buda ..bunun(*AC kirişinin*) uzunluğunu alabilir miyiz?

6A: Nasıl istersen

7N: Bu doğru parçası 5 cm uzunluğunda. Bu 5 cm uzunluğundaki şeyi merkez tam çemberin ortasında olduğu için çemberin tam ortasından bir doğru çizdiğimizde o da yarıçap oluyor ikiye böldüğünü gösterir bu. Çünkü buradan devam ettirirsek ettireyim mi?

8A: İhtiyacın varsa ettirebilirsin.

9N: Şunu devam ettirirsek bu çap çemberi ikiye bölmüş olur bu çizgi. Çemberi ikiye bölmüş oluyor. Bu da AC çemberin. Bu bir kiriş olduğu için kirişi de tam ortasından böldüğümüzde(*düşünüyor*) yani tam ortasından bölüyor. Çünkü o çemberi ikiye böldüğüne göre bu da çemberi ikiye böler şey doğru parçasını ikiye böler. O yüzden de bu ve bu eşit olduğu için gördükleri yaylar da eşit olur.

N'nin peş peşe yaptığı gerekçelendirmeler ilk bakışta mantıklı gözükmekle birlikte analiz edildiğinde bir kısmının hatalı olduğu anlaşılıyor.

16A: Ne çemberi ikiye böler?

17N: Çap

18A: Tamam ama sen oradaki yayların eşit olduğunu söylüyorsun.

…

31N: Çünkü gördüğü şeyler eşit. Burası 90 derece ise öğretmenim demek ki dik kesiyordur.

32A: Evet

33N: Bir doğru parçasına dikme çizdiğimizde tam ortasında olur.

…

38A: Peki çizdiğin tüm dikmeler ortadan mı keser?

39N: Hayır dik kestiği için ortadan kesmiş oluyor. Çünkü dik kesiyor.

N, dikme ile orta dikme kavramlarını birbirine karıştırmış gibi gözüküyor. Dikme kavramını orta dikme gibi düşünerek konuşuyor. Çember üzerinde böylesi bir yanılgının oluşması burada bir hatalı ön öğrenmenin söz konusu olmasıyla açıklanabilir.

46A: Oradaki açıların ölçüsü ile gördüğü yaylar arasında bir ilişki var mı?

47N: Yok

48A: Ne tür bir açı bu çemberde?

49N: Merkez açı değil. Çevre açı.

50A: Çevre açı mıdır?

51N: Bir açı merkezin içerisindeki bir açı ay merkez değil çember.

52A: Ne tür bir açı olduğunun bir önemi yok mu?

53N: Var çünkü var evet

54A: Neden olsun?

55N: Çünkü o zaman gördüğü yayı bulabiliriz. Mesela

56A: Bulabilir misin AB yayının ölçüsünü?

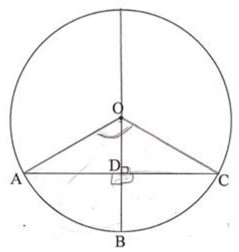
…

61N: Bize ne tür bir açı olduğunu söylemiyor. Merkez açı değil de çevre açı da olmayabilir. Farklı formada bir şey çizeyim. Burada da mesela şöyle bir şey çizdiğimizde bu bir üçgendir. Üçgen çizdik. Üçgene bir dikme(*OB doğru parçasını kastediyor*) çizdiğimizde bu üçgen ikiye ayrılır.

62A: Hangi üçgen ikiye ayrılır? Ne şekilde ikiye ayrılır?

63N: Ortasından ikiye ayrılır.

Şekil 76
N'nin Çizdiği Şekil



Öğrenci, açı ve açının gördüğü yayın ölçüsü arasındaki ilişkiyi kullanarak sonuca ulaşacağının farkında(55N). Bu amaçla ilerleyen N'nin problemin çözümünde üçgen oluşturması(61N) ve burada daha önceden oluşturmuş olduğu yapıları tanımaya çalışması problemin çözümünde önemli bir dönüm noktası olabilir. Bu noktada öğrencinin daha önceden karıştırdığı düşünülen dikme ve orta dikme kavramlarından aslında orta dikme bilgisini kullandığını anlayabiliyoruz. Öğrencinin bu noktada tam olarak ifade etmese de çizdiği ek çizgilerle bir ikizkenar üçgeni ve bu ikizkenar üçgene ait tepeden inilen dikmeyi tanıdığını ve bununla ilgili özellikleri kullandığını söyleyebiliriz(63N).

64A: Bu neyi ortaya koyar?

65N: Mesela ben bu açıyı bilirsem şu açının kaç olduğunu bilirsem ben şu açıları da bulabilirim.

…

70A: Nasıl ifade edebilirsin bunların eşit olduğunu? AB ve BC nin eşit olup olmadığı bizim için önemli ya da aralarındaki ilişkinin ne olduğu.

71N: Eşit olduğu. Eşit yani.

72A: Neden eşit?

…

79N: Merkez açı gördüğü yayın aynısıdır. Biz de merkezden bir yarıçap çizdiğimizde bu ikiye bölüyor bunu(*yayı*).

…

88A: Merkez açı ile AB arasındaki veya BC arasındaki ilişkiyi anlayamadım.

89N: Merkez açı AC yayını görüyor. ABC yayını görüyor. Bizden de AB ve BC yayını istediği için ikiye böldüğümüzde bu yaylar çıkar bize.

90A: Neyi ikiye böldüğümüzde?

91N: ABC yayını

92A: İki eş parçaya nasıl bölmüş oluyoruz?

93N: Dik bir doğru çiziyoruz.

94A: Dik doğru neden onları iki eş parçaya ayırsın?

95N: Kanıtlayamam ki öyle biliyorum ben çünkü

Öğrenci tüm yönlendirme sorularına rağmen yarıçapın çembere dik geldiğini söyleyerek yarıçapın yayı iki eş parçaya ayırdığını iddia ediyor. Bu iddiasıyla ilgili olarak doğru parçasının yaya nasıl dik geleceği ve neden yayı iki eş parçaya ayırdığı ile ilgili bir gerekçelendirme yapamamaktadır.

N, bazı yapıları bu problem durumunda tanımış olmakla birlikte tümünü tanıyıp uygun şekilde kullanamadığı için sonuç hakkında bir tahmin yapmaktan öteye geçememiştir. Fakat N, ifadeleri bir tahmin olarak değil gerekçelendirme yapamamasına rağmen problemin sonucu olarak düşünmektedir. Bu durum öğrencinin gerekçelendirme yapamamasından da daha önemli bir sorun gibi gözükmektedir. Çünkü karşısındaki durumu bir problem olarak görmeyen öğrenci onun çözümünü de aramak istemeyecektir. Öğrencilerin çoğu gibi bu yayların birbirine eş olduğu söyleyerek çözüm sürecine başlayan U, çok da ayrıntılı düşünmeden gerekçelerini ortaya koymaya çalışıyor.

1U: (*okuyor ve düşünüyor*)Bu iki parça birbirine eşittir. Nedeni; bu yarıçap ve dik kesmiş. Burası da 90 derece. Buranın 360 olması gerekiyor. Burası 90(*ADB açısının ölçüsü*) burası 180(*AB ve AC yaylarının ölçüleri*)

…

6A: Peki AB ve BC yayları neden 180 er derece oldu?

7U: Onun 180 derece olması gerekmiyor. Onu ben de fark ettim. O zaman (*90 derece yazıyor*).

8A: Neden 90 ar derece oldu?

9U: Çünkü bu ikisine 180 diyemiyorum. Geriye bir miktar kalması gerekiyor bu yaya. Yayın toplamı 360 derece olması gerekiyor. Zaten şuranın 180 olduğu kesin bu da dik kesmiş olduğu için burası 90. O yüzden bu ikisi eşittir.

10A: Peki o açıların 90 olması yayların da 90 olması gerektiğini gösterir mi?

11U: (*siliyor*) Buraya 180 dediğimiz zaman burası geriye bir miktar kalması gerekiyor o yüzden 180 olamaz. Ama anlayamadığım hani şöyle olsaydı(çeyrek çemberi gören merkez açıyı çiziyor ve siliyor) 90 olacaktı . Bu çevre açı

12A: Ne tür bir açı?

13U: Bu çevre açı olamıyor. Yanlış çıkıyor o zaman o yüzden de merkez açı. Çünkü merkezden de dik indirilmiş.

…

18A: ADB merkez açı mı?

19U: Evet çevre açı olduğu zaman 180 oluyor. Burası da 180

20A: Çevre açı değilse eğer merkez açı mı olması gerekir?

21U: Başka bir şey öğrenmedik.

22A: Öğrendiğimizin dışında bir şey olabilir mi?

23U: Ondan korkuyorum zaten.

U, karşılaştığı açıların ne tür bir açı olacağına karar verme sürecinde bunların ne olabileceğinden değil ne olamayacağından hareket ediyor(13U). Bunun sebebi karşılaştığı açının daha önceden tanıdığı açılardan farklı olması olabilir. U, problemin çözümü için tanıdığı yapıları ilk anda göremeyince endişeleniyor(23U) ve bu durumu öğrendiklerinden birisi ile eşlemek istiyor. Soruya farklı bir yönden yaklaşması gerektiğinin farkına varamıyor.

24A: Peki o iki açının arasındaki ilişkiyi bulmak için açı ölçülerini bulmadan bunu yapabilir miyiz?

25U: Zaten dik kesiyor. Aslında şuradan(*kirişin üzerindeki farklı bir noktayı gösteriyor*) da dik kesebilirdi o zaman eşit olmazdı ama merkezden dik indiği için ikisi birbirine eşit diyebiliriz.

26A: Neden merkezden indiği zaman birbirine eşit oldun?

27U: Merkez çünkü bize eşit iki parça ayırır çemberi. Yani şunu uzatsaydık çap olacaktı. Bu yarıçap. Şu zaten eşit iki parça(*AD ve DC doğru parçaları*). Buda merkezden indiyse eşit iki parçayı verir.

…

34A: Ben tam aradaki bağlantıyı kuramadım. Çap iki eş parçaya ayırıyor çemberi. Peki, onlar neden iki eş yay olsun.

35U: Çünkü yine merkezden iniyor. Hem dik hem iki yoldan düşündüm bunu hem dik inmesi

36A: Nereye dik iniyor?

37U: ADB ve CDB açısına yani şurası. Ben şu yolla buldum eşit olduğunu; burası 90 burası da 90, burası 90 sa burası da 90 başka ifade edemiyorum.

U, gerekçelendirmelerini yaparken bazı zorluklar yaşadı. Bunun sebebi problemin çözümünde ihtiyaç duyduğu yapıları tam olarak tanıyamamış olması olabilir. İhtiyaç duyduğu yapıları tanıyamayınca gördükleriyle ve gördüklerini bildiklerine benzetmeye çalışarak gerekçelendirmeler yapmaya çalıştı. Sorunun doğru yanıtını verebilmekle birlikte problemin çözümünde ihtiyaç duyulan yapıları tam olarak tanıyamadı ve bu nedenle de oluşturma safhasına gelemedi. Çabaları kabaca bir tahmin yapmaktan öteye geçemedi. Soruyu okuduktan sonra bir süre düşünen Ş, bu yayların eşit olduğu yanıtını veriyor.

5Ş: Burada bir dikme var ve düz bir doğru çizilmiş. İkiye ayırıyor bu parçayı o yüzden.

…

16A: Nasıl ikiye ayırıyor sorumuz bu. Aralarındaki ilişki nedir?

17Ş: Yani şu an dik şurası 90 derece burası 90 burası 90 burası da 90 burası da 90 onlar(*yaylar*) da 90 olur.

18A: Neden?

…

25Ş: Çevre açının gördüğü yay bu açıya eşittir.

26A: Hangisi çevre açı burada?

27Ş: Burası(*D noktasında oluşan açılar*).

28A: Onları çevre açı yapan nedir peki?

29Ş: Merkezde bulunmamaları ve açı olmaları.

30A: Merkezde bulunmamaları onları çevre açı mı yapar?

31Ş: Hayır

32A: Hangi özelliğe ihtiyaç duyar bir çevre açı?

33Ş: Dediğim gibi merkezde olmayan nasıl deyim şu(*bir iç açıyı göstererek*) da bir çevre açı çizdiğim biraz yamuk oldu ama.

34A: Neden çevre açıdır o çizdiğin?

35Ş:(*düşünüyor*)derste gördüğümüz için herhalde.

36A: Derste ne görmüştün çevre açı ile ilgili?

37Ş: Merkezde olmadığı sürece bir açı çevre açıdır çemberin iç bölgesinin içinde.

Ş, gördüğü açıyı bildiğini düşündüğü açılardan çevre açıya benzetiyor(25Ş). Bu önceden oluşturulmuş olan bilgilerin kırılgan yapısından ya da yapının yanlış oluşturulmasından kaynaklanabilir. Çevre açının ne olduğundan hareket etmeyen

Ş'nin hareket noktası çemberin merkezinde olmayan açının çevre açı olmasıdır. Bu hatalı yapı öğrencinin bu yönde düşünmesine ve ilerlemesine neden oluyor. Ş, verdiği yanıtlara rağmen çok da emin olmadığını gösteriyor(33Ş). Öğrencinin ifadeleri önceden yanlış oluşturulmuş yapıların olduğuna işaret ediyor. Yaptığı tanım(37Ş) aslında öğrencinin daha önce görmediği iç açıyı işaret ediyor.

54A: Kaçar derece olduklarını düşünüyorsun peki o açıların, yayların?
55Ş: 90
56A: 90 derece. Neden dolayı?
57Ş: Bir dakika. Tamam 90
58A: Neden dolayı 90 derece olduğunu düşünüyorsun?
59Ş: Şurası(*ADB açısı*) 90 olduğu için burası(*BDC açısı*) da 90 dır. Çünkü burası 180. Geriye kalıyor 180 şurayı da hesaplarsak burası 90 burası da 90. Çevre açının gördüğü yay çevre açıya eşit olduğu için buralara da 90 dedim.

Ş, açıyı tanıma konusunda sorun yaşayıp bir iç açı olan açıya çevre açı demişti. Öğrenci tanıdığını sandığı bu yapı ile ilgili kullanma eylemini gerçekleştirirken de aslında kullanılması gereken bilginin aksin çevre açı ile gördüğü yayın ölçüsü arasındaki ilişkiyi de hatalı kurmuştur. Bu durum öğrencinin ön öğrenmelerinde çok ciddi hatalı yapıların oluşmuş olduğunu göstermektedir.

4.2.4.3. 3. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

Soruyu okuduktan sonra bir süre düşünen C, yayların birbirine eş oldukları yönünde bir yanıt vermekle birlikte tanıma eylemini tam olarak gerçekleştiremediği için bu yanıttan emin olmadığını gösteriyor.

4A: Neden öyle olduğunu düşünüyorsun?
5C: Eğer bunu dik kestiyse buralarda(*D noktasını köşe kabul eden diğer açılar*) diktir. Burası dikse burası yani gördükleri yaylar aynı olduğu için eşittir açılar.
6A: Biraz daha açıklayabilir misin?

7C: Merkezden. Burası(*ODC açısı*) eğer dikse buralarda diktir. Bunun(*ADB açısının*) gördüğü yay bu(*AB yayı*) olduğuna göre karşısı da sanırım 45 derece ya da öyle bir şey ya da 90 burası da aynı şey olur çünkü bunların açıları eşit.

8A: Açıların eşit olması karşıdaki yayı nasıl etkiliyor?

9C: Eşit olmasını sağlıyor.

…

16A: Ne tür bir açı bunlar?

17C: Dik açı

18A: Peki çemberde açıları düşünürsek ne tür bir açı?

19C: Tam açı

20A: Çemberde açılar

21C: Ha çemberde açılar

Öğrencinin verdiği yanıtlar bu durumu çember üzerinde değil de genel olarak değerlendirdiğini gösteriyor. Verilen ipuçlarının(18A, 20A) ardından açıları çember üzerinde düşünmeye başlıyor.

28A: Peki neden çevre açı?

29C: Merkezden geçmiyor çünkü.

30A: Merkezden geçmeyen her açı çevre açı mıdır?

31C: Bundan emin değilim.

32A: AB ve BC nin birbirine eşit ölçüye sahip olduğundan emin misin?

33C: Emin değilim ama öyle olduğunu düşünüyorum.

34A: Nasıl emin olabiliriz peki onların arasındaki ilişkiden?

35C:(*Düşünüyor*)Bir şey fark etmiyor yine ben bunların eşit olduklarından eminim.

36A: Nasıl ikna edebilirsin beni?

37C: Sizi ikna etmek zor. Ne yapalım.

Öğrenci tanıma eylemini kısmen de olsa gerçekleştirmiş olmasına rağmen bu durumun önceden hatalı oluşturulmuş bir yapıdan kaynaklandığı anlaşılmaktadır. Bu yapı merkez açı olmayan bir açının çevre açı olacağı yönünde oluşmuştur. Fakat öğrenci bu yanıtından da emin olamamıştır. Tanıma eylemini de gerçekleştiremeyen C, problemin çözüm sürecinde ilerleme kaydedememiş verdiği yanıt da tahminden öteye geçememiştir. Tanıdığını sandığı yapılan önceden hatalı oluşturulmuş ya da pekiştirilmediği için kırılgan bir yapıda bulunan yapılardır. Gördüklerinden yola çıkan C, verdiği yanıtı gerekçelendirme konusunda sorun yaşamıştır. Sebebini tam olarak bilmemekle birlikte E, soruyu eşittir şeklinde yanıtlamıştır.

2A: Neden öyle düşünüyorsun?

3E: İlk soruda ben demiştim dik kestiği zaman D noktasından çizilebilecek en kısa kiriştir bu bence. Onun sebebi tam ortasından çıkan bir dikme olduğu için. Bu durumda bu iki taraf eşit oluyor.

4A: İki taraf dediğin hangi iki taraf isimlendirir misin?

5E: AD ve DC ve doğru parçaları eşit oluyor birbirlerine. Şu da bunun 90 derece olduğunu biliyorum. Bu bir kiriş doğru parçası 180 derece. Bu(*CDB açısı*) da 90 derece bu bunun tersi 90 derece bu da bunun tersi o da 90 derece. Aynı noktadan çıkan yaylar ikisi de 90 derece olduğuna göre her halde yayları da eşittir diye bir düşüncem var.

...

8A: Nasıl ikna edebilirsin beni?

9E:Şöyle edebilirim…aynı noktadan(D noktası) çıkan ve aynı açıya sahip olan aynı açılar olduğu için yaylar da aynı olmalı. Aynıdır.

E'nin yaptığı açıklama daha çok 1. düzey öğrencilerde görülen matematiksel altyapısı kuvvetli olmayan sıradan ve sadece şekle bakılarak yapılabilecek doğru olmayan bir çıkarım.

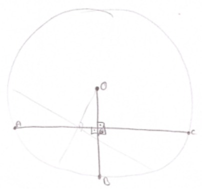
18A:Söylediğin bu çember içerisinde çizdiğin iki kirişin dik kesişmesi durumunda hep karşılarındaki yaylar birbirine eşit mi olur?

19E: Şöyle bir şey yapsak şöyle yapsak evet birbirine eşit olur.

20A: Olmadığı bir durum olabilir mi? Çizerek gösterebilir misin farklı bir durum yine birbirine dik iki tane kiriş

21E: (*Problemde verilen şekil ile aynı özelliklerde bir şekil çiziyor*)merkezi bu da yarıçap, burası dik, şurası da dik, burası da dik. Bir şey değişmez. Şunu şöyle yapsam şunu şöyle yapsam bu da dik olsa. Yine bence evet.

Şekil 77
E'nin Çizdiği Şekil



E, ilk yaptığı açıklamanın farklı durumlarda da geçerli olduğunu ortaya koymaya çalışıyor. Fakat, oluşturduğu yeni durum ilk durumun aynısı. Bu nedenle bir gerekçe olması mümkün değil.

24A: Dik olduğu durumda neden yayların ölçüleri eşittir?
25E: Dik olduğu konum değil bütün durumlar aynı olduğu için şöyle deyim. D noktası AC doğru parçasının tam orta noktasıdır. Niye? Çünkü buna diktir(*düşünüyor*) yani dik olduğuna göre bunun en kısa olması lazım şey eşit olması lazım….onu kanıtlayamıyorum işte

Bu düzeydeki bir öğrenciden beklenmeyecek yanıtlar veren E, sorunun yanıtını bulamadığı gibi güçlü gerekçeler de ortaya koyamamıştır. Bu durum öğrencinin tanıma eylemini tam gerçekleştirememiş olmasından kaynaklandığı kadar soru üzerinde yeterince düşünmemesinden ve odaklanamamasından da kaynaklanabilir. Bu soruda yayların birbirine eş olduğunu savunan S, problemin çözümünde orta dikme kavramı üzerinde durmaktadır.

1S:(*okuyor*)şuraya açıklayayım. Eşittir.
2A: Neden eşittir?
3S: Çünkü dikmeyi çizdik biz sonuçta. Bu orta dikme kirişi iki eşit parçaya böldü.
...
8A: Neden? Ne düşünerek bu kararı veriyorsun?

11S: Bu çizilen dikmenin bize orta dikme olduğunu öğrettiniz. İşte oradan diyorum ben.

12A: Ben yay ile arasındaki bağlantıyı kuramadığım için soruyorum.

13S: Yay ile arasındaki bağlantı. Bu orta dikmeyi devam ettirdiğimizde bu da yayın orta noktasına denk gelecektir.

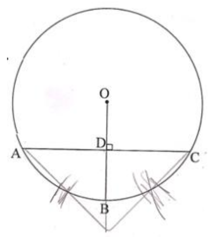
S, diğer birçok öğrenciden farklı olarak dikme olarak verilmiş olan OB'nin orta dikme olduğunu ifade ediyor. Fakat bu yapıyı nasıl tanıdığı önemli. Bu tanıma tahmine dayalı bir tanıma mı yoksa gördüklerinden çıkardığı sonuç mu? Bu nokta çok önemli.

14A: Neden?

...

21S: Buraya gönye yardımıyla birdik üçgen çizdiğimizde bu ikizkenar bir üçgen oluyor. İşte o dikmeden dolayı. Üçgeni ben az önce buraya bir üçgen çizdim pek düzgün bir çizim olmasa da ikiye bölüyor.

Şekil 78
S'nin Çizdiği Şekil



28A: Neden?

29S: İşte ikiye böldüğü için ikizkenar üçgen oluyor.

30A: İki eş parçaya mı bölmüş oldu?

31S: Bunu bölmeden önce bu bir ikizkenar üçgendi.

S, şekilden yola çıkarak orta dikmeyi tanıyor ve tanıdığı bu yapı ile ilgili bilgilerini kullanarak da AEC ikizkenar üçgenini çiziyor ve ortaya koyduğu bu yapı üzerinden sonuca ulaşmaya çalışıyor. Bu noktada ilk olara tanıdığı yapı ile ilgili bilgileri kullanarak yeni bir yapı oluşturduğunu ve oluşan bu yeni yapıda yeni bir tanıma eylemi gerçekleştiğini söyleyebiliriz.

32A: Neden?

...

35S: Dikmenin üzerinde bir nokta aldığımızda bu ikizkenar üçgenin bu üçgenin iki kenarının eşit olduğunu gösteriyor. Aynı noktadan çizilen mesafeler. Bir dakika ben şimdi bununla alakası olmayan bir şey deneyeceğim. Herhangi bir noktadan alınan dikliğin her bir noktasından alınan mesafeler eşit olduğu için birbirine eşit olduğu için dikmenin her noktasına orta dikmenin doğru parçasının iki ucuna giden mesafeler eşit olduğu için bu bir ikizkenar üçgendir.

36A: Bunu nasıl kullanabilirsin peki?

37S: Bu da yerleri etkiliyor işte. AB minör yayı ile BC minör yayının ölçülerinin eşit olmasını gerektiriyor.

Öğrencinin yeni ortaya çıkan yapıda ikizkenar üçgeni tanıması önemli olmakla birlikte bunu çözüm sürecinde nasıl kullanacağı ile ilgili soru işareti oluşmuştur(35S). S, çoğu öğrenciden farklı bir yaklaşım sergileyip ihtiyaç duyulan yapıları tanımış ve bu tanıdık yapılarla ilgili bilgileri de kısmen kullanmıştır. S'nin ilerleyememesinin nedeni gerekli sabrı göstererek aradaki ilişkilendirmeleri kuvvetlendirip gerekçelendirmelerini sağlam bir zemine oturtamamasıdır. R ise soruyu okumasının hemen ardından açıların üzerinde yoğunlaşarak yayların birbirine eş olduğunu iddia etmiştir.

3R:AC yarıçapı yani OB yi D noktasında dik kesiyor demek istiyor. O zaman AB yayının ölçüsü ile bu yay arasındaki ilişkinin de(*düşünüyor*)bence eşittir. Eşit olabilir çünkü şurası 180 AC doğru parçası 180 derece olmak zorunda. B noktası da

4A: Neresi 180 derece olmak zorunda?

5R: Şöyle burası(*ABC yayı*) 180 derece olmak zorunda. D noktası 90 derece olduğu için geriye yine bir 90 kalıyor. O zaman burası(*ODA açısı*) da 90 oluyor. Ters açıdan yola çıkarak burasını(*ADB açısı*) da 90 yapıp buradaki yayın ölçülerini eşit bulabiliriz.

6A: İkisinin de 90 derece olması karşılarındaki yayların da 90 ar derece olduğunu gösterir mi?

7R: A şimdi bir dakika AB yayı ile BC yayının ölçüleri eşit oluyor.

8A: Neden?

9R: Çünkü ikisine de aynı açı bakıyor. Aynı ölçüde açı bakıyor.

R, D noktasını köşe kabul eden açılardan hareket ediyor(9R). Çevre açı ve merkez açıyı bilen öğrenci bunlardan birini bu problem durumunda tanıdığını belirten bir ifade kullanmamakla birlikte karşılaştığı açılardan dolayı bu yayların ölçülerinin birbirine eşit olacağını öne sürüyor.

12A: Peki senin bildiğin açı türlerinden hangisine benziyor bu çemberde açılarda?

...

15R: Merkeze benziyor çevreden geçmiyor.

16A: Merkez açımıdır onlar

17R: Bir dakika… Merkez açı olması için merkezden geçmesi gerekiyor. Çevre açı olması için merkezden geçmemesi gerekiyor. O zaman bunlar çevre açı oluyor. Yani çarpı 2 oluyor. 180 180 360 oluyor. İlginç. İşte öyle bunlar eşit arasındaki ilişkiyi soruyor zaten. Çevre açı olsaydı bu 90 derece olurdu zaten bunlar. Çünkü çevre açı olduğu zaman gördüğü yay ona eşit oluyor. Dışarısı da ondan çıkararak buluyoruz. Çevre açı da merkezden geçmiyor çevreyi tespit ediyor. Bize şu açının gördüğü ayı soruyor. …konuşunca parçalar birleşiyor… O zaman işte böyle çarpı 2 olur.

R, yapılan yönlendirmeyle karşılaştığı açıları merkez açı olarak tanıdığını ortaya koyuyor(15R). R, açılar konusunda kendisine yöneltilen sorunun ardından diğer pek çok öğrencide rastlanmayan bir değerlendirme sürecini sesli olarak işletiyor(17R). R'nin bu noktada tanıdığını sandığı yapılar önceden hatalı oluşturulmuş gibi gözüküyor. İlk olarak merkez açı olarak tanımladığı iç açının köşesinin merkezde olmadığını fark eden R bu seferde açıyı çevre açı olarak tanımlama yoluna gidiyor. Bu duruda hesap etmesi gereken çok önemli nokta çemberin tümünün 360 derece olması. Öğrenci bu durumu gözden kaçırıyor.

22A: ABC yayının ölçüsü ne kadar oldu?
23R: ABC 360
...
28A: Nasıl oldu?
29R: Ben de şu an onu çok garipsiyorum(*düşünüyor*) bu açılar merkezden geçmiyor değil mi?
30A: Evet
31R: Merkez burası. Merkezden geçseydi merkez açı olurdu değil mi?
32A: Bilmem
33R: Şimdi o zaman ben iki açıyı da çizebilir miyim çevre açı ve merkez açı?
34A: Nasıl istersen

Önceden hesap etmediği bir durumla karşılaşan R'nin kafası karışıyor ve bildiği iki açıyı da çizerek görmek ve bilgilerini gözden geçirmek istiyor(33R).

35R:(*çiziyor*)örneğin şu şimdi çizdiğim olan açı bu merkez açı bu da gördüğü yay. Bu 70 derece ise burası da 70 derece olur. Geri kalan yayı ise 360 dan 70 i çıkararak bulurum. Çevre açıda ise
36A: Bu soru ile ilgisi nedir o çizdiklerinin.
37R: Ben sadece çevre açı ile merkez açıyı hatırlamak amacıyla. Bu da merkez açı olsa bu da 100 derece olsa örneğin bu açıyı unutarak söylüyorum. Burası onun iki katı oluyor 200 derece oluyor. O zaman bu çevre açı mıdır? Bir dakika
...
46A: Bu ikisinin dışında bir açı mıdır?
47R: Evet onun gibi
48A: Peki sana sorulduğuna göre sen de bunları bilmiyorsan başka bir yoldan gidilebilir mi acaba?

49R: Şimdi ne yapabilirim? Orası 180 derece ise bir kere şu ikisinin 90 olduğunu unutursak. Bunu 180 derece olarak alabiliriz direk. O zaman bunu merkez açı olarak da alırsak burası 180 derece olur. İkiye bölersek çünkü bu tam ortadan bölmüş yarıçap AC doğru parçasını. Burası 90 burası da 90. 90+90 180 olur geriye kalan yay ise yine 180 olur.

50A: Bu peki iki yayın ölçülerinin eşit olduğunu gösterir mi bize?

...

56A: Yani oradaki açıların göstermiş olduğun açıların 90 ar derece olması bunların gördükleri yayların da birbirine eşit olmasını gerektirir mi başka bir veriye ihtiyaç olabilir mi?

57R: Hayır çünkü gördükleri açı sadece yani bir açıyı görüyor bunlar ondan yola çıkarak bulunuyor yani.

58A: Bir açıyı görmesi ikisinin de eşit olduğunu gösteriyor öyle mi diyorsun?

59R: İki açı birbirine eşit olduğu için eşit oluyor. Oradan yola çıkarak

60A: Peki

Öğrenci geldiği noktada probleme çözüm bulamamış ve karşılaştığı durumu o ana kadar oluşturduğu yapılarla ilişkilendirememiştir(47R). R, iki yayın da ölçülerinin birbirine eşit olduğunu iddia etmekle birlikte bunu tam olarak gerekçelendirememiştir. İhtiyaç duyulan yapıları tam olarak tanıyamayan R, diğer öğrencilerden farklı olarak düşünsel olarak aklından neler geçtiğini ifade etmiş ve nasıl o noktaya geldiğini ifade edememiştir. R, tanıdığı bilgileri kullanma konusunda ve yeni çözüm yolları arama konusunda tıkanmıştır. Bu aşamada öğrencinin ifadeleri daha çok düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerde görülen yaklaşıma benzer bir yaklaşımdır.

4.2.4.4. Problem 4'e İlişkin Bulgulara Genel Bakış

1. düzey öğrencilerin problem 4 ile ilgili çözüm süreçleri incelendiğinde çemberde açı ile ilgili hatalı oluşturulmuş yapılarla karşılaşılmıştır. Bu düzeydeki öğrencilerin şekli parçaları bakımından iyi analiz edemedikleri, matematiksel dili iyi kullanamadıkları ve ifadelerinde şeklin özelliklerini tam olarak dikkate almadıkları

gözlemlenmiştir. Bütün bunlar öğrencilerin 1. düzey özelliklerini taşıdığını gösteren unsurlardır. 2. düzeyin özellikleri bağlamında bu düzeyde oldukları belirlenen öğrencilerin verdikleri yanıtlar incelendiğinde 1. düzey öğrencilerde olduğu gibi hatalı yapılara rastlanıyor. Soruya belli bir strateji çerçevesinde değil de şeklin görüntüsünden yola çıkılarak çözüm aramış olmaları dikkat çekici ve daha çok 1. düzey belirleyicilerinden birisi olarak karşımıza çıkıyor. Bu öğrenciler içerisinde N'nin stratejileri diğerlerinden farklı olmakla birlikte gerekçelerini o da tam olarak ortaya koyamıyor. 3. düzey öğrencilerde ise karşılaşılan durum S'nin dışında 1. ve 2. düzey öğrencilerde gözlemlendiği gibidir. Karşılaşılan bu durum sorunun öğrencilerin karşılaştıkları genel soru tipinden daha farklı ve üst düzeyde bir soru olmasından kaynaklanabilir. Bu düzeydeki öğrencilerden S, akıl yürütme ve gerekçe ortaya koyma açısından arkadaşlarından daha farklı bir süreç takip etmiştir. S'nin bu yönüyle 3. düzey özelliklerini gösterdiği söylenebilir.

4.2.5. Problem 5'e İlişkin Bulgular

Problem 5'in çözüm sürecinde öğrenciden ilk olarak beklenen düzgün altıgenin köşegenlerini çizerek bunların birer eşkenar üçgen olduğunu söylemesidir. Bunun sonrasında bu eşkenar üçgenleri uygun şekilde birleştirerek iki eşkenar dörtgen ile bir paralel kenarı oluşturması hatta eşkenar dörtgenin de bir paralel kenar olduğundan hareketle buradaki paralelkenarın da bir eşkenar dörtgen olduğunu söyleyip üç eşkenar dörtgen veya üç paralelkenar oluşturulduğu sonucuna ulaşması beklenmektedir.

4.2.5.1. 1. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

Daha önceki problemlerden farklı olarak P, soruyu okuduktan sonra düşünmüş fakat bir tahminde bulunamamıştır.

7P: (*şekil 79'u çiziyor*).

Şekil 79
P'nin Çizdiği Şekil

14A: Hangi şekli çizdin önce?

15P: Paralelkenar.

16A: Nelere dikkat ettin bunu çizerken?

17P:(*çiziyor*) şimdi oldu.

18A: Neler yaptın anlatır mısın?

19P: Burada bir tane paralelkenar çizdim. Aynı şekilde buraya bir tane daha paralelkenar çizdim. Buradaki de eşkenar dörtgen oldu.

P, problemi çözmeye paralelkenar çizerek başlıyor ve ikinci paralelkenarı çizerek devam ediyor(19P). Sonrasında oluşan şeklin de eşkenar dörtgen olduğunu iddia ediyor. Öğrencinin yaptıkları, çözüme bir strateji kurarak devam edip sonuca ulaştığıyla ilgili bir izlenim vermiyor olmakla birlikte başlangıç aşamasından itibaren sonraki adımı düşünerek attığı izlenimini veriyor. Öğrenci bu ifadeleri ile tanıma eylemini gerçekleştirdiğini gösteriyor.

20A: Nereden anladın onun eşkenar dörtgen olduğunu?

21P: Altıgen düzgün olduğu için bu iki kenarı birbirine eştir. Bu durumda aynı simetrisini çizdiğim için bu iki kenar da birbirine eştir.

22A: Nereden belli onun simetrisi olduğu?

23P: Şuradan bir çizgi çizip baktığımızda ona simetri olarak çizdim.

24A: Nasıl bakabiliyorsun?

25P: Dik bir çizgi indirdiğimizde buradan buraya.

26A: Nereye dik indin?

27P: Altıgenin bir köşesinden diğer köşesine.

28A: Onun dik olduğunu nereden biliyorsun?

29P: Kendimce dik çizdim.

P, doğru çizimler yapmakla ve kısmen doğru isimler kullanmakla birlikte bunları gerekçelendirme konusunda güçlük çekmektedir.

33P: Çünkü düzgün altıgenin kenarlarından bir eşkenar dörtgen yaptığım için aynı kenarlarla bu düzgün bir eşkenar dörtgen olur. Bu durumda.

34A: Sen bu şekli oluştururken önce eşkenar dörtgeni çizmedin. Paralelkenarları çizdin.

…

41P: Çünkü şey… Ama eşkenar dörtgenden de başlasam fark etmezdi ki.

42A: Diyelim ki senin dediğin gibi simetrik olduğunu düşündük. Peki, bunların paralelkenar olduğunu ispat edebilir misin?

…

47P: Çünkü bu iki kenarın birbirine paralel olduğunu biliyoruz zaten.

48A: Hangi iki kenarın? İşaret koyar mısın?

…

51P: Bu kenarla da bu kenar paralel. Bu durumda şu iki kenar da paralel olmuş oluyor.

52A: Sadece peki bu kenarların paralel olması şekillerin paralelkenar olması için yeterli mi?

53P: Hayır

54A: Ama sen onlara paralelkenar dedin. Neden?

55P: Ama şey bu eşkenar dörtgeni çizdiğimizde bu kenara paralel olacak şekilde sadece böyle bir kenar çizebiliriz.

56A: Bu kenarlar zaten çizilmemiş miydi önceden?

57P: Evet

58A: Senin onu tekrar çizme şansın yok yani.

59P: Yok. O zaman bu kenara paralel olması için zaten böyle bir kenarı çizebilirdik.

…

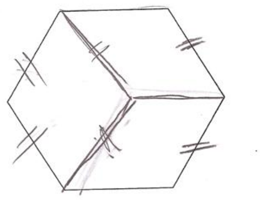
66A: Düzgün altıgen olmasının ne gibi bir faydası oldu sana.

67P: Bütün kenarları eş olduğu için kenarlarına simetri olarak çizdiğim köşegenlerde birbirine paralel olacaktı.

Öğrenci birçok ifadesinde beklenen yapıları tanıdığını ortaya koymakta ve beraberinde bu bilgileri kullanarak sonuca ulaşmaya çalışmaktadır. P, problemin çözümünde birçok şeyi doğru yaparak çözüme ulaşmış olmakla birlikte bilgi bileşenlerini bir araya getirip yeni bir yapı oluşturma aşamasında uygun gerekçelendirmeler yapamamıştır. Bu durum oluşturma eyleminin gerçekleştirdiğini gösterir mi? Sorusunu akla getirmektedir. Bu sorunun yanıtı tartışma bölümünde verilmeye çalışılacaktır. D, soruyu okuduktan sonra bir süre düşünüyor ve bu düzeydeki bir öğrenciden beklenmeyecek şekilde yanıtını veriyor.

1D: (*düşünüyor ve çiziyor*)bakayım. Paralelkenar, eşkenar dörtgen, bu eşkenar dörtgen, şöyle iki tane de paralelkenar.

Şekil 80
D'nin Çizdiği Şekil



2A: Emin misin bunların paralelkenar olduğundan?

…

5D: Şöyle tam ortalarsam, paralelkenar çünkü düzgün altıgen diyor. Muhtemelen düzgün altıgen olduğu için yarıçapıyla kenar şeyi paralel olacaktır.

6A: Yarıçapı dediğin nedir düzgün altıgenin?

7D: Şurası yarıçapı. Bir dakika ya, paralel geliyor bana

8A: Neden

9D: Tam olarak açıklayamıyorum. Aklıma gelmiyor.

Kullandığı ifadeler bu konuda öğrencinin matematiksel dili tam ve doğru olarak kullanabilecek durumda olmadığını gösteriyor. Bu durum hem öğrencinin kullandığı sözcüklerden hem de ortaya koyduğu iddiaları ve tahminleri gerekçelendirememesinden anlaşılabiliyor(9D).

10A: O eşkenar dörtgen mi sağdaki.

…

13D: Dörtkenarı var ve şey düzgün altıgen olduğu için bu kenarları da düzgün.

…

22A: Eşkenar dörtgenin özellikleri neler?

23D: Dörtkenarlı. Bütün kenarları eş.

24A: Burada bütün kenarları eş mi oldu?

25D: Yaklaştırmaya çalıştım. Pek eş gözükmüyor ama.

Öğrencinin kullandığı ifadeler problemin çözümünde ihtiyaç duyduğu bilgi bileşenlerini tanıdığını gösteriyor. Diğer taraftan tanıdığı bu bilgileri kullanma konusunda gerekçelendirmeler yapamadığı için pek de başarılı olduğu söylenemez.

32A: Peki buradakilerin birbirine eşit olması bunların paralelkenar olduğunu gösterir mi?

33D: Evet.

…

38A: Bunların birbirine eşit olması ile paralel olması aynı şey mi?

39D: Hayır

40A: Peki paralel olduğunu nasıl kanıtlarsın onların?

41D: Şu an aklıma gelmiyor nasıl kanıtlayabileceğim.

D, kenarların eşliği ve paralelliğini birbirinin yerine kullanıyor gibi gözüküyor. Paralel olmalarının eş olmalarına neden olduğu ya da eş olmalarının paralel olmalarına neden olduğu gibi hatalı bir bilgiye sahip gibi gözüküyor(33D). D, problemin çözümünü doğru yapmakla birlikte gerekçelendirmeler konusunda sorun yaşamıştır. Matematiksel dili kullanma konusunda da eksiklikleri görülen öğrenci problemin çözümünü ortaya koymuş olmakla birlikte oluşturma eylemini gerçekleştirememiştir. Düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerden birisi olan C, soruyu okuduktan hemen sonra çizim yapmaya başlıyor ve ilk olarak bir paralelkenar oluşturmaya çalışıyor

2A: Ne düşündüğünü de bu arada aklından geçenleri de söylersen iyi olur. Ne yapmaya çalışıyorsun?

3M: Burada bulunan düzleme bir paralelkenar çizeceğim.

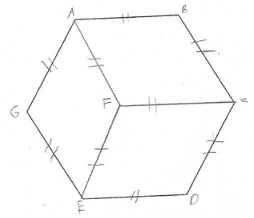
4A: İlk çizgiyi çizerken neye dikkat ettin?

5M: Kenar ölçülerine. Sonra, buraya da bir paralelkenar

6A: Nereden anladın bunların paralelkenar olduğunu?

7M: İki kenarı da paralel

Şekil 81
M'nin Çizdiği Şekil



M, ilk olarak çizdiği paralelkenarı dikkatli bir şekilde altıgenin kenarlarına paralel olarak çiziyor. İkinci paralelkenarı da bu rahatlıkla çizebileceğini düşünen M, bu geçişin sıradan ortada bir çıkarım sonucunda olabileceğini düşündüğü noktada ayrıntılı bir gerekçelendirme ihtiyacı hissetmiyor.

18A: Onun paralelkenar olması diğerinin de paralelkenar olmasını garanti eder mi?

19M: Eder

20A: Neden?

21M: Çünkü burasıyla burasının kenarları eşit. Ben buna göre çizdiğim için burası da aynı.

22A:Gösterir misin orada eşit olanları. İki tane paralelkenar mı oluşturmuş oldun şimdi?

23M: Evet burada da bir tane eşkenar oluşmuş oluyor.

24A: Neden?

25M: İki paralelkenarı böyle koyunca sonucunda bu eşkenar dörtgen çıkmış olur.

M, ilk olarak paralelkenarları ile ilgili tanıma ve kullanma eylemini gerçekleştiriyor. Paralelkenar ile ilgili bilgiyi kullanan öğrenci iki paralelkenar çizmesinin ardından ulaştığı noktada ortaya çıkan şeklin bir eşkenar dörtgen olduğunu fark ediyor.

26A: Onların eşkenar olduğunu nasıl anladın?

…

31M: AF kenarı BC kenarı CD kenarı FE kenarı birbirine eşit.

32A: Hangi dörtgenin sen eşkenar dörtgen olduğunu söylüyorsun?

33M: AGEF

34A: Peki ben orada iki tane kenar uzunluğu hakkında bilgi sahibiyim. Diğer kenarlarla ilgili bir şey göremiyorum.

…

47M: Aslında buradaki hiç birinin uzaklığı farklı değil. Bu şekle göre buradaki bütün kenarlar birbirine eşit.

48A: Bu durumda ABCF paralelkenar mıdır?

49M: Evet paralelkenardır.

50A: Bütün kenarları birbirine eşit ama.

51M: Ama kenarlar birbirine paralel.

52A: Yeterli midir bu paralelkenar olması için?

53M: Evet

Paralelkenar, eşkenar dörtgen ve düzgün altıgen ile ilgili belli yapıları tanıdığını gösteren M, bunlar ile ilgili özellikleri de kısmen kullanmakla birlikte bu iki şekil arasındaki ilişkiyi ifade edebilmiş değil. M'nin yanıtı bu iki şekli birbirinden bağımsız şekiller olarak gördüğünü gösteriyor(51M). Problem ile ilgili belli yapıları tanıyıp bu bilgileri kullanan M, düzgün altıgenin içerisine iki paralelkenar ve bir eşkenar dörtgeni yerleştirmiş olmakla birlikte gerekçelendirmelerini yaparken de eksik bazı noktalar bırakmıştır. Sonuçta oluşturduğu şekilde aslında üç tane eşkenar dörtgenin olduğunu söyleme noktasına gelemeyen M 'nin oluşturma eylemini tam olarak gerçekleştirdiğinden bahsedilemez. M'nin aksine V, soruyu okuduktan sonra bir süre düşünüyor ve tam olarak bir karar veremiyor.

7V: Şöyle yapmayı düşündüm(*bir köşegen gösteriyor*).
8A: Nasıl?
9V: Şöyle olmuyor ama. Başka. Köşelerden geçmesi gerekiyor değil mi? Buradan mesela geçmeyecek.
10A: Böyle bir sınırlandırma yok.
11V: Ha tamam. Peki öğretmenim kesişebilirler mi?
12A: İç bölgeleri karışmayacak birbirine.
13V: Haa(*düşünüyor ve çeşitli denemeler yapıyor*)bulamadım desem.
14A: Biraz daha düşün istersen. Neler denedin?
15V:Şöyle buradan kesmeyi(*köşegenler çizerek*) düşündüm. Ama düzgün çıkmıyor. Yani paralelkenar olmuyor. Başka böyle yaparsam dikdörtgen oluyor diye düşündüm yani olmuyor paralelkenar.

V, uzun süre düşünmüş olasına rağmen bir yanıt veremiyor(13V). Yanıt verememesi hiç düşünmediğinden değil muhtemelen aklından geçenleri toparlayıp bir yanıt oluşturamamasından kaynaklanıyor. Sonrasında yöneltilen soruya(14A) verdiği yanıt(15V) öğrencinin paralelkenar ile dikdörtgen arasındaki ilişkiyi bilmediğini gösteriyor.

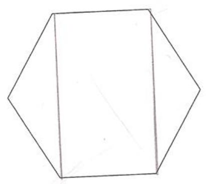
18A: Ne oluyor bunları çizdiğin zaman?
19V: Şu şekil dikdörtgen oluyor diye düşündüm ben. Üçgenler oluyor. Bir de eşkenar dörtgen istemiş. Şurada da bir şöyle ama, o da olmadı(*düşünüyor*) bulamadım öğretmenim. Şey çizerim ama köşelerden geçmez. O da tam olur mu bilmiyorum.

V'nin kullandığı ifadeler problemin çözümü ile ilgili bir strateji oluşturamadığını gösteriyor. Bu durum öğrencinin verilen şekilleri bir arada düşünememesinden kaynaklanıyor olabilir.

22A: Bunun dikdörtgen olduğunu nasıl bildin?

23V: Şu iki kenar birbiriyle aynı olduğu için. Burayı birbiriyle aynı olacak şekilde çizdim(*şekil 82*) köşeden köşeye. Dikdörtgen olarak düşündüm bunu.

Şekil 82
V'nin Çizdiği 1. Şekil



24A: Karşılıklı kenarların peki birbirine eş olması dikdörtgen mi yapar onu mutlaka?

25V: Yok paralelkenar da olabilir. Ama oradan tek çıkıyor yani.

26A: Ne tek çıkıyor?

27V: Yani tek bir tane dikdörtgenimiz oluyor

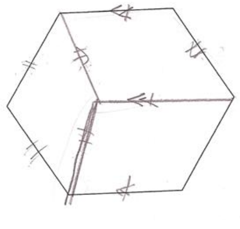
28A: Bunun dikdörtgen olduğunu nasıl anladın?

29V: Paralelkenar olsa da yani

30A: Bir tane oluyor diyorsun.

31V: Evet. Başka şöyle, yok(*şekil 83'ü çiziyor*)eşkenar dörtgen yaptıktan sonra şöyle yaparım(geriye kalan bölümü bir doğru parçası ile ayırarak iki paralelkenar oluşturuyor). Buldum mu?

Şekil 83
V'nin Çizdiği 2. Şekil



Daha önceden bu iki şekil arasındaki ilişkinin farkına varamayan V, bu noktada sorulan soru ile bunu tekrar düşünüyor ve dikdörtgenin de bir paralelkenar olduğunu söylüyor(25V). Fakat dikdörtgen çizdiğini söyleyen V, çizdiği şeklin neden dikdörtgen olduğunu da gerekçelendirebilmiş değil. Sonraki süreçte V, yeni çiziminde(şekil99) daha başarılı gözükmekle birlikte yaptıklarından pek de emin değil. Yaptıklarını teyit edilmesini istiyor ve bu aşamada bir gerekçelendirme yapma ihtiyacı da hissetmiyor(31V).

34A: Peki o yaptıklarının eşkenar dörtgen ve paralelkenar olduğunu nasıl ispat edersin? Onların özelliklerinden yola çıkarak.

35V: Eşkenar dörtgenin her kenarları birbiriyle aynı.

36A: Birbiriyle aynı olarak bunu çizdiğini düşünelim. Peki, bu çizdiğin şey bunun ikisinin birbirine paralel olduğunu garanti eder mi?

37V: Orta noktadan şey yaparım bence olur.

…

40A: Neye dayanarak söylüyorsun bunu?

…

45V: Şurada ama tabi bunu birbirine eş olacak şekilde çizdiğimizi düşünürsek bu buna eş oluyor. Yani bunların üçü birbirine eş olduğu için.

46A: Eş olarak çizdin peki bu yeterli mi?

47V: Bu kenarları da eş olarak aldım.

…

56A: Peki bunlar birbirine paralelse bunun ikisinin uzunluğunun birbirine eşit olduğunu söyleyebilir miyiz?

57V: O zaman bunlar da birbirine paralel oluyor. Çiziyim mi onu da?

…

60A: Peki geri kalan uzunluklar için ne söyleyebilirsin?

…

63V: Burası ile burası eş birbirlerine burasıyla da burası ama paralel dedik oraya. Burasıyla burası paralel burasıyla burası eş.

…

74A: Peki neler paralelkenar oldu?

75V: Şurası bir de burası.

76A: Peki paralelkenarda karşılıklı kenarların paralelliğinin dışında başka bir özellik var mıdır?

77V: Karşılıklı açıları eştir.

Öğrenci bazı gerekçelendirmeler yapmakla birlikte bu ifadeleri arasında gerçek anlamda mantıklı ve matematiksel bir ilişki kuramıyor. İkinci yaptığı çizimde paralelkenarı ve eşkenar dörtgeni tanımış olmakla birlikte bu yapılar ile ilgili bilgiler y kırılgan bir yapıda olduğu ya da oluşturulamadığı için çözüm ile ilgili ilerleme sağlanamamıştır.

4.2.5.2. 2. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

3T: Paralelkenarı şuraya çizmeyi düşündüm.

4A: Neden?

5T: İçimden öyle geldi ilk, şuraya da diğer bir paralelkenar, buraya da şöyle bir eşkenar dörtgen.

6A: Nereden emin olabiliyorsun bunların paralelkenar olduğundan ve onun eşkenar dörtgen olduğundan?

7T: Kenarları birbirine paralel bunun.

...

10A: Bunların paralel olması yukarıdaki şeklin de paralelkenar olduğunu gösterir mi?

11T: Evet bu da bir paralelkenar.

16A: Nasıl emin olabiliyorsun?

17T: Bunu da eşkenar dörtgen olarak çizdim.

18A: Neden eşkenar dörtgen o?

19T: Öyle geldi. Şöyle dik durduğu için. Öyle geldi ilk yani

20A: Duruş seni yanıltamaz mı?

21T: Yanıltabilir.

22A: İspat edebilir misin o söylediklerinin öyle olduğunu.

23T: Aslında bunların hepsi yani bu da bir eşkenar dörtgen olur ölçersek bakarsak.

...

32A: Peki ölçmeye ihtiyaç duymadan sadece bu elindeki şeklin özelliklerinden yararlanarak acaba buna karar verme olanağın olabilir mi?

33T: Bence olamaz.

34A: Mutlaka ölçmeye mi ihtiyacın var?

35T: Evet

36A: Bu şeklin özelliklerini bilmek senin için yeterli değil öylemi.

37T: Böyle bakınca bu da bir paralelkenar gibi gözüküyor. Bu da böyle bakınca bir dörtgen gibi gözüküyor.

38A: Nasıl bir dörtgen?

39T: Eşkenar olabilir bu şöyle.

40A:Eşkenar dörtgense paralelkenar istemiştik biz. Olabilir mi?

41T: Her şekilde çizdiğim paralelkenar eşkenar dörtgen olmuyor mu sonuçta?

42A: Paralelkenar eşkenar dörtgen mi olur?

43T: Hayır bilmiyorum.

44A: Nedir aralarındaki ilişki tam anlayamadım.

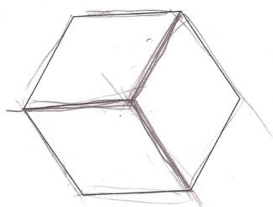
45T: Yani mesela böyle tuttuğumuzda paralelkenar gibi gözüküyor ama böyle tuttuğumuzda başka bir şekil gibi gözüküyor.

T'nin paralelkenar ile ilgili söyledikleri(41T, 45T) bu geometrik düşünme düzeyindeki bir öğrencide rastlanmaması gereken bir durum olduğu halde öğrenci paralelkenarın duruşuna göre farklı isimlendirileceğini söyleyerek daha düşük düzeydeki bir öğrencinin verebileceği yanıtı vermiş oluyor. T, bu yanıtları vererek tanım eylemini gerçekleştirmesi için verilen şeklin konumunun kendisi için ne kadar önemli olduğunu vurgulamış oluyor.

50A: Ne yapmaya çalışıyorsun?

51T: Bir tane daha paralelkenar çizmeye. Aynısını ölçerek. Şimdi bu tam oldu. Ölçerek yaptım. Bu daha büyük bir eşkenar dörtgen bunlara bakıldığında daha küçük çıkıyor. Paralelkenara baktığımızda başka bir yönden daha küçük bir eşkenar dörtgen oluyor.

Şekil 84
T'nin Çizdiği Şekil



59A: …Peki, bu durumda sen iki paralelkenar ve bir eşkenar dörtgen çizmiş oldun mu?

60T: Şunların ikisi paralelkenar.

...

63A: Neden?

64T: Öyle çizdim çünkü ondan.

65A: Üç tane paralelkenar çizmeni isteseydim senden.

66T: Yine böyle çizerdim.

67A: Ne farkı oldu peki bu durumun?

68T: Aynı oluyor. Bilmiyorum yani.

69A:Şimdi bu şekilde hangi geometrik şekilleri görüyorsun sen?

70T: Kâğıdı çevirmeme göre değişiyor. Kare de görüyorum sanki.

…

77A: Peki şu haliyle kaç tane eşkenar dörtgen görüyorsun orada?

78T: Bir tane

79A: Kaç tane paralelkenar görüyorsun?

80T: İki tane

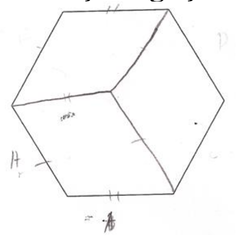
81A: Kare gördüğün durum nedir peki?

82T: Şöyle olunca şurası kare gibi. Sanki bir küp gibi…

T, şekli doğru çizmiş olmakla birlikte yaptığı yorumlar soruya sadece görsel olarak baktığını ve yanıtını buna dayalı olarak verdiğini göstermektedir. Öğrenci ihtiyaç duyulan yapıları tanımış olmakla birlikte gerekşelendirmelerini ilişkilendirmelerini yapamamıştır. Bu nedenle de kullanma eylemini gerçekleştirdiğinden bahsedilemez.

3N:(*altıgenin iki kenarını kullanarak bir paralelkenar çiziyor*)paralelkenarımız olur. (*paralelkenarın köşesini altıgenin köşesi ile birleştiren doğru parçasını çiziyor*)bu da eşkenar dörtgen olur.

Şekil 85
N'nin Çizdiği Şekil



6A: Neden bunlar paralelkenar ve eşkenar dörtgen? Nasıl garanti ediyorsun bunu?
7N:(*düşünüyor*)Aslında bunların hepsi birbirinin aynısı. İstersek farklı açılardan baktığımızda bunları iki paralelkenar bunu eşkenar dörtgen diyebiliriz farklı açılardan baktığımızda.
8A: Yani eşkenar dörtgen paralelkenardır gözüyle mi görüyorsun sen?
9N: (*düşünüyor*) hayır. Burada üç tane paralelkenar çizmiş olalım. Üç tane paralelkenar diye düşünebiliriz bunları. Çünkü şöyle baktığımda bunların ikisini paralelkenar bunu eşkenar dörtgen görüyorum. Şöyle baktığımda da bunların ikisinin paralelkenar bunun eşkenar dörtgen olduğunu görüyorum.

Öğrenci oluşturduğu yapıdaki şekillerin eşkenar dörtgen olan paralelkenarlar olduğunu fark etmiş olmasına rağmen bu durumun net olarak sorulması durumunda ilk olarak hayır yanıtını veriyor.

12A: Yani bunun paralelkenar olduğunu nasıl ispat edersin?
…
27N: Çünkü şu şekli ortadan böldüğümüzde yani(*düşünüyor*)zaten şu iki kenar birbirine paralel o zaman bu da buna paralelse bu da buna paralel olur.

28A: Bunun eşkenar dörtgen olduğunu nasıl söyleyebilirsin?

29N: Bütün kenarları eş çünkü

…

34A: Nereden biliyorsun eşit olduğunu?

35N: Çünkü düzgün bir altıgenin içindeki kenarlar birbirine eşittir. Mesela şu kenarla şu kenar eşittir birbirine.

…

40A: Onların birbirine eşit olması onun eşkenar dörtgen olmasını garanti eder mi?

…

45N: Çünkü. Mesela bunla şu eşit ise bunu paralelkenar derken yazdık. Bunlar birbirine paralel.

46A: Paralel olması eşit olduğunu da gösteriyor mu?

47N: Gösteriyor bence.

…

58A: Nereden biliyorsun?

59N: Tahmin ediyorum.

60A: Ama bilmiyorsun.

61N: Evet. Bir tek bunu çizebildim.

…

68A: Neden eşkenar dörtgen dediğini anlamadım.

…

75N: Evet. Yani öğretmenlerimin bana söylediğine göre böyle düşünüyorum.

76A: Ne söylüyor öğretmenlerin?

77N: Bilim adamı olmadığım için nedenini bilmiyorum.

78A: Bilim adamı olmak gerekir mi bunları bilmek için? Neyin nedenini anlamaya çalışıyorsun? Onun nede eşkenar dörtgen olduğunu mu?

…

83N: Ölçsek baksak olmaz mı?

84A: Hayır. Fikirlerini desteklemen önemli

85N: İki tane eşkenar üçgen diyeceğim neden diyeceksiniz. Yine açıklama yapamayacağım. Biz şunlara paralel dedik ve eş dedik

N, tüm yönlendirmelere rağmen ilk olarak ortaya koyduğu ve tanıdığı yapılar arasındaki ilişkiyi tam olarak ortaya koyamamıştır. Bu durum öğrencinin gerekli yapıları tanımış olmasına rağmen ihtiyaç duyduğu bilgileri kullanamamasından kaynaklanıyor olabileceği gibi buna ihtiyaç duymamasından da kaynaklanıyor olabilir. N, gerekçelendirmeleri yapmayı kendisinden beklenmemesi gereken bir şey olarak düşünmektedir(77N). U diğer birçok öğrenciden farklı olarak istene şekillerin iç açılarının ölçüleri toplamı ile eldeki altıgenin iç açılarının toplamını karşılaştırarak probleme başladığını söylüyor. Birbirini tutmayınca da bunların yerleştirilemeyeceği düşüncesi oluşuyor.

1U:(*okuyor, çeşitli denemeler yapıyor* ve *siliyor*)

2A: Neler deniyorsun ondan bahsetsene. Neyi düşünerek yapıyorsun?

3U: İlk önce şunların gerçekten iç açılarının toplamı 720 oluyor mu diye baktım evet.

4A: Neyin iç açıları toplamı 720 mi?

5U: Şunların(*iki paralelkenar ve bir eşkenar dörtgenin*) gerçi yanlış mı topladım? Yooo olmuyor. Yerleştiremeyiz diye bir şık var mı? Yani biz yazabiliyor muyuz?

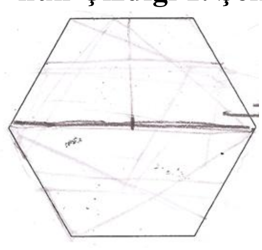
Bu noktada öğrenci bazı yapıları tanımış olmakla birlikte bunlar ile ilgili bilgileri uygun şekilde kullanılmadığı ortaya çıkıyor. Öğrencinin bu kararında ölçülerin birbirini tutmamasının dışında yaptığı denemelerden de sonuç alamamasının etkisi var gibi gözüküyor.

9U: Aslında şöyle yani iki tane paralelkenar 360 bir de eşkenar dörtgen o da 360. Bunlar işte 720 yi oluşturmuyor.

10A: Neden 720 yi oluştursun?

11U: Düzgün de çizilemiyor aynı zamanda. Yani, iki tane yamuk oluyor(*Şekil 86'da düzgün altıgeni bir köşegen ile iki eş yamuğa ayırıyor*).

Şekil 86
U'nun Çizdiği 1. Şekil



12A: Peki hangi dörtgenler yerleştirilebilir oraya hiç boşta alan kalmayacak şekilde.

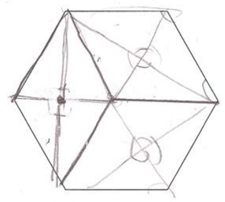
13U:İki tane yamuk olabilir.

…

20A: İki tane yamuk olabilir diyorsun. Başka?

21U: (*Kum saati şeklinde iki üçgenden oluşan yeni bir şekil çiziyor*) aslında oluşturduk gibi. Karşılıklı üçgenler. Şunlarda (*üçgenler dışında kalan iki bölüm*) eşkenar dörtgen. Ama işte bunlarda(*üçgenlerde*) sorun var. Bulamadım.

Şekil 87
U'nun Çizdiği 2. Şekil



Önceki bakış açısından farklı bir bakış açısı ile soruya yaklaşan U, yeni durumda eşkenar dörtgeni tanıyor fakat bu noktadan bir adım ileri gitmekte zorlanıyor(21U). Biraz da sonuca ulaşmak konusunda aceleci davranıyor.

27U:(*Eşkenar dörtgenler oluşan kısımları da ikişer üçgene ayırarak birbirine eş altı üçgen elde ediyor*).

28A: Tam olarak ne düşündüğünü anlayamadım.

29U: Şurada buldum eşkenar. İki tanemiydi? Yo bir tane, şunu sileyim. Şöyle diyorum şöyle bir tane eşkenar dörtgen iki tane yamuk.

30A: İki tane yamuk

31U: İki tane yamuk diyorum pardon iki tane paralelkenar.

32A: Neye dayanarak bunları söyledin. Nereden biliyorsun onların paralelkenar ve diğerinin de eşkenar dörtgen olduğunu?

33U: Ölçüm yapabiliyor muyuz?

34A: Hayır. Bunların özelliklerinden yola çıkarak açıklayacaksın.

35U: Baktığımda şuraları 180 ediyor. U kuralı burası da aynı şekilde.

U, yeni oluşturduğu durumda düzgün altıgen ve eşkenar dörtgen bilgisini kullanarak rahatlıkla iki tane paralelkenar ve bir tane de eşkenar dörtgeni tanıyor(31U). Görüntü olarak tanıma ve kullanma eylemlerini kısmen gerçekleştiren U, acaba ilişkilendirmeyi ifade edip gerekçelendirmelerini tam yapabilecek mi? U, oluşturduğu bu yeni durumda iki paralel doğruyu bir kesenle oluşan açıları da tanıyor ve bundan dolayı U kuralı olarak belirtilen kuralı kullandığını ifade ediyor. Bu noktada öğrencinin bunların neden paralel olduğunu açıklayabilmesi de gereklidir.

36A: 180 etmesi neyi gösterir?

37U: Yani paralelkenar olduğunu gösterir. Ama tabi bir özelliği tamamen göstermeyebilir. Şu açıları da şu şekilde, aaa bir de şey bu(*eşkenar dörtgenin köşegenleri*) ortalıyor.

38A: Ney ortalıyor?

39U: Köşegenler birbirini ortalıyor?

40A: Nereden buldun?

41U: Çizdim.

42A: çizerek yaptın.

43U: Evet. Bu da 90 derece oluşturmuyordu burada oluşturuyordu.

44A: Emin misin peki 90 derece olduğunu onların?

45U: A yok hayır. Ama şu oluşturmuyordu zaten şeyde de paralelkenar da. Oradan hatırlıyorum.

46A: Oluşturmadı mı?

47U: Yok oluşturmuyordu zaten derste işlediklerimizde burada da oluşturmadı, ama şurada ortalamasından dolayı böyle düşünüyorum. Son kararım.

U, yaptığı ilişkilendirmelerin sonunda bir sonuca ulaşmak yerine tahminlerini doğrulamak için gerekçelendirmeler yapıyor. Bu nedenle de bazı ciddi eksiklikler ve hatalar ortaya çıkıyor. Eşkenar dörtgen olarak belirttiği şeklin köşegenlerinin birbirini dik kestiğini söylerken aslında eşkenar dörtgen olan paralelkenarın köşegenlerinin birbirini dik kesmediğini söylemesi belki de bunun en belirgin göstergesidir. Soruyu okumasının ardından çeşitli denemeler yapmaya başlayan Ş, kenarlar arasındaki paralelliğe özen gösterirken alanlarında paylaşımını dikkate alıyor.

3Ş: Neye dikkat ediyorum. Şimdi şu. En başta boşta hiç alan kalmamasına.

4A: O çizgiyi(*ilk doğru parçasını*) çizerken neye dikkat ettin?

5Ş: Şuna(*altıgenin bir kenarına*) paralel.

…

13Ş: (*soruyu okuyor tekrar*) Nasıl yerleştiririm hakikaten?(*düşünüyor*)

14A: Yaparken anlatır mısın ne yaptığını?

15Ş: Şu kenarı ile eş olabilecek yani 3,4 buldum burayı karşısına bir yine aynı uzunlukta, kenar olmuyor o yüzden içine çizeceğim. Hocam oldu.

16A: Nasıl oldu?

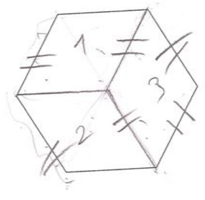
17Ş: Cetvelsiz çizdim ama oldu.

…

22A: Çizerken neye dikkat etmen gerekir bir hata olmaması için

23Ş:Şurasının(*paralel kenarın*) yamukluğunu hesaplayacak bir alete. Ama(*düşünüyor ve şekil 88'u çiziyor*)

Şekil 88
Ş'nin Çizdiği Şekil



26A: Hangileri paralel kenar?

27Ş: Şu

28A: Hangisi eşkenar dörtgen

29Ş: Bu

30A: Nereden emin olabiliyorsun?

31Ş: Ölçeceğim şimdi.

32A: Ölçmeden söyleyemez misin?

33Ş: Söylerim.

…

40A: Ne şekilde baktığını anlayamadım. Nasıl test ediyorsun?

41Ş: Yani hiç ölçmeden şey yapsam?

42A: Evet ölçmeden

43Ş: Parmağımla falan. Eşit bunlar

44A: Nasıl ikna edeceksin beni eşit olduğuna.

45Ş: Eşit yani. Özelliklerini saymaya başlayacağım.

46A: Say

47Ş: Nasıl ikna edebilirim. Ölçerek diyeceğim ama

Matematiksel ilişkilendirmeler yapmak yerine devamlı ölçme ihtiyacı hisseden(31Ş, 47Ş) Ş'nin ifadelerinden eşkenar dörtgen ve paralelkenar ile ilgili yapıların önceden doğru oluştuğu anlaşılıyor. Fakat öğrencinin, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve bunlara ek bir takım bilgileri kullanma ile ilgili yetersiz kaldığı söylenebilir.

51Ş: Kare şurası.

52A: Kare dediğin yer neresi? Neden kare olduğunu düşündün.

53Ş: Bilmiyorum çünkü küp çizerken gerçi paralel kenar kullanıyorum. Yani şurası burayı ikna edemediğim gibi burasının da paralelkenar olup olmadığı hakkında bir yorum yapamam yani.

…

56A: Çizerken neye dikkat ederek çizdin?

57Ş: Cetvelle şu çizginin arasındaki boşluğun dengeli olmasına dikkat ettim. Ne gibi bir denge diyeceksiniz. Yani şöyle olduğu zaman yamuk olur ve şu köşeyle şu köşenin nasıl deyim. Yani birleştirdiğimde bu devam ettiğinde buraya

Ş, ölçmenin dışında bir gerekçelendirme yapabilmiş değil(31Ş, 47Ş). Ş, tanıdığı bilgileri kullanma konusunda sorun yaşıyor. Bu durum belki de ihtiyaç duyduğu yapıları tam olarak tanıyamamasından ve bunlar ile ilgili bilgileri kullanamamasından kaynaklanıyor olabilir. Ş, şekilleri çizerken neye dikkat etmesi gerektiğinin farkında olmakla birlikte nasıl çizeceğini bilmediğinden sonuca ulaşmakta zorlanıyor(57Ş).

58A: Gelirse o ne olur?

59Ş: Gelirse ne olur? Bakalım. Yamuk oldu

…

62A: Sorumuza dönersek

63Ş: Sizi nasıl inandıracağıma mı yoksa nasıl yerleştirirsiniz i zaten yaptım.

64A: Yaptım diyorsun peki yerleştirdiğin şeyin doğru olduğundan nasıl emin olacağız?

65Ş: Yine ölçerek

66A: Sen yaptığın şeyin doğruluğundan eminsin yani. Nasıl emin olabiliyorsun?

…

71Ş:(*düşünüyor*)hocam emin olamıyorum. Ölçmeden hiçbir şeyden emin olamıyorum zaten.

Ş'nin emin olmak için ölçme ihtiyacı olduğunu belirtmesi matematiksel bağlantılar üzerinde kafa yormadığını ya da bu bağlantıları kuramadığı için bu yola yöneldiğini gösteriyor.

72A: Peki şöyle bir soru sorsam sana; acaba sen bu altıgenin içerisine hangi dörtgenleri sığdıra bilirsin? Hiç boşta alan kalmayacak şekilde.

73Ş: Sadece dörtgen mi olacak?

74A: Evet

75Ş: (*çiziyor*)Paralelkenar da bir dörtgendir.

76A: Yani

77Ş: Onu sığdıramaz mıyım? Yine aynı şey oldu. Hepsi kare oldu. Üç boyutlu şekil çizip duruyorum artık. Evet.

78A: Bu kadar mı? Bunun dışında çizilemez mi?

79Ş: Çizilir

80A: Denemek ister misin?

81Ş: Hayır çünkü zaman yetmez yani. Yani sorunuz neydi?

82A: Birbirinin alanlarını paylaşmayacaklar. Yani birisinin iç bölgesi başka birisinin iç bölgesi olamaz.

83Ş: Kesinlikle üçten fazla çizilir ama benim şu an aklıma bir şey gelmiyor.

Ş, diğer birçok öğrencinin de çizdiği ve bu çizim üzerinde problemin çözümüne yönelik bazı yapıları tanıdıkları durumda ihtiyaç duyulan yapıları tanıyamıyor. Bununla birlikte diğer hiç bir öğrencinin fark etmediği yada ifade etmediği yeni durumun üç boyutlu bir şekil olan küpün çizimi olduğunu fark ediyor. Bu şeklin de karelerden oluştuğu bilgisini veriyor.

4.2.5.3. 3. Düzey Öğrencilere Ait Bulgular

Problemi anladığından emin olmak için bazı sorular yönelten C ilk olarak paralelkenar ile eşkenar dörtgenin ilişkisi üzerinde durmuştur.

5C: Zaten bir altıgenin içinde(düşünüyor) ilk önce bir eşkenar dörtgen aynı zamanda da bir paralelkenardır.

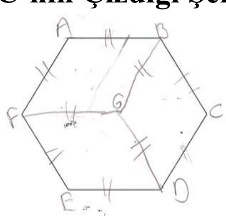
6A: Eşkenar dörtgen?

7C: Ya da bir paralel kenar bir eşkenar dörtgendir.

8A: Her paralelkenar mı bir eşkenar dörtgendir?

9C: Hayır değildir(*şekil 89'u çiziyor*).

Şekil 89
C'nin Çizdiği Şekil



13C: Burada iki tane paralelkenar var burada bir eşkenar dörtgen var.

14A: Nereden o ikisinin paralelkenar olduğundan eminsin? Onlar paralelkenarsa diğerinin eşkenar dörtgen olduğunu nasıl ispat edersin?

15C:AB ile FG paraleldir. AF ile BG de paraleldir.

…

20A: Peki onu o amaçla çizdiysen aşağıdakinin paralelkenar olduğunu nasıl söylersin? Diyelim onu paralelkenar olarak hazırladın

21C: Çünkü bunlar eşit. Bunlar düzgün altıgen olduğu için bunlar birbirine eşit. Ona göre o da bununla eşit olduğu için buralar eşittir.

22A: Onlar öyle diğer kenarlar ile ilgili olarak ne söyleyebilirsin?

23C: Diğer kenarlarda da buradan bunlar da şöyle eşit. AF ile BG de eşit. Buna göre(*düşünüyor*)

24A: Onun(*[GD] nin*) eşit olduğunu neye göre söyleyeceksin?

25C:GD FE ye paralel olduğu için.

26A: FE ye paralel olduğu için. Paralel olduğunu nereden biliyorsun?

27C: Çünkü onu düşünerek çizdim. Paralel olduklarını düşünerek çizdim

28A: Yukarıdakini onu düşünerek çizmiştin zaten aşağıdakini nasıl çizdin?

29C: Çünkü ikisi eş

30A:G noktasıyla D noktasını birleştirdiğin zaman oluşan doğru parçasının EF ye paralel olduğunu nasıl söyleyebilirsin?

31C: Çünkü buradaki içine çizdiğim her şey birbirine eşit

32A: Eminsin yani GD nin de eşit olduğuna.

33C: Evet eminim.

34A: Peki burada hangileri paralelkenar hangileri eşkenar dörtgendir?

35C: Alında, mesela bu ikisi paralel kenar bu eşkenar dörtgen. Çevirirsek aynı şeye denk geliyor.

36A: Nasıl çevirirsek?

37C: Mesela BGDC eşkenar dörtgeninin birazcık sola doğru çevirsek bana göre sol AFGB ye eş oluyor.

38A: AFGB eş oluyor öyle mi?

39C: Şu

40A: Çevirmediğin durumda?

41C: Çevirmediğimiz durumda aynı şey aslında… Aslında üçü de aynı şey.

Problem çözme sürecine paralelkenar ve eşkenar dörtgenin ilişkili olduğunu vurgulayarak başlayan C sonrasında net olarak bu ilişkiyi belirlememiştir. Bununla birlikte öğrencinin zihninde bu bilginin doğru oluştuğu anlaşılmaktadır. C, problemde kendisinden beklenen sonuca ulaşmış olmakla birlikte gerekçelendirmelerini basit düzeyde yapmış fakat bunları ayrıntı ve mantıklı bir sıra içerisinde ortaya koyamamıştır. Bu nedenle de tanıma eylemini gerçekleştirdiği düşünülen öğrencinin kullanma eylemini tam olarak gerçekleştirdiği söylenemez.. Öncelikle aklında bazı değerlendirmeler yapıp emin olduktan sonra kâğıda dökmeye karar veren E, yaptıklarından çok emin gözüküyor.

5E: Tamam. Açıölçerim varmış gibi düşünsem olur mu?

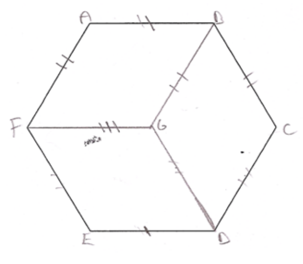
6A: Düzgün altıgenin ve sana söylenen şekillerin özelliklerini kullanarak aralarındaki bağlantıyı söyleyerek yapabilirsin.

7E: Şu kenarın uzunluğu 3,3.

8A: Şeklin çok düzgün çizilmesi gerekmiyor. Senin söylediğin çıkarımlar önemli.

9E: (*çiziyor*)Bu ikisinin köşegeninin gibi bir doğru hani 3,3 lük bir çizgi çizip şuradaki şu şeyle şuradaki köşeyi birleştireceğiz. Sonra şu köşeyle de şu köşeyi birleştirip.

Şekil 90
E’nin Çizdiği Şekil



Uzun süre düşündükten sonra şekil çizmeye paralelkenar çizerek başlayan E, ikinci paralelkenarı da çizdikten sonra ortaya çıkan durumda eşkenar dörtgeni fark ediyor.

10A: Şimdi ne oluşturmuş oldun onu açıklar mısın?
11E: İki tane paralelkenar.
12A: Hangileri paralelkenar.
13E: (*yazıyor*)ABGF paralelkenar, FGCE paralelkenar. BCDG bu da eşkenar dörtgen
14A: Neden?
15E: Buradaki şu ölçüyle çizdiğim için buradaki doğru parçasını bu ikisi birbirine eşittir. Yani zaten paralelkenarın şeyi olduğu için karşılıklı kenarları birbirine eşittir. Şu da eşittir birbirine. Bu kenar buna eşittir. O zaman bu da buna eşit oluyor. Bu zaten buna eşittir. Karşılıklı kenarlar birbirine eşit olduğu için bu da buna eşittir. Bu kenar yine buna eşittir. Aslında hepsi birbirine eşittir. Bu da eşittir.

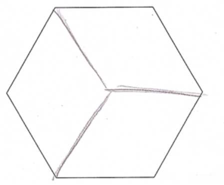
E, gerekçelendirmelerini birbiriyle bağlantılı ve tutarlı bir şekilde yapıyor. E, peş peşe ilişkilendirmelerini yaptıktan sonra bütün kenar uzunluklarının aslında birbirine eşit olduğunu fark ediyor.

16A: Peki buraya ben üç tane eşkenar dörtgen yerleştirebilir misin deseydim bundan farklı bir şey yapacak mıydın?
17E: Hayır. Üç tane paralelkenar da olur.

Bir önceki aşamada tüm kenar uzunluklarının birbirine eşit olduğunu fark eden E, bu şekillerin tümünün paralelkenar yada tümünün eşkenar dörtgen olarak da değerlendirilebileceğini düşünüyor. E'nin problemi çözmüş ve gerekçelendirmelerini yapmış olması oluşturma eyleminin gerçekleştiğini gösterir mi? E, problem çözme sürecinde tanıma ve kullanma eylemlerini birlikte gerçekleştirerek sonuca ulaşmıştır. Bu problem durumunda bir altıgenin içerisinde iki paralel kenar ve bir eşkenar dörtgen ya da üç paralelkenarın veya üç eşkenar dörtgenin çizilebileceği sonucuna ulaşarak da oluşturma eylemini gerçekleştirmiştir. Soruyu okuduktan sonra çözümün kolay olduğunu düşündüğünü söyleyen S'nin öncelikle taslak bir çizim oluşturduğu görülmektedir.

5S: Şöyle bir şekil oluyor yaklaşık(*Şekil 91'i çiziyor*).

Şekil 91
S'nin Çizdiği 1. Şekil



8A: Görüntü böyle. Ama bunların ikisinin paralelkenar birisinin eşkenar dörtgen olduğuna nasıl ikna edersin?

9S: Bir dakika yanlış şekil çizdim. Şu ikisi paraleldir bu üçü hatta.

10A: Nereden biliyorsun?

11S: Bir dakika o zaman simetrisini alayım. Şu iki parça simetriktir(*paralel dörtgenler*). Ona göre de bunlar paralel olmak zorundadır.

…

14A: Önce paralelkenar mı oluşturmaya çalışıyorsun?

15S: Evet. Aslında karışık gidiyorum yani hangisi çıkarsa, bakalım. Sonra

…

18A: isimlendirebilir misin köşeleri?

19S: Peki, A, B, C ve D köşesi desek. Şimdi ABCD paralelkenar, üçüncü simetri doğrusunu da çizelim. Tamamdır, ikinci paralelkenarımızla ikinci eşkenar dörtgenimiz de oluştu şimdi. Şu ortadaki çizgileri sonrasında silersek şeklin iyice karışmaması için. Tamamdır. Paralelkenarımızı ve eşkenar dörtgenimizi elde ettik(*şekil 92*).

Şekil 92
S'nin Çizdiği 2. Şekil

S, çözüme yönelik önce bir taslak çizim yapmıştır(*şekil 91*). Bunun ardından soruya verdiği yanıtı gerekçelendirmek için bazı açıklamalarda bulunmuş ve yeni bir şekil çizmiştir(*şekil 92*). Gerekçelendirmelerini yaparken simetri kavramı üzerinde durmaktadır(*11S*, *19S*).

20A: Şimdi ABCD paralelkenardır dedin. Başka hangisi paralelkenardır?

21S: Şimdi EF desek şuna. CDEF. Eşkenar dörtgen de AGCE

…

27S: Şunun ikisinin paralelkenar olduğunu bir kere kanıtladık. Burası kesin. Bu ikisi ile işimiz bitti. Bu kenarları paralel sonuçta. Şu açı 120 bu da U kuralından 60. Bu da karşılıklı açıların eşit olmasından dolayı 60. Altıgenin bir iç açısı bu arada 120 derecedir. Karşılıklı açıları eş olunca önce burası 120 derece. Sonra bu paralelkenar yine aynı şekilde 120 ye 60 şurası da 120 60 60. kaldı şu eşkenar dörtgenimiz. 120 120 etti 240 360 dan çıkarttık 120 kalıyor. Sonra 120 den 60 çıkardığımızda altıgenden şu bilgiden dolayı. 120 den 60 çıkardığımızda 60 kalıyor.

28A: Açıların böyle olması bunun eşkenar dörtgen olduğunu garanti eder mi?

…

35S: Sonra. Şu ikisi eşittir şuna. Aslında bunların hepsi de hem paralelkenar oluyor hem eşkenar dörtgen oluyor.

36A: Eşkenar dörtgen ve paralelkenar aynı şey olabilir mi?

37S: Eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasındaki tek fark eşkenar dörtgenin bütün kenarlarının eşit olmasıdır. Eşkenar dörtgen aynı zamanda bir paralelkenardır.

38A: Bunun neden eşkenar dörtgen olduğunu göremiyorum hala ben.

…

41S: Biz aslında bunu çizerek üç tane simetri doğrusunu kesiştirdik ya. Burada bütün simetri doğrularının orta noktasını bulduk. O yüzden şunları tekrar çizersek bunların hepsinin birbirine eşit olduğunu görürüz.

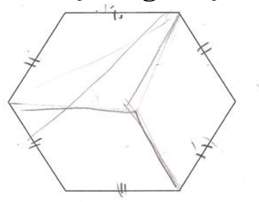
Problemin çözümünde ihtiyaç duyulan tüm yapıları tanıdığını gösteren S, tanıdığı yapılar ile ilgili bilgileri kullanarak sonuca ulaşmıştır. S'nin kendinden emin tavrı dikkat çekicidir. Yöneltilen sorulara verdiği yanıtların niteliği matematiksel olmasının yanında birbiri ile tutarlı gerekçelendirmeler de içermektedir(27S, 37S). Öğrenci kullandığı ifadeler ile oluşturma eylemini gerçekleştiğini ortaya koymaktadır(35S). Herhangi bir çizim yapmadan bu şekillerin yerleştirilebileceğini söyleyen R'nin tavırlarından pek de ayrıntılı düşünmediği anlaşılıyor.

5R: İkiye böleceğim çünkü iki tane eşit şey istiyor paralelkenar.

6A: İkiye böleceksin

7R: Bir dakika ben nasıl çizmiştim paralelkenarı? Yo böyle(*şekil 93'ü çiziyor*)

Şekil 93
R'nin Çizdiği 1. Şekil



12A: O işaretler ne anlama geliyor?

13R: Birbirine eşittir.

14A: Neye göre bunları yaptın?

15R: Şimdi iki tane paralelkenar olması gerekiyordu. Şuradan bir tane paralelkenar çıkardım. Ona bir tane de eş paralelkenar olması gerekiyordu. Onun arkasından bir tane paralelkenar çizdim. Zaten geriye eşkenar dörtgen şekli çıktı.

…

18A: Peki paralelkenarı oluşturduktan sonra yukarıdakinin paralelkenar olduğundan nasıl emin olabiliyorsun?

19R: Onu da şuraya çizebilir miyim tekrar?

…

22A: İstersen tekrar çizebilirsin.

23R: Dikdörtgen gibi bir şekil paralelkenar. Özellikleri aynı. Sadece paralelkenarın çizimi farklı. İki tane nasıl desem, dikdörtgen çiziyormuş gibi ama onun biraz daha kaymış şekli.

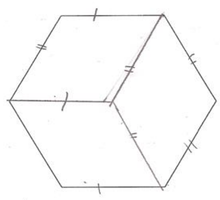
24A: Nereden başlayacaksın? Şeklini çizdin(*şekil 99*). Hangi kenarların birbirine eşitliğinden başlayacaksın?

25R: Karşılıklı kenarlar eşittir paralelkenarda. Onları eşit olarak göstereceğim.

26A: Önce buradan başlıyorsun. Bunun iki birbirine eşit paralelkenar olduğu için. Başka?

27R: Evet, şu ikisi birbirine eşit. Ona bağlı olarak bu ikisi birbirine eşit.

Şekil 94
R'nin Çizdiği 2. Şekil



34A: Emin misin o çiziminden? Bunun paralelkenar olduğu zaman bunun da paralelkenar olabileceğinden emin misin?

…

37R: Ben çizimime güvendim. Siz nereden emininiz?

38A: Her zaman bir altıgenin içerisinde olabilir mi böyle bir şey?

…

41R: Bence olabilir. Her şey mümkün, şu zaten eşkenar dörtgen oluyor.

…

44A: Neden onlar birbirine eşit oldu?

45R: Çünkü eşkenar dörtgen benim çizimim. Cetvel kullanmadık. Matematikte de gerçekten ölçüm yapmadan oraya 4 cm diyebiliyorlar.

R, çizimi doğru yapmakla birlikte çizimini nasıl yaptığı ile ilgili gerekçelerini ortaya koyamıyor. Ortaya koyduğu yapı üst düzeyde bir öğrencinin oluşturabileceği bir yapı olmakla birlikte gerekçelendirmesi ise düşük düzeydeki bir öğrencinin yapabileceği bir düzeyde kalıyor.

65R: Bir dakika. Bunun bütün kenarları birbirine eşit. Düzgün altıgen çünkü. Paralelkenar çizebilir miyiz? Şu ikisinin eşit olması gerekiyor şu ikisinin karşılıklı olması gerekiyor. Bence çizemeyiz.
66A: Neden kararını değiştirdin?
67R: Çünkü düzgün bir altıgen bu ve düzgün altıgenin bütün kenarları eşit oluyor. Paralelkenarın da bütün kenarları değil sadece karşılıklı kenarları eş oluyor.

Çeşitli denemeler ve sorgulamalar yapan R, problem çözme sürecinin başlangıcında beklenen doğru şekli oluşturmuş olmakla birlikte bu sürecin sonunda beklenmedik şekilde çizilemez yanıtını veriyor. Bu durumun sebebi, şekli çizme gerekçesini ve ilişkilendirmelerini yapamayan öğrencinin önceki bilgilerinin de kırılgan bir yapıda bulunmasından dolayı karar verememesi olabilir.

4.2.5.4. Problem 5'a İlişkin Bulgulara Genel Bakış

Öğrencilerin genellikle tanıma eylemini gerçekleştirdikleri gözlemlenen 5. soruda 1. düzey öğrencilerin yanıtları incelendiğinde problemin çözümünü belli bir strateji çerçevesinde değil ama her aşamada bir sonraki adımı düşünerek ele aldıkları görülüyor. Öğrencilerin ifadeleri tam olarak matematiksel bir dil barındırmamakla birlikte çözüm sürecinde özellikleri bakımından bir şeklin sözel tanımını kullanmaları, yorumunu yapmaları ve bu tanımı şekli oluşturmada kullanmaları açısından öğrencilerin 2. düzeyde oldukları söylenebilir. 2. düzey öğrenciler ise gerekçelerini ortaya koyma konusunda bazı noktalarda 1. düzeydeki öğrencilerden daha başarısız gözükmekledirler. T şeklin görüntüsünü dikkate alarak bir takım sonuçlara vardığı gözlemlendiği için daha çok 1. düzey özelliklerini göstermektedir.
N, gerekçelendirmelerini yaparken şekli analiz etmesi açısından 3. düzey fakat bazı yerlerde de gerekçe ortaya koyma konusundaki isteksizliği ile ise 2. düzey

özelliklerini sergilemiştir. Şekli analiz ederek bir strateji çerçevesinde çözüm araması açısından 3. düzeyde görülen U ise hatalı yapılar sebebi ile çözümüne geçerli gerekçeler bulamamıştır. Probleme daha çok görsel olarak bakan ve ölçmeye dayalı bir yol izlemek isteyen Ş'nin ise bazı noktada 1. bazı noktalarda ise 2. düzeyin özelliklerini gösterdiği söylenebilir. 3. düzey öğrencilerden E ve S tam olarak bu düzeyin belirleyicilerine uygun bir süreç geçirmişlerdir. C ve R ise verdikleri yanıtlarla 2. düzey özelliklerini daha çok gösterdiklerini ortaya koymuşlardır.

4.2.6. Etkinlik Süreci Bulguları

Sınıfta gözlemlenen ve kayıt altına alınan etkinlik süreçlerinde öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin gerçekleşme şekli üzerinde durulmuştur. "Geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?" sorusunun yanıtlarından birisi grup içerisindeki tartışmalar diğeri ise sınıf içerisindeki tartışmalar dikkate alınarak yanıtlanabilir.

Buluş yoluyla öğrenme yaklaşımına uygun hazırlanan etkinliklerin aşamalarına bakıldığında öğrencilerin düşünsel süreçlerini açığa çıkarma ve soyutlama sürecine katkı sağlama açısından yararı gözlemlenmiştir. Gerek sınıf içerisinde gerekse grup içerisindeki süreçlerde dikkati çeken noktalardan birisi tanıma eyleminin gerçekleşmesi ile ilgilidir. Öğrencilerin bir bölümünün tanıma eylemini ilk anda gerçekleştirememesine rağmen diğer bir bölümünün bu eylemi gerçekleştirebildiği ve bu şekilde de bir öğrencinin gerçekleştirdiği tanıma eyleminin başka bir öğrenci için de o bilgi o öğrenci için tam olarak oluşmamış bile olsa bir bilginin tanınmasını sağladığı söylenebilir. Bu yolla da tüm öğrencilerin bilgi oluşturma sürecinde yer alma ve takip etme şansı oluşmaktadır.

Tanıma eyleminin gerçekleşmesinin ardından ilk aşamada bu eylemi gerçekleştiremeyen öğrencilerin de süreci takip edip sonraki adımda kullanma eylemini gerçekleştirdiği gözlemlenmiş olmakla birlikte ileriki aşamalarda ilk olarak tanıma eylemini gerçekleştiren öğrencilerin daha sıklıkla kullanma ve oluşturma eylemlerini gerçekleştirmiş oldukları dikkat çekmiştir.

Etkinlik süreçlerinde kullanılan model öğrenci merkezli bir model olduğundan dolayı öğretmenin donanımlı ve iyi bir rehber konumunda olması bunun yanında öğrenci-öğretmen ve akran etkileşiminin yoğun olduğu etkinlik sürecinin iyi yapılandırılması ve yönlendirilmesi gerekmektedir. Özellikle grup çalışmaları sırasındaki akran etkileşimlerinde yüksek geometrik düşünme düzeylerinde bulunan öğrencilerin grubu yönlendirdiği ve kendi çıkarımlarına ortak ettiği gözlemlenmektedir. 2. ve 3. düzey öğrencilerin etkinlik süreçlerinde gerek sınıf içerisindeki gerek grup içerisindeki tartışmalarda aktif katılımları gözlemlenirken 1. düzey öğrencilerin daha pasif ve niteliksiz bir katılım süreci takip ettikleri söylenebilir. Düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin yapılan görüşmelerden farklı olarak bazı durumlarda daha çok rol aldıkları ve konuştukları fakat bu konuşmaların söz almadan araya kaynayacak şekilde düşüncelerini ifade etmekten öteye geçemediği ve niteliğinin görüşmeler sırasındaki ifadelerinin niteliğinde daha düşük olduğu gözlemlenmiştir. Bunun nedeni bire bir görüşmelerde öğrenciden gerekçelendirmeler beklenmesi ve öğrencinin buna karşılık vermekte güçlük çekmesi buna karşılık sınıf içi etkinlik sürecinde bireysel olarak gerekçelendirmenin üzerinde tam durulmaması etkili olabilir.

Bir taraftan van Hiele düzeylerinin genel özellikleri arasında yer alan diğer taraftan da soyutlama sürecinde önemle üzerinde durulan dilin kullanımı sınıftaki etkinlik süreçlerinde de dikkat çeken bir nokta olmuştur. Üst geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin kullandıkları matematiksel dili daha dikkatli ve yerinde kullandığı buna karşılık düşük geometrik düzeydeki öğrencilerin bu tartışmalara matematiksel dili iyi kullanamadıkları gözlemlenmiştir. Bundan dolayı aralarında zaman zaman gerçek anlamda bir iletişim kurulamadığı, bunun yanında da aynı şekilde problemin çözüm sürecine ortak olamadıkları söylenebilir.

Bire bir görüşmelerden farklı olarak öğrencilere yöneltilen sorular akışa göre daha değişken olabilmektedir. Sorunun zamanlaması da öğretmenin dikkat etmesi gereken bir noktadır. Öğretmen zamanında sorduğu doğru sorular yardımıyla öğrencilerin zihinsel değişim süreçlerine katkısının bulunduğu söylenebilir. Dersin akışı içerisinde sorulan farklı sorularla uygun yönlendirmeler yapıldığı ve rutin etkinlik aşamalarının yanında bu şekilde de bilgi oluşturma sürecine katkı sağlandığı söylenebilir.

Sınıfta bir tartışma ortamı oluşması dersi gerçekten takip eden öğrenciler için bir fırsata dönüşmekte ve dersin sonunda daha çok öğrencinin oluşturma eylemini gerçekleştirmesi mümkün olmaktadır. Sınıfta gerçekleşen tartışmalarda öğrenci bir noktada tıkandığında bire bir görüşmelerden farklı olarak arkadaşlarının verdiği ip ucunu değerlendirip problemin çözümüne devam edebilmektedir.

RBC soyutlama teorisine göre soyutlama süreci, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak tanımlanmaktadır(Hershkowitz ve diğer, 2001). Buluş yolu ile öğrenme yaklaşımına göre oluşturulmuş süreçlerinde bireysel ve grup çalışmaları yapılan bir öğrenme ortamında öğrencilerin mevcut bilgilerini kullanarak yeni bir matematiksel yapı oluşturmaları açısından ilerleme kaydettikleri söylenebilir.

BÖLÜM V

SONUÇ TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu tez kapsamında farklı geometrik düşünme düzeylerindeki 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgi oluşturma süreçlerinin yapısını incelemek amaçlanmaktadır. Bu amaçla gerçekleştirilen araştırmanın bulgularına dayalı olarak ulaşılan sonuçlara, bu sonuçlarla ilgili tartışmalara ve sonuçlar çerçevesinde geliştirilen önerilere yer verilen bu bölümde geometrik düşünme düzeyleri ve bilginin oluşumu arasındaki ilişkiye değinilmektedir. Elde edilen bulgulardan hareketle geometrik düşünme düzeyi yüksek ve düşük olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri birbirleriyle karsılaştırılmaktadır.

Tez kapsamında öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri RBC teorisi kullanılarak gözlemlediğinden, RBC teorisi çerçevesinde bilgi oluşturma süreçleri ve geometrik düşünme düzeyleri yeniden ele alınmaktadır. Bu bağlamda;

- RBC teorisinin bir araç olarak geometrik düşünme düzeylerini anlamaya nasıl yardımcı olduğu ortaya konulmakta,

- Teorik olarak geometrik düşünme düzeyleri ve RBC teorisinin öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin gerçekleşmesi yönünden nasıl ilişkili olduğu karsılaştırılmakta ve

- Son olarak da verilerinin toplanması ve analiz edilmesi sürecinde fark edilen bazı noktalara dayanarak yapılması alana katkı sağlayacak yeni araştırma konuları önerilmekte ve bunu yanında öğretmenlere, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirme sürecinde katkısı olacağı düşünülen bazı noktalarda önerilerde bulunulmaktadır.

Deneysel Çalışma Bulgularının Değerlendirilmesi

Buluş yolu ile öğrenme stratejisinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine etkisini test etmek amacı ile planlanmış olan deneysel araştırma sonunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Araştırma kapsamında deney ve kontrol grubundaki öğrencilere ön test ve son test olarak "Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi" uygulanmıştır. Araştırmada deney ve kontrol grubundaki 7. sınıf öğrencilerinin eğitimden önce geometrik düşünme düzey belirleme testi puanlarının farklılık göstermediği sonucu elde edilmiştir.

Ön test puanları dikkate alındığında öğrencilerin %1' inin 0. düzeyde, %21'inin 1. düzeyde % 44'ünün 2. düzeyde ve % 34'ünün 4. düzeyde olduğu görülmüştür. Son test puanları dikkate alındığında ise öğrencilerin %8' inin 1. düzeyde, %21'inin 2. düzeyde % 66 'sının 3. düzeyde ve % 5 'inin 4. düzeyde olduğu görülmüştür. Çıkan bu sonuçların öğrencilerin sınıf seviyesi ile geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi ele alan bazı çalışmalar ile büyük oranda tutarlık gösterdiği söylenebilir. NCTM (2000) standartları baz alındığında ilköğretim 6. sınıf ile 8. sınıf arasındaki öğrencilerin 3. düzeyde olması gerektiği görülmektedir. Buna paralel olarak Fuys (1985) da 6. sınıf öğrencilerinin 1. ve 3. düzey aralığında olması gerektiğini, Mistretta (2000), Breen (2000) ve Van de Walle (2004) 8. sınıf öğrencilerin en az 3. düzeyde olması gerektiğini savunmaktadır.

Buluş yoluyla öğrenme yaklaşımın göre tasarlanan öğretimin uygulandığı deney grubu ile öğretmenlerin ders kitabına ve MEB'in programına göre tasarlanan öğretimin uygulandığı kontrol grubunun eğitimden sonraki geometrik düşünme düzeyleri karşılaştırılmıştır. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin eğitimden sonra geometrik düşünme düzeyleri incelendiğinde iki grubun da puan ortalamalarında artış olduğu ve bu artışın da anlamlı düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Diğer taraftan her iki grubun da son test puanları karşılaştırıldığında gruplar arasında istatistiksel açıdan anlamlı bir fark bulunmamıştır.

Bu sonuçlar değerlendirildiğinde buluş yoluyla öğrenme yaklaşımına göre tasarlanan öğretimde keşfetmeye yönelik etkinliklerin yanında MEB'in ortaya koyduğu yaklaşıma göre tasarlanan öğretimin de öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirdiği söylenebilir.

Buluş yolu ile öğrenme stratejisinde olumlu sonuçlar almak bir takım faktörlere bağlıdır. Bunlar, öğretmenin kişiliği, öğretmenin konu ile ilgili bilgi düzeyi, konunun belirlenmesi, öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri, öğrenci sayısı, zamanlama ve sınıf düzenidir(Aşçı, 2006). Bu faktörlerden bir veya daha fazlasının etkisiyle de deney ve kontrol grupları arasında anlamlı bir farklılık oluşmamış olabilir.

Geometrik düşünmenin geliştirilmesinde öğretim sürecinin nasıl oluşturulduğu çok önemli bir noktadır. Bu amaçla verilen eğitimde öğrencileri denemeye, önceki bilgilerini kullanmaya ve keşfetmeye yönlendiren öğrenci merkezli bir yaklaşım olan buluş yolu ile öğrenme yaklaşımına göre hazırlanan etkinlikler kullanılmıştır. Bu yaklaşıma göre hazırlanan etkinlikler öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesine katkı sağlamasının yanında bilgi oluşturma sürecinde de etkili olabilen bir yaklaşımdır. Etkinlik süreçleri incelendiğinde buluş yolu ile öğrenme stratejisine uygun hazırlanan etkinliklerin öğrencilerin düşünsel süreçlerini açığa çıkarma, bilgi oluşturma sürecinin daha nitelikli ve verimli gerçekleşmesine katkı sağlama ve geometrik düşünme düzeylerini geliştirme açısından etkili olduğunu söyleyebilir.

Görüşme yapılan 12 öğrenci ile ilgili veriler incelendiğinde geometrik düşünme düzeylerindeki değişimin genele göre daha olumlu olduğu görülmüştür. Bu durumun sebebi öğrencilerin bu araştırma sürecinin içerinde bulunmaktan dolayı arkadaşlarına göre daha ilgili ve motive olmuş olmaları olabilir.

Örnek Olay Çalışması Bulgularının Değerlendirilmesi

Bu araştırma ilköğretim 7. sınıf öğrencilerin geometride bilgiyi oluşturma süreçlerini inceleyerek düşünsel süreçlerini ortaya çıkarmak amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla elde edilen veriler incelendiğinde ulaşılan başlıca sonuçlar şunlardır;

Örnek olay çalışması bulgularına dayanılarak, araştırmaya katılan farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların olduğu tespit edilmiştir. Bunların yanında öğrencilerin kullandıkları matematiksel dilin, oluşturdukları hipotezlerin ve gerekçelendirme şekillerinin de birbirinden farklı olduğu söylenilebilir.

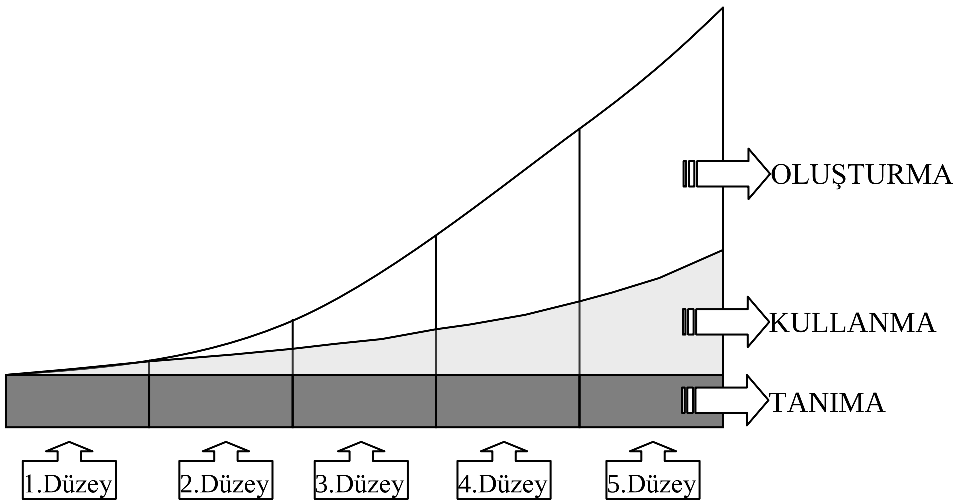
Öğrenme-öğretme sürecinin başında uygulanan "Geometrik düşünme düzey belirleme testi" görüşme yapılacak öğrencilerin seçiminde kullanılan en önemli ölçüt olmuştur. Bu çerçevede üç farklı geometrik düşünme düzeyine göre gruplara ayrılan öğrencilerle yapılan görüşmelerden çıkan en önemli sonuçlardan birisi öğrencilerin sınav performanslarına göre dahil oldukları geometrik düşünme düzeyi ile görüşme sırasında verdikleri yanıtların analizine göre dahil olabilecekleri düşünülen düzeyin bazı sorularda birbirini tutmamakla birlikte yakın olduğu söylenebilir. Özellikle 3. düzeyde gözüken öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin bir kısmının pek de bu seviyenin özelliklerini ortaya koyamadıkları gözlemlenmiştir. Bu nedenle de öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemede çoktan seçmeli sorulardan oluşan testlerin yanında görüşmeler ve bu görüşmelerin RBC teorisi kullanılarak yapılan analizlerine göre yapılan değerlendirmelerden de yararlanılabileceği ve bu yolla da daha net bir karara varılabileceği fikri oluşmuştur.

Sürece genel olarak bakıldığında çalışmaya katılan öğrencilerin matematiksel düşünme stratejilerinin ve yaklaşımlarının genelde geometrik düşünme düzeyleriyle aynı paralelde değiştiği söylenebilir. Bilgi oluşturma süreçleri incelenen öğrencilerden geometrik düşünme düzeyi düşük olan öğrencilerin hiçbiri oluşturma eylemlerini gerçekleştirememiştir. Bununla birlikte pek çoğu tanıma eylemini gerçekleştirmiş bir kısmı da tanıma eyleminin yanında kullanma eylemini de gerçekleştirebilmiştir.

1. düzeydeki bir öğrenci bu düzeyde ancak şeklin özelliklerini dikkate almadan bir bütün olarak algılar ve geometrik şekilleri adlandırır sınıflandırır ve standart olmayan adlar kullanır. Bundan dolayı da bu düzeydeki bir öğrencinin tanıma eyleminin ötesine geçmesi beklenemez. 2. düzeydeki bir öğrenci ise şekilleri bileşenleri ve bu bileşenler arasındaki ilişkileri kullanarak analiz edebilir. Bunun yanında deneysel olarak da bir şekil grubunun özelliklerini ortaya koyar ve problemleri çözmek için şekle ait özellikleri kullanır. Şekiller ile özellikleri henüz ilişkilendiremezse de bazı durumlarda şekillerle ilgili bazı genellemelere ulaşabilir. Bundan dolayı da bu düzeydeki bir öğrencinin tanıma ve kullanma eylemlerinin gerçekleştirmesi gerektiği düşünülebilir. Oluşturma eylemi ise nadir olarak gözlemlenebilecek bir durumdur. Şekillerin özellikleri arasında ya da şekiller arasında ilişkilendirmeler ortaya koyabilen öğrenciler 3. düzeyde bulunanlardır. Bu öğrenciler informal söylemler kullanarak bildiği ilişkilerden diğer ilişkileri çıkarsayabilirler. Bu düzeyde ve bundan sonraki düzeylerdeki öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinde oluşturma eyleminin gerçekleştiğini gözlemlemek sıklıkla mümkün olabilir. Bu noktada van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin açıklamaları ve düzey belirleyicileri ile RBC soyutlama teorisindeki adımlar arasında bir ilişki olduğu söylenebilir. Bu ilişki şekil 95'de daha açık bir şekilde ifade edilmiştir.

Şekil 95

RBC Adımları ile van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişki



Öğrencilerin problem çözme sürecine genellikle bir hipotezle başlayıp bunun ardından yönlendirme sorularıyla tanıma-kullanma-oluşturma eylemlerini sırasıyla veya iç içe geçmiş eylemler şeklinde ortaya koydukları gözlemlenmiştir. Öğrenciler daha önce karşılaştıkları soru tipleri ile uyumlu problemlerle karşılaştıklarında tanıma eylemi herhangi bir düzeydeki öğrencide görülürken rutinin dışında problemlerde tanıma eyleminin gerçekleştiğini görmek rutin problem durumlarına göre daha zorlaşmaktadır. Kullanma eyleminin gerçekleşmesinde akıl yürütme becerisi rol oynamaktadır(Yeşildere, 2006).

Bilgi oluşturma süreci genellikle doğrusal olarak ilerleyen bir süreç olmayıp iç içe geçmiş eylemler şeklinde gözlemlenmektedir. Bir çok çalışmada da işaret edildiği gibi tanıma-kullanma-oluşturma eylemleri peş peşe gerçekleşebileceği gibi iç içe geçmiş eylemler şeklinde de ortaya çıkabilmektedir ve daha çok tanıma ve kullanma eylemlerinin iç içe geçmiş olarak gözlemlendiği söylenebilir(Özmantar, 2004; Yeşildere, 2006; Dreyfus, 2007; Yeşildere ve Türnüklü, 2008; Altun ve Yılmaz, 2008). Bu araştırmada da genellikle tanıma ve kullanma eylemlerinin iç içe olduğu durumlar gözlemlenmiştir.

Bir yapı oluşturma süreci, farklı bir yapının da oluşumu için başlangıç noktası oluşturabilir. Öğrenci ilk olarak tanıdığı bilgiyi kullanırken yeni bir durumla karşılaşabilmekte ve bu yeni durumda da yeni bir tanıma eylemi görülebilmektedir. Bu durumun gerçekleşmesi için öğretmenin süreç boyunca yönelttiği soruların ve öğrencinin düşünsel sürecini takibinin önemi yadsınamaz. Sorunun zamanlaması da öğretmenin dikkat etmesi gereken bir noktadır. Öğretmen zamanında sorduğu doğru sorular yardımıyla öğrencilerin zihinsel değişim süreçlerine katkıda bulunabilir(Martino&Meher, 1999).

Tanıma-kullanma-oluşturma eylemlerinden en önemlisi diğerlerini de kapsayan oluşturma eylemidir. Sürecin sonunda oluşturma eyleminin gerçekleşmesi istenir ve beklenir. Bu noktada iki görüş söz konusudur. Bu görüşlerden birisine göre soyutlanan bilgi kırılgan bir yapıdadır ve pekiştirilmeye ihtiyaç duyar(Hershkowitz ve diğer, 2001). Diğer görüş ise pekiştirme olmadan soyutlamanın olamayacağını savunmaktadır ve yeni ortaya çıkan matematiksel bilgi yapılarının ancak pekiştirildikten sonra soyutlama olarak değerlendirilebileceğini öne sürmektedir(Monoghan ve Özmantar, 2006). Hangi görüş temel alınırsa alınsın pekiştirme, soyutlama sürecinin çok önemli bir bileşenidir. Araştırma sürecinde öğrencilerin tereddütlü oldukları bir çok nokta ile karşılaşılmıştır. Bu noktalarda bilgi yapılarının önceden oluşturulmuş olduğu fakat pekiştirilmediği için kırılgan bir yapıda bulunduğu söylenilebilir.

Van Hiele düzeylerinin genel özellikleri arasında yer alan dilin kullanımı soyutlama sürecinde de önemle üzerinde durulan bir noktadır. Oluşturmanın bir soyutlama olarak değerlendirilebilmesi için genellikle öğrencinin yeni bilgisini ifade etmek için bir dil geliştirdiği savunulmaktadır(Hershkowitz ve diğer, 2001). Her bir geometrik düşünme düzeyinde de düzeyin kendine ait sözcüklerin ve sembollerin çerçevesinde o terminolojiyi doğru kullanmak çok önemlidir. Bu nedenle de kullanılan dili o düzey yada daha üst düzeydeki bir öğrenci anlarken daha alt düzedeki bir öğrenci anlayamaz. Öğrencilerden de bulundukları düzeye uygun ifadeler kullanmaları beklenir. Bu araştırmada özellikle düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerde matematiksel dilin tam ve doğru olarak kullanılamadığı dikkat çekmektedir.

Öğrencilerin problem çözme süreçleri incelendiğinde, tüm seviyelerde öğrencilerin genellikle bir tahminde bulunarak ya da bir hipotez kurarak sürece başladıkları söylenebilir. Öğrencilerin birtakım işlemlerden sonra soruya yanıt vermek yerine soruya bakarak önce bir yanıt vermeye ya da bir tahminde bulunmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin problem çözme sürecini de tam olarak işletmemeleri bazı durumlarda kurdukları hipotezlerin ve problem çözümlerinin hatalı olmasına sebep olmaktadır.

Şekil ile birlikte verilen geometri soruları ile karşılaştıklarında öğrencilerin genellikle önce görünüşe göre hareket ettikleri ve görünüşten yola çıkarak da bir takım tahminlerde bulundukları ve hipotezlerini oluşturdukları söylenebilir. Tüm geometrik düşünme düzeylerindeki öğrenciler için geçerli olan bu durumun ardından öğrencinin eğer geometrik düşünme düzeyi üst düzeyde ise gerekçelendirmelere ve matematiksel bağlantılara yönelirken, düşük düzeyde ise öğrencilerin tahminlerini yineledikleri ve bu tahminlerinde de ısrarcı oldukları söylenebilir. Bu notada üst geometrik düşünme düzeylerinde yer alan öğrencilerin, alt düzeydekilere göre daha nitelikli ve gerekçeleri ortaya konabilen tahminlerde bulundukları söylenebilir. Bu durumun, bireyin problemi çözebilmesi için, tahminler yapmasını, varsayımlar üretmesini ve bu varsayımları denemesini içine alan bir süreç olan sezgisel düşünme açısından üst geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin daha iyi durumda olmalarından kaynaklandığı söylenebilir(Deniz, 2010).

Düşük düzeydeki öğrenciler genelde tahmin aşamasında kalırken yüksek düzeydeki öğrencilerin tahminlerini gerekçelendirebildikleri gözlemlenmiştir. Yapılan analizlerde öğrencilerin öncelikle hipotezlerini ortaya koydukları aşamanın ardından da bu hipotezlerini araştırmacının yönlendirmeleri ile gerekçelendirmeye çalıştıkları görülmektedir. Bu durum, beraberinde hipotez oluşturulmadan önce derinlemesine ve ayrıntılı bir düşünsel süreç yaşanmadığı için bazı hataları getirmekte ve bunun sonrasında da öğrenci hipotezini tekrardan gözden geçirme ve değiştirme ihtiyacı hissedebilmektedir. Sıkça karşılaşılan bu nokta çalışma yapılan her seviyeden öğrencide karşılaşılabilen bir durum olarak karşımıza çıkmaktadır. İlköğretim düzeyindeki öğrencilerin düşünsel süreçleri incelenirken ortaya çıkan bu durum bilgi oluşturma sürecinin düzenlenmesinde kullanılan etkinlik süreçlerinde kullanılacak yönlendirme sorularının ve gerek öğretmen-öğrenci gerekse akran etkileşiminde kullanılacak yöntemlerin, sürelerin ve sözcüklerin önemini ortaya koymaktadır.

İlköğretim düzeyindeki özellikle düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrenciler gerekçelendirme konusunda pek başarılı olamamakta o şekilde gözüktüğünü ve bunun çok açık olduğunu söylemekten öteye gidememektedirler. Düşük geometrik düşünme düzeyinde yer alan öğrencilerin peş peşe yaptıkları açıklamaları bir gerekçelendirme olarak gördükleri söylenebilir. Bu öğrenciler genellikle ifadelerinin birer neden sonuç ilişkisi oluşturmadığının farkında gözükmemektedirler.

Gerekçelerin uygun şekilde ortaya konması ve ilişkilendirmenin doğru kurulması için bilgi yapısı doğru şekilde oluşturulmalıdır. Geometrik düşünme düzeyi düşük olan örgenciler bağlantıları kurma da ve ilişkilendirme yapmada güçlük çekmiştir. Ayrıca geometrik düşünme düzeyi düşük öğrenciler ilişkilendirme yapmaya ihtiyaç da duymamışlardır. Bu seviyede öğrenciler gerekçelendirmeleri yaparken matematiksel ilişkileri çok fazla kullanma gereği hissetmemektedir. Bu durum sebepleri arasında genelde yaşadıkları öğrenme-öğretme süreçlerinde bunlara vurgu yapılmamasından kaynaklanabileceği gibi öğrencilerin düşünme düzeyleri de bu noktadaki yetersizliklerinin açıklaması olabilir. Bu sebeplerin dışında öğrencilerin kendi düşünsel süreçlerinin farkında olmamaları ve geometrik düşünme düzeyleri ile de bağlantılı olarak matematiksel dili iyi bilip kullanamamaları da etken olmuş olabilir.

Geometrik düşünme düzeyi düşük olan öğrenciler tahminlerini destekleyecek ilişkilendirmeler ve gerekçelendirmeler yapamasalar bile söylediklerinden emin gözüküp gerekçelendirme ihtiyacı hissetmezken geometrik düşünme düzeyleri yüksek olan öğrenciler gerekçelendirme yapamadıklarında tahminlerinden diğer öğrenciler kadar emin olmamakta ve gerekçelendirme ihtiyacını daha çok hissetmektedirler.

Öğrenciler tahminlerini gerekçelendirme konusunda sorun yaşadıklarında ya da bu gerekçelendirmeleri yapamadıklarında problemin çözümünden uzaklaşmaktadır. Bunun sonucunda da öğrenciler ya ölçme yoluna giderek gerekçelendirmeye çalışmakta ya da problemle daha fazla uğraşmak istemediklerini göstermektedirler. Bu durum öğrencilerin kendilerini geliştirmelerinin önündeki engellerden belki de en önemlisidir.

Örnek olay çalışmasında kullanılan sorular öğrenme-öğretme süreci boyunca belli aralıklarla konuların bitmesinin hemen ardından öğrencilere yöneltilmiş ve görüşmeler yapılmıştır. Bu süreçte araştırmaya katılan farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollarda, kullandıkları matematiksel dilde, oluşturdukları hipotezlerde ve gerekçelendirme şekillerinde olumlu yönde değişim gözlemlenmiştir. Bu durum buluş yoluyla öğrenme yaklaşımın göre tasarlanan öğretimin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesine katkı sağlarken aynı paralelde bilgiyi oluşturma süreçlerinin niteliğinin artmasında etkili olduğu söylenebilir.

Öneriler

- Özellikle geometri konularında buluş yoluyla öğrenme yaklaşımının benimsenmesi öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesi ve farklı alanlarda geometri bilgilerini kullanmaları açısından yararlı olabilir.

- Ön öğrenmeler ya da hazır bulunuşluk düzeyi hem buluş yoluyla öğrenmede hem geometrik düşünme düzeylerinde hem de bilgi oluşturma sürecinde kilit role sahiptir. Bu yüzden de her sınıf seviyesi özelinde yapılacak çalışmalarla olası eksikliklerin sonraki seviyeye yansımaması için gerekenler yapılmalıdır.

- Buluş yolu ile öğrenmeden yarar sağlanılabilmesi için öğrencilerin ön öğrenmelerine dikkat etmenin yanında bu yöntemle ilgili deneyimlerini artırmak da etkili olabilir.

- Ders içerisinde uygulanan etkinlikler sırasında öğrencilerin düşünsel olarak daha aktif olmalarını sağlayacak durumların yaratılması, farklı ve alışılmışın dışında problem tiplerinin ortaya konması öğrencilere farkı bakış açıları kazandıracağı gibi bilgilerini farklı problem durumlarında kullanabilmelerini sağlama konusunda olumlu katkı sağlayabilir.

- Öğretmenin öğrenme-öğretme süreci boyunca öğrencinin düşünsel sürecini yakından dikkatli bir şekilde takibi ve bu süreçte doğru zamanda ve doğru nitelikte yönelttiği sorular önemlidir. Öğretmen zamanında sorduğu doğru sorular yardımıyla öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerine katkıda bulunabilir.

- Sınıf içerindeki etkinlik süreçlerinde öğrencilerin birbirlerinin kullandıkları ifadeleri takip etmeleri ve gerekçelendirmelerini yaparken önceki arkadaşlarının söyledikleriyle bağ kuruyor olması öğrenme-öğretme süreçlerinde sınıfta daha çok öğrencinin tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerini gerçekleştirmesine yardımcı olabilir.

- Öğrencilere verilecek ev ödevlerinde niteliğe daha çok önem verilip pekiştirmenin sağlanmasına yardımcı olacak problem durumları üzerinde çalışmaları bilgi yapılarının kırılganlığını ortadan kaldırılmasına yardımcı olmak açısından yararlı olabilir.

- Sınıf içerisinde yürütülen etkinlik süreçlerinde öğrencilerin matematiksel dili kullanmaları yönünde vurgu yapılıp buna dikkat çekilmesi yönünde hareket edilmesi yarar sağlayabilir.

- Sınıf içerisinde yürütülen etkinlik süreçlerinde gerekçelendirme yapma ve ilişkilendirme üzerinde önemle durulması gerekir.

- Öğretmenler hizmet içi eğitimlerle bilgi oluşturma süreçleri konusunda bilinçlendirilebilir.

- RBC teorisinin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesinde kullanılıp kullanılamayacağının araştırılması RBC teorisinin kullanımına yeni bir perspektif getirebilir.

- RBC teorisi kullanılarak sınıf içerisindeki farklı yaklaşımlara göre oluşturulmuş öğrenme-öğretme süreçlerinde öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri gözlemlenerek analiz edilebilir.

- Benzer çalışmalar farklı seviyelerde ve farklı öğrenme alanlarında tekrarlanabilir.

KAYNAKÇA

Açıkgöz, K. Ü. (2003). **Aktif Öğrenme, 5. Baskı**, İzmir: Eğitim Dünyası Yayınları.

Akar, F. (2006). Buluş Yoluyla Öğrenmenin İlköğretim İkinci Kademe Matematik Dersinde Öğrencilerin Akademik Başarılarına Etkisi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Akkaya, S. Ç. (2006). Van Hiele Düzeylerine Göre Hazırlanan Etkinliklerin İlköğretim 6.Sınıf Öğrencilerinin Tutumuna ve Başarısına Etkisi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Aksu, M. (1991). **Problem Çözme Süreci**, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Açık Öğretim Fakültesi Yayınları.

Aksu, H. H. (2005). İlköğretimde Aktif Öğrenme Modeli ve Geleneksel Öğretimin, Öğrencilerin Geometrideki Başarıları, Kalıcılığı, Matematiğe Yönelik Tutumları ve Geometrik Düşünme Düzeylerine Etkisi. Yayımlanmamış Doktora Tezi, D.E.Ü Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Aktamış, H; Ergin, Ö; Akpınar, E. (2002). **Yapısalcı Kurama Örnek Bir Uygulama**. Beşinci Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı Cilt1, Sayfa 239-245, Ankara: ODTÜ.

Altun, M., Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. **Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi**. 41, (2), 237-271.

Ardahan, H; Ersoy, Y. (2001). **Teknoloji Destekli Matematik Öğretimi-II: Matematik Öğretmen Adaylarının Görüşleri.** Beşinci Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı, Cilt2, Sayfa 877-883, Ankara:ODTÜ.

Arzarello, F., Robutti, O., & Bazzini, L. (2005). Acting is learning: focus on the construction of mathematical concepts. **Cambridge Journal of Education**. 35(1), 55–67.

Assaf, S. A. (1986). The Effects of Using Logo Turtle Graphics in Teaching Geometry on Eight Grade Students' Level of Thought, Attitude Toward Geometry and Knowledge of Geometry. Dissertation Abstract Index. 46 (10), 2925A.

Aşçı, U.(2006). 9. Sınıf Fizik Eğitiminde Buluş Yoluyla Öğretim İle Geleneksel Yolla Öğretimin Öğrenci Başarısına Etkisinin Karşılaştırılması, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Bak, Z; Yiğit, N; Özmen, H. (2005). **Buluş Yaklaşımına Dayalı Bir Ders Planının Geliştirilmesi.** 14. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi Kongre Kitabı, Cilt 2, Sayfa 867-874, Denizli: Pamukkale Üniversitesi.

Baki, A; Güven, B; Karataş, İ. (2002). **Dinamik Geometri Yazılımı Cabri İle Keşfederek Öğrenme.** 5. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı Cilt, Sayfa 884-890, Ankara: ODTÜ.

Baykul, Y. (2002). **İlköğretimde Matematik Öğretimi: 6-8 Sınıflar İçin.** Ankara: Pegem A Yayıncılık

Biber, M. (2006). Keşfederek Öğrenme Yönteminin İlköğretim II. Kademe Matematik Dersi Örgencilerinin Yaratıcılıkları Üzerindeki Etkisi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Bikner-Ahsbahs, A. (2004). **Towards the Emergence of Constructing Mathematical Meanings**. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2:119-126.

Bobango, J. C. (1988). Van Hiele Levels of Geometric Thought and Student Achievement in Standard Content and Proof Writing: The Effect of Phase-Based Instruction. Dissertation Abstract Index, 48 (10) 2566A.

Brechting, S. M. C. ve Hirsch, C. R. (1977). The Effects of Small Group-Discovery Learning on Student Achievement and Attitudes in Calculus. **MATYC Journal**, 11 (2), 77-82.

Breen, J. J. (2000). Achievement of Van Hiele Level Two in Geometry Thinking by Eight Grade Students Through The Use of Geometry Computer-Based Guided Instruction. Dissertation Abstract Index, 60 (07) 2415A.

Buchanan, H. E. (1929). **The Development of Elementary Geometry**. Mathematical Association of America. Mathematics News Letter, Vol. 3, No. 5

Burger, W. F. & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele Levels of Development in Geometry, **Journal for Research in Mathematics Education**, Vol. 17, No. 1, pp. 31-48

Büyükkaragöz, S. S. ve Çivi, C. (1997). **Genel öğretim metotları.** İstanbul: Öz Eğitim Yay.

Büyüköztürk, Ş. , Çakmak, E. K. , Akgün, Ö. E. ,Karadeniz Ş. ve Demirel, F. (2008). **Bilimsel Araştırma Yöntemleri**. Ankara: Pegem Akademi.

Cabral, B. (2004). The van Hiele's model and cognitive visualization in learning geometry at secondary school. Yüksek Lisans Tezi, The Unıversıty Of Texas At El Paso.

Castronova, J. A. (2002). Discovery Learning for the 21st Century: Article Manuscript.<http://teach.valdosta.edu/are/Artmanscrpt/vol1no1/castronova_am.pdf> (31.01.2012).

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**, pp. 420-464

Clements, D. H. , Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z. ve Sarama, J. (1999). Young Children's Concept of Shape. **Journal for Research in Mathematics** Education. 30(2), 192-212.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2009). **Learning and Teaching Erly Math: The Learning Trajectories Approach**. New York:Routledge.

Cobb, P. (1994) Where is the Mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical Development, **Educational Researcher**, Vol. 23, No.7, pp13-20.

Crowley, M. L. (1987). **The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought In Learning and Teaching Geometry,** Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp.1-16

De Corte, E. (2004) Mainstreams and Perspectives in Research on Learning Mathematics From Instruction, **Applied Psychology**, Vol.53, pp, 279–310.

Denis, L. P. (1987). Relationships Between Stage of Cognitive Development and van Hiele of Geometric Thought Among Puerto Rican Adolescents. Dissertation Abstract Index, 48 (04) 859A.

Deniz, T.(2010). Buluş yoluyla öğretim yaklaşımının siyasi coğrafya konularının öğretiminde öğrenci başarısına etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

De Villiers, M. D. (1996). **The Future of Secondary School Geometry**. Mathematics Education University of Durban-Westville. Slightly Adapted Version of Plenary Presented at the SOSI Geometry Imperfect Conference. UNISA. Pretoria.

De Villiers, M. D. (2003). **Rethinking proof with the Geometer's Sketchpad**. Emmeryville, CA: Key Curriculum Press.

Dienes, Z.P. (1961). On abstraction and generalization., **Harward Educational Review.**31(3), 281-301.

Dinç , Y. (2002). Orta Öğretim Ders Kitaplarında Buluş Yoluyla Öğretimin Yeri. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi.

Dindyal, J. (2005). **Students' Thinking in School Geometry: The Need for an Inclusive Framework**. Singapore. National Instutue of Education.

Ding, L. and Jones, K. (2006), Teaching geometry in lower secondary school in Shanghai, China. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 26(1), 41-46.

Dooley, T. (2007). Construction of knowledge by primary pupils: The role of whole-class interaction. In D. Pitta-Pantazi&G. Philippou (Eds.), Proceedings of CERME 5 (pp. 1658-1668). Larnaca, Cyprus.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R. ve Schwarz, B. (2001). Abstraction in Context: The Case of Peer Interaction,**Cognitive Science Quarterly**, 1(3): 307-368.

Dreyfus, T., Tsamir, P. (2004). Ben's Consolidation of Knowledge Structures about Infinite Sets, **Journal of Mathematical Behavior**, 23:271-300.

Dreyfus, T. (2007). Processes of Abstraction in Context the Nested Epistemic Actions Model. <http://medicina.iztacala.unam.mx/medicina/dreyfus.pdf> (31.01.2012).

Duatepe, A. (2000). An Investigation on the relationship between Van Hiele geometric level of thinking and demographic variables for preservice elementary school teachers, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü.

Duatepe, A. (2004). The Effects of Drama Based Instruction on Seventh Grade Students' Geometry Achievement, Van Hiele Geometrıc Thinking Levels, Attitude Toward Mathematics and Geometry. Yayımlanmamış Doktora Tezi, ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking, In Tall, **Advanced Mathematical Thinking**, Dordrecht: Kluwer.

Dubinsky, E., McDonald, M. (2001). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. In D. Hilton et.(Eds.) The teaching and learning of mathematics at University level: An ICMI Study, Kluwer Academic Publishers, 273-280.

Erden, M. ve Fidan, N.(1997). **Eğitime Giriş.** Ankara: Alkım Yayınevi.

Faucett, C. W. (2007). Relationship Between Type of Instruction and Student Learning in Geometry, Yayınlanmamış doktora tezi, Valden University school of education

Ferrari, P. L. (2003). **Abstraction in mathematics**. In L. Saitta (Ed.), The abstraction paths: from experience to concept, Phil. Trans. R. Soc. Lond. B, Vol.358, No.1435, 1225–1230.

Fidan, Y. (2009). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri ve Buluş Yoluyla Geometri öğretiminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, D.E.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Fishbein, E.(1999). Psychology of Mathematics Education, **Mathematical Thinking and Learning** 1, 47-58.

Fuys, D.;Geddes, D.;Tischler, R.(1988). The Van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents, **Journal for Research in Mathematics Education**. Monograph, Vol.3, pp.i-196

Geary, D. C. (1996). **Children's Mathematical Development: Research and Practical Applications**. American Psychological Association, Washington.

Gelibolu, M. F. (2010). Gerçekçi Matematik Eğitimi Yaklaşımıyla Geliştirilen Bilgisayar Destekli Mantık Öğretimi Materyallerinin 9.sınıf Matematik Dersinde Uygulanmasının Değerlendirilmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Gerver, R. K. ve Sgroi, R. J., (2003). Creating and Using Guided-Discovery Lessons. **Mathematics Teacher**. 96 (1), 6-13.

Guba, E.G. ve Lincoln, Y.S. (1989). **Fourth Generation Evaluation.** Newbury Park, CA: Sage.

Gutierrez, A.(1992). Exploring The Links Between Van Hiele And 3-Dimensional Geometry. Departamento de Didactica de la, Matematica, Universidad de Valencia, Structural Topology

Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. **Journal for Research in Mathematics Education**, 25, 2, 115–141.

Gray, E. M. & Tall, D. O. (2007). Abstraction as a natural process of mental compression. **Mathematics Education Research Journal**, Volume 19, Number 2, 23-40

Gür, H. (2005). **Güncel Gelişmeler Işığında Matematik, Fen, Teknoloji, Yönetim.** Ankara:Anı Yayıncılık.

Hacısalihoğlu, H. H., Mirasyedioğlu, Ş., Akpınar A.(2004), **İlköğretim 6-8 matematik öğretimi.** Ankara:Asil Yayın Dağıtım.

Halverscheid, S. (2008). Building a local conceptual framework for epistemic actions in a modelling environment with experiments. **ZDM - The International Journal on Mathematics Education.**

Han, H. (2007). Middle School Students' Quadrilateral Learning: A Comparison Study, Yayınlanmamış Doktora Tezi, The faculty of the graduate School of The University of Minnesota.

Hershkowitz, R.; Schwarz, B.; Dreyfus, T. (2001) Abstraction in Context: Epistemic Actions, **Journal for Research in Mathematics Education**, Vol. 32, No. 2, 195-222

Hershkowitz, R.; Nadas, N.; Dreyfus, T.; Schwarz, B. (2006) Abstracting Processes, from Individuals’ Constructing of Knowledge to a Group’s “Shared Knowledge”, **Mathematics Education Research Journal**, Vol. 19, No. 2, 41–68

Holmes, E. (1995). **New Directions in Elementary School Mathemetics**. California: Schuster Company.

Jurdak, M. (1991). Van Hiele levels and the SOLO taxonomy. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 22, 57-60.

Kale, N. (2007). A comparision of drama-based learning and cooperative learning with respect to seventh grade students’ achievement, attitudes and thinking levels in geometry. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ.

Kara , Y. ve Özgün-Koca , S. A. (2004). Buluş Yoluyla Öğrenme ve Anlamlı Öğrenme Yaklaşımlarının Matematik Derslerinde Uygulanması : “ İki Terimin Toplamının Karesi” Konusu Üzerine İki Ders Planı. **İlkögretim Online E-Dergi**. 3(1) , 2-10.

Karasar, N. (2003). **Bilimsel Araştırma Yöntemi**. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım

Karataş, İ&Güven, B.(2003). Problem Çözme Davranışlarının Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli. **İlköğretim-Online** 2 (2), sf 2-9

Kasa, G. (2004). İlköğretim Fen Bilgisi Dersinde Uygulanan Buluş Yoluyla Öğretim Stratejisinin Öğrencilerin Kavramları Anlama Düzeylerine Etkisi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Kay, C. S. (1986). Is a Square a Rectangle? The Development of First Grade Students Understanding of Quadrilaterals with Implications for the van Hiele Theory of the Development of Geometric Thought. Dissertation Abstracts International. 47:8

Kılıç, Ç. (2003). İlköğretim 5. Sınıf Matematik Dersinde Van Hiele Düzeylerine Göre Yapılan Geometri Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarıları, Tutumları Ve Hatırda Tutma Düzeyleri Üzerindeki Etkisi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi.

Kızıltaş, F.(2005). İlköğretim 7. Sınıf Matematik Dersi Açılar Konusunun Buluş Yoluyla Öğretim Yöntemiyle Öğretiminin Öğrencilerin Başarısına Etkileri. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Kidron, I. and Dreyfus, T. (2008). **Abstraction in context, combining constructions, justification and enlightenment.** Proceedings of the 31st annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.

Kidron, I. ;Lenfant, A. ; Bikner-Ahsbahs, A. ; Artigue M. ; Dreyfus, T. (2008) Toward networking three theoretical approaches: the case of social interactions, **ZDM The International Journal on Mathematics Education**, Vol. 40, No. 2 pp 247-264

Kidron, I. and Dreyfus, T. (2010). Justification enlightenment and combining constructions of knowledge. **Educational Studies in Mathematics** Volume 74, Number 1, 75-93

Lowry, J. A. (1988). **An Investigation of Nine Year Olds' Geometric Concepts of Area and Perimeter.** Dissetation Abstracts International. 48:8

Milli Eğitim Bakanlığı (2009). **İlköğretim Matematik 6–8.Sınıf Öğretim Programı**. Ankara: MEB

Mistretta, R. M. (2000). Enhancing Geometric Reasoning. **Adolescence**. 35 (138), 365-379.

Mitchelmore, M. C., & White, P. (2004). **Abstraction in mathematics and mathematics learning.** In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.),, Proceedings of the 28th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 329-336). Bergen, Norway: PME.

Monaghan, J. & Ozmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. **Educational Studies in Mathematics**, 62(3), 233-258.

Napitupulu, B. (2004). **An Exploration of Students' Understanding and van Hiele Levels of Thinking On Geometric Constructions.** Dissertation Abstract Index, 42 (02) 389A.

Noss, R. ve Hoyles, C. (1996). **Windows on Mathematical Meanings**. Kluwer, Dordrecht: The Netherlands.

Noss, R. (2002). **Mathematical epistemologies at work**, In Proceedings of the Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, UK.

Ohlsson, S. and Lehtinen, E. (1997). Abstraction and the acquisition of complex ideas, **International Journal of Educational Research** 27, 37–48.

Olkun , S. (2002). Bulus Yolu Ekseninde Görsel Sayısal Etkinlikler : Sekil , Ölçme, Sayı ve Matematiksel Genelleme. **Niğde Üniversitesi Egitim Fakültesi Dergisi** .1 , 29-34.

Olkun, S., Aydoğdu, T. (2003). Üçüncü Uluslar arası Fen ve Matematik Araştırması TIMMS Nedir ve Neyi Sorgular? Örnek Geometri Soruları ve Etkinlikler. **İlköğretim-Online**, 2 (1): 28-35.

Olkun, S., ve Toluk, Z., (2003) **İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi.** Ankara: Anı Yayıncılık.

Olkun, S. & Toluk, Z. (2004). Teacher questioning with an appropriate manipulative may make a big difference, **IUMPST: The Journal**, 2, 1-11.

Orton, A. & Frobisher, L. (1996). **Insights into Teaching Mathematics**. Cassell Wellington House, London.

Ozmantar, M. F. & Roper, T. (2004) **Mathematical Abstraction Through Scaffold**, Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol 3 pp 481–488

Ozmantar, M. F. & Monaghan, J. (2007) A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions, **Mathematical Education Research Journal**, Vol.19 No.2, 89-112

Ozmantar, M. F. & Monaghan, J. (2008). **New directions for situated cognition in mathematics education.** In A. Watson, & P. Winburne (Eds), Are Mathematical Abstractions Situated?(pp. 103-127). NY: Springer

Özmantar, M.F. (2004) McNamara, O. (Ed.) Proceedings of the British Society for Research Into Learning Mathematics 24(2). <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip24-2/BSRLM-IP-24-2-14.pdf.> (20.06.2008)

Özmantar, M. F. (2005). An Investigation of the Formation of Mathematical Abstractions through Scaffolding, Doktora Tezi, Leeds Üniversitesi Eğitim Fakültesi.

Özden, Y. (2005). **Öğrenme ve Öğretme. (7. Baskı)**. Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Reid, D J., Zhang, J. ve Chen, Q.(2003). Supporting scientific discovery learning in a simulation environment. **Journal of Computer Assisted Learning,** 19, 9-20.

Ron, G.; Dreyfus, T.; Hershkowitz, R. (2010), Partially Correct Constructs Illuminate Students' Inconsistent Answers, **Educ Stud Math**, 75:65–87

Saab , N. , Joolingen , W. R. ve Hout-Wolters , B. (2005). Communication in Collaborative Discovery Learning. **British Journal of Educational Psychology**. 75, 603-621.

Schwarz, B.; Dreyfus, T.; Nadas, N.; Hershkowitz, R. (2004) **Teacher Guidance of Knowledge Construction**, Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol 4 pp 169–176

Senemoğlu, N (2011). **Gelişim Öğrenme ve Öğretim: Kuramdan Uygulamaya(20.baskı).** Ankara: Pegem Akademi.

Senk, S. L. (1989). Van Hiele Levels and Achievement in Writing Geometry Proofs. **Journal for Research in Mathematics Education**. 20(3), 309-321.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin, **Educational Studies in Mathematics,** 22: 1-36.

Sierpinska, A. (1994). **Understanding in mathematics**. London: Falmer.

Skemp, R. (1986). **The Psychology of Learning Mathematics**. Penguin: Harmondsworth.

Smart, A. (2008). Introducing Angles in Grade Four: a Realistic Approach Based on the van Hiele Model. Unpublished Master Dissertation. Concordia University Mathematics and Statistics.

Soon, Yee-Ping.(1989). An Investigation of Van Hiele Levels of Learning in Transformation Geometry of Secondary School Students in Singapore. Dissertation Abstracts International. 50: 3.

Stehlíková, N. (2003). **Emergence of mathematical knowledge structures:introspection.** Proceedings of the 27th international conference for the psychology of mathematics education, sayı: 4, University of Hawaii, USA.

Svinicki, M. D. (1998). A theoretical foundatıon for discovery learning. **Advances in physiology education**, volume 20 : number 1

Swaak , J. , Jong , T. ve Joolingen , W. R. (2004). The Effects of Discovery Learning and Expository Instruction on the Acquisition of Definitional and Intuitive Knowledge. **Journal of Computer Assisted Learning**. 20 , 225-234.

Temizöz, Y. (2005). Buluş Yoluyla Öğrenmeyi Esas Alan Öğretme ve Sunuş Yoluyla Öğretme Yaklaşımlarının Matematik Öğretiminde Uygulanması Konusunda Matematik Öğretmenlerinin Görüşleri. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Temur, Ö. D. (2007). Öğretmenlerin Geometri Öğretimine İlişkin Görüşleri ve Sınıf İçi Uygulamaların Van Hiele Seviyelerine Göre İrdelenmesi Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Terzi, M. (2010). Van hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerin geometrik başarı ve geometrik düşünme becerilerine etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tıraş, S.(1997). Buluş Yoluyla Öğretimin Matematik Başarısı Üzerindeki Etkileri. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tomei, L. & Dembo, M. H. (2000). Learning Theories- A Premier Exercise Learning Theories with Jerome Bruner. <http://www.dug.edu/-tomei/ed711.psclc bruner.htm> (14.09.2007).

Toptaş, V.(2008). Geometri öğretiminde sınıfta yapılan etkinlikler ile öğretme-öğrenme sürecinin incelenmesi**. İlköğretim Online**, 7(1), 91-110.

Tsamir, P. & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets-a process of abstraction: the case of Ben. **Journal of Mathematical Behavior**. 21, 1-23.

Tsamir, P., Dreyfus, T. (2005). How Fragile Is Consolidated Knowledge? Ben's Comparisons of Infinite Sets, **Journal of Mathematical Behavior**, 24:15-38.

Tutak, T. (2008). Somut nesneler ve dinamik geometri yazılımı kullanımının öğrencilerin bilişsel öğrenmelerine, tutumlarına ve van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Usiskin, Z. (1982). **Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry**. Final Report, Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project. Chicago: University of Chicago.

Ünal, G. ve Ergin, Ö. (2006). Buluş Yoluyla Fen Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarılarına, Öğrenme Yaklaşımlarına ve Tutumlarına Etkisi. **Türk Fen Eğitimi Dergisi**. 3 (1), 36-52.

Ünlü, M. (2007). Problem Çözme Ve Buluş Yoluyla Öğretim Kuramına Göre Geliştirilmiş Web Tabanlı Eğitimin Öğrenci Başarısına Etkisi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Üredi, L. (1999). İlköğretimde Buluş Yoluyla Fen Öğretimi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Van de Walle, J.A.(2004) **Elemantary andMiddle School Mathematics**. Fifth Edition. Virginia Common Wealth University.

Van Hiele, P. M (1986). **Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education.** Academic Pres, Inc. Orlando, Florida.

Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. **Cognitive Science Quarterly**, 1(3), 279-305.

Wirszup, I. (1976). **Breakthroughs in the Psychology of Learning and Teaching Geometry.** In J. I. Martin and D. A. Bradbard (Eds.). Space and Geometry: Papers from a Research Workshops. Columbus, Ohio: ERIC Center for Science, Mathematics and Environment Education.

Yarborough, H. (1999). **Algebra with a Discovery Approach**. ERIC Document Reproduction Service No: ED: ED 434 832.

Yazdani, M. (2007). Correlation between Students' Level of Understanding Geometry According to the van Hieles' Model and Students Achievement in Plane Geometry, **Journal of Mathematical Sciences & Mathematics Education**, February 2007,Vol. 2, No. 2

Yazıcı, E. (2002). Permütasyon ve Olasılık Konusunun Buluş Yoluyla Öğretilmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Yeşildere, S.(2006). Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelemesi, Yayınlanmamış Doktora Tezi, D. E. Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yeşildere, S. & Türnüklü, E. (2008) İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Bilgi oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelemesi, **Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi**, XXI (2), 485-510

Yıldırım, A. ve Simsek, H. (2000). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.** Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. (1994). **Case Study Research: Design and Method.** USA: Sage.

Zazkis, R.& Hazzan, O. 1999. Interviewing in Mathematics Education Research: Choosing the Questions. **Journal of Mathematical Behavior**, 17 (4), 429 - 439

EKLER

EK 1. UYGULAMA YAPILAN OKULLARIN LİSTESİ

Pilot Uygulamanın Yapıldığı Okulların Listesi:

İzmir Özel Tevfik Fikret İlköğretim Okulu

İzmir Özel Tevfik Fikret Lisesi

İzmir Özel Tevfik Fikret Fen Lisesi

Buca Şehit Astsubay Ümit Başaran İlköğretim Okulu

Uygulamanın Yapıldığı Okulların Listesi:

İzmir Özel Tevfik Fikret İlköğretim Okulu

İzmir Özel 75. Yıl İlköğretim Okulu

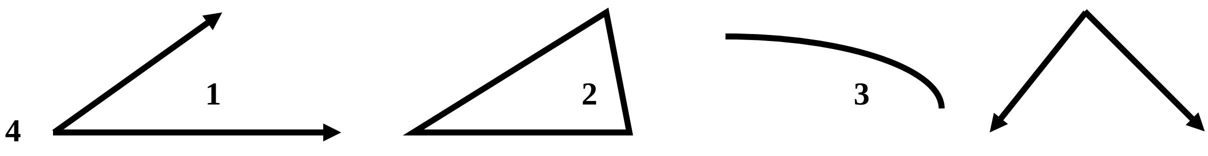
EK 2. GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEY BELİRLEME TESTİ

<u>Sevgili öğrenciler</u>; bu test sizin geometrik düşünme düzeylerinizi belirlemeye yönelik çoktan seçmeli bir testtir. Her soru 4 sıktan oluşmakta ve her sorunun sadece bir doğru cevabı bulunmaktadır. **<u>Lütfen her soruya cevap veriniz</u>. Başarılar.**

Adı Soyadı: **Sınıfı:** **No:**
Cinsiyeti: Kız ( ) Erkek ( ) **Tarih:**

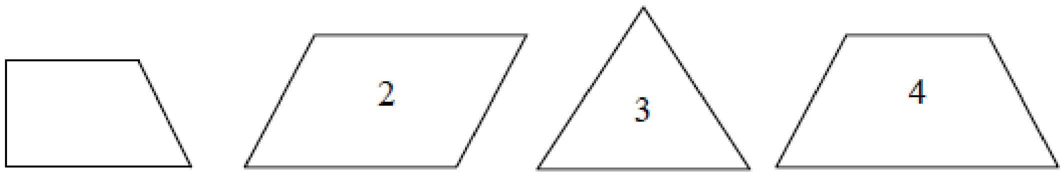
GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEY BELİRLEME TESTİ

1- Aşağıdaki şekillerden hangisi veya hangileri **açıdır**?



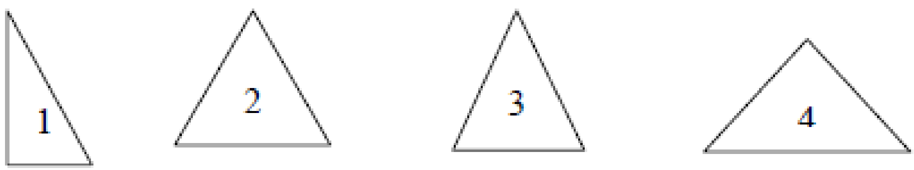
A) 1 ve 2 **B)** 3 ve 4 **C)** 1 ve 4 **D)** hepsi

2- Aşağıdaki şekillerden hangisi **paralelkenardır**?



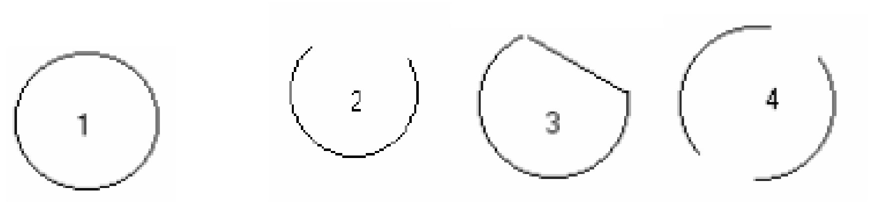
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

3- Aşağıdaki şekillerden hangisi veya hangileri **eşkenar üçgendir**?



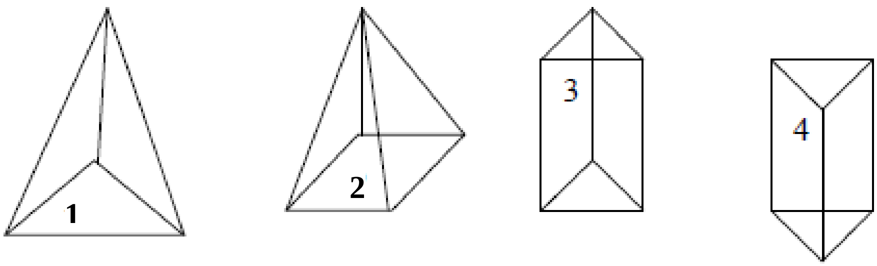
A)Yalnızca 2 **B)** 1 ve 4 **C)** 1,2 ve 3 **D)**Hepsi

4- Aşağıdaki şekillerden hangileri **çember** **<u>değildir</u>**?



A) 1 ve 2 B) 2 ve 4 C) 2, 3 ve 4 D) 3 ve 4

5- Aşağıdakilerden hangileri **piramittir**?



A) 1 ve 2 B) 2 ve 3 C) 3 ve 4 D) Hepsi

6-Aşağıda, doğru ile ilgili verilen ifadelerden hangileri **<u>doğrudur</u>**?

1- İki noktadan sadece bir doğru geçer.
2- Bir doğru küçük bir harf ile adlandırılabilir.
3- İki doğrunun hiç ortak noktaları yoksa bu doğrular paraleldir.
4- Noktadaş doğruların tümü bir noktadan geçerler.

A) 1 ve 4 B) 2 ve 4 C) 1, 2 ve 3 D) Hepsi

7-Aşağıdaki doğrular ve açılar ile ilgili verilen ifadelerden hangisi **<u>yanlıştır</u>?**

A) Bir noktanın bir doğruya olan uzaklığı, bu nokta ile bu noktadan doğruya inilen dikmenin ayağı arasındaki uzaklıktır.

B) Paralel iki doğrudan birinin üzerindeki her bir noktanın diğer doğruya uzaklığı birbirinden farklı olabilir.

C) Dışındaki bir noktayı bir doğrunun noktalarına birleştiren doğru parçalarından en kısa olanının bu noktadan doğruya inilen dikmedir.

D) Orta dikmenin üzerindeki noktaların doğru parçasının uçlarına olan uzaklıkları eşittir.

8-Aşağıda eşkenar dörtgen ile ilgili verilen ifadelerden hangileri **her zaman doğrudur**?

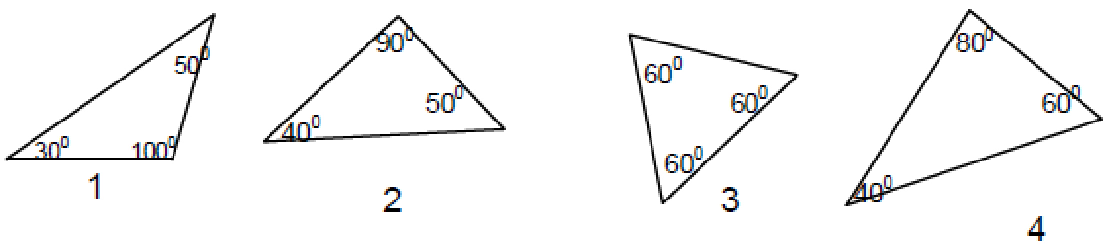
1- Köşegenler aynı zamanda açıortaydır.
2- Dört kenar uzunluğu da birbirine eşittir.
3- Dört açısı vardır.
4- İç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

A) 1 ve 2 B) 2 ve 3 C) 3 ve 4 D) Hepsi

9- Aşağıda yamuk ile ilgili verilen ifadelerden hangileri **her zaman doğrudur**?
1- Köşegenler aynı zamanda açıortaydır.
2- İç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.
3- Dört açısı vardır.
4- Dört kenar uzunluğu da birbirine eşittir.

A) 1 ve 2 **B)** 2 ve 3 **C)** 3 ve 4 **D)** 1 ve 4

10-



Yukarıdaki şekillerden hangisi veya hangileri **hem geniş açılı hem de eşkenar üçgendir**?

A) 1 ve 2 **B)** 2 **C)** 3 **D)** Hiçbiri

11-Aşağıda üçgenlerle ilgili verilen özelliklerden hangileri **her zaman doğru değildir**?

1- Dik açılı üçgenin bir açı ölçüsü 90□□dir.
2- Dar açılı üçgenin bir açı ölçüsü 90□□den küçük olmak zorundadır.
3- Geniş açılı üçgenin bir açı ölçüsü 90□□den büyük olmak zorundadır.
4- Dik açılı üçgenin bir açı ölçüsü 90□□den büyük olmalıdır.

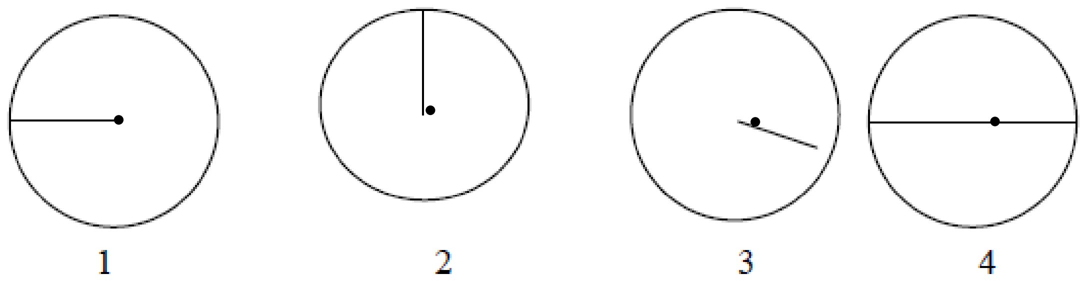
A) 1 ve 4 B) 2 ve 3 C) 4 D) Hepsi

12-Aşağıda çember ile ilgili verilen ifadelerden hangileri **<u>her zaman doğrudur</u>**?

1-Çemberin köşesi yoktur.
2-Çemberin merkezi, çember üzerindeki her noktaya eşit uzaklıktadır.
3-Çemberin çapı, yarıçapının iki katı uzunluğundadır.
4-Dairenin sınırları çember olarak adlandırılır.

A) 1 ve 3 B) 2 ve 4 C) 3 ve 4 D) Hepsi

13-Aşağıda **çemberin yarı çapı** hangisinde veya hangilerinde **<u>doğru olarak</u>** gösterilmiştir?



A) 1 ve 2 B) 1, 2 ve 3 C) Yalnızca 4 D) 1, 2 ve 4

14- Aşağıda eşlik ve benzerlik ile ilgili verilen ifadelerden hangileri **<u>her zaman doğrudur</u>?**

1- Eş şekiller aynı biçim ve eşit ölçülere sahiptir.
2- Eş şekiller aynı zamanda benzerdir.
3- Benzer şekiller aynı zamanda eştir.
4- Benzer çokgenlerin karşılıklı kenar uzunluklarının oranı 1'dir

A) 1 ve 2 **B)** 2 ve 3 **C)** 3 ve 4 **D)** 1, 2 ve 4

15-Aşağıda piramit ile ilgili verilen ifadelerden hangisi **<u>her zaman yanlıştır</u>?**

1- Tüm yan yüzeylerinin kesiştiği nokta tepe noktasıdır.
2- Yan yüzeylerini oluşturan geometrik şekil dikdörtgendir.
3- Tabanı çeşitli çokgenlerden oluşabilir.
4- Yan yüzeylerini oluşturan geometrik şekil üçgendir.

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

16- Nokta, doğru ve doğru parçası ile ilgili aşağıda verilen ifadelerden hangileri **doğrudur?**

1- Bir doğruya dışındaki bir noktadan istenilen sayıda paralel doğru çizilebilir.
2- Bir doğruya eşit uzaklıkta olan aynı taraftaki noktalar kümesi bu doğruya paralel bir doğru belirtir.
3- Bir doğru parçasının uçlarından eşit uzaklıkta bulunan noktalar bu doğru parçasını ortasından dik kesen doğru üzerindedir.
4- Bir noktadan doğruya çizilen doğru parçasının uzunluğu bu noktanın doğruya uzaklığıdır.

A) 1 ve 2 B) 2 ve 3 C) 3 ve 4 D) 1, 2 ve 4

17- Birbirlerine paralel iki doğru ve bir kesenin oluşturduğu açılar ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi **yanlıştır**?

A) Bir doğruyu dik olarak kesen doğru bu doğruya paralel olan doğruyu da dik keser.
B) Paralel doğruların dışında ve kesenin her iki tarafındaki komşu olmayan açılar birbirine eştir.
C) Paralel doğrular arasında ve kesenin farklı taraflarındaki komşu olmayan açılar birbirinin tümleridir.
D) Paralel doğrular arasında ve kesenin aynı tarafında bulunan açılar birbirinin bütünleridir.

18- Tüm dikdörtgenlerde olup bazı paralelkenarlarda olmayan özellik aşağıdakilerden hangisidir?

1- Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir.
2- Karşılıklı kenarları paraleldir.
3- İç açılarının her birinin ölçüsü 90° dir
4- İç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

19- Bir DEF üçgeninde D açısı dik açı olsun. Buna göre aşağıdaki açıklamalardan hangileri **her zaman doğrudur**?

1- E ve F açılarının ölçüleri toplamı 90°dir.
2- E açısının ölçüsü 45° ve F açısının ölçüsü de 45° olmak zorundadır.
3- Bu üçgen dik açılı bir üçgendir.
4- Bu üçgen ikizkenar bir üçgendir.

A) 1 ve 2 **B)** 1 ve 3 **C)** 3 ve 4 **D)** Hepsi

20-Aşağıdaki ifadelerin hangilerinin olması bir üçgenin dik açılı ikizkenar üçgen olması için **yeterlidir?**

1- İki kenarının eşit uzunlukta olması
2- Bir açısının ölçüsünün 90° olması
3- Bütün açılarının ölçülerinin eşit olması
4- Bir kenar uzunluğunun diğer iki kenar uzunluğundan fazla olması

A) 1 ve 4 B) 1 ve 2 C) 3 ve 4 D) 1 ve 3

21-Çember ve daire ile ilgili verilen özelliklerden hangileri **doğrudur**?

1- Her ikisinde de çap yarıçapın iki katıdır.
2- Her dairenin sınırı aynı zamanda bir çemberdir.
3- Her ikisinde de merkez aynı noktadadır.
4- Çembersel bölge aynı zamanda dairedir.

A) 1 ve 2 **B)** 1, 2 ve 4 **C)** 3 ve 4 **D)** Hepsi

22– Çemberde açı ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi **daima doğru değildir?**

A) Bir çemberde eş yayları gören çevre açıların ölçüleri birbirine eşittir.
B) Aynı yayı gören çevre açının ölçüsü merkez açının ölçüsünün yarısı kadardır.
C) Bir kolu çap olan çevre açının ölçüsü 45^o ile 90^o arasındadır
D) Merkez açının ölçüsü 0° ile 180° arasındadır.

23- $\overset{\Delta}{FDE} \cong \overset{\Delta}{ABC}$ olduğu bilindiği durumda aşağıdakilerden hangileri **doğrudur?**

1- $s(\hat{E}) = s(\hat{C})$ ’dir

2- $\overset{\Delta}{FDE}$ ile $\overset{\Delta}{ABC}$ benzerdir.

3- $|\text{FD}| = |\text{BA}|$ dir.

4- $\overset{\Delta}{EFD} \cong \overset{\Delta}{CAB}$ dir.

A) 1 ve 2 B) 2 ve 3 C) 1, 2 ve 3 D) HEPSİ

24- Aşağıdakilerden hangileri benzer iki çokgen için **her zaman doğrudur?**

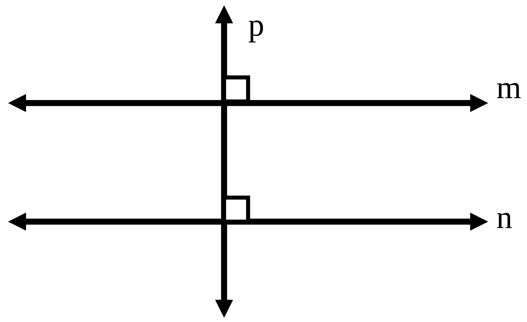
1- Karşılıklı kenarların uzunlukları eşittir.
2- Karşılıklı kenarların uzunlukları orantılıdır.
3- Karşılıklı açılarının ölçüleri eşittir.

A) 1 ve 2 **B)** 1 ve 3 **C)** 2 ve 3 **D)** 1,2 ve 3

25- Kare prizma ve dikdörtgenler prizmasını birbirinden ayıran en önemli özellik aşağıdakilerden **hangisidir**?

A)Köşe sayıları
B)Yüzey sayıları
C)Ayrıt sayıları
D)Tabanlarını oluşturan geometrik şekil

26-



Yukarı şekilde, m ve p, n ve p doğrularının birbirine dik olduğu verilmiştir. Buna göre aşağıdaki cümlelerden hangisi ya da hangileri m doğrusunun n doğrusuna paralel olmasının nedeni olabilir?

1-Aynı doğruya dik olan iki doğru paraleldir.
2- İki paralel doğrudan birine dik olan doğru, diğerine de diktir.
3- Eğer iki doğru eş uzaklıktaysa paraleldir.

*__A)__ 1 **B)** 3 **C)** 1 ya da 2 **D)** 2 ya da 3

27- Aşağıda iki önerme verilmiştir.

1- Eğer bir şekil dikdörtgense, köşegenleri birbirini ortalayarak keser.
2- Eğer bir şeklin köşegenleri birbirini ortalayarak kesiyorsa şekil dikdörtgendir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi **doğrudur**?

A) 1'in doğru olduğunu kanıtlamak için, 2'nin doğru olduğunu kanıtlamak yeterlidir.
B) 2'nin doğru olduğunu kanıtlamak için, 1'in doğru olduğunu kanıtlamak yeterlidir.
C) 2'nin doğru olduğunu kanıtlamak için, köşegenleri birbirini ortalayan bir dikdörtgen bulmak yeterlidir.
*D) 2'nin yanlış olduğunu kanıtlamak için, köşegenleri birbirini ortalayan dikdörtgen olmayan bir şekil bulmak yeterlidir.

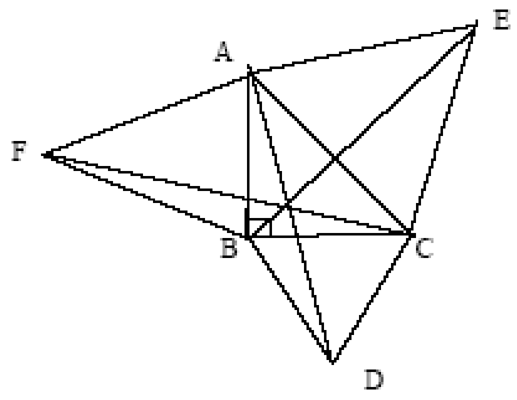
28- Aşağıda bir şeklin üç özelliği verilmiştir.

Özellik P: Köşegenleri eşit uzunluktadır.
Özellik R: Bir karedir.
Özellik S: Bir dikdörtgendir.

Bu özellikler dikkate alındığında aşağıdakilerden hangisi **doğrudur**?

A) P gerektirir R, o da gerektirir S.
B) P gerektirir S, o da gerektirir R.
***C)** R gerektirir S, o da gerektirir P.
D) S gerektirir P, o da gerektirir R.

29- Aşağıda bir ABC dik üçgeni verilmiştir. ABC üçgeninin kenarları üzerinde; ACE, ABF ve BCD eşkenar üçgenleri çizilmiştir.



Bu bilgilerden [AD], [BE] ve [CF] ortak bir noktadan geçtikleri kanıtlanabilir. Bu kanıt size neyi ifade eder?

a) Yalnızca bu üçgen için; [AD], [BE] ve [CF] nin ortak bir noktası olduğundan emin olabiliriz
b) Sadece bazı dik üçgenlerde; [AD], [BE] ve [CF] nin ortak bir noktası vardır.
***c)** Herhangi bir dik üçgende, [AD], [BE] ve [CF] nin ortak bir noktası vardır.
d) Herhangi bir üçgende, [AD], [BE] ve [CF] nin ortak bir noktası vardır.

30- Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

Geometride,
a) Her terim tanımlanabilir ve her doğru önermenin doğru olduğu kanıtlanabilir.
b) Her terim tanımlanabilir ama bazı önermelerin doğru olduğunu varsaymak gerekir.
*c) Bazı terimler tanımsız kalmalıdır, ama bütün doğru önermelerin doğruluğu kanıtlanabilir.
d) Bazı terimler tanımsız kalmalıdır ve doğru olduğu varsayılmış bazı önermelere gerek vardır.

YANITLARINIZI KONTROL EDİNİZ

EK 3. ETKİNLİKLERDE ELE ALINAN GEOMETRİ VE İLGİLİ ÖLÇME ÖĞRENME ALANI KAZANIMLARI

Doğrular ve Açılar

1. Bir doğrunun üzerindeki veya dışındaki bir noktadan bu doğruya dikme inşa eder.
2. Bir doğru parçasının orta dikmesini inşa eder.
3. Bir doğruya dışındaki bir noktadan paralel doğru inşa eder.
4. Aynı düzlemde olan üç doğrunun birbirine göre durumlarını belirler ve inşa eder .
5.Yöndeş, iç, iç ters, dış ve dış ters açıları belirleyerek isimlendirir.
6. Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açıların eş olanlarını ve bütünler olanlarını belirler.
7. Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açıların ölçüleri ile ilgili hesaplamalar yapar.

Çokgenler

1. Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler.
2. Dörtgenlerin kenar, açı ve köşegen özelliklerini belirler.
3. Çokgenlerin iç açılarının ölçülerinin toplamını hesaplar.

Eşlik ve Benzerlik

1. Çokgenleri karşılaştırarak eş olup olmadıklarını belirler ve bir çokgene eş çokgenler oluşturur.
2. Çokgenleri karşılaştırarak benzer olup olmadıklarını belirler ve bir çokgene benzer çokgenler oluşturur.

Çember ve Daire

1. Çemberin özelliklerini belirler ve çember modeli inşa eder.

2. Çemberin düzlemde ayırdığı bölgeleri belirler.

3. Çember ile doğrunun ilişkisini belirler.

4. Çember veya dairede merkez açı ve çevre açı ile bu açıların gördüğü yayları belirler.

5. Aynı yayı gören merkez açının ölçüsü ile çevre açının ölçüsü arasındaki ilişkiyi belirler.

6. Bir çember veya dairede merkez açının belirlediği minör (küçük) ve majör (büyük) yayların ölçüsünü hesaplar.

7. Merkez açının ve çevre açının ölçüsünü hesaplar.

EK 4. KULLANILAN ETKİNLİK PLANI

Sınıf Düzeyi	
Öğrenme Alanı	
Alt Öğrenme Alanı	
Beceriler	
Kazanım	
Etkinliklerin Gerektirdiği Süre	
Etkinliklerin Gerektirdiği Araç ve Gereçler	

1. **Problem Durumu Oluşturma:**
   - Öğretmen örnekleri sunar
   - Öğrenci örnekleri tanımlar

2. **Bağ Kurma / İlişkilendirme:**
   - Öğretmen ek örnekler sunar
   - Öğrenci ek örnekleri de tanımlar ve önceki örneklerle
   - bağ kurar

3. **Tartışma / Keşfetme:**
   - Öğretmen ek örnekleri ve örnek olmayanları sunar
   - Öğrenci örnekleri karşılaştırır ve duruma ters düşen örnekleri belirler.
   - Öğretmen, öğrencilerin teşhis ettiği özellikleri, ilişkileri ya da ilkeleri vurgular.

4. **Oluşturma / Açıklama:**
   - Öğrenci tanımları yapar ve ilişkileri kurar.

5. **Uygulama:**
   - Öğretmen öğrencilerden ek örnekler ister.

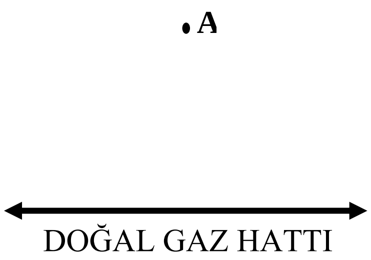
6. **Değerlendirme**

EK 5. ETKİNLİK PLANLARI

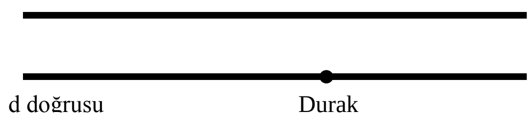
ETKİNLİK PLANI-1

Sınıf Düzeyi	7
Öğrenme Alanı	Geometri
Alt Öğrenme Alanı	Doğrular ve açılar
Beceriler	Problem çözme, iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme, psikomotor gelişim, duyuşsal özellikler
Kazanım	**1.** Bir doğrunun üzerindeki veya dışındaki bir noktadan bu doğruya dikme inşa eder.
Etkinliklerin Gerektirdiği Süre	1 ders saati
Etkinliklerin Gerektirdiği Araç ve Gereçler	Noktalı kâğıt, cetvel, açıölçer, gönye, pergel

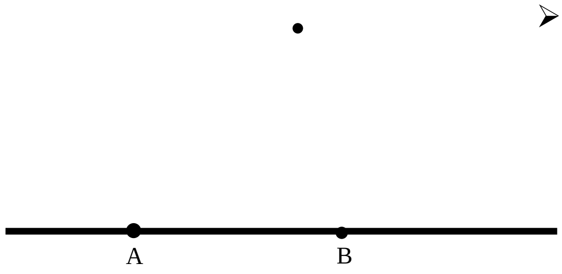
1. **Problem Durumu Oluşturma:**



- A noktasında bir ev yaptırmış olan Kerem Bey şekilde de görüldüğü gibi evinin yakınından geçen doğal gaz hattından evine doğal gaz bağlatmak istemektedir. Maliyetin en az olması için bağlantıyı doğal gaz hattı üzerindeki hangi noktadan evine yapmalıdır?



- d doğrusu üzerindeki otobüs durağından yolun karşısına geçmek için yaya geçidi yapılacaktır. Yaya geçidini nasıl yapmak gerekir?



- Doğrusal bir yolu, dışındaki çeşmeye bağlayacak patika bir yol yapılmak isteniyor. Ahmet A noktasını, Mehmet B noktasını işaretliyor. Sizce hangisinin önerisi daha uygundur?

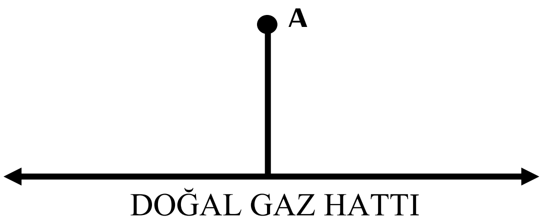
- Yukarıda görülen üç durum öğrencilere verilir ve yanlarında belirtilen sorular yöneltilir? Öğrencilerden öncelikle bu üç durumu da değerlendirip tanımlamaları istenir.

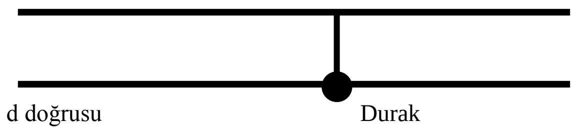
2. Bağ Kurma / İlişkilendirme:

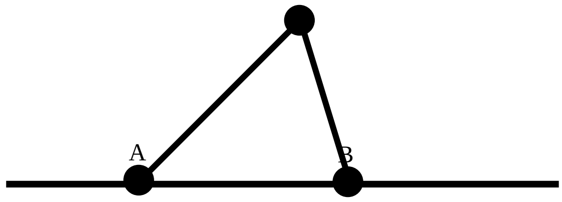
- Öğrencilerden ikisi arasındaki mesafeyi tahmin ederek söylemeleri istenir.
- Bu tahminlerini neye göre yaptıkları sorulur.
- Bu durumu kimin tahtada modelleyebileceği sorusu yöneltilir.
- İki nokta arasındaki uzaklığın genel olarak hangi geometrik şekil yardımıyla gösterilebileceği sorusu yöneltilir ve iki nokta arasındaki uzaklığın bu iki noktayı birleştiren doğru parçası olduğu hatırlatılır.

3. Tartışma / Keşfetme:

- Öğrencilerden sorulara yanıt olabilecek çizimlerini şekillerin üzerine yapmaları istenir. Bunun ardından problemler ile ilgili olarak aşağıdaki durumlara ulaşılmaya çalışılır.

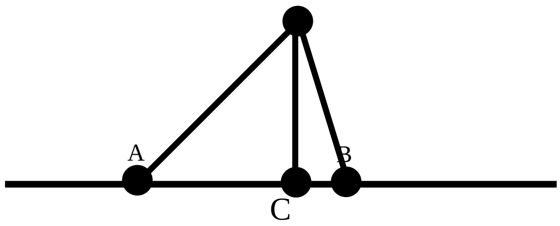






- Öğrencilerden çizilen doğru parçalarının uzunluklarını ve açı ölçerleri yardımıyla doğru ve çizilen doğru parçaları arasındaki açıların kaçar derece olduğunu bulmaları istenir.
- Buldukları sonuçları nasıl yorumladıkları sorulur.

- Üçüncü durum için "Size göre, bu patika yolun en kısa olması için nereye yapılması gerekir?" sorusu yöneltilir ve aşağıdaki duruma ulaşılmaya çalışılır.



- Öğrencilerin şekiller üzerinde yaptıkları çalışmaların ortak ve mantıklı yanları vurgulanır.

4. Oluşturma / Açıklama:

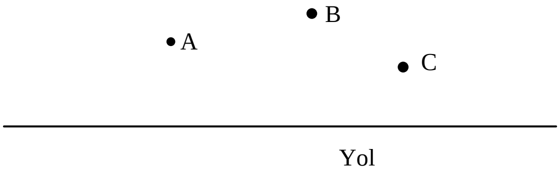
- "Dışındaki bir noktayı bir doğrunun noktalarına birleştiren doğru parçalarından en kısa olanının hangisidir" olacağı sorusu öğrenciler yöneltilir.
- Dikme ve dikme ayağı şekil üzerinde gösterilerek "Bir noktanın bir doğruya uzaklığı nasıl bulunabilir?" sorusu öğrenciler yöneltilir
- "Bir noktanın bir doğruya olan uzaklığı, bu nokta ile bu noktadan doğruya inilen dikmenin ayağı arasındaki uzaklıktır; başka bir deyişle, bu nokta ile dikme ayağını birleştiren doğru parçasının uzunluğudur." tanımı öğrencilere verilir.
- "Bu durumun kullanılabileceği başka ne tür örnekler verilebilir?" sorusu yöneltilir.

5. Uygulama:

- Naci'nin duvara olan uzaklığı kaç cm dir?
- Sadece doğru çizilebilecek bir materyal ve pergel yardımıyla bir doğruya dikme çiziniz ve çizdiğiniz şeklin neden dikme olduğunu açıklayınız.
- Öğrencilerden ellerindeki noktalı kağıtlara iki farklı doğru çizip bu doğrulardan ilki üzerinde bir nokta belirtmeleri ve bu noktadan doğruya bir dikme çizmeleri istenir. Bunun ardından ikinci doğrunun dışında bir nokta belirleyip bu noktadan geçen ve doğruya dik bir doğru çizmeleri çizimleri üzerinde dikme ayağını gösterip noktanın doğruya olan uzaklığını bulmaları istenir.

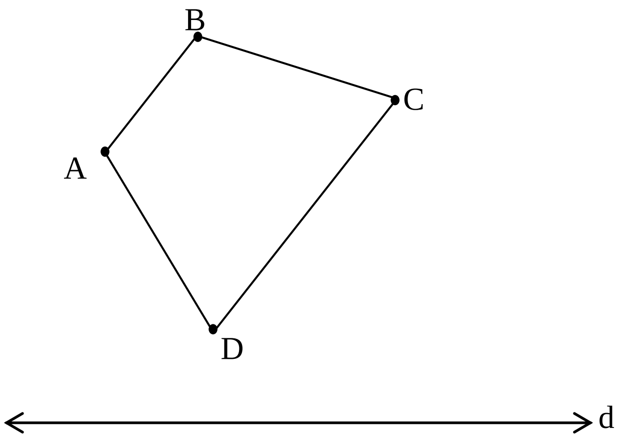
6. Değerlendirme

1. Aşağıdaki durum anlatılır ve bu duruma ilişkin kroki tahtaya çizilir, öğrencilerden krokiyi defterlerine çizmeleri ve anlatılan durumla ilgili soruları yanıtlamaları istenir.



Ana hattan A, B ve C apartmanlarına telefon hattı çekilecektir. Apartmanlara çekilebilecek en kısa hatları çizerek gösteriniz.
Bu hatların birbirlerine göre ve hatların yola göre konumları hakkında ne söyleyebilirsiniz?

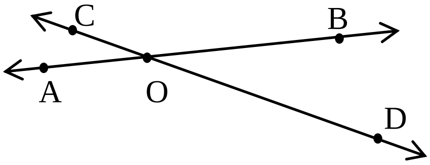
2.



Yandaki şekilde ABCD dörtgeninin köşelerinin d doğrusuna olan uzaklığını gösteriniz.

3.
Yandaki resimde kurulan tentenin ayaklarının yere göre konumunu tartışınız.

4.

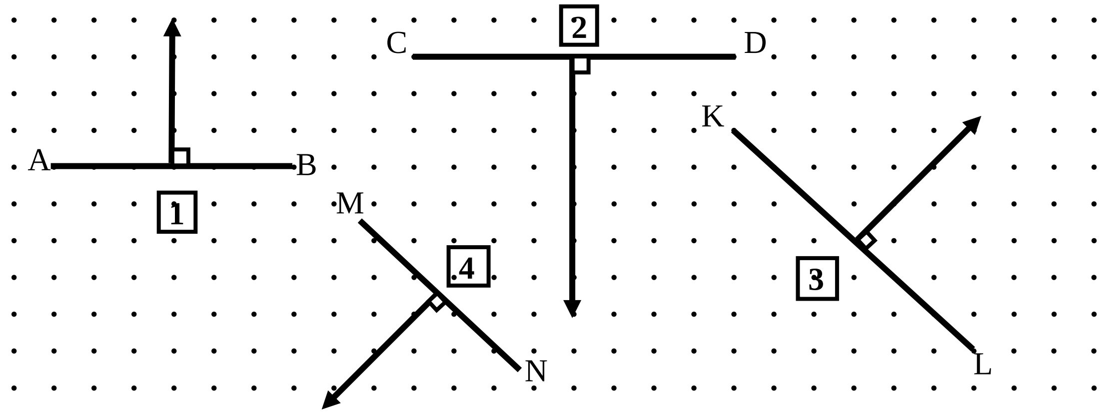


Yandaki şekle göre B noktasının CD doğrusuna, C noktasının AB doğrusuna olan uzaklığını çizerek bulunuz.

ETKİNLİK PLANI-2

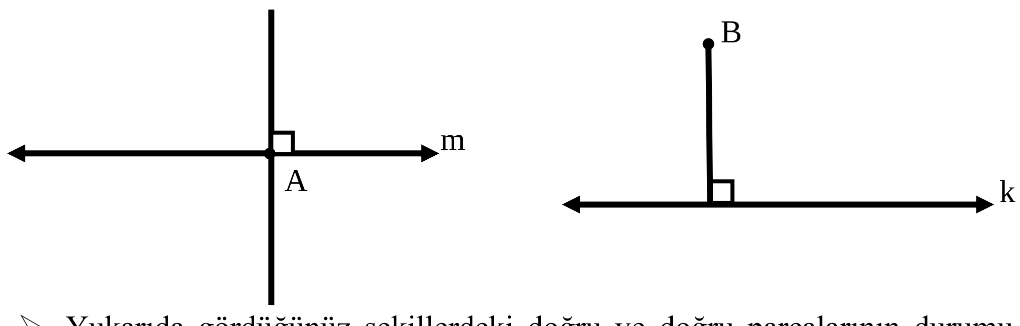
Sınıf Düzeyi	7
Öğrenme Alanı	Geometri
Alt Öğrenme Alanı	Doğrular ve açılar
Beceriler	Problem çözme, iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme, psikomotor gelişim, duyuşsal özellikler
Kazanım	**2.** Bir doğru parçasının orta dikmesini inşa eder.
Etkinliklerin Gerektirdiği Süre	1 ders saati
Etkinliklerin Gerektirdiği Araç ve Gereçler	Noktalı kâğıt, cetvel, açıölçer, gönye, pergel

1. **Problem Durumu Oluşturma:**



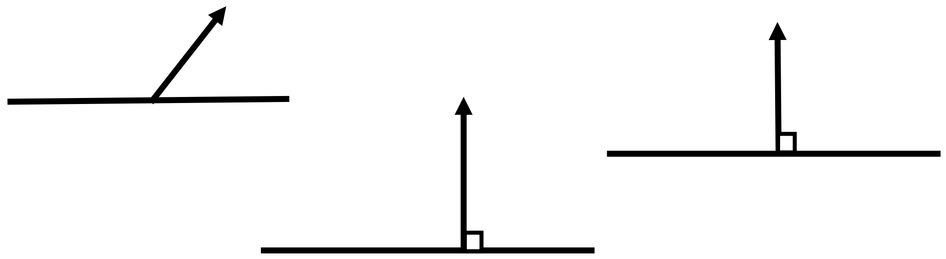
" Yukarıda görmüş olduğunuz şekillerin ortak yanları nelerdir?" sorusu yöneltilir

2. **Bağ Kurma / İlişkilendirme:**
   - Diklik ve dikme kavramlarının ne olduğu sorulur.



- Yukarıda gördüğünüz şekillerdeki doğru ve doğru parçalarının durumu ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?
- Bu durumlar ile ilk karşılaştığınız durumlar arasında nasıl bir ilişki olabilir?

3. Tartışma / Keşfetme:



- “Yukarıda gördüğünüz şekiller ilk verilen şekillerle karşılaştırıldığında benzer ve farklı yanları var mıdır? Varsa, hangi açıdan farklı olduğunu açıklayınız” sorusu yöneltilir
- Alınan yanıtların ardından, çizilen ışının doğru parçasına dik olduğu ve doğru parçasını ortaladığı belirtilir ve orta dikme ifadesi kullanılır.
- “İlk verilen şekillerdeki orta dikme üzerinde alınan bir noktanın doğru parçasının uçlarına olan uzaklığı ölçünüz. Uzunluklar ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?” sorusu yöneltilir.
- Alınan yanıtların ardından orta dikme üzerinde alınan her bir noktanın doğru parçasının uç noktalarına olan uzaklığının birbirine eşit olduğu vurgulanır

4. Oluşturma / Açıklama:

- Bir doğru parçasının orta dikmesinin nasıl tanımlanabileceği ve orta dikmenin nasıl çizilebileceği sorulur.

5. Uygulama:

Öğrencilerden aşağıdakileri yapmaları istenir;

- Defterinizdeki kareli kağıt üzerine cetveliniz yardımıyla bir doğru parçası ve bu doğru parçasının orta dikmesini çizerek her ikisini de adlandırınız.
- Çizdiğiniz şekilden yola çıkarak üç farklı çıkarımda bulununuz.

6. Değerlendirme

Çiçekli ve Çağbaşı birbirine yakın iki köydür. Tarım bakanlığı oluşturduğu sulama projesi kapsamında bu iki köy arasından da bir sulama kanalı geçirmeyi planlamaktadır. Aşağıdaki şema da iki köyün konumu ve aralarındaki yol görülmektedir. Yapılacak sulama kanalının bu iki köye de eşit uzaklıkta olması için nereden geçmesi gerektiğini aşağıdaki şema üzerinde siz de çizerek gösteriniz ve bu kanalı neden o şekilde konumlandırmaya karar verdiğinizi gerekçeleriyle açıklayınız

Yapılacak kanal ile iki köyü birleştiren yol birbirlerine göre hangi durumdadır? Neden?

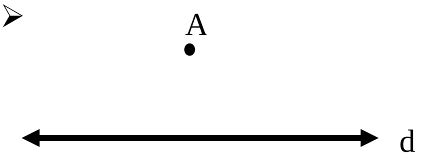
ETKİNLİK PLANI-3

Sınıf Düzeyi	7
Öğrenme Alanı	Geometri
Alt Öğrenme Alanı	Doğrular ve açılar
Beceriler	Problem çözme, iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme, psikomotor gelişim, duyuşsal özellikler
Kazanım	**3.** Bir doğruya dışındaki bir noktadan paralel inşa eder.
Etkinliklerin Gerektirdiği Süre	1 ders saati
Etkinliklerin Gerektirdiği Araç ve Gereçler	Noktalı kâğıt, cetvel, açıölçer, pergel

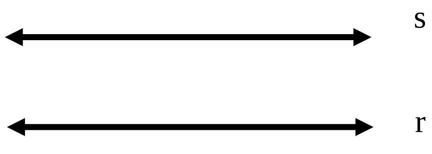
1. Problem Durumu Oluşturma:

Yol boyunca yola paralel olarak uzayıp giden elektrik ya da telefon tellerini görmüşsünüzdür. Yanda görülen kuş da aslında bu yola paralel olan telin üzerinde durmaktadır. Bu çizimde görülmeyen elektrik telini siz çizebilir misiniz?

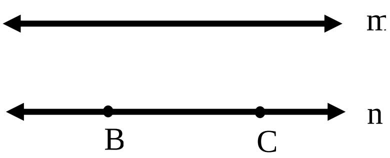
2. Bağ Kurma / İlişkilendirme:

➢ 

A noktasının d doğrusuna olan uzaklığını bulunuz.

➢ 

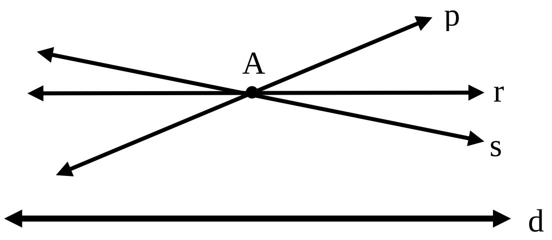
s ve r doğruları arasındaki uzaklık kaç mm'dir

➢ 

N doğrusu üzerindeki B ve C noktalarının m doğrusuna olan

- "Bu sorulara verdiğiniz yanıtlar size verilen problemi çözmeniz için ne şekilde yardım edebilir? Aralarında nasıl bir ilişki kurulabilir?" Soruları yöneltilir.

3. Tartışma / Keşfetme:



- "Yukarıdaki d doğrusu dışındaki A noktasından geçecek şekilde çizilen p, r ve s doğrularından hangisi ya da hangileri d doğrusuna paraleldir? Diğerleri neden değildir." Sorusu yöneltilir.
- Öğrencilerden gelen doğru ifadeler bir kez daha vurgulanır.

4. Oluşturma / Açıklama:

- Bir doğruya dışındaki bir noktadan paralel inşa etmek için neler yapılması gerektiğini açıklamaları istenir.
- Bu bilgiler kullanılarak yola paralel olan telin çizilmesi istenir.

5. Uygulama:

- Bir doğru ve dışında bir nokta belirleyerek bunları adlandırınız.
- Bu noktadan geçen ve çizdiğiniz doğruya paralel bir doğru çiziniz.
- Oluşturduğunuz şekilden yola çıkarak iki çıkarımda bulununuz.

6. Değerlendirme

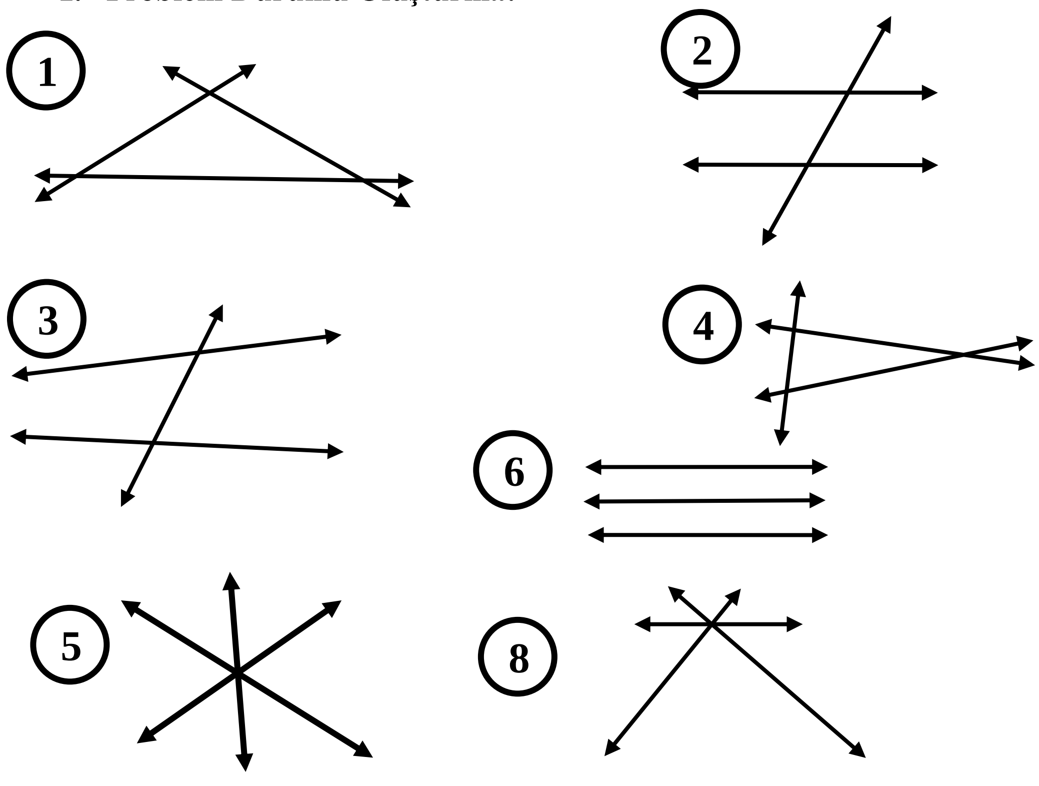
- Bir d doğrusu çiziniz.
- Bu doğruya 5 cm uzaklıkta bir A noktası işaretleyiniz.
- Bu noktayla doğrunun aynı tarafında kalan ve doğrudan 2 cm uzaklıkta bir B noktası daha işaretleyiniz.
- Bu iki noktadan geçen doğruyu çiziniz ve k olarak adlandırınız. Bu iki doğrunun birbirlerine göre durumları ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?

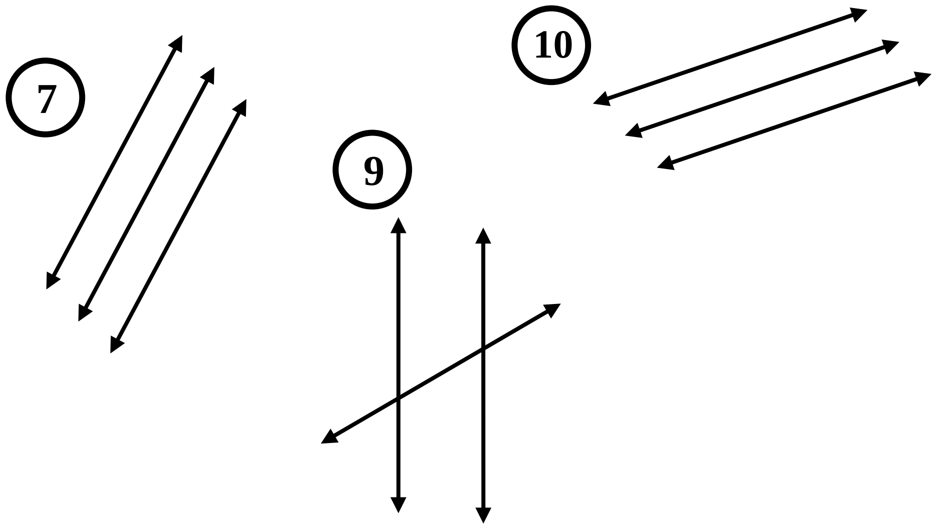
- A noktası ile aynı tarafta ve yine 5 cm uzaklıkta olan bir C noktası işaretleyip adlandırınız.
- A ve C noktalarından geçen doğru çiziniz ve m olarak adlandırınız. Bu iki doğrunun birbirlerine göre durumları ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?
- m doğrucu üzerinde farklı üç nokta daha işaretleyip adlandırınız.
- Bu noktalar ile d doğrusunun uzaklığını bulunuz. Çıkan sonuç ile ilgili nasıl bir yorum yapabilirsiniz?

ETKİNLİK PLANI-4

Sınıf Düzeyi	7. sınıf
Öğrenme Alanı	Geometri
Alt Öğrenme Alanı	Doğrular ve açılar
Beceriler	Problem çözme, iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme, psikomotor gelişim, duyuşsal özellikler
Kazanım	Kazanım4: Aynı Düzlemde Olan Üç Doğrunun Birbirlerine Göre Durumlarını Belirler, İnşa Eder ve Çizer. Kazanım5: Yöndeş, İç, İç Ters, Dış, Dış Ters Açıları Belirleyerek İsimlendirir. Kazanım6: Paralel İki Doğrunun Bir Kesenle Yaptığı Açıların Eş Olanlarını ve Bütünler Olanlarını Belirler. Kazanım1 Paralel İki Doğrunun Bir Kesenle Yaptığı Açıların Ölçüleri İle İlgili Hesaplamalar Yapar.
Etkinliklerin Gerektirdiği Süre	3 ders saati
Etkinliklerin Gerektirdiği Araç ve Gereçler	Noktalı kâğıt, cetvel, açıölçer

1. **Problem Durumu Oluşturma:**

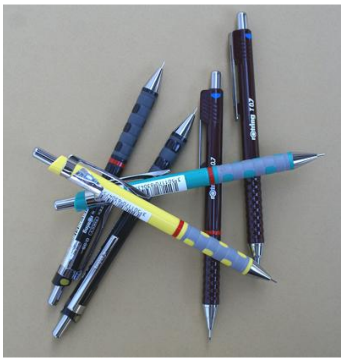


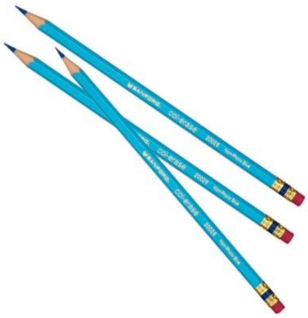


- “Yukarıda aynı düzlemde bulunan üç doğrunun birbirlerine göre durumları gösteren bazı şekiller görüyorsunuz. Bu şekilleri ortak özelliklerini göz önüne alarak nasıl gruplandırırsınız?” sorusu öğrencilere yöneltilir ve bu gruplandırmayı neye göre yaptıklarını gerekçelendirmeleri istenir. Grup sayısını mümkün olduğunca az tutmaları konusunda yönlendirme yapılır.

2. Bağ Kurma / İlişkilendirme:

- “İki doğru birbirlerine göre hangi durumlarda bulunabilir?” sorusu yöneltilir ve ellerindeki geometri şeritleri ile bu doğruları modellemeleri istenir.
- Öğrencilerden ellerinde üçüncü bir doğru olsaydı bunu oluşturdukları durumlara kaç farklı şekilde ekleyebilecekleri ve kaç farklı durum oluşturabilecekleri sorusu yöneltilir.
- Aşağıdaki resimlerde gördükleri doğru modellerini verdikleri yanıtlar doğrultusunda yorumlamaları istenir.



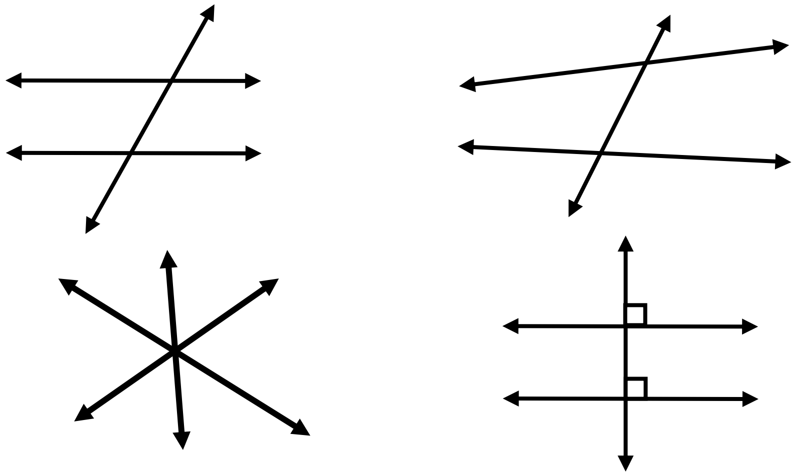



Belirgin bakışlar...


iStockphoto

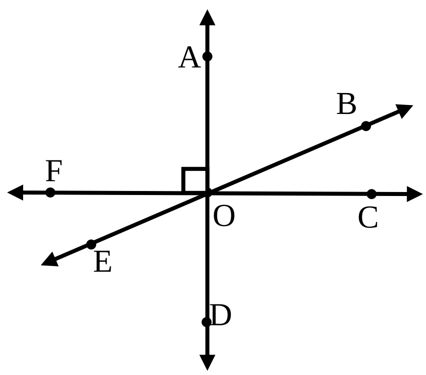
3. Tartışma / Keşfetme:

- Öğrencilerden aynı düzlem üzerindeki üç doğrunun hangi durumlarda olabileceğini söylemeleri istenir ve tartışma ortamı yaratılmaya çalışılır.
- "Aşağıdaki şekillerin birbirlerinden farklı yönleri nelerdir?" sorusu öğrencilere yöneltilir.

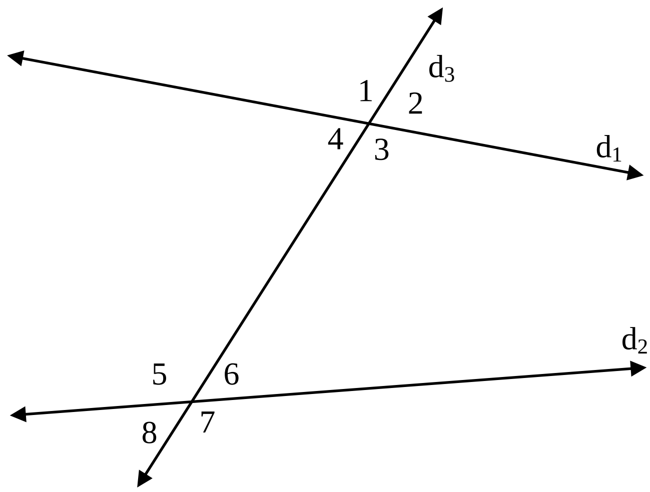


- Öğrencilerden alınan yanıtların ardından "kesen" ve "ortak dikme" tanımları yapılır.

- Açıların nasıl okunacağı, tümler, bütünler, ters, eş ve komşu açı kavramları ile ilgili ön bilgileri yoklanır ve bu kavramlar kısaca tekrarlanır.
- Öğrencilerden yandaki şekle bakarak aşağıdaki soruları yanıtlamaları istenir.
    1. Doğrular birbirlerine göre hangi durumdadır?
    2. Hangi açıları görüyorsunuz?
    3. Hangi açılar komşu açılardır?
    4. Hangi açılar tümlerdir?
    5. Hangi açılar komşu tümlerdir?
    6. Hangi açılar bütünlerdir?
    7. Hangi açılar komşu bütünlerdir?
    8. Hangi açılar eştir?
    9. Hangi açılar ters açıdır?



- “Aşağıdaki şekilde görülen doğruların birbirlerine göre durumları ile ilgili ne söylenilebilir?” sorusu yöneltilir.
- “Aşağıdaki şekilde 1,2,3,4,5,6,7 ve 8 numaralı açılardan birbirine benzer özelikler gösterenler var mı? Varsa hangi açılar hangi yönleriyle benzerlik göstermektedir?



- <1 ve <5 nın ortak yanları vardır. Bunlar nelerdir?
- Yukarıdaki şekilde <1 ve <5 gibi en az birer kenar doğruları aynı veya paralel olan açılara yöndeş açılar denir. Siz de şekildeki diğer yöndeş açı çiftlerini bulunuz ve defterinize yazınız.
- <3, <4, <5 ve <6 nın ortak yanları vardır. Bunlar nelerdir?
- <3, <4, <5 ve <6 gibi herhangi iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde bu doğruları arasında kalan ve kesenin her iki tarafında bulunan açılara iç açılar, bu iç açılardan <4 ve <6 gibi kesenin ters tarafında komşu olmayan açılara ise iç ters açılar denir. Siz de diğer iç ters açı çiftlerini bulunuz ve defterinize yazınız
- <1, <2, <7 ve <8 nın ortak yanları vardır. Bunlar nelerdir?
- <1, <2, <7 ve <8 gibi herhangi iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde bu doğrularının arasında olmayan ve kesenin her iki tarafında bulunan açıları dış açılar, bu dış açılardan <1 ve <7 gibi kesenin ters tarafında komşu olmayan açılara ise dış ters açılar denir. Siz de diğer dış ters açı çift çiftlerini bulunuz ve defterinize yazınız.

4. Oluşturma / Açıklama:

- Şekilde bulunan açıların ölçülerini açıölçer yardımıyla bularak aşağıdaki tabloya yazınız.

AÇI	ÖLÇÜ	AÇI	ÖLÇÜ
<1		<5	
<2		<6	
<3		<7	
<4		<8	

- Ters açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?
- Yöndeş açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?
- İç açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?
- İç ters açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?
- Dış açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?
- Dış ters açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?
- Bunların dışında, açı ölçüleri arasında bir ilişki görüyor musunuz?

- Doğrulardan ikisi birbirine paralel olsaydı acaba farklı bir sonuca ulaşılabilir miydi?
- İki doğruyu birbirine paralel hale getirdiğimiz durumdaki açıların ölçülerini bularak tabloyu tamamlayınız.

AÇI	ÖLÇÜ	AÇI	ÖLÇÜ
<1		<5	
<2		<6	
<3		<7	
<4		<8	

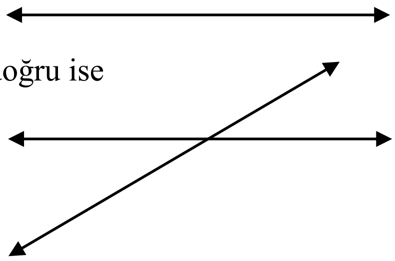
- Bu durumda açı ölçüleri arasında bir ilişki görüyor musunuz?
- Ters açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?
- Yöndeş açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?
- İç açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?
- İç ters açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?
- Dış açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?

- Dış ters açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsunuz?

5. Uygulama:

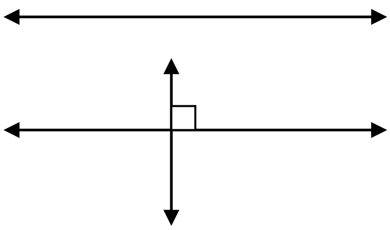
1) Doğruların birbirlerine göre durumları ile ilgili olarak çevrelerinden örnekler bulup söylemeleri ve görseller yardımıyla bir sunu hazırlamaları istenir.
2) Rastgele iki doğru ve bir kesen çizerek açıları isimlendiriniz ve öğrendiğiniz açı çiftlerini yazınız.

6. Değerlendirme

1) 

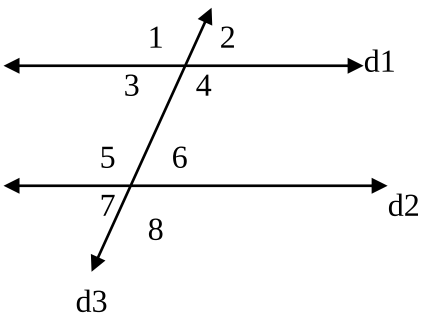
$d_1//d_2$ olmak üzere d_3 d_2 yi kesen bir doğru ise

d_1 i de keser mi? Sorusu yöneltilir ve nedeni sorulur

2) 

$d_1//d_2$ olmak üzere $d_3 \perp d_2$ ise

1. d_1 ve d_3 doğrularının birbirlerine göre
2. durumları ne olur? Sorusu yöneltilir ve nedeni sorulur.

3) 

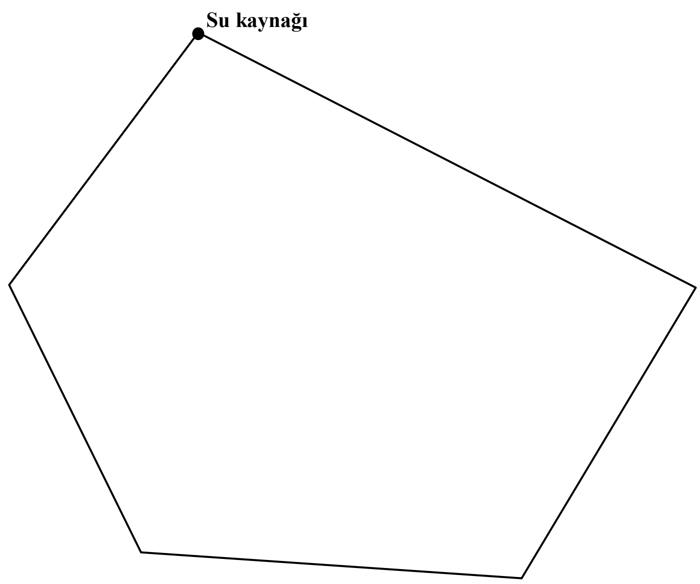
Yandaki şekilde 3 ve 6 numaralı açıların ölçüleri birbirine eşit ise d1 ve d2 doğrularının birbirine paralel olduğu söylenebilir mi? Neden?

ETKİNLİK PLANI-5

Sınıf Düzeyi	7
Öğrenme Alanı	Geometri
Alt Öğrenme Alanı	Çokgenler
Beceriler	Problem çözme, iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme.
Kazanım	**1.** Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler. **2.** Çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını hesaplar.
Etkinliklerin Gerektirdiği Süre	3 ders saati
Etkinliklerin Gerektirdiği Araç ve Gereçler	Noktalı kâğıt, cetvel, açıölçer

1. **Problem Durumu Oluşturma:**

Bu günlerde vasiyetini hazırlayan matematikçi Cahit bey vasiyetinde üç oğlunun şekilde görülen araziyi nasıl paylaşacağını şu üç kuralla açıklıyor.
Kural 1: Üçünün arazisi de su kaynağına komşu olsun.
Kural 2: Üç arazide aynı geometrik şekle sahip olsun.
Kural 3: Beşgen şeklindeki arazinin iç açıları toplamını üç eş parçaya ayırsın.



2. Bağ Kurma / İlişkilendirme:

- Slayt 1 yansıtılarak gördükleri şekillerden hangilerinin çokgen belirttiği ve hangi çokgenin iç açılarının ölçülerinin toplamının en fazla olabileceği sorulur.
- Çokgenlerden birini seçip köşelerini adlandırması ve açılarını gösterip ölçmesi istenir.
- Açıları Ölçme, çokgenleri isimlendirme ve düzgün çokgenlerin özellikleri hatırlatılır.

3. Tartışma / Keşfetme:

- Slayt2 yansıtılarak gördükleri şekillerden çokgen olmayanlar olup olmadığı sorulur ve çokgen oluşturmayanların neden çokgen oluşturmadığını açıklamaları istenir.
- Defterinizde herhangi üçü doğrudaş olmayan 5 nokta gösterip adlandırınız.
- Gösterdiğiniz noktaların ardışık iki tanesinden geçecek şekilde çizilebilecek tüm doğruları çiziniz.
- Hangi geometrik şekil ortaya çıktı?
- Göstermiş oldukları beş noktayı köşe kabul eden beşgeni renkli bir kalemle belirginleştirmeleri istenir.
- Noktaları birleştiren doğru parçalarının çokgenin kenarlarını oluşturduğu vurgulanır.
- Beşgenin köşe noktalarında oluşan açılar ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?
- İç ve dış açı ifadeleri kullanılır ve bir iç açı ile dış açı arasındaki ilişkinin ne olduğu sorulur?
- Gösterilen beş noktadan ardışık olmayan ikisinden, başka doğrular çizilip çizilemeyeceği sorulur ve bunları çizmeleri istenir.
- Bu noktalar ile sınırlanan doğru parçalarının köşegen olarak isimlendirildiği ifade edilir.

4. Oluşturma / Açıklama:

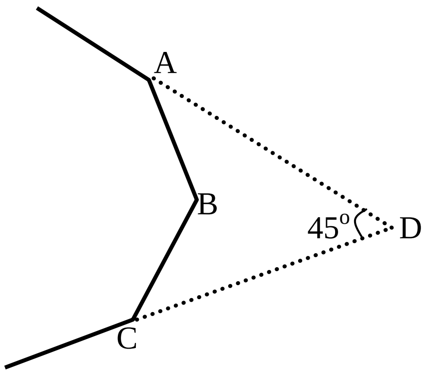
- Öğrencilerden köşegenin ne olduğunu kendi sözcükleri ile tanımlamaları ve defterlerine yazmaları istenir.
- Öğrencilere bir iç bükey bir de dış bükey çokgen verilir ve bu çokgenlerin tüm köşegenlerini farklı renkte bir kalemle çizmeleri istenir.
- İki çokgende görülen köşegenlerin durumları arasında bir fark olup olmadığı sorulur ve iç bükey, dış bükey çokgen tanımları yapılır..
- Öğrencilere çalışma yaprağında çizili olarak bir dörtgen, bir beşgen ve bir altıgen bir de yedigen verilir.
- Hangi çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını bildikleri ve nedeni sorulur.
- Verdikleri örnekler dışındaki bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamının nasıl bulunabileceği sorulur.
- Verilen çokgenlerin sadece bir köşesinden çıkan köşegenlerin tümünü çizmeleri istenir.
- Aşağıda görülen tabloyu doldurmaları istenir.

Çokgenler	**Kenar Sayısı**	**Oluşan Üçgen Sayısı**	**İç açılarının ölçüleri toplamı**

- Genel olarak bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamının nasıl bulunabileceği sorulur ve buldukları bağıntıyı cebirsel olarak yazmaları istenir.
- Bir düzgün çokgende bir iç açının ölçüsünün nasıl bulunabileceği sorulur ve buldukları bağıntıyı cebirsel olarak yazmaları istenir.

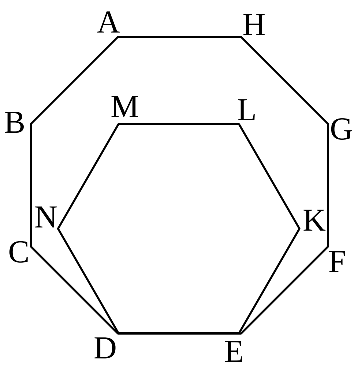
5. Uygulama:

- Bir sekizgenin iç açıları toplamı kaç derecedir?
- Düzgün bir altıgenin bir iç açısının ölçüsü kaç derecedir?
- Bir beşgenin dış açıları ölçüleri toplamı kaç derecedir?
- Şekilde A, B ve C köşeleri görülen çokgende DAB ve BCD açıları dış açılar, ADC açısının ölçüsü 45o ise bu çokgenin kenar sayısını bulunuz

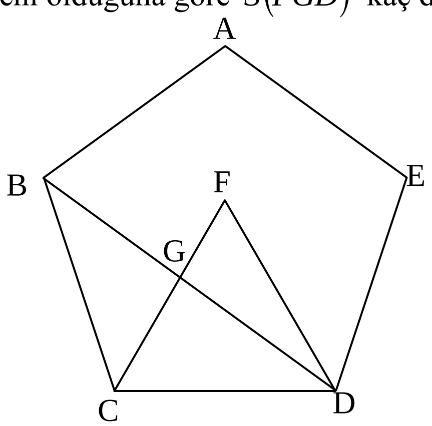


6. Değerlendirme

- ABCDEFGH düzgün sekizgen ve DEKLMN düzgün altıgendir? Buna göre $S(K\hat{E}F)$ kaç derecedir?



- ABCDE düzgün beşgen, CDF eşkenar üçgen ve [BD] düzgün beşgenin bir köşegeni olduğuna göre $S(F\hat{G}D)$ kaç derecedir?



ETKİNLİK PLANI-6

Sınıf Düzeyi	7
Öğrenme Alanı	Geometri
Alt Öğrenme Alanı	Çokgenler
Beceriler	Problem çözme, iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme.
Kazanım	**3.** Dörtgenlerin kenar, açı ve köşegen özelliklerini belirler.
Etkinliklerin Gerektirdiği Süre	2 ders saati
Etkinliklerin Gerektirdiği Araç ve Gereçler	Noktalı kâğıt, cetvel, açıölçer

1. **Problem Durumu Oluşturma:**

- Çalışma yaprağı 1 öğrencilere dağıtılarak görülen çokgenlerin ortak özelliklerinin neler olduğu sorulur?

2. **Bağ Kurma / İlişkilendirme:**

- 2. çalışma yaprağı yansıtılarak hangilerinin neden dörtgen olmadığı sorulur.
- Hangi dörtgenleri bildikleri ve bunların özellikleri ile ilgili olarak neler hatırladıkları sorulur.

3. **Tartışma / Keşfetme:**

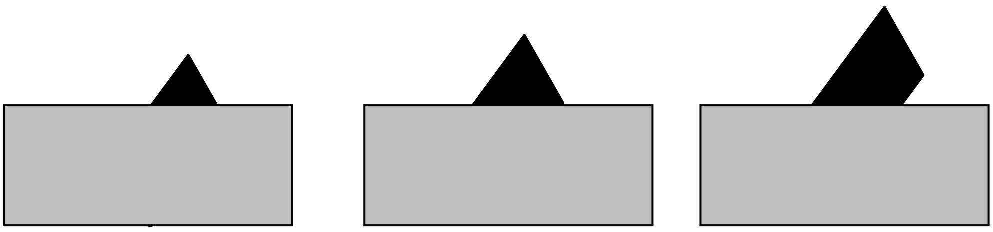
- Ellerindeki dörtgenlerin sırasıyla köşegenlerini çizip, açı kenar ve köşegen özellikleri ile ilgili olarak ölçümler yaparak aralarında tartışarak grupça verilen tabloyu doldurmaları istenir.
- Verdikleri yanıtlardan yola çıkarak ikinci tabloyu tamamlamaları istenir.

4. **Oluşturma / Açıklama:**

- Yaptıkları ölçümlerden ve doldurdukları tablolardan yola çıkarak kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğu tanımlamaları istenir.

5. Uygulama:

- Oy sandığına benzer bir kutu hazırlanır ve geometrik şekiller aşağıda görüldüğü gibi kutudan çıkarılmaya çalışılır. Her aşamada bu şeklin hangisi olduğu sorulur.



- Geometri tahtası üzerinde çalışarak dörtgen oluşturunuz, bu dörtgeni yamuğa yamuğu paralelkenara, paralelkenarı eşkenar dörtgene, eşkenar dörtgeni dikdörtgene dikdörtgeni kareye en az müdahale ile dönüştürünüz.
- Benim ismim ne oyunu KARE

Dört kenarı vardır

Kenarları birbirine eştir.

Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.

Açıları dik açıdır.

Köşegenleri birbirine eştir.

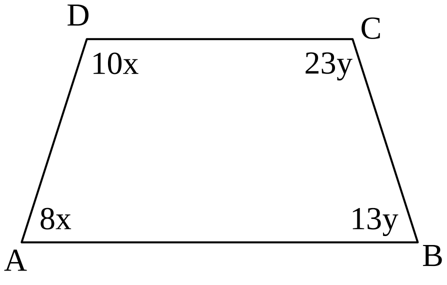
4 tane simetri ekseni vardır.

6. Değerlendirme

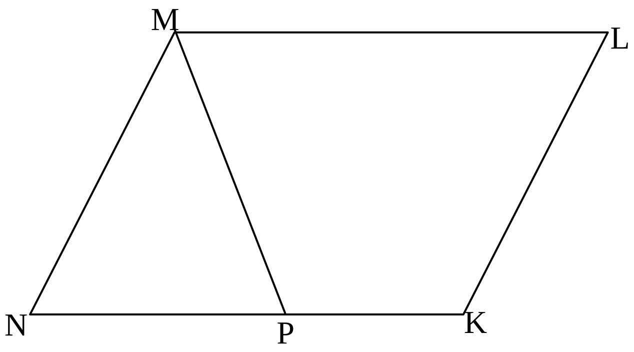
- Aşağıdaki şekilde verilen karenin tanımlarını tamamlayınız;

a. Kare……………………………………….bir dikdörtgendir.
b. Kare……………………………………….bir paralelkenardır.
c. Kare…………………....………………..bir yamuktur.
d. Kare……………………………………….bir eşkenar dörtgendir.

- Aşağıdaki ABCD yamuğunda[AB]//[CD] dir. Şekilde verilenlere göre x+y kaç drecedir?



- Şekildeki KLMN paralelkenarında $|MN| = |MP|$ ve $m(P\hat{K}L) = 120^o$ olduğuna göre $m(L\hat{M}P) = x$ kaç derecedir?

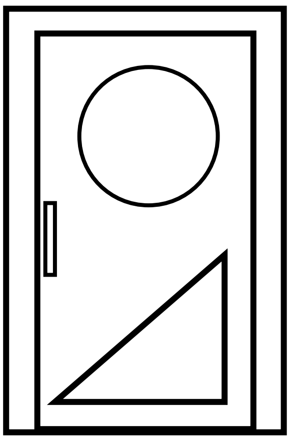


ETKİNLİK PLANI-7

Sınıf Düzeyi	7
Öğrenme Alanı	Geometri
Alt Öğrenme Alanı	Eşlik ve Benzerlik
Beceriler	Problem çözme, iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme.
Kazanım	**4.** Çokgenleri karşılaştırarak eş olup olmadıklarını belirler ve bir çokgene eş çokgenler oluşturur. **5.** Çokgenleri karşılaştırarak benzer olup olmadıklarını belirler ve bir çokgene benzer çokgenler oluşturur.
Etkinliklerin Gerektirdiği Süre	1 ders saati
Etkinliklerin Gerektirdiği Araç ve Gereçler	Noktalı kâğıt, izometrik kağıt, cetvel, açıölçer

1. Problem Durumu Oluşturma:

Ekrem bey yeni faaliyete başlayacak üretim tesislerinde aşağıda çizimi görülen ve üzerinde dikdörtgen, üçgen ve çember şekillerinin görüldüğü kapılardan imal edip satmak istemektedir. Ekrem bey'in çizimi görülen kapıyı görüldüğü şekilde aynı büyüklükte veya görünümü bozulmadan farklı büyüklükte sipariş eden tüm müşterilerine en iyi şekilde hizmet edebilmesi için kapının ölçülerinden hangilerinin bilinmesi ve üretim sırasında başka nelere dikkat etmesi gerekir?



Sipariş vermek için Ekrem Bey'in işyerine gelen Elif Hanım ve Teoman Bey'in siparişleri aşağıda görüldüğü şekildedir.

Elif Hanım'ın siparişi: Ölçüleri verilen standart ölçülerde olan bir kapı.

Teoman Bey'in Siparişi: Büyüklüğü standart büyüklüğün $\frac{4}{5}'i$ olan ve $\frac{3}{2}'ü$ olan birer kapı. Verilen siparişlere uygun ölçülerde kapıları çizerek Ekrem Bey ve çalışanlarına yardımcı olunuz.

2. Bağ Kurma / İlişkilendirme:

- Öğrencilere, verilen problemin kendilerine hangi kavramları çağrıştırdığı sorulur.
- Öğrencilere eş ve benzer çokgen çiftlerinin yer aldığı sunu1 izletilir ve şekiller arasındaki ilişkinin ne olduğu söylemeleri istenir ve buna nasıl karar verdikleri sorulur.
- Eşlik ve benzerliğin ne olduğu ve aralarındaki ilişki hatırlatılır.

3. Tartışma / Keşfetme:

- Öğrenciler gruplara ayrılır ve her gruba aralarında belli sayıda eş ve benzer çokgenin de bulunduğu farklı renkteki kartonlardan kesilmiş çokgenler dağıtılır ve bu çokgenlerden hangilerinin eş hangilerinin benzer olduğunu hangilerinin de ne eş ne de benzer olduğunu bulmaları istenir.
- Öğrencilerden buldukları yanıtları gerekçelendirmeleri istenir.
- Öğrencilerden gelen yanıtlar da dikkate alınarak açılar ve kenarlar arasındaki ilişkilere vurgu yapılır.
- Kesilmiş olarak verilen çokgenlerin yerine kağıt üzerine çizilmiş olarak aynı çokgenler verilir ve bu durumda benzerliğe yada eşliğe nasıl karar verebilecekleri sorulur.
- Açılar ve kenarlar arasındaki ilişkiyi nasıl ortaya koyabilecekleri sorulur.

3. Oluşturma / Açıklama:

- Öğrencilere birbirine eş olan çokgenleri sembolik olarak ifade ederken eş olan açıların ve kenarların tam olarak hangileri olduğunun anlaşılması için ne yapabilecekleri sorulur.
- Benzer olan çokgenler için de benzer şekilde bir gösterimin yararı olup olmayacağı sorulur.

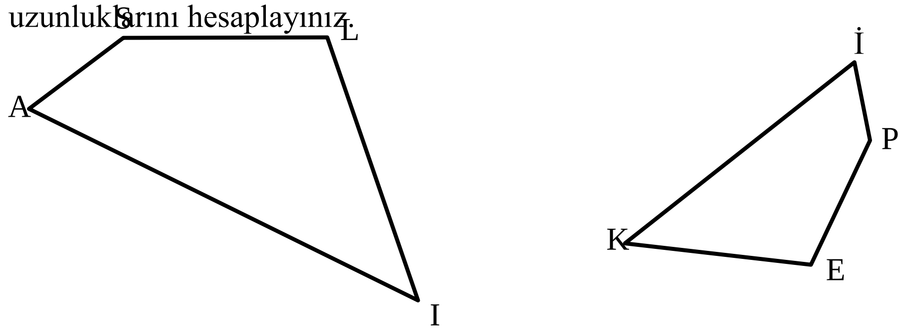
- Öğrencilerden gelen yanıtların ardından söylenenlerin içerisinden doğru ifadeler vurgulanarak nasıl gösterilmesi gerektiği ifade edilir.
- ÇY1 dağıtılır ve birbirine eş ve benzer olan kapı şekillerini oluşturmaları çokgelerin köşelerini adlandırarak benzerlik ve eşlik durumlarını sembolik olarak ifade etmeleri istenir.

4. Uygulama:

- Noktalı kağıda çizilen çokgenler öğrencilere verilir. Benzerlik oranı $\frac{1}{3}$, 1 ve 2 olacak şekilde verilen çokgenin benzerlerini çizmeleri istenir.
-

5. Değerlendirme

- ASLI dörtgeni ≈ İPEK dörtgeni olduğuna göre, eş açıları ve orantılı kenarları yazarak RS ve FO uzunluklarını hesaplayınız. LI ve İP uzunluklarını hesaplayınız.



- Benzerlik oranı $\frac{1}{2}$ olan iki çokgenin, açı ölçüleri arasındaki oranı da $\frac{1}{2}$ olur mu?

ETKİNLİK PLANI-8

Sınıf Düzeyi	7
Öğrenme Alanı	Geometri
Alt Öğrenme Alanı	Çember ve Daire
Beceriler	Problem çözme, iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme.
Kazanım	**1.** Çemberin özelliklerini belirler ve çember modeli inşa eder. 2. Çemberin düzlemde ayırdığı bölgeleri belirler. 3. Çember ile doğrunun ilişkisini belirler.
Etkinliklerin Gerektirdiği Süre	1 ders saati
Etkinliklerin Gerektirdiği Araç ve Gereçler	Noktalı kâğıt, cetvel, açıölçer

1. **Problem Durumu Oluşturma:**

Sunu1 deki resimler öğrencilere gösterilir ve bu resimlerde görülen nesnelerin üzerinde çember ve daire modellerinin bulunup bulunmadığı sorularak bunları belirlemeleri ve nedenini belirtmeleri istenir.

2. **Bağ Kurma / İlişkilendirme:**

- Slayt1 yansıtılarak içlerinden hangisinin çember ve daire olduğu ve nedeni sorulur.
- Slayt2 yansıtılarak O merkezli çemberde bulunan doğru parçalarının diğerlerinden farklı yanlarını belirtmeleri ve çemberin hangi elemanı olduğunu söylemeleri istenir.
- Bir çember çizerken hangi araçlar kullanılabilir? Sorusu yöneltilir.

3. **Tartışma / Keşfetme:**

- Öğrencilerden biri tahtaya çıkarılır bir ucunda tebeşir bağlı olan bir ip verilerek kolunu sadece saat yönünde döndürerek bir tahtaya çember çizmesi ve bu çemberin merkezini belirleyerek yarıçapını göstermesi istenir.

- Ardı ardına dört beş öğrenci tahtaya çıkarılarak gözleri kapatılır ve bir elleri çemberin merkezinde bir elleri de çemberin üzerinde olacak şekilde bırakılır. Tahtaya bir nokta koymaları istenir. Aynı işlem yerlerinde oturan öğrencilerden de istenir.

- Öğrencilere koydukları noktanın çemberin neresinde olabileceği ve yanıtlarını neye göre verdikleri sorulur.

- Öğrencilerden alınan yanıtların ardından çemberin düzlemi iki farklı bölgeye ayırdığı ve bir noktanın ya çemberin üzerinde ya dışında ya da içinde bulunabileceği vurgulanır.

- Sizce bu noktaların her birini çemberin merkezine birleştiren doğru parçalarının uzunluğu ile yarıçap uzunluğu arasında nasıl bir ilişki vardır? Sorusu yöneltilir ve ölçerek bunu bulmaları sağlanır.

- Öğrencilerden alınan yanıtların ardından çemberin merkezine uzaklığı verilen noktaların nerede olduğuna nasıl karar verilebileceği vurgulanır.

- Slayt 3 yansıtılarak şekilde görülen doğrular arasında ne gibi farklar olduğu sorulur. Çemberle doğrunun farklı bir konumda bulunup bulunamayacağını tartışmaları istenir.

- Slayt 4 yansıtılarak 1. ve 2. çemberde yer alan çizimler arasında ne gibi farklar olduğu sorulur. Bu tip doğru parçalarına **teğet** adı verildiği belirtilir.

- Slayt 5 yansıtılarak 1. ve 2. çemberde yer alan çizimler arasında ne gibi farklar olduğu sorulur. Bu tip doğru parçalarına **kesen** adı verildiği belirtilir.

- Slayt 6 yansıtılarak 1. ve 2. çemberde yer alan çizimler arasında ne gibi farklar olduğu sorulur. Bu tip doğru parçalarına **kiriş** adı verildiği belirtilir.

- Slayt 7 yansıtılarak 1. ve 2. çemberde yer alan çizimler arasında ne gibi farklar olduğu sorulur. Bu tip doğrulara **çap** adı verildiği belirtilir.

- Slayt 8 yansıtılarak 1. ve 2. çemberde yer alan çizimler arasında ne gibi farklar olduğu sorulur. Bu tip doğrulara **yarıçap** adı verildiği belirtilir.
-

4. Oluşturma / Açıklama:

- Daire ile çember arasındaki farkın ne olduğu sorulur?

- Çemberin iç bölgesi ile kendisinin birleşiminin daire oluşturduğu genellemesine ulaşılmaya çalışılır ve bu ilişkiyi defterlerine yazmaları istenir.

- Öğrencilerin ellerine bir çember ve bir doğru modeli verilerek bunları birbirlerine göre nasıl konumlandırabilecekleri sorusu yöneltilir

- Öğrencilerden oluşturdukları farklı durumları defterlerine çizerek göstermeleri istenir.

- Bu doğruları hangi özellikleri dikkate alarak çizdikleri sorulur.

- Çember ve doğrunun birbirlerine göre durumları nasıl olabilir sorusu yöneltilir ve bir sınıflandırma yapmaları istenir.
- Çizdikleri doğruların çemberin merkezine uzaklıkları ve yarıçap uzunluğu arasında nasıl bir ilişki gördükleri sorusu yöneltilir.
- Çizilen bir model üzerinde çember yayı(çember parçası yada yay), kesen, kiriş, teğet gösterilir ve öğrencilere bunları nasıl tanımlayabilecekleri sorulur.
- Alınan yanıtların doğru yanları vurgulanarak tanımlar verilir.

5. Uygulama:

- Bir A4 kağıdının üzerine yarıçapı 10 cm olan saat yönünde bir çember çiziniz.
- Biri çember üzerinde biri çemberin iç biri de dış bölgesinde olan üç nokta belirleyerek adlandırınız.
- Kağıdı birer birer bu noktalardan ve çemberin merkezinden geçecek şekilde dört farklı şekilde katlayıp kat çizgilerini farklı renkte kalemlerle belirginleştiriniz.
- Bu şekli üzerinde çember yayı, kesen, kiriş, çap ve teğeti gösteriniz.

6. Değerlendirme

1)

- 5cm yarıçapında bir çember ve farklı iki kiriş çiziniz.
- Bu kirişlerin uzunluklarını ve çemberin merkezine olan uzaklıklarını bulunuz.
- Bu durumla ilgili hangi çıkarımlarda bulunabilirsiniz.
- Çemberin en uzun kirişini çiziniz.
- Çizdiğiniz bu kirişin başka bir özelliği var mıdır?

2)

- Bir çember çizip merkezini belirleyiniz.
- Bu çembere ait bir kiriş çiziniz.
- Bu kirişin çembere olan uzaklığını çizip ölçerek bulunuz.

- Kirişin her iki ucu ile çemberin merkezi arasındaki uzaklık ile ilgili ne söyleyebilirsiniz.
- Bu durum ile ilgili ne tür çıkarımlarda bulunabilirsiniz.

3)

ETKİNLİK PLANI-9

Sınıf Düzeyi	7
Öğrenme Alanı	Geometri
Alt Öğrenme Alanı	Çember ve Daire
Beceriler	Problem çözme, iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme.
Kazanım	**4.** Çember ve dairede merkez açı ve çevre açı ile bu açıların gördüğü yayları belirler. 5. Aynı yayı gören merkez açının ölçüsü ile çevre açının ölçüsü arasındaki ilişkiyi belirler. 6.Bir çember ve dairede merkez açının belirlediği minör(küçük) ve majör(büyük) yayların ölçüsünü hesaplar. 7. Merkez açının ve çevre açının ölçülerini açıklar.
Etkinliklerin Gerektirdiği Süre	1 ders saati
Etkinliklerin Gerektirdiği Araç ve Gereçler	Noktalı kâğıt, cetvel, açıölçer

1. **Problem Durumu Oluşturma:**

- Öğrenciler Sunu gösterilerek bu resimlerde gördükleri açı modelleri ve yayları belirtmeleri istenir. Bunlarla ilgili neler söyleyebilecekleri sorulur.

2. **Bağ Kurma / İlişkilendirme:**

- Açıların nasıl adlandırıldığı ve ölçüsünün nasıl gösterildiği hatırlatılır.
- Slayt1 yansıtılarak gördükleri şekillerin sunu da karşılaştıkları açı ve yayların bir modellemesinin olup olamayacağı sorulur.
- Ters açıların neden eş olduğu hatırlatılır.

3. **Tartışma / Keşfetme:**

- Slayt 2 yansıtılarak burada görmüş oldukları açıların öncekilere benzer ve farklı yanlarını söylemeleri istenir.
- Önceki şekillerdekine benzer şekillerde görülen açıların köşelerinin nerelerde olduğu sorusu yöneltilir ve merkez açı tanımı verilir.

- Şekillerde görmüş oldukları açıların ABC olarak adlandırılması durumunda ABC açısının çemberi kaç farklı yaya ayırdığı ve bu yayların hangileri olduğu sorulur.
- ABC açısının gördüğü yay ifadesinde kastedilen yayın hangisi olduğu tartışmaları istenir.
- Öğrencilerden gelen yanıtların ardından minör ve majör yay tanımları ve yay belirlenme yöntemi verilir.
- Tüm çember yayının 360^o olduğu düşünülürse merkez açının ölçüsüyle gördüğü yayın ölçüsü arasında nasıl bir ilişki olabileceği sorulur.
- Merkez açının gördüğü yayın ölçüsünün açının ölçüsüne eşit olduğu bilgisi verilir.
- Bir merkez açının ölçüsünün en fazla kaç derece olabileceğini nedenleri ile tartışmaları sağlanır.
- Bu açılardan farklı olan açıların ortak özelliklerinin olup olmadığı, varsa neler olduğu sorulur.
- Bu açıların köşelerinin nerede bulunduğu sorusu yöneltilerek çevre açı tanımı verilir.
- Bir çevre açının ölçüsünün en fazla kaç derece olabileceğini nedenleri ile tartışmaları sağlanır.

4. Oluşturma / Açıklama:

- Merkez açı ile çevre açının ölçüleri arasında bir ilişki olabilir mi?
- Öğrencilerden 3 farklı çember çizmeleri ve bu çemberler üzerinde aynı yayı gören bir merkez bir de çevre açı oluşturmaları istenir.
- Şekillerde görülen çevre ve merkez açıların ölçülerini ölçerek bulmaları ve aşağıda görülen tabloyu doldurmaları istenir.

	Merkez Açının Ölçüsü	**Çevre Açının Ölçüsü**	**Gördükleri Yayın Ölçüsü**
1. Çember			
2. Çember			
3. Çember			

- Ölçüm sonuçlarından yararlanarak çevre açının ölçüsü ve merkez açının ölçüsü arasında bir ilişki görüp görmedikleri sorulur.
- Gördükleri ilişkiden yola çıkarak merkez açı ve çevre açının ölçüleri ile ilgili bir kural oluşturmaları istenir.

5. Uygulama:

1.

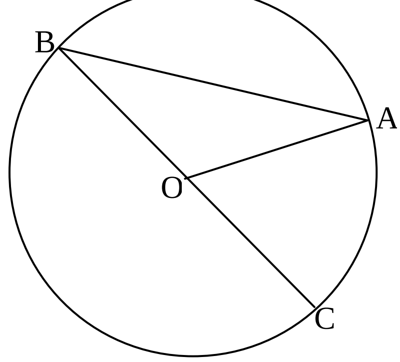
- O merkezli bir çember çiziniz.
- 60^olik bir merkez açı çiziniz.
- Bu açının gördüğü yay kaç derecedir?
- Aynı yayı gören üç farklı çevre açı çiziniz.
- Çizdiğiniz çevre açıların ölçülerini hesaplayarak bulunuz.

2.

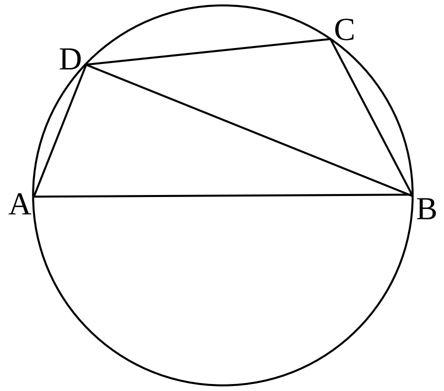
- Bir çember ve bu çembere ait bir çap çiziniz.
- Çizdiğiniz çap bir açı olarak düşünülebilir mi?
- Bu açı ne tür bir açı olabilir?
- Çizdiğiniz bu çap kaç derecelik bir merkez açı olarak düşünülebilir?
- Bu merkez açı ile aynı yayı gören bir çevre açı çiziniz.
- Çizdiğiniz bu çevre açının ölçüsünü hesaplayınız.

6. Değerlendirme

1. Şekildeki O merkezli çemberde $m(B\hat{A}O) = 34^O$ olduğuna göre $m(A\hat{O}C) = x$ kaç derecedir?



2. Şekildeki O merkezli çemberde $m(\hat{C}) = 120^o$ olduğuna göre $m(D\hat{B}A) = x$ kaç derecedir?



EK 6. BİLGİLENDİRME YÖNERGELERİ

Görüşmeler İçin Öğrenci Bilgilendirme Yönergesi

Öğrencilerle yapılacak olan görüşmeye başlamadan önce her bir öğrenciye araştırmayla ilgili gerekli bilgiler aşağıdaki yönerge kapsamında araştırmacı tarafından açıklanmıştır.

Merhaba, bu görüşmeye zaman ayırdığın için teşekkür ederim. Benim adım Bülent Nuri ÖZCAN Dokuz Eylül Üniversitesi'nde doktora yapmaktayım. "İlköğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Geliştirilmesinde Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi" üzerine bir araştırma yapıyorum ve seninle derste ele aldığımız konu ile ilgili bir görüşme yapmak istiyorum. Bu görüşmede amacım öğrencilerin geometride bilgiyi oluşturma süreçlerini inceleyerek düşünsel süreçlerinin nasıl olduğunu belirlemektir. Bu nedenle görüşme sırasında düşündüğün her şeyi sözel olarak ifade etmen araştırmamız için önemlidir. Düşündüğünün doğruluğundan emin olmasan veya aklına gelen fikrin yanlış olabileceğini düşünsen bile fikirlerini açıkça ifade etmen, araştırmanın doğru şekilde yapılması için önemlidir. Sorduğum soruların yanıtlarını yazarak veya aklına gelen şeyleri çizerek de verebilirsin bunun için masada bulunan kalem, kağıdı ve geometri takımını kullanabilirsin.

Bu görüşme sürecinde aramızda geçecek hiçbir diyalog öğretmenine iletilmeyecek, söyleyeceklerinin tümü gizli kalacaktır. Görüşmeler sonucunda topladığım bilgileri araştırma raporumda kullanacağım, ancak görüşmelerin gizliliği için ismin kesinlikle rapora yansıtılmayacak, isimler şifrelenerek kullanılacaktır. Bununla birlikte görüşme sürecinde söylediklerinin hiçbirini kaçırmamak için ses kayıt cihazı ve kamera kullanacağım ve görüşme sırasında söylediklerini hatırlayabilmeme yardımcı olacak notlar alacağım.

Ses kayıt cihazı ve kamera kullanmamda bir sakınca var mı?

Araştırmanın sonunda istersen araştırmanın sonuçları hakkında bilgi verebilirim.

Bu görüşmenin yaklaşık 1 saat süreceğini tahmin ediyorum.

Başlamadan önce, bu söylediklerimle ilgili belirtmek istediğin bir düşünce yada sormak istediğin bir soru var mı?

İzin verirsen sorulara başlamak istiyorum.

Uygulanacak Test için katılımcı Bilgilendirme Yönergesi

Öğrencilere uygulanacak olan Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi'ne başlamadan önce uygulama yapılacak olan sınıflarda araştırmayla ilgili gerekli bilgiler öğrencilere aşağıdaki yönerge kapsamında araştırmacı tarafından açıklanmıştır.

Merhaba, benim adım Bülent Nuri ÖZCAN Dokuz Eylül Üniversitesi'nde doktora yapmaktayım. "İlköğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Geliştirilmesinde Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi" üzerine bir araştırma yapıyorum ve sizlerin geometrik düşünme düzeylerinizi belirlemek amacıyla geliştirdiğim "Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi"ni sizlere uygulamak istiyorum.

Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi, her bir maddesi 4 seçenekten oluşan 54 maddelik bir testtir ve her sorunun yalnızca bir doğru yanıtı vardır. Sorulara vereceğiniz yanıtlar araştırma için oldukça önemlidir; bu nedenle her bir soruyu dikkatlice okuyup yanıtlayınız. Eğer hata yaparsanız sorunun yanıtını düzgün şekilde silip, doğru olan yanıtı işaretleyiniz.

Testte 54 soru bulunduğu için test ikiye bölünüp iki ders süresince uygulanacaktır. İlk ders testin ilk yarısı, ikinci ders ise ikinci yarısı uygulanacaktır.

Sorulara verdiğiniz yanıtların tümü gizli kalacaktır. Bu bilgileri araştırmacıların dışında herhangi bir kimsenin görmesi mümkün değildir. Test analizlerinin tümü araştırmacı tarafından yapılacaktır. Ayrıca araştırma raporunu yazarken kişilerin isimleri rapora kesinlikle yansıtılmayacaktır. Araştırmanın sonuçlarını öğrenmek isterseniz araştırmanın sonunda elde ettiğim verileri sizlere sunabilirim. Başlamadan önce, bu söylediklerimle ilgili belirtmek istediğiniz bir düşünce yada sormak istediğiniz bir soru var mı?

Soruları yanıtlarken herhangi bir sorunla karşılaşırsanız veya sormak istediğiniz bir şey olursa sorabilirsiniz.

Dağıtılan soru kitapçıklarına istediğiniz gibi işaretleme yapabilirsiniz, sorunun doğru yanıtını size verilen cevap kağıdına işaretleyiniz. Doğru cevabın dairesini iyice doldurunuz ve doğru seçeneğin sadece bir tane olduğunu unutmayınız.

Araştırmaya katıldığınız için teşekkür ederim.

Soruları yanıtlamaya başlayabilirsiniz.

Uygulama Yapılacak Okullarda İdareci ve Öğretmen Bilgilendirme Yönergesi

Öğrencilere uygulanacak olan Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi, Etkinlikler ile yapılacak olan görüşme hakkında okul yöneticileri ve öğretmenleri bilgilendirmek için aşağıdaki yönerge kullanılmıştır.

Merhaba, benim adım Bülent Nuri ÖZCAN Dokuz Eylül Üniversitesi'nde doktora yapıyorum, aynı zamanda İzmir Özel Tevfik Fikret İlköğretim Okulunda matematik öğretmeni olarak görev yapıyorum. "İlköğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Geliştirilmesinde Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi" üzerine bir araştırma yapıyorum. Araştırmanın amacı ilköğretim 6-8. sınıf öğrencilerin geometride bilgiyi oluşturma süreçlerini inceleyerek düşünsel süreçlerini ortaya çıkarmaktır.

İzmir İl Milli Eğitim Müdürlüğünden aldığım izinle okulunuzda bulunan 7. sınıflara 2 ders saati süresince Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi'ni uygulayacağım ve okulunuzdan seçtiğim bazı öğrencilerden izin alarak bire bir olarak, düşünsel süreçlerini incelemek için görüşme yapmak istiyorum. Bu görüşmede amacım öğrencilerin geometride bilgiyi oluşturma süreçlerini inceleyerek düşünsel süreçlerinin nasıl olduğunu belirlemektir. Bu görüşme yaklaşık 1 saat süreceğini düşünüyorum.

Bu araştırmada okulların başarıları karşılaştırılmayacak ve veriler okul isimlerine göre kesinlikle yorumlanmayacaktır. Araştırma sonucunda elde edilen veriler gizlidir. Bu bilgileri araştırmacıların dışında herhangi bir kimsenin görmesi mümkün değildir. Test analizlerinin tümü araştırmacı tarafından yapılacaktır. Ayrıca araştırma raporunu yazarken kişilerin isimleri rapora kesinlikle yansıtılmayacaktır.

Araştırmanın sonuçlarını öğrenmek isterseniz araştırmanın sonunda elde ettiğim verileri sizlere sunabilirim.

Araştırmayı desteklediğiniz için teşekkür ederim.

EK 7. İZİNLER

Subject:	RE:
From:	yucel fidan (yucelfidan@hotmail.com)
To:	bnozcan@yahoo.com;
Date:	Saturday, August 21, 2010 11:52 AM

Sayın; Bülent Nuri ÖZCAN

Geliştirmiş olduğum İlköğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerini Belirleme Testi'nin tamamını kullanmanıza izin veriyorum. İyi çalışmalar.

Yrd.Doç.Dr.Yücel FİDAN
Pamukkale Üniversitesi
İlköğretim Bölümü
İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı

> Date: Thu, 12 Aug 2010 22:43:49 -0700
> From: bnozcan@yahoo.com
> To: yucelfidan@hotmail.com
> Subject:
>
> Sayın Yücel FİDAN,
>
> 2009 yılında hazırlayıp doktora tezinizde yer verdiğiniz Geometrik Düşünme Düzeyi Testi'nin bazı maddelerine "İlköğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Geliştirilmesinde Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi" adlı doktora tez çalışmamda ihtiyaç duymaktayım. Bu konuda izniniz olması durumunda testin bazı maddelerine çalışmamda yer vermek istiyorum. Saygılar sunar iyi çalışmalar dilerim.
>
> Bülent Nuri ÖZCAN

Subject:	Re: Geometri dÃ¼zey belirleme testi izni
From:	Asuman DUATEPE PAKSU (aduatepe@pau.edu.tr)
To:	bnozcan@yahoo.com;
Date:	Friday, August 13, 2010 9:09 AM

Ölçeği kullanmanızda bir sakınca yoktur.

İyi çalışmalar

SayÄ±n Asuman DUATEPE PAKSU,
>
> 2000 yÄ±lÄ±nda Ã§evirisini yapÄ±p yÃ¼ksek lisans tezinizde yer
> verdiÄiniz Van Hiele Geometrik DÃ¼ÅÃ¼nme DÃ¼zeyi Testiânin bazÄ±
> maddelerine âÄ°lkÃ¶Äretim ÃÄrencilerinin Geometrik DÃ¼ÅÃ¼nme
> DÃ¼zeylerinin GeliÅtirilmesinde Bilgiyi OluÅturma SÃ¼reÃ§lerinin
> Ä°ncelenmesiâ adlÄ± doktora tez Ã§alÄ±Åmamda ihtiyaÃ§ duymaktayÄ±m. Bu
> konuda izniniz olmasÄ± durumunda testin bazÄ± maddelerine Ã§alÄ±Åmamda
> yer vermek istiyorum. SaygÄ±lar sunar iyi Ã§alÄ±Åmalar dilerim.
>
> BÃ¼lent Nuri ÃZCAN
>

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

16 Eylül 2010

Sayı : B.08.4.MEM.4.35.00.03.1/ 61615
Konu : Bülent Nuri ÖZCAN'ın
Araştırma İzni

VALİLİK MAKAMINA
İZMİR

İlgi: a) 28/02/2007 tarihli ve B.08.4.EDG.0.33.03.311/1084 sayılı Makam Onayı.
b) Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nün 03/09/2010 tarih ve 2301 sayılı yazısı.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim ABD İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora Programı öğrencisi Bülent Nuri ÖZCAN'ın **"İlköğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Geliştirilmesinde Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi"** konulu tez çalışması için kullanacağı ölçekleri, Buca Şehit Astsubay Ümit Başaran İlköğretim Okulu 7. sınıf öğrencilerine uygulamak istediği belirtilmektedir.

Söz konusu ölçeklerin ***geçerlik-güvenirlik*** uygulamasının, yukarıda belirtilen ilköğretim kurumunda, 2010-2011 eğitim-öğretim yılında eğitim öğretimi aksatmadan yapılması, araştırma sonucunun bir örneğinin Müdürlüğümüze verilmesi kaydıyla uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde Olur'larınızı arz ederim.

M. Rağıp ÜYE
Müdür

OLUR
17../09/2010
İbrahim BALLI
Vali a.
Vali Yardımcısı

EKLER: Araştırma Değerlendirme Formu (1 Sayfa)

35268 Konak / İZMİR
Telefon : (0 232) 4410332/208
Faks : (0 232) 4893069
E-Posta : arge35@meb.gov.tr
İnt. Adresi : http://izmir.meb.gov.tr