



**EKSENEL ÇEKMEYE MARUZ , EKSENİNDE DİK YÖNDE İKİ RİJİT  
ENKLOZYON BULUNAN SONSUZ SİLİNDİR PROBLEMİ**

*(THE INFINITE CYLINDER PROBLEM CONTAINING TWO TRANSVERSE RIGID  
INCLUSIONS SUBJECTED TO AXISYMMETRIC AXIAL TENSION)*

**Evren TOYGAR\***

**ÖZET / ABSTRACT**

Bu çalışmada eksenel çekmeye maruz silindirde eksenine dik yönde ve  $z=\pm L$  düzlemlerinde enleri (d-c) olan iki rijit enklozyon bulunmaktadır. Kalınlığı ihmal edilen rijit enklozyonların bulunduğu düzlemlerde enklozyonlar boyunca yer değiştirmeler sabit ve sürekli, gerilmelerde ise sıçramalar vardır. Silindirin yan yüzeyi serbesttir. Silindir malzemesinin doğrusal elastik ve izotrop olduğu varsayılmaktadır. Problemin çözümünde r yönünde Hankel, z yönünde de Fourier dönüşümleri kullanılmaktadır. Aşağıda tanımlanan iki problemin çözümlerinin üstüste eklenmesi ile genel problemin çözümü elde edilmiştir.

- 1) Sonsuzda, düzgün yayılı ve  $p_0$  şiddetindeki yüke maruz ve rijit enklozyon içermeyen silindir problemi
- 2)  $z=\pm L$  düzlemlerinde iki rijit enklozyon içeren silindir problemi

Navier denklemleri Fourier ve Hankel dönüşümleri ile çözülürken gerilme ve yer değiştirme ifadelerindeki bilinmeyenlerin sayısı sınır koşulları kullanılarak ikiye düşürülür. Elde edilen iki tekil integral denklem enklozyon yüzeylerindeki yer değiştirme türevleri cinsinden ifade edilmiştir. Bu denklemler enklozyonlar boyunca yazılan denge koşulları ile birlikte çözümlenir. Gauss-Lobatto integrasyon formülü ile denklemler doğrusal cebrik denklem takımına dönüştürülür ve sayısal olarak çözülerek gerilme şiddeti katsayıları hesaplanır.

*In this work, there is an axisymmetric infinite cylinder with ring-shaped two inclusions at  $z=\pm L$  with arbitrary (but equal) (d-c) widths. There exist a shear and normal stress jump on rigid inclusions while the displacements are fixed and continuous. The lateral surface is free of traction. Material of cylinder is assumed to be linearly elastic and isotropic. For the solution of the problem the Hankel transform is taken on z-direction and Fourier transform is taken on r-direction. The solution to this problem can be obtained by superposition of solutions for the following two problems :*

- 1) *An infinite cylinder subjected to uniformly distributed axial tension intensity  $p_0$  at infinity*
- 2) *The infinite cylinder having a ring-shaped transverse inclusions of arbitrary length at  $z=\pm L$*

*By using the Fourier and Hankel transform technique for the Navier equations and applying the mixed boundary conditions , the perturbation problem is reduced to a system of two singular integral equations interms of new unknown functions of normal and shear stress jumps on inclusions. To solve the system of two singular integral equations with equilibrium conditions Gauss-Lobatto integration techniques are used. Therefore, singular integral equations are converted to a system of linear algebraic equations that is solved numerically.*

**ANAHTAR KELİMELELER / KEYWORDS**

Kırılma Mekaniği, Rijit Enklozyon, Gerilme Şiddeti Faktörü, Tekillik, Silindir  
*Fracture Mechanics, Rigid Inclusion, Stress Intensity Factor, Singularity, Cylinder*

\*Dokuz Eylül Üniversitesi, Müh. Fak., Makina Müh. Bölümü, Bornova/İZMİR

## 1. GİRİŞ

Kırılma mekaniği, mühendislik yapılarda kullanılan malzemelerdeki çatlak, boşluk ve enklozyon şeklindeki hataların yük taşıma kapasitesine etkisini ve kırılmayla belirlenen hasarları inceler. Kırılma ise, gerilme altında bir maddenin birden fazla parçalara ayrılmasıdır. Başlangıç safhasındaki çatlağın yapıya etki eden yükler nedeniyle ilerlemesi sonucunda yapının çökmesine neden olurlar. Malzemelerdeki hasarlar :

- i) akma ile oluşan hasarlar
- ii) kırılmayla oluşan hasarlar

diye adlandırılırlar. İkinci grupta yer alan hasarlar malzeme yapısındaki boşluklar, enklozyonlar, çatlaklar ve kaynak hataları nedeniyle oluşmaktadır. Kırılma mekaniği de bu bağlamda kırılmayla belirlenen hasarları incelemekte ve iki türlü yaklaşım öngörmektedir. Bunlardan birincisi Griffith Enerji Dengesi yaklaşımı (1920), diğeri de Irwin teoremidir. Irwin, çatlak uçlarında gerilme şiddeti katsayısı üretmiştir ve bu  $\kappa$  ile çatlak ucu elastik alanının büyüklüğünü tanımlamıştır. Gerilme şiddeti katsayısı, hem malzemedeki çatlak boyu hem de malzemenin yüklenme şartlarına bağlıdır. Çatlak ucundaki lokal çekme gerilmelerinin şiddetinin kritik değerlere ulaşması ile birlikte çatlağın ilerlemesi hızlanır. Malzemenin kırıldığı bu kritik gerilme değerinde ölçülen gerilme yoğunluğu o malzemenin kırılma tokluğu değerini verir. Başka bir deyişle, kırılma tokluğu çatlağın mevcudiyetinde malzemenin kırılmaya direnç gösterebilme kabiliyetidir. Yapılarla ilgili uygulamalarda, malzemelerde yüksek akma gerilmesi fakat düşük kırılma tokluğu veya düşük akma gerilmesi fakat yüksek kırılma tokluğu seçilmelidir. Çatlak ucunda gerilme tekillikleri mevcuttur. Yani, çatlak ucu çevresinde elastik gerilme dağılımları sonsuz olur.

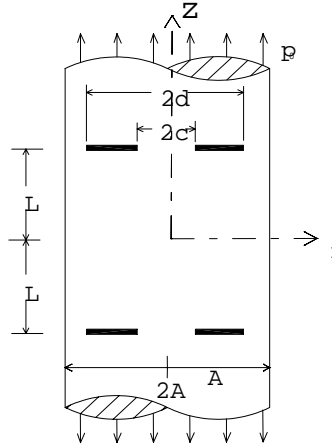
Daha önceki çalışmalarda, (Erdoğan vd.,1972) tekil integraller için Gauss-Chebyshev integrasyon formülünü geliştirmişlerdir. Bu formüllerin kullanılması ile tekil integral denklem sistemlerinin çözümü tanımlanmıştır. (Gupta, 1974), bir ucu sabit olan ve çekmeye maruz yarı sonsuz silindiri göz önüne almıştır. Problemi tekil integral denklemlerine indirgenmiş ve gerilme tekilliklerini ayırmıştır. (Gupta, 1973), bir başka çalışmada bir ucu sabit yarı sonsuz silindiri incelemiş ve sabit olan uçtan uzakta normal yükleri tanımlamıştır. Problemi tekil integral denklemler cinsinden formüle etmek için integral dönüşüm tekniği kullanılmıştır. Rijit uçtaki gerilmeler ve gerilme şiddeti katsayısı nümerik olarak hesaplanmıştır. (Geçit vd.,1988), sonsuz uzunluktaki parçayı ortasında rijit enklozyon ve simetrik olarak yerleştirilen 2 adet çatlak olduğu halde incelemişlerdir.

### 1.1. Problemin Tanımı

Yarı çapı  $A$  olan ve Şekil 1 'de verilen aksel simetrik, doğrusal elastik, izotropik, sonsuz silindiri göz önüne alalım. Her iki ucunda  $p_0$  şiddetinde düzgün yayılı yüke maruz olan silindirin yan yüzeylerinde gerilmeler sıfırdır. Sonsuz silindirde  $z = \pm L$  düzleminde enleri  $(d-c)$  olan ve  $0 < (d-c) < A$  arasında değişen halka biçiminde iki adet rijit enklozyon bulunmaktadır. Simetri düzlemi olarak  $z=0$  düzlemi alınmıştır. Problemin çözümünde  $z$  yönünde Fourier dönüşümü kullanılacağından, sonsuzda uygulanan yükten kurtulmak için problemin çözümü aşağıda tanımlanan iki problemin çözümünün üstüste eklenmesi ile elde edilmektedir. Bu iki problem sırasıyla I) Sonsuzdaki yüke ( $p_0$  şiddetinde düzgün yayılı aksel çekme ) maruz ve içinde enklozyon olmayan silindir problemi, II)  $z=0$  simetri düzleminde eni  $(d-c)$  olan iki rijit enklozyon içeren ve dış yük olarak yalnızca enklozyonlara I. Problemden bunların bulunduğu yerlerde sonsuzdaki yüklerin etkisiyle oluşan gerilme ve yer değiştirmelerin tersi uygulanmaktadır. II. Problemden bütün sınır koşullarının tam olarak sağlanabilmesi için gerilme ve yer değiştirme ifadelerinde sınır koşulu sayısınca bilinmeyene

gereksinim duyulmaktadır. Şekil 2 de verilen ikinci problemin gerilme ve yer değiştirme ifadeleri aşağıda tanımlanan iki ayrı problemin ayrı ayrı çözümünden elde edilen genel ifadeler toplanarak yazılmaktadır. a) içinde enklozyon bulunmayan z eksenini ve  $z=0$  düzlemi etrafında simetrik olan sonsuz silindir problemi, b)  $z=\pm L$  düzlemlerinde enleri (d-c) olan halka biçiminde rijit enklozyonlar bulunan sonsuz ve yine aynı zamanda yukarıda bahsedilen iki türlü simetrisi bulunan silindir problemi.

Aşağıda tanımlanan Navier denklemleri Fourier ve Hankel dönüşümleriyle çözümlenirken gerilme ve yer değiştirme ifadelerindeki bilinmeyenlerin sayısı sınır koşulları kullanılarak ikiye indirgenir.



Şekil 1. Sonsuzdaki yüke maruz silindirin geometrisi

## 1.2. Problemin Formülasyonu

Navier Denklemleri :

$$2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + (\kappa - 1) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + (\kappa + 1) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0$$

$$(\kappa + 1) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) + (\kappa - 1) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial z} = 0 \quad (1a, b)$$

deplasman vektörünün r ve z eksenindeki bileşenleri  $u$  ve  $w$ ' dir.  $\kappa = 3 - 4\nu$ , alınmıştır ve  $\nu$  Poisson oranıdır. Gerilme ve yer değiştirme ifadeleri :

$$\sigma_r = \frac{\mu}{\kappa - 1} \left[ (\kappa + 1) \frac{\partial u}{\partial r} + (3 - \kappa) \left( \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right],$$

$$\sigma_z = \frac{\mu}{\kappa - 1} \left[ (\kappa + 1) \frac{\partial w}{\partial z} + (3 - \kappa) \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) \right],$$

$$\sigma_\theta = \frac{\mu}{\kappa - 1} \left[ (\kappa - 1) \frac{u}{r} + (3 - \kappa) \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right], \quad (2 a-c)$$

$$\tau_{rz} = \mu \left[ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right], \quad (2 d)$$

burada  $\mu$  kayma modülüdür. Problem 1'in çözümü basit ve tek değişkenli adi diferansiyel denklemler çözülerek elde edilmiştir ve sonuçlar denklem (3a-e) de verilmiştir.

$$u_1 = \frac{(3-\kappa)p_0}{2\mu(\kappa-7)} r,$$

$$w_1 = -\frac{2p_0}{\mu(\kappa-7)} z,$$

$$\sigma_{r_1} = 0, \quad \sigma_{z_1} = -p_0, \quad \tau_{rz_1} = 0 \quad (3 a-e)$$

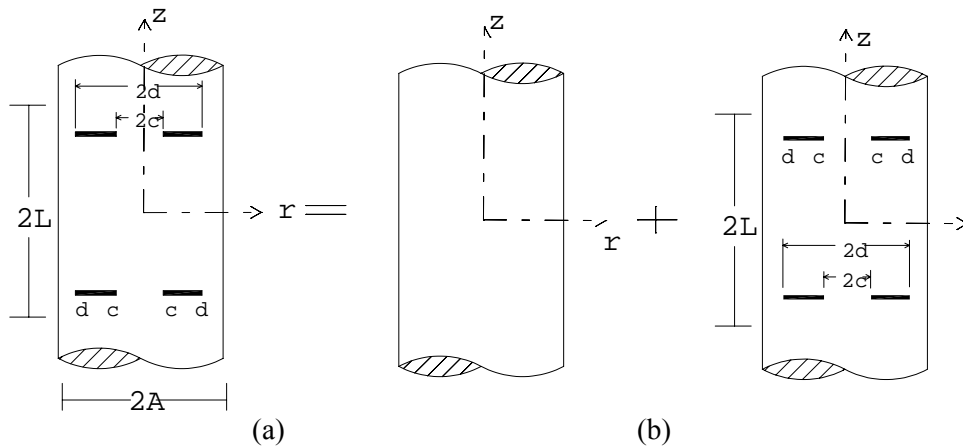
Enklozyon yüzlerindeki yer değiştirme (türevleri) cinsinden yazılan iki koşul [Denklem (5a, b)] kullanılarak iki tekil integral denklem elde edilmektedir. Bu denklemlerde 2 bilinmeyen fonksiyon vardır : Enklozyonlarda iki yüz arasındaki normal gerilme ve kayma gerilme farklarıdır ve aşağıda olduğu gibi yazılır,

$$P_1(\rho) = \int_c^d p_1(t) t J_1(\rho t) dt,$$

$$P_2(\rho) = \int_c^d p_2(t) t J_0(\rho t) dt, \quad (4 a,b)$$

$p_1(t)$  : rijit enklozyonlar boyunca kayma gerilme sıçramaları ,

$p_2(t)$  : rijit enklozyonlar boyunca normal gerilme sıçramaları olarak adlandırılmışlardır.



Şekil 2. Problem II'nin Geometrisi

Yan yüzeylerdeki sınır koşulları :

$$\sigma_r(A, z) = 0$$

$$\tau_{rz}(A, z) = 0 \quad (5 \text{ a, b})$$

## 2. INTEGRAL DENKLEMLERİ

Sonsuz silindirde enklozyon yüzlerindeki yer değiştirme (türevleri) (aşağıda verildiği gibi) cinsinden yazılan iki koşul kullanılarak iki tekil integral denklem elde edilmektedir. Bu denklemlerde yukarıda bahsedildiği gibi iki bilinmeyen fonksiyon vardır. Bu tekil integral denklemlerdeki çekirdekler (Fourier ve Hankel dönüşümleri kullanıldığı için) sıfırdan sonsuza integraller biçimindedir. İntegrasyon değişkenlerinin sonsuzda değerleri çok büyük olduğundan bu integrallerin yakınsaklığı incelenmiştir. Bu nedenle bu değişkenlerin büyük değerleri için integrali alınacak fonksiyonların asimptotik değerleri ile yapılan incelemede çekirdeklerde Cauchy tipi tekillikler (Muskhelishvili, 1953) bulunduğu ortaya çıkmıştır. Bilinmeyen iki fonksiyon enklozyon kenarlarında sonsuz değerler almaktadır. Bu bilinmeyenler için bu gerçeğe uygun davranış gösteren biçimler seçilerek yine enklozyonlar boyunca sadece sonlu değerler alabilen yeni iki fonksiyon tanımlanmakta ve (Muskhelishvili, 1953) de anlatılmış olan yöntem kullanılarak enklozyon kenarlarında gerilmelerde ortaya çıkan tekillik kuvvetleri  $\frac{1}{2}$  olarak hesaplanmıştır. Daha sonra enklozyon üzerinde c'den d'ye olan integraller değişken dönüşümü ile  $-1$  den  $1$ 'e integraller biçimine dönüştürülür. Bu iki integral denklem ile ek iki koşul integrallerini çözmek için Gauss-Lobatto integrasyon formülü kullanılmış ve denklemler bir lineer cebrik denklem takımına dönüştürülmüştür.

Enklozyon yüzlerindeki yer değiştirme (türevleri) cinsinden yazılan denklemler :

$$\frac{\partial w}{\partial r}(r, L) = 0, \quad c < r < d \quad (6a)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} [ru(r, L)] = -2\varepsilon_0, \quad c < r < d \quad (6b)$$

$p_0$  düzgün yayılı aksenal çekme ve  $\varepsilon_0$  şekil değiştirmedir.

$$\varepsilon_0 = \frac{(\kappa - 3)p_0}{(7 - \kappa)2\mu} \quad (7)$$

Aşağıda verilen ikili tekil integral denklemler rijit enklozyonlar boyunca normal ve kayma gerilme sıçramaları cinsinden ifade edilmiştir ve çekirdeklerde Cauchy tip tekillik bulunmaktadır.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\mu(\kappa + 1)} \int_c^d t \left[ T_1(r, t) - \frac{4}{\pi} N_{12}(r, t) \right] p_1(t) dt + \frac{1}{2\mu(\kappa + 1)} \int_c^d \left[ tT_2(r, t) + \frac{\kappa}{\pi} H_1(r, t) \right] p_2(t) dt \\ & + \frac{1}{2\mu(\kappa + 1)} \int_c^d \left[ \frac{\kappa}{\pi} \frac{1}{(t - r)} - \frac{4}{\pi} tN_{11}(r, t) \right] p_2(t) dt = 0 \quad (8a) \\ & + \frac{1}{2\mu(\kappa + 1)} \int_c^d \left[ tT_3(r, t) + \frac{\kappa}{\pi} H_2(r, t) + \frac{\kappa}{\pi} \frac{1}{t - r} - \frac{4}{\pi} tN_{22}(r, t) \right] p_1(t) dt \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2\mu(\kappa+1)} \int_c^d t \left[ T_4(r,t) + \frac{4}{\pi} N_{21}(r,t) \right] p_2(t) dt = -2\varepsilon_0 \quad (8b)$$

Yukarıdaki denklemlerdeki  $T_i(r,t)$ : ( $i=1-4$ ), eliptik integrallerdir. Aşağıdaki formülasyona uygun olarak denklem içinde kullanılmıştır.

$$T_1(r,t) = 2Lc(r,t)$$

$$T_2(r,t) = 2Ld(r,t) + \kappa e(r,t)$$

$$T_3(r,t) = -2Lf(r,t) + \kappa n(r,t)$$

$$T_4(r,t) = 2Lz(r,t) \quad (9a-d)$$

$$\begin{aligned} c(r,t) &= \int_0^\infty \rho^2 e^{-\rho t} J_1(\rho r) J_1(\rho t) d\rho & d(r,t) &= \int_0^\infty \rho^2 e^{-2\rho t} J_1(\rho r) J_0(\rho t) d\rho & f(r,t) &= \int_0^\infty \rho^2 e^{-2\rho t} J_0(\rho r) J_1(\rho t) d\rho \\ n(r,t) &= \int_0^\infty \rho e^{2\rho t} J_0(\rho r) J_1(\rho t) d\rho & e(r,t) &= \int_0^\infty \rho e^{-2\rho t} J_1(\rho r) J_0(\rho t) d\rho & z(r,t) &= \int_0^\infty \rho^2 e^{-2\rho t} J_0(\rho r) J_0(\rho t) d\rho \end{aligned} \quad (10a-d)$$

$N_{ij}(r,t)$  : çekirdek

$H_i(r,t)$  çekirdekleri logaritmik tekillikleri bünyesinde bulundurur ve aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$H_i(r,t) = \frac{m_i(r,t) - 1}{t - r}, \quad (i = 1 - 2) \quad (11)$$

$$m_1(r,t) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{2t}{t+r} E\left(\frac{t}{r}\right); t < r \\ -\frac{2(t-r)}{r} K\left(\frac{r}{t}\right) + \frac{2t^2}{t+r} E\left(\frac{r}{t}\right); t > r \end{array} \right\}$$

$$m_2(r,t) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{2(t-r)}{r} K\left(\frac{t}{r}\right) + \frac{2r}{t+r} E\left(\frac{t}{r}\right); r > t \\ \frac{2t}{t+r} E\left(\frac{r}{t}\right); r < t \end{array} \right\} \quad (12 a-c)$$

## 2.1. Gerilme Şiddeti Katsayısı

Kırılma mekaniğinde daha önce de bahsettiğimiz gibi gerilme şiddeti katsayısını temsil eden  $\kappa$  aynı zamanda çatlak ucu veya enklozyon köşeleri (iç ve dış köşe) elastik alanının büyüklüğünü tanımlar. Böylece, bu problem için de edlde edilen 1.Mode (normal) ve 2.Mode (kayma) gerilme şiddeti katsayıları sayısal çözümlere için boyutsuzlaştırılmış ve aşağıda verildiği gibi kullanılmıştır.

$$\bar{k}_{1c} = k_{1c} / p_0 \sqrt{(d-c)/2}$$

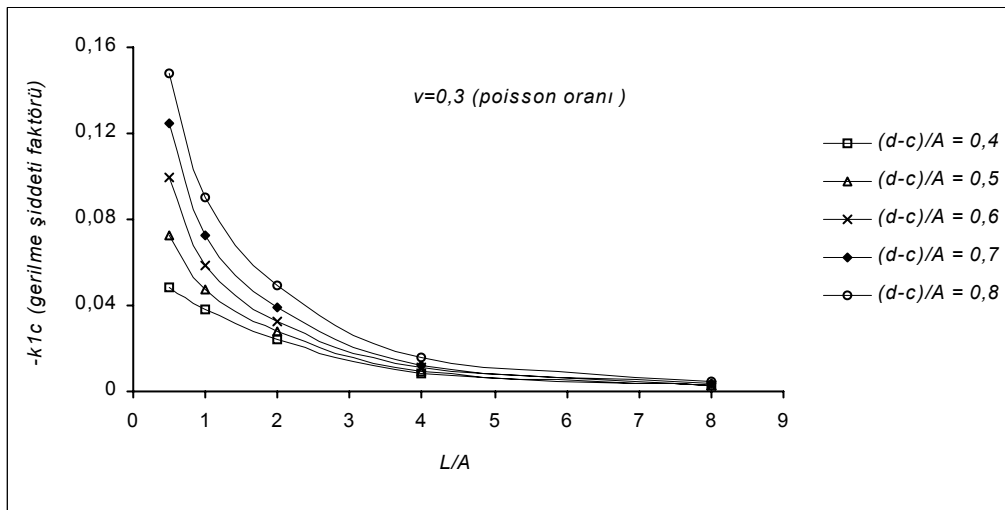
$$\bar{k}_{1d} = k_{1d} / \rho_0 \sqrt{(d-c)/2}$$

$$\bar{k}_{2c} = k_{2c} / \rho_0 \sqrt{(d-c)/2}$$

$$\bar{k}_{2d} = k_{2d} / \rho_0 \sqrt{(d-c)/2} \quad (13 \text{ a-d})$$

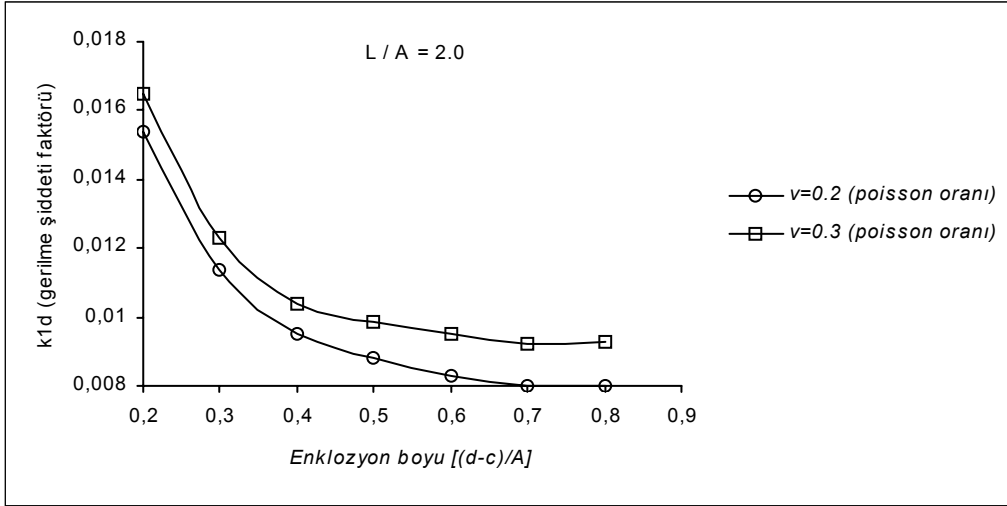
### 3. SAYISAL SONUÇLAR

İki tekil integral denklem sistemi ile denge denklemleri normalize edilmiş, enklozyonlar için boyutsuz değişkenler üretilmiştir. Burada yukarıda da bahsedildiği gibi  $c$ 'den  $d$ 'ye olan integraller değişken dönüşümü ile  $-1$ 'den  $+1$ 'e integraller biçimine dönüştürülmüştür. Normalize edilen denklemleri hesaplamak için integral teknikleri kullanılmıştır.  $c/A$ ,  $d/A$ ,  $L/A$  bağımsız değişkenler olarak alınmıştır. Cebrik denklem takımı sayısal olarak çözümlenmektedir. Bu takımın katsayıları, içinde sonsuz integraller bulunan çekirdeklerdir. Sonsuz integrallerden asimptotik ifadeler ayrılıp kapalı biçimde integraller hesap edilmiş ve geriye kalan kısımlarda sayısal olarak hesaplanmıştır. Yöntem olarak Laguerre ve Filon sayısal integrasyon yöntemi kullanılmıştır. Enklozyon kenarlarında normal (1.mode) ve kayma (2.mode) gerilme şiddeti katsayıları hesaplanmıştır. Sayısal hesaplarda Poisson oranı malzeme değişkeni olarak, silindir yarıçapı  $A$ ,  $c/A$ ,  $d/A$ ,  $L/A$  geometri değişkeni olarak kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 3-10 arasında sunulmuştur. Bunlardan Şekil 3, farklı enklozyon uzunluğunda ve malzeme değişkeni  $\nu=0.3$  olarak alındığında hesaplanan 1.mode gerilme şiddeti iç katsayılarının geometriye ( $L/A$ ) bağlı olarak değiştiği gözlenmiştir. Enklozyon uzunlukları arttıkça  $\bar{k}_{1c}$  değerlerinin de (-) yönde arttığı söylenebilir. Ayrıca  $L/A$ 'nın artmasına paralel 1.mode gerilme şiddeti katsayılarının aynı değerlere ulaştığı gözlenmiştir.

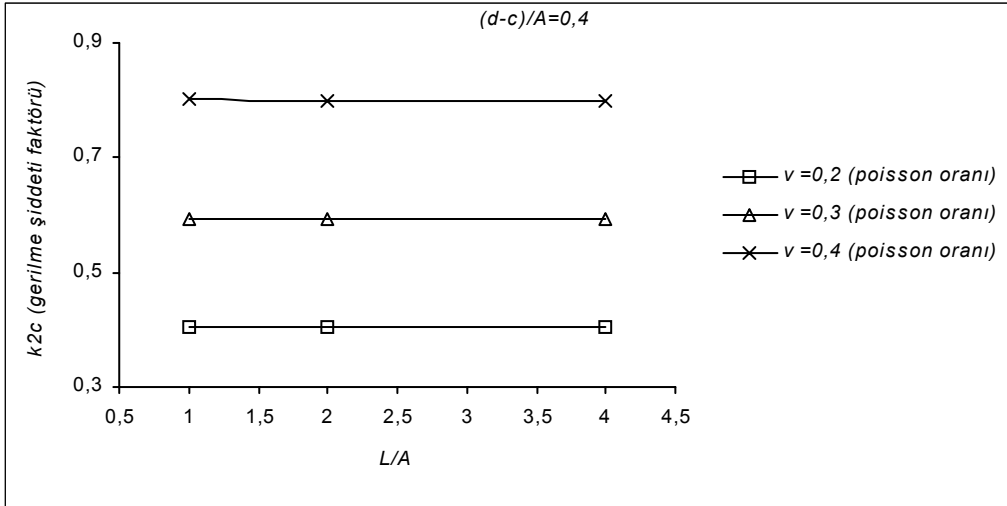


Şekil 3. Farklı enklozyon uzunluklarında, 1.mode gerilme şiddeti katsayısı  $k_{1c}$ 'nin  $L/A$  eksenini boyunca değişimi ( $\nu=0.3$ )

Şekil 4 de normal gerilme şiddeti dış katsayısı olan  $\bar{k}_{1d}$ , nin enklozyon uzunluğuna göre değişimi  $L/A$  değeri için incelenmiştir.  $\nu$  değeri büyüdükçe  $\bar{k}_{1d}$  'nin de yükselmekte ancak artan enklozyon uzunluğu ile 1.mode gerilme şiddeti katsayısı ( $\bar{k}_{1d}$ ) değeri azalmaktadır.



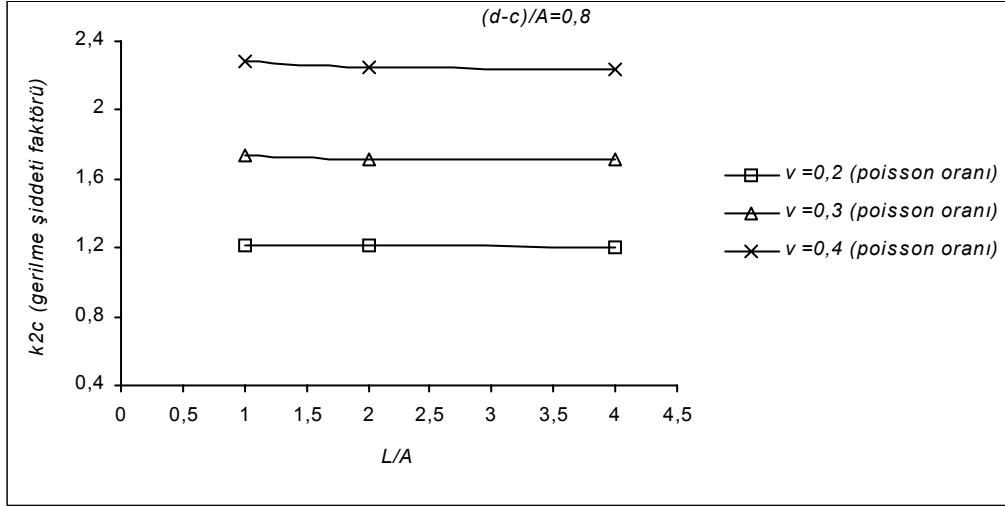
Şekil 4. Farklı malzeme değişkenleri için, 1. mode gerilme şiddeti katsayısı  $\bar{k}_{1d}$ , 'nin enklozyon boyunca değişiminin karşılaştırılması ( $L/A = 2.0$ )



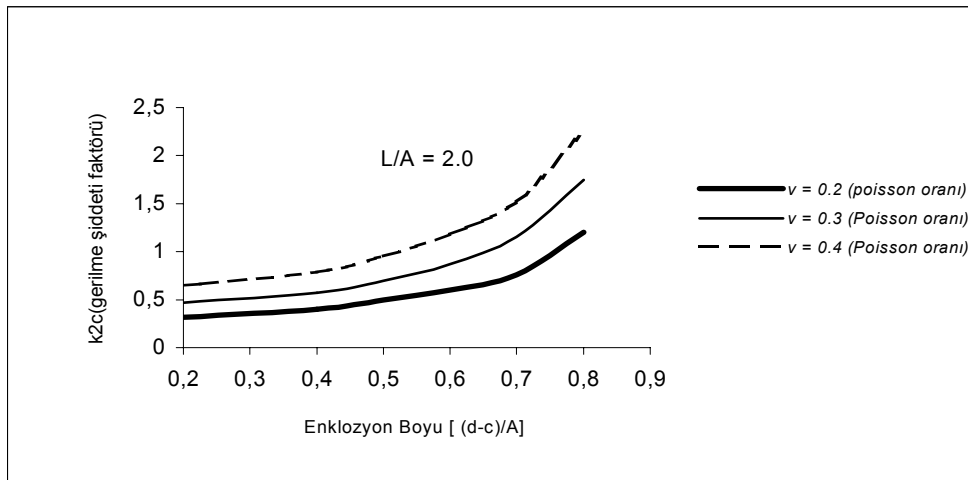
Şekil 5. 2. Mode gerilme şiddeti katsayısı  $\bar{k}_{2c}$  'nin  $L/A$  değerlerine göre farklı Poisson oranları için değişimi (Enklozyon uzunluğu = 0.4)

Şekil 5 ve Şekil 6'da normalize edilen (2. mode) kayma gerilme katsayısı  $\bar{k}_{2c}$  'nin enklozyon uzunlukları 0.4 ve 0.8 olduğunda  $L/A$ 'ya göre üç farklı malzeme değişkeninin karşılaştırılması verilmektedir. Artan  $L/A$  değeri ile 2. mode gerilme şiddeti katsayısında herhangi bir değişiklik olmaz iken artan malzeme değişkeni karşısında arttığı gözlenmiştir.



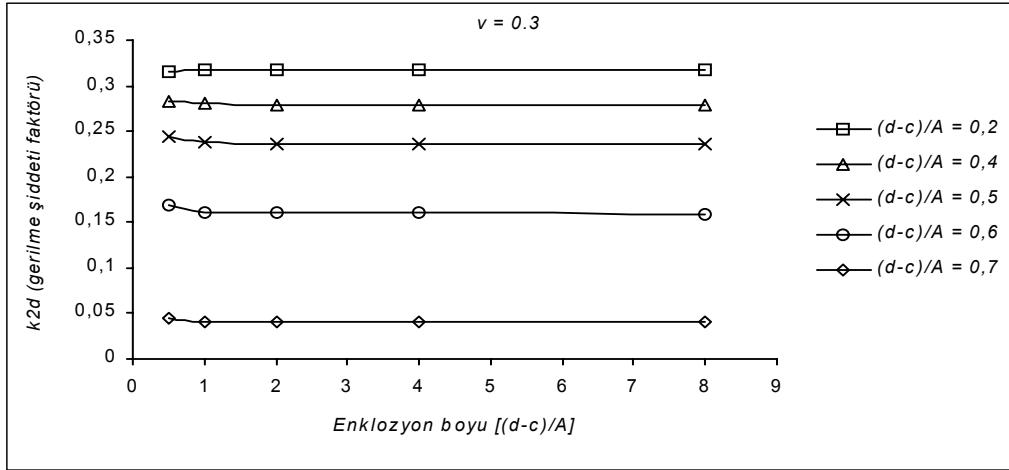


Şekil 6. 2.mode gerilme şiddeti katsayısı  $k_{2c}$ 'nin  $L/A$  değerlerine göre farklı poisson oranları için değişimi (Enklozyon uzunluğu = 0.8)

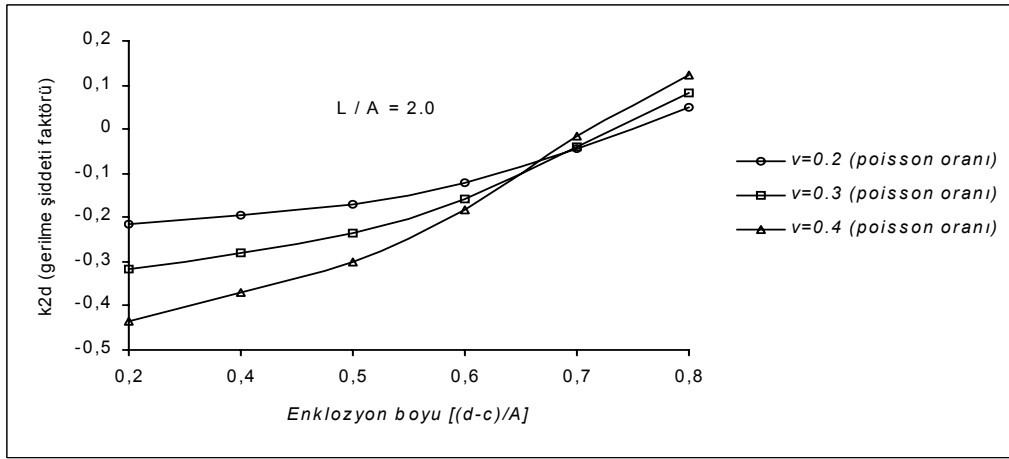


Şekil 7. Farklı malzeme değişkenleri için, 2.mode gerilme şiddeti katsayısı  $k_{2c}$ 'nin enklozyon boyunca değişiminin karşılaştırılması ( $L/A=2,0$ )

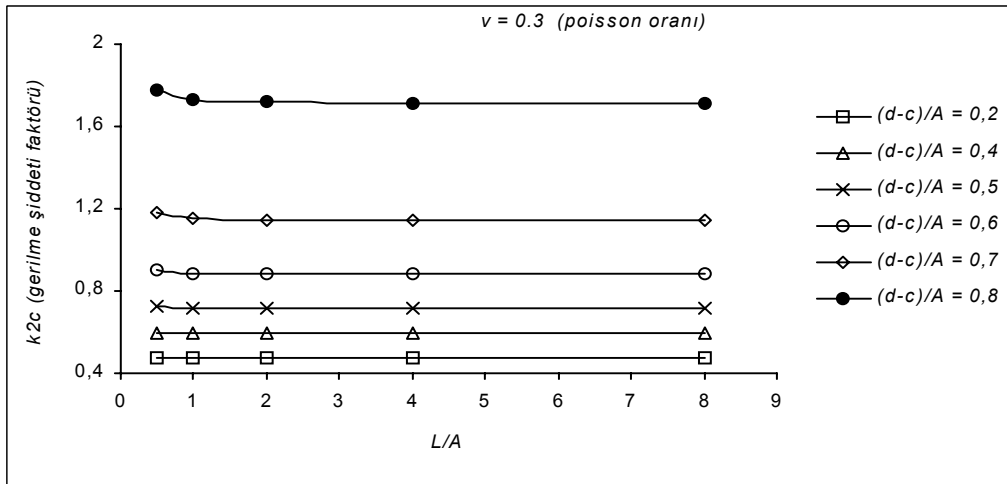
Şekil 7'de enklozyon boyu arttıkça normalize edilmiş kayma gerilmesi şiddeti katsayısının da arttığı gözlenmiştir. Bu değerler  $L/A = 2,0$  iken farklı malzeme değişkenleri için çizilmiştir. Poisson oranı arttıkça kayma gerilmesi şiddeti katsayısı değerinin azalmakta, enklozyon boyu arttıkça kayma gerilmesi şiddeti katsayısı değerinin de artmakta olduğu gözlenmiştir. Şekil 8 ve Şekil 9'da görüldüğü üzere iç ve dış kayma gerilmesi şiddeti katsayısının değişimi sabit olup farklı enklozyon boylarında aynı şekilde davranış izlenmiştir. Şekil 10'da ise dış kayma gerilmesi şiddeti katsayısı değeri malzeme değişkeni oranı arttıkça azalmaktadır.



Şekil 8. 2. mode gerilme şiddeti katsayısı  $\bar{k}_{2c}$ 'nin  $L/A$  'ya göre farklı enklozyon boylarında değişiminin karşılaştırılması ( $\nu = 0.3$ )



Şekil 9. 2. mode gerilme şiddeti katsayısı  $\bar{k}_{2d}$ 'nin  $L/A$  'ya göre farklı enklozyon boylarında değişiminin karşılaştırılması ( $\nu = 0.3$ )



Şekil 10. 2. mode gerilme şiddeti katsayısı  $\bar{k}_{2d}$ 'nin enklozyon boyunca farklı poisson oranları için karşılaştırılması ( $L/A = 2.0$ )

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar :

- 1) İç ve dış kayma gerilmesi şiddeti katsayısının enklozyon boyu attıkça arttığı
- 2) İç ve dış normal gerilme şiddeti katsayısının enklozyon boyu arttıkça azaldığı
- 3) İç ve dış kayma gerilmesi şiddeti katsayısının L/A 'dan bağımsız olduğu
- 4) İç ve dış normal gerilme şiddeti katsayısının L/A attıkça ilk önce azaldığı ve daha sonra sabit ve istikrarlı bir değere ulaştığı
- 5) Poisson oranı sıfıra doğru giderken normal ve kayma gerilmesi şiddeti katsayısı değerinin de sıfıra gittiği izlenmiştir.

## SEMBOLLER

$A$	silindirin yarıçapı
$c, d$	enklozyonun iç ve dış noktaları
$\kappa$	$3 - 4\nu$
$\nu$	Poisson oranı
$\rho$	Hankel değişim parametresi
$p_1(r)$	rijit enklozyonlar üzerindeki kayma gerilme sıçramaları
$p_2(r)$	rijit enklozyonlar üzerindeki normal gerilme sıçramaları
$\bar{k}_{1c}, \bar{k}_{1d}$	enklozyon kenarlarındaki normalize edilmiş normal gerilme şiddeti katsayısı
$\bar{k}_{2c}, \bar{k}_{2d}$	enklozyon kenarlarındaki normalize edilmiş kayma gerilmesi şiddeti katsayısı
$L$	rijit enklozyonlar arasındaki mesafenin yarısı
$\mu$	kayma modülü
$p_0$	düzgün yayılı yükün şiddeti
$u, w$	Deplasman vektörünün r- ve z- yönündeki bileşenleri

## KAYNAKLAR

- Civelek, M.B.; Erdoğan, F. (1982): “*Crack problems for a rectangular plate and an infinite strip*”, Int.J. Fracture, 19, pp.139,
- Erdelyi, A. (1953): ed. Tables of Integral Transforms, Vol.1, New York : McGraw-Hill.
- Erdoğan, F.; Gupta, G.D. (1972): “*On the numerical solution of singular integral equations*”, Quarterly Of Applied Mathematics 30, January,
- Geçit, M.R. January (1988): “*Semi - infinite elastic strip containing a transverse crack*” The Arabian Journal for Science and Engineering, Volume 13, Number 1.
- Geçit, M.R. (1986): “*The axisymmetric contact problem for a semi-infinite cylinder and a half space*”, Int. Journal Engng. Sci.Vol.24, No.8, pp.1245-1256,
- Geçit, M.R. ; Turgut, A. (1988): “*Extension of a finite strip bonded to a rigid support*” Computational Mechanics 3, pp.398-410.
- Gupta, G.D. (1973): “*An integral equation approach to the semi-infinite strip problem*”, Journal of Applied Mathematics, 40, Transactions of ASME, 95.
- Gupta, G.D. (1974.): “*The analysis of the semi-infinite cylinder problem*”, Int.J.Solid Structures, pp. 137-148,
- Muskhelidshvili, N.I. (1953): “*Singular integral equations*” P. Noordhoff, Gröninge, Holland.
- Sneddon, I.N. (1951): “*Fourier transforms*” McGraw-Hill Book Company, New York, N.Y.
- Sneddon, I.N. ; Tait, R.J. (1963): “*The effect of a penny-shaped crack on the distribution of stress in a long circular cylinder*”, Int.J.of Eng.Sci., Vol 1, pp.441-419,.
- Sneddon, I.N.; Welch, J.T. (1963): “*A note on the distribution of stress in a cylinder*