



**SONLU ELEMANLAR ANALİZ YÖNTEMLERİNDE KAYAÇ ŞİŞME
ÖZELLİĞİNİN DEFORMASYONLAR VE GERİLMELER
ÜZERİNDEKİ ETKİSİ**

**(CONSIDERATION OF STRESSES AND DEFORMATIONS DUE TO
ROCK'S SWELLING IN FINITE ELEMENT ANALYSES)**

Turgay ONARGAN*

ÖZET/ABSTRACT

Yumuşak zeminler içerisinde açılan yeraltı açıklıklarının dizaynında özellikle tahkimatın (beton, çimentolama, çelik tahkimat, kaya civatası vb.) kurulması belirli bir gecikmeyle yapılmakta bu da kısa ve orta vadeli süreler için önceden gerilme ve deformasyon hesaplamalarını zorunlu ve önemli kılmaktadır. Bu çalışmada, şişme özelliğine sahip yumuşak formasyonlarda açılan yeraltı açıklıklarının yapımı aşamasında, şişmeden kaynaklanan gerilmeler ve deformasyonların Sonlu Elemanlar Analiz yönteminde ne şekilde değerlendirilebileceği gerilme-deformasyon ilişkileri çerçevesinde tartışılmıştır.

The design of support systems for underground openings, (shotcrete, cemented or metallic rings, bolting), mainly in soft grounds, has to take into account the delay for support installation, with respect to the underground opening process. Taking into account such an interaction is of main importance for short-term and medium-term calculations. In this study, the stresses and deformations caused by swelling during the construction of a underground opening are discussed on the basis of the stress-strain relationship.

ANAHTAR KELİMELELER/KEY WORDS

Sonlu elemanlar analiz yöntemi, Killi formasyon, Deformasyon, Yük, Yumuşak formasyon

Finite element analyses method, Clayey formation, Deformation, Load, Soft formation

* Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Maden Mühendisliği Bölümü, İZMİR

1. GİRİŞ

Tünel, galeri gibi yeraltı açıklıklarının açılması sırasında sıkça karşılaşılan yumuşak formasyonlar bir çok stabilite problemleri ile karşı karşıya kalınmasına neden olmaktadır. Genelde kil mineralleri içeren bu formasyonlar, içerdikleri kil mineral türüne bağlı olarak yeraltı açıklığının yapımı sırasında birincil ve ikincil gerilmelere ek olarak üçüncül (tersiyer) gerilmelerin ortaya çıkmasına neden olmakta ve yüksek deformasyonların ve gerilme artışlarının meydana gelmesini sağlamaktadır. Bu tür formasyonlarda açılan yeraltı açıklıklarının dizaynında ampirik hesaplama yöntemlerinin yanısıra sayısal (nümerik) yöntemlerde kullanılmaktadır. Nümerik yöntemlerle yapılan modelleme çalışmaları son yıllarda hızlı bir gelişim göstermiş ve arazi kontrolunda geniş uygulama alanı bulmuştur. Sayısal (nümerik) yöntemler bilindiği üzere diferansiyel ve integral yöntemler olarak iki ana grupta incelenmesine karşın bu yöntemlerin yanısıra hybrid ve ayrı eleman (distinct element method) metodları da kullanılan yöntemler olarak bilinmektedir. Bu yöntemlerden günümüzde özellikle madencilik alanında en çok kullanılan yöntem diferansiyel yöntem grubunda olan “Sonlu Elemanlar” analiz yöntemidir. Yöntemin tercih sebebi değişik yük koşullarında anizotropik özellik gösteren formasyonlarda bu yöntemle analiz yapıldığında gerçeğe daha yakın gerilme ve konverjans değerleri elde edilebilmesidir. Sonlu elemanlar ile yapılan analizlerde değişik şekildeki yeraltı açıklıklarında değişik yük koşullarında analiz yapmak mümkündür. Bu konuda yapılmış çalışmalara örnek olarak (Duffant ve Feuga, 1985), uzunayak üzerinde oluşan gerilmelerle ilgili olarak (Vervoort vd., 1987), uzunayaklarda topuk üzerine gelen yüklerle ilgili olarak (Fanna ve Wardle, 1987) çalışmalarını vermek mümkündür.

Bu çalışmanın amacı; şişme özelliğine sahip yumuşak formasyonlarda açılan yeraltı açıklıklarının yapımı aşamasında; şişmeden kaynaklanan gerilmeler ve deformasyonların Sonlu Elemanlar Analiz yönteminde ne şekilde değerlendirilebileceğinin, gerilme-deformasyon ilişkileri çerçevesinde tartışılması ve yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçların sunulmasıdır.

2. ELASTO-PLASTİK ANALİZ YÖNTEMİNİN TEORİK TEMELİ

Bilindiği üzere herhangi bir malzemeye bir yükleme yapıldığında belirli bir yüklemeye sonra malzeme deformasyona uğramakta, yükleme kalktıktan sonra malzemede kalıcı (plastik) deformasyonların olması durumunda bu malzeme elasto-plastik malzeme olarak sınıflandırılmaktadır. Kayaçlar içerisinde açılan galeri, tünel gibi açıklıklarda açıklığın açılması sonucu oluşan basınç ve gerilme artışıyla oluşan kalıcı deformasyon bölgesine de “*plastik zon*” adı verilmektedir. Elastik-ideal plastik malzemelerin deformasyon ve gerilme davranışlarını tarif eden en temel kural Hooke Yasası olarak bilinen temel yaklaşımdır. Hooke yasasının temelinde izotropik malzemeler için iki parametre gerekli olurken, genel anizotropik malzemelerde 21 parametre etkili olmaktadır. Kayaçlarda yenilme koşullarını genel jeoteknik uygulamalarda Coulomb yenilme koşulları ile açıklamak mümkündür. İzotropik materyallerde Coulomb yenilme kriterlerine göre verilen formül

$$|t| < \sigma \tan \phi + c \quad (1)$$

olarak bilinmektedir. Burada materyal parametreleri olarak verilen ϕ içsel sürtünme açısı, c 'de kohezyondur. (Shield, 1955) tarafından yukarıdaki formülde verilen değerler arasında, birincil gerilmelerde malzeme parametrelerinin etkisi ve aralarındaki ilişki aşağıdaki formüllerle ifade edilmiştir.

$$\sigma_I < m \sigma_J + b \quad (\sigma_I > \sigma_J) \quad (2)$$

Burada ;

$$m = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi) \quad (3)$$

$$b = (2 * c * \cos \phi) / (1 - \sin \phi) \quad (4)$$

Açılacak olan yeraltı açıklığını kuşatan plastik zonu oluşturan taşıyıcı halkanın (Şekil 1) kemer taşına benzer bir cidar tarafından sınırlandırılmış bölgesini göz önüne aldığımızda zeminin kohezyonunun c olması durumunda yumuşak formasyonun denge şartı aşağıdaki formül ile ifade edilebilir.

$$\frac{\sigma_t + c \cot \phi}{\sigma_r + c \cot \phi} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (5)$$

Yeraltı yapısının ekseninden x uzaklığındaki zeminin dengesi, genel denge bağıntısı yardımıyla aşağıdaki şekilde tarif edilmektedir. Buna göre ;

$$(\sigma_t - \sigma_r) dx = x d \sigma_r \quad (6)$$

bu iki bağıntıdan σ_t yok edilerek

$$\frac{d(\sigma_r + c \cot \phi) dx}{\sigma_r + c \cot \phi} = \left\{ \frac{\sigma_t + c \cot \phi}{\sigma_r + c \cot \phi} - 1 \right\} \quad (7)$$

elde edilir. Eğer tünel iç çeperindeki basınç p_I ise, bu basınç ile R yarıçapı arasındaki bağıntı şu şekilde yazılabilir.

$$P_I = -c \cot \phi + [c \cot \phi + P_o(1 - \sin \phi)] (r/R)^{2 \sin \phi / (1 - \sin \phi)} \quad (8)$$

Burada ;

P_I = yeraltı açıklığı içsel basıncı

c = kohezyon

ϕ = içsel sürtünme açısı

p_o = kayacın ort. doğal basınç

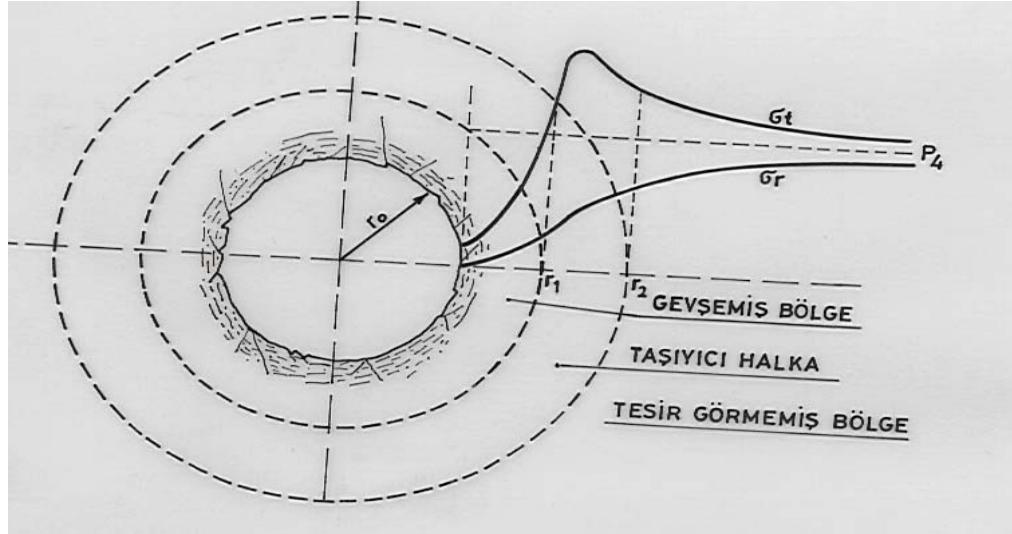
Malzeme parametrelerinin etkisinin incelenmesi sonucunda aşağıdaki sonuçlara varmak mümkündür. Buna göre ;

σ_r = Radyal gerilme

σ_t = Teğetsel gerilme

r = tünel iç yarıçapı

R = örselenmiş kayacın limit yarıçapı



Şekil 1. Yumuşak formasyonlarda açıklık etrafında oluşan taşıyıcı halka ve gerilmeler

Tahkimatsız bir yeraltı yapısı ancak yüksek kohezyonun varlığı halinde stabil olabilmektedir. Kohezyon yeterli olmadığı ve yeraltı açıklığının cidarına uygulanan P_1 stabilizasyon basıncı çok zayıf olması durumunda R gevşemiş bölge yarıçapı çok büyümektedir. Özellikle killi formasyonlarda R nin büyüme hızı günde 0.5 ile 5 cm.' ye varabilmektedir. Teorik çalışmalar kazı çevresinde üç ayrı bölge bulunduğunu göstermektedir. Bu bölgeler ;

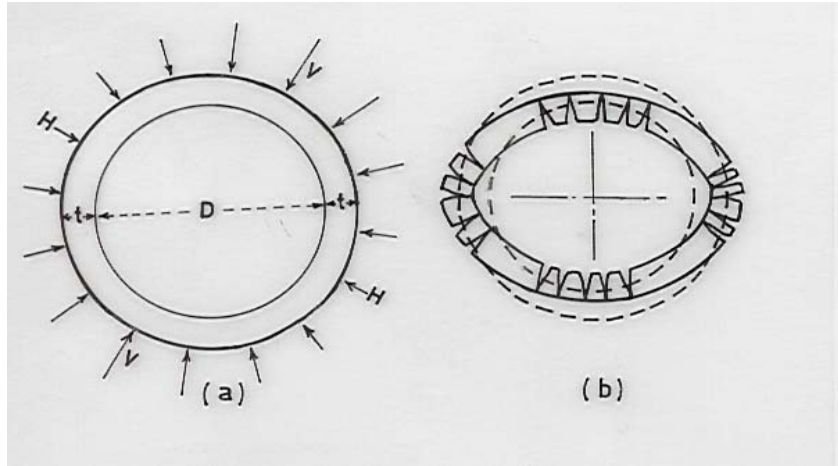
- 1.gevşemiş veya örselenmiş zeminler bölgesi,
- 2.şiddetli basınçlar veya taşıyıcı halka bölgesi,
- 3.doğal basınçlar veya tesirsiz bölgedir.

Kuru veya ıslak, akıcı zemin ve çok plastik killer kısmen hidrostatik basınç kanunlarına uymaktadırlar. Çünkü, sürşarj kalınlığı daha fazla olacağından yatay ve düşey itkilerin ikisinde artmaktadır. Eğer içinde yeraltı açıklığının yapıldığı zemin doğrudan doğruya hidrostatik kanunlara uyuyorsa, ki bu durumda düşey itkiler yatay itkilere eşit olmaktadır, kaplama kalınlığının tespit edilmesi basit bir hal almaktadır. Bunun dışında beton tahkimat her taraftan sıkışmaya maruz kalmaktadır. Gerçekte yatay itki düşey itkidən her zaman az ve genellikle düşey itki ile sürşarj kalınlığı arasında doğrudan doğruya bir oran bulunmamaktadır.

Düşey itki ile yatay itki arasında 1/3 oranında dairesel bir kaplamaya gelen birim yükler Şekil 2.a da gösterildiği gibi olmaktadır. Düzensiz şekilde yüklenme durumunda belirli noktalardaki gerilme artışlarıyla kaplamayı bir yumurta şeklinde çevirmeye çalışmaktadır. Açıklığın yan duvarlarındaki pasif mukavemeti yatay basınçların bir kaç katına eşit olmakta ve zemin ile kaplama arasında boşluk oluşması sonucunda kaplamada çatlamlar meydana gelebilmektedir. (Şekil 2.b.) Çizelge 1' de değişik formasyonlarda düşey itki (V) ile yatay itki (H) arasındaki oranlar verilmektedir (K_0).

Çizelge 1. Değişik formasyonlarda düşey itki (V) ile yatay itki (H) arasındaki oranlar

Formasyon	$K_0 = V/H$ Oranı
Yumuşak kil	0.67
Plastik sarı killi kumtaşı	0.70
Plastik mavi kil	0.75

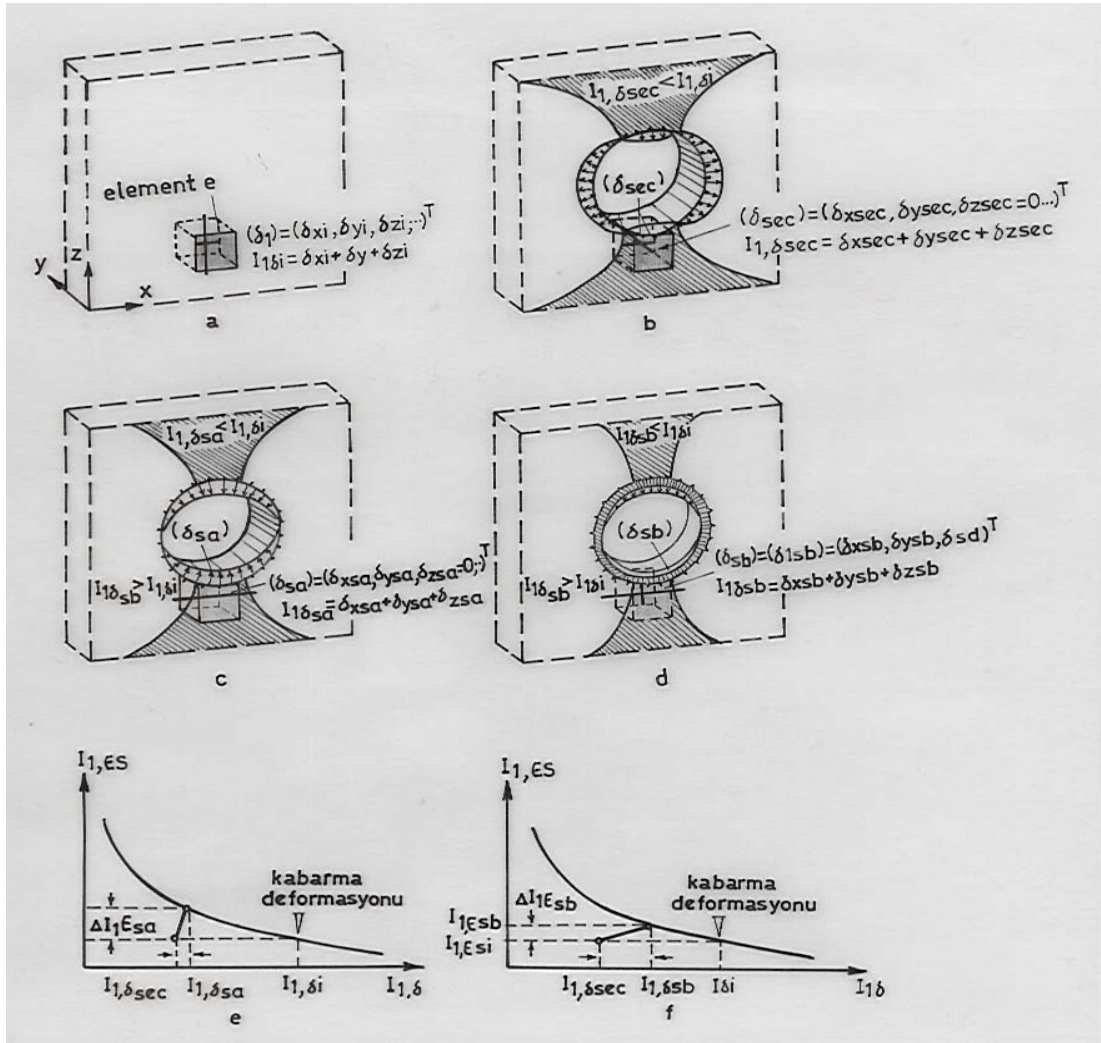


Şekil 2. Yumuşak zemin tünellerinin kaplaması üzerindeki basınçlar ve kaplamanın yanlardaki pasif itkiler sonucu çatlaması olayı

2.1. Yeraltı Açıklığının Açılışı Süresinde Kabarma Olayının Teorisi

Yeraltı açıklıklarının açılımı sırasında, açıklığın açıldığı zemin ile kurulan tahkimat sisteminin etkileşimi söz konusu olmaktadır. İyi bir tahkimat sisteminin görevi aşırı deformasyona uğramadan, oluşan konverjansı kontrol etmektir. Kurulan tahkimat yük almaya başladıktan sonra meydana gelen deformasyonlar yüzünden, tahkimat sisteminde reaksiyon kuvvetleri ortaya çıkmaktadır. Reaksiyon kuvvetinin büyüklüğü, tahkimat sisteminin rijitlik katsayısı olan (k) ile orantılıdır. Tahkimat sisteminde kırılma oluncaya kadar, sistemin elastik davranış gösterdiği kabul edilmektedir.

Şekil 3' de şişme özelliğine sahip bir kayaç yapısında, başlangıçtan itibaren açıklığın açılması ve tahkimatın kurulması sürecinde şişme basınçlarının oluşumu ve deformasyonlar verilmektedir. Şekil 3.(a)' da şişme özelliğine haiz bir kayaç içerisinde belli derinlikte alınan e elemanında hiçbir girişim olmama durumundaki in-situ gerilme durumu görülmektedir. Bu gerilmeye birincil gerilme durumu adı verilmektedir (σ_i). Burada verilen örnekteki kayaç yapısında en belirgin durum oluşan düşey gerilmelerin yatay gerilmeye oranının 1 in altında olması durumudur. ($K_0 < 1$). Başlangıç durumundaki gerilme durumu ayrıca Şekil 3.e ve 3.f de verilmektedir (I_{1,σ_i}). Yeraltı açıklığının açılması ile birlikte başlangıçtaki in-situ gerilme (σ_i) durumu ikincil gerilme durumuna dönüşmektedir (σ_{sec}). İkincil gerilme durumuyla oluşan deformasyon (δ_{sec}) Şekil 3.b' de gösterilmektedir. Açıklığı yumurta şeklinde deforme eden ikincil gerilme durumu, başlangıç gerilme durumu değerinden küçük bir değer almaktadır ($I_{1,\sigma_{sec}} < I_{1,\sigma_i}$). Ancak şekildedeki görüldüğü üzere açıklığın tavanında ve tabanında deformasyonlar meydana gelmektedir. Bu deformasyonlar tavan inmesi ve taban kabarması şeklinde karşımıza çıkmaktadır.



Şekil 3. Yumuşak zeminde açılan yeraltı açıklığı sonucu kabarma olayının ve gerilme durumunun zamana bağlı olarak gelişimi, (a)başlangıç durumu, (b)tünel kazısı, ikincil durum (sec), (c)tahkimatsız kabarma deformasyonu, üçüncül durum (sa), (d)tahkimatlı kabarma deformasyonu, üçüncül durum (sb), (e)üçüncül durumda tahkimatsız kabarma deformasyonu (sa) gerilme artışı ilişkisi, (f)üçüncül durumda tahkimatlı kabarma-gerilme ilişkisi.

3. SONLU ELEMENLER ANALİZİ

Herhangi bir gerilme (stress) analiz probleminin çözümü, ilgili diferansiyel eşitliklerin kurulmasını ve bir yada daha fazla sayıda sınır koşullarının (boundary conditions) belirlenmesini gerektirmektedir. Sayısal analizlerin büyük çoğunluğu ise yeraltı açıklıkları gibi düzensiz şekilli yapılarla ilişkilendirilmiş eşitliklerin çözümü için elverişli değildir (Doktan, 1991). Sonlu elemanlar analiz yönteminde pratik boyutlarda seçilen çalışma alanı bir örgü (mesh) oluşturacak şekilde, iki boyutlu problemlerde genellikle üçgen veya dörtgen elemanlara bölünmektedir (Köse, 1980). Şekil 4 de iki boyutta araştırmanın yapıldığı yeraltı açıklığında desandrenin sürülmesi sırasında denenmiş olan enkesitli yeraltı açıklığının ve etrafındaki kaya kütlelerinin sonlu elemanlar ile örgüye ayrılmış modellenmesi görülmektedir.

3.1. Kullanılan Program

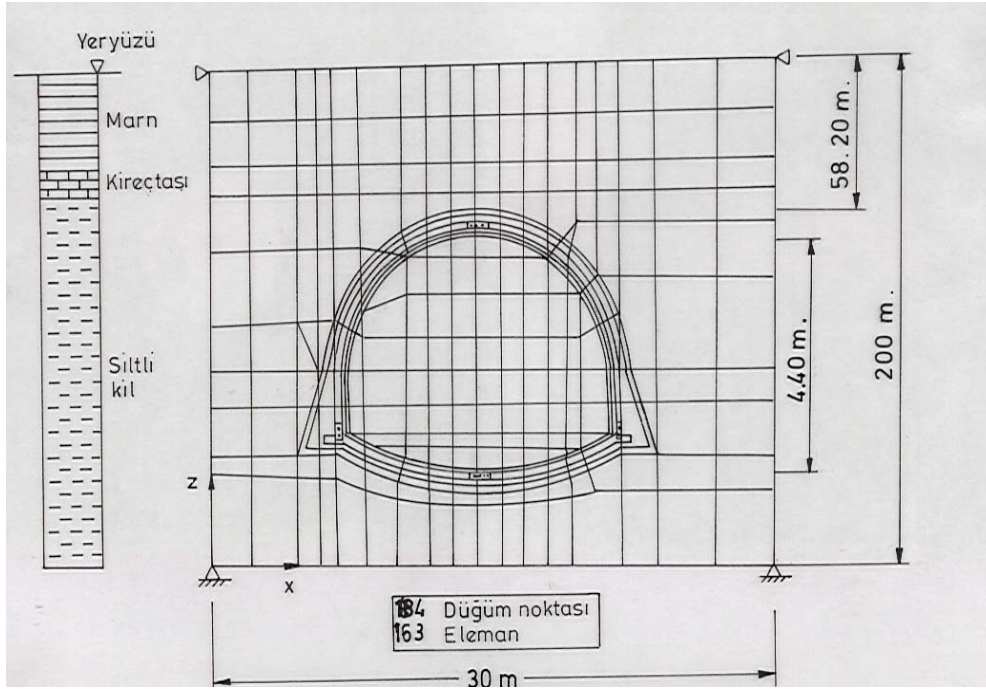
Araştırmada kullanılan sonlu elemanlar analiz programı (Wilson, 1963) tarafından California üniversitesinde geliştirilmiştir. Sonlu elemanlar analiz programı yeraltı açıklıklarının iki boyutlu bilgisayar ortamında çökme, kayma, gerilim ve şekil değişikliği bağlantısını ve aynı zamanda yer yüzünden kazı boşluğuna kadar meydana gelen bütün tabakaların hareketlerini mekaniksel kanunlara dayanarak hesaplayan bir program özelliğindedir.

Oluşturulan modelde yer alan farklı kayaç tabakalarının malzeme özellikleri (Elastisite Modülü, poisson oranı, yoğunluk vb.) programa girdi olarak verilerek karakterize edilmektedir. Kayaç içerisinde bulunan faylar ve boşluklar genellikle elastisite katsayısı (E-Modülü) çok düşük ve enine genleşme katsayısı büyük olan elementlerle ifade edilmektedir. Programda ayrıca yeraltı açıklığını çevreleyen elemanlarda noktasal ve/veya yayılı yük verilmek suretiyle yer değiştirmeler ve gerilme artışları program sonuçlarında elde edilebilmektedir.

3.2. Analiz

Analizde malzeme parametreleri olarak, laboratuvar koşullarında sahadan alınan numuneler üzerinde laboratuvar koşullarında yapılan testler sonucu elde edilen değerler kullanılmıştır. Yeraltı açıklığı üzerinde verilen noktasal yükler yeraltında in-situ olarak belirlenmiş, yük ölçerlerle tespit edilmiş yük değerleri programda girdi olarak kullanılmıştır. Gerçeğe en yakın gerilim ve konverjans değerleri elde etmede en önemli faktör olarak ; HOOKE Yasasına göre hesaplama yapan programda girilen, açıklığın etrafındaki düşey ve yatay itkilerin oranlarının Çizelge 1' de ki gibi ($K= V/H$) gerçeğe uygun değerler olarak kullanılması ile elde edildiği saptanmıştır.

Şekil 4' de analizde kullanılan örgü modeli ve sınır şartları verilmektedir. Türkiye Kömür İşletmeleri Kurumuna bağlı Soma-Işıklar kömür sahasında açılan desandrenin güzergahı üzerinde yapılan bu çalışmada incelenen şişme özelliğine sahip yumuşak killi kayaç formasyonu Montmorillonitli-Siltli Kil formasyonudur. Yapılan deneyler sonucunda desandrenin 362. metresinde aynadan alınan numunelerden elde edilen deney sonuçlarına bakıldığında ; doğal nem içeriğinin % 35,20, tek eksenli basınç dayanımının $3,5 \text{ kg/cm}^2$ (0.35 Mpa), içsel sürtünme açısının 14° , kohezyonunun 1.42 kg/cm^2 (0.14 Mpa), plastisite limitinin % 44.40, likit limit değerinin % 92,00, plastisite indisinin 47,60 civarında olduğu görülmüştür. Yapılan konsolidasyon deneyleri sonucunda basınç altında % 9, serbest durumda % 100 ün üzerinde şişme özelliğine sahip olan bu formasyonun yeraltı açıklığının açılımı sırasında büyük tahkimat stabilite problemleri çıkardığı gözlemlenmiştir. Yapılan modellemede de açılan yeraltı açıklığının tamamen bu formasyon içerisinde açıldığı durum ele alınmıştır. Oluşturulan modelde kullanılan girdi parametreleri Çizelge 2. de verilmiştir.



Şekil 4. Analizde kullanılan örgü modeli

Çizelge 2. Girdi parametreleri

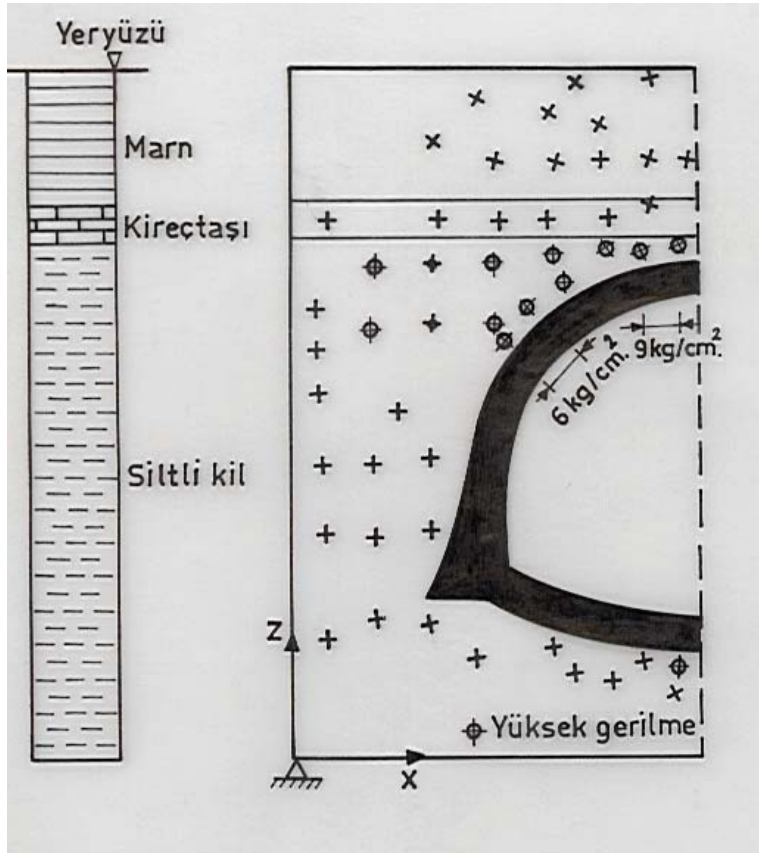
Malzeme türü	Bas. Elastisite Mod. E (Kg/cm ²)	Çek. Elast. Mod. E (Kg/cm ²)	Poison Oranı	Yoğunluk (Kg / cm ³)
Marn	28 000	2800	0.30	2500
Kireçtaşı	40 000	4000	0.31	2670
Siltli Kil	200	20	0.40	2170
Beton kaplama	200 000	20 000	0.18	2400
Çelik tahkimat	2 100 000	2 100 000	0.29	7800

Oluşturulan modelde 163 eleman 184 adet düğüm noktası kullanılmıştır. İri elemanlardan oluşan örgü düzeni hatalı gerilme dağılımı yaratabileceği için yeterince sık dokulu örgü kullanılmaya çalışılmıştır. Sınır koşulları olarak da, yapının tabanındaki yatay düzlemde, düşey yöndeki deformasyon, yapının yan düşey düzleminde ise yatay yöndeki deformasyonlar kısıtlanmıştır.

3.3. Analiz Sonuçları

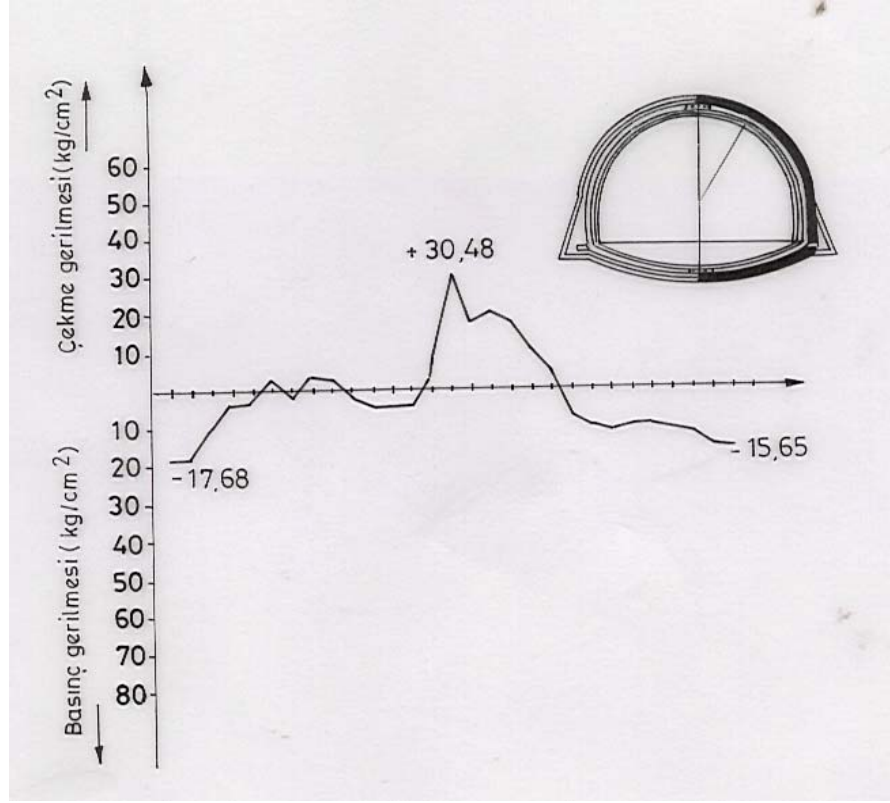
Yapılan analiz sonucunda incelenen tahkimatlı açıklıkta, tavana yakın yerlerde büyük asal gerilmelerin olduğu ortaya çıkmıştır. Şekil 5' de hesaplanan gerilmelerin açıklığın etrafında yoğunlaşma durumları ve yönleri görülmektedir.

Analizde ayrıca tahkimatın en dış hattı ve iç hattı boyunca oluşan basma ve çekme gerilme değerleri incelenmiştir. Şekil 6' da dış hat, Şekil 7' de ise iç hat boyunca açıklığın simetrik yarısında oluşan maksimum asal gerilmelerin yay uzunluğu boyunca dağılımı görülmektedir.

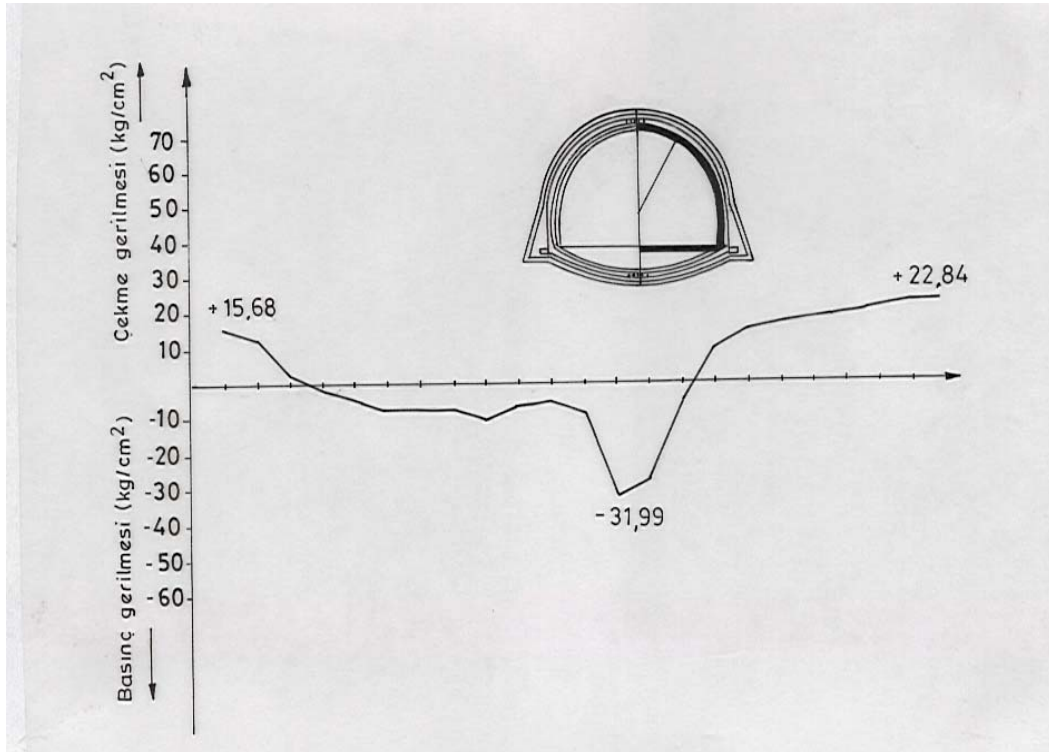


Şekil 5. Açıklığın etrafında oluşan gerilme durumu dağılımı

Burada açıklığın dış hattı boyunca üst ve alt kısımlarda basınç gerilmelerinin yanlarda ise çekme gerilmelerinin oluştuğu, buna karşılık iç hatta ise üst ve alt kısımlarda çekme gerilmelerinin yoğun olduğu ve yanlarda basınç meydana geldiği belirlenmiştir. İç hat boyunca oluşan çekme gerilmeleri üst kısımda 15 Kg/cm^2 (1.5 Mpa), alt kısımda 22.84 kg/cm^2 (2.28 Mpa) ye kadar ulaştığı gözlemlenmiştir.



Şekil 6. Açıklık tahkimatının dış hattı boyunca oluşan gerilmeler

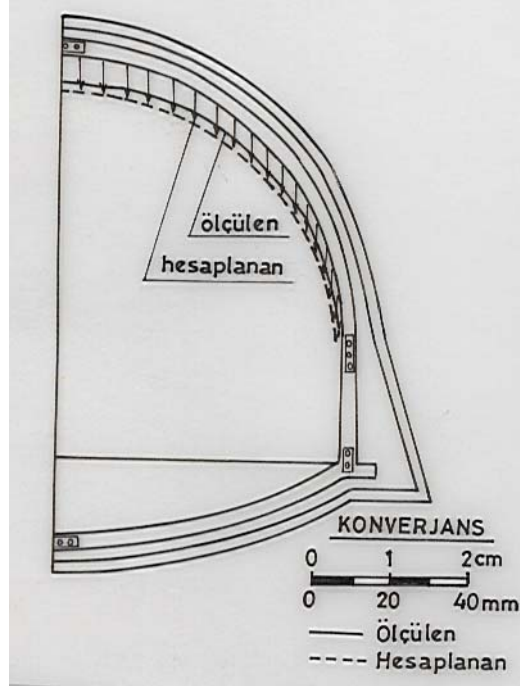


Şekil 7. Açıklık tahkimatının iç hattı boyunca oluşan gerilmeler

Kullanılan tahkimat sistemi "Beton + çelik tahkimat kombinasyonu" dur. Beton tahkimatın yerinde dayanımlarını belirlemek amacıyla yönelik, **Scmhidt** çekici ile yeraltında betonun yerinde dayanımları incelenmiştir. Desandrenin invert betonunun 120 günlük

dayanımının 120 kg/cm^2 (12 Mpa) civarında, üst kemer betonunun ise 100 kg/cm^2 (10 Mpa) nin altında dayanıma sahip olduğu tespit edilmiştir. Buradan hareketle oluşan çekme gerilmelerinin tahkimatın yenilme değerlerini aştığı görülmüş, oluşan deformasyonların ve kesit daralmalarının nedeni çözülmüştür.

Elde edilen gerilme dağılımının yanısıra, konverjanslarda da analiz sonucu elde edilen değerler ile yeraltında ölçülen değerler karşılaştırılmıştır. Şekil 8’ de görülen bu karşılaştırmada ölçülen ve hesaplanan değerlerin yakınlığı dikkat çekicidir.



Şekil 8. Ölçülen ve analiz sonucu hesaplanan konverjansların karşılaştırılması

4. SONUÇ

Sonlu elemanlar analiz yöntemlerinde gerilme ve deformasyon hesaplamaları genellikle doğrusal elastik özellik taşıyan bir yapı için doğrusal birim deformasyon koşullarında gerçekleştirilmektedir.

Günümüzde iki ve üç boyutlu gerilme analizi yapabilen gelişmiş Sonlu Eleman Analiz paket programları bulunmaktadır.

Bu çalışmada; iki boyutlu sonlu elemanlar analiz programlarında elasto-lastik analiz yöntemi esasları dahilinde malzeme parametreleri ile yatay ve düşey itkilerin ölçülen değerleri ile programa girilmesi halinde yumuşak şişen zeminler içinde açılan yeraltı açıklıklarının dizaynında kullanılabilirliği araştırılmış ve gerçeğe yakın değerler elde edilmiştir.

KAYNAKLAR

- Doktan M., (1991): "Galeri Yan Duvarlarında Mevcut Yumuşak Tabakaların Galeri Duraylılığına Etkisi Üzerine Bir Sonlu Elemanlar Analizi", Madencilik Dergisi, Cilt 30, Sayı.1, s. 21-25.
- Duffaut P., Feuga B., (1985): "Towards a theory of tunnels in heterogeneous formations, Numerical analysis of some cases of heterogeneity around tunnels", Proc. 5th Int. Conf. Num. Meth. in Geomechanic, Nagoya, April, 1039-1048.
- Fanna M.E., Wardle L.J., (1987): "Numerical Analysis of Coal Mine Chain Pillar Stability", Proc. 6th Int. Cong. Rock Mech., Montreal, 859-864.
- Gudehus G., "Finite Elements in Geomechanics", Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Universität Karlsruhe, A Wiley-Interscience Publication, pp-341-477, USA
- Köse H., (1980): "Finite Element Yönteminin Kaya Mekaniği Dalındaki Problemlerin Çözümünde Kullanılışı", Madencilik Dergisi, Cilt 19, Sayı 3, s. 26-34.
- Nishimatsu Y., (1981): "Some Technical Developments and Geomechanical Difficulties on Weak Rocks in the Field of Mining in Japan", Proceeding of the International Symposium on Weak Rock, 21-24 September , TOKYO-JAPAN.
- Vervoort A., Thimus J.F., Brych J., Crombrugge O.D., Lousberg E., (1987): "Verification by the Finite Element Method of the Influences on the Roof Conditions in Longwall Faces", Proc. 6th Int. Cong. Rock Mech., Montreal, 1311-1316.
- Wilson E.L., (1963): "Finite Element Analysis of Two-Dimensional Structures", PhD Thesis, University of Calif., Berkeley, U.S.A.