



**DEĞİŞİK FİBER ORYANTASYONLARINA SAHİP TABAKALI  
KOMPOZİT KİRİŞLERİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE  
TİTREŞİM ANALİZİ**

**(VIBRATION ANALYSIS OF LAMINATED COMPOSITE BEAMS  
HAVING DIFFERENT FIBER ORIENTATIONS BY USING THE FINITE  
ELEMENT METHOD)**

**Aysun BALTACI, Ahmet SARIKANAT**

**ÖZET/ABSTRACT**

Bu çalışmada, farklı fiber oryantasyonlarına sahip tabakalı kompozit kirişlerin dinamik yük altındaki serbest ve zorlanmış titreşim davranışları incelenmiştir. Çalışmada, 8 düğüm noktalı 24 serbestlik dereceli izoparametrik kabuk eleman kullanılmış ve sonlu elemanlar metodu ile analizler yapılmıştır. Kompozit kirişin serbest ve zorlanmış titreşimi incelenirken, fiber oryantasyonlarının kirişin titreşim frekansına etkileri gösterilmiştir.

*In this study, free and forced vibration analysis of laminated composite beams having different fiber orientations under dynamic force was investigated. In study, the isoparametric shell element used in the present study has 8 nodes, 24 degrees of freedom and the finite element method was used. The effects of fiber orientations on the free and forced vibration analysis of laminated composite beams were investigated.*

**ANAHTAR KELİMELER/KEYWORDS**

Kompozit malzemeler, Sonlu elemanlar yöntemi, Titreşim analizi  
*Composite materials, Finite element method, Vibration analysis*

## 1. GİRİŞ

Amaca uygun olarak, farklı özelliklerdeki iki yada daha fazla malzemeyi, istenilen özellikleri sağlayacak duruma getirmek için, belirli şartlar ve belirli oranlarda fiziksel olarak, makro yapıda bir araya getirilerek elde edilen malzemelere *Kompozit Malzemeler* denir (Daniel ve Ishai, 1994; Reddy ve Chao, 1997).

Günümüzde, tabakalı kompozit malzemelerin yüksek dayanım/ağırlık oranı ve direngenlik/ağırlık oranına sahip olmaları sebebiyle; uzay yapılarında, ulaşım araçlarında, elektrik, kimya, konstrüksiyon ve gıda endüstrisinde kullanım alanları giderek artmaktadır (Shi ve Lam., 1999).

Kompozit yapıların titreşim analizi, bir çok mühendislik uygulamalarında pratik önem kazanmaktadır. Örneğin, deniz teknolojisinde motor veya makina aksamlarının mekanik dizaynında, dinamik yüklerin sebep olduğu titreşimler büyük önem kazanmaktadır (Romanelli ve Laura, 2001). Kullanım yerine ve çalışma şartlarına göre, tabakalı kompozit plaklarda büyük genlikli titreşimler oldukça etkilidir (Reddy ve Chao, 1981). Çeki modülünün enine kayma modülüne oranının yüksek değerlerinden dolayı, enine kayma deformasyonları sadece kalın çubuk ve plakların analizinde değil, aynı zamanda ince çubuk ve plakların belirli sınır ve yükleme koşulları altında yüksek frekanslı titreşim analizlerinde de önemli rol oynar.

Tabakalı kompozit kirişlerin titreşim analizinde yüksek dereceli kayma deformasyon teorileri geniş kullanım alanına sahiptir (Kamal ve Durvasula, 1986). Sonlu eleman modelinde, dinamik analizin hassaslığı kütle matrisinin formülasyonlarında etkilidir. Titreşim ve dinamik analizdeki birçok yüksek dereceli elemanlarda, direngenlik matrisinin elde edilmesi yüksek dereceden teorileri esas alır. Kompozit çubukların ve plakların analizi ile ilgili birçok çalışmada, sadece temel titreşim frekansları üzerinde durulmamıştır. Çünkü, yüksek titreşim frekansları da birçok mühendislik uygulamalarında büyük önem kazanmaktadır (Ramtekkar ve Desai, 2002).

## 2. TABAKA YAPISAL DENKLEMLERİ

Kompozit malzemeler, mikroskobik ve makroskobik gözle bakıldığında, yapı olarak değişken özelliktedir. Makroskobik olarak, kompozit malzemelerin mekanik özellikleri, matris ve fiber malzemesinin ağırlıklar oranı alınarak bulunur. Kompozit malzeme, homojen yapılu bir malzeme olarak varsayılır (Reddy, 1997).

Anizotropik bir malzemenin genelleştirilmiş Hooke Kanunu;

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (1)$$

şeklindedir. Kartezyen koordinat sisteminde;  $\sigma_{ij}$  ( $\sigma_i$ ) gerilme bileşenleri,  $\varepsilon_{ij}$  ( $\varepsilon_i$ ) birim şekil değiştirme bileşenleri ve  $C_{ij}$  malzeme özellik katsayılarıdır. Gerilme–yer değiştirme ilişkileri

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

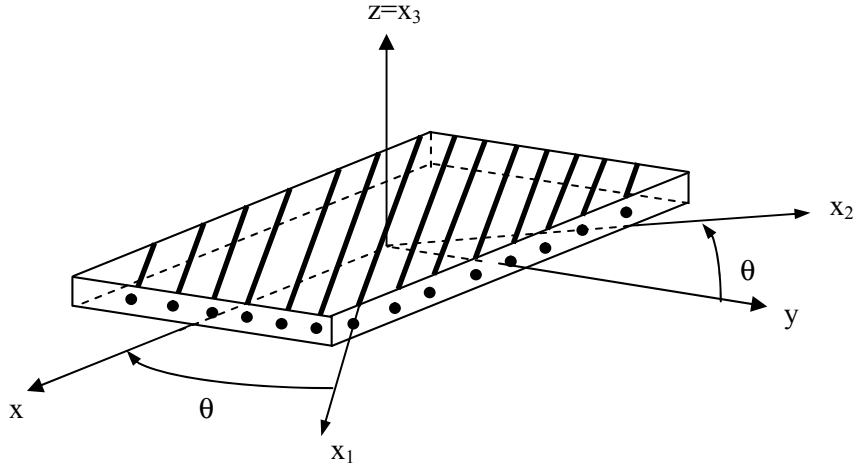
olarak verilir. Burada  $Q_{ij}$  katılıklardır ve

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (3)$$

ile bulunur. Bu direngenlikler;  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$  ve  $G_{12}$  olmak üzere dört bağımsız malzeme sabiti içerirler.

## 2.1. Gerilme Bileşenlerinin Dönüşümü

$(x, y, z)$  koordinatları, bir problemin çözümünde kullanılan koordinatlar ve  $(x_1, x_2, x_3)$  koordinatları da, temel malzeme koordinatları olarak tanımlanır (Şekil 1). Tabakalara üstten bakıldığında (ters olarak),  $(x, y, z)$  koordinatları;  $x_1, x_2$  düzleminde  $x_1, x_2, x_3$ 'ün saat ibresi yönünde  $\theta$  açısı kadar döndürülmesi ile elde edilir.



Şekil 1. Global koordinat sisteminde fiber takviyeli tabaka

Bu iki eksen takımındaki koordinatlar arasındaki gerilme dönüşümü aşağıdaki denklemler yardımıyla elde edilir:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & 0 & 0 & -\sin 2\theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & 0 & 0 & \sin 2\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Bu eşitlik;

$$(\mathbf{s})_p = [\mathbf{T}](\mathbf{s})_m \quad (5)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $[\mathbf{T}]$ , dönüşüm matrisidir. Malzeme katsayılarının dönüşümü için;

$$[\bar{\mathbf{C}}] = [\mathbf{T}] [\mathbf{C}] [\mathbf{T}]^T \quad (6)$$

ifadesi verilir. Burada  $[\mathbf{C}]$ , malzeme koordinatlarındaki 6x6 boyutundaki malzeme direngenlik matrisidir.

### 3. KİRİŞİN KÜTLE VE DİRENGENLİK MATRİSLERİNİN ELDE EDİLMESİ

Şekil 2’de gösterilen 8 düğüm noktalı 24 serbeslik dereceli izoparametrik kabuk elemanının şekil fonkiyonları; köşelerdeki düğüm noktaları için

$$y_i(x,h) = \frac{1}{4}(1+x_0)(1+h_0)(x_0+h_0-1) \quad i = 1,3,5,7 \quad (7)$$

orta noktalardaki düğüm noktaları için

$$y_i(x,h) = \frac{1}{2}(1+x^2)(1+h_0) \quad i = 2,6$$

$$y_i(x,h) = \frac{1}{2}(1+x_0)(1+h^2) \quad i = 4,8 \quad (8)$$

olarak yazılır. Burada,  $x_0 = xx_i$ ,  $h_0 = hh_i$  olarak verilmiştir.  $(\xi_i, \eta_i)$  ise düğüm noktalarının eğrisel koordinatlarda aldığı değerlerdir ve Çizelge 1’de verilmiştir (Reddy, 1997).

Çizelge 1.  $(\xi_i, \eta_i)$  düğüm noktalarının eğrisel koordinatlarda aldığı değerler

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_i$	-1	0	1	1	1	0	-1	-1
$h_i$	-1	-1	-1	0	1	1	1	0

Her bir elemanın direngenlik matrisinin elemanları

$$\begin{aligned}
 K_{ij}^{11} &= A_{11}S_{ij}^{xx} + A_{16}(S_{ij}^{xy} + S_{ij}^{yx}) + A_{66}S_{ij}^{yy} \\
 K_{ij}^{12} &= A_{12}S_{ij}^{xy} + A_{16}S_{ij}^{xx} + A_{26}S_{ij}^{yy} + A_{66}S_{ij}^{yx} \\
 K_{ij}^{22} &= A_{66}S_{ij}^{xx} + A_{26}(S_{ij}^{xy} + S_{ij}^{yx}) + A_{22}S_{ij}^{yy} \\
 K_{ik}^{13} &= -B_{11}R_{ik}^{xxx} - B_{12}R_{ik}^{xyy} - 2B_{26}R_{ik}^{xxy} - B_{16}R_{ik}^{yxx} - B_{26}R_{ik}^{yyy} - 2B_{66}R_{ik}^{yxy} \\
 K_{ik}^{23} &= -B_{16}R_{ik}^{xxx} - B_{26}R_{ik}^{xyy} - 2B_{66}R_{ik}^{xxy} - B_{12}R_{ik}^{yxx} - B_{22}R_{ik}^{yyy} - 2B_{26}R_{ik}^{yxy} \\
 K_{ik}^{33} &= D_{11}T_{kl}^{xxxx} + D_{12}(T_{kl}^{xyyy} + T_{kl}^{yyxx}) + 2D_{16}(T_{kl}^{xxyy} + T_{kl}^{xyxx}) + 2D_{26}(T_{kl}^{xyyy} + T_{kl}^{yyxy}) + \\
 &\quad 4D_{66}T_{kl}^{xyxy} + D_{22}T_{kl}^{yyyy}
 \end{aligned} \quad (9)$$

ve kütle matrisinin elemanları

$$\begin{aligned}
 M_{ij}^{11} &= \int_{\Omega^e} I_0 \Psi_i^e \Psi_j^e dx dy \\
 M_{ik}^{13} &= - \int_{\Omega^e} I_1 \Psi_i^e \frac{\partial j_k^e}{\partial x} dx dy \\
 M_{ij}^{22} &= \int_{\Omega^e} I_0 \Psi_i^e \Psi_j^e dx dy
 \end{aligned} \quad (10)$$

$$M_{ik}^{23} = - \int_{\Omega^e} I_1 \Psi_i^e \frac{\partial j_k^e}{\partial y} dx dy$$

$$M_{kl}^{23} = \int_{\Omega^e} \left[ I_0 j_k^e j_l^e + I_2 \left( \frac{\partial j_k^e}{\partial x} \frac{\partial j_l^e}{\partial x} + \frac{\partial j_k^e}{\partial y} \frac{\partial j_l^e}{\partial y} \right) \right] dx dy$$

şeklindedir. Burada

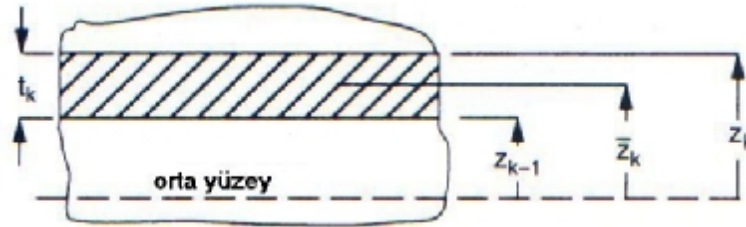
$$S_{ij}^{xh} = \int_{\Omega^e} \frac{\partial y_i^e}{\partial x} \frac{\partial y_j^e}{\partial h} dx dy \quad R_{ij}^{xhz} = \int_{\Omega^e} \frac{\partial y_i^e}{\partial x} \frac{\partial^2 j_k^e}{\partial h \partial z} dx dy$$

$$T_{ij}^{xhzm} = \int_{\Omega^e} \frac{\partial^2 y_k^e}{\partial x \partial h} \frac{\partial^2 j_l^e}{\partial z \partial m} dx dy \quad (11)$$

$$[A_{ij}] = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k t_k \quad [B_{ij}] = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k t_k \bar{z}_k \quad (12)$$

$$[D_{ij}] = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k \left( t_k \bar{z}_k^2 + \frac{t_k^3}{12} \right)$$

denklemleriyle hesaplanır ve **A**, k.tabakanın uzama direngenlik matrisi, **B**, k.tabakanın uzama ve eğilme çifti matrisi, **D** ise k.tabakanın eğilme direngenlik matrisi olarak adlandırılır. **A**, **B** ve **D** matrislerinin hesaplanmasında kullanılan k.ıncı tabakanın kalınlığı;  $t_k = z_k - z_{k-1}$  ve k. tabakanın merkezinin tabakalı kompozitin orta düzlemine olan uzaklığı;  $\bar{z}_k = \frac{z_k + z_{k-1}}{2}$  'dır (Şekil 2).  $\varphi$  ise, bu elemanın interpolasyon fonksiyonudur.



Şekil 2.  $\bar{z}_k$  ve  $t_k$  'nın  $z_k$  ve  $z_{k-1}$  ile olan bağlantısı

#### 4. TABAKALI KOMPOZİT KİRİŞİN TİTREŞİM ANALİZİ

Çok serbestlik dereceli sistemlerin titreşim davranışları, bir serbestlik dereceli sistemlerin titreşim davranışından farklıdır. N serbestlik derecesine sahip böyle bir sistemin çözümlenebilmesi için, n tane diferansiyel denklem tanımlamak gerekmektedir. Bundan dolayı da system, n tane doğal frekansa sahiptir. Bu diferansiyel denklemlerin çözümleri, homojen çözüm ve özel çözümün toplamından oluşur. Homojen çözüm, sistemin serbest titreşim özelliklerini gösterirken; özel çözüm sistemin zorlanmış titreşim özelliklerini gösterir. Homojen çözüm ile bulunan sistemin doğal frekansları, bu sistemin zorlanmış titreşim özelliklerini belirlemek için özel çözümde kullanılır. Zorlanmış titreşimlerin belirlenebilmesi için kullanılan modal analiz yönteminde, sistemin doğal frekanslarının ve mod şekillerinin bilinmesi gereklidir.

N serbestlik dereceli sönümsüz serbest titreşimlerin homojen çözümü için genel diferansiyel denklem

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (13)$$

şeklindedir. Buradaki M ve K, simetrik n x n boyutlarında olan kütle ve katılık matrisleri ve x ise n boyutunda genel koordinatların kolon vektörüdür. Eğer diferansiyel denklemler oluşturulurken enerji yöntemi kullanılır ise, M ve K matrisleri kesinlikle simetrik olur. Simetri, serbest titreşim analizi için gerekli değildir, fakat zorlanmış titreşimlerin çözümü için bu matrisler mutlaka simetrik olmalıdır. Eşitlik 13'ün çözümü

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}e^{i\omega t} \quad (14)$$

şeklindedir. Buradaki  $\omega$  titreşimin frekansı ve  $\mathbf{X}$  de n boyutlu sabit vektördür.

Eşitlik 14'deki x değeri Eşitlik 13'de yerine konulursa

$$(-\omega^2\mathbf{M}\mathbf{X} + \mathbf{K}\mathbf{X})e^{i\omega t} = \mathbf{0} \quad (15)$$

elde edilir. Buradan,  $e^{i\omega t} \neq 0$  olduğundan

$$-\omega^2\mathbf{M}\mathbf{X} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (16)$$

olacaktır. Eşitlik 16  $\mathbf{M}^{-1}$  ile çarpılırsa

$$(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{I})\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (17)$$

sonucu elde edilir. Buradaki  $\mathbf{I}$ , n x n boyutlarında olan birim matris olup  $\omega^2$ ,  $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$ 'nin özdeğeridir. Pozitif olan değer doğal frekans olarak adlandırılır.

N serbestlik dereceli sistemlerin zorlanmış titreşimlerinin tam çözümü için, birçok yöntem bulunmaktadır. Fakat, bu sistemlerin zorlanmış titreşim davranışlarını belirlemek için kullanılan en etkili yöntem modal analizdir. Bu yöntemde, serbest titreşim analizi ile hesaplanan mod şekilleri arasındaki diklik durumları, genelleşmiş koordinatlar ile temel koordinatlar arasındaki geçişi tanımlamak için kullanılır. Modal analiz, çok serbestlik dereceli tüm sönümsüz lineer sistemlere uygulanabilen etkili bir yöntemdir (Graham, 1993).

Çok serbestlik dereceli sistemler için temel koordinatlar, seçilen genel koordinatların lineer dönüşümü ile bağıntılıdır. Bu lineer dönüşüm

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{p} \quad (18)$$

olmaktadır. Burada  $\mathbf{P}$ , modal matris olarak adlandırılır. Eşitlik 18'in her iki tarafı  $\mathbf{P}^{-1}$  ile çarpılırsa

$$\mathbf{p} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{x} \quad (19)$$

denklemini elde edilir. Çok serbestlik dereceli zorlanmış sönümsüz titreşimlerin genel denklemini

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}(t) \quad (20)$$

şeklindedir. Eşitlik 18, Eşitlik 20'de yerine konulursa

$$\mathbf{M}\mathbf{P}\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}\mathbf{p} = \mathbf{F}(t) \quad (21)$$

elde edilir ve bu eşitliğin her iki tarafı  $\mathbf{P}^T$  ile çarpılırsa

$$\mathbf{P}^T\mathbf{M}\mathbf{P}\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{P}^T\mathbf{K}\mathbf{p} = \mathbf{G}(t) \quad (22)$$

$$\mathbf{G}(t) = \mathbf{P}^T \mathbf{F}(t) \quad (23)$$

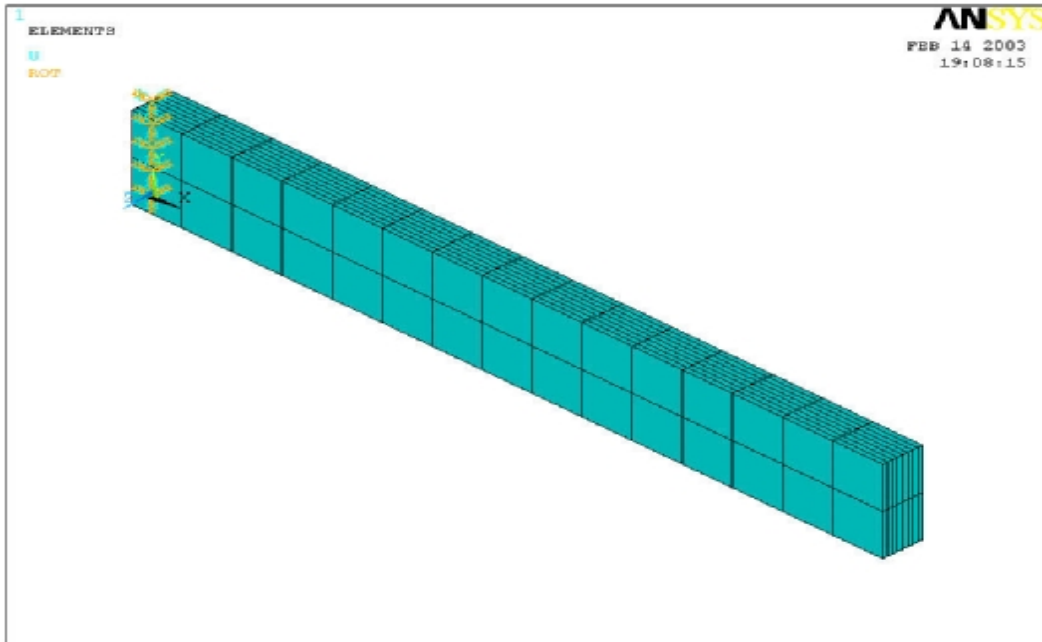
eşitlikleri elde edilir. Eşitlik 22, n tane eşitlik olarak

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 + w_1^2 \mathbf{p}_1 &= \mathbf{G}_1(t) \\ \mathbf{M}_2 + w_2^2 \mathbf{p}_2 &= \mathbf{G}_2(t) \\ \mathbf{M}_3 + w_3^2 \mathbf{p}_3 &= \mathbf{G}_3(t) \\ &\vdots \\ \mathbf{M}_n + w_n^2 \mathbf{p}_n &= \mathbf{G}_n(t) \end{aligned} \quad (24)$$

şeklinde gösterilebilir. Eşitlik 24'in çözümü;  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ . adet zorlanmış titreşim frekansını vermektedir (Uyar, 2003).

## 5. SONUÇLAR

Kompozit kirişin malzemesi olarak glass-epoksi kullanılmış ve 150x20 mm boyutlarında dikdörtgen olarak modellenmiştir. Sınır şartı olarak kirişin sol ucu ankastre olarak bağlanmıştır (Şekil 3).



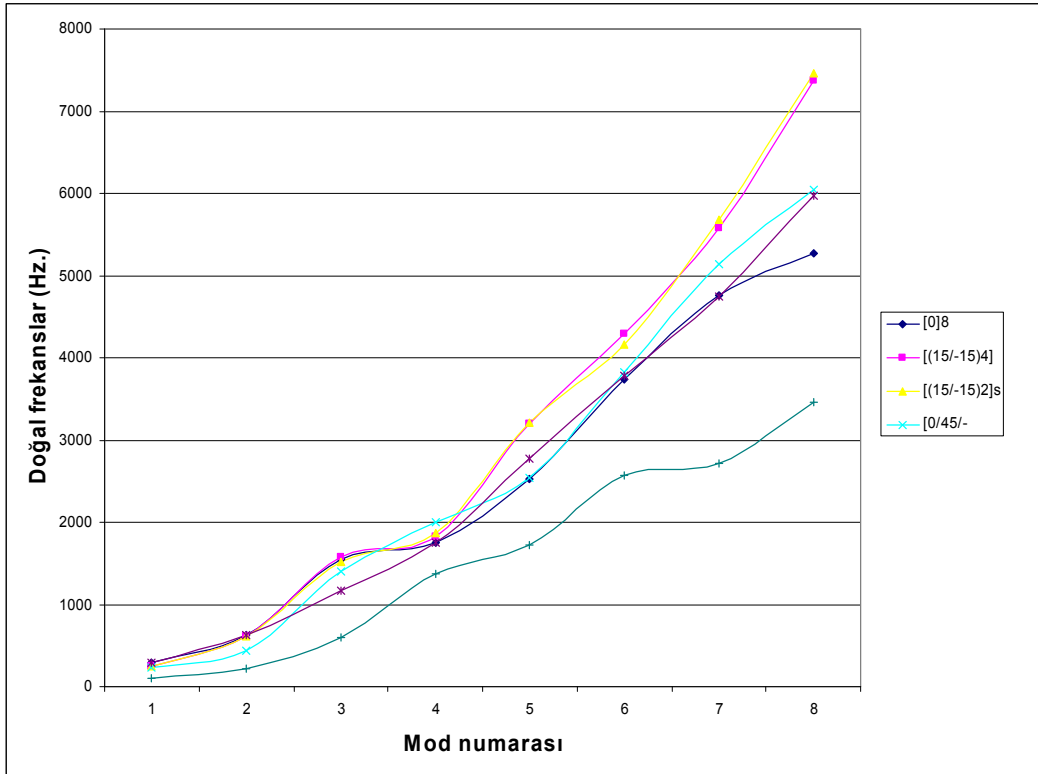
Şekil 3. Kirişin sonlu eleman modeli

Farklı fiber oryantasyonlarında elde edilen doğal frekanslar, Çizelge 2'de gösterilmiştir.

Çizelge 2 ve Şekil 4'te gösterilen değerler incelendiğinde, doğal frekansları en büyük olan bir kaç diziliş  $[0_8]$ ,  $[(15/-15)_4]$ ,  $[(15/-15)_2]_s$ ,  $[0/45/-45/90]_s$ ,  $[0_3/15]_s$  şeklinde ve doğal frekansı en küçük olan diziliş ise  $[(45/-45)_4]$  şeklinde bulunmuştur. Sonuçlardan görüldüğü gibi, en yüksek doğal frekansların elde edildiği tabaka dizilişleri,  $[(15/-15)_2]_s$  ve  $[(15/-15)_4]$  dizilişleridir. Kiriş için en uygun tabaka dizilişleri, bunlardır. Bu sebeple, bu dizilişlerin mod şekilleri ve toplam yer değiştirmeleri Şekil 5'te verilmiştir.

Çizelge 2. Çeşitli dizilişlerden elde edilen doğal frekanslar

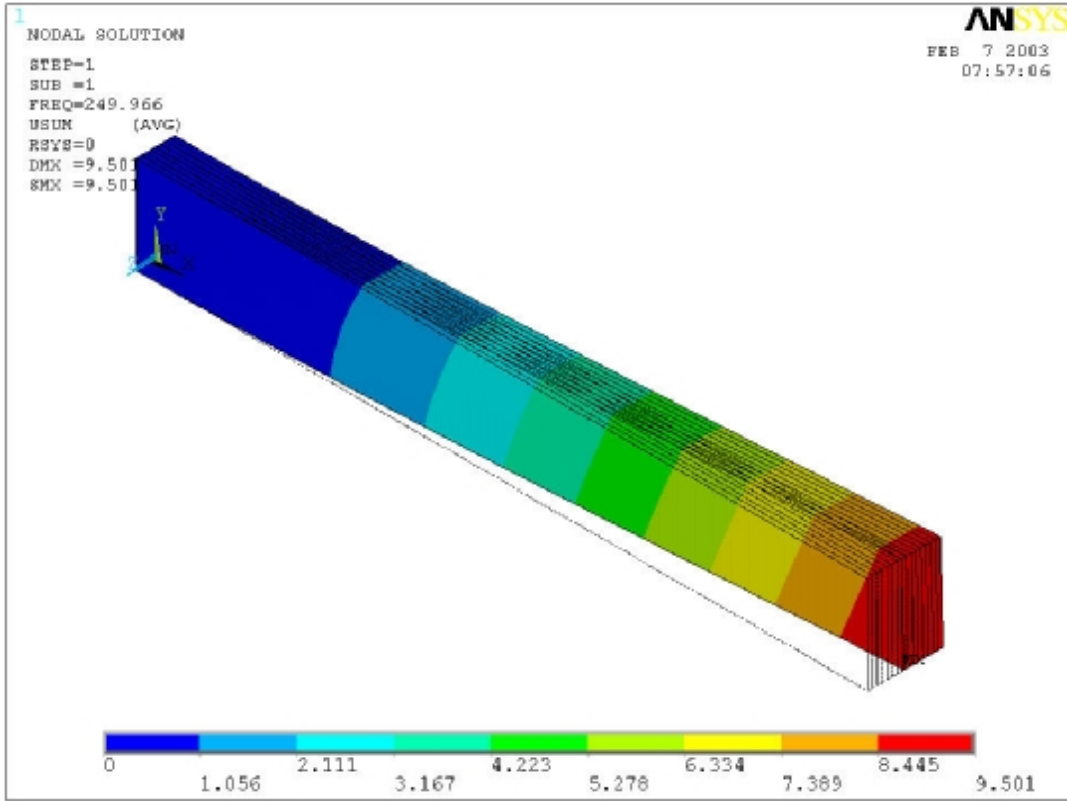
Tabaka Dizilişi	Doğal Frekanslar (Hz)					
	1	2	3	4	5	6
$[0_8]$	286,36	622,36	1552,5	1756,3	2527,6	3736,3
$[0_2/90_2]_s$	269,67	486,81	1127,6	1644,4	2216,9	3618,1
$[90_2/0_2]_s$	127,03	486,81	791,21	1054,8	2194,1	2216,9
$[(0/90)_2]_s$	242,35	486,81	1113,0	1485,4	2216,9	3540,6
$[(90/0)_2]_s$	174,36	486,81	1077,9	1080,1	2216,9	2970,4
$[(0/90)_4]$	207,58	486,50	1095,3	1279,6	2213,4	3448,2
$[(90/0)_4]$	207,58	486,50	1095,3	1279,6	2213,4	3448,2
$[(30/-30)_4]$	167,65	399,68	1044,2	2383,2	2511,0	2932,5
$[(-30/30)_4]$	167,65	399,68	1044,2	2383,2	2511,0	2932,5
$[(45/-45)_4]$	95,637	224,76	602,53	1372,5	1722,1	2569,4
$[(15/-15)_2]_s$	249,97	619,50	1516,9	1864,1	3218,2	4153,4
$[(15/-15)_4]$	255,08	616,14	1569,5	1822,4	3200,5	4285,1



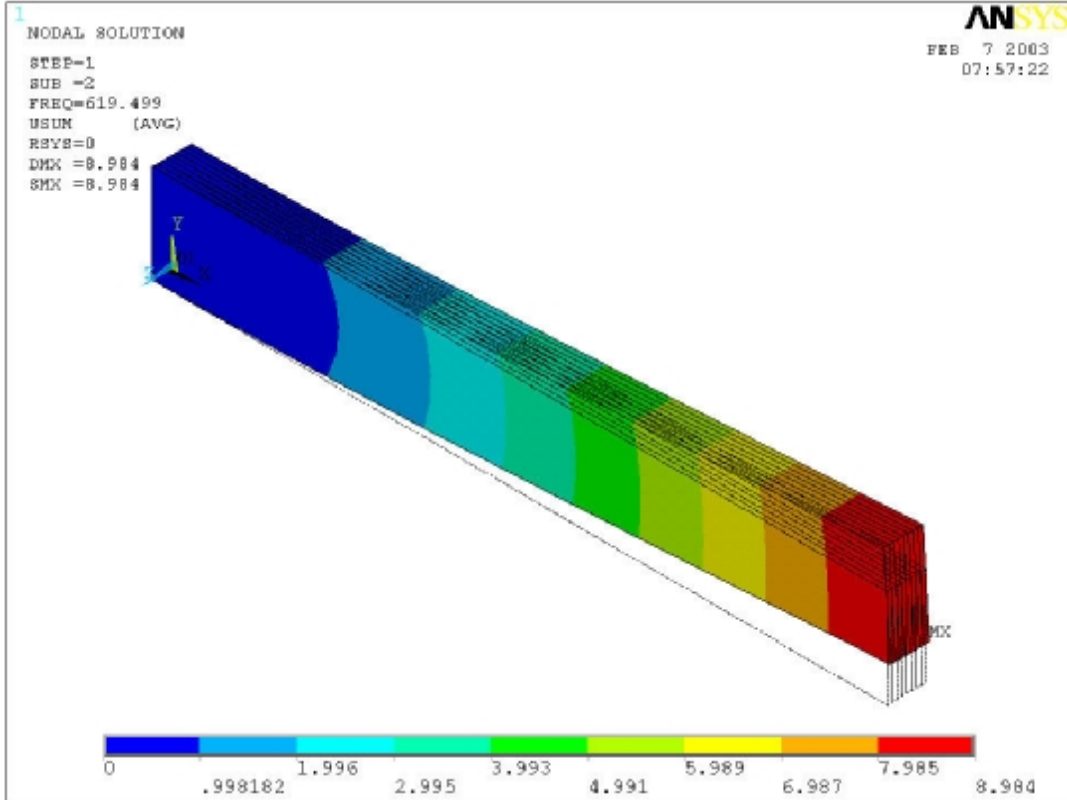
Şekil 4. Çeşitli tabaka dizilişlerinde elde edilen doğal frekanslar



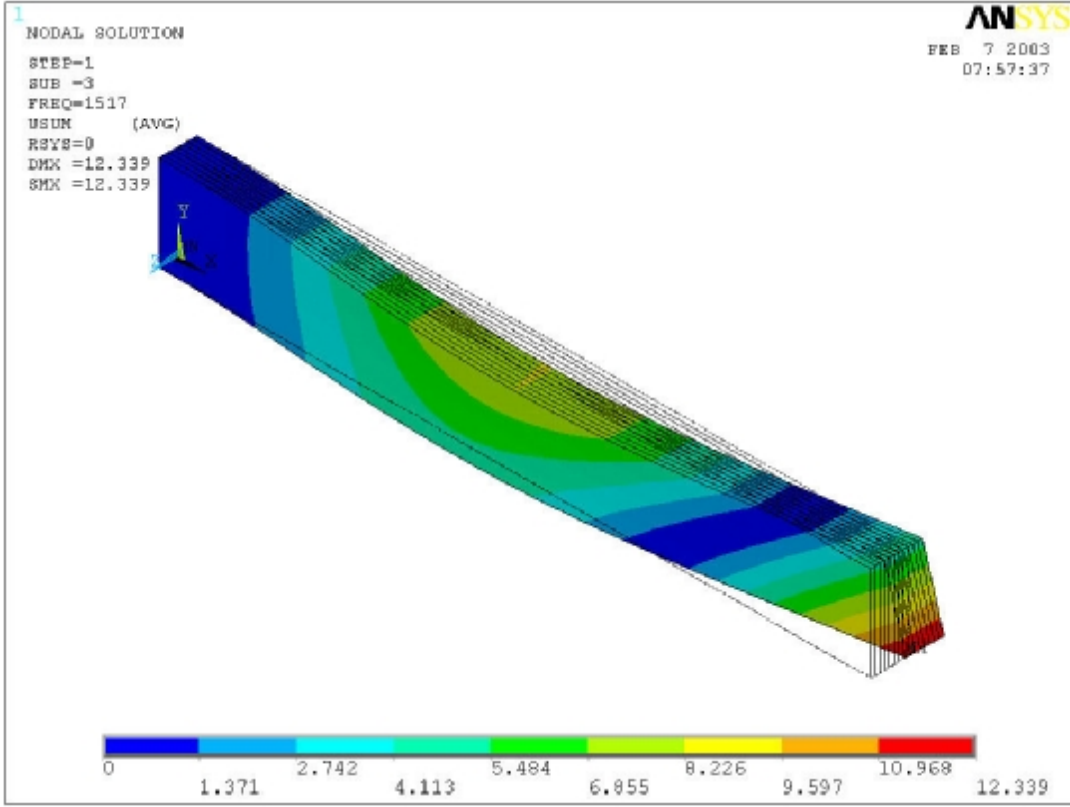
Mod 1



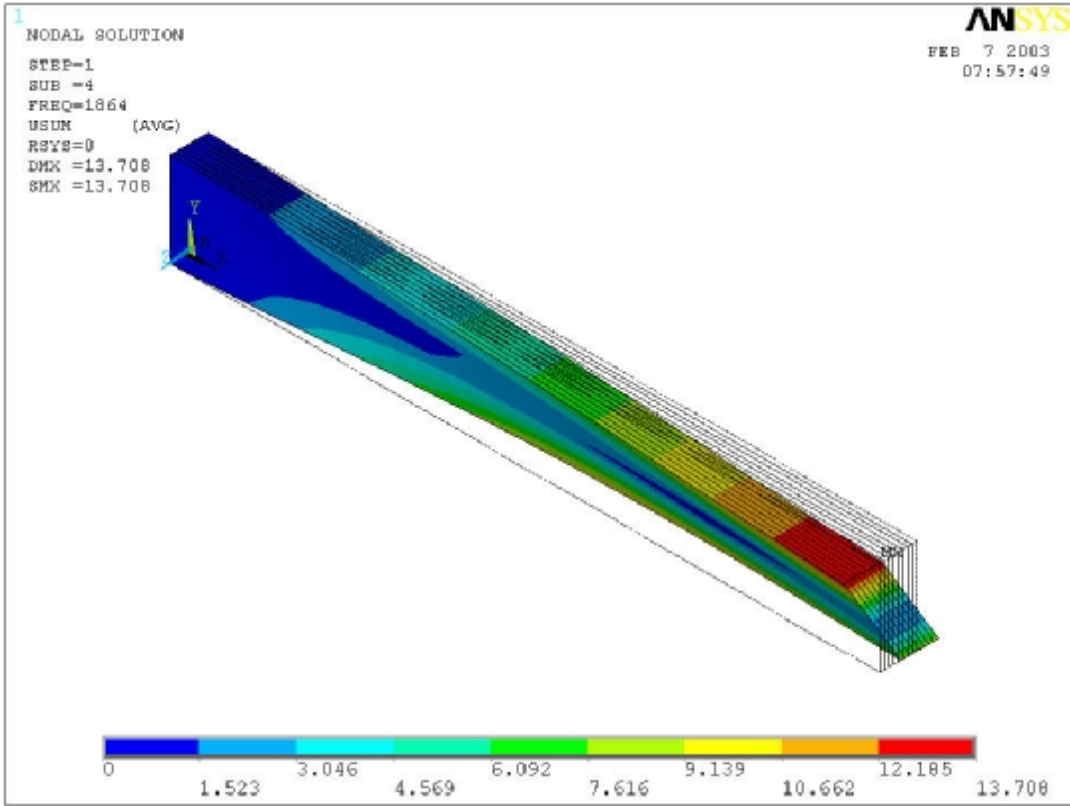
Mod 2

Şekil 5. [(15/-15)<sub>2</sub>]<sub>S</sub> dizilişi kullanılarak modellenen kompozit kirişin mod şekilleri

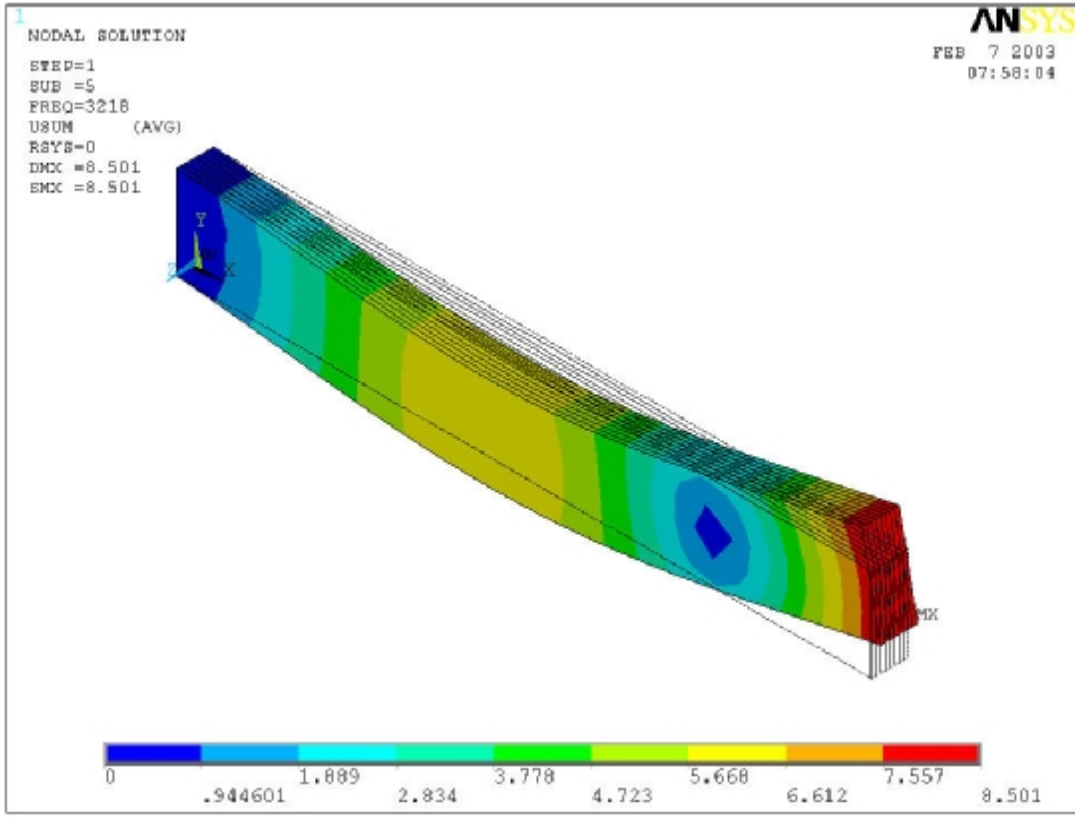
Mod 3



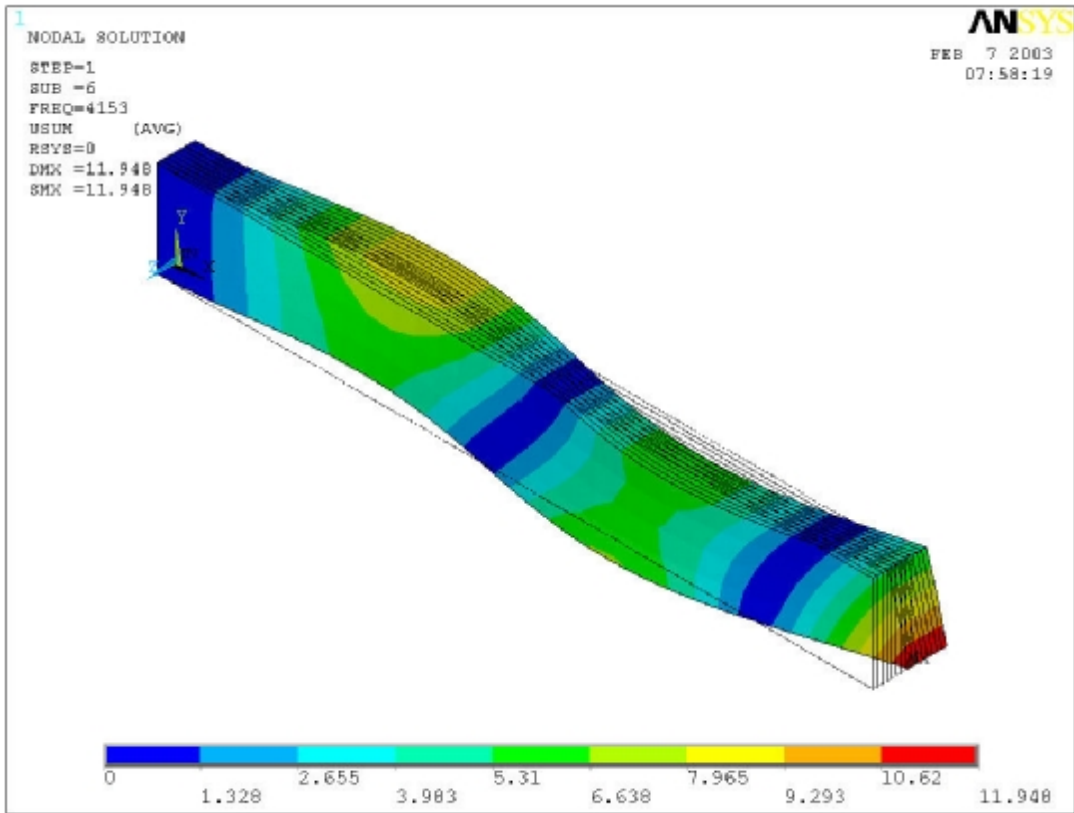
Mod 4

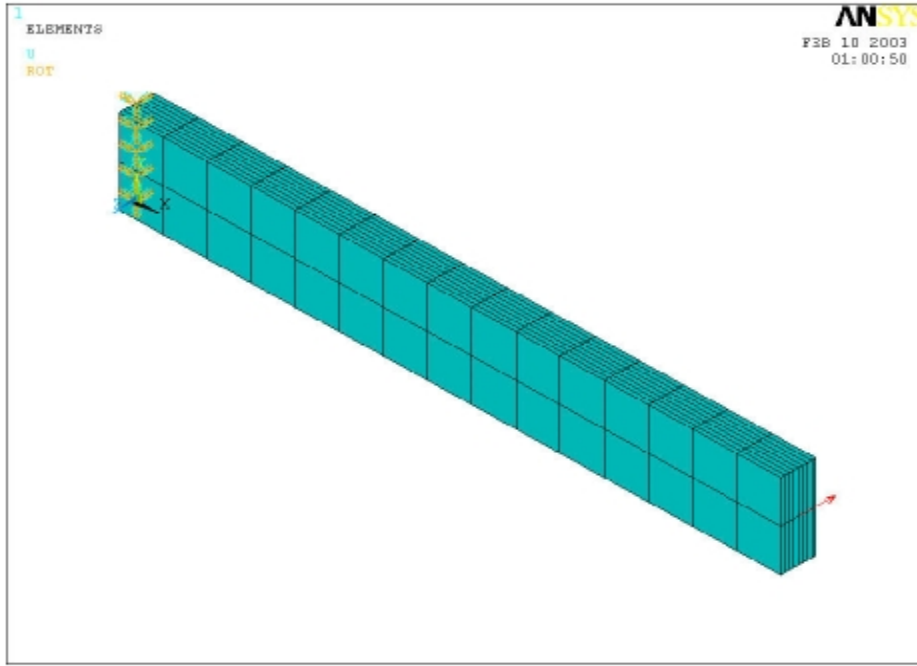
Şekil 5.  $[(15/-15)_2]_s$  dizilişi kullanılarak modellenen kompozit kirişin mod şekilleri (devam)

Mod 5

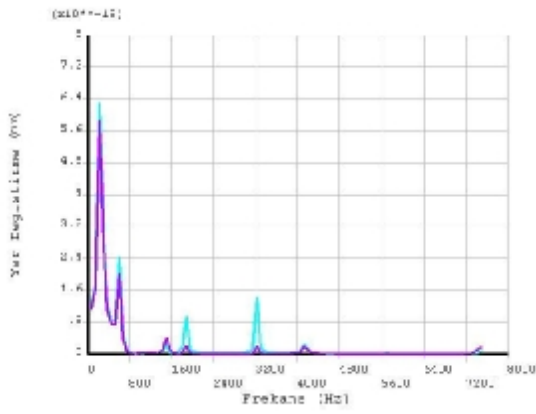


Mod 6

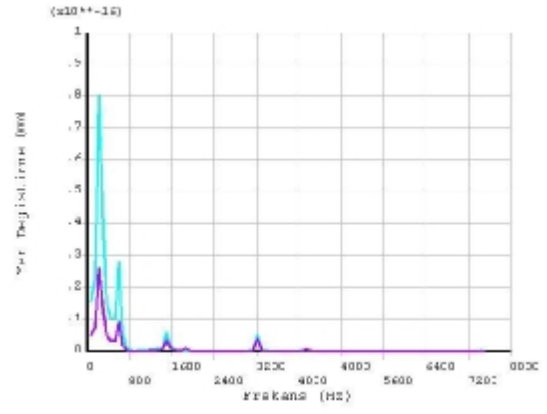
Şekil 5.  $[(15/-15)_2]_s$  dizilişi kullanılarak modellenen kompozit kirişin mod şekilleri (devam)



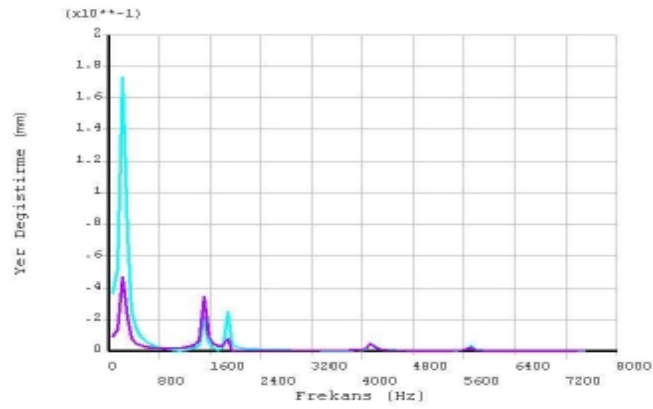
Şekil 6. Kuvvet zorlamalı kirişin sonlu eleman modeli



(a) x yönünde



(b) y yönünde



(c) z yönünde

Şekil 7. Kirişin 32 ve 52 numaralı düğüm noktalarındaki yer değiştirmeler

[0<sub>8</sub>], [(15/-15)<sub>4</sub>], [(15/-15)<sub>2</sub>]<sub>s</sub>, [0/45/-45/90]<sub>s</sub>, [0<sub>3</sub>/15]<sub>s</sub> ve [(45/-45)<sub>4</sub>] dizilişlerinin frekansları, Şekil 4’de verilmiştir.

Kiriş z yönünde serbest uçtan 1000 N’luk kuvvet uygulandığında (Şekil 6), bu kuvvete bağlı kirişin yer değiştirmeler cinsinden davranışı ise, [(15/-15)<sub>2</sub>]<sub>s</sub> dizilişi için, Şekil 7’de gösterilmiştir. Şekilde 32 ve 52 numaralı düğüm noktalarının sırası ile x, y ve z yönlerindeki yer değiştirme grafikleri görülmektedir. Şekillerde görülen tepe değerleri, rezonans değerleridir. Kiriş bu frekanslarda rezonansa gelmektedir.

Çizelge 2’de verilen sonuçlardan anlaşılacağı gibi, fiber yönlerine bağlı olarak kirişin doğal frekansları büyük bir değişme göstermektedir. Doğal frekansların yüksek olması, kirişin daha rijit bir davranışa sahip olduğunu gösterir. Bu gerçekten hareketle, en uygun fiber yönleri belirlenir. Zorlanmış titreşim analizi ile elde edilen frekansa bağlı yer değiştirme sonuçları incelendiğinde, en büyük yer değiştirmelerin, kuvvetin uygulandığı yöndeki yer değiştirmeler olduğu gözlenmiştir. Bu sonuçların dışında, modal analiz yapılırken, bazı dizilişlerin kirişin bazı doğal frekanslarını etkilemediği de gözlenmiştir. Bu dizilişler incelendiğinde; sadece simetrik olan dizilişlerde geçerli olmak şartı ile, kullanılan her bir açının sayısı ve bu açı değerleri sabit tutularak yerleri değiştirildiğinde, ikinci, beşinci ve sekizinci doğal frekansların değişmediği ortaya çıkmaktadır.

## KAYNAKLAR

- Daniel I.M., Ishai O. (1994): “Engineering Mechanics of Composite Materials”, Oxford University Press, New York.
- Graham K.S. (1993): “Fundamentals of Mechanical Vibrations”, McGraw Hill, Inc.
- Kamal K., Durvasula S. (1986): “Some Studies on Free Vibration of Composite Laminates”, Composite Structures, 5, s.177-202.
- Ramtekkar G.S., Desai Y.M. (2002): “Natural Vibrations Of Laminated Composite Beams By Using Mixed Finite Element Modelling”, Journal of Sound and Vibration, 257(4), s. 635-651.
- Reddy J.N. (1997): “Mechanics of Laminated Composite Plates”, Theory and Analysis, CRC Press, New York.
- Reddy J.N., Chao W.C. (1981): “Large-Deflection and Large Amplitude Free Vibrations of Laminated Composite Material Plates”, Computers and Structures, 13, s. 341-347.
- Romanelli E., Laura P.A.A. (2001): “Forced Transverse Vibrations of a Simply Supported Rectangular Orthotropic Plate in The case Where the Force Acts over a Plate Subdomain”, Ocean Engineering, 28, s. 1135-1144.
- Shi G., Lam K.Y. (1999): “Finite Element Vibration Analysis Of Composite Beams Based On Higher-Order Beam Theory”, Journal of Sound and Vibration, 219(4), s. 707-721.
- Uyar Ö. (2003). “Kompozit Kirişlerin Titreşim Analizi”, E.Ü. Yüksek Lisans Tezi.