



Ridge Regresyonda M Tahmin Edicilerinin Kullanımı Üzerine Bir Uygulama¹

Hatice ŞAMKAR² Özlem ALPU³ Ekrem ALTAN⁴

Özet

Bu çalışmada y yönündeki aykırı değerlerin ve çoklu doğrusal bağıntı probleminin varlığında, M tahmin edicilerine dayalı sağlam ridge regresyon analizi ele alınmıştır. Bunun için Türkiye'deki turizm verileri üzerine bir uygulama gerçekleştirilmiş ve M tahmin edicilerine dayalı ridge regresyonun y yönündeki aykırı değerlere karşı sıradan ridge regresyondan daha az duyarlı olduğu gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: M Tahmin Metodu, Ridge Regresyon, Çoklu Bağıntı, Aykırı değer

JEL Sınıflandırma Kodları:C100, C200, C180

An Application of Ridge Regression on M Estimators

Abstract

In this study, we examine robust ridge regression analysis based on Huber M type estimators in the presence of multicollinearity and outlier in y direction. To this aim, we apply the analysis on tourism data in Turkey. It has shown that ridge regression based on M estimators is less sensitive than ordinary ridge regression in the presence of outlier in the y direction.

Keywords: M estimation, Ridge Regression, Multicollinearity, Outlier

JEL Classification Codes: C100, C200, C180

1. Giriş

Çoklu regresyon analizindeki temel problemlerden biri açıklayıcı değişkenler arasında doğrusal bir ilişkinin var olmasıdır ve bu çoklu doğrusal

¹ Bu çalışma 28-30 Mayıs 2008 tarihleri arasında Dokuz Eylül Üniversitesi Ekonometri Bölümü tarafından Kuşadası'nda gerçekleştirilen 9. Ulusal İstatistik ve Ekonometri Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş şeklidir.

² Yrd.Doç.Dr., Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, İstatistik Bölümü, Meşelik Kampüsü, Eskişehir e-posta:hfidan@ogu.edu.tr

³ Yrd.Doç.Dr., Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, İstatistik Bölümü, Meşelik Kampüsü, Eskişehir e-posta:oyalpu@ogu.edu.tr

⁴ Yüksek Lisans Öğrencisi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü

bağıntı olarak bilinir. Literatürde çoklu doğrusal bağıntı problemine karşı Hoerl ve Kennard (1970a, b) tarafından yanlı bir tahmin tekniği olan ridge regresyon analizi önerilmiştir.

Regresyon analizindeki temel problemlerden bir diğeri de hata terimlerinin normal dağılmamasıdır. Veri kümesinde aykırı değerlerin olması durumunda hata terimlerinin normallik varsayımı bozulur ve bu durumda aykırı değerlerin etkisini azaltmak için sağlam tahmin metodlarının kullanımı önerilmektedir.

Regresyon analizinde çoklu bağıntı ve aykırı değer olması sıklıkla karşılaşılan problemlerdendir. Bu problemlerin çözümü hem yanlı hem de sağlam tekniklerin birlikte kullanılmasıyla mümkün olabilmektedir. Literatürde Askin ve Montgomery (1980), Silvapulle (1991), Arslan ve Billor (1996), Pfafenberger ve Dielman (1990) yanlı sağlam tahmin ediciler üzerinde çalışmalar arasında sayılabilir.

Bu çalışmada, çoklu doğrusal bağıntı ve y yönündeki aykırı değerlerin varlığı durumunda Huber tipi M tahmin ediciler üzerinde temellenen sağlam ridge regresyon analizi üzerinde durulmuştur. Türkiye'ye gelen turist sayısını modellemek için turizm verileri kullanılarak sağlam ridge regresyon tahminleri elde edilmiştir.

2. Metot

2.1. Ridge Regresyon

Çoklu doğrusal regresyon modeli matris formunda aşağıdaki gibi verilmiş olsun.

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.1)$$

Burada \mathbf{y} ($n \times 1$) boyutlu açıklanan değişken vektörü, \mathbf{X} p ranklı ($n \times p$) boyutlu açıklayıcı değişken matrisi, $\boldsymbol{\beta}$ ($p \times 1$) boyutlu bilinmeyen parametre vektörü, $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0$ ve $\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2 \mathbf{I}_n$ 'dir.

Bu modeldeki tüm değişkenler standartlaştırıldığında $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ matrisi korelasyon matrisi formundadır.

Bu modelde $\boldsymbol{\beta}$ 'nın En Küçük Kareler(EKK) tahmin edicisi ve varyansı aşağıdaki gibidir:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y}$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = E(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)' = \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})_ii^{-1}$$

Açıklayıcı değişkenler arasında çoklu doğrusal bağıntı olması durumunda β 'nin EKK tahminleri güvenilir hale gelir. Bu durumda aşağıda verilen ridge regresyon tahmin edicisinin kullanımı önerilir:

$$\hat{\beta}_R = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (2.2)$$

Burada k yanlılık parametresidir. Literatürde uygun k değerini belirlemek için çeşitli araştırmacılar tarafından çalışmalar yapılmıştır (Hoerl, Kennard ve Baldwin (1975), Lawless ve Wang (1976), Dempster, Schatzoff ve Wermuth (1977), Tamarkin (1982), Lee ve Campbell (1985), Vinod ve Ullah (1981), Kadiyala (1981), Troskie ve Chalton (1996) ve Frinqueti (1999)).

Bu çalışmada, k değerinin seçimi için Hoerl, Kennard ve Baldwin (HKB) (1975) tarafından EKK tahmin edicilerine dayanan formül kullanılmış ve Eşitlik (2.3)'te verilmiştir:

$$k = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\beta}'\hat{\beta}} \quad (2.3)$$

Ridge regresyon katsayılarının varyans kovaryans matrisi ise

$$\text{VarCov}(\hat{\beta}_R) = \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1}$$

formülü yardımıyla belirlenir.

2.2. M Tahmin Metodu

Huber (1964) tarafından geliştirilen M tahmin edicisi artıkların simetrik bir fonksiyonunu en küçükmeye dayanır ve amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\text{enk} \sum_{i=1}^n \rho(r_i)$$

Burada r_i i . standartlaştırılmış artığı gösterir. Bu fonksiyonun β 'ya göre türevi alınıp sıfıra eşitlenmesiyle normal denklemler elde edilir ve bu denklemlerin çözümünden M tahmin edicileri bulunur. ρ 'nun türev fonksiyonu $\psi = \rho'$ aşağıdaki gibidir:

$$\psi(r_i) = \begin{cases} r_i & , |r_i| \leq t \\ t \cdot \text{sign}(r_i) & , |r_i| > t \end{cases}$$

Burada $t=1.5$ olarak alınır (Rousseeuw ve Leroy, 1987).

M regresyon katsayılarının varyansları aşağıdaki gibi hesaplanır (Maronna, Martin ve Yohai, 2006):

$$\text{Var}(\hat{\beta}_M) = v(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$$

burada

$$v = \sigma_M^2 \frac{E \left[\frac{\psi^2(r_i / \sigma_M)}{\psi'(r_i / \sigma_M)} \right] n}{n - p}$$

ve

$$\sigma_M = \frac{1}{0,675} \text{Med}_i \left| r_i \right| \Big|_{r_i \neq 0}$$

Burada p açıklayıcı değişken sayısı ve n gözlem sayısıdır.

2.3. M Tahmin Edicilerine Dayalı Ridge Regresyon

Huber M tipi sağlam ridge tahminlerini elde etmek için formül aşağıda verilmiştir:

$$\hat{\beta}_{RM} = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k^* \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X} \hat{\beta}_M \quad (2.4)$$

Burada $\hat{\beta}_M$ M tahmin edicisini ve $\hat{\beta}_{RM}$ Huber M tipi sağlam ridge tahmin edicisini ifade eder.

M regresyon analizinden hesaplanan $\hat{\beta}_M$ ve σ_M değerleri Eşitlik(2.5)'te kullanılarak k^* 'ın başlangıç değeri elde edilir:

$$k_0^* = \frac{p \cdot \sigma_M^2}{\hat{\beta}_M' \hat{\beta}_M} \quad (2.5)$$

Burada p açıklayıcı değişken sayısı, ve σ_M M regresyondan elde edilen ölçek tahmin edicisidir.

Bu çalışmada k^* 'nın uygun değeri Hoerl and Kennard (1976) tarafından önerilen iteratif süreç kullanılarak belirlenmiştir. Bu sürece göre

$$k_i^* = \frac{p \cdot \sigma_M^2}{(\hat{\beta}_{RM}'(k_{i-1}^*) \cdot \hat{\beta}_{RM}(k_{i-1}^*))} \quad k_1^*, k_2^*, \dots$$

$$\hat{\beta}_{RM}(k_i^*) = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k_i^* \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X} \hat{\beta}_M$$

biçiminde hesaplanır. Hoerl and Kennard (1976)'ın EKK için önerdiği sürecin durdurma kuralı sağlam ridge tahminine uyarlanmıştır. Buna göre eğer $\frac{k_i^* - k_{i-1}^*}{k_{i-1}^*} > 20.T^{-1.3}$ ise (burada $T = \frac{iz(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}}{p}$ olmak üzere) algoritma devam

etmeli, aksi takdirde durdurulmalı ve bulunan $\hat{\beta}_{RM}(k_i^*)$ tahmin değerleri sonuç tahminleri olarak değerlendirilmelidir (Montgomery, Martin ve Yohai, 2001).

M tahmin edicilerine dayalı ridge regresyon parametre tahminlerinin

standart hataları $\hat{A}^2 = \frac{\sigma_M^2 (n-p)^{-1} \sum_{i=1}^n \mathbb{I}(r_i / \sigma_M)^2}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi'(r_i / \sigma_M) \right]^2}$ olmak üzere

$\hat{A}^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})_{ii}^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarının karekökü hesaplanarak elde edilir (Coşkuntuncel, 2005).

2.4. Tahmin Edicilerin Hata Kareler Ortalaması

Eşitlik (2.1)'deki regresyon modeli kanonik formda aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Burada \mathbf{P} ortogonal bir matris olmak üzere $\mathbf{C} = \mathbf{X}\mathbf{P}$ ve $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{P}'\boldsymbol{\beta}$ 'dir. $\boldsymbol{\alpha}$ $\boldsymbol{\alpha}$ 'nın herhangi bir tahmin edicisi olup, $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{P}\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ ve $HKO(\boldsymbol{\alpha}) = HKO(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ 'dir (Silvapulle, 1991).

Hoerl and Kennard(1970 a, b) ridge tahmin edicileri için hata kareler ortalamasının EKK tahmin edicileri için hesaplanacak hata kareler ortalamasından her zaman daha küçük olacağını belirtmiş ve aşağıdaki eşitlikten hesaplanacağını göstermiştir:

$$HKO(\boldsymbol{\alpha}_R) = \sigma^2 \sum_{i=1}^p \lambda_i (\lambda_i + k)^{-2} + \sum_{i=1}^p k \alpha_i / (\lambda_i + k)^2 \quad (2.6)$$

Burada λ_i $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ matrisinin özdeğerleridir.

Silvapulle(1991) pozitif bir k_j 'in varlığında $0 < k < k_j$ için $HKO(\hat{\alpha}_{RM}) < HKO(\hat{\alpha}_M)$ olduğunu ispatlamış ve eğer $\Omega_{ii} < \sigma^2 \lambda^{-1}$ ise pozitif her k için $HKO(\hat{\alpha}_{RM}) < HKO(\hat{\alpha}_R)$ olduğunu göstermiştir. Ayrıca sağlam ridge tahmin edicilerine ilişkin hata kareler ortalamasının hesabı için aşağıdaki eşitliği vermiştir:

$$HKO(\hat{\alpha}_{RM}) = \sum_{i=1}^p \lambda_i^2 (\lambda_i + k)^{-2} \Omega_{ii} + \sum_{i=1}^p k \alpha_i / (\lambda_i + k)^2 \quad (2.7)$$

Burada Ω ($p \times p$) boyutlu $\hat{\alpha}_M$ 'in kovaryans matrisidir.

3. Uygulama

Bu çalışmada Türkiye'ye gelen turist sayısını modellemek amacıyla turizm verileri kullanılarak M tahmin edicileri üzerinde temellenen ridge regresyon analizi uygulanmıştır.

Modelde açıklanan değişken olarak Türkiye'ye gelen turist sayısı ve açıklayıcı değişkenler olarak da turizm tesislerindeki oda sayısı, gelen uçak sayısı ve turizm acenta sayısı alınmıştır.

Çalışmadaki standartlaştırılmış veriler için korelasyon matrisi aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1.000000 & 0.952667 & 0.937936 \\ 0.952667 & 1.000000 & 0.873023 \\ 0.937936 & 0.873023 & 1.000000 \end{bmatrix}$$

Bu matrise ilişkin özdeğerler ise $\lambda_1 = 2.84284$, $\lambda_2 = 0.12769$, $\lambda_3 = 0.02946$ 'dır. Koşul sayısı 96.4983 ve hata kareler ortalaması 0.2178 olarak bulunmuştur.

Regresyon katsayılarının EKK tahmin değerleri ve standart hataları ise

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2606 \\ -0.0291 \\ -0.3022 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad s(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} 0.3389 \\ 0.2410 \\ 0.2113 \end{bmatrix}$$

olarak bulunmuştur.

Koşul sayısının büyüklüğü çoklu doğrusal bağıntı probleminin varlığına işaret etmektedir. Bu nedenle EKK tahmin edicileri yerine ridge regresyon tahmin edicilerinin kullanılması tercih edilmelidir.

Ridge regresyon tahmin değerlerini elde etmek amacıyla kullanılacak yanlılık parametresi k 'nın uygun değerini iteratif süreçle belirlemek için durdurma kuralına göre elde edilmiş k_i değerleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo1 EKK tahmin edicilerine dayalı iteratif k_i değerleri

Adım	$\hat{\beta}'\hat{\beta}$	k_i	$\frac{k_i - k_{i-1}}{k_{i-1}}$
0	1.6814	0.0979	-
1	1.1031	0.0149	0.522
2	0.8744	0.0175	0.174
3	0.8459	0.0188	0.074
4	0.8315	0.0195	0.037
5	0.8255	0.0198	0.015

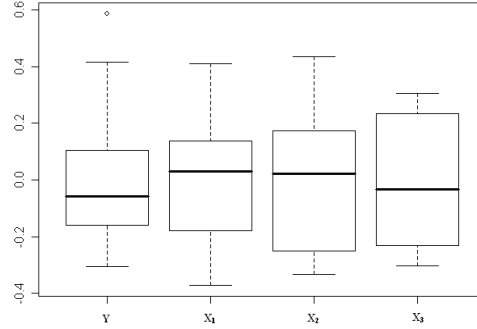
Durdurma kuralına göre, yanlılık katsayısı olarak $k_1 = 0.0149$ seçilir. Bu değer dikkate alınarak modelin parametre tahmin değerleri, standart hataları ve artık kareler ortalaması değeri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\hat{\beta}_R = \begin{bmatrix} 0.9488 \\ 0.1302 \\ 0.1466 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad s(\hat{\beta}_R) = \begin{bmatrix} 0.2261 \\ 0.1802 \\ 0.1675 \end{bmatrix}$$

$$AKO = 0.1288$$

AKO değerlerine bakıldığında ridge regresyon analizi sonuçları EKK sonuçlarından daha iyidir. Bununla birlikte, veri kümesinde aykırı değerlerin varlığı durumunda sağlam tekniklerin kullanımı parametre tahminlerini daha kararlı hale getirecektir.

Veri setinde aykırı değerlerin belirlenmesinde en basit yollardan biri kutu grafikleridir ve veri kümesi için kutu grafiği Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1 Turizm Verilerinin Kutu Grafiği

Şekil 1’de görüldüğü gibi y yönünde bir aykırı değerin varlığı söz konusudur.

y yönünde aykırı değer olması durumunda, Huber tipi M tahmin edicilerine dayalı ridge regresyon analizinin kullanımı daha etkin sonuçlar verecektir.

Huber M tipi regresyon parametre tahmin değerleri, standart hataları ve ölçek tahmin değeri aşağıda verilmiştir.

$$\hat{\beta}_M = \begin{bmatrix} 1.1785 \\ -0.0988 \\ -0.1946 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad s(\hat{\beta}_M) = \begin{bmatrix} 0.2955 \\ 0.2102 \\ 0.1842 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_M = 0.0547$$

Bu M tahmin değerleri kullanılarak k^* ’ın başlangıç değeri $k_0^* = 0.00621$ olarak bulunmuş ve bu değerden yola çıkarak hesaplanan iteratif k_i^* ve $\hat{\beta}_{RM}$ değerleri Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2 M tahminine dayalı iteratif k_i^* değerleri

Adı m	$\hat{\beta}_{RM}$	k_i^*	$\frac{k_i^* - k_{i-1}^*}{k_{i-1}^*}$
0	1.4364	0.0062	-
1	1.0717	0.0083	0.340
2	0.9864	0.0090	0.087
3	0.9605	0.0093	0.027
4	0.9494	0.0094	0.009

M tahmin edicisine dayalı yanlılık katsayısı durdurma kuralına göre $k_3^* = 0.00928$ olarak bulunmuş ve bu değere bağlı olarak hesaplanan sağlam ridge parametre tahminleri, standart hataları ve AKO aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\hat{\beta}_{RM} = \begin{bmatrix} 0.9708 \\ 0.0141 \\ 0.0975 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad s(\hat{\beta}_{RM}) = \begin{bmatrix} 0.0745 \\ 0.0530 \\ 0.0464 \end{bmatrix}$$

$$AKO = 0.0818$$

M tahmin edicilerine dayalı sağlam ridge regresyon tahmin değerlerinin AKO'sı EKK'e dayalı ridge regresyon AKO'sundan daha küçük olduğundan, aykırı değer varlığında sağlam ridge parametre tahminlerinin kullanımı tercih edilmelidir.

4. Sonuç

Veri kümesinde çoklu bağıntı ve aykırı değer olması durumunda regresyon katsayılarının tahmini için yanlı ve sağlam tekniklerin birlikte kullanımı mümkündür. Bu çalışmada, Türkiye'ye gelen turist sayısını modellemek için seçilen değişkenler y yönünde aykırı değer ve çoklu doğrusal bağıntı içermektedir. Veri setinde çoklu doğrusal bağıntının etkisiyle EKK katsayı tahmin değerlerinden “gelen uçak sayısı” ve “turizm acenta sayısı” değişkenlerine ilişkin katsayıların pozitif olması beklenirken negatif işaretli oldukları görülmüştür. Dolayısıyla EKK tahmin değerleri yerine ridge regresyon parametre tahmin değerleri hesaplanmış ve söz konusu değişken işaretleri pozitif işaretli olarak bulunmuştur. Veri setinde aynı zamanda aykırı değer olması sağlam tahmin tekniklerinin kullanımını gündeme getirmiştir. y yönündeki aykırı değerlerin varlığında kullanılan M tipi regresyon katsayıları hesaplanmış, ancak yine çoklu doğrusal bağıntının etkisi bu tahmin değerlerine yansımıştır. Böylelikle M tahmin edicilerine dayalı sağlam ridge regresyon tahmin değerlerinin kullanılması tercih edilmiştir. Burada elde edilen regresyon katsayılarının işaretleri beklentilerimiz doğrultusunda gerçekleşmiştir. Ayrıca EKK'e dayalı ridge tahmin değerleri ve M tahminine dayalı sağlam ridge tahmin değerleri artık kareler ortalaması bakımından incelenmiş ve literatürü destekler şekilde M tahminine dayalı sağlam ridge tahmin değerlerinin artık kareler ortalaması EKK'e dayalı ridge tahmin değerlerinin artık kareler ortalamasından daha küçük bulunmuştur. Bu koşullar altında sağlam ridge

tahmin değerlerinin tercih edilmesi gerektiği gerçek bir veri seti üzerinde gösterilmiştir.

Kaynaklar

- Arslan, O. ve N. Billor (1996), “Robust ridge regression estimation based on the GM-estimators”, *Journal of Math.*, 9(1), 1-9.
- Askin, G.R. ve D.C. Montgomery (1980), “Augmented Robust estimators”, *Technometrics*, 22, 333-341.
- Coşkuntuncel O. (2005), *Karma Denemelerde ve Modellerde Robust İstatistiksel Analizler*, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Basılmamış Doktora Tezi, Adana.
- Dempster, A.P., M. Schatzoff ve N.Wermut (1977), “A simulation study of alternatives to ordinary least squares”, *Journal of the American Statistical Association*, 72, 77-91.
- Firinquatti, L. (1999), “A generalized ridge regression estimator and its finite sample properties”, *Commun. Statist.-Theory Meth.* 28(5), 1217-1229.
- Hoerl, A.E ve R.W. Kennard (1970a), “Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems”, *Technometrics*, 12, 55-67.
- Hoerl, A.E ve R.W. Kennard (1970b), “Ridge regression: Applications to nonorthogonal problems”, *Technometrics*, 12, 69-82.
- Hoerl, A.E ve R.W. Kennard (1976), “Ridge regression: Iterative estimation of the biasing parameter”. *Commun. Statist.-Theory Meth.* A5(1), 77-78.
- Hoerl, A.E ve R.W. Kennard ve K.F. Baldwin (1975), “Ridge regression: Some simulations”, *Commun. Statist*, 4(2), 105-123.
- Huber, P.J. (1964), “Robust estimation of a location parameter”, *Ann. Math. Stat.*, 35, 73-101.
- Kadiyala, K. (1981), “Bounds for the biasing parameter in ridge regression”, *Commun. Statist.-Theory Methods*, A10, 2369-2372.
- Kenneth, D.L. ve L.A. Jeffrey (1990), *Robust Regression: Analysis and Applications*, Marcel Dekker, Inc.

- Lawless, J.F. ve P. Wang (1976), "A simulation study of ridge and other regression estimators", *Commun. Statist.* A5, 307-323.
- Lee, T.Z. ve D.B. Campbell (1985), "Selecting the optimum k in ridge regression", *Commun. Statist.-Theory Meth.* 14(7), 1589-1604.
- Maronna R.A., R.D. Martin ve V.J. Yohai (2006), *Robust Statistics: Theory and Methods*, John Wiley and Sons, New York.
- Montgomery, D.C., E.A. Peck ve G.G. Vining (2001), *Introduction to Linear Regression Analysis*. John Wiley and Sons, New York.
- Pfaffenberger, R.C. ve T.E. Dielman (1990), *A comparison of regression estimators when both multicollinearity and outliers are present*. In *Robust Regression* (ed. Lawrence and Arthur), 243-270.
- Rousseeuw P.J. ve A.M. Leroy (1987), *Robust Regression and Outlier Detection*, John Wiley and Sons, New York.
- Silvapulle, M.J. (1991), "Robust ridge regression based on an M estimator", *Austral. J. Statist.* 33, 319-333.
- Tamarkin, M. (1982), "A simulation study of the stochastic ridge k", *Commun. Statist.-Simulation and Computation*, 11(2), 159-173.
- Troskie, C.G. ve D.O. Chalton (1996), "A Bayesian estimate for the constants in ridge regression", *South African Statist. J.*, 30, 119-137.
- Vinod, H.D. ve A. Ullah (1981), *Recent Advances in Regression Methods*, New York : Dekker.