

TÜMDENGELİM YÖNTEMİNİN OLUŞTURULMASINDA PLATONİK
İDEAL - HATIRLAMA TEORİSİ BAĞLANTISI AÇISINDAN
PYTHAGORAS TEOREMİNİN KANITLANMASI (*)

Yazan: Ettore CARRUCCIO (*)

Çeviren: Bülent BİRCAN (**)

«Geometriciler ... arayıcılardır, geometrik şekilleri bulmazlar, fakat var olanların araştırmasını yaparlar.»

PLATO

Plato'nun aşağıdaki pasajı tümdengelim bilimini oluşturmada ideallini göstermektedir. Bu yolla çeşitli postülatları reddedebilirdi. Platonik ideale göre geometri, aksiyomlar kadar açık, doğal bilgiyle ilgili tanım ve prensiplere dayanmalıydı. Bu ideal Leibniz'da da önemli bir ölçüde vardır.

Yaradılıştan var olan idealler kavramı Plato'da hatırlama teorisi (theory of remembrance) yoluyla efsanevi (mitik) bir biçimde benimser. Bu düşünceye göre ruh, idealler dünyasının gerçeklerini dünya yaşamından önce bilmekte, böylece ruhun bu dünyada böyle bir karmaşık ha-

(*) CARRUCCIO, Ettore, *Mathematics and Logic in History and in Contemporary Thought*, translated by Isabel Quigly, Faber and Faber Limited, London, 1964, s. 47-52.

(**) Yrd. Doç. Dr., D.E.Ü.İ.İ.B.F., İşletme Bölümü

fızıya sahip olması onu daha canlı yapmaktadır. Plato bu teoriyi Menon'da Socrates'ın cahil bir köleye yerinde sorular sorarak Pythagoras teoreminin özel bir biçimini nasıl açıklattığını göstererek ispatlamaya çalışmaktadır. Bu pasaj çok ilginçtir. Çünkü, Plato'nun geometri lisanını anlamaya, bunun ötesinde moral (ahlâk) yönden eğitici olma görüşünden büyük önem taşıyan ve hatırlama teorisinden oldukça farklı olan Socrates'ın öğrenciyi gerçeği bulmaya yönelten yönteminin çarpıcı bir uygulamasına ilişkin örneğidir. İşte, sözü edilen sorun aşağıda olduğu gibidir:

Socrates, kendisinden hatırlama teorisinin ispatını isteyen Menon'a dönerek:

«Gerçeği söylemek gerekirse bunu ispatlamak kolay değil; fakat senin hatırlaman için deneyeceğim. Sana bunu gösterebilmem için evindeki kölelerden birini çağır.

Menon : Olur. (bir köleye) Hey sen! Gel buraya.

Socrates : Yunanlı mı? Yunanca konuşabiliyor mu?

Menon : Kusursuz olarak. Evimde yetişti.

Socrates : Öyleyse dinle ve neyin doğru olduğunu gör- o benden mi öğreniyor, yoksa hatırlıyor mu?

Menon : Çok dikkatle dinleyeceğim.

Socrates : Söyle bana genç adam, karenin ne olduğunu biliyor musun? Bu ABDC gibi bir çizim (bkz. Çizim.) midir?

Köle : Evet, öyledir.

Socrates : O zaman, dört kenarı (AB, BD, CD, AC) eşit olan bir dörtgen midir?

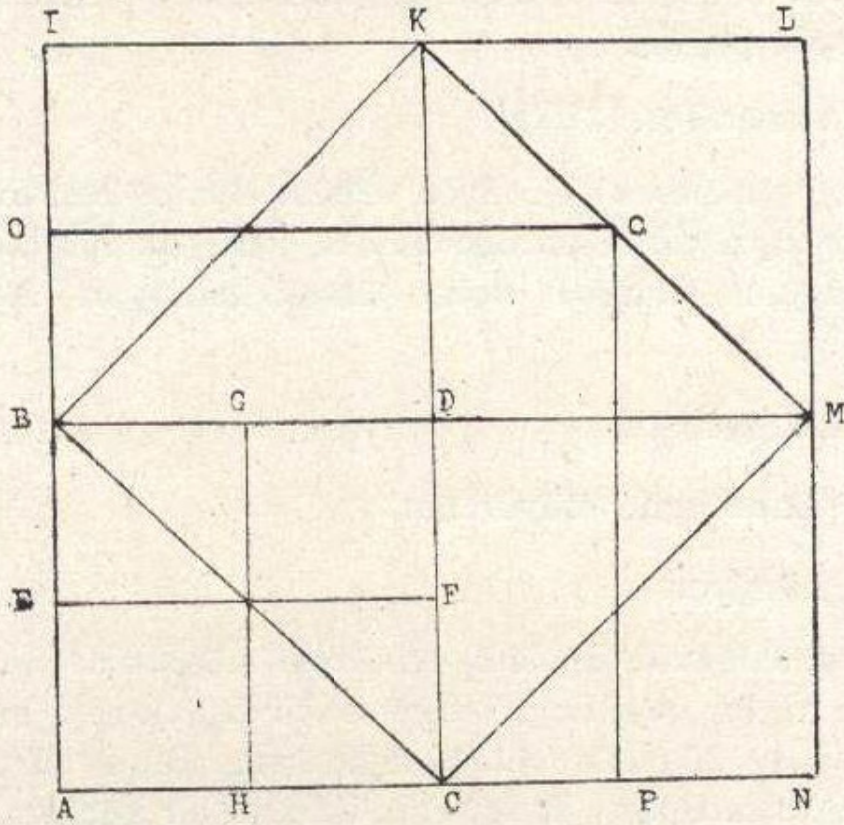
Köle : Kesinlikle.

Socrates : Çizimde merkezden geçen (EF ve GH) doğruları da eşit değil midir?

Köle : Evet, eşittirler.

Socrates : Bu çizim daha büyük ya da daha küçük olabilirdi doğru değil mi?

Köle : Kesinlikle.



Socrates : Şimdi BD kenarının 2 ft. uzunluğunda olduğunu düşün, tüm çizim kaç ft.^2 olacaktır? Bir dakika için şöyle olduğunu varsay: Eğer BD 2 ft. ve BA yalnız 1 ft. olsa, çizim 1 ft.^2 olmayacak mıydı?

Köle : Kesinlikle.

Socrates : Şimdi BA 2 ft. uzunluğunda ise çizim 2 ft.^2 nin iki katı olmayacak mıdır?

Köle : Evet, olacaktır.

Socrates : Öyleyse 2 kez 2 ft.^2 lik bir çizimimiz var. Bunun üzerinde düşün ve bana cevap ver.

Köle : Dört.

Socrates : Şimdi tüm kenarları eşit olan benzer, fakat bu ABDC nin iki katı bir başka çizim çizemez miyiz?

Köle : Evet, çizebiliriz.

Socrates : Bunun içinde kaç ft.^2 bulunur?

Köle : Sekiz.

Socrates : Çok iyi. Şimdi bana bu çizimin her kenarının uzunluğunu ne olabileceğini bulmaya çalış ve söyle. İlk karede her kenar

2 ft.'tir. O zaman ötekinin iki katı olan bu karede kenarların uzunluğu ne olur?

Köle : Açıkça Socrates, iki katı

Socrates : (Menon'a dönerek) Görüyor musun Menon, ben hiçbir şey öğretmiyorum yalnız soruyorum. O, 8 ft.²lik bir karenin kenar uzunluğunu bildiğine kesin olarak inanıyor. Aynı görüşte misin?

Menon : Evet, katılıyorum.

Socrates : O gerçekten bunu biliyor mu?

Menon : Hayır, bilmiyor.

Socrates : İki katı olduğunu düşünüyor. Şimdi, dikkatlice dinle ve göreceksin ki, bir şeyi hatırladığında bir başka şeyi hatırlayacaktır. (köleye dönerek) Şimdi söyle bana, BA kenarının iki katı olan IA kenarından ilk karenin iki katı bir karenin doğduğunu söylemedin mi? Ancak, ben kısa kenarı AC ve uzun kenarı AI olan AIKC çiziminden değil, fakat tıpkı ABDC gibi tüm kenarları eşit olan ve bunun iki katını kapsayan, yani 8 ft.² olan çizimden söz ediyorum. Şimdi bak, bu durum iki kat uzunluğundaki AI kenarından kaynaklanıyor, öyle mi sanıyorsun?

Köle : Eh, olabilir! Evet, öyle sanıyorum.

Socrates : AC kenarına eşit uzunlukta bir diğer CN doğrusu eklenirse bu doğru iki kat uzunluğunda olmaz mı?

Köle : Kuşkusuz.

Socrates : Öyleyse, AN, (AN, NL, LI, IA) kenarları eşit olan bir 8 ft.² lik çizim oluşturur ve bu nedenle söz konusu çizim 8 ft.²lik bir karedir diyorsun.

Köle : Evet, öyle olduğunu söylüyorum.

Socrates : ANLI çiziminin alanı nedir? Bir öncekinin dört katı olacağı doğru değil midir?

Köle : Başka nasıl olabilirdi?

Socrates : Buna göre, dört kat ile iki kat aynı mıdır?

Köle : Hayır, vallahi! Öyle değildir.

Socrates : Fakat o zaman çok katlı olan nedir?

Köle : Dört kat.

Socrates : İyi, öyleyse genç adam, iki kat kenardan öncekinin iki katı değil dört katı bir kare elde ediliyor.

Köle : Doğrudur.

Socrates : Çünkü, dört kere dört onaltı eder, değil mi?

Köle : Evet, doğru.

Socrates : 8 ft.²'lik bir kare hangi uzunluktaki kenardan elde edilir? Kuskusuz AN uzunluğundan değil, çünkü ondan dört kat olan ANLI karesi elde ediliyor.

Köle : Evet, kabul ediyorum.

Socrates : Ancak, AN'nin yarısı olan AC kenarından 4 ft.²'lik kare doğuyor.

Köle : Evet.

Socrates : Fakat, 8 ft.²'lik kare ACDB'nin iki katı ve ANLI'nin yarısıdır.

Köle : Kesinlikle.

Socrates : O zaman, AC'den uzun AN'den kısa bir kenardan oluşması gerekecek değil mi? Ya da hiçbiri değil?

Köle : Öyle olduğunu düşünüyorum.

Socrates : Ne düşünüyorsan yalnız ona cevap ver. Söyle bana: Bu AC kenarı 2 ft. ve AN kenarı 4 ft. değil mi?

Köle : Evet. Öyle.

Socrates : 8 ft.²'lik karenin kenarı buna göre 2 ft. uzunluğundaki AC'den uzun, fakat 4 ft. uzunluğunda olan AN'den kısa olmalıdır?

Köle : Evet. Öyle olmalıdır.

Socrates : Şimdi bulmaya çalış ve söyle bana ne olmalıdır?

Köle : 3 ft.

Socrates : AC'ye yarısı uzunluktaki CP'yi ekler ve 3 ft.'lik bir doğru elde ederiz. Çünkü, AC 2 ft. ve CP de yarısı olduğundan 1 ft.'tir. Benzer olarak, AB kenarı için; AB 2 ft. ve BO 1 ft. Senin düşündüğün çizim bu APQO mu?

Köle : Evet. Odur.

Socrates : Bu durumda APQO'nun AP ve AO kenarları 3 ft. ise tüm çizim 3 ft. kere 3 ft. olmayacak mıdır?

Köle : Açıkça belli.

Socrates : Öyleyse 3 kere 3 ft. (kare) kaç eder?

Köle : Dokuz.

Socrates : ACDB'nin iki kat olan çizimi kaç ft. kare olmalıdır?

Köle : Sekiz.

Socrates : O zaman üç ft. kenarlı bir doğru sekiz ft. karelik bir alanı vermiyor.

Köle : Evet, doğru, vermiyor.

Socrates : Öyleyse nedir? Doğruyu bulmaya çalış ve sayılarla açıklayamıyorsan çizerek göster.

Köle : Ancak, vallahi, gerçekten bilmiyorum.

Socrates (Menon'a dönerek) : Hatırlama yolunda nasıl ileri gittiğini gördün mü? Başlangıçta 8 ft.'lik bir karenin kenarının uzunluğunu bilmiyordu, şimdi de bilmiyor. Ancak, önce bildiğini sanarak düşünmeden, şaşkınlığa düşmeden bilge bir kişi gibi cevaplıyordu. Fakat şimdi belirsizlik içinde bulunduğunu anlıyor, bilemiyor ve kaldı ki bilebileceğini düşünemiyor. Şimdi soru sorduğum, fakat öğretmediğim halde bu belirsizlikten nasıl yardımımıyla kurtulup araştırarak ve bulacak gör. Kendisine açıklamada bulunuyor ve öğretiyor muyum yoksa yalnızca neyi nasıl anladığını mı soruyorum bunu görmek için dikkatle izle. (Köleye dönerek) Bu ABDC bizim dört ft.'lik çizimimiz değil mi? Anladın mı?

Köle : Evet, anladım.

Socrates : Buna eşiti olan bir BDKI'yı ekleyebilir miyiz?

Köle : Evet, ekleyebiliriz.

Socrates : Ve şimdi bu ikisine eşit üçüncü bir KLMD'yi ekleyebilir miyiz?

Köle : Evet, yine ekleyebiliriz.

Socrates : Çizimi tamamlamak için \widehat{CDM} 'nin kapladığı alanda bir DCNM karesini yerleştirebiliriz değil mi?

Köle : Pek güzel.

Socrates : Böylelikle dört eşit çizim elde ediyoruz değil mi?

Köle : Evet, öyle yapıyoruz.

Socrates : O zaman çok güzel. Tüm çizim olan ANLI, ABDC çiziminin kaç katıdır?

Köle : Dört katıdır.

Socrates : Ancak, biz onu iki kat büyüklüğünde olsun istiyorduk, hatırlamıyor musun?

Köle : Kesinlikle hatırlıyorum.

Socrates : Şimdi bir açıdan diğer bir açıya giden CB, BK, KM, MC doğruları bu karelerin herbirini iki yarıma bölmüyor mu?

Köle : Bölüyor.

Socrates : Ve bu dört doğru (CB, BK, KM, MC) CBKM çizimini çevrelemiyor mu?

Köle : Evet, çevreliyor.

Socrates : Ve şimdi bir an için bu çizime bak ve söz konusu CBKM çiziminin büyüklüğü nedir anla.

Köle : Bilmiyorum.

Socrates : Bu dört (CB, BK, KM, MC) doğru ACDB, BDKI, DMLK, CDMN dörtgen çizimlerini yarısından kesmiyor mu?

Köle : Evet, kesiyorlar.

Socrates : O zaman CBKM çiziminde kaç yarım var?

Köle : Dört.

Socrates : Ve ABDC'de?

Köle : İki.

Socrates : Ve dört ile iki arasındaki ilişki nedir?

Köle : Dört, ikinin iki katıdır.

Socrates : Öyleyse bu CBKM çizimi kaç ft. kare oluyor?

Köle : Sekiz ft. kare.

Socrates : Ve onu oluşturan doğru hangisidir?

Köle : CB'midir?

Socrates : Dört ft. karelik ABDC karesinin ACD açısından ABD açısına doğru giden doğruyu mu demek istiyorsun?

Köle : Evet, öyle demek istiyorum.

Socrates : Bilim adamları bu BC doğrusuna köşegen diyorlar; sonuç olarak, buna köşegen demekle, Ey Menon'un kölesi bu köşegen-den iki kat dörtgen elde ettin.