

## MODEL KARARLILIĞININ BELİRLENMESİ İÇİN

### ALTERNATİF BİR TEST: CUSUM VE CUSUMSQ TESTİ

Mustafa SEVÜKTEKİN (\*)

#### ÖZET

*Bu çalışmada ekonomide yapısal bir değişme sözkonusu olduğu zaman çok sık uygulanan F testlerinden olan Chow testinden farklı nitelikteki CUSUM ve CUSUMSQ testleri tanıtılmaktadır. Bu testlerin formel yapısı tanımlandıktan sonra Türkiye 'de para talebi üzerine bir model denemesi yapıp, aynı modelin kalıntıları yardımıyla seçilen dönem içerisinde kararlı olup olmadığı gözlenilmeye çalışılmıştır. 1970 - 1993 dönemlerini kapsayan bu analizde görünenodur ki, para talebi modeli kararlı bir yol çizmemiştir. Fakat modelin sözkonusu dönem boyunca gösterdiği bu kararsızlık, aslında ülkemizde bu dönem zarfında uygulanan para politikaları ile de uyumludur. Zira bu dönem içerisinde çok çeşitli para politikalarının uygulandığını ve dolayısıyla bazı dönemlerde istikrarsızlıkların yaşandığı gözlenmektedir.*

#### 1. TESTİN TANITIMI

Bir regresyon modelinin genel spesifikasyonunda "Klasik Doğrusal Modeli" için ileri sürülen varsayımlar gözlemler setinin tamamına uygulanması gereklidir. Ancak regresyon katsayılarının bazen bir kısmının veri alt setlerinde değişebileceği, yani farklı sonuçlar verebileceği hipotezleri ileri sürülebilir. Böyle bir durum ise daha çok ekonomik sonuçlar verebileceği hipotezleri ileri sürülebilir. Böyle bir durum ise daha çok ekonomik yapıda değişiklikler sözkonusu olduğu zaman ortaya çıkar. Şayet ekonomik yapıda değişiklikler vuku bulmuş veya en azından bu gibi kuşkular mevcutsa, bu durumu test etmenin en genel yollarından biri F testine başvurmaktır. Bu amaçla kullanılan önemli F testlerinden bir tanesi Chow Testidir. Chow testinin genel amacı regresyon modelinin kapsadığı zaman dönemini veya mevcut örnekleme farklı iki alt döneme veya alt örnekleme ayırmak her bir alt örnekleme ayrı ayrı regresyonlar uydurarak tahmin edilen katsayıları analiz etmektir. Katsayılar üzerine kurulan hipotez testinde; katsayıların dönemler veya örneklemler setinde aralarında bir farklılığın olup olmadığı araştırılır. Örnekleme verilerini alt gruplara ayırırken belirli öneme sahip dönemleri veya noktaları dikkate almakta yarar vardır (örneğin, gözlem dönemi boyunca herhangi doğal bir felaket yaşanmışsa bu dönemleri birbirinden ayırarak felaket öncesi ve sonrası gibi yada ekonomi önemli bir kriz atlatmışsa kriz öncesi ve sonrası gibi tanımlar yapılabilir).

---

(\*) Yard. Doç. Dr., Uludağ Üniversitesi, İ.İ.B. F. Ekonometri Bölümü.



CUSUM ve CUSUMSQ testleri de aynı amaca yönelik parametrik olmayan nitelikteki bir yapısal değişme testidir. Chow testinde olduğu gibi benzer mantıki temele dayanan model kararlılığının alternatif bir testi olan CUSUM ve CUSUMSQ testini Brown, Durbin ve Evans (1975) tekrarlı - ardışık (recursive) kalıntılara dayanarak önermişlerdir. Testin kurulmasında boş hipotez katsayısı vektörü  $\beta$  nın modelin kapsadığı bütün dönemlerde değişmediğini ve alternatif hipotezin ise basitçe katsayıların (veya kalıntı varyanslarının) aynı olmadığını vurgular. Testin uygulanmasında önsel herhangi bir tanımlamaya gerek duyulmaz, kullanımı oldukça basittir (1993, s. 216-18; 1994, s. 173-75).

Faraza ele aldığımız örneklem T sayıda gözlem içersin. t 'ninci tekrarlı - ardışık (recursive) kalıntı yalnızca ilk t - 1 sayıda gözlem kullanılarak tahmin edildiğinden  $y_t$  için ex post öngörü hatasını verecektir.

$$e_t = y_t - x_t b_{t-1}$$

burada  $x_t$   $y_t$  ile ilgili açıklayıcı değişkenler vektörü ve  $b_{t-1}$  en küçük kareler katsayısı vektörüdür (1). Bu kalıntıların önrapor varyansı

$$\sigma_{t-1}^2 = \sigma^2 \left[ 1 + x_t (X_{t-1}' X_{t-1})^{-1} x_t' \right]$$

r 'ninci ölçüğün katsayısı ise

$$w_r = \frac{e_r}{\sqrt{1 + x_r (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} x_r'}}$$

Bütün örneklem dönemi boyunca katsayıların değişmeden aynen kaldığı varsayımı altında  $w_r \sim N(0, \sigma^2)$  ve bütün  $s \neq r$  için  $w_r$  'nin dağılımını model kararlılığı hipotezlerine karşı zaman boyunca değişen ağırlıklar kanıtlarlar.

Brown ve arkadaşları  $w_r$  üzerine iki test önerdiler: Birincisi kalıntıların kümülatif toplamlarına dayanan CUSUM Testi. Testin formel ifadesi şöyledir.

$$W_t = \sum_{r=K+1}^{r=t} \frac{w_r}{\hat{\sigma}}$$

burada

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T - K - 1} \sum_{r=K+1}^{r=T} (w_r - \bar{w})^2$$

(1) Prensipte burada T-k sayıda regresyonun hesabını gerektirir. Hesaplamanın en zor kısmı  $(X_t' X_t)^{-1}$  dir. Bununla birlikte  $X_t' X_t = X_{t-1}' X_{t-1} + x_t x_t'$  K sayıda gözleme dayanan ilk regresyon ile başlanabilir. Ancak yine de bilgisayar kullanıldığından hesaplama yöntemi nispeten değişecektir.



ve

$$\bar{w} = \frac{1}{T - K} \sum_{r=K+1}^{r=T} w_r$$

Boş hipotez altında  $W_t$  sıfır ortalamaya ve birkaç kalıntının toplamının yaklaşık varyansına sahiptir (her terimin varyansı 1 ve bağımsızdırlar). Test  $t$  (dönemlerine) karşı  $W_t$  nin çizgi grafiklerinin elde edilmesiyle gerçekleştirilir. Toplamlar için güven sınırları

$$(K, \pm a \sqrt{T - K}) \quad \text{ve} \quad (T, \pm 3a \sqrt{T - K})$$

noktalarını birleştiren iki hat ile çizilerek bulunur. Değişik anlamlılık düzeylerine karşılık gelen  $a$  değerleri sözkonusudur (Bakınız Brown, Durbin ve Evans, 1975). Yüzde 95 ve yüzde 99'a karşılık gelen değerler sırasıyla 0.948 ve 1.143 'tür. Şayet  $W_t$  bu sınırlar dışına taşarsa dönemler itibariyle katsayıların sabit kaldığı alternatif hipotezi kabul edilemez.

İkinci olarak benzer bir test tekrarlı (recursive) kalıntıların karelerine dayanır. Bu amaçla önerilen CUSUM kareler (CUSUMSQ) testi için aşağıdaki ifade kullanılır:

$$S_t = \frac{\sum_{r=K+1}^{r=t} w_r^2}{\sum_{r=K+1}^{r=T} w_r^2}$$

Kalıntılar bağımsız olduklarından, iki terimin herbiri bir serbestlik derecesiyle yaklaşık olarak bir  $K_1$  - kare değişkenler toplamıdır. Bununla birlikte  $E[S_t]$  yaklaşık olarak  $(t - K) / (T - K)$  'dir. Test  $t$  'nin değerlerinde  $E[S_t]$  için güven sınırları oluşturmakla yerine getirilir ve bu  $t$  sınırlarına karşı  $S_t$  çizilir.

Uygun sınırlar  $E(S) \pm c_0$  'dır, burada  $c_0$  hem  $(T - K)$  'ya hem de arzu edilen anlamlılık düzeyine bağlıdır <sup>(1)</sup>. Daha önce olduğu gibi şayet kümülatif toplamlar güven sınırları dışına taşarsa parametrelerin kararlılığı hipotezine şüphe ile bakılır.

Harvey ve Collier (1977) tarafından yukarıda vurgulanan teste bağlı olarak doğrudan ortalamaya dayanan bir test önermişlerdir. Modelin kararlılığı hipotezi altında sıfır ortalama ve  $\sigma^2 / (T - K)$  varyansla  $\bar{w}$  normal dağılmaktadır.  $w_t$  'nin ortalaması sıfır olduğundan, test bir  $t$  hipotez testi ailesinden sayılır. Yöntem aşağıdaki gibi uygulanır:

(1) Bu anlamlılık düzeyleri tabloları için bakınız. Harvey ve Collier (1977) ve Johnston (1984).



$$t [T - K - 1] = \frac{(\sqrt{T - K})}{s}$$

burada

$$s^2 = \frac{1}{T - K - 1} \sum_{r=K+1}^{r=T} (w_r - \bar{w})^2$$

eşittir. İstatistik  $T - K - 1$  serbestlik derecesiyle  $t$  dağılımıyla karşılaştırılır.

## 2. TÜRKİYE PARA TALEBİ MODELİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Para talebi bir ülkede belli bir anda tüm fertlerin ve kurumların yanlarında, kasalarında ya da bankalarındaki hesaplarında hemen harcanabilir durumda bulundurmaları istedikleri para stoku olarak tanımlanmaktadır.

Elde para tutma, yani para talebini etkileyen en önemli unsurlar gelir düzeyleri ile malların fiyatlarıdır. Kazanç sağlamak amacıyla faiz oranlarının yüksek olduğu dönemlerde, elde para tutmanın riski azalır. Dolayısıyla faiz oranının para talebi üzerinde önemli etkiye sahip bu iki faktör üzerinde kısaca biraz daha durmakta yarar vardır. Para stokunun arz koşullarından ziyade talep koşulları tarafından belirlenen bir durum olduğu üzerinde daha yoğunlukla durulmaktadır. Buna göre, bankaların ellerinde her zaman aşırı rezerv bulunur ve bankalar iş aleminin daha fazla ödünç almaya karar vermesine bağlı olarak daha fazla krediler verirler veya tahvil satın alırlar. Dolayısıyla gelir para stokunu belirleyen önemli bir faktördür. Öte yandan Merkez Bankası faiz oranlarını düşürdüğünde, bunun sonucu olarak para talebinde bir artma beklenecektir (1).

Türkiye para talebi modelimizde, para talebi için M2 para tanımı ile tanımlanan rakamlar kullanılmıştır (2). Talep modelinin etkileyici faktörleri olarak yukarıda kısaca tanımlamaya çalıştığımız gelir ve faiz haddi için sırasıyla 1968 = 100 fiyatlarıyla Gayri Safi Milli Hasıla Deflatörü (GSMHD) ve Merkez Bankası yıllık mevduat faiz oranları (3) alınmıştır.

Tahmin için doğrusal ve logaritmik olmak üzere iki model denemesi yapılmıştır. Model 1970 - 1993 dönemlerini kapsamaktadır. Aşağıdaki tabloda bu dönemlere ait gözlemler listelenmiştir.

- 
- (1) Türkiyede uygulanan para politikalarının çeşitli dönemler itibariyle bir değerlendirilmesi hakkında daha detaylı açıklamalar için bakınız Parasız (1993)
- (2) M2 para tanımı, M1 para tanımı + vadeli tasarruf mevduatı + Vadeli ticari mevduat + Mevduat sertifikalarını içerir.
- (3) Bankaların uyguladıkları mevduat faizlerinin ağırlıklı ortalamaları alınmıştır.



TABLO 1: 1970 - 1993 M2, faiz haddi ve GSMHD rakamları.

YILLAR	M2 Milyar TL	R %	GSMHD 1968: 100	YILLAR	M2 Milyar TL	R %	GSMHD 1968: 100
1970	44.2	6.0	118	1982	2979.0	38.5	3892
1971	56.6	6.2	139	1983	3477.0	45.0	4982
1972	71.1	6.5	162	1984	5492.7	45.0	7480
1973	90.6	7.0	198	1985	8539.7	55.0	10766
1974	113.6	9.0	254	1986	12173.2	48.0	14105
1975	148.2	9.0	295	1987	17648.0	58.0	19521
1976	201.0	9.0	345	1988	27194.2	83.9	32351
1977	331.8	9.0	429	1989	47139.2	58.8	53615
1978	471.8	12.0	617	1990	71569.6	59.4	89161
1979	557.7	20.0	1056	1991	117118.3	72.7	137665
1980	924.4	33.0	2152	1992	190736.7	74.2	215743
1981	1709.7	33.2	3053	1993	473058.0	72.7	350812

Kaynak: DPT, Ekonomik ve Sosyal göstergeler (1950 - 1993), Ankara: 1993; DPT, Temel Ekonomik Büyüklükler, Ankara: 1993; DPT, Temel Ekonomik Göstergeler 1993 (1994 ve 1995), Ankara: 1993 (1994 ve 1995); DİE, İstatistik Göstergeler 19923 - 1990, Ankara: 1991 ve T.C. Mer. Bank., Üç Aylık Bülten, Ankara (1993 - 1994 Bültenleri).

Modellerin tahminlerinde ve daha sonraki CUSUM testlerinin hesaplarında ET (Econometric Toolkit) programı kullanılmıştır. Yukarıdaki verilere dayanarak tahmin edilen doğrusal ve logaritmik para talebi tahminleri aşağıdadır.

Doğrusal Model:  $M2 = f(R, GSMHD)$

$R^2: 0.96423$

$F(2,21): 283.07$

ESS (Kalıntı Kareler Toplamı):  $867023E + 10$

$M2 = 5906.430 - 421.080 R + 1.272 GSMHD$

Std. Hata (7458.000) (204.800) (0.0640)

Logaritmik Model:  $\text{Log}M2 = f(\text{Log}R, \text{Log}GSMHD)$

$R^2: 0.99639$

$F(2,21): 2897.12$

ESS (Kalıntı kareler toplamı): 0.662851

$\text{Log}M2 = -1.297 - 0.078 \text{Log}R + 1.138 \text{Log}GSMHD$

Std. Hata (0.129) (0.119) (0.045)



Doğrusal para talebi modelinin kesme parametresi hariç etkileyici değişkenleri iyi bir uyum sağlamaktadır. Logaritmik modelde de faiz haddi değişkeninin parametresi teorik olarak bekleyişlerimize olumlu cevap verirken istatistiki olarak anlamsız sonuç vermektedir. Her iki modelin determinasyon katsayıları oldukça iyi sonuçlar vermekte ve modelin tahmincilerinin örneklem verilerine ne kadar iyi uyum sağladığını ortaya koymaktadır.

1970 - 1993 Türkiye verilerine dayanarak yukarıda teorik çerçevesi sunulan testler uygulandığında CUSUM ve CUSUMSQ için 24 yıllık kalıntıların kümülatif kalıntı toplamları ve kümülatif kalıntı kareler toplamları ET programı vasıtasıyla hesaplanmıştır. Doğrusal ve logaritmik model için değerler aşağıdaki Tablo. 2(a) ve (b) 'de ayrı ayrı sunulmaktadır.

TABLO. 2(a): Doğrusal model için CUSUM ve CUSUMSQ değerleri.

Dönem	CUSUM	CUSUMSQ			
			14	.00	.000
4	.00	.000	15	-.00	.000
5	.00	.000	16	.00	.000
6	.00	.000	17	.00	.000
7	.00	.000	18	.03	.000
8	.00	.000	19	-.03	.000
9	.00	.000	20	-.06	.000
10	-.00	.000	21	-.26	.002
11	-.01	.000	22	-.15	.003
12	-.01	.000	23	.11	.006
13	.00	.000	24	4.80	1.000

TABLO. 2(b): Logaritmik model için CUSUM ve CUSUMSQ değerleri.

Dönem	CUSUM	CUSUMSQ			
			14	-.22	.096
4	-.08	.000	15	-2.04	.213
5	.02	.000	16	-2.94	.242
6	.13	.000	17	-4.95	.385
7	.37	.003	18	-5.89	.417
8	.88	.013	19	-6.77	.464
9	1.21	.016	20	-9.34	.679
10	-.66	.027	21	-11.56	.854
11	-.05	.045	22	-12.76	.904
12	-1.08	.083	23	-13.64	.932
13	-.64	.090	24	-12.26	1.000

Aşağıdaki birinci ve ikinci şekil doğrusal modelin sırasıyla CUSUM ve CUSUMSQ testinin çizgi grafiklerini gösterir. Doğrusal modelde CUSUM çiziminde sınır dışına taşan herhangi bir gözlem mevcut değildir. CUSUM 'a



göre model sözkonusu dönem içerisinde kararlıdır. Fakat CUSUMSQ çiziminde sekizinci gözlemden başlayıp yirmiüçüncü gözleme kadar sınır dışına taşan gözlemler mevcuttur. Bu durum CUSUMSQ 'a göre önemli sayılabilecek bir model kararsızlığı sözkonusudur.

Benzer biçimde üçüncü ve dördüncü şekiller ise logaritmik modelin CUSUM ve CUSUMSQ çizgi grafiklerini sırasıyla vermektedir. CUSUM grafiğinde sınır dışına taşan son beş gözlemden ötürü modelin kapsadığı dönem boyunca özellikle son dönemlere yansıyan bir kararsızlığı yansıtmaktadır. CUSUMSQ grafiğinde ise, dokuz ila ondokuzuncu dönemler arasında sınır dışına taşan gözlemlere rastlamaktayız. Bu teste göre de modelde önemli sayılabilecek bir kararsızlık sözkonusudur.

### 3. KISA BİR DEĞERLENDİRME

Parametrik olmayan bir test niteliğindeki CUSUM ve CUSUMSQ testlerini ülkemizde 1970 - 1993 dönemlerini kapsayan bir para talebi modeli üzerine uygulamasını yaptık. Doğrusal ve logaritmik model tahminlerinin kümülatif kalıntılar ve kümülatif kalıntı kareler toplamlarından modelin 24 yıllık dönem içerisinde kararlı bir seyir çizmediğini gözledik.

Kararsızlıkların başladığı ve bittiği dönemler üzerinde kısaca duracak olursak modelin sözkonusu dönem içerisinde gösterdiği kararsızlıkları daha iyi kavrarız. Her iki model için dikkat edilirse sınırları birkaç yıllık geniş tuttuğumuzda üç ayrı dönemi gözleriz: 1970 - 1980 dönemi, 1981 - 1989 dönemi ve 1990 - 1993 dönemi. Ülkemizde bu üç dönemde uygulanan para politikalarına baktığımızda ilginç benzerliklere veya başka bir ifadeyle uygulanan politikalarda bu dönemlerin başlangıç yıllarına rastlayan yeni ve farklı uygulamalarla karşı karşıya kaldığımızı görürüz (Parasız, 1993).

1970 yılının hemen başında yeni Merkez Bankası Yasası kabul edilmiş ve daha önce oldukça dağınık olan para politikası karar alma yetkilerinin Merkez Bankası uhdesinde toplanması kararlaştırılmış ve uygulamaya konulmuştur. Özellikle Banka Kredilerini Tanzim Komitesinin yetkileri bankaya verilmiş, ayrıca emisyon sınırlarının belirlenmesinde diğer bankalarla paylaşılan yetki de Merkez Bankasına devredilmiştir. 1980 yılına kadar devam eden bu uygulama kısmen de olsa para politikalarında bir istikrar gözlenir. Bu yukarıdaki testlerde de gözlenmekte ve sınır dışına taşmalar bu dönemin sonlarında başlamaktadır.

Türkiye 'de özellikle Ocak 1980 'den beri uygulanan para politikasının reel ankes etkisiyle analizlerinin ne derece uygun olacağı tartışılabilir. Çünkü nominal para stoğundaki değişmelere bağlı olarak reel ankesler değiştiğinde ne gibi sonuçların elde edileceği bilinmemektedir. Para stoğu ile toplam talep arasında pozitif bir ilişki vardır. Bununla birlikte birçok iktisatçı fiyat



düzeyindeki değişmelere bağlı olarak ankes etkisinin ölçülmesinin çok güç olduğunu vurgulamaktadır.

Ocak 1980 'den önceki dönemde Türk ekonomisinde birinci durum geçerli olduğu söylenebilir. Dolayısıyla bu dönemlere ait para politikası analizleri nispeten kolaydır. Ocak 1980 'den sonra ise ikinci yaklaşım geçerlidir. Ancak bu tip yaklaşımın analizi güçtür. Bu açıklamalara dayanarak yukarıdaki testlerden ve testlerin çizgi grafiklerinden de 1980 - 1990 dönemlerini dikkate alacak olursak sınırlar dışına taşmanın yoğunlaştığını gözleriz. Bu dönem boyunca modelin kararsızlık göstermesi, muhtemelen bu dönem boyunca uygulanan para politikalarının bir nedeni olabilir. Zira 1983 'de maliye ve para politikalarının büyük ölçüde gevşetilmesine bağlı olarak, enflasyon hızının gerileme eğilimi tersine dönmüştür. Bankerlik piyasasında faaliyet gösteren kuruluşların batması sonucu aşırı mevduat çekilişine maruz kalan bazı bankaların likiditelerini kuvvetlendirmek için rezerv paranın hedeflerinin üzerinde arttırılması zorunda kalmıştır.

Para politikası 1990 yılından sonraki en önemli gelişme Merkez Bankasının yıl başında para programını kamu oyuna açıklayarak uygulamaya başlamış olmasıdır. 1990 yılındaki parasal gelişmeler bu açıdan değerlendirildiğinde, parasal program hedeflerinin büyük ölçüde tutturulduğu, buna bağlı olarak para piyasalarında istikrarın arttığı söylenebilir. Bu istikrarlılık modelimizin 1990 yılından sonraki dönemlerde gösterdiği performanstan da gözlenmektedir.

Öte yandan kısa bir karşılaştırma yapmak amacıyla para talebi modelinin kapsadığı dönemi yukarıdaki gibi kesin olmamak kaydıyla farklı iki dönem içerisinde mülahaza edecek olursak, 1970 - 1980 dönemi ve 1981 - 1989 dönemi olarak ayırabiliriz. Bu iki farklı dönemde genel hatlarıyla farklı para politikaları uygulandığı düşüncesiyle Chow testini özetle uygulayacak olursak modelin katsayılar vektörü farklı iki döneme aynı olduğunu ileri süren hipotezi kabul edemeyeceğimizi vurgular (1).

---

(1) Her iki model için hesaplanan Chow testi sonuçları şöyledir: Doğrusal Model için

$$F_{\text{doğrusal}} = \frac{(8670214000 - 8119162029.3) / 3}{8119162029.3 / (20 - 6)} = 173.85$$

Logaritmik model için

$$F_{\text{logaritmik}} = \frac{(0.6627942 - 0.14664443) / 3}{0.14664443 / (20 - 6)} = 16.425$$

Yüzde 95 güven düzeyinde 5.32 'lik kritik değerden her iki modeli F değerleri daha büyük oldukları için Farklı dönemler için katsayıların aynı olduğu hipotezini kabul edemeyiz. Dönemler itibariyle katsayılar birbirinden farklıdır.



## SUMMARY

The CUSUM test is based on the cumulated sum of the residuals. An alternative similar test is based on the squares of the recursive residuals. The technique is appropriate for time-series data, and might be used if one is uncertain about when a structural change might have taken place. The null hypothesis is that the coefficient vector,  $b$ , is the same in every period; the alternative is simply that it is not. An application presents estimates of a model of the demand for money, using aggregate Turkey data for 1970 through 1993

## KAYNAKÇA

- Brown, R., J. Durbin ve J. Evans, "Techniques for Testing the Costancy of Regression Relationships over Time," *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 37, 1975, ss. 149 - 224.
- Greene, W.H. *Econometric Analysis*, New York: MacMillian Pub. Com., 1993.
- Harvey, A. ve G. Collier, "Testing for Functional Misspecification in Regression Analysis," *Journal of Econometrics*, 6, 1973, ss. 103 - 119.
- Johnston, J., *Econometric Methods*, New York: McGraw - Hill, 1984.
- Parasız, I., *Para Politikası*, Bursa: Ezgi Kitapevi, 1993.
- Sevüktekin, M., *Ekonometrik Çözümlemede Bilgisayar Kullanımı - ET (Econometric Toolkit) Programı*, Bursa: (Basılmamış Doçentlik Çalışması) 1994.



