

OTOKORELASYONLU EKONOMETRİK MODELLERDE FARKLI ÇÖZÜM YOLLARI

Şenay ÜÇDOĞRUK (*) Adil OĞUZHAN (**)

ÖZET

Bir ekonometrik modelde EKKY'nin sınırsız sonuç vermesi için hata terimleri arasında otokorelasyon bulunmaması gerekmektedir. Bu noktadan hareketle çalışmada Türkiye'de 1970-1990 dönemi arasındaki elektrik talebi ile GSMH'nın farklı model denemeleri alınarak otokorelasyon durumu araştırılmış ve varsa farklı yöntemlerle yok edilmeye çalışılmıştır:

1. GİRİŞ

Türkiye'de elektrik enerjisi talebi (Y) ile GSMH (X) arasındaki ilişki araştırılarak modelde otokorelasyon sorunu incelenmiştir. Uygulamada ekonometrik modellerde genelde otokorelasyon olduğundan bu amaca uygun olarak elektrik talebi ile GSMH'nın değişik biçimleri aşağıdaki gibi ele alınarak araştırılmıştır.

$$\text{Model 1: } Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$$

$$\text{Model 2: } Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 X_{t-1} + u_t$$

$$\text{Model 3: } Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 Y_{t-1} + u_t$$

$$\text{Model 4: } Y_t^* = \beta_0 + \beta_1 X_t^* + u_t$$

Bu modeller aşağıda sırayla incelenerek otokorelasyon durumları ve varsa çözüm yolları saptanmaya çalışılmıştır.

2. EKONOMETRİK ANALİZLER

Model 1

1970-1990 dönemi itibarıyle Türkiye'de elektrik talebi ile GSMH arasındaki ilişkinin tahmininde çeşitli senaryolar oluşturulmuş (doğrusal, logaritmik, parabolik, üslü) ve elde edilen denklemlerden en uygununun doğrusal model olduğu saptanmıştır. Buna göre;

(*) Yrd.Doç.Dr., D.E.Ü.İ.I.B.F.Ekonometri Bölümü.

(**) Dr.

S. Üçdoğruk - A. Oğuzhan

$$Y = -20946.5 + 0.78X$$

$$(1235.6) \quad (0.0213)$$

$$(-16.95) \quad (36.59)$$

$n = 21$

$R^2 = 0.9860$

$S_e = 1416.8$

$DW = 0.7790$

$LR = \chi^2_{AR(1)} = 9.3957$

$LM = \chi^2_{(1)} = 6.3803$

Test İstatistikleri	LM Versiyonu	F Versiyonu
A: Serisel Korelasyon	CHI-SQ (1) = 6.3803	F (1,18) = 7.8555
B: Doğrusallık	CHI-SQ (1) = 1.5778	F (1,18) = 1.4623
C: Normal Dağılım	CHI-SQ (2) = .9519
D: Heteroskedastisite	CHI-SQ (1) = .7285	F (1,19) = 0.6828

Test sonuçlarının incelenmesinden görüleceği gibi, elde edilen sonuçlar hata terimi ile ilgili beklenilerimizi tatmin etmektedir. Ancak benzerlik oranı testi ve lagrange çarpanı istatistiğine göre $\chi^2_{0.05}(1) = 3.84146$ olduğundan modelin hata terimleri birinci dereceden otokorelasyonludur. DW istatistiğine göre de 0.05 önem düzeyinde pozitif otokorelasyon mevcuttur. Model 1'in tahminleri EKKY ile etkin değildir. Bu nedenle otokorelasyonu gidermek için Tablo 1'deki farklı yöntemler denenmiş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 1: Model 1 de Birinci Dereceden Otokorelasyonu Yoketmede Kullanılan Değişik Yöntemlerle Yapılan Tahminler

Kullanılan Yöntemler	β_0	β_1	R2	S_e	DW	LM	n	$\hat{\rho}$	Otokorelasyon Durumu
EKK	-20946.5 (1235.6) -16.95	0.78 (0.0213) 36.59	0.9860	1416.8	0.7790	9.938	21	-	+
Birinci Fark Yöntemi (Trendsiz)	-	0.5951 (0.0716) 8315.2	0.0813	10757	1.2131	3.3243	20	1	-
Birinci Fark Yöntemi (Trendli)	1060.3 (306.7561) 3.4565	0.3487 (0.0913) 3.8207	0.4478	356.823	0.9327	5.1251	20	1	+
Durbin'in İki Aşamalı Yöntemi $\sum_{t=2}^n v_t^2$.3760.2 (950.1284) -3.95	0.7278 (0.0647) 11.253117	0.8755	1138.4	1.4412	1.5523	20	0.7890	χ^2 + DW -
Prais-Winston Yöntemi $\sum_{t=1}^n v_t^2$	-2362.81 (1449.6) -1.6299	0.6089 (0.0965) 6.3118	0.6771	1803.7	0.7423	4.1896	21	0.7890	+
GEKKY. $\sum_{t=1}^n v_t^2$ $\hat{\rho}$: Ornek Korelasyon Katsayısı Yöntemi	-9603.1 (1014.2) -9.4683	0.7865 (0.0364) 21.5749	0.9628	1106.1	1.5244	1.0591	20	0.5541	-
GEKKY. $\sum_{t=1}^n v_t^2$	-9992.5 (1104.4) -9.0475	0.7964 (0.0400) 19.9220	0.9543	1222.	1.4937	0.4243	21	0.5541	-
GEKKY. $\sum_{t=2}^n v_t^2$ $\hat{\rho}$: DW göre	-8272.6 (1007.3)	0.7812 (0.402) 19.1311	0.9531	1110.2	1.5471	0.9517	20	0.6105	-
GEKKY. $\sum_{t=1}^n v_t^2$ $\hat{\rho}$: DW göre	-8001.3 (1877.2) 4.2623	0.7542 (0.0758) 9.9481	0.8389	2070.7	1.0966	0.3179	21	0.6105	DW + LM -

$$\chi^2_{tab} = 3.84146$$

Otokorelasyonlu Modeller

Tablo 1'in devamı

Kullanılan Yöntemler	β_0	β_1	R2	S _c	DW	LM	n	$\hat{\rho}$	Otokorelasyon Durumu
$\sum_{t=1}^{21} v_t^2$, GEKKY ^ ρ : Theil - Negara göre	--7917.5 (1005.4) -7.8748	0.7793 (0.0422) 18.4771	0.9499	1112.1	1.5496	0.9410	20	0.6253	-
$\sum_{t=1}^{21} v_t^2$, GEKKY ^ ρ : Theil - Negara göre	-8337 -6.2720	0.7882 (0.0560) 14.0765	0.9125	1478.5	1.3363	0.2616	21	0.6253	-
Cochran - Orcutt $\sum_{t=2}^{21} v_t^2$	-9603.1 (1014.2) -9.4683	0.7865 (0.0364) 21.5799	0.9628	1106.1	1.5244	1.0591	20	0.5541	-
Cochran - Orcutt $\sum_{t=1}^{21} v_t^2$, EÇBY	--21570.4 (2236.6) -9.6443	0.7874 (0.0360) 21.8906	0.9911	1140.4	1.5314	U=-167.53	21	0.5392	-
En Çok Benzerlik Aşamalı Yöntem	--18300.1 (23667) -7.7323	0.7378 (0.0395) 18.6972	0.9913	1145.1	1.4283	9.3957	21	0.7026	+
Gauss - Newton Yöntemi	-21598.7 (2267.4) 9.5258	0.7877 (0.0364) 21.6386	0.9911	1137.9	1.5139	LR=27.2534	21	0.5371	LR: + DW: -
DOEKKY	-20298.9 (1911.2) -10.63	0.76858 (0.032265) 23.82	0.9915	1129.4	1.5219	LR = 7.62	21	0.57627	+

Birinci dereceden otokorelasyonu varsayıarak Model 1'de kullanılan değişik yöntemlerden, en çok benzerlik ve doğrusal olmayan EKK yöntemiyle, tahminde kullanılan benzerlik oranı testine göre bu yöntemlerle tahminde otokorelasyon kalkmamıştır. Bu nedenle daha yüksek dereceden otokorelasyon durumu araştırılmıştır.

Tablo 2: Model 1'de Birinci Dereceden ve İkinci Dereceden Otokorelasyonu Ortadan Kaldırmada Kullanılan Yöntemlerle Yapılan Tahminler

Kullanılan Yöntemler	β_0	β_1	R ²	S _e	DW	n	$\hat{\beta}_1$	Otokorelasyon Durumu
EÇBY ile AR(2)	-19732.9 (1514.4) -13.0310	0.7568 (0.0261) 29.0480	0.9932	1044.1	1.7480	21	$\hat{\rho}_1 = 0.9378$ $\hat{\rho}_2 = -0.5454$	-
Cochrane - Orcutt EÇBY	-20841.0 (17-61.6) -11.8310	0.7744 (0.0300) 25.7911	0.9924	1061.1	1.7961	21	$\hat{\rho}_1 = 0.8674$ $\hat{\rho}_2 = -0.5440$	-
GEKKY MA(1)	--20802 (916.676) 22.693	0.7765 (0.01582) 49.085	0.9928	1050.39	1.8812	21	$\alpha_1 = 0.97029$	-
EÇBY MA(1)	--20844.4 (1240.4) 16.80	0.7765 (0.21412) 36.22	0.9903	1208	2.4908	21	$\alpha_1 = 1.00$	-

Modelde ikinci dereceden otokorelasyonu EÇBY ile 6. iterasyondan sonra kalkmış ($\rho_1 = 0.9378$; $\rho_2 = -0.5454$) ve $\chi^2 = 3.8414$ olduğundan H_0 hipotezi kabul edilmiştir. Model 1'in MA (1) yöntemiyle tahmininde GEKK yöntemi uygulanmış ve 13 aşamadan sonra model Tablo 2'deki gibi elde edilmiştir. ($\alpha = 0.97029$) Bu yöntemde DW istatistiğine göre H_0 kabul edilmiştir. Aynı yöntemle, ikinci dereceden ortalamalı hatalarla tahmin yapıldığında DW'a göre H_0 reddedilir. R² değeri azalıp S_e'de yükselmektedir. Bu yöntemle MA (3) ve MA (4) için tahmin yapıldığında en iyi model MA (1) için tahmin edilen modeldir. Model 1 MA (1) için en çok benzerlik yöntemiyle 4 aşamadan sonra Tablo 2'deki gibi tahmin edilmiştir ($\alpha = 1$). MA (1) için DW'a göre % 5 önem düzeyinde otokorelasyon bulunmamaktadır.

Model II

GSMH'nın yanında gecikmeli değerini de modele ekleyerek tahminde bulunan sonuçlar Tablo 3'deki gibidir.

Tablo 3: Model II'de Otokorelasyonu Yoketmede Kullanılan Yöntemler

Kullanılan Yöntemler	β_0	β_1	β_2	R^2	S_e	DW	n	$\hat{\rho}_t$	Otokorelasyon Durumu
EKKY	-22117.4 (1149.9) -19.2347	0.4779 (0.1341) 3.5637	0.3361 (0.1417) 2.2319	0.99	1206.7	0.6523	20	-	Var
EÇBY AR(1)	-2063.8 (2239.7) -9.2081	0.427 (0.0941) 5.0212	0.307 (0.1033) 3.1041	0.9942	943.25	1.2916	20	$\hat{\rho} = 0.7219$	Yok
Cochrane - Orcutt Yöntemi	-24071.3 (2597.1) -92685	0.4748 (0.1056) 4.4975	0.3712 (0.1275) 2.9029	0.9946	896.376	0.2689	20	$\hat{\rho} = 0.5737$	Yok

Bu modelde parametre tahminleri ekonometrik ve istatistik ölçütlerine göre anlamlıdır. Lagrange çarpanı istatistiği $LM = \chi^2_{(1)} = 8.992 > \chi^2_{(1) 0.05} = 3.814$ olduğundan H_0 reddedilir. DW'a göre de $\alpha = 0.05$ önem düzeyinde H_0 reddedilir. Ancak EÇBY ile AR (1) için 7 aşamadan sonra tahmin yapılmıştır. ($\hat{\rho} = 0.7919$) Cochrane-Orcutt yöntemiyle de üç aşamada tahmin yapılmış ve otokorelasyon % 5 önem düzeyinde test edildiğinde otokorelasyon kalkmıştır.

Model III

Türkiye'de elektrik talebi ile GSMH ve bağımlı değişkenin gecikmeli değerini modele ekleyerek tahminde bulunulan sonuçlar Tablo 4'tedir.

Model III için Durbin'in h testi uygulanmış ($h = -1.22$) ve H_0 kabul edilmiştir. Alet değişkenler yöntemi uygulandığında DW'a göre H_0 kabul edilir. ($d = 1.3031$) Lagrange çarpanı istatistiğine göre $< \chi^2_{(1)} = 1.3122 \chi^2_{(1) 0.05} = 3.814$ olduğundan H_0 kabul edilir. Bağımlı değişkenlerin gecikmeli değerleri modelde yer aldığında Gauss-Newton yöntemiyle tahmin daha iyi sonuç vermektedir.

Tablo 4: Model III'ün Tahmininde Kullanılan Yöntemler

Kullanılan Yöntemler	b_0	b_1	b_2	R^2	S_e	DW	n	LM	Otokorelasyon Durumu
EKKY	-7249.0 (1420.5) -5.1031	0.2663 (0.0492) 5.4106	0.7214 (0.0666) 10.8346	0.9983	491.157	2.0488	20	0.1252	Yok
Alet Değişkenler Yöntemi	-8694.5 (1660.1) -5.2374	0.3112 (0.0564) 5.5130	0.6675 (0.0755) 8.8395	0.9977	566.198	1.3031	19	1.312	Yok
Gauss - Newton Yöntemi	-7781.8 (1418.4) -5.4865	0.2797 (0.0483) 5.7901	0.7090 (0.0646) 10.9829	0.9984	489.161	2.1765	20	$\hat{\rho} = 0.0678$	Yok

Model IV

Bu aşamada Model 1'e bağlı kalarak seriler durağan hale getirilmiş ve otokorelasyonun durumu araştırılmıştır. 1970-1990 dönemini içeren seride elektrik talebi ile GSMH değişkenleri için örnek otokorelasyon katsayılarının % 5 önem düzeyinde ($\pm 2\sqrt{21}$) = 0.4363 değerleri olarak elde edilmiştir.

Tablo 5
Elektrik Talebi ve GSMH İçin Tahmin Edilen Otokorelasyon Değerleri

Sıra	Elektrik Talebi		GSMH	
	Otok. değerleri	Standart Hata	Otok. değerleri	Standart Hata
1	.83161	.21822	.82266	.21822
2	.66987	.33687	.67077	.33477
3	.51697	.39525	.51627	.39360
4	.36978	.42623	.34875	.42463
5	.24621	.44124	.21221	.43805
6	.13770	.44774	.10628	.44292
7	.045023	.44975	.023156	.44413

Otokorelasyonlu Modeller

Yukarıdaki serilerin durağanlığı Dickey Fuller'in birim kök testiyle de araştırılabilir. (Tablo 6-7).

Tablo 6
Elektrik Talebi İçin Birim Kök Testi

DF	1971	1990	20	4.4692 (-3.0199)	1.0708 (-3.6529)
ADF(1)	1972	1990	19	2.2767 (-3.0294)	.389113 (-3.6746)
95 %					

Tablo 7
GSMH İçin Birim Kök Testi

DF	1971	1990	20	1.5835 (-3.0199)	-.52419 (-3.6529)
ADF(1)	1972	1990	19	1.1057 (-3.0294)	-.60507 (-3.6746)
95 %					

Yukarıdaki tablolardan da inceleneceği üzere seri durağan değildir ($\theta \neq 1$). İkinci dereceden fark alındığında ise seri durağan hale gelmiştir.

Tablo 8
İkinci Dereceden Tahmin Edilen Otokorelasyon Değerleri

Sıra	Elektrik Talebi		GSMH	
	Oto Korelasyon	Standart Hata	Oto Korelasyon	Standart Hata
1	-.37468	.22942	-.15675	.22942
2	-.21402	.25963	-.43611	.23499
3	.36977	.26876	.23118	.27430
4	-.36886	.29432	-.075337	.28437
5	.13609	.31772	-.073283	.28541
6	.091894	.32077	.16832	.28640

Tablo 8'den de görüleceği üzere seri % 5 önem düzeyinde ($\pm 2 / \sqrt{19} = 0.4588$ sınırları içinde kaldığından serilerin durağan olduğu görülür. Söz konusu durum birim kök testiyle de ortaya çıkarılabilir (Tablo 9).

Tablo 9

DF	1973	1990	18	-4.2530 (-3.0401)	-4.0229 (-3.6921)
ADF(1)	1974	1990	17	-5.3312 (-30522)	-.5.5598 (-3.7119)
95 %					

Istatistik	Yıllar	Gözlem	Trendsiz	Trendli
DF	1973	18	-5.9325 (-3.0401)	-5.8086 (-3.6921)
ADF (1)	1974	17	-4.8247 (-3.0522)	-4.7292 (-3.7119)

Elektrik talebi ve GSMH'nın ikinci dereceden farklarını alarak seri durağanlaşmıştır. Bu seride EKK yöntemi uygulandığında

$$Y = 59.6374 + 0.22279X$$

$$(185.5170) \quad (0.070475)$$

$$(0.32147) \quad (3.1613)$$

$$n = 19$$

$$R^2 = 0.37023$$

$$S_e = 800.4233$$

$$DW = 2.5966$$

$$LL = -152.9209$$

$$LM \chi^2_{(1)} = 9.3957$$

$$\chi^2_{(1)} = 3.6148$$

$$e = -0.49311 e_{t-1}$$

$$(0.25433)$$

$$(2.701)$$

$$n = 18$$

$$n = 17$$

$$n = 16$$

$$DF = -6.1592 (-3.6968)$$

$$ADF(1) = -3.7753 (-3.7196)$$

$$ADF(2) = -2.8627 (-3.7455)$$

elde edilir. Bu modelde DW'a göre otokorelasyon yoktur (H_0 kabul). Lagrange çarpanı istatistiğine göre LM, $\chi^2_{(1)} = 3.6148 < \chi^2_{(1),0.05} = 3.84146$ olduğundan H_0 kabul edilir. Model 1 durağan serilerle tahmin edildiğinde otokorelasyon kalkmaktadır. Ancak 2 gözlem yok olmakta ve R^2 'nin değeri 0.37'lere düşmektedir.

SONUÇ

Çalışmada birinci dereceden otokorelasyon durumunda, en güçlü testin % 5 önem düzeyinde Durbin-Watson testi olduğu görülmektedir. Ömek hacmi arttıkça Lagrange çarpanı ve benzerlik oranı testleri birbirine yaklaşmakta ve güçleri artmaktadır. İkinci ve daha yüksek dereceden otokorelasyon durumunda ise en iyi test yöntemleri benzerlik oranı, lagrange çarpanı testi ve χ^2 Kontenjans tablosu

testidir. Otokorelasyonu yok etmek için ise Cochrane-Orcutt aşamalı yöntemi, Ençok Benzerlik Yöntemi ve Genelleştirilmiş en Küçük Kareler Yönteminin daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Model IV'de ise seriler durağanlaştırıldığında modelden otokorelasyonun kalktığı gözlenmektedir.

SUMMARY

The assumption of mutual independence of error terms ensures the efficiency of the estimator. Using this assumption we have been able to show that the least squares estimator is "best" in the sense that it has the least variance of the class of linear unbiased estimators. The presence of serial correlation makes the ols estimators less efficient.

In this investigation, electrics demand function of in the Turkey from 1970 to 1980 firstly estimated by using ordinary least squares. And then several alternative transformations in the presence of serial correlation are investigated.

KAYNAKÇA

Beach, C.M and J.G. Mackinon, "a maximum Likelihood Procedure For Regression with Auto Correlated Errors", *Econometrica*, No; 46, 1978.

Breush T. S and a.R. Pagon, "The Lagrange Multiplier Test and It's Applications to Specification in Econometrics, *Resiew of Economic Studies*, 1980.

D.I.E. Yıllıkları (1970-1990)

Fomby, Thomas B., R. Carter Hill, Stenley R. Johnson, *Advanced Econometric Methods*, Springer Verlag, Newyork, 1984.

Greene William, *Econometric Analysis*, Second Editron, Mac Millan Pub. Comp, 1983.

Gujarati Damodar, *Basic Econometrics*, Mc Grow Hill Book Comp, 1988.

Harvey. , Harvey, *The Econometric Analysis of Time Series*, Second Edition, Phillip Allan, 1990.

Huang S. David, *Regression and Econometrics Methods*, Robert E. Krieger Pub-

S. Üçdogruk - A. Oguzhan

lishing Company, Huntington, Newyork, 1980.

Intriligator Michael D., **Econometric Models, Techniques and Applications**,
Prentice Hall, 1978.

Judge George G.-W.E. Griffiths, R.Carter Hill, Helmut Lütke Pohl - Tsoung-Chao Lee, **The Theory and Practice of Econometrics**, John Wiley Sons, 1984.

Maddala G.S., **Introduction to Econometrics**, Second Edition, Mac Millon Pub. Comp., 1992.